XXX Юбилейная Неделя науки СПбГТУ. Материалы межвузовской научной конференции. Ч. VII: С.60-61, 2002.

УДК 62.501

В.С. Репкина (5 курс, каф. САиУ), В.Н. Шашихин, д.т.н., проф.

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ИНТЕРВАЛЬНЫХ СИСТЕМ

Устойчивость – важный качественный показатель объектов и систем управления. Устойчивые САУ позволяют осуществлять управление в соответствии с поставленными целями. Ужесточение условий функционирования технических систем во внешней среде приводит к более широким вариациям, как параметров самой системы, так и возмущающих воздействий. Поэтому проблема грубости является одной из ключевых в теории управления и представляет огромный практический интерес.

Ориентируясь в расчетах на некоторые априорные данные, необходимо быть уверенным, что при возможных отклонениях от этих данных система не потеряет устойчивости, а показатели ее качества останутся в приемлемых пределах.

В данной работе рассматривается грубость устойчивости по отношению к мультипликативным возмущениям, возникающие в параметрически возмущенных системах. В частности в интервальных системах, в которых матрицы, описывающие поведение системы в пространстве состояний – интервальные.

Пусть задан интервальный объект или система управления:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{1.1}$$

Рассмотрим соответствующее однородное уравнение в предельной форме

$$\dot{x} = \left(\mathrm{med}\tilde{A} + \delta\tilde{A}\right)\cdot x = A_0 \cdot x + \delta A \cdot x, \tag{1.2}$$

и рассмотрим номинальную систему:

$$x = A_0 \cdot x. \tag{1.3}$$

Здесь $x \in R^n$ - вектор пространства состояний;

$$\tilde{A} = \left[\underline{A}; \overline{A}\right] = \left(a_{ij}\right) \in IR^{n\times n} \text{-интервальная матрица;} \tag{1.4}$$

$A_0 = \frac{1}{2}\cdot\left(\underline{A} + \overline{A}\right) \in R^{n\times n}$ -матрица номинальных параметров;

$\delta A = \mathrm{rad}\tilde{A} = \frac{1}{2}\cdot\left(\overline{A} - \underline{A}\right) \in R^{n\times n}$ -матрица, характеризующая вариации параметров.

Возмущения, удовлетворяющие неравенству

$$\left\|\delta A x\right\| \le C_0 \left\|x\right\|, \tag{1.5}$$

будем называть мультипликативными или параметрическими.

Здесь C_0 положительное число, определяемое: $C_0 = \left\|\delta A\right\| = \max\limits_i \left\{\lambda_i^{1/2}\left(\delta A^T \cdot \delta A\right)\right\}$.

Свойство устойчивости системы (1.3) будем называть робастным по отношению к параметрическим возмущениям, если может быть указано такое число $C_0 > 0$, что данное свойство справедливо также для системы (1.2) при любых $\delta A \cdot x$, удовлетворяющих (1.5).

Требуется исследовать методы определения робастной устойчивости интервальных матриц с точки зрения их практического применения.

В рамках поставленной задачи разработан новый модуль системы проведения математических расчетов - MatLab, реализующий вычисления над интервальными массивами данных. С помощью разработанного модуля исследовались необходимые и достаточные условия устойчивости интервальных матриц: метод на основе теорем Харитонова, метод Биалоса, метод на основе теоремы Гершгорина, метод на основе второй теоремы Ляпунова.

Полученные результаты испытаний позволяют сделать следующие выводы: использование теоремы Харитонова затруднено, т.к. этот метод требует определения интервальных коэффициентов характеристического полинома по виду системной матрицы, что в свою очередь в данной работе сводится к решению интервальной системы линейных уравнений. Здесь возникают две трудности: условие сходимости сильно ограничивает класс системных матриц, для которых применимы итерационные методы решения интервальных линейных уравнений; вторая заключается в расширении интервалов коэффициентов характеристического полинома, что приводит к переходу данного критерия из разряда необходимых и достаточных в разряд достаточных. Метод Биалоса дает вполне приемлемые результаты, но следует заметить, что при большой размерности системной матрицы время выполнения программы метода Биалоса сильно увеличивается. Достаточные условия на основе теоремы Гершгорина применимы лишь для матриц небольшого размера ($n \le 4$). Хорошие результаты дает использование второго метода Ляпунова.