

УДК 621.221+627.81.502.65.4/656

А.А.Гиргидов (асп. каф. МВТС), А.И.Альхименко, д.т.н., проф.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСТЕКАНИЯ НЕФТИ В ВОДЕ ПОД СПЛОШНЫМ ЛЕДОВЫМ ПОКРОВОМ

Перспектива разработок нефтяных месторождений на арктическом шельфе России и дальнейшая транспортировка ее на континент или терминалы делают актуальным изучение растекания нефти не только на свободной поверхности, но и под сплошным льдом. Нефть может попадать под лед в следующих случаях: из пробоины в танкере, перевозящем нефтепродукты; из повреждения в нефтепроводе, при прорыве стамухой; и в случае естественного проникновения сквозь грунт. Распространение нефти в условиях стесненных льдом происходит значительно медленнее и площадь конечного пятна значительно меньше, однако очистка загрязненных площадей серьезно затруднена, особенно в случаях подледного растекания, поэтому возможность предсказания поведения нефти в значительной степени может облегчить операции по очистке ледового и водного бассейна, и уменьшить экологический ущерб. Наиболее широко применяемой является модель Yara (Yara & Chowdhury, 1990), однако она имеет ряд существенных недостатков, которые серьезно искажают результаты расчетов.

В данной работе предлагается модель распространения объема нефти подо льдом. При формулировке модели были использованы следующие допущения:

- Горизонтальные размеры области, занятой нефтью, во много раз превосходят вертикальные, при этом вертикальная составляющая скорости внутри рассматриваемой области принимается равной нулю;
- Движение нефти определяется действием силы тяжести и влекущей силы со стороны подледного течения воды;
- Движение нефти ламинарное;
- Проникновение нефти в углубления на поверхности льда и в капиллярные поры исключает скольжение нефти вдоль поверхности льда по водяной пленке, образующейся между нефтью и льдом; это обеспечивает условие прилипания нефти к поверхности льда $u_i|_{x_3=0} = 0$, другими словами принимается, что скорость нефти на границе со льдом равна скорости ледового поля (при неподвижном поле скорость на границе равна нулю);
- Высота выступов шероховатости на граничной поверхности льда много меньше толщины растекающегося слоя нефти, и потому высота выступов шероховатости льда не оказывает влияния на движение нефти;
- Введем систему декартовых координат (x_1, x_2, x_3) таким образом, что начало координат расположено на нижней поверхности льда и ось x_3 направлена вертикально вверх.
- Горизонтальные составляющие скорости u_1, u_2 , изменяющиеся по вертикали, и их распределение аппроксимируется полиномом второй степени:

$$u_i = a_i \cdot x_3^2 + b_i \cdot x_3 + c_i, \quad (1)$$

где $a_i(x_1, x_2, t)$, $b_i(x_1, x_2, t)$, $c_i(x_1, x_2, t)$ – неизвестные функции; $i = 1, 2$. По условию прилипания на границе льда и нефти $c_i = 0$.

Вводя описанные выше допущения в закон сохранения массы и в баланс количества движения, была получена система дифференциальных уравнений гиперболического типа:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} + \sum_{i=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_i} (v_i \cdot h) &= 0; \\ h \frac{\partial v_i}{\partial t} + gh \frac{\partial h}{\partial x_i} (2\rho_r - 1) &= v_o b_i + \frac{\tau_i^w}{\rho_o}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где h – глубина пятна; t – время; v_i – средняя скорость; g – ускорение свободного падения; v_o – кинематическая вязкость нефти; τ_i^w – касательные напряжения между водой и нефтью, которые мы будем считать заданной величиной, определяемой скоростью подледного течения; $i = 1, 2$.

Граничные условия для данной системы уравнений записываются из условия равновесия сил гидростатики, влекущей силы течения воды и силы трения со стороны льда:

$$\pm F_{zcm} \pm F_{cur} \pm F_{ice} = 0, \quad (3)$$

где F_{zcm} – сила гидростатического давления на граничный элемент; F_{cur} – сила, действующая со стороны подледного течения на граничный элемент; F_{ice} – сила трения граничного элемента о лед. Выражение (4) для квазидвухмерного случая можно представить в виде:

$$\pm \rho_r g \frac{h}{2} \pm v_o b_i k_z \pm \frac{1}{\rho_o} \tau_i^w k_z = 0, \quad (4)$$

где k_z – специальный коэффициент, определяющий длину граничного элемента, его значение намечено уточнить экспериментальным путем. Расчеты проводились двумя различными методами – методом характеристик и 4-х точечным методом конечных разностей, усовершенствованным введением в него весовых коэффициентов. Результаты расчетов сравнивались с экспериментальными данными Nallamuthu Rajaratnam'a (Berry & Rajarathnam, 1985). Было установлено, что данные согласуются удовлетворительно.