

УДК 621(075)

А.Н. Санжаревский (10 класс, 271 гимназия), М.С. Кокорин, к.т.н., доц.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ИНВЕРСИИ И ЕГО ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ ПЛАНИМЕТРИИ

Инверсией, или преобразованием обратных радиусов, называется такое геометрическое преобразование, когда точка M' , соответствующая данной точке M относительно данной окружности O , определяется следующими условиями: точка M' лежит на прямой OM ; произведение $OM \cdot OM' = R^2 = \text{const}$. Окружность O называется основной или базисной окружностью инверсии, R^2 – степень инверсии.

В задачах планиметрии преобразование инверсии связано с решением задач на построение сопряжений дуг окружностей, дуг и прямых линий с помощью дуги окружности, или же с задачами, когда сопрягаемая дуга должна пройти через заданные точки. Заданные параметры таковы, что величина радиуса сопрягаемой дуги определяется геометрическими построениями.

В общем случае задача формулируется так: построить окружность, касающуюся трех заданных окружностей. Эта задача носит название задачи Аполлония.

Целью работы является создание геометрического алгоритма с использованием преобразования инверсии, реализующего задачу Аполлония, что позволит расширить функциональные возможности системы геометрического моделирования “Симплекс”.

Реализация задачи Аполлония в общем виде использует следующие свойства инверсии:

1. Прямая, не проходящая через центр инверсии, преобразуется в окружность, проходящую через центр инверсии и обратно: окружность, проходящая через центр инверсии, переходит в прямую, не проходящую через центр инверсии.

2. Произвольная окружность, не проходящая через центр инверсии, преобразуется в окружность. Центр инверсии является при этом центром подобия обеих окружностей.

В общем случае задача Аполлония имеет восемь решений, но задача может иметь и частные случаи, когда накладываются какие-то дополнительные условия, и имеет девять предельных случаев, когда все или некоторые из заданных окружностей вырождаются в точки (радиус равен нулю) или в прямые линии (центр окружности в несобственной точке плоскости). При этом возможны следующие случаи:

искомая окружность касается трех заданных окружностей;

искомая окружность проходит через три заданные точки;

искомая окружность касается трех заданных прямых;

искомая окружность проходит через две заданные точки и касается заданной прямой;

искомая окружность проходит через две заданные точки и касается заданной окружности;

искомая окружность проходит через заданную точку и касается двух заданных прямых;

искомая окружность проходит через заданную точку и касается двух заданных окружностей;

искомая окружность проходит через заданную точку и касается заданной прямой и окружности;

искомая окружность касается заданных двух прямых и окружности;

искомая окружность касается заданной прямой и двух окружностей.

В настоящей работе рассмотрены два алгоритма реализации задачи Аполлония в общем виде и приведены практические примеры использования разработанных алгоритмов. Решения некоторых перечисленных выше задач элементарны и не требуют использования инвер-

сии, но они вписываются в общую структуру задачи и поэтому их решения также представлены.

Выводы. Созданы геометрические алгоритмы, реализующие задачу Аполлония в общем виде средствами компьютерной графики и реализующие ее возможные частные случаи. Задачи решены с использованием геометрического преобразования инверсии. Решения данных задач позволило расширить возможности системы геометрического моделирования “Симплекс” в области решений задач планиметрии.