XXX Юбилейная Неделя науки СПбГТУ. Материалы межвузовской научной конференции. Ч. V: С. 37-38, 2002.

УДК 662.642: 621.926.7

А.Б.Саенко (5 курс, каф. Прикладной математики), С.Ю.Жуков, к.ф-м.н., доц.

ПОСТОРОЕНИЕ ЦЕНТРАЛИЗОВАННЫХ КОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЕЙ

Целью данной работы являлся анализ проблемы построения оптимальных сетей связи, удовлетворяющих определенным ограничениям на пропускную способность рёбер при различных потребностях вершин и разработка алгоритмов для её решения.

Формализация задачи:

Условие. Заданы множество $P \subseteq Z \times Z$ точек плоскости, выделенная точка $p_0 \in P$, потребность $r(p) \in Z_0^+$ для каждой $p \in P \setminus p_0$, пропускная способность $c \in Z^+$ и граница $B \in Z^+$.

Вопрос. Существует ли в полном графе $\mathrm{G} = (\mathrm{P}, \mathrm{E})$ такой остов $\mathrm{T} = (\mathrm{P}, \mathrm{E}^{|})$, что $\sum_{e \in E^{|}} d(e) \le B$ (где $d((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = \left| ((x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2)^{1/2} \right|$ - дискретное евклидово расстояние), причём $\sum_{u \in U(e)} r(u) \le c$ для каждого ребра $e \in E^{|}$ (где U(e) – множество таких вершин v, что путь в дереве T, соединяющий v с p_0 содержит ребро e)?

Исследована сложность задачи и доказана её NP-полнота в неевклидовом случае, отказавшись от неравенства треугольника (даже в случае одинаковых потребностей всех вершин), в том числе доказано:

- NP-полнота задачи при max пропускной способности ребра 4;
- NP-полнота задачи при max пропускной способности ребра $\lfloor n/2 \rfloor$.

Из чего, следует NP-полнота при max пропускной способности ребра $\in [4, \lfloor n/2 \rfloor]$.

Исследована зависимость алгоритмической сложности задачи от ограничения на max пропускную способность ребра.

Доказана NP-полнота задачи в евклидовом случае (даже в случае одинаковых потребностей всех вершин).

Доказана невозможность построить приближённый полиномиальный алгоритм, дающий решение с точностью до аддитивной константы.

Разработан приближённый алгоритм A1, для которого оценена сложность и доказано условие, гарантирующее достаточно малую относительную погрешность.

Разработан приближённый алгоритм A2, основанный на принципе итеративного приближения и исследован вопрос корректности алгоритмов этого типа.

Разработан приближённый алгоритм A3, для которого оценена сложность и доказано существование мультипликативной константы ($4 - 4/B$), алгоритм гарантирует отклонение от оптимального результата не более, чем в $4 - 4/B$ раз.

В частном случае, при равных потребностях всех вершин доказано существование мультипликативной константы ($3 - 2/B$), гарантируемой алгоритмом A3.

Доказана невозможность понизить мультипликативную константу оценки относительной погрешности ниже 2, для алгоритмов, основанных на разбиении на части пути коммивояжёра для данного графа.

Разработаны приближённые алгоритмы A4 и A5, которые представляют собой модифицированные алгоритмы для построения минимального остовного дерева.

Разработаны приближённые алгоритмы A6 и A7, основанные на попытке соединять с центром наиболее дорогие вершины через другие вершины, как можно дешевле, что достигается введением стоимостной функции.

Выводы. Исследована сложность задачи, и доказана её NP-полнота, даже при наложении ограничений неравенства треугольника и одинаковых стоимостей вершин. Разработаны приближённые полиномиальные алгоритмы, дающие решение с хорошей степенью точности.