

УДК 621.301

Н.А.Андреева (5 курс, каф. ИСУ), С.Ф.Свиньин, д.т.н., проф.

### АЛГОРИТМЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ПРИ НЕРАВНООТСТОЯЩИХ ОТСЧЕТАХ

Теорема отсчетов Котельникова-Шеннона [1] предусматривает, что выборка значений сигнала осуществляется через одинаковые интервалы длительности (протяженности)  $h \leq \pi / \omega_c$ . Однако такая выборка с постоянным шагом, то есть с равноотстоящими отсчетами, не всегда возможна и не всегда удобна. Например, при проведении геофизических измерений вдоль профилей на местности равномерной выборке могут мешать особенности (холмы, горы, озера и т.п.).

В литературе имеются выражения, учитывающие неравномерное расположение точек отсчета. Например, в [2, 3] рассматриваются ситуации, когда отсчеты разбиваются на группы по  $N$  точек, которые повторяются периодически. Внутри группы расположение точек произвольно. Недостатками таких подходов являются необходимость использования разложений по кратным суммам кратных произведений, а также появление ошибок усечения ряда, связанных с конечным числом отсчетов сигнала, в то время как ряд Котельникова-Шеннона предусматривает бесконечное число членов. Для сигналов конечной длительности эффективные методы анализа дает теория сплайнов. В частности, она позволяет решать и проблемы неравномерной выборки отсчетов.

Известно, что модуль спектральной плотности В-сплайна определяется по формуле:

$$F_B(\omega) = Ah(\sin(\omega h / 2) / (\omega h / 2))^{m+1} \quad (1)$$

где  $A$  – амплитуда В-сплайна;  $h$  – расстояние между узлами.

Величина шага дискретизации при интерполяции сигнала В-сплайнами может быть определена исходя из равенства Парсевалья [4], связывающего энергию сигнала в пространственной и частотной областях:

$$E_f = \int_a^b f^2(x) dx = 1/\pi \int_0^\infty F_f^2(\omega) d\omega = 1/\pi \int_0^\infty F_{\Sigma_B}^2(\omega) d\omega. \quad (2)$$

В выражении (2) можно выделить высокочастотные составляющую, называемую дисперсией ошибки дискретизации:

$$D_\omega = 1/\pi \int_{\omega_c}^\infty F_{\Sigma_B}^2(\omega) d\omega \quad (3)$$

Для неравномерных шагов дискретизации выражение для модуля спектральной плотности группы интерполирующих В-сплайнов имеет вид:

$$F_{\Sigma_B}(\omega) = h_{\max} \left| \sin(\omega h_{\max} / 2) / (\omega h_{\max} / 2) \right| * \left| \sum_{i=0}^n b_i * \exp(-j\omega(m+1) \sum_{i=0}^i h_i) \right| \quad (4)$$

где  $h_{\max}$  выбирается как наибольшая величина из всех шагов при неравномерном разбиении интервала  $[a, b]$ .

Основное отличие алгоритмов определения шагов дискретизации при неравноотстоящих отсчетах от случаев равномерных шагов заключается в применении формулы (4). Далее величины дисперсий, полученных при неравномерном и равномерном шаге, сравниваются, и определяется ошибка, вызванная неравномерностью.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Назаров М.В., Кувшинов Б.И., Попов О.В. Теория передачи сигналов – М.: Связь, 1970.
2. Хургин Я.И., Яковлев В.П. Фinitные функции в физике и технике. – М.: Наука, 1971.
3. Джерри А. Теорема отсчетов Шеннона, ее различные обобщения и приложения. Обзор// ТИИЭР.- Т.65.-1977.-№11.-С.53 – 89.