

УДК 539.3

М.Ю.Горохов (6 курс, каф. МПУ),  
 А.С.Семенов, к.ф.-м.н., доц., Б.Е.Мельников, д.т.н., проф.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ НА ПАРАМЕТРЫ  
 РАЗРУШЕНИЯ В ЗАДАЧЕ ГРИФФИТСА.  
 ЧАСТЬ 2. РЕЗУЛЬТАТЫ

В сравнительной таблице сведены данные о расчете параметров разрушения для различных моделей материала.

Таблица. Параметры разрушения для различных моделей материала

| Модель материала  | $\sigma_{22}^{\infty}$ ,<br>МПа | Показатель<br>сингулярности |               |               | $J$ -<br>интеграл,<br>Н/м | $\bar{\sigma}$ ,<br>МПа | CTOD,<br>мкм |
|---|---------------------------------|-----------------------------|---------------|---------------|---------------------------|-------------------------|--------------|
|   |                                 | $\sigma_{11}$               | $\sigma_{22}$ | $\sigma_{33}$ |                           |                         |              |
| Линейно упругий   | 100                             | -0.51                       | -0.49         | -0.50         | $1.39 \cdot 10^4$         | 1367                    | 17.2         |
|   | 200                             | -0.51                       | -0.49         | -0.50         | $5.59 \cdot 10^4$         | 2734                    | 69.7         |
| Упруго-пластический с<br>кинематическим<br>упрочнением (малые<br>деформации)                  | 100                             | -0.15                       | -0.13         | -0.37         | $1.39 \cdot 10^4$         | 798                     | 40           |
|   | 200                             | -0.46                       | -0.25         | -0.37         | $7.89 \cdot 10^4$         | 1412                    | 204          |
| Неогуковский<br>несжимаемый   | 100                             | -0.55                       | -0.51         | -0.53         | $0.992 \cdot 10^4$        | 1349                    | 12.4         |
|   | 200                             | -0.55                       | -0.51         | -0.53         | $3.97 \cdot 10^4$         | 2699                    | 48.7         |
| Неогуковский сжимаемый  | 100                             | -0.52                       | -0.48         | -0.50         | $1.27 \cdot 10^4$         | 1335                    | 17.1         |
|   | 200                             | -0.52                       | -0.48         | -0.50         | $5.09 \cdot 10^4$         | 2633                    | 68.2         |
| Муни-Ривлин<br>несжимаемый  | 100                             | -0.55                       | -0.51         | -0.53         | $0.992 \cdot 10^4$        | 1356                    | 13.1         |
|   | 200                             | -0.55                       | -0.51         | -0.53         | $3.97 \cdot 10^4$         | 2708                    | 49.8         |
| Муни-Ривлин сжимаемый   | 100                             | -0.52                       | -0.48         | -0.50         | $1.27 \cdot 10^4$         | 1345                    | 18.2         |
|   | 200                             | -0.52                       | -0.48         | -0.50         | $5.09 \cdot 10^4$         | 2647                    | 69.5         |
| Упруго-пластический с<br>кинематическим<br>упрочнением (аддитивная<br>декомпозиция)           | 100                             | -0.22                       | -0.16         | -0.29         | $1.08 \cdot 10^4$         | 728                     | 32.9         |
|   | 200                             | -0.47                       | -0.25         | -0.33         | $7.78 \cdot 10^4$         | 1315                    | 210          |
| Упруго-пластический с<br>кинематическим<br>упрочнением<br>(мультипликативная<br>декомпозиция) | 100                             | -0.22                       | -0.17         | -0.36         | $1.19 \cdot 10^4$         | 709                     | 30.8         |
|   | 200                             | -0.34                       | -0.17         | -0.38         | $7.29 \cdot 10^4$         | 1280                    | 208          |

Основной вывод, который можно сделать на основании приведенной таблицы, – учет геометрической нелинейности в задаче о растяжении бесконечной плоскости с трещиной при реальных параметрах материала (металлические материалы) и нагрузки не оказывает существенного влияния на параметры разрушения:  $J$  – интеграл,  $\bar{\sigma}$ , CTOD.

Причиной этого является то, что при данной постановке задачи о трещине область больших деформаций мала в сравнении с длиной трещины, в отличие от зоны пластичности,

которая при высоком уровне нагружения ( $\sigma_{22}^{\infty} \sim \sigma_Y$ ) сравнима и даже превосходит длину трещины. При выбранных в данном расчете параметрах материала и длине трещины зона больших деформаций (превосходящих 5%) не превышает уровня примерно 0.5 % от длины трещины. По отношению к выбранному параметру структуры материала  $d^* = 1000 \text{ мкм}$  размер зоны больших деформаций не превышает 25 %.

Здесь стоит сказать, что значение, выбранное в расчете значение  $d^*$ , значительно превосходит реальные значения этого параметра для металлических материалов, у которых оно составляет порядка 10 – 100 мкм. Поэтому, если бы в анализе было выбрано реальное значение  $d^*$ , то по параметру  $\bar{\sigma}$  можно было бы ожидать значительного расхождения между геометрически линейными и геометрически нелинейными моделями материалов. Но в этом случае могли бы возникнуть сомнения о точности полученных результатов. В большинстве конструкций в машиностроении, если и бывают трещины, то они много короче выбранной нами трещины длиной в 20 сантиметров, ну а микротрещины присутствуют всегда. Как будет показано далее на основании численных расчетов, размеры области больших деформаций в сравнении с длиной трещины не зависят от длины трещины. Поэтому если взять трещину хотя бы в 10 раз короче и принять  $d^* = 100 \text{ мкм}$ , то учет геометрической нелинейности на параметре  $\bar{\sigma}$  опять же не скажется.

Очевидно, что полученный результат о малости зоны больших деформаций в сравнении с длиной трещины является прямым следствием выбранных нами параметров материала, нагружения и геометрии объекта исследования. Был поставлен вопрос о том, при каких нагрузках может наблюдаться существенное отличие геометрически линейных моделей от геометрически нелинейных моделей. В упругости оказалось, что нагрузки для этого должны превосходить величины порядка 1/100 модуля Юнга. Например, различие в раскрытии трещины для линейно упругого материала и для сжимаемого материала Муни-Ривлина при нагрузке  $\sigma_{22}^{\infty} = 10 \text{ ГПа} \approx E/20$  составляет величину порядка 20 %. Ясно, что нагрузки в 1/100 модуля Юнга многократно превосходят известные пределы текучести материалов. Поэтому исследование поведения трещины в упруго-пластическом материале при таких нагрузках несколько теряет смысл.

Другой способ расширить зону больших деформаций – переход к рассмотрению низкомолекулярных или слабо упрочняющихся материалов. В данной работе этот класс материалов не рассматривался.

На заключительном этапе работы был выполнен анализ влияния длины трещины на размер зоны больших деформаций в сравнении с длиной трещины. Было установлено, что такое влияние отсутствует.

Следствием этого является то, что при данных параметрах материала и нагружения вывод о незначительном влиянии геометрической нелинейности на параметры разрушения, такие как  $J$ -интеграл и CTOD, можно распространить на любые длины трещин. Что касается осредненного напряжения  $\bar{\sigma}$ , то здесь все зависит от отношения  $\frac{d^*}{a}$ . Результат о независимости относительных размеров области больших деформаций можно было ожидать заранее, так как решение данной задачи при любом типе материала должно быть функцией отношения  $\frac{r^{\circ}}{a}$ , где  $r^{\circ}$  – расстояние в полярной системе координат с началом в вершине трещины в недеформированной конфигурации. Это следует из того, что в асимптотике для напряжений

$$\sigma \sim \Sigma \left( \frac{r^{\circ}}{a} \right)^{p_{\sigma}}$$

коэффициент  $\Sigma$  по размерности не может зависеть от длины трещины. Если предположить что величина  $\Sigma$  зависит от  $a$ , то  $a$  должно входить в эту функцию в отношении с каким либо параметром размерности длины, а такого параметра в данной постановке задачи нет (есть

только параметры материала –  $E$ ,  $\sigma_y$ ,  $E_T$ , внешняя нагрузка –  $\sigma_{22}^{\infty}$  и половина длины трещины –  $a$ ).

*Выводы.* Показатель сингулярности напряжений, осредненные напряжения, CTOD очень чувствительны к качеству конечно-элементной сетки.  $J$ -интеграл является стабильным по отношению к качеству конечно-элементной сетки, показывая приемлемую точность даже на грубых сетках. Показатель сингулярности напряжений – наиболее трудно вычисляемый параметр из рассмотренных. Осредненное напряжение  $\bar{\sigma}$  чувствительно к выбору размеров зоны осреднения. При уменьшении отношения  $d^*/a$  погрешность вычисления  $\bar{\sigma}$  резко возрастает. Учет геометрической нелинейности в задаче о растяжении бесконечной плоскости с трещиной для реальных параметров материала (металлические материалы) и нагружения не оказывает существенного влияния на параметры разрушения:  $J$  – интеграл,  $\bar{\sigma}$ , CTOD. Причиной этого являются малые размеры области больших деформаций в сравнении с длиной трещины.