

УДК 519.632

А.Д.Синяев (5 курс, каф. ПМ), В.Г.Корнеев, д.ф.-м.н., проф.

ПРИМЕНЕНИЕ МНОГОУРОВНЕВОГО ПРЕДОБУСЛОВЛИВАТЕЛЯ БРЕМБЛА-ПАСЬЯКА-ШУ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С РАЗРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Задачи, подобные рассматриваемой в данной работе, возникают, например, при исследовании течения смазки в подшипниках, состоящих из двух близких вращающихся поверхностей, на одной из которых расположены спиральные канавки. Поле давления смазки в таком подшипнике может быть описано уравнением Рейнольдса:

$$\operatorname{div}(h^3 \nabla P) = 0, \quad (1)$$

где $h(x, y)$ - толщина газового слоя между пластинами.

Целью данной работы является разработка на основе ВРХ-предобусловливателя эффективного численного метода решения краевой задачи:

$$\begin{aligned} -\nabla(a(x, y)\nabla u) &= f \text{ в } \Omega, \\ u &= 0 \text{ на } \partial\Omega. \end{aligned} \quad (2)$$

Область $\Omega \subset R^2$ – кольцо, разделенное на полосы логарифмическими спиралями. Коэффициент $a(x, y)$ принимает два различных постоянных значения в соседних полосах.

Для дискретизации задачи использовался метод конечных элементов с кусочно-линейными базисными функциями. Полученная система уравнений решалась итерационным методом с многоуровневым предобусловливателем Брембла-Пасьяка-Шу (ВРХ), для применения которого была построена система вложенных сеток.

$$Bv = \sum_{k=1}^J \sum_j (v, \phi_j^k) \phi_j^k. \quad (3)$$

Здесь: ϕ_j^k - j -я базисная функция k -й сетки, J – число вложенных сеток.

Результаты. Построен алгоритм и программа, позволяющие получить решение для сетки с большим (до нескольких миллионов) числом узлов. Получены зависимости времени решения, числа итераций и числа обусловленности от количества неизвестных и величины скачка коэффициента $a(x, y)$. Полученные численные результаты соответствуют априорным оценкам и свидетельствуют о высокой эффективности использованного типа предобусловливателей. Предложенный численный метод может быть эффективно реализован на N -процессорной ЭВМ (при этом время решения задачи сокращается в N раз).

ЛИТЕРАТУРА:

1. J.H.Bramble, J.E.Pasciak, J.Xu. *Parallel Multilevel Preconditioners*. Math. Comp. 55 (1990).
2. Г.Стренг, Дж.Фикс. *Теория метода конечных элементов*. Москва, Мир 1977.
3. О.Зенкевич, К.Морган. *Конечные элементы и аппроксимация*. Москва, Мир 1986.
4. J.H.Bramble, J.E.Pasciak, P.S.Vassilevski. *Computational scales of Sobolev norms with application to preconditioning*. Math. Comp. 69 (2000).