XXXI Неделя науки СПбГПУ. Материалы межвузовской научной конференции. Ч. IV: С.49-50, 2003.

УДК 517:336.763

А.С.Вербенко (5 курс, каф. ПМ), Н.О.Вильчевский, д.т.н., проф.

СОСТАВЛЕНИЕ ПАКЕТА ЦЕННЫХ БУМАГ

В настоящей работе рассмотрены задачи, связанные с определением структуры пакета ценных бумаг, обладающего наименьшей чувствительностью к изменению тренда a и волатильности σ, входящих как параметры в модель процентной ставки.

Условия задачи: количество ценных бумаг (облигаций) равно m, начисление идёт по схеме непрерывных процентов с силой роста $r(t) = a + \sigma * \xi(t)$, где a и σ - постоянные, а $\xi(t)$ - стандартный белый шум. $A^k(t_i)$ - заранее известные выплаты по k-ой ценной бумаги в момента времени t_i, i=1..n.

Решаемые далее задачи имеют следующие формальные постановки:

$$\min M\left(\frac{\partial PV}{\partial a}\right)^2, \text{ при условии } \sum_{k=1}^{m} x_k = 1; \tag{1}$$

$$\min M\left(\frac{\partial PV}{\partial \sigma}\right)^2, \text{ при условии } \sum_{k=1}^{m} x_k = 1; \tag{2}$$

где $PV = \sum_{k=1}^{m} PV^k x_k$ – приведённые к начальному моменту времени платежи по всему портфелю, $PV^k = \sum_{i=1}^{n} \exp(-\int_0^{t_i} r(u)du) A^k(t_i)$ - приведённые платежи для k-ой ценной бумаги, x_k - доля капитала, вложенная в k-ую ценную бумагу М-символ математического ожидания.

В работе показано, что задачи (1) и (2) можно свести к задачам квадратичного программирования с линейным ограничением следующего вида:

$$\min x^T \mathrm{K} x, \text{ при условии } \sum_{k=1}^{m} x_k = 1.$$

(3)

При этом для задачи (1) матрица $\mathrm{K} = \{K_{kl}\}, k = \overline{1,m}, l = \overline{1,m}$ имеет структуру:

$$\{\mathrm{K}_{kl}\} = \{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} t_i t_j A^k(t_i) A^l(t_j) e^{-a(t_i+t_j)} e^{\sigma^2\left[\frac{t_i+t_j}{2}+\min(t_i,t_j)\right]}\}, \tag{4}$$

а для задачи (2) матрица $\mathrm{K} = \{K_{kl}\}, k = \overline{1,m}, l = \overline{1,m}$:

$$\{\mathrm{K}_{kl}\} = \{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} A^k(t_i) A^l(t_j) e^{-a(t_i+t_j)} \left[\sigma^2\left(t_i + \min(t_i,t_j)\right)\left(t_j + \min(t_i,t_j)\right) + \min(t_i,t_j)\right] e^{\left\{\frac{\sigma^2}{2}\left(t_i+t_j+2\min(t_i,t_j)\right)\right\}}\}. \tag{5}$$

В работе показано, что решения сформулированных задач определяется формулами $x^* = \frac{\mathrm{K}^{-1} I}{I^T \mathrm{K}^{-1} I}$, где I –вектор, состоящий из единиц. Проведен анализ специфики этого решения для ряда конкретных ситуаций.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Первозванский А.А., Первозванская Т.Н. Финансовый рынок: расчет и риск. М.: Инфра,1994.
2. Шарп У. и др. Инвестиции. М.: Инфра, 1997.
3. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. М.: Фазис, 1998.