

М.Ю.Горохов (6 курс, каф. МГГУ), Б.Е.Мельников, д.т.н., проф.,  
А.С.Семенов, к.ф.-м.н., доц.

## ПАРАМЕТРЫ РАЗРУШЕНИЯ В ЗАДАЧЕ ГРИФФИТСА В УСЛОВИЯХ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

Целью данной работы являлся анализ влияния геометрической нелинейности на параметры разрушения на примере задачи о растяжении по моде I бесконечной плоскости с трещиной в условиях плоской деформации при использовании различных моделей материалов. Анализировалась возможность с высокой степенью точности вычислять указанные параметры на основе численного решения задачи. В заключение проводился анализ влияния длины трещины на относительные размеры области больших деформаций. Весь анализ выполнен для параметров материала и нагружения типичных для металлов.

В качестве параметров разрушения, по которым производилось сравнение различных моделей материалов, были приняты следующие параметры:

- ♦ показатель сингулярности напряжений  $p_{\sigma_{ij}}$  (предполагается, что в окрестности вершины

трещины поле напряжений имеет асимптотическое представление вида  $\sigma_{ij} \sim A \left( \frac{r^o}{a} \right)^{p_{\sigma_{ij}}}$ ),

- ♦  $J$ -интеграл  $J = \int_{\Gamma} (NW^* - N \cdot P \cdot F) d\Gamma$ ,  $W^* = \int P \cdot dF^T$

- ♦ осредненное напряжение  $\bar{\sigma} = \frac{1}{d_*} \int_0^{d_*} \sigma_{22}(X_1, 0) dX_1$ , где  $d_*$  структурный параметр материала

( $\bar{\sigma} = \sigma_{22}^{\infty} \sqrt{1 + \frac{2a}{d_*}}$  для линейно упругого материала),

- ♦ CTOD (Crack Tip Opening Displacement) - критическое раскрытие в вершине трещины  $\delta_t = \Delta u_y|_{x=a-r_{pl}}$ , где условный радиус пластической зоны  $r_{pl}$  принимался на основе решения

задачи линейной теории упругости  $r_{pl} = \frac{a}{2} \left( \frac{\sigma_{22}^{\infty}}{\sigma_Y} \right)^2 (1-2\nu)^2$  для плоского деформированного состояния.

- ♦ Исследовались следующие модели материалов:

- ♦ материал Гука (малые деформации);
- ♦ упруго-пластический материал с линейным кинематическим упрочнением (малые деформации);
- ♦ сжимаемый и несжимаемый гиперупругие неогуковский материал и материал Муни;
- ♦ модель упруго-пластического материала с линейным кинематическим упрочнением основанная на аддитивном разложении тензора скоростей деформаций (большие деформации);
- ♦ модель упруго-пластического материала с линейным кинематическим упрочнением основанная на мультипликативном разложении градиента деформаций (большие деформации).

Решение задачи проводилось методом конечных элементов при помощи системы конечно-элементного анализа MSC.Marc. Характерный размер наименьшего элемента  $D$  в окрестности вершины трещины соотносится с половиной ее длины  $a$  как 1:4000.

В качестве параметров материала были выбраны следующие значения: модуль Юнга  $E = 210$  ГПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ , предел текучести  $\sigma_Y = 200$  МПа, модуль упрочнения  $E_T = E/30 = 7$  ГПа, для неогуковского материала  $C_{10} = 0.408$  ГПа, для материала Муни  $C_{10} = 0.3$  ГПа и  $C_{01} = 0.104$  ГПа, структурный параметр  $d_* = 1000 \mu\text{m} = a/100$ . Константы для материалов Муни-Ривлина и неогуковского подобраны так, чтобы при малых

деформациях определяющее соотношение переходило в закон Гука с константами  $E$  и  $\nu$ . Длина трещины была принята равной 0,2 м.

В сравнительной таблице сведены данные о расчете параметров разрушения для различных моделей материала. В таблице имеется ряд незаполненных ячеек для показателя сингулярности интенсивности напряжений. В данном случае не удалось найти стабильное значение показателя сингулярности по результатам аппроксимации решения на различных группах узлов конечно-элементной сетки.

Таблица

Параметры разрушения для различных моделей материала

Модель материала	$\sigma_{22}^{\infty}$ , МПа	Показатель сингулярности				$J$ -интеграл, Н/м	$\bar{\sigma}$ , МПа	CTOD, мкм
		$\sigma_{11}$	$\sigma_{22}$	$\sigma_{33}$	$\sigma_{int}$			
Линейно упругий	100	-0.51	-0.49	-0.50	-0.49	$1.39 \cdot 10^4$	1367	17.2
	200	-0.51	-0.49	-0.50	-0.49	$5.59 \cdot 10^4$	2734	69.7
Упруго-пластический с кинематическим упрочнением (малые деформации)	100	-0.15	-0.13	-0.37		$1.39 \cdot 10^4$	798	40
	200	-0.46	-0.25	-0.37		$7.89 \cdot 10^4$	1412	204
Неогуковский сжимаемый	100	-0.52	-0.48	-0.50	-0.49	$1.27 \cdot 10^4$	1335	17.1
	200	-0.52	-0.48	-0.50	-0.49	$5.09 \cdot 10^4$	2633	68.2
Муни-Ривлин сжимаемый	100	-0.52	-0.48	-0.50	-0.49	$1.27 \cdot 10^4$	1345	18.2
	200	-0.52	-0.48	-0.50	-0.49	$5.09 \cdot 10^4$	2647	69.5
Упруго-пластический с кинематическим упрочнением (аддитивная декомпозиция)	100	-0.22	-0.16	-0.29	-0.21	$1.08 \cdot 10^4$	728	32.9
	200	-0.47	-0.25	-0.33	-0.31	$7.78 \cdot 10^4$	1315	210
Упруго-пластический с кинематическим упрочнением (мультипликативная декомпозиция)	100	-0.22	-0.17	-0.36	-0.24	$1.19 \cdot 10^4$	709	30.8
	200	-0.34	-0.17	-0.38	-0.26	$7.29 \cdot 10^4$	1280	208

Показатель сингулярности напряжений, осредненные напряжения, CTOD очень чувствительны к качеству конечно-элементной сетки,  $J$ -интеграл является стабильным по отношению к качеству конечно-элементной сетки, показывая приемлемую точность даже на грубых сетках. Показатель сингулярности напряжений - наиболее трудно вычисляемый параметр из рассмотренных. Осредненное напряжение  $\bar{\sigma}$  чувствительно к выбору размеров зоны осреднения. При уменьшении отношения  $d/a$  погрешность вычисления  $\bar{\sigma}$  резко возрастает. Учет геометрической нелинейности в задаче о растяжении бесконечной плоскости с трещиной для реальных параметров материала (металлические материалы) и нагружения не оказывает существенного влияния на параметры разрушения ( $J$ -интеграл,  $\bar{\sigma}$ , CTOD). Причиной этого являются малые размеры области больших деформаций в сравнении с длиной трещины.