

СЕКЦИЯ «ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ»

УДК 621.391.82

Н.Р.Гараева (3 курс, каф. ЭСиАЭС), Р.П.Кияткин, к.т.н., доц.

**ВЕРНАЯ СХЕМНАЯ МОДЕЛЬ ТРЕХФАЗНОГО ТОКОПРОВОДА,
 ПОДКЛЮЧЕННОГО К ИСТОЧНИКАМ Э.Д.С.**

В инженерной практике все большее значение приобретают методы, позволяющие отражать электромагнитные процессы в электротехнических устройствах на схемных моделях. В [1, 2] предложены схемы замещения токоведущих систем с массивными проводящими элементами при задании токов в токонесущих проводах. Но с практической точки зрения интересен также и режим работы токоведущей системы, когда заданными являются напряжения между торцами проводов на входе системы. Целью данной работы является развитие методики построения схем замещения токопроводов с немагнитными ($\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м) проводами [1] в указанном случае. Для простоты и наглядности взят трехфазный токопровод без экранов (рис. 1), но, в отличие от [1], нагруженный на сопротивления Z_A , Z_B и Z_C .

Для получения приближенной схемной модели трехфазного токопровода, как и в [1], массивные шины фаз мысленно разбиваются на N_A , N_B и N_C ($N_A + N_B + N_C = N$) элементарных проводников (ЭП) с элементарными токами \dot{I}_k ($k = \overline{1, N}$), распределение которых по сечениям S_k ЭП полагается постоянным. Далее используется концепция *условных элементарных витков* (УЭВ) [1]. Но если в [1] «прямыми» проводниками УЭВ являлись все ЭП шин, а «обратным» одна общая для всех витков фиктивная нить с нулевым сопротивлением (так называемая 0-нить), то в рассматриваемом случае шины представляются совокупностью УЭВ, содержащей $N-1$ виток, с одним общим обратным (*опорным*) ЭП. Очевидно, что искомое токораспределение не должно зависеть от его выбора: опорным может быть любой ЭП системы. Для удобства и наглядности дальнейшего изложения пусть им будет последний ЭП в шине фазы C , т.е. N -ый ЭП.

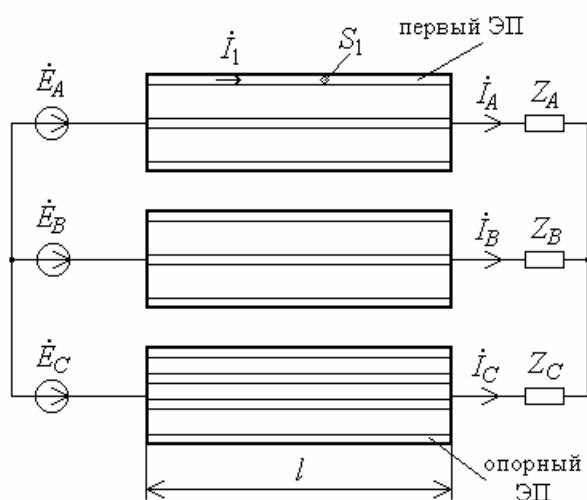


Рис. 1. Схема включения токопровода и дискретизация его шин

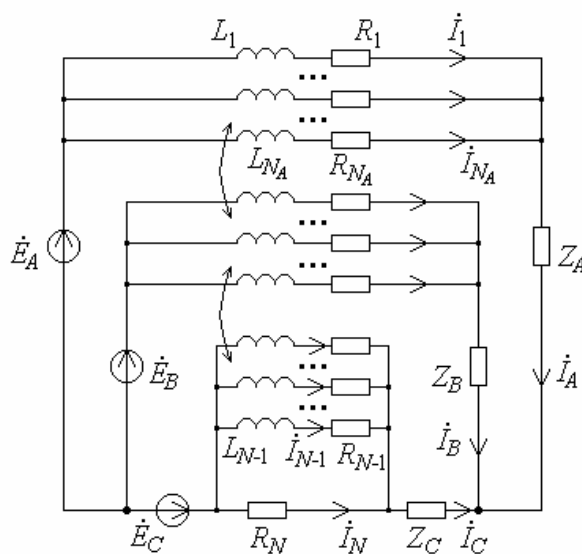


Рис. 2. Схема замещения токопровода

Совокупности таких УЭВ соответствует веерная схема замещения (рис. 2), в которой УЭВ представляются LR -ветвями, индуктивно связанными между собой, сопротивлениями нагрузки (Z_A и Z_C для УЭВ фазы A , Z_B и Z_C для УЭВ фазы B , а в УЭВ фазы C нагрузочные сопротивления не входят, так как опорный ЭП выбран в шине этой фазы) и резистором R_N , сопротивление которого равно омическому сопротивлению опорного ЭП, рассчитанному как и сопротивления остальных ЭП, по формуле $R_k = l/(\gamma S_k)$, где γ – удельная электропроводность шин. Собственная индуктивность k -го УЭВ с опорным ЭП и взаимная индуктивность между k -ым и q -ым УЭВ с общим (опорным) ЭП находятся по формулам, полученным с использования справочника [3]:

$$L_k = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{d_{kN}^2}{g_k g_N}, \quad M_{kq} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{d_{kN} d_{qN}}{d_{kq} g_N},$$

где d_{kN} – расстояние между центрами сечений k -го и N -го ЭП; g_k – среднее геометрическое расстояние площади сечения S_k k -го ЭП от самой себя [3].

Введем следующие обозначения:

\mathbf{I}_A – N_A -мерный столбец токов ЭП шины фазы A ;

\mathbf{R}_{AA} – диагональная матрица ($N_A \times N_A$) активных сопротивлений ЭП шины фазы A ;

\mathbf{M}_{AA} – симметричная матрица ($N_A \times N_A$) собственных и взаимных индуктивностей УЭВ, основной частью которых являются ЭП шины фазы A ;

$\mathbf{1}_A$ – столбец из N_A единиц;

$\mathbf{1}_{AA}$ – квадратная матрица из ($N_A \times N_A$) единиц;

\mathbf{M}_{AB} – прямоугольная матрица ($N_A \times N_B$) взаимных индуктивностей УЭВ, в которые входят ЭП шин фаз A и B ;

$\mathbf{1}_{AB}$ – прямоугольная матрица ($N_A \times N_B$), состоящая из единиц;

$\mathbf{M}_{BA} = \mathbf{M}_{AB}^t$;

t – знак транспонирования;

\mathbf{M}_{AC} – прямоугольная матрица ($N_A \times (N_C - 1)$) взаимных индуктивностей УЭВ, образованных ЭП шин фаз A и C . Аналогичные обозначения используются и для шин фаз B и C , причем соответствующие матрицы имеют размеры N_B и $(N_C - 1)$, так, например, $\mathbf{0}_C$ обозначает нулевой ($N_C - 1$)-мерный столбец.

Тогда уравнения схемы замещения (рис. 2), составленные по законам Кирхгофа ($N-1$ – по второму и одно – по первому), можно представить в следующей компактной (блочноматричной) форме

$\mathbf{R}_{AA} + j\omega\mathbf{M}_{AA} + (Z_A + Z_C)\mathbf{1}_{AA}$	$j\omega\mathbf{M}_{AB} + Z_C\mathbf{1}_{AB}$	$j\omega\mathbf{M}_{AC}$	$-R_N\mathbf{1}_A$	\mathbf{I}_A	$=$	$(\dot{E}_A - \dot{E}_C)\mathbf{1}_A$
$j\omega\mathbf{M}_{BA} + Z_C\mathbf{1}_{BA}$	$\mathbf{R}_{BB} + j\omega\mathbf{M}_{BB} + (Z_B + Z_C)\mathbf{1}_{BB}$	$j\omega\mathbf{M}_{BC}$	$-R_N\mathbf{1}_B$	\mathbf{I}_B		$(\dot{E}_B - \dot{E}_C)\mathbf{1}_B$
$j\omega\mathbf{M}_{CA}$	$j\omega\mathbf{M}_{CB}$	$\mathbf{R}_{CC} + j\omega\mathbf{M}_{CC}$	$-R_N\mathbf{1}_C$	\mathbf{I}_C		$\mathbf{0}_C$
$\mathbf{1}_A^t$	$\mathbf{1}_B^t$	$\mathbf{1}_C^t$	1	\dot{I}_N		0

Сформулированная система линейных алгебраических уравнений имеет порядок N . В результате ее решения определяются элементарные токи в ЭП. Знание токораспределения в токопроводе позволяет найти все необходимые электромагнитные параметры токопровода [1, 2, 4].

Приведенную систему уравнений можно преобразовать, исключив из нее последнее уравнение подстановкой выражения тока опорного ЭП через токи остальных ЭП:

$$\dot{I}_N = -(\dot{I}_1 + \dots + \dot{I}_{N_A} + \dots + \dot{I}_{N_A+N_B} + \dots + \dot{I}_{N-1}).$$

После преобразований получается система уравнений $N-1$ -го порядка с симметричной матрицей, с введением новых обозначений принимающая следующий «однородный» вид

$$\begin{array}{|c|} \hline \mathbf{R}'_{AA} + j\omega\mathbf{M}_{AA} + \\ + (Z_A + Z_C)\mathbf{1}_{AA} \\ \hline \mathbf{R}_N\mathbf{1}_{BA} + j\omega\mathbf{M}_{BA} + \\ + Z_C\mathbf{1}_{BA} \\ \hline \mathbf{R}_N\mathbf{1}_{CA} + j\omega\mathbf{M}_{CA} \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{I}_A \\ \hline \mathbf{I}_B \\ \hline \mathbf{I}_C \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline (\dot{E}_A - \dot{E}_C)\mathbf{1}_A \\ \hline (\dot{E}_B - \dot{E}_C)\mathbf{1}_B \\ \hline \mathbf{0}_C \\ \hline \end{array},$$

где $\mathbf{R}'_{AA} = \mathbf{R}_{AA} + \mathbf{R}_N\mathbf{1}_{AA}$ и т.д.

Выполненные пробные расчеты, в том числе для токопроводов из [4], показали полное совпадение результатов, полученных решением обеих приведенных систем уравнений при различном выборе опорного ЭП, что свидетельствует о надежности изложенной методики расчета токоведущих систем при задании напряжений между торцами их проводов (шин) на входах систем.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Практикум по ТОЭ. – Ч. 3.: Учебное пособие / М.А.Шакиров, Р.П.Кияткин, В.С.Лопатин и др. / Под редакцией М.А.Шакирова. – СПб: Изд-во СПбГТУ, 1995. – 168 с.
2. Шакиров М.А., Кияткин Р.П., Кузнецов И.Ф. Расчет электромагнитных сил в электродинамических системах с использованием веерных схем замещения массивных проводников // Изв. РАН. Энергетика. – 1999. – № 6. – С. 104-117.
3. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей. Справочная книга. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 488 с.
4. Тозони О.В., Колерова Т.Я. Многофазные промышленные тоководы: Справочник. – К.: Наукова думка, 1966. – 368 с.

