

УДК 577.512

Е.Б.Львова (5 курс, каф. ЭФ), Д.А.Паршин, д.ф.-м.н., проф.

МАСШТАБНО-ИНВАРИАНТНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ В БИОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

За последнее время существенно выросло количество исследований различных систем, подчиняющихся степенному закону и, следовательно, обнаруживающих явление масштабной инвариантности.

Целью данной работы является исследование флуктуаций биологического процесса методом оценки фрактальной размерности для разделения периодических и шумовых составляющих сигнала и оценки его хаотичности на примере анализа энцефалограммы. Для этого воспользуемся понятием фрактального броуновского движения. Это возможно с помощью исследования параметра H , который характеризует фрактальное броуновское движение (ФБД) и представляет собой степень изрезанности графика. ФБД - это случайный процесс, обладающий некоторой памятью. Дисперсия ФБД равна $(t_2 - t_1)^{2H}$, где $(t_2 - t_1)$ - интервал времени. При $H = 1/2$ ФБД совпадает с классическим броуновским движением, лишь в этом случае приращения независимы (марковский процесс). При $H > 1/2$ функция $X(t)$ обычно возрастает в будущем, если она возростала в прошлом. Если же $H < 1/2$, то функция $X(t)$ обычно убывает в будущем, если она возростала в прошлом. Приращения не являются независимыми? кроме случая $H=1/2$. Приращения ФБД обладают свойством статистического самоподобия (масштабной инвариантностью).

Мы провели исследование экспериментальной энцефалограммы мыши, подвергнутой пятиминутной асфиксии. На энцефалограмме выделены четыре стадии (рис.1): 1) BL – base line – базовая линия; 2) SP – silent period – период молчания; 3) ER – early recovery – раннее восстановление; 4) LR – late recovery – позднее восстановление.

Сигнал был переведен в цифровую форму, сделаны по одной выборке длиной около 200 значений из каждой из четырех стадий. Для каждого значения выборки вычислена последовательность приращений от 1 до 10 и от 1 до 50. Методом анализа флуктуаций приращений получена зависимость среднеквадратичной флуктуации от временного интервала приращения. Методом регрессии была оценена фрактальная размерность и параметр H для каждой выборки. Были построены гистограммы выборок и оценена их близость к гауссовым методом χ^2 выборок. Было проведено цифровое преобразование Фурье и методом регрессии в логарифмическом масштабе оценена зависимость амплитуд спектральных составляющих от частоты.

Результаты показали, что на всех четырех стадиях распределение приращений далеко от гауссовского, в спектре доминируют частоты, близкие к 4 Гц, а также частоты около 1,3 Гц и 2,5 Гц. Эти частоты были отфильтрованы из сигнала цифровыми фильтрами Баттервортовского типа первого порядка. Оставшийся сигнал вновь был проанализирован на соответствие гистограммы гауссовскому распределению и на фрактальную размерность. Результаты показали следующее. Несмотря на одинаковую фильтрацию, разные стадии показали разные результаты, хотя все сигналы стали близки к случайным (H -параметр - от 0,36 до 0,57). Поскольку H -параметры сигналов на стадии SP и на стадии ER несколько отличаются от величины 0,5, то была проделана дополнительная фильтрация в области частот около 2 Гц для ER сигнала, а также отменена фильтрация в области частот около 3 Гц

для SP сигнала. В результате для сигнала SP Н-параметр изменился с 0,57 до 0,52, а для ER сигнала с 0,36 до 0,57.

Масштабная инвариантность соблюдалась внутри каждой из четырех стадий вплоть до 150–200 измерений, но нарушалась при переходе от одной стадии к другой, что свидетельствует о разном поведении подопытного животного на разных стадиях.

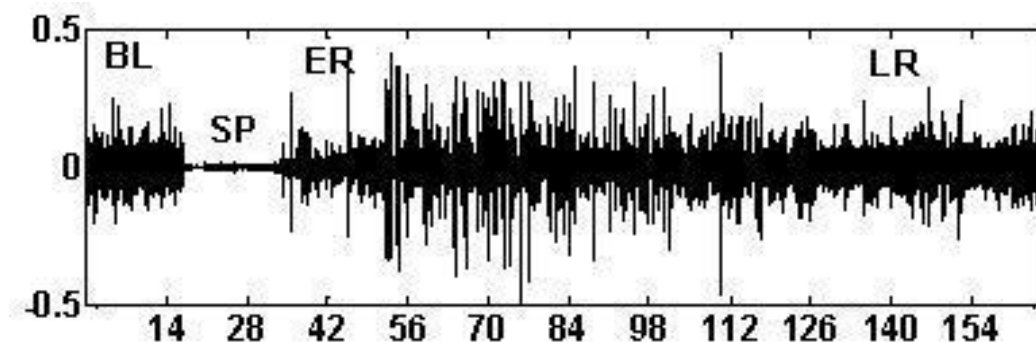


Рис.1. Полная энцефалограмма в относительных единицах. По оси абсцисс - время в секундах. По оси ординат – напряжение сигнала

Анализ показал, что на всех стадиях присутствуют сигналы одной и той же частотной области, но резкое воздействие на организм подопытного животного (асфиксия) приводит к неравномерному ослаблению различных частот. На стадии раннего восстановления после периода молчания сигналы всех частот нарастают, но появляются новые частотные составляющие, ослабевающие на стадии позднего восстановления. Кроме выделенных частот, в сигнале имеются шумовые составляющие, близкие к случайному некоррелированному процессу. Этот вывод был сделан после оценки фрактальной размерности шумовой составляющей. Фрактальная размерность ($d = 2 - H$) сигнала с отфильтрованными периодическими компонентами не более чем на 10% отличалась от теоретического значения 1,5 для случайного процесса, а гистограмма сигнала могла считаться гауссовской кривой по результатам χ^2 теста. Внутри каждой стадии фильтрованный сигнал обладал масштабной инвариантностью.

Таким образом, показана возможность количественного анализа степени стохастичности биологического процесса на различных стадиях по определению его фрактальной размерности и по оценке масштабной инвариантности.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Г. Хакен Тайны природы. Синергетика: наука о взаимодействии. Институт компьютерных исследований, Москва, 2003, 320 стр.
2. Г. Шустер Детерминированный хаос, Мир, Москва, 1988, 240 стр.
3. С.В. Божокин, Д.А Паршин Фракталы и мультифракталы, РХД, Москва, 2001, 128 стр.
4. Б. Мандельброт. Фрактальная геометрия природы, Институт компьютерных исследований, Москва, 2002.