

УДК 534: 519.6

С.А.Юферев (5 курс, каф. РФ), Б.А.Мартынов, к.т.н., проф.

РЕЖИМЫ УДВОЕНИЯ И УТРОЕНИЯ ПЕРИОДА КОЛЕБАНИЙ В НЕАВТОНОМНОМ ОСЦИЛЛЯТОРЕ ДУФФИНГА

ABSTRACT: The oscillations of nonautonomous Duffing oscillator after period-tripling and period-doubling bifurcations have been investigated. Bifurcations borders for external frequencies and external amplitudes were determined. Some features of scenario of transition to chaotic motion were found. The basic attention has been given to searching of the range where trebled period oscillations are realized.

В работе исследовались режимы с субгармониками, кратными 2 и 3. Конечной задачей исследования является рассмотрение для уравнения Дуффинга

$$\frac{dx^2}{d\tau^2} + 2\delta \frac{dx}{d\tau} + x + x^3 = \varepsilon \cos \Omega \tau$$

“странного” поведения решений, которое можно объяснить появлением большого числа субгармонических решений высоких порядков. Основное внимание было уделено поиску границ решений, соответствующих режимам с утроенным периодом колебаний.

Процедура поиска, реализованная в приложении MatLAB, заключается в изменении частоты внешнего воздействия Ω при неизменной амплитуде ε . Входными параметрами являются амплитуда и диапазон частот внешнего воздействия. Первоначально выбирается достаточно большой отрезок частотной оси, разбиваемый на части с шагом, равном одной трети его длины. В точках разбиения разыскиваются субгармоники, которые показывали бы существование режима с утроенным периодом колебаний. Если упомянутых гармоник не найдено, то границы отрезка смещаются к центру таким образом, чтобы ширина нового отрезка составила порядка 98% от первоначальной с соответствующим уменьшением шага. Если находится хотя бы одна точка, отвечающая режиму утроения периода колебаний, то разыскиваются границы области (включающие найденную точку), в которых данный режим сохраняется. С этой целью задается отклонение частоты в разные стороны от найденной точки и применяется описанный выше алгоритм. Повторение всех этих процедур продолжается до тех пор, пока не достигается заданная точность определения частоты внешней силы порядка 1% от длины первоначального отрезка. Затем вычисления повторяются для нового значения амплитуды. В ходе реализации этой процедуры могут быть найдены зависимости амплитуды третьей субгармоники от частоты внешней силы. Тот же алгоритм применялся для поиска бифуркационных границ, соответствующих режиму удвоения периода.

Результаты, полученные для режимов утроения периода, представлены на рис. 1. Смещение характеристики в целом вправо по частотной оси при увеличении Ω , что вполне соответствует поведению резонансной кривой для данного типа уравнения, и было показано ранее на примере главного резонанса [2].

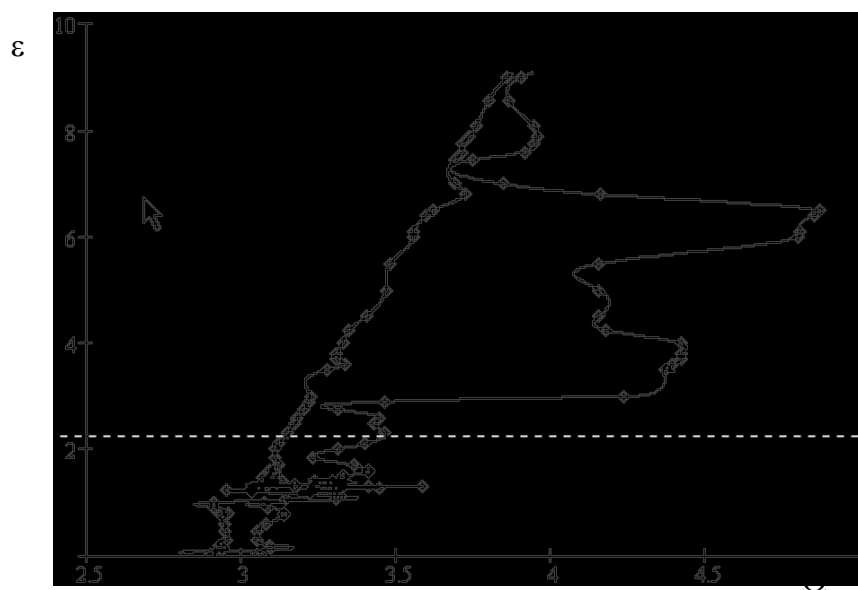


Рис. 1. Фрагмент бифуркационной диаграммы. Границы области, в которой существует режим утроения периода

ЛИТЕРАТУРА:

1. Юферев С.А., Мартынов Б.А. Эволюция спектра колебаний неавтономного осциллятора Дуффинга при изменении частоты и амплитуды гармонического воздействия // Материалы межвузовской научной конференции “XXXI неделя науки СПбГТУ”, СПб. 2003.
2. Юферев С.А., Мартынов Б.А. О границах применимости метода усреднения при анализе осциллятора Дуффинга // Материалы межвузовской научной конференции “XXX юбилейная неделя науки СПбГТУ”, СПб, 2002, С. 4.