

УКД 004.052

Ле Куанг Минь (6 курс, каф. АиВТ), А.С.Смирнов, д.т.н, проф.

## РАЗРАБОТКА ПРОГРАММЫ ПОИСКА ВСЕХ ПУТЕЙ УСПЕШНОГО ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ ДЛЯ РАСЧЁТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЁЖНОСТИ СТРУКТУРНО-СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Для расчёта численных значений показателей надёжности, таких, например, как вероятность работоспособного состояния системы  $P_c(t)$  и средняя наработка до отказа  $T_c$  для невозстанавливаемых и восстанавливаемых систем и в ряде других задач теории надёжности, самым важным этапом решения является этап получения функции работоспособного состояния (ФРС) структурно-сложных систем.

В работе [2] приведен алгоритм поиска путей успешного функционирования по матрице связности.

Дано: матрица связности  $A$ , матрица-столбец  $V_1$ , соответствующий стоку, номера стока и истока. Найти все пути, ведущие из истока в сток.

1) Берём столбец  $V_1$  и проверяем, не содержит ли он дуг, начинающихся с истока. Если такие дуги есть, то выписываем их, запоминаем и заменяем в  $V_1$  нулями. Полученный в результате такой замены столбец обозначаем  $V_1^*$ .

2) Полагаем  $k = 2$ .

3) Находим произведение  $V_k = AV_{k-1}^*$ , (1)

где  $V_k$  – матрица-столбец, полученный при  $(k-1)$ -м умножении по формуле (1);  $V_{k-1}^*$  – матрица-столбец, полученный за счёт преобразования  $V_{k-1}$ .

4) Проверяем: а) наличие в  $V_k$  путей, начинающихся с истока, и если такие пути есть, то выписываем их, запоминаем и заменяем в  $V_k$  нулями; б) наличие путей в  $V_k$ , содержащих циклы, и если такие пути есть, то заменяем их в  $V_k$  нулями. Полученный после этих преобразований столбец обозначаем  $V_k^*$ .

5) Проверяем, не является ли столбец  $V_k^*$  нулевым: а) если  $V_k^* = 0$ , то переходим к шагу 7; б) если  $V_k^*$  не равен 0, то переходим к шагу 6.

6) Производим проверку условия  $k \leq n-1$ : а) если  $k < n-1$ , то увеличиваем  $k$  на единицу и переходим к шагу 3; б) если  $k = n-1$ , то переходим к шагу 7.

7) Рассматриваем список полученных путей и производим замену дуг и вершин каждого пути элементами типа  $x_i$ , в результате чего получаем список элементарных конъюнкций. Записываем логическую сумму конъюнкций, которая будет представлять собой ФРС (при наличии в системе одного стока). Полученная функция алгебры логики (ФАЛ) будет записана в дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ), в которой каждая элементарная конъюнкция соответствует определённому пути, имеющемуся в графе СЛС, а следовательно, и в структурной схеме системы.

Для полносвязанного графа не трудно доказать методом математической индукции, что количество путей между 2 любыми двумя вершинами графа  $n$  вершин является:

$$N(n) = A_{n-2}^0 + A_{n-2}^1 + A_{n-2}^2 + \dots + A_{n-2}^{n-3} + A_{n-2}^{n-2} \quad (2)$$

где  $N$  – количество неповторных путей между двумя вершинами;  
 $n$  – размер графа (количество вершин в графе),

$$A_m^i = \frac{m!}{(m-i)!} \quad (3)$$

Для  $n = 4$ , очевидно, что  $N(n) = 1 + 2 + 2 = 5$ .

Надо отметить, что с увеличением размера графа функция  $N(n)$  резко увеличивается, так как  $N(n)$  пропорционально  $(n-2)!$ :  $N(4) = 5$ ;  $N(5) = 15$ ;  $N(6) = 65$ ;  $N(7) = 326$ ;  $N(8) = 1957$ .

Моделировать приведенный алгоритм поиска всех путей между двумя вершинами сложно, поскольку приведенный алгоритм только удобен при ручных расчетах для графов малого размера. По алгоритму надо проверять  $V_k, V_k^*$  (4-й и 5-й шаги), но реализация программным путём этих этапов очень сложна, поскольку элементы матрицы  $V_k, V_k^*$  являются переменными строками. Исходя из этих сложностей, была поставлена задача разработать алгоритм и написать программу поиска всех путей между двумя вершинами графа. Эта задача сильно отличается от других известных задач по графам, так как в теории графов обычно ставится задача поиска кратчайшего пути, или поиска оптимального пути, или поиска путей, включающих все вершины, и также поиска полных контуров (циклов). Так как надо найти все элементарные пути (маршруты) из одной вершины в другую, мы можем это сделать только способом рассмотрения всех возможностей переходов из каждой вершины в другую, которая не встречалась до этого момента в маршруте.

Алгоритм программы имеет вид «поиска по глубине», то есть из начальной вершины графа идем в другую вершину (в которую можно перейти из этой вершины), и затем дальше до конечной вершины. Если нет возможности дойти до конечной вершины, то необходимо вернуться обратно на предыдущую, от которой перейти по другим ветвлениям.

Разработанная программа написана на языке программирования C++. Реализация процедуры поиска путей использует метод рекурсивного программирования.

Используя разработанную программу, в работе получены результаты, полностью совпадающие с ожидаемыми.

Пример 1:

Для графа, изображенного на рис. 1

$$A1 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 12 & 13 & 14 \\ 21 & 0 & 23 & 24 \\ 31 & 32 & 0 & 34 \\ 41 & 42 & 43 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}; \quad B1 = \begin{bmatrix} 14 \\ 24 \\ 34 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad B1^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 24 \\ 34 \\ 0 \end{bmatrix}$$

В файле ввода DATA.TXT (соответствующий граф)

4	1	4	
0	1	1	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	0	0	0

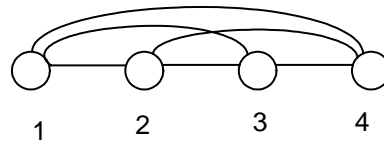


Рис 1.

В файле вывода OUT.TXT:

$$F(1,4) = 1\ 2\ 3\ 4 \vee 1\ 2\ 4 \vee 1\ 3\ 2\ 4 \vee 1\ 3\ 4 \vee 1\ 4$$

Полученный результат полностью совпадает с результата ручного расчета.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Бендерская Е.Н., Колесников Д.Н. и др. Системный анализ и принятие решений. Учебное пособие. СПбГТУ, 2001.

2. Курочкин Ю.А., Смирнов А.С., Степанов В.А. Надежность и диагностирование цифровых устройств и систем. СПбГТУ, 1993.
3. Шилдт Г. Самоучитель С++, 3-е издание. ВHV-СПб, 1998.
4. Вычислительные, измерительные и управляющие системы. Сборник научных трудов. Труды СПбГТУ №449. СПбГТУ, 1994.