XXXIII Неделя науки СПбГПУ. Материалы межвузовской научно-технической конференции. Ч.V: С.66-67, 2005.

УДК 681.51.015

Р.Д.Налейкин (5 курс, каф. САиУ), В.Е.Куприянов, д.т.н., проф.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЛИНЕЙНОГО ДИСКРЕТНОГО ОБЪЕКТА ГРАДИЕНТНЫМ МЕТОДОМ

В теории автоматического управления принципы построения системы управления разрабатывались на основе заданной модели [1]. В дальнейшем оказалось, что во многих случаях модель, принятая при проектировании, существенно отличается от реального объекта, что значительно уменьшало или сводило на нет эффективность разработанной системы управления. В связи с этим возникло одно из новых и важных направления в теории управления, связанное с построением модели на основании наблюдений, полученных в условиях функционирования объекта по его входным и выходным переменным. Это направление известно в настоящее время как идентификация систем.

В данной работе в качестве модели исследования был выбран объект вида:

$$x_t = Ax_{t-1} + bu_{t-1}, \tag{1}$$

с которого будут сниматься входные ($u = R^r$) и выходные ($x_t \in R^n$) значения. Требуется для заданной структуры модели:

$$\bar{x}_t = \bar{A}\bar{x}_{t-1} + \bar{b}u_{t-1}, \tag{2}$$

где $\bar{x}_t \in R^n$ – вектор состояний приближающей модели в t-й момент времени, u_t – управляющее воздействие $u = R^r$; $\bar{A}$ и $\bar{b}$ матрица и вектор идентифицируемых параметров, выбрать значения элементов $\bar{A}$ и $\bar{b}$ (исходя только из входных и выходных переменных модели (1)) так, чтобы минимизировать функционал

$$J = \frac{1}{2}\sum_{t=0}^{N}\left(x_t - \bar{x}_t\right)^T Q\left(x_t - \bar{x}_t\right), \tag{3}$$

где x_t – состояние реального объекта в t-й момент, $\bar{x}_t$ – состояние приближающей модели, Q – симметричная положительно определенная матрица.

Прежде чем решать поставленную задачу, несколько преобразуем исходное уравнение [2]. Введем матрицу *F=(A:b).* Тогда разностное уравнение (2) примет вид:

$$\bar{x}_t = F \cdot \begin{bmatrix} \bar{x}_{t-1} \\ u_{t-1} \end{bmatrix}. \tag{4}$$

Дифференцируя разностное уравнение (4) по вектору f_i, найдем разностные уравнения для функций чувствительности.

$$\eta_{t,i} \overset{\Delta}{=} \frac{d}{df_i}\begin{bmatrix} \bar{x}_t \\ u_t \end{bmatrix}.$$

В результате дифференцирования получим два разностных уравнения, которые будут описывать все функции чувствительности:

$$\begin{aligned} \eta_{t,i} &= \bar{A}\eta_{t-1,i} + E_n x_{t-1,i} \quad i = \overline{1, n}; \\ \eta_{t,i} &= \bar{A}\eta_{t-1,i} + E_n u_{t-1} \quad i = n+1. \end{aligned} \tag{5}$$

Градиент и матрицу Гессе, необходимые для реализации градиентного метода, можно найти путем дифференцирования исходного функционала (2) по составляющим вектора *f*. Продифференцировав первый раз найдем градиент:

$$\nabla J(f) = \sum_{t=0}^{N} \eta_t^T Q(\bar{x}_t - x_t). \tag{6}$$

Продифференцировав второй раз, найдем матрицу Гессе:

$$\nabla^2 J(f) = \sum_{t=0}^{N} \eta_t^T Q \eta_t. \tag{7}$$

Для параметрической идентификации воспользуемся итерационным способом решения [1]

$$\begin{aligned} f_l &= f_{l-1} + \delta f_l \ , \\ \delta f_l &= -\left[\nabla^2 J(f_l)\right]^{-1} \nabla J(f_l). \end{aligned} \tag{8}$$

где l – номер итерации; δf_l^* – оптимальное приращение параметров модели на l-ой итерации.

Для данного алгоритма по разработанным вычислительным процедурам была написана программа в среде MathLab. Одной из поставленных задач было подтверждение того, что метод Ньютона при квадратичном функционале (именно такой функционал мы и минимизировали) приводит к оптимальному решению за один шаг. В результате проведенных опытов было показано, что для объектов второго порядка (апериодическое звено) и третьего (колебательное звено и звено первого порядка) данное утверждение является истинным. Результаты идентификации объектов (а именно, матрицы $\bar{A}$ и $\bar{b}$) полностью совпадали с аналогичными параметрами исходных объектов, которые были использованы для создания последовательностей входных и выходных переменных (u и x). Также был проведен опыт, в котором оценивалось влияние помех на результаты идентификации. При введении помех, имеющих нормальный закон распределения, в результат измерения выходной переменной x качество идентификации улучшалось с увеличением количества шагов, но не улучшалось с увеличение числа итераций. Это связано с тем, что сходимость метода Ньютона зависит от начального приближения, которое на второй итерации может отличаться от оптимального. Для обеспечения сходимости при несоблюдении условия начального приближения рекомендуется использовать модификацию метода Ньютона.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Козлов В.Н., Куприянов В.Е., Заборовский В.С. Вычислительные методы синтеза систем автоматического управления. - Л.: ЛГУ, 1989. 224 с.

2.Куприянов В.Е. Алгоритм оптимизации ньютоновского типа в задачах синтеза САУ // Вычислительная техника, автоматика и радиоэлектроника. - СПб.: ЛГТУ, 1991.