XXXIII Неделя науки СПбГПУ. Материалы межвузовской научно-технической конференции. Ч.V: С.68-69, 2005.

УДК 681.3.016; 621.311.075

С.В.Цейтлин (4 курс, каф. САиУ), В.Е.Куприянов, д.т.н., проф.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ЛИНЕЙНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ

Пусть система управления описывается соотношениями:

$$\dot{x} = Ax + Bu \qquad x(0) = x_0 \qquad y = Hx\,, \tag{1}$$

где $x \in R^n$ – вектор состояния объекта; $y \in R^m$ – вектор выхода; $u \in R^r$ – управление; $A \in R^{n\times n}$, $B \in R^{n\times r}$, $H \in R^{m\times n}$ – матрицы постоянных коэффициентов, $m \le n$. Управление формируется в виде линейной зависимости от выхода:

$$u = Cy\,, \tag{2}$$

где $C \in R^{r\times m}$ – параметры регулятора. Для оценки качества системы управления используется функционал:

$$J(C) = \int_0^{t_k} (x^T Rx + u^T Qu)dt\,, \tag{3}$$

где $R \in R^{n\times n}$, $Q \in R^{r\times r}$ – симметрические неотрицательно определенные постоянные матрицы. В общем случае t_k может быть как конечным, так и бесконечным. В [1] показывается, что вычисление функционала (3) может быть сведено к вычислению величины

$$J = x^T(0)Fx(0)\,, \tag{4}$$

где

$$F = \int_0^{t_k} e^{D^T\tau}\tilde{R}e^{D\tau}d\tau, \quad \tilde{R} = R + H^T C^T QCH\,,\ D = A + BCH\,. \tag{5}$$

Рекуррентный алгоритм вычисления интеграла (5) описан в [2]. Пусть $h = \dfrac{t_k}{2^N}$, где N – целое положительное число (в случае, если t_k конечно). Тогда рекуррентное соотношение для вычисления $I_N = \int_0^{t_k} e^{D^T\tau}\tilde{R}e^{D\tau}d\tau$ имеет следующий вид:

$$I_{k+1} = I_k + \varphi^T{}_k I_k \varphi_k, \quad k = 0,1,\dots,N-1, \text{ где } I_k = \int_0^{2^k h} e^{D^T\tau}\tilde{R}e^{D\tau}d\tau, \ \ \varphi_k = e^{2^k Dh}.$$

При этом в качестве I_0 берется:

$$I_0 = \frac{h}{2}\left(e^{D^T\tau}\tilde{R}e^{D\tau}d\tau + \tilde{R}\right) - \frac{h^2}{12}\left[D\left(e^{D^T\tau}\tilde{R}e^{D\tau}d\tau - \tilde{R}\right) + \left(e^{D^T\tau}\tilde{R}e^{D\tau}d\tau - \tilde{R}\right)D\right].$$

При создании автоматизированной процедуры могут возникать ситуации, при которых такой алгоритм не является эффективным. Например, наиболее распространенной «аварийной» ситуацией является возникновение переполнения разрядной сетки, когда некоторые переменные в процессе вычисления получают значения, превышающие максимально допустимые значения для соответствующего типа данных. Эта ситуация всегда возникает при неустойчивости объектов. Обычно при возникновении подобной ошибки происходит автоматическое завершение работы с потерей всех промежуточных данных. Для того чтобы избежать подобной нежелательной ситуации используют встроенные средства обработки прерываний. Однако предлагаемые в среде программирования Visual Fortran 6.0 и MS C++ встроенные средства обработки прерываний являются несовершенными. В результате прерывания, если оно обрабатывается встроенными средствами, процесс завершается, и выдается сообщение, например, такое:

Run-time error M6103: MATH – floating-point error: divide by zero

Средство обработки прерываний может быть написано разработчиком. Для этого может использоваться команда hand_fpe. Однако на новые прерывания обработчик реагировать не будет.

Подобный контроль легко осуществляется в среде MATLAB при помощи использования встроенной функции isfinite(). Синтаксис функции следующий: TF = isfinite(A) , где TF – переменная в которой содержится результат выполнения функции, A – массив, значения которого могут не помещаться в разрядную сетку. Функция isfinite() возвращает массив той же размерности, что и A, содержащий логические единицы на месте тех значений массива A, которые помещаются в разрядную сетку и логические нули на месте тех значений массива A, которые не помещаются в разрядную сетку.

Таким образом, при обнаружении выхода значения интеграла из разрядной сетки на *к*-ом шаге можно остановить выполнение программы и итерационно найти значение t_i, при котором происходит этот выход.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Козлов В.Н, Куприянов В.Е, Заборовский В.С. Вычислительные методы синтеза систем автоматического управления.

2. Ракитский Ю.В., Устинов С.М., Сениченков Ю.Б., Высокобойников С.П. Алгоритмы и программы интегрирования дифференциальных уравнений. - Л.: 1982.