

УДК 681.3 (075.8)

А.В.Макарчук (СПбГУАП), Н.В.Макарчук, к.т.н.

МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ ПЛОТНОЙ УПАКОВКИ КРУГОВ

При термической резке листового материала [1,2] актуальной задачей является экономия материала. В связи с этим автоматизация раскроя с целью уменьшения отходов становится одной из главных задач.

Пусть имеется произвольный набор кругов с радиусами, записанными в вектор R . Необходимо наиболее плотно разложить данные круги на плоскости. Вначале проводится сортировка кругов в порядке возрастания размера их радиуса, от меньшего к большему. Далее необходимо задать комбинаторику их касаний. Комбинаторика K является схемой касаний кругов, в которой каждый узел i обозначает круг, а ребра, соединяющие узлы, обозначают касание кругов, находящихся в данных узлах. Построение плотной упаковки кругов будем проводить на простых комбинаториках, которой является, например, гексагональная, т.е. каждый внутренний круг касается шести кругов. Из данного набора радиусов кругов возьмем самые наименьшие и самые крупные круги и разместим их в граничных узлах комбинаторики, причем количество крупных и мелких кругов должно быть примерно равным и они располагаются поочередно - сначала все упорядоченные крупные, а затем все мелкие. После этого производится расчет плотной упаковки кругов для заданных граничных кругов [3].

Решение удовлетворяет следующей нелинейной системе N уравнений, записанных для каждого внутреннего узла i .

$$\left\{ \sum_j \alpha(r_i; r_j, r_{j+1}) = A \quad : i = 1, \dots, N \right\} \quad (1)$$

при следующих граничных условиях:

$$R(w) = g(w) \quad (2)$$

где $\alpha(r_i; r_j, r_{j+1})$ – центральный угол вокруг узла для трех смежных кругов; A – целевая функция; j – узлы, соседние с i -тым; w – граничный узел.

Полученные из расчета радиусы кругов для внутренних узлов записываются в вектор R' и сортируются в порядке возрастания. Из вектора R первоначально заданных кругов исключаются круги, вошедшие в число граничных узлов. Каждому радиусу рассчитанного вектора R' сопоставляется радиус круга из заданных R . Поскольку оба вектора упорядочены по размерам радиусов, сопоставляемые радиусы имеют один и тот же индекс, то есть $r'_j \sim r_j$. Так как очевидно, что $r'_j \neq r_j$ нам необходимо для тех кругов, которые превышают размер расчетных, освободить им место среди других кругов. Это можно сделать следующим образом: раздвинув граничные узлы друг от друга в районе данного круга.

Таким образом, задача размещения набора R кругов в плотной упаковке R' сводится к нахождению значений параметра η (косинус угла пересечения кругов) для граничных узлов, при которых выполняется условие $r'_j \geq r_j$. Искомое значение параметра η_k , где k - количество сторон многоугольника в комбинаторике K , соответствует минимальному значению следующей целевой функции:

$$\Phi(\eta_k) = |\min(r'_j(\eta_k) - r_j)|, \quad \Phi(\eta_k^*) = \min \Phi(\eta_k) \quad (3)$$

где η_k^* – оптимальное значение параметра. Минимум функции Φ находится методом сопряженного градиента.

После определения η_k^* набор расчетных кругов R' заменяется на набор заданных кругов R , которые помещаются в комбинаторику K , в соответствии с местоположением каждого круга. Так как $r'_j \geq r_j$, то круги R могут располагаться в данной комбинаторике либо с касанием, либо с зазором. Поэтому необходимо каким-либо образом уплотнить данную компоновку кругов. Это осуществляется следующим простым способом. Какая-либо из границ комбинаторики выбирается в качестве базовой линии. Берется ближайший внутренний круг к данной линии и сдвигается в сторону границы так, чтобы он касался граничных кругов минимум в двух точках. Такая операция проводится со всеми кругами, расположенными вдоль этой границы. При этом отслеживается, чтобы каждый последующий круг в этом ряду, не пересекал предыдущий в этом же ряду. Если такое происходит, то для этого круга в качестве одной из точек касания берется предыдущий круг. Затем базовая линия переносится во вновь уложенный ряд, и данная операция повторяется для следующего ряда кругов. Так осуществляется сдвиг кругов к одной из границ комбинаторики. В качестве первой базовой линии лучше выбрать границу, для которой η_k^* будет минимальна. Это приведет к тому, что уплотнение пойдет в сторону наиболее плотно лежащих кругов.

Таким образом, суммируя вышесказанное, данная методика состоит из последовательности следующих шагов:

1. Размещаем набор наибольших и наименьших кругов в граничные узлы комбинаторики K .
2. Ищутся оптимальные значения η_k^* для границ комбинаторики K .
3. Для внутренних узлов комбинаторики K проводится расчет радиусов кругов R' плотной упаковки.
4. Набор расчетных кругов R' заменяется набором из заданных кругов R и уплотняется.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Макаручук Н.В., Макаручук А.В., Пиль Э.А. Компьютерная программа оптимизации холостых проходов и раскроя при лазерной резке листового материала.- Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика, №10, 2003 с.25-26.
2. Макаручук Н.В., Макаручук А.В., Пиль Э.А. Оптимизация лазерного раскроя листового материала. СТИН, №6, 2004, с.39-40.
3. Collins C.R., Stephenson K. A circle packing algorithm. - Computational Geometry: Theory and Application, 25 (2003), pp.233-256.