

УДК 539.3

П.В.Ткачев (6 курс, каф. МПУ), А.М.Кривцов, д.ф.-м.н., проф.

КРИТЕРИЙ УСТОЙЧИВОСТИ ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРЫ МАТЕРИАЛА

Целью исследования является оценка влияния микроструктуры материала на процессы, протекающие при его деформировании. За основу берутся уравнения, описывающие динамику бесконечной идеальной плотноупакованной кристаллической решетки. Частицы, ее образующие, находятся в поле парного потенциала взаимодействия [1-3]. Используя длинноволновое приближение, сделан переход от уравнений, описывающих дискретное строение материала, к уравнениям сплошной среды [1, 3].

$$\rho \ddot{u} - \overset{\circ}{\nabla} \cdot \underline{\underline{P}} = 0, \quad (1)$$

где ρ – плотность материала в отсчетной конфигурации, \underline{u} – вектор перемещений, $\overset{\circ}{\nabla}$ – оператор Гамильтона в отсчетной конфигурации, $\underline{\underline{P}}$ – тензор напряжений в форме Пиола, который в параметрах микроструктуры имеет вид [1, 3]

$$\underline{\underline{P}} \equiv -\frac{1}{2v_*} \sum_{\alpha} \frac{\Pi'(A_{\alpha})}{A_{\alpha}} \underline{a}_{\alpha} \underline{A}_{\alpha}, \quad (2)$$

где v_* – объем элементарной ячейки в отсчетной конфигурации; \underline{a}_{α} – вектор проведенный из данной частицы в частицу с номером α в отсчетной конфигурации; \underline{A}_{α} – вектор \underline{a}_{α} в актуальной конфигурации, $\Pi(r)$ – парный потенциал взаимодействия между частицами, являющийся функцией расстояния между частицами.

Этот подход позволяет описывать однородную деформацию материала с учетом его микроструктуры. Используя уравнение (1) и представление тензора напряжений Пиола (2), на конечную деформацию кристаллической решетки накладывается малая деформация. Получается уравнение деформации относительно произвольного малого перемещения \underline{u} :

$$m \ddot{u} = \underline{\underline{C}} \cdots (\nabla \nabla \underline{u}), \quad (3)$$

где $\underline{\underline{C}}$ – тензор упругости, он не абсолютно симметричен, так как плоская плотноупакованная решетка является анизотропной.

$$\underline{\underline{C}} = \frac{1}{2} \underline{\underline{E}} \sum_{\alpha} \frac{\Pi'(A_{\alpha})}{A_{\alpha}} \underline{A}_{\alpha} \underline{A}_{\alpha} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha} \frac{\Pi''(A_{\alpha}) A_{\alpha} - \Pi'(A_{\alpha})}{A_{\alpha}^3} \underline{A}_{\alpha} \underline{A}_{\alpha} \underline{A}_{\alpha} \underline{A}_{\alpha}. \quad (4)$$

Из представления (4) видно, что на параметры разрушения оказывают влияния силы и жесткости связей между частицами, которые являются соответственно первой и второй производными от потенциала взаимодействия.

Решение уравнения (3) будем искать в виде волны. Анализ устойчивости проводится по дисперсионным веткам, характеризующим колебание частиц вблизи деформированного состояния. Неустойчивость понимается как экспоненциальное нарастание волны.

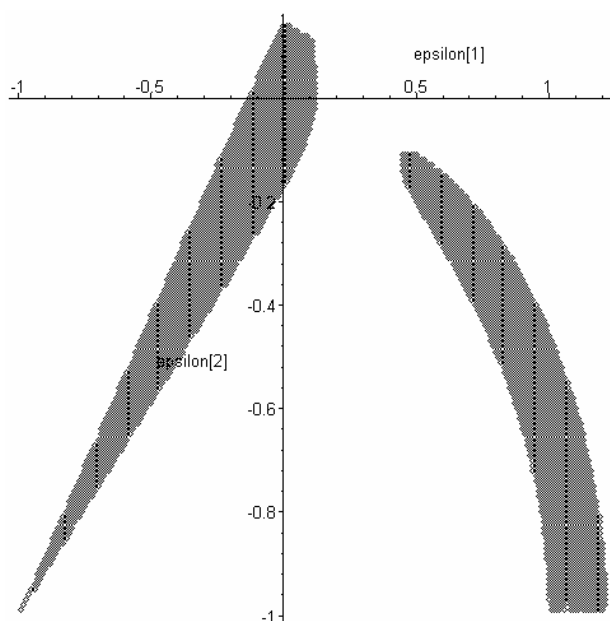


Рис. 1. Область устойчивости в поле деформации бесконечной идеальной плотноупакованной кристаллической решетки при однородном растяжении и сжатии.

Длинноволновое приближение позволяет не учитывать взаимодействие всех частиц со всеми, а ограничиться рассмотрением конечного числа соседей данной частицы. Простейший случай – учет влияния ближайших соседей.

Анализ дисперсионных соотношений позволяет построить область устойчивости в поле деформации бесконечной идеальной плотноупакованной кристаллической решетки. Плоское однородное растяжение при данных допущениях приводит к результатам, показанным на рис. 1.

Из рис. 1 видно, что материал теряет устойчивость как при растяжении, так и при сжатии. Также имеется область перестройки кристаллической решетки, которая является фазовым превращением внутренней структуры.

Работа выполнена при поддержке конкурсного центра фундаментального естествознания, грант для студентов, аспирантов и молодых специалистов.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Krivtsov A.M. ZAMM Z. angew. Math. Mech. 1999. 79(S2). 419-420.
2. Krivtsov A.M. Chaos, Solitons & Fractals, 2002, 17(1), 79-87.
3. Tkachev P.V. Proceedings of the XXX Summer School "Advanced Problems in Mechanics", St.–Petersburg, 2002, p. 593-595.