XXXIII Неделя науки СПбГПУ. Материалы межвузовской научно-технической конференции. Ч.IV : С.17-19
© Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, 2005

УДК 662.642:621.926.7

А.В.Бахтадзе (асп., каф. МПУ), Л.М.Яковис, д.т.н., проф.

АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ ПОДХОДЫ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ДИНАМИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ НЕПРЕРЫВНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Для широкого класса непрерывных технологических процессов разнообразные проблемы динамической оптимизации могут быть формализованы в виде задачи минимизации математического ожидания средних потерь за период планирования $[t_н\ ,\ t_к]$

$$J = M\left\{\frac{1}{t_к - t_н}\int_{t_н}^{t_к}\left[\varphi_v(\boldsymbol{v}(t)) + \varphi_u(\boldsymbol{u}(t))\right]dt\right\} \longrightarrow \min. \qquad (1)$$

Модель технологического процесса обычно задана той или иной зависимостью вектора выходных переменных $\boldsymbol{v}(t)$ от значений векторов управляющих воздействий $\boldsymbol{u}(\tau)$ и контролируемых случайных возмущений $\boldsymbol{r}(\tau)$ в предшествующие моменты времени τ, искажаемой неконтролируемыми случайными возмущениями $\boldsymbol{w}(t)$

$$\boldsymbol{v}(t) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{u}(\tau), \boldsymbol{r}(\tau) : \forall\, \tau \in (-\infty, t)) + \boldsymbol{w}(t). \qquad (2)$$

При наличии характерных для технологических процессов ограничений

$$\boldsymbol{u}^н \le \boldsymbol{u}(t) \le \boldsymbol{u}^в, \quad \boldsymbol{v}^н \le \boldsymbol{v}(t) \le \boldsymbol{v}^в \qquad (3)$$

задача нахождения оптимального управления (1) – (3) не имеет точного решения даже в простых одномерных вариантах [1]. Принципиально возможное использование схемы динамического программирования практически бесполезно из-за так называемого “проклятия размерности”. В этих условиях могут применяться разного рода эвристические подходы к приближенному решению, краткой характеристике которых посвящена данная работа. Основой рассматриваемых вычислительных процедур служат идеи декомпозиции, то есть расчленения сложных задач на ряд более простых, и методы теории возмущений, позволяющие получать решение сложных задач путем соответствующей корректировки решений сходных задач для упрощенных систем.

Линейные и усеченно-линейные алгоритмы управления. Если возмущения относительно малы, то резонно вначале пренебречь ими, рассмотрев невозмущенную задачу статической оптимизации

$$\min_{\bar{\boldsymbol{u}}}\left\{\bar{J} = \varphi_v(\bar{\boldsymbol{v}}) + \varphi_u(\bar{\boldsymbol{u}}) \;\middle|\; \bar{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{f}(\bar{\boldsymbol{u}}, 0),\ \ \boldsymbol{u}^н \le \bar{\boldsymbol{u}} \le \boldsymbol{u}^в,\ \ \boldsymbol{v}^н \le \bar{\boldsymbol{v}} \le \boldsymbol{v}^в\right\}. \qquad (4)$$

Решив ее одним из известных методов математического программирования, найдем первое приближение к режимным значениям характеристик управляемого процесса $\bar{\boldsymbol{u}}$ и $\bar{\boldsymbol{v}}$. Далее, “вспоминая” о возмущениях и раскладывая подынтегральные функции в (1) в ряд Тейлора в окрестности режима с точностью до малых второго порядка, а также линеаризуя в той же окрестности динамическую модель процесса (2), приходим к дополнительной по отношению к (4) задаче минимизации среднеквадратических отклонений от режима [1]

$$\Delta J = M\left\{\frac{1}{t_к - t_н}\int_{t_н}^{t_к}\left[\Delta \boldsymbol{v}^T \boldsymbol{Q}\Delta \boldsymbol{v} + \Delta \boldsymbol{u}^T \boldsymbol{R}\Delta \boldsymbol{u}\right]dt\right\} \longrightarrow \min, \qquad (5)$$

где $\boldsymbol{Q}$ и $\boldsymbol{R}$ – матрицы вторых производных функций φ_v и φ_u, положительно определенные при условии выпуклости функций потерь в критерии оптимизации задачи (1).

Если решение задачи (4) лежит внутри области ограничений типа неравенств, то решив задачу (5) для линеаризованной в форме системы линейных дифференциальных уравнений динамической модели (2) известными методами среднеквадратической оптимизации, получим линейные законы комбинированного управления по возмущению и с обратной связью по отклонению выходных переменных от режимных значений. Когда горизонт планирования $t_к$ - $t_н$ достаточно велик по сравнению с длительностью T переходных процессов в системе (2) и возмущения представляют собой стационарные случайные процессы, параметры синтезированного закона управления постоянны во времени и могут быть рассчитаны заранее. Осложнения могут, однако, возникнуть, если сформированное таким образом приближенное решение исходной задачи (1) $\bar{\boldsymbol{u}} + \Delta\boldsymbol{u}(t), \bar{\boldsymbol{v}} + \Delta\boldsymbol{v}(t)$ не удовлетворяет системе неравенств (3). Ограничения (3) будут, безусловно, нарушаться и в том характерном для технологических процессов случае, когда решение задачи формирования оптимального режима (4) находится на границе некоторых неравенств. Если такие нарушения касаются лишь $\boldsymbol{u}(t)$, то можно применить т.н. *усеченно-линейные* алгоритмы управления, при использовании которых для вышедших за границы переменных принимаются соответствующие предельные значения. Более общий подход состоит в решении задачи

$$\min_{\bar{\boldsymbol{u}}}\left\{\bar{J}(\bar{\boldsymbol{v}},\bar{\boldsymbol{u}}) + \Delta J(\bar{\boldsymbol{v}},\bar{\boldsymbol{u}}) \;\middle|\; \begin{array}{l} \bar{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{f}(\bar{\boldsymbol{u}},0), \quad \boldsymbol{u}^н + \boldsymbol{\rho}_u\boldsymbol{\sigma}_u(\bar{\boldsymbol{v}},\bar{\boldsymbol{u}}) \le \bar{\boldsymbol{u}} \le \boldsymbol{u}^в - \boldsymbol{\rho}_u\boldsymbol{\sigma}_u(\bar{\boldsymbol{v}},\bar{\boldsymbol{u}}), \\ \boldsymbol{v}^н + \boldsymbol{\rho}_v\boldsymbol{\sigma}_v(\bar{\boldsymbol{v}},\bar{\boldsymbol{u}}) \le \bar{\boldsymbol{v}} \le \boldsymbol{v}^в - \boldsymbol{\rho}_v\boldsymbol{\sigma}_v(\bar{\boldsymbol{v}},\bar{\boldsymbol{u}}), \end{array}\right\} \qquad (6)$$

где $\boldsymbol{\sigma}_u$ и $\boldsymbol{\sigma}_v$ - векторы среднеквадратических отклонений переменных $\boldsymbol{u}(t)$ и $\boldsymbol{v}(t)$ от своих средних режимных значений $\bar{\boldsymbol{u}}$ и $\bar{\boldsymbol{v}}$, а диагональные матрицы весовых коэффициентов $\boldsymbol{\rho}_u$ и $\boldsymbol{\rho}_v$ задают допустимые риски нарушения ограничений (3). Для решения данной специфической задачи разработаны схемы последовательных приближений, базирующиеся на методах теории возмущений в задачах математического программирования [2].

Нелинейные алгоритмы управления разомкнуто-замкнутого типа. Выше рассмотрена двухуровневая структура, где система оптимизации режима формирует задание системе стабилизации, поддерживающей процесс в близкой окрестности этого режима с применением линейных законов регулирования. Стремление интенсифицировать управление приводит к нелинейным алгоритмам управления, использующим для компенсации возмущений экстремальные управляющие воздействия, которые могут принимать те или иные граничные значения. Разнообразные алгоритмы такого рода могут быть получены на основе схемы условного прогнозирования [3]. Ее суть заключается в том, что на каждом шаге управления с использованием обратной связи строится перспективный прогноз случайных возмущений, а затем с его применением формируется многоходовая программа оптимизации по критерию (1), опирающаяся на динамическую модель (2) и учитывающая ограничения (3), после чего реализуется начальный шаг намеченной программы.

Иные гораздо более простые для реализации “экстремальные” способы опираются на методы управления слабодинамическими системами [1]. Идея состоит в том, чтобы вырабатывать очередные управляющие воздействия, лишь дождавшись реакции на

предшествующие. Тем самым удается свести задачу многошаговой оптимизации (1) к последовательности решения более простых статических задач типа (4).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Первозванский А. А. Курс теории автоматического управления. М.:, Наука, 1986.
2. Яковис Л.М. Двухуровневое оптимальное управление непрерывными технологическими процессами. // Методы и средства управления технологическми процессами: Труды 2-й Межреспубликанской научной конференции, Саранск, 1991, с. 168 - 174.
3. Перельман И.И. Динамическая оптимизация в АСУТП на базе алгоритмов условного прогнозирования. Автоматика и телемеханика, №9, 1978, с. 146 – 160.