

УДК 539.3

Д.А.Белов (5 курс, каф. МПУ), Д.С.Михалюк, асс., А.И.Боровков, к.т.н., проф.

## КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КВАЗИСТАТИЧЕСКОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТРЕЩИН В ГОМОГЕННЫХ И ГЕТЕРОГЕННЫХ МАТЕРИАЛАХ

Проблемами разрушения твёрдых тел занимается механика разрушения. Одной из важнейших проблем, решаемых в рамках механики разрушения, является анализ распространения трещин в хрупких материалах. Впервые задача распространения трещины была рассмотрена А.Гриффитсом для изотропной упругой пластины, содержащей прямолинейную трещину [1]. С тех пор многие современные исследования по теории трещин опираются на результаты, которые были получены этим учёным в 20-х годах XX столетия.

Целью настоящей работы является конечно-элементное (КЭ) исследование квазистатического распространения трещин в пластинах, выполненных из гомогенных и гетерогенных материалов, с использованием программной системы КЭ анализа *ANSYS*.

При решении всех задач, рассмотренных в процессе исследования, использовалась линейная упругая изотропная модель материала. Для выяснения того, в каком направлении будет расти трещина, в работе применялись два известных критерия распространения трещин:

1. Критерий минимума коэффициента плотности энергии деформации (Sih, 1974) [2]. В этом критерии в качестве параметра, характеризующего, в каком направлении произойдёт продвижение трещины, выступает коэффициент

$$S = (a_{11}K_I^2 + 2a_{12}K_I K_{II} + a_{22}K_{II}^2),$$

где  $K_I$  и  $K_{II}$  – КИН;  $a_{11}$ ,  $a_{12}$  и  $a_{22}$  – коэффициенты, зависящие от свойств материала и угла  $\theta$  (рис. 1).

При достижении коэффициентом плотности энергии деформации критического значения,

трещина начинает распространяться в направлении  $\theta_{\min}$ , обеспечивающим минимум  $S$ . В явном виде интересующий нас угол вычисляется следующим образом [3]:

$$\theta_{\min} = \arctan \left[ -\frac{2K_I K_{II}}{K_I^2 + K_{II}^2} \right].$$

2. Критерий максимального растягивающего напряжения (Erdogan, Sih, 1963) формулируется в терминах значения растягивающего напряжения в вершине трещины [1]. Согласно этого критерия, распространение трещины идёт в направлении, перпендикулярном направлению максимального напряжения  $\sigma_\theta$  (при этом  $\tau_{r\theta}=0$ ). Направление  $\theta^*$  распространения трещины можно получить из условия максимума растягивающего напряжения [2], дающего уравнение для нахождения интересующего нас угла:  $K_I \sin(\theta) + K_{II}(3 \cos(\theta) - 1) = 0$ . Откуда для случаев смешанных типов деформирования угол  $\theta^*$  равен:

$$\theta^* = \arctan \left[ \frac{1}{4} \frac{K_I}{K_{II}} + \frac{1}{4} \sqrt{\left( \frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right].$$

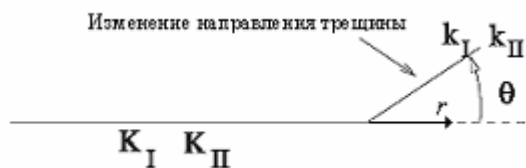


Рис. 1

Процесс прорастания трещин при исследовании моделировался таким образом, что на каждом шаге распространения трещины происходило её удлинение на расстояние, равное величине выбираемого заранее инкремента приращения  $\delta$  в направлении, определяемым углом, вычисленным по вышеприведенным критериям. В процессе проведения исследований выяснено, что различие в результатах, получаемых при использовании двух рассмотренных критериев, не превышает 0.2% для решённых задач. Тем не менее, известны ситуации, когда возникают существенные различия в результатах (например, вблизи границ тела и в зонах приложения нагрузки).

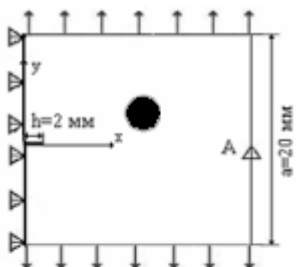


Рис. 2а

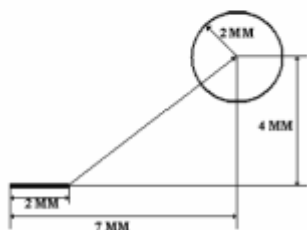


Рис. 2б

Все рассмотренные задачи решались в постановке “плоское напряжённое состояние”. При построении КЭ моделей пластин со вставками для моделирования твёрдых вставок принимался материал с модулем Юнга в  $10^4$  раз большим, чем для пластин. В этом случае, как показали проведённые исследования, волокна можно считать абсолютно твёрдыми.

В одной из задач, рассмотренной в работе, исследуется квадратная пластина со стороной  $a = 20$  мм, имеющая начальную трещину длиной  $h = 4$  мм. Края пластины растянуты (приложены вертикальные перемещения (рис. 2а). Пластина имеет круговую твёрдую вставку радиусом  $r = 2$  мм, центр которой расположен так, как показано на рис. 2б. Граничные условия (второе условие – условие симметрии):

$$\sigma_y \Big|_{y=\pm \frac{a}{2}} = \sigma, \quad U_x \Big|_{\substack{-\frac{a}{2} \leq y \leq \frac{a}{2} \\ 0 \leq x \leq a}} = 0.$$

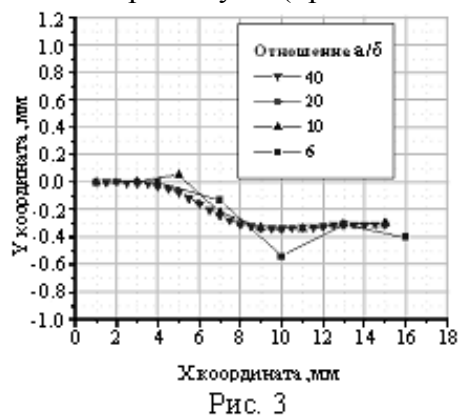


Рис. 3

Пластина выполнена из изотропного упругого материала с заданными физико-механическими свойствами: модуль Юнга  $E = 2$  ГПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$  (эпоксидная смола).

В данной задаче проводилось исследование поведения траектории распространения трещины в зависимости от инкремента её увеличения  $\delta$  (рис. 3). Как видно из построенного графика, траектории при значениях отношения  $a/\delta = 20$  и  $a/\delta = 40$  мало отличаются друг от друга. Отсюда следует, что для получения адекватной траектории распространения трещины достаточно брать инкремент увеличения трещины такой, что  $a/\delta = 20$ . В результате исследований были построены траектории распространения трещины для пластин с различной комбинацией отверстий и твёрдых включений (рис. 4).

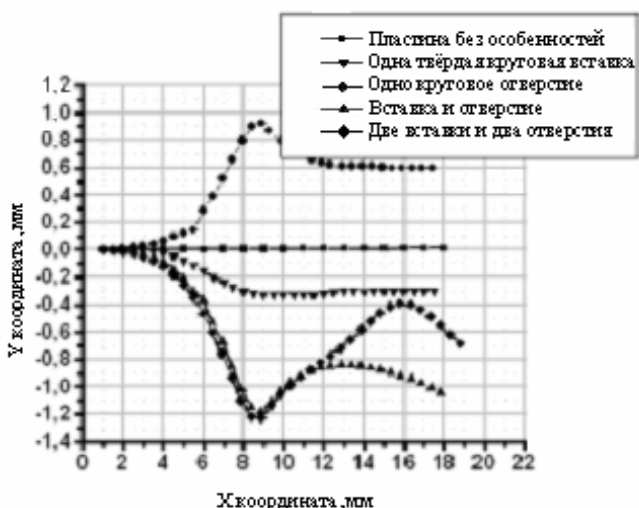


Рис. 4

ЛИТЕРАТУРА:

1. Пестриков В.М., Морозов Е.М. Механика разрушения твёрдых тел. – СПб.: Профессия, 2002.
2. Bouchard P.O., Bay F., Chastel Y. Numerical modeling of crack propagation: automatic remeshing and comparison of different criteria // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 192 (2003).
3. Ромалис Н.Б., Тамуж В.П., Разрушение структурно-неоднородных тел. – Рига: Зинатне, 1989.