

УДК 539.3

Я.Э.Пико (5 курс, каф. МПУ), Д.С.Михалюк, асс., А.И.Боровков, к.т.н., проф.

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ ВЕРОЯТНОСТНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОДНОНАПРАВЛЕННЫХ ВОЛОКНИСТЫХ КОМПОЗИТОВ

Композиционные материалы играют ключевую роль во всех отраслях современной промышленности, в особенности в автомобильной и аэрокосмической. Исходя из этого, и с учетом значительной возросшей роли вычислительных экспериментов с применением метода конечных элементов (МКЭ), одной из важных задач в вычислительной механике в настоящее время является моделирование и анализ композитов. Экспериментально показано, что все параметры любой структуры, в частности композитов имеют случайный, стохастический характер распределения [1]. Для адекватного моделирования механического поведения материалов используются различные вероятностные подходы. Среди этих подходов самым распространенным является метод Монте-Карло из-за простоты и адекватного описания реальности. Благодаря этому имеется возможность исследовать различные задачи поведения композитов со случайными изменяющимися параметрами, как в геометрии, так и в свойствах материалов.

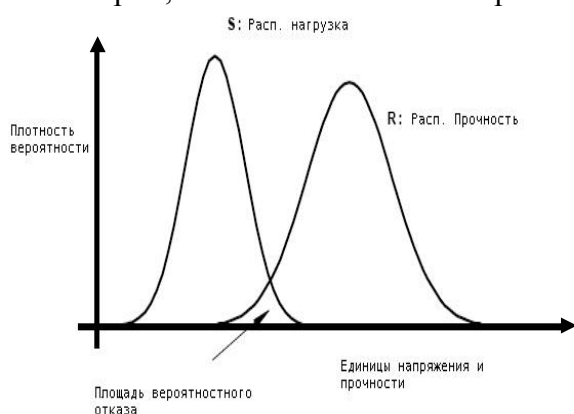


Рис. 1.

Из-за случайной структуры композита при нагружении возникающие микронапряжения тоже случайны. Статистическая обработка результатов анализа напряженного состояния дает картину “чувствительности” результатов на выходе. Цель такого анализа – определение наиболее важных переменных на входе (размеры, свойства материала и т.д.) и их влияния на параметры на выходе (напряжения, перемещения и т.д.). Кроме того, как показано на рис. 1, хотя математическое ожидание прочности материала обычно явно

больше математического ожидания прикладываемой нагрузки, всегда существует суперпозиция распределений их плотностей вероятности. Это показывает, что только при определенных комбинациях нагрузки и прочности материала, нагрузка может оказаться критической. Отсюда и следует необходимость проведения вероятностного анализа.

В настоящей работе производилось конечно-элементное и вероятностное определение эффективных механических характеристик однонаправленных волокнистых композитов (ОВК) [2, 3] с хаотической структурой, в том числе и с переменными радиусами волокон, имеющих в механических свойствах матрицы и включений (модули Юнга и коэффициенты Пуассона) разброс, описываемый распределением Гаусса. Для осуществления исследования создан алгоритм на языке *APDL (ANSYS Parametric Design Language)*. Алгоритм строит представительный элемент объема ОВК со случайным образом распределенными включениями в матрице и со случайными радиусами волокон (в определенном диапазоне). При построении удовлетворяются условия заданного числа волокон и концентрации. При этом в алгоритме контролируется отсутствие пересечения волокон и их строгое нахождение

внутри представительного элемента объема. После построения геометрии автоматически назначаются свойства эпоксидной матрицы и борных волокон. Затем производится автоматическая генерация КЭ сетки при выбранном размере конечных элементов. Таким образом, создается конечно элементная модель, пример которой показан на рис. 2.

Для получения эффективных постоянных макроскопически анизотропного материала (в данном случае с моноклинной структурой) - эффективных модулей Юнга, модулей сдвига, коэффициентов Пуассона, Ченцова и коэффициентов взаимного влияния – с целью автоматизации процесса в разработанном алгоритме итерационным методом сопряженных градиентов решается система квазилинейных алгебраических уравнений [4]. Таким образом, при проведении исследований нет необходимости использования программных пакетов символьной алгебры типа *MAPLE* или *MATLAB*, что значительно уменьшает время решения задач. Это является существенным фактором для дальнейшего вероятностного анализа, так как после этого практически нет ограничения для количества реализаций – все делается автоматически.

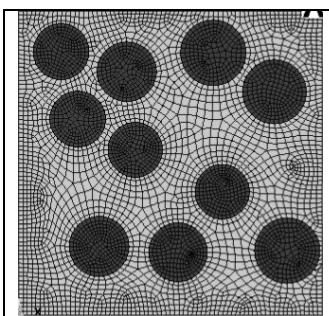


Рис. 2.

После вероятностного анализа методом Монте-Карло (а работе обычно исследовалось 100 реализаций), получены эффективные вероятностные механических свойств. Они дают более полное представление о структуре композита данного типа. На рис. 3 приведен пример распределения эффективного модуля Юнга $\overline{E_1^*}$. Теперь задачей инженера является интерпретация полученных результатов в зависимости от предполагаемого применения материала.

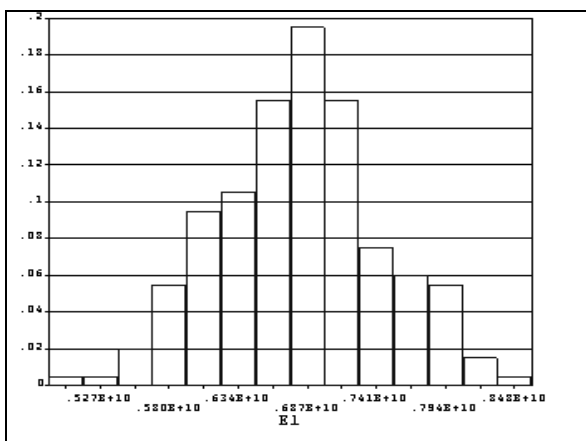


Рис. 3.

Благодаря автоматизации процесса, сделан еще ряд исследований характера полученных эффективных свойств. При увеличении числа опытов от 30, 50, 100, 200 получено подтверждение тому факту, что распределения полученных величин близки к нормальному (Гаусса). Это является следствием ряда факторов, о которых говорит теорема Ляпунова [5] (центральная предельная теорема). Другой интересный результат получен при выполнении 4 вероятных анализов с 200 реализациями в каждом, с целью проверки теоремы Чебышева (закон больших чисел): хотя отдельные независимые случайные величины могут

принимать значения, далеки от своих математических ожиданий, среднее арифметическое большого числа случайных величин с большой вероятностью принимает значения, близкие к определенному постоянному числу. Итак, среднее арифметическое большого числа случайных величин утрачивает характер случайной величины. После экспериментов получили, что среднее арифметическое (модуль Юнга) равно $\overline{E_1^*} = 7.04665 \text{ ГПа}$, а в задаче с предположением о периодичности волокон с такой же концентрацией получен $E_1^* = 7.164127 \text{ ГПа}$. Разница составляет меньше 1%. Полученные результаты являются экспериментальным подтверждением главной гипотезы в теории гомогенизации – гипотезы

статистической гомогенности [6]. Но при проведении вероятностного анализа мы получили намного больше информации о поведении материала при реальных условиях работы.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Long M.W., Narciso J.D. Probabilistic design methodology for composite aircraft structures. – Northrop Grumman Commercial Aircraft Division Report for the U.S. Department of Transportation – Federal Aviation Administration.
2. Боровков А.И. Эффективные физико-механические свойства волокнистых композитов – М.: Изд-во ВИНТИ. 1985. 113 с.
3. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. – М.: Мир, 1982.
4. Richard L. Burden, J. Douglas Faires. Análisis numérico. – International Thompson Editores. 735 pp.
5. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учебное пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1999. – 479 с.
6. M. Kaminski, B.A. Schrefler. Probabilistic effective characteristics of cables for superconducting coils. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. Vol. 188 (2000) pp. 1-16.