

УДК 532

Е.Н.Власова (5 курс, каф. ГТС), В.Н.Бухарцев, д.т.н., проф.

## ПОСТРОЕНИЕ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПОТОКА В ПРИЗМАТИЧЕСКОМ РУСЛЕ

Построение профиля свободной поверхности водного потока в искусственных призматических руслах связано с решением известного дифференциального уравнения неравномерного движения

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - \frac{v^2}{C^2 R}}{1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g \omega^3}},$$

с граничным условием для функции  $h$ .

Поскольку правая часть этого выражения – достаточно сложная функция, интегрирование выполняется численно с разбиением области построения свободной поверхности на участки. Известно, например, решение Чарномского, в котором вычисляется расстояние от начального створа до створа, в котором задается значение  $h$ .

Вместо громоздкого интегрирования можно воспользоваться разложением функции  $h$  на каждом участке в ряд Тейлора в малой окрестности начального створа, где значение  $h$  известно из предшествующего вычисления.

Вдали от критической глубины функция  $h(s)$  меняется медленно, поэтому в этих условиях достаточно оставить всего два члена ряда:

$$h = h_{i-1} + \left. \frac{dh}{ds} \right|_{h=h_{i-1}} (s - s_{i-1}),$$

где индекс  $i-1$  относится к начальному створу  $i$ -го участка, для которого все гидравлические параметры известны.

При этом непрерывно дифференцируемая функция заменяется кусочно-линейной. Число участков, на которые разбивается рассматриваемая область водотока, зависит от требуемой точности решения. В табл. 1 приведены значения глубин потока, движущегося по отводящему туннелю, в зависимости от числа участков  $n$ , на которые разбивается длина туннеля. С увеличением числа участков глубина в конце туннеля стремится к своему пределу.

Таблица 1.

№	Координаты крайних сечений участков								
1	s	0	280						
	h	3,566	4,30251 7						
2	s	0	140	280					
	h	3,566	3,93440 4	4,34320 4					
3	s	0	93,33	186,7	280				
	h	3,566	3,8117	4,07508 7	4,35826				
4	s	0	70	140	210	280			
	h	3,566	3,75034 8	3,94445 8	4,14941 8	4,36599 8			
5	s	0	56	112	168	224	280		
	h	3,566	3,71353 7	3,86720 1	4,02769 7	4,19541 7	4,37080 9		
6	s	0	46,67	93,34	140,0	186,7	233,3	280	
	h	3,566	3,68899 6	3,81616 3	3,94804 3	4,08482 3	4,22673 6	4,37411	
7	s	0	40	80	120	160	200	240	280
	h	3,566	3,6714 67	3,7799 07	3,8917 87	4,0072 27	4,1263 47	4,2493 47	4,3764 27

Вблизи критической глубины движение резко изменяющееся, поэтому удобнее воспользоваться обратной функцией  $s(h)$  и ее производными:

$$\frac{ds}{dh} = \frac{1 - \frac{\alpha Q^2 B}{g \omega^3}}{i - \frac{v^2}{C^2 R}}, \quad \frac{d^2 s}{dh^2} = \frac{\frac{\alpha Q^2 B}{g \omega^3} \left( \frac{3B}{\omega} - \frac{1}{B} \frac{dB}{dh} \right) - \frac{2n^2 Q^2 B}{\omega^3 R^{\frac{4}{3}}} \left( 1 + \frac{2\omega}{3BR} \frac{dR}{dh} \right) \frac{ds}{dh}}{\left( i - \frac{n^2 Q^2}{\omega^2 R^{\frac{4}{3}}} \right)}$$

Число членов ряда необходимо увеличить до трех, поскольку построение профиля свободной поверхности выполняется, как правило, с сечения, в котором глубина равна критической, где первая производная обратной функции обращается в ноль:

$$s(h) = s_{i-1} + \frac{ds}{dh} \Big|_{h=h_{i-1}} (h - h_{i-1}) + \frac{1}{2} \frac{d^2 s}{dh^2} \Big|_{h=h_{i-1}} (h - h_{i-1})^2.$$

Возвращаясь к исходной функции, получим:

$$h(s) = h_{i-1} - \frac{\frac{ds}{dh} \pm \sqrt{\left( \frac{ds}{dh} \right)^2 + 2 \frac{d^2 s}{dh^2} (s - s_{i-1})}}{\frac{d^2 s}{dh^2}}.$$

Знак плюс перед радикалом соответствует кривой спада, минус – кривой подпора.

Границей между резко изменяющимся и медленно изменяющимся движением можно считать сечение, в котором  $dh/ds = 1$ . Число участков, на которые разбивается область резко изменяющегося движения, также зависит от требуемой точности вычисления результата, что продемонстрировано в табл. 2.

Таблица 2.

<i>N</i>		Координаты крайних сечений участков						
1	<i>s</i>	0	11,3					
	<i>h</i>	6,9	4,95035					
2	<i>s</i>	0	5,65	11,3				
	<i>h</i>	6,9	5,69643	5,24396				
3	<i>s</i>	0	3,77	7,54	11,3			
	<i>h</i>	6,9	6,00926	5,60383	5,31355			
4	<i>s</i>	0	2,825	5,65	8,475	11,3		
	<i>h</i>	6,9	6,18812	5,82364	5,55739	5,34425		
5	<i>s</i>	0	2,26	4,52	6,78	9,04	11,3	
	<i>h</i>	6,9	6,30468	5,97384	5,72787	5,52883	5,36052	
6	<i>s</i>	0	1,88	3,77	5,65	7,53	9,41	11,3
	<i>h</i>	6,9	6,38816	6,08544	5,85684	5,6701	5,51111	5,37216

Очевидно, для практических целей достаточно взять 6-7 участков. При этом погрешность вычислений составляет не более 0,001 вычисляемого значения.