XXXIV Неделя науки СПбГПУ. Материалы межвузовской научно-технической конференции.
Ч.II: С.31-33, 2006.

УДК 621.3.011.7

Д.А.Овчаренко (3 курс, каф. ЭМ), Н.В.Коровкин, д.т.н., проф., А.С.Адалев, к.т.н. (НИИЭФА)

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ПАССИВНЫХ МНОГОПОЛЮСНИКОВ С ПЛОХООБУСЛОВЛЕННОЙ МАТРИЦЕЙ УЗЛОВЫХ ПРОВОДИМОСТЕЙ

При идентификации параметров цепей с сечениями, проходящими только по ветвям с проводимостями, малыми по отношению к проводимостям остальных ветвей (далее – особые сечения, рис. 1), наблюдается сильная зависимость результатов идентификации от погрешности измерений, так как особые сечения приводят к плохой обусловленности математической модели цепи. Целью данной работы является создание пакета тестовых задач для исследования погрешности идентификации параметров от точности измерений, числа узлов цепи, количества особых сечений в ней и их взаимного расположения.

Задача идентификации решалась методом узловых сопротивлений [1,2]. В пассивном многополюснике включим между узлами 0 и 1 источник тока 1 А. Измеренные узловые напряжения $\mathbf{u}_1=(u_{11},u_{12},\ldots u_{1n})^T$ удовлетворяют системе уравнений $\mathbf{Y}\mathbf{u}_1=(1,0,\ldots 0)^T=\mathbf{e}_1$, где $\mathbf{Y}$ – матрица узловых проводимостей. Определение коэффициентов матрицы $\mathbf{Y}$ из этого соотношения невозможно, так как число n^2 неизвестных больше числа n уравнений. Выполним еще n–1 эксперимент. В j-м эксперименте источник тока подключим между узлами 0 и j и измерим вектор $\mathbf{u}_j=(u_{j1},u_{j2},\ldots u_{jn})^T$. Система уравнений для j-го эксперимента имеет вид $\mathbf{YU}_j=\mathbf{e}_j$. Объединим результаты всех экспериментов в одно матричное равенство $\mathbf{YU}=\mathbf{YZ}=\mathbf{1}$, где $\mathbf{Z}=\mathbf{U}=(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2,\ldots\mathbf{u}_n,)$ – матрица узловых сопротивлений, тогда решение задачи идентификации имеет вид $\mathbf{Y}=\mathbf{Z}^{-1}$. В рассмотренном методе идентификации выделим экспериментальный этап, на котором определяется матрица $\mathbf{Z}$, и расчетный этап, на котором выполняется ее обращение.

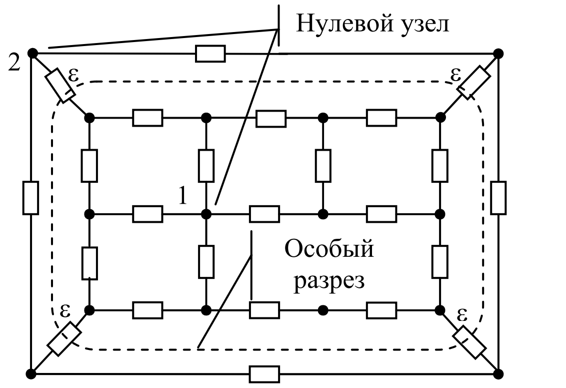

Рис. 1. Схема цепи с одним особым разрезом

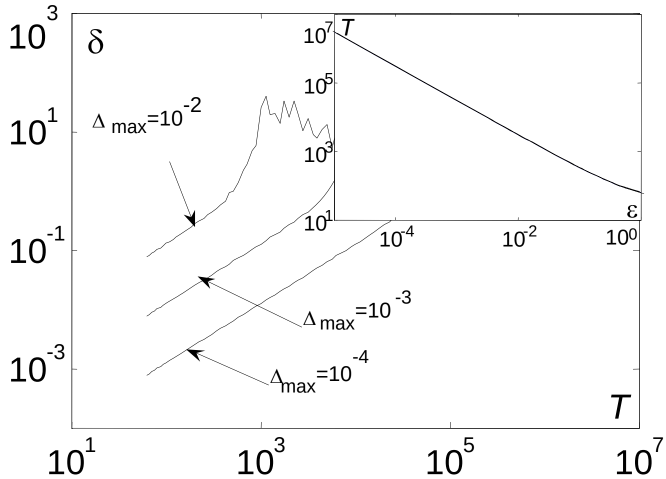

Рис. 2. Зависимость погрешности δ решения задачи идентификации от обусловленности T матрицы $\mathbf{Y}$

Элементы матрицы $\mathbf{Z}$, измеряемые на экспериментальном этапе, определяются с погрешностью Δ_{max}. Известно [3], что если $\mathbf{Z}$ плохо обусловлена, то при незначительном изменении ее элементов элементы обратной к ней матрицы $\mathbf{Y}^{-1}$ будут меняться существенно, следовательно, погрешность идентификации будет зависеть от точности измерений. Обусловленность матрицы характеризуют числом $T(\mathbf{A})=\lambda_{max}(\mathbf{A})/\lambda_{min}(\mathbf{A})$. На рис. 2 приведены зависимости погрешности δ определения элементов матрицы $\mathbf{Y}$ от $T(\mathbf{Y})$ при различных Δ_{max}

для цепи, изображенной на рис. 1. При фиксированном T погрешности пропорциональны Δ_{max} и зависят от обусловленности матрицы **Y**. Эти зависимости объясним следующим образом. При ε=0 особое сечение разбивает цепь на несвязанные подцепи, и матрица **Y** содержит строку (столбец), являющуюся линейной комбинацией остальных строк (столбцов), и определитель **Y** и λ_{min}(**Y**) равны нулю (теорема Виета). При $\varepsilon\to\infty$ имеем $\lambda_{min}(\mathbf{Y})\to 0$, и $T\to\infty$. При измерении узловых напряжений с относительной погрешностью $\rho\Delta_{max}$, $\rho\in[-1,1]$ существенно изменятся малые собственные числа матрицы **U**, следовательно, большие собственные значения матрицы **Y** и ее элементы будут определены с большой погрешностью.

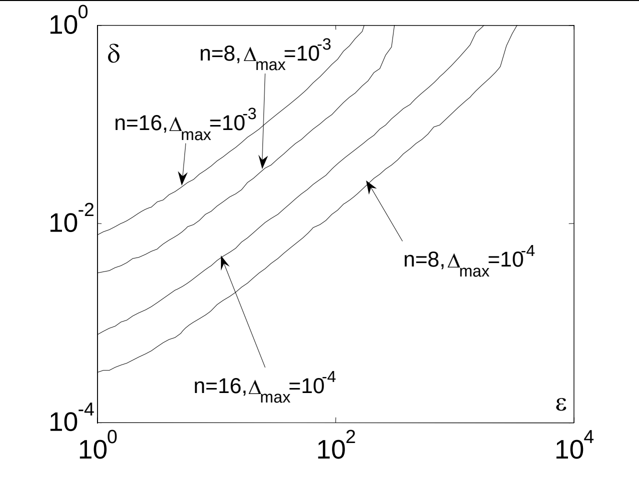

Рис. 3. Зависимость погрешности $\delta=\delta(\varepsilon)$ идентификации при различном числе узлов

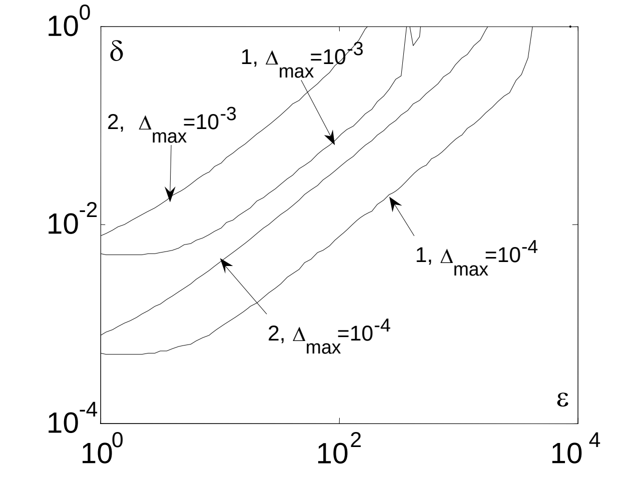

Рис. 4. Зависимость погрешности $\delta=\delta(\varepsilon)$ при различном выборе нулевого узла

На рис. 3 приведены зависимости погрешности δ от проводимости ε для цепей с числом узлов n=8 и n=16. Поясним ее на примере лестничной цепи. Если число звеньев цепи велико, то крайние узлы слабо связанны, что равносильно особому разрезу, и с ростом числа узлов точность решения мала даже в отсутствии явного особого разреза. И наоборот, если в цепи между любой парой узлов имеется короткий путь (граф цепи – велосипедное колесо), то погрешность идентификации не зависит от числа узлов.

Погрешность идентификации зависит и от выбора нулевого узла (рис. 1, 4). Так зависимость, представленную на рис. 4, можно объяснить тем, что особое сечение делит цепь на подцепи с различным числом узлов n=4 и n=12. В случае (1) нулевой узел находится в подцепи с n=12 и Y содержит N=16 относительно больших элементов, а в случае (2) – нулевой узел находится в подцепи с n=4 – N=144. Элементы матрицы U определяются не точно, поэтому в (1) будет меньшее количество относительно больших погрешностей, чем в (2), а значит, в этом случае будут меньше искажены и ее собственные числа.

Зависимость погрешности идентификации от количества особых разрезов и их взаимного расположения представлена на рис. 5. В цепи (c1) один, в (c2) – 2 вложенных, в (c3) – два независимых особых разреза. Можно видеть, что δc2>δc3>δc1, следовательно, цепи с вложенными особыми разрезами представляют наибольшие трудности при идентификации.

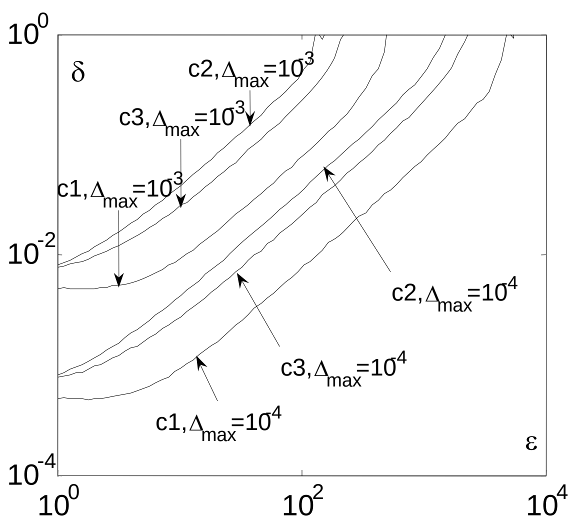

Рис. 5. Зависимость погрешности $\delta=\delta(\varepsilon)$ идентификации при различных особых

ЛИТЕРАТУРА:

1. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники. Т. 2. – СПб.: Питер, 2004. – 576 с.

2. Демирчян К.С., Бутырин П.А. Моделирование и машинный расчет электрических цепей. М., Высшая школа. 1988, 335 с.