

УДК 617.7.

И.П.Рындин (6 курс, каф. МПУ), А.С.Семенов, к.ф.-м.н., доц., Б.Е.Мельников, д.т.н., проф.

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ НЕУПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТРЕХЧЛЕННОГО ТЕНЗОРНО-ЛИНЕЙНОГО ЗАКОНА КИНЕМАТИЧЕСКОГО УПРОЧНЕНИЯ

Целью данной работы является численная реализация и анализ варианта теории пластичности, предложенного в [1]. Представленные ниже результаты демонстрируют возможности адекватного описания многих эффектов, экспериментально наблюдаемых при сложном непропорциональном нагружении.

Рассматриваемый вариант теории пластичности является представителем класса теорий пластического течения и использует трехчленный тензорно-линейный закон кинематического упрочнения (1):

$$\dot{\rho} = \frac{2}{3} g \dot{\epsilon}^p + \left( \frac{2}{3} g_\epsilon \epsilon^p + g_\alpha \rho \right) \dot{\lambda}, \quad (1)$$

где  $\rho$  – тензор смещения (добавочных напряжений, остаточных микронапряжений),  $\lambda$  – длина дуги пластической деформации (накопленная пластическая деформация, параметр Одквиста),  $\epsilon^p$  – тензор пластической деформации,  $g$ ,  $g_\epsilon$ ,  $g_\alpha$  – константы материала. Уравнение для тензора пластической деформации имеет вид:

$$\dot{\epsilon}^p = \frac{3}{2} \frac{\xi}{\sigma_u^*} \dot{\lambda}, \quad (2)$$

где  $\sigma_u^*$  – интенсивность активных напряжений,  $\xi = s - \rho$  – девиатор активных напряжений.

Численное решение дифференциальных уравнений выполнялось по алгоритму «предиктор-корректор», изложенному в [2]. Задача решалась в программе Constitutive Equation Studio (CES). В программе CES были проиллюстрированы следующие эффекты:

- эффект Баушингера (понижение предела текучести при реверсе нагрузки);
- эффект рэтчетинга (ratcheting) – смещение петли гистерезиса под действием несимметричной циклической нагрузки;
- нырок на диаграмме деформирования по двухзвенной ломаной кривой.

Во всех задачах использовалась неявная схема интегрирования дифференциального уравнения. Данные (рис. 1–4) приведены для стали марки 30ХГСА.

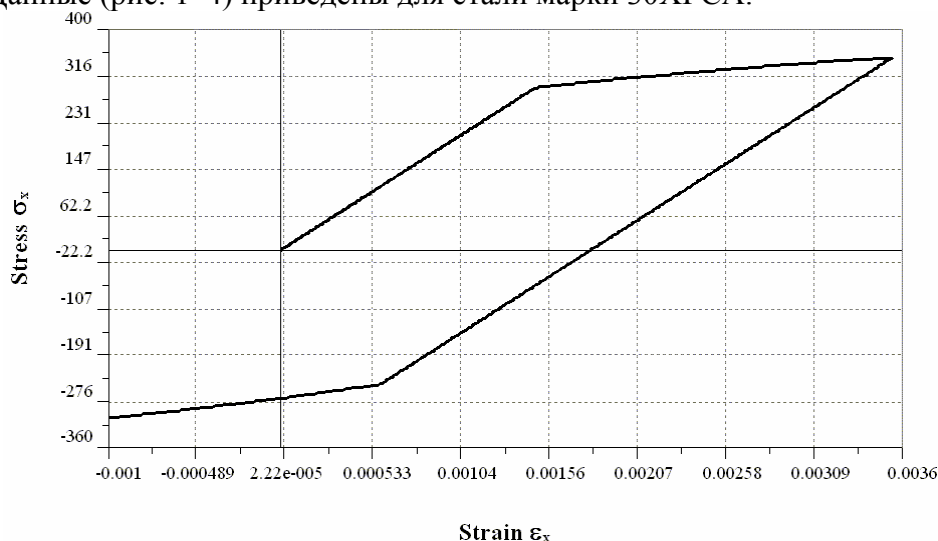


Рис. 1. Эффект Баушингера

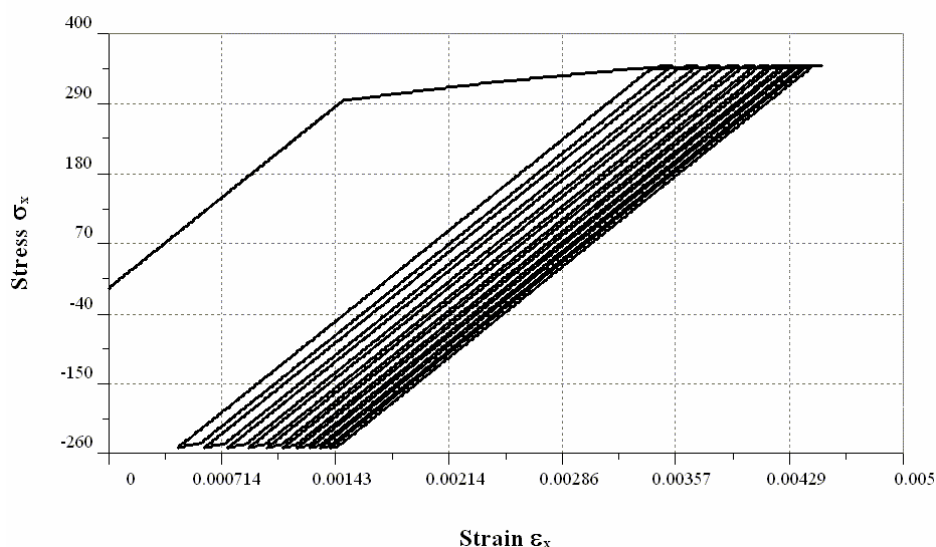


Рис. 2. Эффект рэтчинга

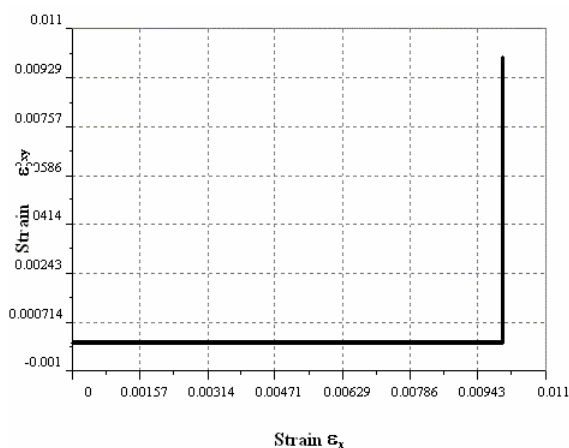


Рис. 3. Путь нагружения

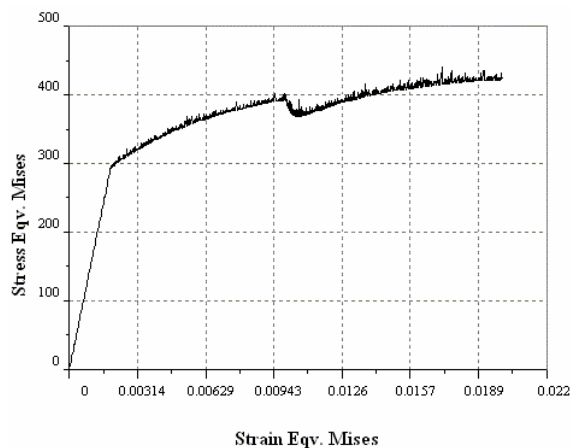


Рис. 4. Диаграмма деформирования

Видно, что на рис. 4 имеются небольшие «всплески» на кривой. Они являются следствием особенностей численной реализации. Дифференциальное уравнение решается итерационно. На каждой итерации необходимо находить  $\Delta\lambda$  – приращение накопленной пластической деформации. Оно находится из решения скалярного нелинейного уравнения, которое решается методом бисекций. Возможно, при переходе на другой метод решения (например, метод Ньютона), данные «всплески» исчезнут. Это предмет дальнейших исследований. Тем не менее, несмотря на это, видно, что качественно данная теория хорошо «отрабатывает» эти три эффекта.

Таким образом, получено численное решение уравнений данного варианта теории пластичности в виде, пригодном для конечно-элементной реализации. Показано, что теория позволяет адекватно описать некоторые важные эффекты, которые классические теории (например, теория течения с одночленным законом упрочнения) не могут описать.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Бондарь В.С. Неупругость. Варианты теории. М.: Физматлит, 2004.
2. Simo J.C., Hughes T.J.R. Computational Inelasticity (Interdisciplinary Applied Math., Vol. 7). 1998.