УДК 539.3

И.М.Афанасьева (6 курс, каф. МПУ), А.А.Михайлов, асс., А.И.Боровков, к.т.н., проф.

УЧЕТ СЛАГАЕМЫХ БОЛЬШЕГО ПОРЯДКА МАЛОСТИ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ СТЕПЕНИ СИНГУЛЯРНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ ВБЛИЗИ ВЕРШИНЫ ТРЕЩИНЫ
1. ОДНООСНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ ПЛАСТИНЫ С ТРЕЩИНОЙ

Формула для напряжения $\sigma = A \cdot r^{-\alpha}$, которая использовалась ранее для определения степени сингулярности напряжений α, и коэффициент интенсивности напряжений (КИН) K_I описывают напряжения в малой области вблизи вершины трещины. Значения напряжений, полученные вблизи вершины трещины, не участвовали в линеаризации (значения напряжений в вершине трещины стремятся к бесконечности). Таким образом, возникала неопределенность в выборе нижней и верхней границ области линеаризации, и для каждой из рассмотренных задач использовались разные области. Несмотря на эти трудности, КИН K_I определен для каждой задачи с высокой точностью и далее исследоваться не будет. Учет слагаемого большего порядка малости позволит описать напряжения в большей области вблизи вершины трещины, что, возможно, поможет уточнить определение степени сингулярности напряжений.

Рассмотрим напряжение σ_{yy} вблизи вершины трещины [1]:

$$\sigma_{yy} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi}} r^{-1/2} + \sum_{n=3}^{\infty} A_n r^{n/2-1} \left[1-(-1)^n\right].$$

Выделим первые два слагаемых и рассмотрим зависимость

$$\sigma_{yy} = A \cdot r^{-\alpha} + B \cdot r^{\beta} \text{ (*), где } A = K_1 \big/ \sqrt{2\pi} \text{ и } B = 2A_3 .$$

Параметры A, α, B и β в разложении (*) предлагается определять с помощью метода наименьших квадратов. Отыскание точных значений параметров с помощью решения системы уравнений затруднено в силу высокой чувствительности системы (*) к значениям r и $\sigma_{yy}(r)$.

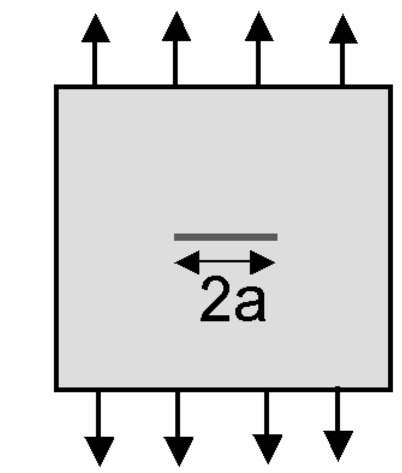

Рис. 1a

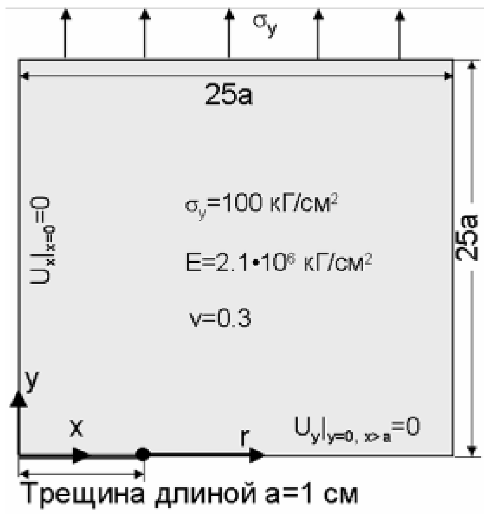

Рис. 1b

Рассмотрим задачу об одноосном растяжении пластины с трещиной (рис. 1 a и b). В этой задаче, используя зависимость $\sigma = A \cdot r^{-\alpha}$, было получено α=0.418. В табл. 1 приведены параметры A, α, B и β в предположении поведения напряжений в вершине трещины, описываемого зависимостью (*).

Таблица 1.

Область	A, кГ/см $^{\alpha-2}$	α	B	β
0.00875 a – 1 a	69.397	0.503	46.579	0.373
0.01125 a – 1 a	68.941	0.504	47.002	0.363
Аналитическое решение	70	0.50		0.50

Видно, что α определено с погрешностью менее 1%.

Получено, что при использовании разложения напряжений вблизи вершины трещины, учитывающего член большего порядка малости, при определении параметров сингулярности найденные значения степени сингулярности ближе к аналитическим, чем при учете только первого слагаемого разложения.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Атлури С. Вычислительные методы в механике разрушений – М.: Мир, 1990.