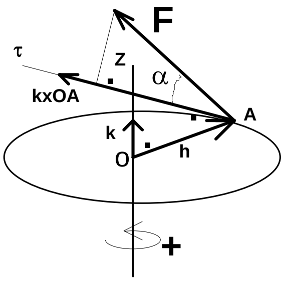
Cours 2

Moment de la force par rapport a l'axe

La lemme de projections permet d'introduire la nouvelle caractéristique de la force par rapport à l'axe. Nommerons ***moment de la force F par rapport a l'axe z*** la grandeur algébrique égale à la projection sur cet axe du moment de la force par rapport au point arbitraire de l'axe indiqué.

$m_z(F)=\text{пр}_z\mathbf{m_A(F)}$ (point A appartient a z) (17)

Considéronsle moyen du calcul et les propriétés du moment. En se servant du caractère arbitraire du point, nous choisirons point 0 – une projection de A sur z. Ayant désigné par **k** vecture-unité de l'axe z, et ayant appliqué le réarrangement circulaire dans le produit mélangée, nous inscrirons



$m_z(F)=\mathbf{k.(OAxF)=(kxOA).F}=hFCosa$ (18)

Ici on prend en considération, que $\mathbf{k} \perp \mathbf{OA}$, et le module du produit **kxOA** est égal à la distance h=OA du point de l'application des forces jusqu'à l'axe.

La formule montre, que :

a) le Moment par rapport a l'axe est fait seulement par le composant de la force dirigée le long de la tangente τ de la circonférence du rayon h.

б) Le signe du moment est cel de Cosα.

La règle suivante des signes découle de fig. 8:

Fig. 8

le moment de la force par rapport a l'axe est positif, si de la fin de l'axe on voit, que la force tourne le corps contre le sense des aiguilles d'une montre.

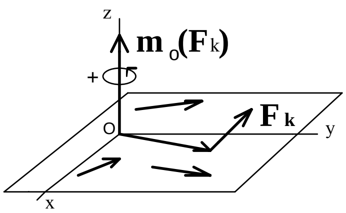
Il découle de la formule (12), que le moment de la force par rapport a l'axe est égal au zéro, si la force et l'axe se trouvent dans le meme plan (a=Π/2). Cela a lieu, quand

1 La force est parallèle à l'axe

2 La ligne de l'action de la force croise l'axe

Vous sentez cela, en levant le seau du puits, et tâchant d'appliquer la force de manière que créer une épaule la plus grande possible.

Moment algébrique pour le système plan de forces.



Système de forces disposées dans un plan, s'appelle ***système plan***. Disposerons le début des axes x y dans le point arbitraire O du plan de l'action des forces. Dans ce cas les forces ne créent les moments que par rapport a l'axe z perpendiculaire au plan de l'action des forces.

En disposant le plans de forces dans le plan de la feuille, le lecteur voit l'axe z comme le point O et appelle le moment par rapport a cet axe z ***moment algébrique de la force par rapport au point O***

Fig. 1

$m_o(F)=m_z(F) = \pm F_\tau\, OA = FCos\beta OA= FSin\alpha OA= \pm Fh$ (21)

La règle des signes est le meme : moment est positif, si on voit, que la force tourne le corps contre le sense des aiguilles d'une montre.

Moment principal du système de forces. Dépendance du centre.

Définition: on appelle ***moment principal*** du système de forces **{F}** par rapport au centre A la somme vectorielle des moments de toutes les forces du système par rapport a ce centre.

$\mathbf{M_A=\Sigma m_A(F_k)}$ (2)

En pratique, on trouve le moment principal par ses projections sur les axes cartésiens. Ces projections on doit appeler les moments principaux par rapport aux axes x, y, z.

$M_A{}^2=M_x{}^2+M_y{}^2+M_z{}^2;$ $M_x=\Sigma m_x(F_k);$ $M_y=\Sigma m_y(F_k);$ $M_z=\Sigma m_z(F_k)$

$Cos(\mathbf{M_A}x)=M_x/M_A;$ $Cos(\mathbf{M_A}y)=M_y/M_A;$ $Cos(\mathbf{M_A}z)=M_z/M_A$ (3)

Trouvons la dépendance entre les moments principaux par rapport a deux centres B et À. La somme des formule pareils reçue plus tôt pour une force donne:

$$\mathbf{\Sigma m_A(F_k)=\Sigma m_B(F_k)+AB}\text{x}\mathbf{\Sigma F_k} \qquad \mathbf{M_A=M_B+ABxV} \qquad (4)$$

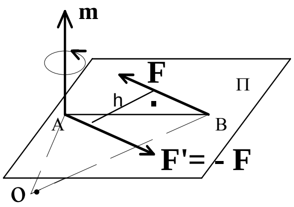
Ici on prend en considération la définition du vecteur principal $\mathbf{V=\Sigma F_k}$.

Systèmes Translatuare et Rotatoire de forces. Couple de forces.

Nommerons système de forces ***système Translatuare***, si son moment principal par rapport au centre de gravité du corps homogène est égal au zéro. Comme nous verrons dans la dynamique, un tel système ne tourne pas le corps en repos, qui, donc, exerce le mouvement de translation.

Une force peut tourner le corps seulement si elle a un moment par rapport au support (ou le centre de gravité du corps). Cependant les systèmes de forces avec **V=0** sont capables de tourner le corps sans aucun support. Nommerons un tel système de forces ***système Rotatoire.***.

Le système rotatoire le plus simple est une ***couple de forces*** : système de deux forces opposément dirigées, égales par modules, qui ne se trouvent pas sur la meme ligne droite.



La distance h entre les lignes de l'action des forces de la couple s'appelle l'épaule de la couple.

Le vecteur principal des forces de la couple est évidemment égal au zéro. C'est pourquoi son moment principal, qui s'appelle ***le moment de la couple m*** ne dépend pas du centre. Ce moment est egale au moment d'une des force par rapport au point de l'application de la deuxième force.

$$\mathbf{M_O\{F,F'\}=m =m_A(F)=m_B(F')} \qquad (7)$$

Fig. 2

Le moment de la couple est perpendiculaire au plan de la couple et est dirigé selon la regle de ***la vis droite***

Conditions de conservation du repos d'un système mécanique.

Un système mécanique consiste des points matériels. Le repos du système sous-entend le repos de chacun de ses points. C'est pourquoi c'est logique d' étudier d'abord les conditions du repos d'un point matériel. Ces conditions découlent des principes de la Mecanique.

Principes (axiomes) de la Mécanique.
Conditions de conservation du repos d'un point.

Comme toutes les sciences exactes, la Mecanique est basé sur les postulats non démontrables et découlant de l'expérience, qu'on appelle Principes ou Axiomes. Étant le fruit des réflexions de plusieurs générations des chercheurs, les axiomes étaient formulés définitivement par Isaak Newton à 17 siècle et c'est pour cela que les axiomes portent son nom (lois de Newton).

1. ***Principe de l' inertie Galilée***

Il existe un système de référence qu'on appelle* système d'inertie*, dans laquelle un point isolé conserve son état de repos (ou de mouvement rectiligne et uniforme).

Système de référence est l'espace 3D rigide et orienté, avec qui on lie l'observateur sachant mesurer les distances et le temps.

Toutes les lois de la mecaniquesont formulées et sont justes seulement dans un système de référence d'inertie. Il faut remarquer, que le système de référence lié à la Terre, n'est pas un système de inertie.

2. ***Principe fondamental*** (la deuxième loi du Newton)

L'accélération d'un point matériel est proportionelle a la force appliquée.

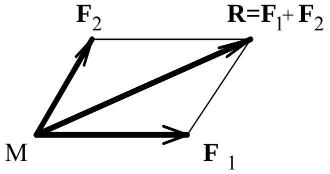
$$mW=F, \qquad \text{si la masse du point m est constante (8)}$$

Conséquence 1 : L'action de la force **F** sur le point se manifeste dans l'accélération du point **W**. Nous nommerons ***forces equivalentes*** les forces provoquant accélération identique.

Conséquence 2 *:* Principe fondamental lie le mouvement (l'accélération) et la force. Cela signifie, que c'est impossible de donner simultanément les deux. Si on donne le mouvement, la force est cherchée. Si on donne la force, le mouvement est l'inconnue.

3. ***Principe extérieur d'addition des actions***

L'action de milieu sur un point est égale à la somme des actions des parties de milieu. Considérons un seul point M sous l'action de n points. L'action du point extérieur M_K sur le point M nous désignerons par $\mathbf{F_k}$. Le principe affirme, que les actions $\mathbf{F_k}$ sont équivalentes à une action **F**, égal à leur somme.



$$\mathbf{F}=\Sigma\, \mathbf{F_k}$$

La force **F** s'appelle *la résultante* du système de forces $\mathbf{F_k}$
Pour deux forces le principe fait la règle du parallélogramme

Les conséquences :

a) On peut maintenant presenter la deuxième loi du Newton pour le cas de l'action de quelques forces sur le point.

$$m\mathbf{W}=\Sigma\mathbf{F_k}$$

b) Non seulement le point isolé conserve le repos, mais aussi le point sous l'action des forces, dont la somme est zéro. Voila donc, ***condition nécessaire et suffisante de l'équilibre des forces appliquées au point :***

$$\Sigma\mathbf{F_k}=\mathbf{0} \qquad (11)$$

c) Si le poit n'a pas de mass, $\Sigma\mathbf{F_k}=\mathbf{0}$ a tous les moment. On ne peut, donc, pas appliquer une seule force au point sans mass.

4. ***Principe intérieur d'addition des actions (la troisième loi du Newton).***
Les propriétés des forces intérieures.

L'action de milieu sur un système materiel est egale à la somme vectorielle de ses actions sur chaque partie du système.

Pour la simplicité considéronsle système materiel de deux points M_1 et M_2. Désignerons les résultantes de l'action du monde extérieur sur M_1 par $\mathbf{F_1}$ et sur M_2 par $\mathbf{F_2}$. En additions a l'action extérieure, il existe l'interaction des points entre eux-mêmes. Désignerons l'action du point M_1 sur M_2 par $\mathbf{F_i}$ et l'action du M_2 sur M_1 par $\mathbf{F_i}'$

L'action de milieu sur le système est égale, donc, a $\mathbf{F_1} + \mathbf{F_2}$. L'action sur le point M_1 est égale $\mathbf{F_1} + \mathbf{F_i}'$. L'action sur le point M_2 est égale a $\mathbf{F_2} + \mathbf{F_i}$.

Selon le principe

$$\mathbf{F_1} + \mathbf{F_i}' + \mathbf{F_2} + \mathbf{F_i} = \mathbf{F_1} + \mathbf{F_2}$$

Il découle d'ici que

$$\mathbf{F_i}' + \mathbf{F_i} = \mathbf{0}$$

C'est «le principe de l'égalité de action et contreaction», bien conue comme la toisieme loi de Newton: ***les forces de l'interaction de deux points sont égales par module, sont opposés par direction et se trouvent sur la meme ligne droite passant par les points.***

$$\mathbf{Fi}' = -\mathbf{Fi}$$

Conséquence 1 Les forces d'interaction des points du système materiel s'appellent ***forces intérieurs*** (l'indice **i**). Selon le principe toutes les forces intérieures vont en pair, et ca signifie que leur vecteur principal et le moment principal sont égaux au zéro.

$$\mathbf{V^i} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{M^i_O} = \mathbf{0}$$

Conséquence 2 Selon le principe 2 on ne peut pas simultanément donner la force et le déplacement. Comme dans un corps solide les distances entre les points sont fixés, les forces interieures sont pricipalement indeterminables.

Une supposition

Tenterons d'imaginer quelles observations pouvaient amener vers les principes de la mecanique.
La gondole glisse, il semble, infiniment longtemps après le canotage du gondolier. Voila une idée du premier principe de l'inertie.

Les pêcheurs, repoussent l'un de l'autre et leur bateaux glissent dans les directions contraires, en passant les distances différentes pour le même temps, le grand bateau moins, le petit bateau plus. Les pêcheurs sentent les efforts identique, mais opposément dirigés sur les mains. Voila une idée de la 3me loi de Newton.

On constate, que les efforts identiques provoquent les mouvements (accélération) différents inversement proportionels au poids (taille) des bateaux. Voila une idée de la 2me loi de Newton.