Cours 4

Transformations equivalentes des forces appliquées au corps solide.

Théorème d'équivalence statique de deux systèmes de forces.

Appelerons ***les charges statiquement equivalentes*** les charges, provoquant les réactions identiques des liaisons déterminables. Pour de telles liaisons la solution d'équations de l'équilibre est absolument définie par le vecteur et le moment principal de la charge. D'ici découle le théorème d’équivalence statique:

Condition nécessaire et suffisante de l'équivalence statique de deux systèmes de forces {F} et {Q} consite en égalité de leurs vecteurs et moments principaux.

$$\mathbf{\{F\} \sim \{Q\}} \quad \text{si} \quad \mathbf{V\{F\} = V\{Q\}; \quad M_o\{F\} = M_o\{Q\}} \qquad (12)$$

Si il y a une force, equivalente au système elle s'appelle ***résultante***. Par exemple, selon les axiomes un système des forces appliquees au point, a la résultante egale a la somme vectorielle des forces. Pour le corps solide la classe des forces equivalentes est beaucoup plus large.

Nous avons montré, que les charges ***équilibrées*** ne provoquent pas les réactions. Donc tous les systèmes équilibrés sont équivalents l'un à l'autre et au système vide (au zéro). Par exemple, les forces appliquees au pont (force du poids de l'automobile et deux réactions des supports) sont équilibré à n'importe quelle position de l'automobile sur le pont, comme le pont reste au repos.

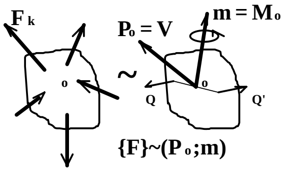
Le remplacement d’un système de forces par un système equivalent s'appelle ***la transformation equivalent*** du système de forces. Pour un système mécanique arbitraire il n’y a qu’une seule transformation equivalente: l'addition et la décomposition des forces appliquees a n'importe quel point du système.

Le modèle du corps solide permet les transformations equivalentes plus essentielles qui simplifient beaucoup le système de forces initial. Dans l'exemple avec l'automobile bougeant le long le pont, le système de trois forces subit une transformation equivalente: les réactions changent de manière que compenser le changement de la position de la force du poids de l'automobile et laisser le pont au repos.

Théorème Poinceau et ces conséquences.

Appliquons au corps un système arbitraire de forces **{F}.** Le théorème suivant répond à la question: quel système le plus simple est équivalent à ce système dans le point choisi du corps.

Système arbitraire de forces ***{F}*** *est équivalen au* **torseur {Po; m}**, *comprenant une force* ***Po***, *égal au vecteur principal* ***V {F}***, *et appliquée au point choisi O, - et un couple* **{Q, Q '}** *dont le moment* ***m*** *est égal au moment principal du système* ***Mo {F}*** *par rapport au point O.*



$$\mathbf{\{F\} \sim (Po; m):} \qquad \mathbf{P_o = V\{F\}; \; m = M_o\{F\}} \qquad (1)$$

Pour demontrer le théorème calculerons le vecteur et le moment principaux du torseur :

$$\mathbf{V\{Po; Q, Q'\} = Po + Q + Q' = Po = V\{F\}} \qquad \mathbf{(Q + Q' = 0)} \qquad (2)$$

$$\mathbf{M_o\{P_o; Q, Q'\} = m_o(P_o) + m = m = M_o\{F\}} \qquad \mathbf{(m_o(P_o) = 0)}$$

Fig. 1

Nous voyons, qu'ils sont égaux aux vecteur et moment principaux du système initial **{F}**, que signifie que le théorème est démonstré.

L'opération de la transformation equivalente d’un système a une force et une paire s'appelle ***la réduction du système au point.***

Consequance 1 : Systèmes Translatuare et Rotatoire de forces.

L'intérêt spécial présente la réduction du système au centre des masses (du poids) du corps solide.

Le vecteur principal (et la résultante de la réduction) ne dépend pas du centre, et caractérise la capacité du système des forces de déplacer le corps sans le tournant. Si le vecteur principal est égal au zéro, le système est ***rotatoire***. Après l'application du tel système au corps au repos, son centre de gravité restera immobile.

Le moment principal par rapport au centre des masses caractérise la capacité rotatoire du système des forces. S' il est égal a zéro, le système est ***translatuare***, elle amène le corps au repos au mouvement sans tournant. Par exemple, le système des forces du poids est une système translatuare, indépendamment de l'orientation du corps.

Consequance 2 : Réactions réduis des liaisons.

Les forces de contact du corps avec la liaison sont distribuées sur un certain petit terrain. C'est impossible de trouver cette distribution (nombre infini de l'inconnu) a partir de 6 équations de la statique. Le théorème Poinceau permet de reduire le nombre de l'inconnu au minimum, par remplacent les forces distribuées par une force et un moment de la réaction.

Conditions de l'existence et de réalisation de la résultante. Téorème Varinion

Comme nous savons, on appelle résultante d'un systeme de force **{F}** une force **R**, equivalent au système. Supposerons, que le système a la résultante **R**. Selon le théorème d'équivalence elle doit être égale au vecteur principal du système

$$\mathbf{R}=\mathbf{V}\ \{\mathbf{F}\}. \qquad (3)$$

C'est pourquoi la première condition de l'existence de la résultante est l'existence du vecteur principal :

$$\mathbf{1)} \qquad \mathbf{V} \neq \mathbf{0}. \qquad (4)$$

D'autre coute selon le même théorème :

Le moment de la résultante par rapport au point arbitraire est égal au moment principal du système des forces par rapport au même point.

Cette propriété de la résultante s'appelle *le théorème Varinion..*

Trouverons la deuxieme condition de l'existence de la résultante. Le moment de la résultante (et donc le moment principal du système) est perpendiculaire a la résultante (vecteur principal). Ca donne la deuxieme condition de l'existence de la résultante

$$\mathbf{2)} \qquad \mathbf{Mo \cdot V=0} \qquad (MxVx+MyVy+MzVz=0) \qquad (5)$$

Noterons, que la résultante a le sens pratique, quand elle est réalisable, c'est-à-dire on peut la appliquer au corps. La ligne de son action doit au minimum croiser le corps. Par exemple, la résultante des forces du poids du craquelin disposé dans le plan horizontal est facile de dessiner, mais il est difficile de la réaliser.

Comme nous avons vue, le moment principal du système plan des forces ou du système de forces parallèles est toujours perpendiculaire au vecteur principal. Donc de tels systèmes ont la résultante, si $\mathbf{V} \neq \mathbf{0}$. Mais c'est pas toujours qu'on peut réaliser cette résultante. Par exemple, le changement minimale d'une des forces d'un couple amènera le instantanément vers la résultante, qui sera tres éloignée en effet du corps, donc pas realisable.

Par contre la résultante du système des réactions de n'importe quel liaisons est toujour réalisable si le corps est charge par une seul force active **F,** c'est la force **-F** sur la même ligne.

Transformations equivalents de une force et d'une couple de forces dans le corps solide.

Force.

Selon le théorème d'équivalence deux forces equivalentes doivent être égales et avoir le moment identique par rapport au centre arbitraire. Il est évident, que pour cela ils doivent avoir la ligne commune d'action. Ainsi***, dans le corps solid on ne peut transférer la force que le long de sa ligne d'action.***

La force du poids, en se déplaçant avec l'automobile le long le pont (Fig. 6) change les réactions des supports, donc le transfert parallèle de la force n'est pas equivalent.

Il est important de remarquer, que le transfert de la force le long du fil de caoutchouc changera l'état du fil, donc un tel transfert n'est pas equivalent dans un corps déformé.

Couple de forces

Le vecteur principal d'un couple est égal a zéro, donc son moment principal ne dépend pas du centre. Ainsi, tous des couples avec les moments identiques sont équivalents. Donc ***dans le corps solide avec un couple on peut faire tout, que ne change pas le vecteur de son moment***, y compris : changer la force et l'épaule, sans changer leur produit; tourner le couple à son plan et transférer le couple au plan parallèle.

De telles transformations de couple dans *le corps déformé* amèneront au changement de son état (de la déformation), et donc, ne seront pas eqivalents. Ainsi le transfert du couple le long de caoutchouc changera l'angle du retordage.