НАИВЫГОДНѢЙШАЯ НАРѢЗКА.

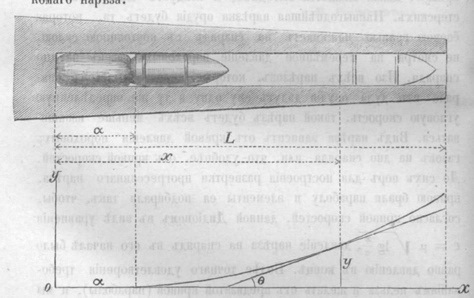
Въ орудійныхъ мастерскихъ нарѣзаютъ пушки большею частью при помощи стальнаго шаблона, изображающаго развертку нарѣза. Придать-ли этому шаблону форму параболы, или другой кривой, построенной по точкамъ, для мастера рѣшительно все равно по отношенію къ трудности и расходамъ. Поэтому ту кривую, какая окажется выгоднѣе, и слѣдуетъ принять въ мастерскихъ. Наивыгоднѣйшая нарѣзка орудія будетъ та, которая боевою гранью нажимаетъ на снарядъ съ постоянною силою, не смотря на перемѣнное давленіе пороховыхъ газовъ на дно снаряда. Изо всѣхъ нарѣзовъ, которые передъ вылетомъ снаряда изъ дула орудія дадутъ ему одну и ту же опредѣленную угловую скорость, такой нарѣзъ будетъ всѣхъ меньше изнашиваться. Видъ нарѣза зависитъ отъ кривой давленія пороховыхъ газовъ на дно снаряда, или, что удобнѣе, отъ кривой скоростей. До сихъ поръ для построенія развертки прогрессивнаго нарѣза, кривою брали параболу и элементы ея подбирали такъ, чтобы, согласно кривой скоростей, данной Дидіономъ въ видѣ уравненія $v = \mu \sqrt{\lg \frac{x}{\alpha}}$, давленіе нарѣза на снарядъ въ его началѣ было равно давленію въ концѣ. Болѣе точнаго удовлетворенія требованіямъ нельзя и желать отъ предвзятой кривой (параболы), и мы должны отъ нея отказаться, если желаемъ, чтобы давленіе было одно и то же на всемъ пути снаряда по каналу, а не только въ началѣ и концѣ.

Итакъ я постараюсь, основываясь на тѣхъ же данныхъ и допущеніяхъ (*), какія дѣлались при выводѣ параболической нарѣзки, вести болѣе строгія вычисленія и построить другую кривую, болѣе точно удовлетворяющую требованіямъ вопроса.

По Дидіону, какъ мы сказали, кривая скоростей выражается уравненіемъ $v=\mu\sqrt{\lg\frac{x}{\alpha}}$, гдѣ μ — коэффиціентъ пропорціональности, α длина заряда, x — соотвѣтственное скорости v разстояніе дна снаряда отъ дна канала. Пусть будутъ:

A—моментъ инерціи снаряда вокругъ оси фигуры,
N—нормальное давленіе выступа на нарѣзъ,
L—длина канала орудія,
r—радіусъ канала орудія до половины глубины нарѣза,
t—время,
ω—угловая скорость снаряда.

Изображаю въ верхней части прилагаемаго чертежа разрѣзъ орудія, а подъ нимъ развернутый каналъ съ боевою гранью искомаго нарѣза.



(*) Допущенія эти состоятъ въ отсутствіи тренія и въ томъ, что дѣйствительная кривая скоростей слѣдуетъ формулѣ Дидіона.

Въ разсѣченномъ орудіи снарядъ изображенъ въ начальномъ и случайномъ положеніяхъ.

На чертежѣ, изображающемъ развертку нарѣза, начало координатъ взято у дна канала, абсциссы я откладываю по одной изъ производящихъ, ординаты перпендикулярно имъ въ томъ направленіи, куда хотимъ нарѣзать пушку (направо или налѣво). Обозначимъ еще черезъ θ уголъ, образуемый касательною къ развернутой кривой въ точкѣ (x, y) съ осью абсциссъ. Мы имѣемъ

$$A\frac{d\omega}{dt}=Nr\cos\theta,\ \text{откуда}\ N=\frac{A}{r\cos\theta}\frac{d\omega}{dt}\ ;\ \text{но}\ \omega=\frac{v}{r}\operatorname{tg}\theta$$

$$\frac{d\omega}{dt}=\frac{1}{r}\left[\operatorname{tg}\theta\frac{dv}{dt}+v\frac{d\operatorname{tg}\theta}{dx}\frac{dx}{dt}\right]=\frac{1}{r}\left[\operatorname{tg}\theta\frac{dv}{dt}+v^2\frac{d(\operatorname{tg}\theta)}{dx}\right]$$

Уголъ θ рѣдко превосходитъ 4°, и потому, считая $\cos\theta=1$, получимъ

$$N=\frac{A}{r^2}\left[\operatorname{tg}\theta\frac{dv}{dt}+v^2\frac{d(\operatorname{tg}\theta)}{dx}\right]=\text{Const}$$

Подставимъ сюда

$$v=\mu\sqrt{\lg\frac{x}{\alpha}};\quad v^2=\mu^2\lg\frac{x}{\alpha};\quad \frac{dv}{dt}=\frac{\mu^2}{2x}.$$

Получимъ линейное дифференціальное уравненіе перваго порядка

$$N=\frac{A}{r^2}\left[\operatorname{tg}\theta\frac{\mu^2}{2x}+\mu^2\lg\frac{x}{\alpha}\frac{d(\operatorname{tg}\theta)}{dx}\right],$$

или, полагая постоянное $\frac{r^2N}{\mu^2A}=\beta$, мы получимъ

$$d(\operatorname{tg}\theta)+\left(\frac{\operatorname{tg}\theta}{2x\lg\frac{x}{\alpha}}-\frac{\beta}{\lg\frac{x}{\alpha}}\right)dx=0.$$

Чтобы рѣшить это уравненіе, положимъ $\operatorname{tg}\theta=uz$.

Наше уравненіе обратится въ

$$zdu+udz+\left[\frac{uz}{2x}-\beta\right]\frac{dx}{\lg\frac{x}{\alpha}}=0,$$

или

$$z\left(du+\frac{u\,dx}{2x\lg\frac{x}{\alpha}}\right)+udz-\frac{\beta}{\lg\frac{x}{\alpha}}dx=0.$$

Подбираемъ u, чтобы вышло

$$du+\frac{u\,dx}{2x\lg\frac{x}{\alpha}}=0.$$

Находимъ

$$\frac{du}{u}+\frac{dx}{2x\lg\frac{x}{\alpha}}=0,\ \text{или}$$

$$\lg u = -\frac{1}{2}\int\frac{dx}{x\lg\frac{x}{\alpha}} = -\frac{1}{2}\int\frac{d\nu}{\nu} = -\frac{1}{2}\lg\nu = -\frac{1}{2}\lg\lg\frac{x}{\alpha} = \lg\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^{-\frac{1}{2}} + \lg C_1$$

Откуда

$$u = \frac{C_1}{\sqrt{\lg\frac{x}{\alpha}}}$$

Множитель z мы опредѣлимъ изъ

$$u\,dz - \frac{\beta}{\lg\frac{x}{\alpha}}\,dx = 0$$

или

$$dz = \frac{\beta\,dx}{u\lg\frac{x}{\alpha}} = \frac{\beta\,dx}{C_1\sqrt{\lg\frac{x}{\alpha}}}\;;\quad z = \frac{\beta}{C_1}\int\frac{dx}{\sqrt{\lg\frac{x}{\alpha}}}$$

Положимъ

$$\sqrt{\lg\frac{x}{\alpha}} = s$$

$$\lg\frac{x}{\alpha} = s^2;\ \frac{dx}{x} = 2s\,ds\ ;\ \frac{x}{\alpha} = e^{s^2}\ ;\ x = \alpha\, e^{s^2};\ dx = 2\alpha e^{s^2} s\,ds$$

$$\int\frac{dx}{\sqrt{\lg\frac{x}{\alpha}}} = 2\alpha\int e^{s^2}\,ds =$$

$$= \alpha\left[\,2\int ds + 2\int s^2\,ds + \ldots + \frac{2}{(n-1)!}\int s^{2(n-1)}ds + \ldots\right] =$$

$$= 2\alpha\left[\,s + \frac{s^3}{3} + \cdots + \frac{s^{2n-1}}{(n-1)!\,(2n-1)} + \ldots\right]$$

потому что

$$e^{s^2} = 1 + s^2 + \frac{s^4}{2!} + \frac{s^6}{3!} + \ldots + \frac{s^{2n}}{n!} + \ldots$$

Итакъ

$$z = \frac{2\beta\alpha}{C_1}\left[\,s + \frac{s^3}{3} + \ldots + \frac{s^{2n-1}}{(n-1)!\,(2n-1)} + \ldots + C_2\right]$$

$$z = \frac{2\beta\alpha}{C_1}\left[\,\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^{1/2} + \frac{1}{3}\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^{3/2} + \ldots + \frac{\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^{\frac{2n-1}{2}}}{(n-1)!\,(2n-1)} + \ldots + C_2\right]$$

такъ что

$$\operatorname{tg}\theta = uz = 2\alpha\beta\left[\,1 + \frac{\lg\frac{x}{\alpha}}{3} + \ldots + \frac{\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^{n-1}}{(n-1)!\,(2n-1)} + \ldots + \frac{C_2}{\sqrt{\lg\frac{x}{\alpha}}}\right]$$

Постоянную C_2 опредѣлимъ изъ того условія, чтобы длина хода нарѣза составляла около дула K калибровъ, т. е. чтобы при $x = L$ было $\operatorname{tg}\theta_L = \frac{\pi D}{KD} = \frac{\pi}{K}$

Получимъ

$$\frac{\pi}{K} = 2\,\beta\alpha\left[1 + \frac{\lg\frac{L}{\alpha}}{3} + \ldots + \frac{\left(\lg\frac{L}{\alpha}\right)^{n-1}}{(n-1)\,!\,(2n-1)} + \ldots + \frac{C_2}{\sqrt{\lg\frac{L}{\alpha}}}\right]$$

откуда

$$C_2 = \frac{\pi}{K}\frac{\sqrt{\lg\frac{L}{\alpha}}}{\alpha\beta} - 2\sqrt{\lg\frac{L}{\alpha}}\left[1 + \frac{\lg\frac{L}{\alpha}}{3} + \ldots + \frac{\left(\lg\frac{L}{\alpha}\right)^{n-1}}{(n-1)\,!\,(2n-1)} + \ldots\right]$$

такъ что

$$\operatorname{tg}\theta = 2\alpha\beta\left[1 + \frac{\lg\frac{x}{\alpha}}{3} + \ldots + \frac{\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^{n-1}}{(n-1)\,!\,(2n-1)} + \ldots\ldots\ldots\right.$$

$$\left.\ldots - \frac{\sqrt{\lg\frac{L}{\alpha}}}{\sqrt{\lg\frac{x}{\alpha}}}\left(1 + \frac{1}{3}\lg\frac{L}{\alpha} + \ldots + \frac{\left(\lg\frac{L}{\alpha}\right)^{n-1}}{(n-1)\,!\,(2n-1)} + \ldots\right)\right] + \frac{\sqrt{\lg\frac{L}{\alpha}}}{\sqrt{\lg\frac{x}{\alpha}}}\frac{\pi}{K}$$

Умножимъ на $\sqrt{\lg\frac{x}{\alpha}}$ обѣ части послѣдняго уравненія

$$\operatorname{tg}\theta\sqrt{\lg\frac{x}{\alpha}} = 2\alpha\beta\left\{\left(1 + \frac{\lg\frac{x}{\alpha}}{3} + \ldots\right)\sqrt{\lg\frac{x}{\alpha}} - \left(1 + \frac{\lg\frac{L}{\alpha}}{3} + \ldots\right)\sqrt{\lg\frac{L}{\alpha}}\right\} + \frac{\pi}{K}\sqrt{\lg\frac{L}{\alpha}}$$

Полагая здѣсь $x = \alpha$, находимъ

$$0 = \frac{\pi}{K}\sqrt{\lg\frac{L}{\alpha}} - 2\alpha\beta\left[1 + \frac{1}{3}\lg\frac{L}{\alpha} + \ldots\right]\sqrt{\lg\frac{L}{\alpha}}\,.$$

Отсюда постоянное

$$\beta = \frac{r^2 N}{\mu^2 A} = \frac{\pi}{2K\alpha\left(1 + \frac{\lg\frac{L}{\alpha}}{3} + \ldots + \frac{\left(\lg\frac{L}{\alpha}\right)^{n-1}}{(n-1)\,!\,(2n-1)} + \ldots\right)} \quad \ldots \ (1)$$

такъ что

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\pi}{K}\left\{\frac{\sqrt{\lg\frac{L}{\alpha}}}{\sqrt{\lg\frac{x}{\alpha}}} + \frac{1 + \frac{\lg\frac{x}{\alpha}}{3} + \ldots}{1 + \frac{\lg\frac{L}{\alpha}}{3} + \ldots} - \frac{\sqrt{\lg\frac{L}{\alpha}}}{\sqrt{\lg\frac{x}{\alpha}}}\right\}$$

или

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\pi}{K} \frac{1 + \frac{\lg\frac{x}{\alpha}}{3} + \ldots + \frac{\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^{n-1}}{(n-1)\,!\,(2n-1)} + \ldots}{1 + \frac{\lg\frac{L}{\alpha}}{3} + \ldots + \frac{\left(\lg\frac{L}{\alpha}\right)^{n-1}}{(n-1)\,!\,(2n-1)} + \ldots} = y' \ldots (2)$$

Подставимъ $x = \alpha$ въ уравненіе (2), чтобы получить уголъ, который нарѣзъ образуетъ съ осью абсциссъ при своемъ началѣ

$$\operatorname{tg}\theta_\alpha = \frac{\operatorname{tg}\theta_L}{1 + \frac{\lg\frac{L}{\alpha}}{3} + \frac{\left(\lg\frac{L}{\alpha}\right)^2}{10} + \ldots + \frac{\left(\lg\frac{L}{\alpha}\right)^{n-1}}{(n-1)\,!\,(2n-1)} + \ldots}$$

Если онъ заданъ, то уголъ, образуемый концомъ нарѣза съ осью абсцисъ, найдется изъ уравненія:

$$\operatorname{tg}\theta_L = \frac{\pi}{K} = \operatorname{tg}\theta_\alpha \left[1 + \frac{\lg\frac{L}{\alpha}}{3} + \frac{\left(\lg\frac{L}{\alpha}\right)^2}{10} + \ldots + \frac{\left(\lg\frac{L}{\alpha}\right)^{n-1}}{(n-1)!(2n-1)} + \ldots\right] \ldots (3)$$

Подставивъ это уравненіе въ (2), мы получимъ тангенсъ угла нарѣза съ осью абсциссъ, выраженный черезъ тангенсъ начальнаго угла:

$$\operatorname{tg}\theta = \operatorname{tg}\theta_\alpha \left[1 + \frac{\lg\frac{x}{\alpha}}{3} + \frac{\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^2}{10} + \ldots + \frac{\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^{n-1}}{(n-1)!(2\;n-1)} + \ldots\right] \ldots (4)$$

Проинтегрируемъ уравненіе (2), замѣтивъ что

$$\frac{\int \left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^{n-1} dx}{(n-1)!(2\;n-1)} = \frac{x}{(n-1)!(2n-1)} \left[\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^{n-1} - (n-1)\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^{n-2} + \ldots\ldots\ldots \right.$$

$$\left. + (-1)^{m-1}(n-1)(n-2)\ldots(n-m+1)\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^{n-m} + \ldots\right],$$

Мы получимъ

$$y = \frac{\pi x}{K} \cdot \frac{1 + \frac{\lg\frac{x}{\alpha} - 1}{3} + \frac{\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^2 - 2\lg\frac{x}{\alpha} + 2}{10} + \ldots + \frac{\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^{n-1} - (n-1)\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^{n-2} + \ldots + (-1)^{m-1}(n-1)\ldots(n-m+1)\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^{n-m} + \ldots}{(n-1)\,!\,(2\;n-1)} + \ldots}{1 + \frac{\lg\frac{L}{\alpha}}{3} + \frac{\left(\lg\frac{L}{\alpha}\right)^2}{10} + \ldots + \frac{\left(\lg\frac{L}{\alpha}\right)^{n-1}}{(n-1)\,!\,(2n-1)} + \ldots} + \mathrm{C}$$

или, собравъ одинаковыя степени $\lg\frac{x}{\alpha}$, мы получимъ уравненіе нарѣзки:

$$y = \frac{\pi x}{K} \cdot \frac{\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \ldots\right) + \frac{\lg\frac{x}{\alpha}}{1}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \ldots\right) + \frac{\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^2}{1.\;2}\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots\right) + \ldots + \frac{\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^n}{n!}\left(\frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3} + \ldots\right) + \cdots}{1 + \frac{\lg\frac{L}{\alpha}}{3} + \frac{\left(\lg\frac{L}{\alpha}\right)^3}{10} + \ldots + \frac{\left(\lg\frac{L}{\alpha}\right)^{n-1}}{(n-1)\,!\,(2n-1)} + \ldots} + \mathrm{C}$$

Постоянную C опредѣлимъ изъ того условія, что $y=0$ при $x=\alpha$,

$$0=\frac{\pi\alpha}{K}\,\frac{1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots}{1+\frac{\lg\frac{L}{\alpha}}{3}+\ldots+\frac{\left(\lg\frac{L}{\alpha}\right)^{n-1}}{(n-1)!\,(2n-1)}+\ldots}+C$$

и вставимъ въ уравненіе нарѣзки. Получимъ

$$y=\frac{\pi}{K}\,\frac{(x-\alpha)\left(1-\frac{1}{3}+\ldots\right)+x\left\{\frac{\lg\frac{x}{\alpha}}{1}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\ldots\right)+\frac{\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^2}{1\,.\,2}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots\right)+\ldots+\frac{\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^n}{n\,!}\left(\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+3}+\ldots\right)+\ldots\right\}}{1+\frac{\lg\frac{L}{\alpha}}{3}+\frac{\left(\lg\frac{L}{\alpha}\right)^n}{10}+\ldots+\frac{\left(\lg\frac{L}{\alpha}\right)^{n-1}}{(n-1)!\,(2n-1)}+\ldots}\qquad(5)$$

или, выражая въ начальномъ углѣ отклоненія нарѣза отъ оси абсциссъ,

$$y=\operatorname{tg}\theta_\alpha\left[(x-\alpha)\left(1-\frac{1}{3}+\ldots\right)+x\left\{\frac{\lg\frac{x}{\alpha}}{1}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\ldots\right)+\frac{\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^2}{1\,.\,2}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots\right)+\ldots\right.\right.$$
$$\left.\left.\ldots+\frac{\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^n}{n\,!}\left(\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+3}+\ldots\right)+\ldots\right\}\right]\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\qquad(6)$$

По теоремѣ Макъ-Лорена:

$\operatorname{arctg} x=\frac{x}{1}-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\ldots$ при $x \overline{\lessgtr} 1$. При $x=1$ будетъ $\operatorname{arctg} x=\frac{\pi}{4}$. Тогда получится

$$\frac{\pi}{4}=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots=0{,}78539816=(9{,}8950899-10)$$

$$\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\ldots\ldots\ldots=0{,}21460184=(9{,}3316328-10)$$

и т. д. Введя общій множитель π въ коэффиціенты членовъ числителя (5), получимъ окончательное уравненіе нарѣзки въ видѣ

$$y=\frac{(x-\alpha)(0{,}3922398)+x\left[(9{,}8287827-10)\lg\frac{x}{\alpha}+(9{,}2705841-10)\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^2+\ldots\right]}{K\left[1+\frac{\lg\frac{L}{\alpha}}{3}+\frac{\left(\lg\frac{L}{\alpha}\right)^2}{10}+\ldots+\frac{\left(\lg\frac{L}{\alpha}\right)^{n-1}}{(n-1)!(2n-1)}+\ldots\right]}\qquad(7)$$

Пишу продолженіе числителя, насколько это можетъ пригодиться для конструкціи шаблона. Пишу именно такое число членовъ, какое бы давало при всѣхъ случаяхъ, встрѣчающихся на практикѣ, въ размѣрахъ y точность не менѣе 0,001 дм.:

$$+(8{,}6289209-10)\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^3+\ldots+(7{,}9064376-10)\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^4+(7{,}1127758-10)\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^5+$$
$$+(6{,}2566761-10)\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^6+(5{,}3453971-10)\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^7+(4{,}3848105-10)\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^8+$$
$$+(3{,}3797709-10)\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^9+\ldots$$

Если данъ начальный уголъ наклона нарѣза съ осью абсциссъ, уравненіе его (6) представится въ видѣ:

$$y = tg\theta_\alpha \Big[(9{,}8950899-10)(x-\alpha)+x\Big\{(9{,}3316328-10)\lg\frac{x}{\alpha}+(8{,}7734342-10)\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^2+$$
$$+(8{,}1317710-10)\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^3+(7{,}4092877-10)\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^4+(6{,}6156259-10)\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^5+$$
$$+(5{,}7595262-10)\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^6+(4{,}8482472-10)\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^7+(3{,}8876606-10)\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^8+$$
$$+(2.8826210-10)\left(\frac{x}{\alpha}\right)^9\Big\}\Big] \ldots . \quad (8)$$

Въ видѣ уравненій (7) и (8) мы можемъ примѣнять уравненіе нашей нарѣзки. Но передъ тѣмъ докажемъ сходимость рядовъ, имѣющихъ общими членами

$$\frac{\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^n}{n!}\left(\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+3}+\ldots\right) \quad \text{и} \quad \frac{\left(\lg\frac{L}{\alpha}\right)^{n-1}}{(n-1)!\,(2n-1)} \ldots . \quad (9)$$

Не обращая вниманія на конечные множители $\left(\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n+3}+\ldots\right)$ и $\frac{1}{2n-1}$, докажемъ, что при достаточномъ n величина $\frac{\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^n}{n!}$ весьма быстро приближается къ нулю. Для этого напишемъ ее въ такомъ видѣ:

$$\frac{\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^n}{n!} = \frac{\lg\frac{x}{\alpha}}{1}\cdot\frac{\lg\frac{x}{\alpha}}{2}\cdot\frac{\lg\frac{x}{\alpha}}{3}\cdots\frac{\lg\frac{x}{\alpha}}{n} \ldots\ldots . \quad (10)$$

Здѣсь x больше α, но вообще конечно и рѣдко превосходитъ $7{,}5\alpha$. Слѣдовательно въ ряду множителей (10) всѣ числители равны, положительны и рѣдко превосходятъ 2, между тѣмъ знаменатели суть 1, 2, 3, . . n. Произведеніе же уменьшающихся дробей весьма быстро приближается къ нулю, если n значительно больше $\lg\frac{x}{\alpha}$ (вообще больше 2).

При вычисленіи рядовъ, имѣющихъ общіе члены вида (9), мы замѣтимъ, что при достаточномъ x члены сперва возрастаютъ, пока $\left(\lg\frac{x}{\alpha}\right)^n > n!$, но потомъ весьма быстро убываютъ.

Привожу здѣсь сдѣланные мною два примѣра къ означенному выводу для орудія 16-дм. калибра и длиною въ 35 калибровъ. Вычисливъ сперва параболическую нарѣзку, которая бы имѣла при дулѣ шагъ въ 45 калибровъ, я въ первомъ примѣрѣ пользовался уравненіями (2) и (7) и построилъ такую наивыгоднѣйшую нарѣзку, какая бы имѣла при дулѣ тотъ же шагъ въ 45 калибровъ. Такъ какъ извѣстно, что въ параболическомъ нарѣзѣ давленіе по серединѣ меньше, чѣмъ по концамъ, а въ моей нарѣзкѣ та же окончательная угловая скорость снаряду доставляется постояннымъ нажатіемъ, среднимъ изъ тѣхъ, какія встрѣчаются въ параболѣ, то выходитъ, что *мой нарѣзъ, сообщая снаряду одинаковую угловую скорость, изнашиваетъ орудіе на 10%, менѣе, чѣмъ параболическій*. Доказательство см. ниже (А).

Но параболическая нарѣзка съ шагомъ въ 45 калибровъ при дулѣ вычислена съ тѣмъ, чтобы быть достаточно прочною въ своихъ концахъ и излишне прочною въ серединѣ. Въ началѣ она составляетъ съ осью абсциссъ уголъ въ $1^\circ\ 51'\ 44''$, а моя: $1^\circ\ 43'\ 13''$.

Вычисливъ во второмъ примѣрѣ по формуламъ (4) и (8) такую наивыгоднѣйшую нарѣзку, которая бы въ началѣ составляла, какъ и параболическая, уголъ въ $1^\circ\ 51'\ 44''$ съ осью абсциссъ, я достигаю того, что она подвергается усилію, равному наибольшему, какое терпитъ параболическая нарѣзка; а сооообщаетъ снаряду бо́льшую угловую скорость. Такимъ образомъ я получилъ болѣе крутой ходъ въ 40,6 калибровъ (см. ур. 3) безъ ущерба для прочности нарѣза. Это даетъ возможность стрѣлять, безъ опасенія кувырканій, болѣе длинными снарядами, у которыхъ, слѣдовательно вѣса́, приходящіеся на единицу площади поперечнаго сѣченія, больше. А это ведетъ къ увеличенію настильности и досягаемости.

Доказательство предложенія А (см. выше). Параболическая нарѣзка съ шагомъ въ 45 калибровъ при дулѣ подвергается въ началѣ и концѣ усилію $N_{\max}$, на которое разсчитана наивыгоднѣйшая нарѣзка, имѣющая въ концѣ шагъ въ 40,6 кал.. Наивыгоднѣйшая же нарѣзка, имѣющая въ концѣ ходъ въ 45 калибровъ, подвергается усилію $N_{\text{ср}}$, среднимy изъ дѣйствующихъ на параболическую. Ур. (1) даетъ

$$\frac{N_{\max}-N_{\text{ср}}}{N_{\max}} = \frac{45-40{,}6}{45} = 10\% \text{ почти.}$$

Привожу здѣсь въ трехъ столбцахъ выраженныя въ дюймахъ ординаты нарѣзовъ: 1) y_p параболическаго, 2) y_m наивыгоднѣйшаго, выдерживающаго усиліе, среднее изъ тѣхъ, какія приходится выносить параболическому, и 3) y_g наивыгоднѣйшаго, выдерживающаго усиліе, наибольшее изъ тѣхъ, какія выдерживаетъ параболическій нарѣзъ.

x	y_p	y_m	y_g	$y_m - y_p$	$y_g - y_p$
дм.	дм.	дм.	дм.	дм.	дм.
α=68,497	0	0	0	0	0
72	0,1144	0,1036	0,115	—0,0108	0,001
80	0,3795	0,3469	0,384	—0,0326	0,004
88	0,6501	0,5986	0,663	—0,0515	0,013
96	0,9261	0,8586	0,951	—0,0675	0,025
112	1,4941	1,4026	1,552	—0,0915	0,058
128	2,0836	1,9769	2,189	—0,1067	0,105
144	2,6947	2,5802	2,857	—0,1145	0,162
160	3,3273	3,2111	3,556	—0,1162	0,229
176	3,9814	3,8686	4,284	—0,1128	0,303
192	4,6571	4,5519	5,041	—0,1052	0,384
208	5,3542	5,2603	5,825	—0,0939	0,471
224	6,0729	5,9932	6,637	—0,0797	0,564
240	6,8132	6,7654	7,474	—0,0478	0,661
256	7,5750	7,5303	8,338	—0,0447	0,763
272	8,3583	8,3328	9,227	—0,0255	0,869
288	9,1641	9,1583	10,142	—0,0058	0,978
304	9,9894	10,0059	11,080	+0,0165	1,091
320	10,8374	10,8749	12,042	+0,0375	1,205
336	11,7068	11,7650	13,027	+0,0582	1,320
352	12,5978	12,6765	14,036	+0,0787	1,438
368	13,5102	13,6084	15,062	+0,0982	1,552
384	14,4442	14,5611	16,123	+0,1169	1,679
400	15,3998	15,5337	17,200	+0,1339	1,800
416	16,3768	16,5263	18,299	+0,1495	1,922
432	17,3754	17,5385	19,434	+0,1631	2,059
448	18,3956	18,5702	20,563	+0,1746	2,167
464	19,4372	19,6215	21,727	+0.1843	2,290
480	20,5004	20,6915	22,912	+0,1911	2,412
496	21,5852	21,7810	24,118	+0,1958	2,533
L=512	22,6914	22,8890	25,345	+0,1976	2,654

Изъ послѣдней строчки столбца $y_g - y_p$ видимъ, что разница *между* ординатами наивыгоднѣйшей нарѣзки и параболической можетъ доходить до $2^2/_3$ дюйма.

Князь **Андрей Гагаринъ**.