

Содержание

Введение.....	3
1. Аффинные алгебраические многообразия.....	6
2. Проективная плоскость и проективное пространство.....	10
3. Сложение точек на конике.....	15
4. Кубические кривые. Закон сложения.....	18
5. Особые и неособые кубики.....	24
6. Касательные и точки перегиба алгебраической кривой.....	28
7. Нормальные формы эллиптической кривой.....	30
8. Группа неособых точек кубики.....	35
9. Невозможность рациональной параметризации эллиптической кривой.....	38
10. Параметризация эллиптической кривой с помощью эллиптических функций.....	40
10.1. Эллиптические функции.....	40
10.2. Функция Вейерштрасса.....	44
10.3. Параметризация эллиптической кривой над полем \mathbb{C}	48
10.4. Классы изоморфных эллиптических кривых.....	50
10.5. Гомоморфизмы эллиптических кривых над полем \mathbb{C}	54
10.7. Модулярная функция j	57
10.8. Модулярный полином.....	63
10.9. Полином Гильберта.....	65
11. Дискриминант и j -инвариант.....	71
12. Закон сложения точек эллиптической кривой.....	74
13. Эллиптические кривые над числовыми полями.....	78
14. Отображения алгебраических кривых.....	85
14.1. Регулярные функции и отображения.....	85
14.2. Рациональные функции и рациональные отображения.....	90
14.3. Отображение Фробениуса.....	95
14.4. Проективные кривые.....	99
14.5. Изогении эллиптических кривых.....	100
14.6. Полиномы Жегалкина как функции на поверхности единичного куба.....	105
15. Изоморфизмы и эндоморфизмы эллиптических кривых.....	107
15.1. Изоморфизмы над полями характеристики, отличной от 2 и 3.....	108
15.2. Изоморфизмы над полями характеристики 3.....	109
15.3. Изоморфизмы над полями характеристики 2.....	111
15.4. Эндоморфизмы эллиптических кривых.....	113

16.	Дивизоры на алгебраических кривых	116
16.1.	Локальное кольцо точки и нормирование	116
16.2.	Дивизоры	119
16.3.	Спаривание Вейля	125
17.	Эллиптические кривые над конечными полями	132
18.	Гиперэллиптические кривые	137
18.1.	Функции на кривых.....	137
18.2.	Якобиан гиперэллиптической кривой.....	143
	Литература	153