# 4. ОБТЕКАНИЕ ПРОФИЛЕЙ И РЕШЕТОК ПРОФИЛЕЙ.

#### 4.1. ПРИНЦИПЫ АНАЛИЗА

Рабочее колесо и направляющий аппарат ступени осевого компрессора представляют собой пространственные решетки, состоящие из расположенных по окружности на одинаковом расстоянии друг от друга лопаток. При анализе общих закономерностей рабочего процесса пространственную решетку допустимо рассматривать как совокупность кольцевых или круговых решеток.

В качестве первого приближения рассматривается так называемая гомогенная ступень, меридиональное сечение которой представлено на рис. 4.1.1.



Рис. 4.1.1. Меридиональное сечение гомогенной ступени осевого компрессора

Проточная часть гомогенной ступени ограничена цилиндрическими поверхностями ротора (втулки) и корпуса. При этом высота лопаток РК и НА одинаковая, одинаковы и площади радиальных сечений. В пренебрежении изменением плотности считается, что расходные составляющие скорости потока не меняются в направлении оси *z* :

$$c_{z} = f(z) = \frac{\overline{m}}{\rho \pi (r_{H}^{2} - r_{em}^{2})}.$$
 (4.1.1)

Считается также, что каждая из газовых частиц, входящих в ступень на своем радиусе r, продолжает двигаться в проточной части, приобретая разную закрутку  $c_u$ , но оставаясь на том же радиусе r. То есть, для каждой частицы поверхностью тока является цилиндрическая поверхность радиуса r. Итак, гомогенная ступень — это ступень, в которой газовые частицы движутся по цилиндрическим поверхностям с постоянной скоростью  $c_z$ .

Следует указать на схематичность представления рабочего процесса в гомогенной ступени. В действительности из-за повышения плотности газа в ступени проходные сечения  $f = \pi \left( r_{\mu}^2 - r_{em}^2 \right)$  должны уменьшаться вдоль оси *z* за счет уменьшения наружного или втулочного радиуса, Даже бы поверхности или обоих. если тока были осесимметричными поверхностями вращения, ЭТО были бы не цилиндрические, а конические поверхности. Конечное число лопаток РК и НА даже в невязком ядре потока заставляет разные частицы двигаться с некоторым изменением радиального положения. В пограничных слоях на поверхностях лопаток частицы существенно перемещаются по радиусу (вторичные течения). Фактически поверхности тока вообще не являются поверхностями вращения. Тем не менее, использование схемы гомогенной ступени вполне оправдано, предоставляя возможность анализа основных закономерностей рабочего процесса.

Элементарная кольцевая решетка получается в результате пересечения лопаточного аппарата цилиндрической поверхностью тока — рис. 1.2.2.

Изложенные в разделе 3.8 соображения показывают, что закономерности течения в элементарной кольцевой решетке идентичны закономерностям течения в плоской решетке, которая получается разверткой кольцевой решетки на плоскость — рис. 4.1.2.

Условия обтекания всех профилей кольцевой решетки одинаковы, если считать набегающий поток симметричным относительно оси вращения. Для соблюдения этого же условия в плоской решетке ее длину в направлении оси *u* следует считать бесконечной.

Моделью реального лопаточного аппарата рабочего колеса центробежной ступени является круговая решетка, получаемая пересечением лопаточного аппарата радиальной плоскостью — рис.4.1.3.

Анализ течения в кольцевых и плоских решетках ОК равносилен пренебрежению радиальными составляющими скорости потока, а в круговых решетках ЦК равносилен пренебрежению осевыми составляющими. Взаимодействие течений на разных ОПТ по высоте лопаток учитывают при анализе пространственного потока в ступени.



Рис. 4.1.2. Элементарные плоские решетки рабочего колеса и направляющего аппарата ступени осевого компрессора



Рис. 4.1.3. Элементарная круговая решетка рабочего колеса центробежной ступени

Продуктивность использования плоской решетки как модели реальных лопаточных аппаратов, в частности, связана с тем, что силы инерции, действующие на газовые частицы в реальной решетке и в ее элементарных кольцевых решетках достаточно близки. В то же время

силы инерции, действующие на газовые частицы в элементарных кольцевых и аналогичных плоских решетках, полностью совпадают. Это позволяет проводить испытания плоских решеток в аэродинамических трубах («аэродинамическая продувка») и использовать результаты испытания для целей расчета и проектирования ОК (и осевых турбин тоже). Продувки выполнены в массовом количестве исследователями разных стран, в том числе и отечественными учеными, результаты обобщены и представлены в виде расчетных диаграмм и формул.

Основные результаты испытания плоских решеток рассмотрены ниже. Этому предшествует качественный анализ процессов обтекания изолированных профилей и решеток. Используется принцип перехода от простейших моделей к более сложным, подобно тому, как это делалось в разделе 3. Там проточная часть уподоблялась системе каналов. Рассмотрение течения в прямой трубе позволило проанализировать возникновение потерь трения и их зависимость от критерия Рейнольдса и шероховатости поверхности. Анализ течения в прямоосном диффузоре показал причину возникновения вихревых потерь И принцип минимизации суммы потерь трения и вихревых потерь. Анализ течения в криволинейном колене показал причину возникновения местных диффузорностей и конфузорностей, возникновения вторичных течений. Так как лопаточные аппараты ТК есть сумма криволинейных диффузоров, все перечисленные явления имеют место в проточной части.

В этом разделе те же проблемы рассмотрены с позиции теории решеток. Проточная часть рассматривается не как сумма каналов, а как совокупность профилей. Такой подход позволяет именно не только возникновение перечисленных проанализировать выше составляющих потерь, но и условия течения на входе и выходе из лопаточных аппаратов. Установляются причины отставания потока на выходе из решеток, что влияет на величину механической работы двигателя, передаваемой лопатками РК сжимаемому газу. Анализ условий на входе показывает, при каком направлении потока лопатки обтекаются наиболее благоприятно, каков действительный механизм возникновения ударных потерь при изменении направления потока на входе (это равнозначно анализу работы ТК при различном расходе газа), И Т.Д.

Для лучшего понимания рабочего процесса изолированный профиль сначала уподобляется прямой тонкой пластике – рассмотрено возникновение потерь трения. Возникновение подъемной силы рассмотрено при обтекании тонкой дужки, затем рассмотрено влияние телесности профиля, особенности обтекания изолированного профиля и решетки профилей.

Следует сказать, что хотя перечисленные выше и другие закономерности течения рассматриваются применительно к плоской решетке, они качественно справедливы и для круговых решеток центробежных ступеней. Что касается рассматриваемых далее результатов продувок плоских решеток и способов их обобщения, то они не могут быть применены к элементам проточной части центробежных ступеней. Принципиальная разница в том, что на газовые частицы на поверхностях тока РК воздействует Кориолисова сила и центробежная сила от вращения рабочего колеса, что не моделируется при продувках в аэродинамической трубе. Экспериментальные ланные лля проектирования и расчета центробежных компрессоров получают при испытаниях моделей реальных компрессоров с вращающимися роторами на специальных установках.

## 4.2. АНАЛОГИЯ МЕЖДУ ТРЕУГОЛЬНИКАМИ СКОРОСТЕЙ ТУРБОКОМПРЕССОРОВ И УСЛОВИЯМИ ОБТЕКАНИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЛОПАТОЧНЫХ РЕШЕТОК

В зависимости от давления на нагнетании, определяемого состоянием обслуживаемой компрессором сети, ТК обеспечивает ту или иную производительность, массовый расход  $\overline{m}$  (кг/с). В соответствии с этим, меняется форма треугольников скоростей на входе и выходе из РК. То есть, рассматриваемые в настоящем лекционном курсе элементарные лопаточные решетки обтекаются потоком газа с разным направлением перед решетками. На рис. 4.2.1 показаны совмещенные (входной и выходной) треугольники скоростей осевой ступени при двух значениях массового расхода.

Массовый расход в сечениях «1» и «2» перед РК и НА равен  $\overline{m} = \rho_1 f_1 c_{z1} = \rho_2 f_2 c_{z2}$ . Для гомогенной ступени  $\rho_1 = \rho_2$ ,  $f_1 = f_2$  и, как следствие,  $c_{z1} = c_{z2}$ . Так как поверхность тока цилиндрическая, т.е.  $r_1 = r_2$ , то окружные скорости  $u = \omega \times r$  в сечениях «1» и «2» одинаковы, чем объясняется форма совмещенных треугольников скоростей. При уменьшении расхода уменьшается расходная составляющая скорости. Направление потока перед РК определяется углом выхода потока из предшествующего лопаточного аппарата. Этот угол  $\alpha_1$  практически не зависит от расхода в том диапазоне производительностей, в котором работают ТК. Поэтому относительная скорость на входе в РК  $\vec{w}_1 = \vec{c}_1 - \vec{u}_1$  (штриховые линии) направлена под меньшим углом, что вытекает из тригонометрического соотношения:



Рис. 4.2.1. Совмещенные (входной и выходной) треугольники скоростей осевой ступени при двух значениях массового расхода

Аналогично, на выходе из РК угол потока  $\beta_2$  практически не зависит от расхода, поэтому:

$$tg\alpha_2 = \frac{c_z}{c_{u2}} = \frac{c_z}{u - w_{u2}} = \frac{c_z}{u - c_z ctg\beta_2}.$$
 (4.2.2)

Таким образом, угол потока  $\beta_1$  на входе в РК и угол потока  $\alpha_2$  на входе в НА меняются одинаково. А именно, при уменьшении расхода углы потока становятся меньше, и наоборот. Наиболее благоприятные условия обтекания лопаток (т.е. наименьшие потери напора) получаются тогда, когда угол потока на входе примерно равен входному углу лопаток, т.е. при  $\beta_1 \approx \beta_{n1}$  для РК и  $\alpha_2 \approx \alpha_{n2}$  для НА. В более строгой постановке условие благоприятного обтекания будет рассмотрено ниже. Соответствие или несоответствие этих углов характеризует угол атаки на входе в РК и в НА:

$$i_1 = \beta_{n1} - \beta_1$$
 (PK),  $i_2 = \alpha_{n2} - \alpha_2$  (HA). (4.2.3)

Отношение давлений и производительность проектируемого ТК, с которыми ему предстоит работать наиболее продолжительное время (это соответствует нормальному эксплуатационному режиму обслуживаемой сети), задаются проектировщику в качестве расчетного режима. Именно для обеспечения  $\overline{m}_{pacy}$  и  $\pi_{pacy}$  при наиболее высоком КПД выбираются размеры и форма проточной части. На расчетном режиме работы ТК углы атаки примерно равны нулю. Поэтому режимы работы ТК с разной производительностью соответствуют:

– отрицательным углам атаки  $i_1 = \beta_{_{\pi 1}} - \beta_1 \prec 0$ ,  $i_2 = \alpha_{_{\pi 2}} - \alpha_2 \prec 0$  при  $\overline{m} \succ \overline{m}_{_{pacy}}$ .

Итак, режим работы ТК с расчетным расходом аналогичен режиму обтекания лопаток элементарных решеток с углом атаки близким к нулю, с расходом меньше расчетного — положительным углам атаки, с расходом больше расчетного — отрицательным углам атаки. Для того чтобы работе получить представление 0 ΤК BO всем диапазоне производительностей, следует проанализировать работу элементарных лопаточных решеток ТК в соответствующем диапазоне углов атаки  $0 \ge i \le 0$ . Необходимые для расчета ОК характеристики плоских решеток получают их испытанием (продувкой) в аэродинамических трубах при разных углах атаки.

У ступеней ЦК зависимость между производительностью и углами атаки на входе в РК  $i_1 = \beta_{n1} - \beta_1$  и в ЛД  $i_3 = \alpha_{n3} - \alpha_3$  такая же — рис. 4.2.2.



Рис.4.2.2. Треугольники скоростей центробежной ступени на входе в рабочее колесо и в диффузор при двух значениях массового расхода

## 4.3. ОБТЕКАНИЕ ТОНКОЙ ПЛАСТИНКИ

Причину возникновения сопротивления движению газа в лопаточных решетках начнем рассматривать с самой простой аналогии, а именно, уподобим реальный аэродинамический профиль тонкой пластике, обтекаемой газом в направлении ее поверхности — рис. 4.3.1:

<sup>w</sup> беск	
<b>b-</b>	

Рис. 4.3.1. Обтекание тонкой пластинки невязким газом

Как известно, на поверхности газовых частиц действуют два вида внешних сил:

- силы давления, перпендикулярные поверхности,

– силы вязкости, направленные по касательной к поверхности.

Так как направление скорости невозмущенного потока  $W_{\infty}$  ( $W_{\delta ec\kappa}$  на рис. 4.3.1) совпадает с направлением поверхности тонкой пластинки, поток не отклоняется от инерциального направления, давление во всех точках пространства одинаково. Суммарная сила давления на поверхности пластинки не возникает. Сил вязкости нет по определению (рассматривается невязкое течение). Тонкая пластинка при невязком обтекании не воздействует на поток, и на нее не действуют силы от обтекания газом.

При движении реального вязкого газа частицы, находящиеся непосредственно на поверхности «прилипают» к ней, они неподвижны. Сила вязкости быстро убывает в направлении, перпендикулярном к поверхности, и на некотором расстоянии практически незаметна. Соответственно, и скорость потока равна скорости невозмущенного потока  $W_{\infty}$ . Тонкая область, в которой скорость возрастает от нуля до 0,99  $W_{\infty}$  (одно из возможных условий определения границы вязкой и невязкой областями течения) — это пограничный слой. На рис. 4.3.2 зона, в которой заметно проявление вязкости потока выделена штриховыми линиями.

Из-за скольжения слоев газа образуется сила вязкости, пропорциональная касательному напряжению, т.е. силе, отнесенной к единице поверхности:

$$\tau_n = \left(\mu + \Delta \mu\right) \frac{\partial w}{\partial n} = \mu' \frac{\partial w}{\partial n}.$$
(4.3.1)

Здесь:  $\tau_n$  — напряжение трения турбулентного потока;  $\mu$  (м<sup>2</sup>/н) — динамическая вязкость газа, величина которой определена экспериментально и приводится в литературе, например, в приложении к [12];  $\Delta \mu$  — добавка к динамической вязкости при ламинарном течении изза турбулентного перемещения газовых частиц в поперечном направлении и обмена импульсами между частицами, движущимися с разными скоростями.



Рис. 4.3.2. Обтекание тонкой пластинки вязким газом

Касательное напряжение создает сопротивление движению газа. Сопротивление преодолевается за счет потери (преобразования в тепло) части механической энергии газа, складывающейся из потенциальной энергии давления и кинетической энергии движения. В пограничном слое давление практически не отличается от давления невозмущенного потока, поэтому сопротивление преодолевается за счет потери кинетической энергии в пограничном слое. Потеря напора растет по длине пластинки, поэтому толщина пограничного слоя растет от ее начала к концу. После схода потока с пластинки скорость в следе постепенно увеличивается за счет трения о более быстро движущиеся слои, и на некотором расстоянии от пластинки эпюра скоростей практически выравнивается.

Сопротивление трения пластинки характеризуется безразмерным коэффициентом силы сопротивления:

$$C_f = \frac{P_f}{\rho \frac{W_{\infty}^2}{2}B}.$$
(4.3.2)

Здесь:  $P_f(H/M)$  — сила сопротивления, которая может быть определена экспериментально (например, продувкой установленной на специальных весах пластинки в аэродинамической трубе);  $\rho$  (кг/м<sup>3</sup>) — плотность газа;  $W_{\infty}(M/c)$  — скорость невозмущенного потока скорость на бесконечности); B(M) — длина пластинки.

Как и во всех случаях рассмотрения плоского течения, размер пластинки в направлении перпендикулярном плоскости течения, принимается равным единице длины. Поэтому размерность силы сопротивления — н/м. То есть, сила сопротивления отнесена к динамическому давлению невозмущенного потока  $p_d = \rho \frac{w_{\infty}^2}{2}$  (н/м<sup>2</sup>) и к площади единицы высоты пластинки  $F_{nn} = B*1,0$  (м).

При обработке результатов экспериментов с пластинками имеют в виду, что критерии сжимаемости M, k практически не оказывают влияния, так как плотность газа в невозмущенной области течения не меняется, а в пограничном слое меняется незначительно. Единственным параметром, влияющим на коэффициент силы сопротивления трения, является критерий Рейнольдса, который в данном случае представляется в виде:

$$\operatorname{Re}_{w} = \frac{w_{\infty}B}{v} = \frac{w_{\infty}B}{\mu}\rho. \qquad (4.3.3)$$

Экспериментальные данные представлены на рис. 4.3.3, заимствованном из [15.

При одинаковых числах Рейнольдса и ламинарном режиме течения сила сопротивления трения меньше, чем при турбулентном. Это учитывают при профилировании крыльев самолетов, специально затягивая переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный. Такой подход не имеет смысла в случае лопаточных аппаратов ТК, поскольку поток сильно турбулизирован при обтекании предшествующих элементов проточной части (начальная турбулентоность).

Как известно, обтекаемая поверхность считается гидравлически гладкой, если тонкий ламинарный подслой закрывает неровности поверхности (рис. 4.3.4).



Рис. 4.3.3. Зависимость коэффициента силы сопротивления от критерия Рейнольдса

Ламинарный подслой образуется потому, что поверхность подавляет поперечные турбулентные пульсации. Сопротивление гидравлически гладкой поверхности уменьшается с ростом числа Рейнольдса. В [15] указывается, что следующие две формулы дают практически одинаковые результаты, хорошо согласующиеся с экспериментальными данными:

$$C_f = \frac{0.0307}{\operatorname{Re}_w^{1/7}},$$
 (4.3.4 a)

$$C_f = \frac{0,455}{\left(\lg \operatorname{Re}_w\right)^{2,58}}.$$
(4.3.4 б)



Рис. 4.3.4. Схема гидравлически гладкой (слева) и шероховатой (справа) поверхностей

С ростом числа Рейнольдса ламинарный подслой становится тоньше, вплоть до того, что перестает закрывать пики шероховатости. При этом сопротивление определяется не сопротивлением скольжения турбулентного слоя по ламинарному подслою, но вихреобразованием на выступающих неровностях поверхности. Такая поверхность является гидравлически шероховатой, и ее сопротивление перестает зависеть от критерия Рейнольдса — так называемая «автомодельность по числу Рейнольдса». В [15] рекомендуются следующие две практически одинаково точные формулы для расчета коэффициента сопротивления трения шероховатых поверхностей:

$$C_f = 0.0162 \left(\frac{k_w}{B}\right)^{1/7},$$
 (4.3.5 a)

$$C_f = \frac{1}{(1,89+1,62\lg(\frac{B}{k_u}))^{2,5}}.$$
 (4.3.5 б)

Здесь  $k_{u}$  — высота неровностей поверхности.

Отметим, что формулы (4.3.4) и (4.3.5) выведены приемами теории пограничного слоя с использованием экспериментальных данных, т.е. формулы носят полуэмпирический характер.

Формулы (4.3.5) предложены для равномерной «песочной» шероховатости. На рис. 4.3.5 показаны два возможных варианта обтекания механически обработанной шероховатой поверхности. При такой шероховатости направление обтекания влияет на сопротивление.



Рис. 4.3.5. Обтекание механически обработанной шероховатой поверхности при разном направлении потока [3]

В заключение подраздела сопоставим изложенное с анализом течения в прямой трубе в части 3, где также рассматривался механизм возникновения сопротивления трения. Суть явления идентична, но имеются важные различия, связанные со следующим:

1. Течение в трубе — это внутренняя задача, а обтекание пластики — внешняя.

2. В длинной трубе имеется так называемое «развитое течение», в котором вязкость проявляется во всем поперечном сечении, поток нельзя разделить на пограничный слой и невязкое ядро.

3. При обтекании пластинки (внешняя задача) вязкость проявляется только в пограничном слое на поверхности пластинки. В остальной (формально бесконечной) области течение невязкое.

4. В основном участке трубы с развитым течением эпюра скоростей не меняется по длине трубы. Сопротивление трения преодолевается за счет падения статического давления. Потери напора характеризуются коэффициентом потерь  $\zeta_{mp} = \lambda \frac{l}{d_z}$ , где  $\lambda$  — эмпирический безразмерный

коэффициент трения, зависящий от критерия Рейнольдса  $\text{Re} = \frac{c_{cp}d_{z}}{v}$  и относительной шероховатости.

5. При обтекании внешним потоком происходит развитие пограничного слоя по длине поверхности. Сопротивление трения преодолевается за счет потери кинетической энергии газовых частиц в пограничном слое. При решении внешней задачи понятие напоров (отнесенной к единице массы газа механической работы) нельзя применить, так как движущаяся масса газа бесконечна. Сопротивление трения характеризуется эмпирическим безразмерным коэффициентом

силы трения  $C_f = \frac{P_f}{\rho \frac{w_{\infty}^2}{2}B}$ , зависящим от критерия Рейнольдса

 $\operatorname{Re}_{W} = \frac{W_{\infty}B}{V}$  и относительной шероховатости.

6. В проточной части ТК течение формально внутреннее, но длина межлопаточных каналов небольшая, пограничные слои не только не успевают сомкнуться, но занимают сравнительно небольшую часть поперебчного сечения каналов — рис. 4.3.6. Поэтому при анализе течения в проточной части ТК более оправдано применение схемы внешнего течения.



Рис. 4.3.6. Схема развития пограничных слоев на лопатках элементарной прямой решетки

Итак, анализ обтекания тонкой дужки показывает неизбежность возникновения сопротивления трения в лопаточных аппаратах ТК (и любых других устройствах, имеющих дело с движением газов), и целесообразность использования схемы внешнего течения для целей анализа и расчета. Развитое течение без невязкого ядра потока может иметь место в малорасходных ступенях центробежных компрессоров с очень маленькой высотой лопаток. В этом случае расстояние между поверхностями, ограничивающими проточную часть в меридиональной плоскости, может быть меньше толщины пограничных слоев.

# 4.4. ВОЗНИКНОВЕНИЕ ПОДЪЕМНОЙ СИЛЫ. ПОСТУЛАТ ЖУКОВСКОГО-ЧАПЛЫГИНА

Рассмотренная выше простейшая схема профиля элементарной решетки в виде прямой пластинки объяснила природу возникновения сопротивления трения, но не дает ответа на вопрос, как возникает сила взаимодействия между профилем и потоком, позволяющая передать газу механическую работу двигателя (турбокомпрессор), или преобразовать энергию газового потока в механическую работу (турбина).

Для возникновения силы взаимодействия аэродинамические профили должны отклонять поток газа от инерциального направления, поэтому средние линии профилей не прямые. Простейшая схема изогнутого профиля — тонкая изогнутая дужка.

При обтекании дужки невязким потоком получается парадоксальная картина – сила взаимодействия газа с дужкой не возникает. На рис. 4.4.1

показана схема невязкого течения при направлении скорости на бесконечности, совпадающей с направлением хорды (это прямая, соединяющая начало и конец дужки, ее входную и выходную кромки). Показанная картина может быть получена одном из расчетных методов, или с помощью метода электораналогии [20].



Рис. 4.4.1. Схема невязкого бесциркуляционного обтекания тонкой дужки (картина обтекания симметрична относительно вертикальной оси)

Из-за движения газовых частиц по выпуклой поверхности дужки, на них действует центробежная сила, уравновешиваемая разностью давлений на верхней и нижней гранях частиц. Возникающий градиент давления  $\frac{\partial p}{\partial n} = \rho \frac{w^2}{R}$  (*R* — радиус кривизны линии тока) приводит к возникновению разрежения в середине выпуклой поверхности.

В результате газовые частицы, движущиеся выше хорды, «подсасываются» к выпуклой поверхности. Линии тока искривляются, при этом одна из них, критическая линия тока, подходит к поверхности перпендикулярно, образуя переднюю критическую точку. При подходе к поверхности газовые частицы тормозятся до нулевой скорости на поверхности дужки. Параметры газа в критической точке — это

параметры торможения 
$$T_{\kappa p} = T_{\infty}^* = T_{\infty} + \frac{w_{\infty}^2}{2C_p}$$
,  $p_{\kappa p} = p_{\infty}^* = p_{\infty} + \rho \frac{w_{\infty}^2}{2}$ .

В критической точке поток делится на две области. Частицы, движущиеся справа от критической точки, обтекают выпуклую поверхность, создавая упомянутую выше область разрежения. Частицы, находящиеся левее критической точки разворачиваются и движутся в сторону начала дужки. Центробежная сила направлена к поверхности дужки, поэтому левее критической точки возникает область повышенного давления. Затем эти частицы огибают входную кромку, где кривизна линий тока особенно велика и возникает сильное разрежение. На вогнутой поверхности центробежная сила прижимает частицы к дужке, и там возникает область повышенного давления.

В невязком потоке форма линий тока не зависит от направления движения газовых частиц. Движущиеся по вогнутой поверхности частицы огибают выходную кромку и движутся навстречу частицам на выпуклой поверхности. Торможение при встречном движении приводит к образованию **задней критической точки**, после которой поток уходит на бесконечность.

Обтекание дужки симметрично относительно вертикальной оси, и силы давления не образуют на дужке суммарной силы сопротивления, направленной навстречу скорости набегающего потока. В перпендикулярном направлении результирующей подъемной силы так же нет. Избыточное давление на участках дужки от кромок до критических точек уравновешивает разрежение на выпуклой поверхности между критическими точками и на вогнутой поверхности.

Итак, суммарная сила взаимодействия между дужкой и невязким потоком не возникает (впрочем, при невязком обтекании отсутствует сила взаимодействия при обтекании тела любой формы). Заманчивый путь решения задачи – использовать для расчета подъемной силы сравнительно простую схему невязкого обтекания — кажется не реализуемым. В [15] указывается, что проблему применимости невязких расчетов к решению прикладных задач решили в начале 20-го столетия Н.Е. Жуковский и его ученик С.А. Чаплыгин — основоположники современной аэродинамики. Эти расчеты имеют прямое касательство к турбомашинам, к теории крыла, винта и решеток профилей.

Постулат Жуковского – Чаплыгина основан на наблюдениях за реальным обтеканием аэродинамических профилей. При благоприятных условиях на поверхностях профилей не возникает отрывов потока. При этом точка схода потока находится на задней кромке профиля и направление покидающей профиль струйки тока совпадает с направлением касательной к средней линии профиля в задней кромке — такая формулировка постулата Жуковского — Чаплыгина позволяет корректно рассчитать подъемную силу профиля, оперируя понятием невязкого потока.

На рис. 4.4.2 показана картина обтекания симметричной тонкой дужки невязким газом в направлении ее хорды с соблюдением постулата Жуковского — Чаплыгина. Движущиеся по поверхности дужки газовые частицы покидают заднюю кромку в направлении касательной к поверхности. По отношению к хорде и к невозмущенному потоку эта струйка тока направлена под углом  $\Theta/2$  — половина угла изогнутости дужки. Газовые частицы в сходящей с дужки струйке испытывают

воздействие со стороны поля давлений в окрестностях дужки. Под дужкой область повышенного давления «отжимает» частицы струйки тока вверх, область разрежения над дужкой их «подсасывает». Струйка тока приобретает криволинейную форму, постепенно переходящую в прямую, совпадающую с направлением невозмущенного потока. Практически уже в окрестностях выходной кромки поле скоростей и давлений становится равномерным. Демонстрируется известный факт невозможности отклонить поток от направления на бесконечности изолированным профилем.



Рис. 4.4.2. Обтекание тонкой дужки невязким потоком с соблюдением постулата Жуковского — Чаплыгина

В разделе 2.4 на основании простых рассуждений введены понятия об угле отставания потока на выходе из лопаточной решетки, и об угле атаки на входе, от которого зависит наличие или отсутствие ударных потерь при обтекании профилей. Анализ обтекания дужки позволяет рассмотреть эти вопросы в строгой аэродинамической постановке.

При обтекании дужки отставание потока от направления профиля на выходе равно половине угла изогнутости  $\Theta/2$ . Картина течения невязкого потока (форма линий тока, поле давлений) не зависит от направления движения газа. Поэтому картина обтекания симметричной дужки должна быть одинаковой относительно вертикальной оси симметрии. Отсюда следует, что при течении с выполнением условия схода Жуковского — Чаплыгина струйка тока, идущая на профиль, попадает на переднюю кромку и принимает направление касательной к профилю на входе. Перестройка на входе происходит по той же причине, что и отставание на выходе: идущая прямолинейно ниже дужки струйка тока «отжимается» вверх областью повышенного давления вблизи вогнутой стороны и «подсасывается» к выпуклой стороне.

При направлении струйки тока по касательной к профилю обтекание носит наиболее благоприятный характер. Резкого изменения скорости на поверхности дужки нет, нет и специфических ударных потерь: безударное обтекание имеет место в случае, когда подходящая к профилю струйка тока попадает на переднюю кромку и направлена по касательной к поверхности дужки.

Для изолированной дужки направлением потока при безударном обтекании является направление хорды. Поток может иметь и другое направление, ЧТО характеризуется углом атаки между α направлением хорды и направлением скорости на бесконечности *w*<sub>∞</sub>. На рис. 4.4.2 показано, что области разрежения и повышенного давления на дужке воздействуют не только на струйки тока на ее поверхности. Струйки тока выше дужки отклоняются ОТ прямолинейного направления, «подсасываясь» областью разрежения на выпуклой поверхности. Струйки тока co стороны вогнутой поверхности «отжимаются» областью повышенного давления.

# 4.5. ЦИРКУЛЯЦИЯ СКОРОСТИ. РАЗГОННЫЙ И ОСТАНОВОЧНЫЙ ВИХРИ

Предполагается, рассмотренная обтекается что дужка выше котором потенциальным потоком, В газовые частицы движутся поступательно, без вращения вокруг своих центров тяжести. Для рассматриваемых вопросов важно, что в потенциальном потоке полная механическая энергия всех газовых частиц одинаковая, т.е. у них

одинаковая величина полного давления  $p^* = p_{\infty}^* = p + \rho \frac{w_{\infty}^2}{2} = const$ . Это

условие практически соответствует условиям обтекания лопаточных аппаратов осевых турбомашин. За пределами пограничных слоев (и областей отрыва потока, что будет обсуждаться далее) существует невязкое потенциальное ядро потока — рис. 4.3.2, например. Итак, связь между давлением и скоростью на поверхности дужки:

$$w = \sqrt{\frac{2}{\rho} \left( p_{\infty}^* - p \right)} .$$
 (4.5.1)

Из сказанного следует:

– на выпуклой поверхности дужки (поверхность разрежения) скорость потока больше скорости невозмущенного потока,

– на вогнутой поверхности дужки (**поверхность** давления) скорость потока меньше скорости невозмущенного потока.

Сила взаимодействия дужки и потока определяется разностью давлений на вогнутой и выпуклой поверхностях. Точно так же сила взаимодействия определяется разностью скоростей на этих поверхностях. Суммарной характеристикой различия скоростей является круговой интеграл по поверхности дужки — циркуляция скорости:

$$\Gamma = \oiint w^* ds , \qquad (4.5.2)$$

где *ds* — элемент поверхности профиля.

Выберем на рис. 4.4.2 направление обхода профиля по часовой стрелке. В этом случае циркуляция скорости положительная,  $\Gamma \succ 0$ , как принято в расчетах и анализе рабочего процесса турбокомпрессоров. При невязком обтекании дужки без соблюдения постулата (условия схода) Жуковского — Чаплыгина (рис. 4.4.1) циркуляция скорости равна нулю. Такое обтекание иногда называют бесциркуляцинным.

Понятие циркуляции используется, например, в рассматриваемой ниже формуле (теореме) Жуковского для вычисления подъемной силы, действующей на профиль в решетке профилей. Примером практического применения в расчетах может служить программа ЗДМ.023 кафедры КВХТ, применяемая для расчетов невязкого течения в рабочих колесах компрессоров. При вычислении центробежных Эйлеровой работы (теоретического напора)  $h_T = c_{u_2} u_2$  методом интегральных уравнений, программа вводит некоторое начальное значение циркуляции и проверяет положение точки схода потока с лопатки. Если точка схода на поверхности разрежения, циркуляция итерационно увеличивается до значения, при котором точка схода совпадает с задней кромкой лопатки. Если начальное поверхности давления, положение точки схода на циркуляция уменьшается до нужного значения.

Понятие о циркуляции используется при рассмотрении невязкого обтекания при изменении величины или (и) направления скорости. Понятно, что на лопатках неподвижного ротора ТК циркуляция скорости отсутствует, и при разгоне до расчетной скорости вращения она приобретает некоторое конечное значение. Однако, согласно положениям теоретической аэродинамики, циркуляция скорости не может возникнуть (если ее не было), или исчезнуть. Рассмотрение картины реального обтекания с разной скоростью разрешает это противоречие.

На рис. 4.5.1 представлена визуализация обтекания профиля, приведенного в движение и затем остановленного в момент начала движения.



Рис. 4.5.1. Разгонный и остановочный вихри, образующиеся при начале движения и последующей остановке профиля

Изображенная на рис. 4.5.1 картина течения объясняется следующим — схема на рис. 4.5.2.



Рис. 4.5.2. Положение задней критической точки: – вверху при увеличении скорости обтекания, – в середине при уменьшении скорости обтекания, – внизу при установившемся движении с соблюдением постулата Жуковского — Чаплыгина

В момент начала движения условие схода Жуковского — Чаплыгина не выполняется. Обтекание соответствует нулевой циркуляции. Струйка

тока с поверхности давления огибает острую заднюю кромку и движется против направления невозмущенного потока к задней критической точке на стороне разрежения. При движении с крайне малым радиусом кривизны на задней кромке давление резко падает, и поток разгоняется до высокой скорости. Следуя навстречу основному потоку к критической точке, где скорость равна нулю, критическая струйка тока не в состоянии преодолеть встречное давление. Она отрывается, образуя отчетливо видимый на рис. 4.5.1 вихрь с вращением против часовой стрелки. Затем вихрь сносится потоком с поверхности профиля.

При возникновении отрыва и образовании вихря, точка схода занимает свое положение на выходной кромке, выполняя условие схода — нижняя часть рис. 4.5.2. На профиле возникает циркуляция, равная циркуляции сошедшего с профиля вихря с обратным знаком:

$$\Gamma = \Gamma_{np} + \Gamma_{euxp} = 0. \qquad (4.5.3)$$

Если увеличение скорости продолжается, образуется и сносится по потоку новый вихрь, что сопровождается ростом циркуляции на профиле. При этом сумма циркуляции на профиле и циркуляции сошедших вихрей остается равной нулю, как того и требуют законы аэродинамики.

Итак, циркуляционное обтекание профиля в соответствии с постулатом Жуковского — Чаплыгина возникает в результате схода с профиля ряда разгонных вихрей.

При уменьшении скорости движения критическая точка смещается с задней кромки на вогнутую поверхность профиля — средняя часть рис. 4.5.2. На поверхности давления возникают и сносятся вниз по потоку остановочные вихри с положительной циркуляцией. Таким образом, условие (4.5.3) выполняется и при движении с уменьшением циркуляции на профиле.

При образовании разгонных и остановочных вихрей направленная кинетическая энергия потока приобретает вихревую форму. Продолжая движение в вязкой среде, вращательное движение вихрей тормозится трением о частицы потенциального потока, кинетическая энергия преобразуется в тепло. То есть, образование разгонных и остановочных вихрей сопровождается появлением соответствующих потерь напора. Такие потери возникают при пуске и остановке ТК, при изменении скорости вращения и изменении противодавления, ведущему к изменению расхода. Во всех этих случаях меняется циркуляция скорости на рабочих лопатках, и возникают эти вихри. У промышленных ТК такие переходные режимы работы не занимают много времени, поэтому их энергетические аспекты не привлекают внимания.

#### 4.6. НЕВЯЗКОЕ И ВЯЗКОЕ ОБТЕКАНИЕ ПРЯМОГО ПРОФИЛЯ

Пример обтекания дужки показывает механизм возникновения подъемной силы, но реальные профили должны иметь конечную толщину для восприятия механических нагрузок со стороны газовых сил и центробежной силы. При этом толщина профиля должна распределяться по длине средней линии таким образом, чтобы обеспечивать минимальное гидравлическое сопротивление при необходимых моментах инерции и сопротивления поперечного сечения.

Историческая традиция отработки формы профилей заключается в том, что сначала отрабатывается форма профиля с прямой средней линией — рис. 4.6.1, а затем средняя линия изгибается для нужного отклонения потока. Показанные на рисунке профили (обтекание слева направо) предназначены для работы со скоростями обтекания меньше скорости звука. Скругленная входная кромка и смещенная к передней кромке максимальная толщина улучшают работу при нерасчетных углах атаки и делают более плавным замедление в задней части профиля. Нижний профиль имеет предложенную Н.Е.Жуковским заостренную форму задней кромки, что обеспечивает сход потока с конечной скоростью и уменьшает сопротивление. В ТК такие профили не применяются из-за неприемлемой концентрации напряжений на выходной кромке при изгибной нагрузке от газовых сил. Практически необходимо скруглять и заднюю кромку.



Рис. 4.6.1. Прямые исходные профили: а — профиль C-4;  $r_1 = 0,12d_{\max}$ ;  $r_2 = 0,06d_{\max}$ ;  $d_{\max} / B = 0,3$ ;  $\overline{B}_s = 0,3$ ; б — профиль NACA 65-010;  $d_{\max} / B \approx 0,1$ ;  $r_1 / B = 0,666\%$ 

Диаграмма скоростей невязкого потока на поверхности прямого профиля показана на рис. 4.6.2. Характер обтекания определяется следующим.



# Рис. 4.6.2. Диаграмма скоростей невязкого потока на поверхности прямого профиля (скорость на бесконечности направлена по средней линии профиля)

При подходе к входной кромке критическая струйка тока тормозится и образует критическую точку с нулевой скоростью. Обтекая затем поверхность входной кромки малого радиуса, поток быстро разгоняется. При переходе на основную поверхность профиля, кривизна которой меньше, поток снижает скорость. Вблизи входной кромки возникает пик скорости, что связано с тем, что входная кромка не острая. После достижения максимальной толщины кривизна профиля уменьшается и скорость потока уменьшается, приближаясь к скорости невозмущенного потока w<sub>m</sub>. На скругленной выходной кромке образуется еще один небольшой пик скорости, после чего поток снижает скорость до нуля, образуя заднюю критическую точку. За пределами профиля поток в критической струйке тока разгоняется И достигает скорости невозмущенного потока.

Как и полагается, при невязком обтекании суммарная сила взаимодействия потока и профиля не возникает (так называемый парадокс Даламбера). По нормали к средней линии суммарная сила давления на профиль равна нулю, так как профиль симметричен относительно прямой средней линии. Суммарная сила давления на направление скорости на бесконечности так же равна нулю, так как давления на поверхность левее и правее линии максимальной толщины уравновешивают друг друга. При действительном, вязком обтекании подъемная сила по-прежнему не возникает из-за симметричности верхней и нижней поверхностей прямого профиля. В направлении скорости на бесконечности возникает сила сопротивления, вызываемая вязкостью потока. При этом надо иметь в виду различия в проявлении вязкости по сравнению с рассмотренным выше обтеканием тонкой пластинки.

На заимствованном из [15] рисунке показано, как пограничный слой оттесняет внешний потенциальный поток от поверхности профиля. В результате поток взаимодействует не с поверхностью профиля, а с так называемым «эффективным контуром».



Рис. 4.6.3. Влияние пограничного слоя на профиле на внешний поток (эффективный контур показан штриховыми линиями)

Как следствие, в кормовой части профиля давление меньше, чем в лобовой, и к сопротивлению трения добавляется сопротивление давления. На рис. 4.6.4 (данные так же из [15]), показано соотношение между сопротивлением трения и давления в зависимости от относительной толщины профиля Жуковского (рис. 4.6.1 б)).

Приведенные данные показывают, что обе составляющие сопротивления больше у более толстых профилей. Понятно, что у тонкой пластинки сопротивления давления быть не может, и оно тем больше, чем больше поперечное сечение профиля, т.е. его максимальная толщина.

Сопротивление трения так же больше у более толстых профилей по двум причинам:

- смачиваемая поверхность больше у более толстых профилей,

– поверхностные скорости больше у толстых профилей, так как они сильнее отклоняют поток от направления невозмущенной скорости. Всегда надо иметь в виду, что при прочих равных условиях потери пропорциональны кинетической энергии 0, 5*w*<sup>2</sup>.

В [13] указано, что потери давления уменьшаются с ростом критерия Рейнольдса, так как пограничные слои становятся тоньше и эффективный контур меньше отличается от реального. Уместно отметить, что применяемые в решетках осевых компрессоров профили имеют на среднем радиусе относительную толщину порядка 5%, при которой доля сопротивления давления не очень велика.



Рис. 4.6.4. Соотношение между сопротивлением трения и давления в зависимости от относительной толщины профиля Жуковского,  $\text{Re}_{w} = 4 \cdot 10^{6}$ 

На рис. 4.6.4 приведены данные по сопротивлению профилей Жуковского с заостренной выходной кромкой, на которой не образуется задняя критическая точка даже при воображаемом невязком течении. На диаграмме скоростей рис. 4.6.2 видно, что при невязком обтекании на скругленной выходной кромке после небольшого пика скоростей следует замедление потока до нуля. При вязком обтекании на выходной кромке неизбежен отрыв потока со сходом пелены вихрей. Вместо давления торможения при невязком обтекании в реальном потоке на кромке имеет место давления в точке отрыва, которое значительно меньше. Результатом является дополнительное сопротивление давления. Соответствующие потери называют кромочными потерями. В турбинных ступенях, где пограничные слои тонкие, а профили толстые, кромочные потери рассчитывают отдельно. В ступенях ОК профили тоньше, а пограничные слои толще, поэтому доля кромочных потерь считается небольшой, и их отдельно не рассматривают.

Диаграмма скоростей на рис. 4.6.2 показывает, что на поверхности прямого профиля существует замедление потока. Даже если речь идет о профиле Жуковского с заостренной задней кромкой, местное замедление

 $\dot{w}_{_{3}} = w_{_{\infty}} / w_{_{\text{max}}} \prec 1,0$  довольно значительное. Понятно, что местная скорость тем сильнее отличается максимальная OT скорости невозмущенного потока скорости  $W_{\max} \succeq W_{\infty}$ , чем больше относительная толщина профиля  $\overline{\delta}_{max} = \frac{\delta_{max}}{R}$ . Известно, что при значительном замедлении пограничный слой утолщается, скорости непосредственно на поверхности под воздействием встречного давления уменьшаются быстрее. Это уменьшает касательные напряжения  $\tau = \mu' \frac{\partial w}{\partial n}$  на поверхности. При нулевой величине касательного напряжения, потерявшие кинетическую энергию частицы начинают двигаться вспять — рис. 4.6.5.

Итак, замедление потока может привести к отрыву. Данные на рис. 4.6.4 можно интерпретировать как демонстрирующие отсутствие отрыва даже при обтекании даже очень толстых прямых профилей с  $\overline{\delta}_{max} = 0,40$ . Тем не менее, рост сопротивления очень значительный, что надо иметь в виду при выборе толщины лопаток осевых компрессоров.



Рис. 4.6.5. Профили скорости  $\partial u / \partial y$  (*u* — скорость в пограничном слое) при разных градиентах давления в направлении движения и возникновение условия отрыва  $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$  на поверхности профиля при диффузорном течении

### 4.7. НЕВЯЗКОЕ И ВЯЗКОЕ ОБТЕКАНИЕ ИЗОГНУТОГО ПРОФИЛЯ

Если средней линии профиля придать форму рассмотренной выше дужки, то при выполнении условия схода Жуковского — Чаплыгина невязкое обтекание приведет к появлению подъемной силы. На рис. 4.7.1 показаны линии тока при обтекании решетки профилей и изолированного профиля.

При направлении невозмущенного потока вдоль хорды профиля картина невязкого обтекания будет такой, как показано на рис. 4.7.2.

При плоском течении несжимаемого потока можно пользоваться принципом наложения течений: поле скоростей обтекания изогнутой дужки суммируется с полем скоростей обтекания прямого профиля. Поэтому безударное обтекание, как и в случае тонкой дужки, имеет место в случае, когда подходящая к профилю струйка тока попадает на переднюю кромку. Как и при обтекании дужки, безударное направление потока — это направление хорды.



Рис. 4.7.1 Линии тока при обтекании решетки профилей и изолированного профиля (снизу)



Рис. 4.7.2. Диаграмма скоростей при безударном невязком обтекании изолированного профиля

Как и при обтекании телесного профиля, на передней кромке профиля возникает критическая точка. Далее диаграммы скоростей разделяются на поверхностях давления и разрежения. Пики скорости имеют место при обтекании передней и задней кромок на обеих поверхностях, но уровни скоростей разные. Вдоль всей поверхности профиля имеется положительная нагрузка  $\Delta w = w_{\text{вып}} - w_{\text{вогн}}$ . Понятие «выпуклая», «вогнутая» относятся к средней линии. Из-за телесности профиля его поверхность может быть выпуклой на обеих поверхностях, но на «вогнутой» стороне кривизна меньше в любом случае.

Как и при обтекании прямого профиля, на скругленной задней кромке возникнет отрыв с появлением кромочных потерь. Существенное различие связано с тем, что замедление на поверхности разрежения тем больше, чем больше изогнутость профиля. Если даже толстые прямые профили обтекаются безотрывно, очень то значительный изгиб средней линии неизбежно приведет к отрыву рис. 4. 7.3.

Отрыв пограничного слоя ведет к существенному росту сопротивления и уменьшению подъемной силы и не допустим, как при использовании профилей в лопаточных аппаратах ОК, так и в качестве крыльев летательных аппаратов. Поэтому последние имеют весьма малую кривизну, и обе поверхности их профилей обычно выпуклые — рис. 4.7.4. Подъемная сила создается за счет того, что разрежение на верхней поверхности больше, чем на нижней.



Рис. 4.7.3. Утолщение пограничного слоя и его отрыв при значительном угле изогнутости профиля  $\Theta$ 



Рис. 4.7.4. Линии тока и диаграмма скоростей при невязком обтекании крылового профиля с положительным углом атаки

При *α* ≻0 передняя критическая точка оказывается на нижней («вогнутой») поверхности. Струйки тока левее критической точки

разворачиваются для движения в противоположном направлении и попадают на верхнюю поверхность профиля, обтекая входную кромку. На передней кромке давление резко падает, а скорость возрастает из-за движения газа по сильно искривленным линиям тока. После попадания на выпуклую поверхность с небольшой кривизной скорость снижается. На входной кромке возникает пик скорости — область с резким ее увеличением и последующим замедлением.

Положительный угол атаки приводит к падению давления на выпуклой поверхности вблизи входной кромки, в результате чего возрастает подъемная сила крыла, а лопатки ОК передают газу большую механическую работу. Однако при вязком обтекании растут профильные потери. При небольших углах атаки этот рост связан:

 с увеличением потерь поверхностного трения, пропорциональных кинетической энергии потока. Эта энергия больше, чем при безударном обтекании из-за пика скорости у входной кромки,

– с увеличением потерь давления из-за более толстого пограничного слоя на выпуклой поверхности. Рост толщины слоя связан с дополнительным (по сравнению с безударным обтеканием) замедлением потока на выпуклой поверхности.

При больших положительных углах атаки пик скорости увеличивается настолько, что отрыв потока на выпуклой поверхности неизбежен. Явление отрыва, подобного показанному выше на рис. 4.7.3, ведет к уменьшению подъемной силы. Скорость потока в зоне отрыва мала по сравнению со скоростью потока на его границе. Поэтому статическое давление на поверхности в зоне отрыва равно давлению в точке отрыва, а скорость вдоль границы отрыва — скорости в точке отрыва.

При безотрывном обтекании диаграмма скоростей принципиально не отличается от диаграммы невязкого. Возмущение потока чуть более сильное, так как эффективный контур (профиль плюс толщина вытеснения) толще физического профиля. При отрыве пограничного слоя картина обтекания после точки отрыва изменяется так, как это показано на рис. 4.7.5 штриховыми линиями.

При возникновении отрыва поток покидает профиль со скоростью в точке отрыва. Дополнительное сопротивление при отрыве связано с тем, что в кормовой части профиля на выпуклой поверхности прекращается замедление потока. В результате давление там ниже, чем в лобовой части. Одновременно происходит уменьшение подъемной силы, так как поток разгоняется на нижней поверхности профиля до скорости  $W_{omp}$  с соответствующим падением давления. О снижении подъемной силы при возникновении отрыва можно судить по уменьшению площади диаграммы скоростей, пропорциональной циркуляции скорости на профиле.



Рис. 4.7.5. Влияние отрыва потока на диаграмму поверхностных скоростей (сплошные линии — невязкое обтекание, штриховые линии — диаграмма скоростей при возникновении отрыва)

При расходе больше расчетного профили лопаток ОК обтекаются с отрицательным углом атаки. У крыльев летательных аппаратов небольшие отрицательные углы атаки используются для уменьшения подъемной силы (при снижении, например) — рис. 4.7.6.



Рис. 4.7.6. Обтекание профиля с отрицательным углом атаки — диаграмма поверхностных скоростей невязкого потока

При отрицательных углах атаки пик скорости на входной кромке приводит к резкому замедлению на нижней (вогнутой) поверхности

профиля. На выпуклой поверхности диаграмма скоростей приобретает благоприятный характер. Рост сопротивления при  $\alpha \prec 0$  происходит по тем же причинам, что и при положительных углах атаки. Отличие заключается в том, что в начале профиля скорость потока больше, а давление ниже на нижней поверхности профиля. Аэродинамическая нагрузка в начале профиля отрицательная  $\Delta w = w_{\rm gold} - w_{\rm gold} \prec 0$ , что и ведет к уменьшению подъемной силы.

Представленный выше анализ показывает, что характер обтекания профилей зависит в наибольшей степени от направления набегающего потока, характеризуемого углом  $\alpha$  между направлением потока и хорды профиля — углом атаки. От угла атаки в наибольшей степени зависят подъемная сила и сила сопротивления. Зависимости безразмерных коэффициентов подъемной силы и силы сопротивления от угла атаки называются аэродинамическими характеристиками профилей, которые будут рассмотрены ниже.

# 4.8. ОБТЕКАНИЕ РЕШЕТКИ ПРОФИЛЕЙ

Изолированный профиль вызывает только местное возмущение потока. Принципиальное отличие обтекания профилей в составе решетки заключается в том, что после прохождения решетки параметры потока отличаются от параметров перед решеткой. Кольцевая решетка делит область течения на две части, как и ее модель — плоская решетка бесконечной длины. Параметры потока перед и за решеткой разные. Это различие ясно из приведенного выше рисунка 4.7.1.

Назначение решетки колеса компрессора — передать газу механическую работу двигателя, турбины – преобразовать энергию газа в механическую работу. В обоих случаях задача решается отклонением потока от инерциального направления. Рассматриваемая модель рабочих колес — прямая решетка — предназначена для отклонения потока. Неподвижные лопаточные решетки (направляющий аппарат ОК, сопловой аппарат турбины) так же служат для поворота потока.

На схеме рис. 4.8.1 показано, что в зависимости от соотношения углов потока перед и за решеткой течение в ней носит диффузорный, бездиффузорный, или конфузорный характер.

Проходное сечение одного канала равно шагу между лопатками, умноженному на синус угла потока. Из уравнения неразрывности  $\overline{m} = \rho wt \sin \beta \cdot 1 = const$  (единица – высота элементарной решетки) следует, что отношение скоростей за и перед решеткой равно:



Рис. 4.8.1. Схема диффузорной, бездиффузорной и конфузорной прямых решеток

Очевидно, что при угле выхода потока из решетки  $\beta_1 \prec \beta_2$  и  $\beta_2 \le 90^0$ и течение в решетке всегда диффузорное, т.е.  $\dot{w} = \frac{w_2}{w_1} \prec 1,0$ . Это характерно для рабочих колес осевых компрессоров и, в большинстве случаев, для решеток направляющих аппаратов (напомним, что для обозначения углов потока в неподвижных элементах и направления неподвижных лопаток используется буква  $\alpha$ ). Сопловые аппараты турбин служат для преобразования энергии давления газа в кинетическую, которая преобразовывается в механическую работу в рабочем колесе. У

сопел 
$$\alpha_2 \prec 90^0$$
 и движение газа сильно конфузорное,  $\dot{c} = \frac{c_2}{c_1} > 1,0$ 

У ступеней ОК для РК и НА применяются диффузорные решетки по схеме 4.8.1 а). В некоторых случаях направляющие аппараты только поворачивают поток, без его замедления или ускорения — рис. 4.8.1 б). У такой решетки  $\alpha_2 = 180^0 - \alpha_1$ .

У ступеней осевых турбин обычно и в сопловом аппарате, и в РК течение ускоренное, лопаточные решетки выполняются по схеме — рис. 4.8.1 в). В некоторых случаях рабочие колеса только поворачивают поток,

без его замедления или ускорения — рис. 4.8.1 б). У такой решетки  $\beta_2 = 180^0 - \beta_1$ .

Сказанное поясняет, что главное отличие условий обтекания изолированного профиля и профилей в составе решетки в том, что возмущение от изолированного профиля накладывается на постоянную скорость на бесконечности, а профиля в составе решетки — на диффузорное течение в ТК, или на конфузорное течение в турбинах.

На рис. 4.8.2 показано различие диаграмм скоростей (невязкое обтекание) на профилях компрессорной и турбинной решеток.

Когда речь идет рабочем колесе компрессора, поверхность профиля, обращенную в сторону вращения, называют **передней поверхностью.** У изолированного профиля это вогнутая поверхность, или поверхность давления. Противоположная поверхность – это задняя поверхность (выпуклая поверхность, или поверхность разрежения изолированного профиля). Уменьшение среднерасходной скорости  $w = \frac{\overline{m}}{\rho t \cdot 1 \cdot \sin \beta}$  по длине межлопаточного канала в компрессорной решетке усиливает замедление потока на обеих поверхностях профиля.

Особенно это важно иметь в виду при анализе обтекания задней поверхности. Из аналогии с криволинейными каналами (раздел 3.4) следует, что на передней поверхности рабочих лопаток возможный отрыв подавляется силами инерции, действующими по нормали к поверхности, а на задней поверхности эти силы способствуют отрыву. К тому же потери отрыва тем больше, чем больше скорость в точке отрыва, а наибольшие скорости потока как раз на задней стороне лопаток.

Замедление потока вдоль задней поверхности  $\dot{w}_3 = \frac{w_2}{w_{\text{max}}}$  тем более сильно, чем меньше скорость на выходе из решетки  $w_2$ , и больше максимальная скорость  $w_{\text{max}}$ . В результате анализа результатов испытаний плоских решеток в аэродинамических трубах С. Либляйн (подробнее в [14]) установил, что именно величина диффузорности  $\dot{w}_3$  определяет возникновение недопустимого отрыва потока. Для расчетного режима им рекомендована величина **фактора диффузорности**:

$$F_D = 1 - \frac{w_2}{w_{\text{max}}} = 0,45 \,. \tag{4.8.2}$$



Рис. 4.8.2 Диаграммы скоростей (невязкое обтекание) на профилях компрессорной (а) и турбинной (б) решеток

Рекомендуется на расчетном режиме выбирать размеры лопаточной решетки так, чтобы скорость потока вдоль задней поверхности лопаток уменьшалась на 45%.

Большая величина  $F_D$  соответствует сильному замедлению, и наоборот. Для качественного анализа принимают, что величина скорости на профиле определяется среднерасходной скоростью в канале и нагрузкой лопатки:

$$w_3 = w_{cp} + 0.5\Delta w, \ w_{cp} = \frac{\overline{m}}{\rho t \sin \beta \cdot 1},$$

$$\Delta w = w_3 - w_{np}, \ w_{\text{max}} = w_1 + 0.5\Delta w_1.$$
(4.8.3)

Поэтому при профилировании компрессорных решеток следует контролировать:

– среднее замедление потока, не допуская излишней изогнутости профилей  $\dot{w} = w_2 / w_1 = \sin \beta_1 / \sin \beta_2 = \sin \beta_1 / \sin (\beta_1 + \Theta - \Delta \beta)$ ,

– нагрузку лопаток, в частности нагрузку вблизи входных кромок  $\Delta w_1$ . При прочих равных условиях нагрузка тем меньше, чем ближе лопатки друг к другу, т.е. чем меньше относительный шаг  $\overline{t} = t/B$ .

Ниже будут рассмотрены обобщения экспериментальных данных, позволяющие выбрать рациональные размеры компрессорных решеток.

Рациональное профилирование конфузорных турбинных решеток так же очень важно, так как там очень высокие скорости потока. Благоприятный для профилирования фактор заключается в том, что чем сильнее поворот потока, тем больше среднее ускорение. Нагрузка профилей при этом возрастает, но замедления потока на поверхности разрежения все же можно избежать — рис. 4.8.2 б).

Понятно, что движение газа в турбинах из области высокого в область низкого давления в любом случае носит устойчивый характер. Движение газа в ТК в область высокого давления всегда грозит прорывом газа из полости нагнетания на всасывания и требует очень тщательного выбора формы проточной части. Как доказательство проблемности осевых компрессоров приведем известный факт. Патенты на осевую турбину и осевой компрессор были выданы в конце 19 века практически одновременно. Турбины сразу же нашли применение в промышленности и на транспорте, а работоспособные осевые компрессоры удалось создать только 40 лет спустя, после интенсивных аэродинамических исследований.

## 4.9. ПЕРЕСТРОЙКА ПОТОКА НА ВХОДЕ И ВЫХОДЕ РЕШЕТКИ

При рассмотрении обтекания изогнутой дужки и изолированного профиля было показано, что области разрежения — повышенного давления заставляют критическую струйку тока менять направление, отклоняясь в сторону поверхности разрежения. В результате оказалось, что эта струйка попадает на переднюю кромку по касательной к средней линии, тогда, когда невозмущенный поток имеет направление хорды профиля. Поэтому угол атаки для изолированного профиля  $\alpha$
отсчитывается от направления потока, совпадающего с направлением хорды профиля. Безударное обтекание имеет место при  $\alpha = 0$ .

Как и в случае изолированного профиля, условие безударного входа в решетку профилей выполняется тогда, когда критическая струйка направлена по касательной к его средней линии, т.е. под углом  $\beta_{n1}$ . Однако для получения безударного обтекания поток на входе в решетку должен быть направлен не в направлении хорды лопаток. Причина в том, что нагрузка профилей в составе решетки влияет на направление критической струйки таким же образом, как в случае изолированного профиля, но в меньшей степени.

Сравнительно близко расположенные профили решетки меньше нагружены, чем изолированные профили с тем же углом изогнутости. Это понятно, так как изменение скоростей вдоль нормали к профилю определяется градиентом скорости и размером нормали, т.е. шагом решетки:

$$w_{\rm gain} - w_{\rm gord} = \int_{0}^{a} \frac{\partial w}{\partial n} dn, \ a = t \sin\beta, \ \frac{\partial w}{\partial n} = \frac{w^2}{R}, \tag{4.9.1}$$

где *R* — радиус кривизны линии тока в межлопаточном канале, примерно равный радиусу кривизны выпуклой поверхности профиля.

Другое отличие течения на входе в решетку по сравнению с дужкой или изолированным профилем заключается в том, что телесные профили проходного сечения. целом диффузорный занимают часть В межлопаточный канал в своем начале имеет конфузорный участок. Расчеты показывают, что чем толще профили, и чем ближе они расположены, тем меньше критическая струйка тока отклоняется от направления потока перед решеткой. Учет загромождения потока лопатками конечной толщины принято делать при расчете обтекания лопаток центробежных РК. На рис. 4.9.1 показана схема изменения направления струйки тока, идущей в переднюю критическую точку лопатки РК центробежной ступени.

Фактор загромождения учитывает коэффициент стеснения:

$$\tau_{1} = \frac{t'}{t} = \frac{(2\pi r_{1}/z) - (K \times \delta_{\pi}/\sin\beta_{\pi 1})}{(2\pi r_{1}/z)} = 1 - K \frac{z\overline{\delta_{\pi}}}{\overline{D_{1}}\sin\beta_{\pi 1}}.$$
 (4.9.2)

Здесь: K = 0,5-0,7 — эмпирический коэффициент, учитывающий заострение входных кромок лопаток,  $\overline{\delta}_n = \delta_n / D_2$  — относительная толщина лопаток РК (лопатки центробежных РК имеют постоянную

толщину с заострением входных кромок),  $\overline{D}_1 = D_1 / D_2$  — относительный диаметр начала лопаток.

Считается, что с учетом стеснения расходная составляющая скорости увеличивается:  $c'_{r1} = c_{r1} / \tau_1$ . Это объясняет изменение направления критической струйки в сторону вращения под действием стеснения — рис. 4.9.1 б).



a)





B)

Рис. 4.9.1. Изменение направления струйки тока, идущей в переднюю критическую точку лопатки рабочего колеса центробежной ступени: (а) – ускорение потока под воздействием стеснения,  $C_1' = C_1 / \tau_1$ ; (б) – поворот струйки тока под воздействием нагрузки,  $\Delta C u_1 \prec 0$ ; (в) – суммарный эффект

Разность давлений на лопатках отклоняет критическую струйку тока в сторону, противоположную вращению. У критической струйки тока появляется отрицательная закрутка  $\Delta c_{u1} \prec 0$ , что уменьшает ее входной угол. Но из-за взаимного влияния профилей в решетке это отклонение меньше, чем у изолированного профиля. Противоположное влияние двух приближает направление критической струйки факторов тока направлению невозмущенного потока перед решеткой — рис. 4.9.1 в). При  $\beta_{1}$ невозмущенного направлении скорости потока под углом совпадающем с направлением касательной к средней линии профиля у входной кромки (угол  $\beta_{1}$ ) условие входа более или менее близко к условию безударного обтекания.

В теории решеток не принято оперировать рассмотренным выше понятием стеснения потока лопатками конечной толщины, хотя механизм перестройки потока на входе в решетку аналогичен рассмотренному выше. Здесь под перестройкой понимается изменение направления критической струйки тока по отношению к направлению невозмущенного потока. Поскольку условие безударного входа выполняется при направлении невозмущенного потока, близкого к углу лопаток на входе, логично использовать понятие угла атаки, отсчитываемого от этого угла. Углы атаки на входе в решетку рабочего колеса и направляющего аппарата ступени ОК:

$$i_1 = \beta_{n_1} - \beta_1 (PK), \quad i_2 = \alpha_{n_2} - \alpha_2 (HA).$$
 (4.9.3)

Итак, угол атаки на входе в лопаточную решетку есть разность угла лопатки на входе и угла невозмущенного потока на входе. Повторим еще раз, что условие безударного обтекания определяется не направлением среднего по шагу потока, а направлением струйки тока, идущей в переднюю критическую точку профиля (последняя должна совпадать с передней кромкой при безударном обтекании). Направление этой струйки отличается от среднего направления потока тем сильнее, чем больше нагрузка на лопатку и чем ближе к входной кромке смещена основная часть нагрузки.

Аналогичные рассуждения справедливы и в отношении потока на выходе из РК. При невязком обтекании с условием схода потока Жуковского - Чаплыгина картина потока на выходе аналогична картине на входе при безударном входе — рис. 4.7.1 выше. То есть, на выходе критические струйки тока покидают профили решетки в направлении выходного угла лопаток  $\beta_{n2}$ . В середине канала струйки тока покидают решетку под углом  $\beta_2 \prec \beta_{n2}$ . На некотором удалении от решетки поток выравнивается, и средний по шагу решетки угол выхода потока

оказывается меньше угла лопаток. Так возникает отставание потока на выходе из лопаточных аппаратов:

$$\Delta\beta = \beta_{n2} - \beta_2 \succ 0, \ \Delta\alpha_3 = \alpha_{n3} - \alpha_3 \succ 0.$$
 (4.9.4)

Перестройка потока на выходе из решетки — это выравнивание углов потока, которые не одинаковы по шагу между лопатками вдоль заднего фронта решетки. Это явление легко понять, если рассматривать обращенное направление движения – справа налево на рис. 4.7.1 (напомним, что в невязком потоке форма линий тока не зависит от направления движения — от входа к выходу в решетке, или в противоположном направлении). Под действием разности давлений на поверхности лопаток критические струйки тока подсасываются к выпуклой поверхности и приобретают угол потока больше среднего угла потока  $\beta_{n2} \succ \beta_2$ .

Итак, при наличии разности давлений на поверхности лопаток, угол выхода потока всегда меньше угла выхода лопаток  $\beta_{n2}$ . Угол отставания тем больше, чем больше нагрузка лопаток, т.е. чем больше они изогнуты и чем больше расстояние между ними.

Рассмотренный механизм возникновения отставания потока от направления лопаток на выходе проявляется и в реальном вязком потоке. При этом надо учитывать, что проявления вязкости ведут к усилению отставания потока, увеличению угла отставания. На рисунке 4.6.3 показано, что эффективный контур профиля за счет большей толщины пограничного слоя на выпуклой поверхности характерен меньшим углом выхода, чем сам профиль. Поэтому невязкое ядро потока отстает уже не от величины  $\beta_{n2}$ , а от меньшей величины  $\beta_{n2(э\phi)} \prec \beta_{n2}$ .

Особенно сильно возрастает отставание потока при отрыве пограничного слоя на выпуклой поверхности (рис. 4.7.3) при положительных углах атаки. Зона отрыва оттесняет активную часть потока в сторону меньших углов выхода.

# 4.10. ДИАГРАММЫ «НЕВЯЗКИХ» СКОРОСТЕЙ КАК ИСТОЧНИК ИНФОРМАЦИИ ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕШЕТОК

Как известно, турбокомпрессоры работают на разных режимах в соответствии с меняющимися условиями эксплуатации. При проектировании проточной части наиболее продолжительный режим работы выбирается в качестве расчетного режима. На этом режиме ТК должен обеспечивать массовый расход  $\overline{m}_{pacy}$  (кг/с) и отношение давлений

 $\pi = \frac{p_{\kappa}}{p_{\mu}}$  при расчетных оборотах  $n_{pacy}$  (об/мин) и заданных условиях на

входе  $P_{\mu}$  (МПа),  $T_{\mu}$  (К), R (Дж/кг/К),  $\mu_{\mu}$  (н\*с/м<sup>2</sup>),  $k = \frac{C_{p}}{C_{v}}$ . При

проектировании ступени главное требование — обеспечить эти параметры при наименьшей затрате энергии, т.е. при максимальном КПД.

Для выбора размеров и формы проточной части сформулированы методы первичного проектирования. Они основаны на существующих представлениях о рабочем процессе, результатах испытания лопаточных ступеней, испытаниях компрессоров. решеток И Понятно, что полуэмпирические приемы проектирования не могут иметь универсального характера. Когда вновь проектируемый ТК отличается от тех, испытания которых положены в основу проектных рекомендаций, расчетный расход и напор  $h_T = \frac{k}{k-1} R T_{\mu} \left( \pi^{\frac{k-1}{k\eta}} - 1 \right)$ , нужный для получения заданного отношения давлений, могут быть не обеспечены. Сомнительным представляется и получение высокого КПД.

В «докомпьютерную» эпоху единственным способом проверки первичного проектирования было испытание уменьшенных копий ТК его моделей, или моделей отдельных ступеней (что дешевле, но менее надежно). Испытания обычно показывали несоответствие полученного отношения давлений заданному, что указывало на необходимость увеличить или уменьшить выходные углы лопаток РК и др. При определенной удаче результаты испытания показывали, как можно проточную часть для повышения КПД. Процесс внесения изменений это экспериментальная доводка проточной части ТК.

Из-за больших временных затрат на такую проверку и высокой такие проверки делаются не всегда, или делаются в стоимости, объеме. Поэтому приближенность газодинамического ограниченном значительная погрешность расчетов проектирования (т.е. заданных расчетных параметров) рассматривается серьезными специалистами как Например, Международный объективная реальность. (европейский) ISO 5389:1991, регламентирующий стандарт правила испытаний промышленных центробежных компрессоров при сдаче заказчикам, требует безусловного обеспечения расчетного отношения давлений при заданном расходе, но допускает превышение мощности до 4%. Это равносильно тому, что при проектировании допущена соответствующая неточность расчета КПД. До сих пор в условия поставки промышленных производители ЦК ведущие мировые включают пункты типа «максимальный КПД 87–4%», или «максимальный КПД  $86 \pm 3$ %».

Идеальным средством для повышения надежности проектирования была бы процедура расчета характеристик спроектированного ТК и анализ путей улучшения проекта. В настоящее время численными методами решаются многие сложные задачи прикладной газовой динамики. Универсальные программы для расчета трехмерного, вязкого, сжимаемого и, (если требуется) нестационарного потока в принципе позволяют рассчитать характеристики ТК с любой проточной частью. Но следует что и эти программы, несмотря на все возрастающее помнить. совершенство расчетных алгоритмов, базируются на так называемых турбулентности \_\_\_\_ эмпирических, а стало моделях быть. не универсальных. Большой опыт применения вязких пространственных расчетов на кафедре КВХТ в сотрудничестве с университетами Германии и Польши, с отечественной авиационной промышленностью показал, что эти достаточно сложные и трудоемкие расчеты можно успешно использовать для решения ряда частных задач. Однако этим программам пока нельзя доверить расчетную проверку результатов газодинамического проектирования ТК.

Повышение надежности проектирования позволяет снизить объем экспериментальной доводки, или исключить ee совсем. Практика проектирования показала, что эффективным способом повышения надежности газодинамического проектирования является анализ невязкого квазитрехмерного потока в проточной части. Невязкий поток не встречает сопротивления своему движению, поэтому количественная оценка КПД компрессора, или потерь напора в отдельных элементах не может быть произведена. Зато «невязкие» расчеты дают очень полезную качественную информацию при минимальных затратах на расчеты.

Идея квазитрехмерного расчета была сформулирована проф. Ч.Х. Ву в середине прошлого столетия. Основная идея заключается в том, что действительная лопаточная решетка заменяется решеткой с бесконечным числом бесконечно тонких лопаток. При этом течение в меридиональной плоскости становится осесимметричным, что вместе с пренебрежением вязкостью резко упрощает расчеты. Рассмотрение действительного трехмерного потока заменяется рассмотрением двухмерных течений на осесимметричных поверхностях тока (ОПТ), равномерно расположенными по всей высоте лопаток. Действительный трехмерный поток схематически представляется в виде суммы ряда двухмерных течений на ряде осесимметричных поверхностей тока. Определенная условность такой схемы подчеркивается названием: «квазитрехмерный» поток («почти трехмерный» с учетом латинского значения «квази»).

Компьютерные программы для расчета невязкого квазитрехмерного потока совместно со специалистами промышленности были разработаны кафедрой компрессоростроения ЛПИ (ныне кафедра компрессорной, вакуумной и холодильной техники СПбГПУ), совершенствуются и применяются при проектировании рабочих колес центробежных ступеней со второй половины 1960-х гг.



Рис. 4.10.1. Диаграммы скоростей на лопатках рабочего колеса с двухъярусной решеткой (средняя поверхность тока по высоте лопаток, режим по расходу на 8,5% меньше расчетного). Сплошные линии — измерения, штриховые линии — квазитрехмерный расчет [18]

Специальные эксперименты подтвердили близость рассчитанных и измеренных диаграмм скоростей, что позволяет использовать «невязкие» расчеты для газодинамического проектирования. На рис. 4.10.1 показаны диаграммы скоростей на лопатках рабочего колеса с так называемой двухъярусной решеткой — рис. 4.10.2.



Рис. 4.10.2. Вид двухъярусной решетки рабочего колеса центробежной ступени

Сравнение рассчитанных и измеренных диаграмм на рис. 4.10.1 показывает очень хорошее совпадение скоростей на задней поверхности от начала лопаток до возникновения отрыва потока при  $r/r_2 \approx 0,80$ . Пики скорости на входных кромках указывают на ударный характер обтекания входных кромок, как результат положительного угла атаки при расходе меньше расчетного. Площадь расчетных диаграмм больше измеренных за счет большего замедления потока на передней стороне лопаток в их второй половине, где проявляется влияние утолщающихся пограничных слоев и появление вихревой зоны.

Пример применения «невязкого» расчета демонстрируют рис. 4.10.3 – 4.10.5. Здесь показано осерадиальное колесо центробежной ступени небольшого газотурбинного двигателя и последовательность расчета так, как она представляется на дисплее расчетной программы ЗДМ.023 [20].



Рис. 4.10.3. (а) – вид лопаточной решетки полуоткрытого рабочего колеса высоконапорной центробежной ступени традиционной конструкции. Расчетное отношение давлений  $\pi = 4,2$ , (б) – диаграммы скоростей невязкого потока на лопатках рабочего колеса вблизи основного диска (слева), посередине высоты лопаток и у периферии лопаток (справа)



Рис. 4.10.4. (a) – образующие осесимметричных поверхностей тока и квазиортогонали, (б) – изменение меридиональных скоростей по длине межлопаточного канала в восьми слоях газа по высоте лопатки рабочего колеса, показанного на рис. 4.10.1

Диаграммы скоростей на рис. 4.10.3 позволяют сделать следующие суждения о проекте рабочего колеса:

1. Входные кромки по высоте лопаток обтекаются практически безударно, что оптимально для расчетного режима. Незначительные пики скоростей у основного диска и посередине лопатки не имеют большого значения. Если бы обтекание сопровождалось появлением значительных пиков как на рис. 4.7.3, это свидетельствовало бы об обтекании с положительным углом атаки  $i_1 = \beta_{n1} - \beta_1 > 0$ . Для получения максимально возможного КПД на расчетном режиме лопаточные углы следовало бы именьшить. Обтекание аналогичное показанному на рис.4.7.4 указало бы на необходимость уменьшить входные углы лопаток.

2. Площадь диаграмм скоростей пропорциональна коэффициенту теоретического напора невязкого потока. Известна эмпирическая поправка, учитывающая влияние вязкости. Рассчитанный коэффициент теоретического напора невязкого потока и ожидаемый коэффициент теоретического напора вязкого потока  $\psi_T = c_{u2}/u_2$  представлены на поле графиков. Если эта величина недостаточна для получения нужного отношения давлений, проектировщику следует увеличить выходной угол и (или) количество лопаток, и наоборот.

3. Диаграмма скоростей вблизи основного диска свидетельствует о неблагоприятном обтекании. Сильное замедление в осевой части лопаток сменяется ускорением потока на задней поверхности в радиальной части, и повторным замедлением в конце (это область разгрузки лопаток, где скорости на обеих поверхностях лопаток должны выровняться на задней кромке). В меньшей степени такой неблагоприятный характер проявляется и в средней части лопаток. Считается, что сильное замедление потока в осевой части лопаток приемлемо, так как в начальной части лопаток пограничные слои тонкие, и их отрыв не неизбежен.

При обсуждении результатов проектирования нужно учитывать, что показанное на рис. 4.10.3 РК характерно для компрессоров традиционной конструкции, появившихся еще в 1940-е гг. (первая практически примененная конструкция — газотурбинный турбореактивный двигатель «Нин» фирмы Роллс–Ройс для истребителя–перехватчика британских BBC «Глостер – Метеор», 1943 г.). Но нужно иметь в виду, что плоские, непространственные лопатки в радиальной части обеспечивают максимальную прочность рабочего колеса в поле центробежных сил.

Полностью пространственные лопатки предпочтительнее, что показывает альтернативный вариант РК на рис. 4.10.5.



Рис. 4.10.5. Рабочее колесо с полностью пространственными лопатками — альтернатива рабочему колесу на рис. 4.10.3: (а) – вид лопаточного аппарата, (б) – диаграммы скоростей вблизи основного диска (слева), посередине высоты лопаток и у периферии лопаток (справа)

В целом диаграммы скоростей на рис. 4.10.5 более благоприятные, и позволяют рассчитывать на более высокий КПД. Тем не менее, Заказчик принял к реализации проект по рис. 4.10.3, так как расчет напряжений в материале РК варианта по рис. 4.10.6 показал его недостаточную прочность при  $u_2 = 560$  м/с.

В заключение перечислим возможности анализа невязкого квазитрехмерного расчета, использование которых повышает надежность газодинамического проектирования центробежных РК:

1. Отсутствие значительных пиков скоростей на входных кромках указывает на выполнение условия безударного входа. Это позволяет рассчитывать на получение максимального КПД при заданной расчетной производительности.

2. Рассчитанный коэффициент теоретического напора невязкого потока с учетом эмпирической поправки позволяет наиболее точно оценить действительную величину  $\psi_{T pacy} = c_{u2} / u_2$ ,

3. Анализ характера обтекания в целом позволяет оптимизировать форму лопаток, добиваясь отсутствия ненужных пиков скоростей и контролируя замедление потока вдоль поверхностей лопаток — в пределах, которые допускаются конструктивными ограничениями.

#### 4.11. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ПРОФИЛЕЙ И РЕШЕТОК

Приемлемый уровень потерь напора в лопаточных решетках может быть получен только при условии правильного выбора формы, как самих решеток, так и составляющих их профилей.

Типичная форма прямого исходного профиля, находящего применение в компрессорных решетках показана на рис. 4.6.1 вверху. Главные геометрические параметрами формы прямого профиля:

– относительная максимальная толщина  $\overline{d}_{max} = d_{max} / B_{ucx}$ ,

– относительное расстояние точки максимальной толщины от передней кромки  $\overline{B}_d = B_d / B_{ucx}$ .

На рис. 4.11.1 совмещены профили трех типов с одинаковой относительной толщиной  $\overline{d}_{max} = 0,20$  [12]. Большая толщина профилей на рисунке выбрана условно, для большей наглядности сравнения формы. У РК осевых компрессоров толщина увеличивается от периферии к втулке — для приближения к равнопрочности в поле центробежных сил и от изгиба под действием аэродинамической нагрузки. Первичный проектировочный расчет осевых решеток производится на средней высоте лопаток. У ОК типичное значение максимальной толщины на среднем расчетном радиусе обычно равна  $\overline{d}_{max} = 0,05$ . У периферии лопаток РК она может уменьшаться до 0,02 и увеличиваться у корня до 0,10 - 0,12.



Рис. 4.11.1. Формы трех профилей с относительной толщиной Линии: сплошная — NACA-65, штриховая — С-4, штрих-пунктирная — двухдуговой [14]

У профилей на рис. 4.11.1 относительная толщина расположена на разных расстояниях от входной кромки:

– профили C-4 отработаны для низких чисел Маха. Максимальная толщина приближена к входной кромке  $\overline{B}_d = 0,30$ . Поэтому входная кромка наиболее толстая, что улучшает работу при нерасчетных углах атаки,

– профили NACA-65 предназначены для более высоких дозвуковых чисел Маха. Максимальная толщина расположена дальше от входной кромки  $\overline{B}_d = 0,40$ . Входная кромка тоньше, что способствует меньшему возмущению набегающего потока,

– двухдуговые профили (DCA по западной терминологии) предназначены для трансзвукового потока – числа Маха около единицы. Их поверхность образована дугами окружности, которые одинаковы у прямого профиля. Максимальная толщина расположена посередине  $\overline{B}_d$ =0,50. Входная кромка довольно острая, вызывающая наименьшее возмущение потока. Особенности трансзвуковых и сверхзвуковых профилей будут рассмотрены ниже.

Главная характеристика изогнутых профилей — это их угол изогнутости  $\Theta$  — рис. 4.11.2. В диффузорных компрессорных решетках при больших углах изогнутости не удается получить приемлемый уровень потерь напора из-за чрезмерной нагрузки и излишнего замедления потока. На среднем расчетном радиусе углы изогнутости обычно не превышают 20-25<sup>0</sup>. В силу особенностей кинематики потока у втулки углы изогнутости больше, на периферии — меньше. Способ выбора оптимальной изогнутости профилей компрессорных решеток (диаграмма номинальных режимов Хауэлла) будет рассмотрен ниже.



Рис. 4.11.2. Геометрические параметры изогнутого профиля

Следствием изогнутости профиля является появление максимальной стрелы прогиба  $f_{\max}$ . Ее относительная величина  $\overline{f}_{\max} = f_{\max} / B$  используется в некоторых эмпирических формулах.

**Положение максимальной стрелы** прогиба  $\overline{B}_f = B_f / B$  зависит от формы средней линии изогнутого профиля. При средней линии в виде дуги окружности  $\overline{B}_f = 0,50$ , при изгибе по параболе максимальная изогнутость приближается к входной кромке.

Следствием более сильной кривизны средней линии является увеличение разности давлений на вогнутой и выпуклой поверхностях. При меньших  $\overline{B}_{f}$  кривизна средней линии увеличивается в начальной части профиля, и возрастает максимальная скорость в начале выпуклой поверхности. Аналогично влияет и утолщение начальной части профиля при меньших значениях B<sub>d</sub>. На рис. 4.11.3 показано распределение коэффициента давления  $\overline{p} = \frac{p - p_1}{p_1^* - p_1}$  (разность давлений на профиле и давления перед решеткой отнесена к динамическому давлению на входе) лопаточных решеток С одинаковыми параметрами, ДЛЯ но составленными из трех разных исходных профилей, показанных на рис. 4.11.1. Максимальное разрежение в начале выпуклой поверхности, что соответствует максимальной скорости, у профиля С-4 с приближенной с входной кромке максимальной толщиной.



Рис. 4.11.3 Изменение коэффициента давления  $\overline{p} = f(B)$  в решетках, составленных из профилей C-4 с  $B_d$ =0,30 (штрих-пунктир), NACA-65 с  $B_d$ =0,40 (сплошные линии) и двухдуговых с  $B_d$ =0,50 (штриховые линии) — данные из [14]

Несмотря на очевидное влияние положения максимальной толщины  $(B_d)$  и максимальной изогнутости  $(B_f)$ , и на ряд испытаний профилей с разной формой средней линии, демонстрировавших влияние геометрического ЭТОГО фактора, зарубежные отечественные И специалисты считают роль формы средней профиля вторичной — стр. 204 с подстрочным примечанием редакции — монография [14]. Подробная информация о профилях семейств NACA-65 (США) и С (Великобритания) представлена в Приложении в конце монографии [14].

Более важными (кроме угла изогнутости) являются геометрические параметры лопаточной решетки в целом — рис. 4.11.4:

- относительный шаг для компрессорных решеток рекомендуется выбирать в пределах  $\overline{t} = t/B = 0,70-1,0$ . При меньшем относительном шаге возрастают потери напора. Большой относительный шаг уменьшает поворота потока, возможность что равнозначно уменьшению механической работы двигателя. сообщаемой лопатками РК сжимаемому газу. Во многих публикациях вместо относительного шага используется обратная величина — густота решетки B/t,

– угол установки профиля  $\beta_B$  зависит от входного и выходного углов лопатки  $\beta_{n1}$ ,  $\beta_{n2}$ . Если средняя линия профиля дуга окружности, то из очевидных геометрических соображений:

$$\beta_{B} = \beta_{n1} + 0,5\Theta = \beta_{n1} + \frac{\beta_{n2} - \beta_{n1}}{2} = \frac{\beta_{n2} + \beta_{n1}}{2}.$$
(4.11.1)



Рис. 4.11.4. Геометрические параметры лопаточной решетки

Известно, что входной угол  $\beta_{n1}$  равен или близок к углу потока на входе в решетку на расчетном режиме. В зависимости от конкретных параметров компрессора и места ступени в проточной части требуется обеспечить больший, или меньший расход на расчетном режиме. Понятно, что большим расчетным расходам соответствуют лопаточные решетки с большим входным углом лопаток  $\beta_{n1}$ . У таких решеток углы установки  $\beta_B$  больше. Так что при проектировании угол установки  $\beta_B$ не выбирают, а рассчитывают исходя из треугольников скоростей на расчетном режиме. У направляющих аппаратов некоторых типов ступеней угол установки может быть равен 90<sup>0</sup>, как на рис. 4.1.8.б), минимальные значения для решеток ОК примерно 25–30<sup>0</sup>.

# 4.12. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРОФИЛЯ С ПОТОКОМ (ТЕОРЕМА ЖУКОВСКОГО)

Понимание качественного характера взаимодействия профиля с потоком газа позволяет перейти к количественным соотношениям, используемым в практике расчета и проектирования. Сумма проекций нормальных сил давления и касательных напряжений на направления z и u — это составляющие суммарной аэродинамической силы по соответствующим осям:

$$\vec{R} = \vec{R}_u + \vec{R}_z \,. \tag{4.12.1}$$

Составляющие по осям на единицу высоты лопатки:

$$R_u = \int_{sct} pds \sin \beta_s + \tau ds \cos \beta_s + \int_{prs} pds \sin \beta_s + \tau ds \cos \beta_s , \qquad (4.12.2 a)$$

$$R_z = \int_{sct} pds \cos \beta_s + \tau ds \sin \beta_s + \int_{prs} pds \cos \beta_s + \tau ds \sin \beta_s . \quad (4.12.2 \text{ fb})$$

Здесь интегралы берутся по выпуклой («sct») и вогнутой («prs») поверхностям профиля, ds — элементарный отрезок поверхности профиля,  $\beta_s$  — угол касательной к элементарному отрезку поверхности профиля. Знание силы R и ее составляющих нужно для:

1. Определения мощности, необходимой для вращения рабочего колеса и передаваемой газовому потоку — проекция  $R_u$ :

$$N_T = \omega M_z = \omega z \int_{r_{em}}^{r_{uap}} R_u dr , \qquad (4.12.3)$$

где dl — элементарная высота лопатки между наружным и втулочным радиусами ( $l = r_{_{hap}} - r_{_{sm}}$ ), z — число лопаток рабочего колеса.

2. Определения величины осевого усилия, действующего на ротор — проекция  $R_z$  создает суммарную осевую силу, действующую на лопатки РК:

$$F_{z} = z \int_{r_{gm}}^{r_{hap}} R_{z} dr (r - r_{gm}). \qquad (4.12.4)$$

Для восприятия осевого усилия необходим сильно нагруженный упорный подшипник, являющийся одним из проблемных элементов конструкции ОК.

3. Определения изгибных напряжений лопаток рабочего колеса под действием суммарной силы *R*. Изгибные напряжения соизмеримы с нагрузкой от поля центробежных сил и вместе с ними определяют надежность и долговечность ОК.

Рассматриваемые ниже результаты испытания элементарных решеток в аэродинамических трубах показывают, что по сравнению с силами давления силы трения газа о поверхность невелики, имея порядок 1–2%. В инженерных расчетах такими малыми величинами допустимо пренебрегать, тогда:

$$\vec{P} = \vec{P}_u + \vec{P}_z$$
, (4.12.5)

$$P_u = \int_{sct} pds \sin \beta_s + \int_{prs} pds \sin \beta_s , \qquad (4.12.6 a)$$

$$P_z = \int_{sct} pds \cos \beta_s + \int_{prs} pds \cos \beta_s , \qquad (4.12.6 \text{ 6})$$

где буквой *P* обозначена сила и ее составляющие, действующие на профиль в невязком потоке.

Определение циркуляции скорости потока по параметрам потока перед решеткой, и за решеткой. Измерение или расчет

распределения давлений по поверхности профилей позволяет воспользоваться приведенными выше формулами для расчета силы взаимодействия потока с профилем лопатки. В инженерных расчетах удобнее пользоваться теоремой Жуковского, которая связывает эту силу с легко определяемыми потока параметрами перед решеткой, и за решеткой. Для ее вывода свяжем сначала с этими параметрами циркуляцию скорости на профиле.

Согласно положениям аэродинамики циркуляция скорости на профиле равна циркуляции потока по любому контуру, охватывающему профиль – рис. 4.12.1.



Рис. 4.12.1. Силы взаимодействия профиля с невязким потоком

На рис. 4.12.1 контур *abcd* выбран таким образом, чтобы циркуляцию скорости по нему можно было связать с векторами скоростей  $\vec{w}_1$  и  $\vec{w}_2$  перед и за решеткой:

– отрезки *ab* и *cd* расположены в направлении *u*, равны шагу решетки *t* и удалены от решетки на достаточное расстояние, чтобы можно было считать параметры потока одинаковыми по направлению

*и* (т.е. описанный выше процесс перестройки потока под действием нагрузки лопаток был практически незаметен),

– отрезки *bc* и *da* совпадают со средними линиями соседних каналов.

При обходе контура по часовой стрелке циркуляция скорости по контуру, и по находящемуся в нем профилю равна  $\Gamma_{npo\phi} = \Gamma_{abdca} = \Gamma_{ab} + \Gamma_{bd} + \Gamma_{dc} + \Gamma_{ca}$ . Так как вдоль участков контура *bc* и *da* скорости одинаковы, но направления обхода противоположны, то  $\Gamma_{bc} = -\Gamma_{da}$  и:

$$\Gamma_{abcda} = \Gamma_{ab} + \Gamma_{cd} = t |w_{u1}| - t |w_{u2}| = t (|w_{u1}| - |w_{u2}|), \quad (4.12.7)$$

Относительно знаков в уравнении (4.12.7) отметим следующее:

– окружные составляющие относительной скорости *w* направлены против направления вращения, т.е. они отрицательны. По традиции при выводе использованы их абсолютные значения,

– циркуляция на отрезке *ab*, равная  $\Gamma_{ab} = t |w_{u1}|$  — положительна, так как направление обхода контура от точки *a* к точке *b* совпадает с направлением  $w_{u1}$ . При обходе контура от точки *c* к точке *d* направление обхода противоположно направлению  $W_{u2}$ , т.е. на этом отрезке циркуляция отрицательная.

Так как  $|w_{u1}| - |w_{u2}| = w_{u2} - w_{u1}$  и  $\vec{w}_u = \vec{c}_u - \vec{u}$ , то:

$$\Gamma = t(w_{u2} - w_{u1}) = t(c_{u2} - c_{u1}).$$
(4.12.8)

Итак, циркуляция скорости по профилю в решетке равна разности окружных составляющих относительной скорости перед и за решеткой, или окружных составляющих абсолютной скорости за и перед решеткой, умноженных на расстояние между лопатками.

**Теорема Жуковского для невязкого обтекания.** На схеме рис. 4.12.2 использован тот же контур *abcda* что и на рис. 4.12.1.

Сила P — это результирующая сила давления на профиль единичной высоты, называемая подъемной силой. Теорема Жуковского определяет ее через две ее составляющие  $P_u$  и  $P_z$  и их реакции, P',  $P_u'$ ,  $P_z'$  действующие со стороны профиля на газ.



Рис. 4.12.2. Схема к выводу теоремы Жуковского и к определению силы R

Для вывода теоремы Жуковского используется теорема Эйлера об изменении количества движения, которую в данном случае можно сформулировать так: изменение количества движения газа, проходящего через контур *abcda* равно сумме сил давления на границы контура и силы, действующий на газ со стороны профиля.

Элементы контура bc и da проведены по линиям тока, проходящим по серединам соседних каналов. Поэтому расход газа через них отсутствует, а силы давления на элементы bc и da равны по величине и противоположны по знаку. Следовательно, проекции этих сил в направлении осей u и z равны нулю.

Применив теорему изменения количества движения к газу при перемещении от сечения a-b к сечению c-d, получим следующие выражения, имея в виду, что при движении несжимаемого газа через плоскую решетку единичной высоты  $w_{z2} = w_{z1} = w_z$ :

$$m(w_{u2} - w_{u1}) = P'_u, \qquad (4.12.9 a)$$

$$\overline{m}(w_{u2} - w_{u1}) = P_z^{\prime} + (p_1 - p_2)t = 0, \qquad (4.12.9 \text{ f})$$

С учетом того, что  $\overline{m} = \rho w_z t$  имеем  $P_u = -P_u^{/} = \rho w_z t (w_{u2} - w_{u1})$ , или

$$P_u = -\rho \Gamma w_z. \tag{4.12.10 a}$$

Очевидно, что составляющая силы, действующая на профиль в направлении *u* отрицательна, так как направлена против направления вращения РК.

Для расчета осевой составляющей силы, действующей на профиль, в уравнении (4.12.9 б) нужно заменить разность давлений через разность скоростей, для чего следует использовать уравнение Бернулли. Рассматривая обтекание в относительном движении, следует считать решетку неподвижной, в которой механическая энергия не подводится, т.е. теоретический напор равен нулю. В невязком потоке отсутствует потерянный напор, поэтому уравнение Бернулли в данном случае предстанет в виде  $\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = 0$ . Так как  $w^2 = w_u^2 + w_z^2$ , и  $w_{z2} = w_{z1}$ 

то: 
$$p_2 - p_1 = \rho \frac{w_{u1}^2 - w_{u2}^2}{2} = \rho (w_{u1} - w_{u2}) w_{ucp}$$
, где  $w_{ucp} = \frac{w_{u2} + w_{u1}}{2}$  —

среднеарифметическая составляющая окружной скорости. Из формулы (4.12.9 б) следует, что  $P_z = -P_z^{/} = -t(p_2 - p_1) = -\rho t(w_{u1} - w_{u2})w_{ucp}$ , тогда:

$$P_z = \rho \Gamma w_{ucp}, \qquad (4.12.10 \text{ 6})$$

где  $w_{ucp} = \frac{w_{u2} + w_{u1}}{2} \prec 0$ , т.е. направленная навстречу движению газа сила  $P_z$  — отрицательная.

Суммарная сила давления газа на профиль единичной высоты в прямой решетке равна  $P = \sqrt{P_u^2 + P_z^2} = \rho \Gamma \sqrt{w_z^2 + \frac{w_{u1} + w_{u2}}{2}}$ , или:

$$P = \rho \Gamma w_{cp}, \qquad (4.12.11)$$

где средневекторная скорость — это скорость с составляющими  $W_z$  и

$$w_{ucp} = \frac{w_{u1} + w_{u2}}{2} \,.$$

Направление силы  $\vec{P}$  перпендикулярно скорости  $\vec{w}_{cp}$  :

$$tg\beta_{cp} = \frac{|w_z|}{|w_{ucp}|} = \frac{\rho\Gamma|w_z|}{\rho\Gamma|w_{ucp}|} = \frac{|P_u|}{|P_z|}.$$
(4.12.12)

Уравнения (4.12.11) и (4.12.12) являются математическим выражением теоремы Жуковского о подъемной силе для лопатки в решетке: подъемная сила P, с которой поток действует на лопатку единичной длины, равна произведению плотности газа  $\rho$ , циркуляции скорости вокруг профиля  $\Gamma$  и средней векторной скорости  $w_{cp}$ ; направление вектора силы P определяется поворотом вектора скорости  $w_{cp}$  на 90° в сторону, противоположную направлению циркуляции (при  $\Gamma > 0$ направление циркуляции совпадает с направлением обхода).

Теорема Жуковского относится, в равной мере как к неподвижной, так и к вращающейся решетке.

Учет сжимаемости газа. Для случая обтекания решетки сжимаемым газом под плотностью в формуле (4.12.10) следует понимать среднюю арифметическую величину  $\rho_{cp} = (\rho_1 + \rho_2)/2$  или среднюю гармоническую  $\rho_{cp}' = 2\rho_1\rho_2/(\rho_1 + \rho_2)$ .

**Теорема Жуковского для вязкого обтекания.** В случае вязкого обтекания для окружной и осевой составляющих силы действия лопатки на поток дают выражения, аналогичные полученным выше для невязкого потока:

$$\overline{m}(w_{u2} - w_{u1}) = R_u^{/},$$
 (4.12.13 a)

$$\overline{m}(w_{u2} - w_{u1}) = R_z^{\prime} + (p_1 - p_2)t = 0.$$
 (4.12.13 б)

Из формулы (4.12.13 а):

$$R_u = -R'_u = -P'_u = \rho t w_z (w_{u1} - w_{u2}) = \rho \Gamma w_z. \quad (4.12.13 \text{ B})$$

Влияние вязкости проявляется в том, что приращение давления в решетке меньше изменения динамического давления на величину потерь:

$$p_2 - p_1 = \rho \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} - \Delta p_w. \qquad (4.12.14)$$

Тогда из 
$$R_z = -R_z' = -t(p_2 - p_1) = -\rho t(w_{u1} - w_{u2})w_{ucp} + \Delta p_w t$$
, т.е.

$$R_{z} = \rho \Gamma w_{ucp} + \Delta p_{w} t = P_{z} + R^{\prime}, \qquad (4.12.15)$$

$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{R}'. \tag{4.12.16}$$

Итак, силу R взаимодействия потока вязкого газа с профилем решетки можно представить как сумму силы Жуковского P и силы сопротивления  $R' = \Delta p_w t$ , равной произведению потерянного в решетке давления на шаг решетки, и направленной по оси z, рис. 4.12.3:



Рис. 4.12.3. Схема к определению силы взаимодействия потока вязкого газа с профилем решетки

Рассмотренные выше формулы для определения циркуляции скорости и сил взаимодействия профиля с потоком используются в

газодинамических и прочностных расчетах, применяются при обработке результатов испытания плоских решеток в аэродинамических трубах. В свою очередь, учет влияния вязкости (потеря давления  $\Delta p_w$ ) производится по результатам этих испытаний.

# 4.13. АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ. КПД ДИФФУЗОРНОЙ РЕШЕТКИ

Аэродинамические коэффициенты. Аэродинамические коэффициенты используются для безразмерного представления сил взаимодействия решетки профилей с потоком. Так как главная составляющая аэродинамических вызывается разностью давлений на поверхности профилей, то эти силы логично представить как произведение давления на характерную площадь. В качестве характерной площади принято использовать однозначно и легко определяемую величину  $S = B \times l$ , или применительно к плоской решетке  $S = B \times 1 M$ . За характерное давление принимают скоростной напор  $q = \frac{1}{2} \rho w_{cp}^2$ . Тогда полная сила взаимодействия потока с профилем

решетки выразится формулой  $R = c_R \rho \frac{w_{cp}^2}{2} S$ , где  $c_R$  — коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом полной аэродинамической силы. Величина  $c_R$  зависит от формы профиля, угла его установки в решетке  $\beta_B$ , шага t, угла атаки i и других параметров решетки. В соответствии с теорией подобия скорость потока, давление, температура и физические свойства газа оказывают влияние через

безразмерные критерии подобия 
$$M = \frac{w}{\sqrt{kRT}}$$
,  $k = \frac{c_p}{c_v}$ ,  $\text{Re} = \frac{wB}{\mu}\rho$ .

Силу  $\vec{R}$  удобно представить как сумму двух составляющих:

– подъемной силы  $\vec{R}_a$ , перпендикулярной средневекторной скорости  $\vec{w}_{cp}$ ,

– профильного сопротивления, параллельного скорости  $\vec{w}_{cp}$ .

В этом случае составляющие  $R_a$  и  $R_w$  по аналогии с R представляются для лопатки единичной высоты в виде:

$$R_{a} = c_{a} \rho \frac{w_{cp}^{2}}{2} B, \ R_{w} = c_{w} \rho \frac{w_{cp}^{2}}{2} B,$$
(4.13.1)

где  $c_a$  — коэффициент подъемной силы;  $c_w$  — коэффициент профильного сопротивления.

Качеством профиля называется соотношение аэродинамических коэффициентов  $\frac{c_a}{c_w}$ . Величина, обратная качеству профиля, это так называемый коэффициент скольжения  $\mu = \frac{c_w}{c_a}$ . Коэффициент скольжения равен тангенсу угла между подъемной силой  $\vec{R}_a$  и результирующей силой  $\vec{R}$ .

Связь аэродинамических коэффициентов с основными параметрами решетки определяется следующими соотношениями.

Сила, действующая на единицу длины лопатки в направлении оси и можно представить так (рис. 4.13.1):



Рис. 4.13.1. Схема к определению связи аэродинамических коэффициентов с параметрами потока

$$R_u = P \sin \beta_{cp} = R_a \sin \beta_{cp} + R_w \cos \beta_{cp}. \qquad (4.13.2)$$

Подставляя значения  $R_u$ , P,  $R_a$  и  $R_w$  из выше приведенных формул (4.12.12в), (4.13.1):

$$\rho \Gamma w_z = \rho \frac{w_{cp}^2}{2} B \sin \beta_{cp} = c_a \frac{w_{cp}^2}{2} B \sin \beta_{cp} + c_w \frac{w_{cp}^2}{2} B \cos \beta_{cp}. \quad (4.13.3)$$

В формуле (4.13.3) принято пренебрегать последним слагаемым в силу его малости. Тогда формулу (4.13.3) можно использовать для связи коэффициента подъемной силы с циркуляцией:

$$\Gamma = \frac{1}{2}c_a B w_{cp}. \tag{4.13.4}$$

Так как 
$$\Gamma = t(w_{u2} - w_{u1}) = tw_z(\frac{|w_{u1} - w_{u2}|}{w_z}) = tw_z(ctg\beta_1 - ctg\beta_2)$$
, то:

$$c_a = 2\frac{t}{B}(ctg\beta_1 - ctg\beta_2)\sin\beta_{cp}. \qquad (4.13.5)$$

При газодинамических расчетах входящие в правую часть этого уравнения величины известны, что позволяет рассчитать подъемную силу и соответствующие изгибные напряжения в корневом сечении лопатки. При обработке испытаний плоских решеток в аэродинамических трубах углы потока перед решеткой и за решеткой измеряются, что позволяет определить коэффициент подъемной силы.

КПД решетки. КПД диффузорной решетки зависит от соотношения коэффициентов силы сопротивления и подъемной силы. Формула для КПД любого диффузора вытекает из уравнения Бернулли  $h_T = h_p + h_d + h_w$ . Так как рассматривается течение в относительном движении, то подводимая механическая работа  $h_T = 0$  и поэтому для решетки РК КПД аналогичен КПД любого неподвижного диффузора:

$$\eta_{\partial} = \frac{h_p}{-h_d} = \frac{-h_d - h_w}{-h_d} = 1 - \frac{2h_w}{w_1^2 - w_2^2}.$$
(4.13.6)

Для того чтобы связать КПД с аэродинамическими коэффициентами, представим его в виде отношения фактического прироста давления к приросту давления в идеальном газе при одних и тех же значениях скорости  $w_1$  и  $w_2$ . Тогда КПД диффузорной решетки при относительно малых скоростях течения газа с  $\rho \approx const$  будет равен:

$$\eta_{p.\partial.} = \frac{h_p}{-h_d} = \frac{h_p}{h_p + h_w} = \frac{\frac{p_2 - p_1}{\rho}}{\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \rho \Delta p_w} = \frac{(p_2 - p_1)t}{(p_2 - p_1)t + \Delta p_w t},$$
или  
$$\eta_{p.\partial} = \frac{R_z}{P_z}.$$
(4.13.7)

Схема на рис. 4.13.1 поясняет, как формулу (4.13.7) можно преобразовать, введя туда значения аэродинамических коэффициентов:  $P_z = P_u ctg\beta = (R_a \sin\beta + R_w \cos\beta)ctg\beta = R_a \cos\beta + R_w \sin\beta$ ,  $P_u = R_a \sin\beta + R_w \cos\beta$  и, тогда КПД диффузорной решетки

$$\eta_{p.o.} = \frac{1 - \frac{c_w}{c_a} tg \beta_{cp}}{1 + \frac{c_w}{c_a} tg \beta_{cp}} = \frac{1 - \mu tg \beta_{cp}}{1 + \mu tg \beta_{cp}}.$$
(4.13.8)

Из формулы следует, что при  $\mu = \frac{c_w}{c_a} = ctg\beta_{cp}$  КПД диффузорной

решетки равен нулю. Это означает, что угол установки настолько велик, что незначительное замедление потока полностью идет на преодоление сопротивления движению. В этом случае прирост давления в решетке отсутствует. При больших углах установки, когда решетка главным образом отклоняет поток, не создавая заметного приращения давления, применение формулы (4.13.8) не оправдано. В этом случае в качестве безразмерного критерия применяется коэффициент потерь, который удобно использовать при расчете решеток любой формы диффузорных, или только отклоняющих поток:

$$\zeta = \frac{h_w}{\frac{w_1^2}{2}}.$$
 (4.13.9)

### 4.14. ОСНОВЫ МЕТОДИКИ ИСПЫТАНИЙ В АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ТРУБАХ

Знание коэффициентов сопротивления и подъемной силы конкретного профиля или конкретной решетки в разных условиях работы достаточно для решения широкого круга задач расчета и проектирования. Вязкий двухмерный поток, обтекающий профиль или решетку сжимаемый единичной высоты корректно моделируется современными численными расчета. Однако потребность В методами точном определении аэродинамических характеристик крыльев самолетов, лопаточных решеток турбомашин и т.п. возникла еще на рубеже 19-20 вв., задолго до появления мощной вычислительной техники. Исследовательские и прикладные задачи решались на экспериментальной основе. Тому, что именно экспериментальные данные по характеристикам плоских решеток положены в основу теории осевых турбомашин, способствовало два обстоятельства:

- условия равновесия газовых частиц на цилиндрической поверхности тока во вращающемся РК и в неподвижном НА осевого компрессора идентичны условиям равновесия газовых частиц в плоской неподвижной моделировать позволяет решетке. Это реальные аэродинамические характеристики испытанием решеток В аэродинамических трубах: неподвижные решетки обдуваются потоком воздуха (газа), создаваемого вентилятором или компрессором. Заметим, что движение газа в РК центробежной ступени не моделируются в неподвижных моделях. Необходимые экспериментальные данные получают при испытании моделей ступеней с вращающимися РК,

– исследования показали, что аэродинамические характеристики профилей и решеток зависят от ограниченного количества их геометрических параметров. Для плоских компрессорных решеток это относительный шаг t/B (густота B/t), выходной лопаточный угол  $\beta_{n2}$ , угол изогнутости средней линии  $\Theta = \beta_{n2} - \beta_{n1}$ . Форма изогнутости средней линии и форма профиля имеют второстепенное значение. Относительная толщина профиля оказывает влияние при относительно высоких числах Маха.

В результате ограниченности параметров, определяющих форму решеток, объем исчерпывающей информации хотя и велик, но не беспределен (как в случае проточной части центробежных ступеней, например). Такая информация накоплена, в основном, в период 1930–1960 гг., обобщена и представлена в виде, удобном для практических расчетов и проектирования.

На рис. 4.14.1 показана схема рабочей части аэродинамической трубы кафедры турбинных двигателей и установок СПбГПУ для продувки плоских решеток при малых скоростях. Воздух от вентилятора поступает в рабочую

часть справа и, обтекая плоскую решетку, выходит в атмосферу. Решетка установлена на поворотном столе и перед испытанием ее нужно установить под углом, соответствующим нужному углу атаки. Показанные в нижней части рисунка выдвижные стенки замыкают рабочую часть трубы при любом угле установки решетки.



# Рис. 4.14.1. Схема рабочей части аэродинамической трубы для продувки плоских решеток при малых скоростях (кафедра турбинных двигателей и установок СПбГПУ). Вверху — вертикальный разрез, внизу — горизонтальный разрез

Аэродинамические характеристики решетки представляются в виде  $c_a, c_w = f(i)$  или  $\varepsilon = \beta_2 - \beta_1, c_w = f(i)$ . Для их определения должны быть измерены:

- барометрическое давление  $p_a$ ;

– полная температура потока перед решеткой  $T_1^* = T^*$  – ее принимают одинаковой во всей области течения в виду отсутствия подвода или отвода механической энергии в неподвижной решетке и пренебрежимо малой

величиной теплообмена с окружающей средой (уравнение энергии в потоке газа);

– статическое и полное давление перед решеткой  $p_{1, p_1^*}$ ;

– полное давление за решеткой  $p_2^*$ ;

– направление потока за решеткой.

Барометрическое давление измеряется точным барометром. Для измерения полной температуры используются термопары в специальных приемниках. Например, в приемник полного давления на рис. 4.14.2 б можно установить спай термопары, где он зафиксирует температуру торможения. При небольших скоростях можно использовать ртутные лабораторные термометры с ценой деления  $0,1^{\circ}C$ , вводя поправку на то, что регистрируемая температура — средняя между полной и статической.



Рис. 4.14.2. Приборы для аэродинамических измерений: (а) – трехканальный зонд, (б) – трубка полного давления, (в) – трубка статического давления, (г) – флажковый угломер, (д) – аэродинамический угломер [7]

Показанные на рис. 4.14.2 приемники давления устанавливаются в так называемых координатниках. В самом общем случае эти устройства позволяют перемещать приемники в направлении трех осей координат и поворачивать вокруг оси.

При измерениях в средней по высоте лопаточной решетки плоскости необходимости в вертикальном перемещении нет. Если нужно изучить структуру потока перед решеткой и за ней, то приемники нужно перемещать

параллельно фронту решетки на нужном от решетки расстоянии. Если речь идет об определении суммарных характеристик решетки  $C_a$ ,  $\mathcal{E}$ ,  $C_w$  то приборы следует установить на некотором удалении от решетки: на входе до того, как появится заметная перестройка потока, на выходе после практического выравнивания следов за лопатками. В этом случае в принципе достаточно измерить параметры в одной точке перед решеткой, и в одной точке за ней. Однако для контроля лучше регистрировать параметры в 2–3 точках.

Показанная на рис. 4.14.2 плоскость отверстий трехканального зонда совпадает с плоскостью течения. Дренажные трубки соединяют отверстия на поверхности обтекаемого воздухом цилиндра с регистрирующим прибором. Классическое решение — жидкостный U — образный или батарейный манометр. Сейчас применяются и электронные устройства. Поворотом зонда вокруг оси следует добиться равенства давления в боковых отверстиях. Это означает, что ось центрального отверстия направлена по потоку, и оно совпадает с передней критической точкой. Таким образом, соединенный с центральным отверстием манометр регистрирует полное давление  $p^*$ , а по имеющемуся у координатника лимбу фиксируется направление потока. Боковые отверстия расположены в тех точках по окружности цилиндра, где давление на его поверхности равно статическому. Обтекание цилиндра хорошо изучено, поэтому равенство давления в боковых отверстиях одновременно обозначает, что оно равно статическому.

Таким образом, измерения цилиндрическим зондом в принципе дает всю информацию, нужную для расчета аэродинамической характеристики решетки (известно, что пневмометрический способ измерения скорости —

это измерение динамического давления  $q = \rho \frac{c^2}{2} = p^* - p$ . Однако по

некоторым практическим соображениям иногда нужно использовать приборы, измеряющие по отдельности полное и статическое давления и направление потока.

Устройство трубки полного давления (ТПД) — рис. 4.14.2 б очевидно. Поворотом приемника вокруг оси нужно добиться максимального давления, что указывает на совпадение обращенного навстречу потоку отверстия с передней критической точкой.

Так как ТПД обладает некоторой нечувствительностью к углу установки, направление потока лучше определять с помощью механического флажкового угломера — рис. 4.14.2 г, или аэродинамического угломера — рис. 4.14.2 д. Его приемная часть представляет собой две параллельные трубки со скошенными срезами. Направление потока определяется по равенству давлений в двух трубках.

Преемник статического давления — рис. 4.14.2 в — имеет боковое отверстие на цилиндре, ось которого должна совпадать с направлением скорости потока.

Обработка результатов испытаний при условии  $\rho \approx const = \frac{p_a}{RT_a}$  совсем проста. Скорости потока на входе и выходе решетки из выражения для динамического давления  $q = \rho \frac{c^2}{2} = p^* - p$ :

$$c_{1} = \sqrt{\frac{2(p_{1}^{*} - p_{1})}{\rho}}, c_{2} = \sqrt{\frac{2(p_{2}^{*} - p_{a})}{\rho}}.$$
(4.14.1)

Средневекторная скорость и ее направление:

$$c_{cp} = \sqrt{(c_1 \sin \beta_1^2) + (\frac{c_1 \cos \beta_1 + c_2 \cos \beta_2}{2})^2},$$
  
$$\beta_{cp} = arctg \frac{c_1 \sin \beta_1}{\frac{c_1 \cos \beta_1 + c_2 \cos \beta_2}{2}}.$$
 (4.14.2)

Так как коэффициент подъемной силы связан с циркуляцией  $\Gamma = \frac{1}{2}c_a B w_{cp}$ , а циркуляции с относительным шагом и окружными проекциями скорости, то формула для его расчета выглядит так:

$$c_a = 2 \frac{c_1^* ctg\beta_1 - c_2^* ctg\beta_2}{c_{cp}} * \frac{t}{B}.$$
 (4.14.3)

Сила сопротивления в направлении оси *z* равна  $R' = \Delta p_w t$ , а в направлении средневекторной скорости  $R_w = R' \sin \beta_{cp}$ . Коэффициент силы сопротивления:

$$c_{w} = \frac{(p_{1}^{*} - p_{2}^{*})t \sin \beta_{cp}}{\rho \frac{c_{cp}^{2}}{2}}.$$
 (4.14.4)

4-68

Заметное изменение плотности газа в решетке происходит при  $M_{c1} = \frac{c_1}{\sqrt{kRT}} > 0,25 - 0,35$ . Тогда для обработки результатов измерений

следует использовать строгие газодинамические соотношения. Уместно отметить, что сама метолика испытаний выглядит сложнее. Сопровождающие продувку решеток с высокими скоростями большая энергия потока и шум исключают применение аэродинамической трубы с 4.14.1). когда открытой схемой (как на рис. воздух выходит непосредственно в машинный зал. Высокоскоростные аэродинамические трубы — сложные и мощные технические устройства. Например, аэродинамическая труба той же кафедры турбинных и двигательных установок СПбГПУ для сверхзвуковых испытаний турбинных решеток компрессором снабжена центробежным мощностью 1500 кВт. развивающим избыточное давление 0,8 МПа, и сложной электронной системой регистрации и обработки измерений.

Измерение параметров потока перед и за изолированным профилем не может дать информации о его подъемной силе и силе профиль сопротивления, так как оказывает только местное воздействие на поток. Профили устанавливаются на специальные аэродинамические весы. которые измеряют аэродинамическую нагрузку по двум осям координат, чего достаточно для определения аэродинамических коэффициентов  $c_a$  и  $c_w$ .

# 4.15. АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОФИЛЯ И РЕШЕТКИ ПРОФИЛЕЙ

Проведенный выше анализ характера обтекания профилей и решеток показал, что на характер обтекания, а стало быть, и на аэродинамические коэффициенты, решающее влияние оказывает направление натекающего потока. Поэтому аэродинамические характеристики профилей и решеток  $c_a$  и  $c_w$ . представляются в функции от угла атаки. Для профилей это угол  $\alpha$  между хордой профиля и направлением потока на бесконечности  $W_{\infty}$  (угол атаки положительный, когда натекающий поток направлен со стороны вогнутой поверхности), для решетки профилей угол атаки  $i = \beta_{n1} - \beta_1$ :

$$c_a, c_w = f(\alpha) \ c_a, c_w = f(i),$$
 или  $\varepsilon, c_w = f(i),$  (4.15.1)

при k = idem, M = idem, Re = idem.

В соответствии с положениями теории подобия, соотношения (4.15.1) показывают следующее:

 $c_a, c_w = f(\alpha)$ аэродинамические характеристики профилей одинаковой формы, но разного размера, обтекаемых при разных скоростях, температурах физических свойствах газа. давления. И совершенно соотношения одинаковы безразмерные одинаковы, если между перечисленными размерными параметрами — критерии подобия,

– аэродинамические характеристики  $c_a, c_w = f(i)$  или  $\varepsilon, c_w = f(i)$  решеток профилей одинаковой формы, но разного размера, обтекаемых при разных скоростях, давлениях, температурах и физических свойствах газа, совершенно одинаковы, если одинаковы безразмерные соотношения между перечисленными размерными параметрами — критерии подобия.

В зависимости от конкретной задачи критерии подобия M и Re могут применяться в разной форме. При постановке испытаний и представлении характеристик решеток обычно используют критерии подобия в таком виде:

$$M_{wl} = \frac{w_1}{\sqrt{kRT}}, \text{ Re}_w = \frac{w_1 B}{\mu} \frac{p_1}{RT_1}.$$
 (4.15.2)

Испытания профилей и решеток в аэродинамической трубе проводятся при разных углах установки по отношению к потоку в рабочей части трубы. При продувке решеток для этого используется поворотный стол, показанный на рис. 4.14.1. После проведения измерений при одном положении стола, угол установки меняется. То есть, экспериментальные характеристики профилей и решеток – это семейство значений  $c_a(\varepsilon)$ ,  $c_w$  при разных углах атаки. Строго говоря, такие характеристики есть совокупность ряда режимов испытания и их следовало бы представлять в табличном виде. Однако ради наглядности и удобства пользования характеристики обычно представляются в виде графиков.

Типичная характеристика профиля показана на рис. 4.15.1.

При рассмотрении характеристик профиля отметим, что нулевому углу атаки соответствует минимум профильных потерь, чего следовало ожидать исходя из картины обтекания. При этом имеется довольно значительная подъемная сила — величина  $c_a = 0,60$ . Это означает, что профиль создает подъемную силу равную  $0,60\rho \frac{w_{\infty}^2}{2}B \cdot 1m$ . Сила сопротивления примерно в 80 раз меньше.

Угол атаки  $\alpha$ , при котором  $c_a = 0$ , называется углом нулевой подъемной силы. Значение этого угла зависит от изогнутости профиля. В данном случае он равен примерно  $-6^0$ . Из проведенного выше качественного анализа диаграмм скоростей следует, что нулевая

подъемная сила получается тогда, когда отрицательная нагрузка в передней части профиля уравновешивает положительную нагрузку в остальной его части. При еще меньшем отрицательном угле атаки положительное давление в начале выпуклой поверхности превосходит разрежение в остальной части и подъемная сила — отрицательная.



Рис. 4.15.1. Типичная аэродинамическая характеристика изолированного профиля — кривые 1 (для сравнения показана зависимость  $c_a = f(\alpha)$  для того же профиля в решетке небольшой густоты — кривая 2)

Положительный угол атаки, при котором коэффициент подъемной силы достигает максимального значения  $C_{a\max}$ , называется критическим  $(\alpha_{\kappa p})$ . В зависимости от угла изогнутости максимальный коэффициент подъемной силы  $C_{a\max} = 1,0-1,4$ .

В основной части характеристики зависимость  $c_a = f(\alpha)$  близка к линейной, и только вблизи критического угла атаки рост подъемной силы замедляется, и начинает снижаться при  $\alpha \succ \alpha_{\kappa p}$ . Рассмотренный выше характер диаграмм скоростей при различных углах атаки указывает на рост пика скорости у входной кромки профиля. Последующее замедление с ростом угла атаки становится все интенсивнее, приводя к появлению развитого срыва потока на выпуклой поверхности профиля при критическом угле атаки. В соответствии с характеристикой на рис. 4.15.1 срыв потока на выпуклой поверхности профиля начинает развиваться при угле атаки  $\alpha \approx 9^0$ , а значение  $\alpha_{\kappa p} \approx 11-12^0$ .

Минимум коэффициента силы сопротивления при  $\alpha = 0$ , и рост сопротивления при обтекании с положительными и отрицательными углами атаки, так же объясняется появлением пиков скоростей у входных кромок профилей.

Вследствие взаимного влияния профилей в решетке и диффузорного характера потока в ней подъемная сила профиля меньше, чем у изолированного профиля (кривая 2 на рис. 4 15.1). Это различие возрастает с уменьшением шага решетки.

Для газодинамических расчетов более удобна характеристика решетки в координатах  $\varepsilon, c_w = (i)$ , где  $\varepsilon = \beta_2 - \beta_1$ ,  $i = \beta_{n1} - \beta_1$ .

Типичная характеристик в этих координатах и зависимость  $c_a = (i)$  показаны на рис. 4.15.2. Угол поворота потока  $\mathcal{E}$  и соответственно коэффициент подъемной силы  $C_a$  растут с увеличением угла атаки до значения  $i_{\kappa p}$ .

Как и в случае характеристики изолированного профиля, положительный угол атаки, при котором угол поворота потока и коэффициент подъемной силы достигают максимального значения  $\mathcal{E}_{max}$ ,

 $C_{a\max}$  называется критическим ( $i_{\kappa p}$ ). В зависимости от угла изогнутости, угла установки профилей в решетке и относительного шага максимальный угол поворота потока меняется в широких пределах. Количественные соотношения установлены ниже.

В основной части характеристики зависимости  $\varepsilon = f(i)$  и  $c_a = f(\alpha)$ , близки к линейным. Вблизи критического угла атаки увеличение угла поворота замедляется, и он начинает снижаться при  $i \succ i_{\kappa p}$ . Как и в случае изолированного профиля, рост угла атаки ведет к росту пика скорости у входной кромки профиля. Последующее замедление с ростом угла атаки становится все интенсивнее, приводя к появлению развитого срыва потока на выпуклой поверхности профиля при критическом угле атаки.

В соответствии с характеристикой на рис. 4.15.2 срыв потока на выпуклой поверхности профиля начинает развиваться при угле атаки  $i \approx 2^{0}$ , а значение  $i_{\kappa p} \approx 5-6^{0}$ .

Здесь уместно обратить внимание на то, что минимум коэффициента силы сопротивления имеет место при оптимальном угле атаки  $i_{onm} \approx -5^0$ , а не при нулевом угле атаки, как в случае
изолированного профиля. Особенности перестройки потока на входе в решетку и условие безударного входа были рассмотрены выше. Характеристики на рис. 4.15.2 — это частный случай. При других соотношениях размеров оптимальный угол атаки может быть близок к нулю.



Рис. 4.15.2. Пример характеристики плоской решетки профилей при малых скоростях потока

Рост сопротивления при обтекании с углами атаки больше оптимального  $i \succ i_{opt}$  и меньше оптимального  $i \prec i_{opt}$  так же объясняется появлением пиков скоростей у входных кромок профилей и сопутствующими потерями напора.

### 4.16. ОБОБЩЕННАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПЛОСКОЙ РЕШЕТКИ

Характеристики плоских решеток используются при проектировании лопаточных аппаратов ОК. При этом возникает вопрос о том, какую точку на характеристике выбрать для расчетного режима ОК. Известно, что в процессе эксплуатации ТК в соответствии с состоянием обслуживаемой сети вынуждены работать как при расходах  $\overline{m} \prec \overline{m}_{pac4}$ , что соответствует  $i \succ i_{pac4}$ , так и при расходах  $\overline{m} \succ \overline{m}_{pac4}$ , что соответствует  $i \prec i_{pac4}$ .

В принципе проектировщик может выбрать в качестве расчетной любую точку на характеристике решетки — в зависимости от конкретной задачи, например:

– при проектировании вентиляторов возможно принимать в качестве

расчетного режим с минимальным коэффициентом скольжения  $\mu_{\min} = \frac{C_w}{C_z}$ .

При этом условии РК передает газу большую работу при высоком КПД. На рис. 4.15.2 это режим с углом атаки около  $2^0$ , что совсем близко к его критическому значению. Понятно, что режим  $i_{\kappa p}$  у решетки соответствует режиму границы помпажа реального компрессора (это режим с максимальным повышением давления), работа на котором недопустима. У вентиляторов в силу малого повышения давлений этой проблемы нет.

расчетного При выборе режима ПО условию  $\mu = \mu_{\min}$ У промышленного или транспортного ОК помпаж наступал бы при незначительном уменьшении расхода по сравнению с расчетным. Если каких — либо специфических условий у проектируемого ОК нет, логичным кажется выбрать за расчетный тот угол атаки, при котором минимален коэффициент силы сопротивления  $i_p = i_{opt}$ . В соответствии с характеристиками на рис. 4.15.2 при этом критический режим достаточно удален от расчетного режима. Влево от расчетного режима также есть диапазон угла атаки, где сила сопротивления невелика. То есть, спроектированный по этому условию ОК будет иметь возможность работать как с расходом меньше, так и больше расчетного.

Такой же результат обеспечивает выбор расчетного режима по принципу, предложенному одним из первых исследователей аэродинамики осевых компрессоров А. Хауэллом. По его терминологии **расчетный режим называется номинальным**, обозначается надстрочным индексом <sup>\*</sup>, и его условием является соотношение:

$$\varepsilon^* = 0.8\varepsilon_{\max} \,. \tag{4.16.1}$$

Если еще раз обратиться к рис. 4.15.2, то при максимальном угле поворота  $\varepsilon_{max} = 32^{\circ}$  номинальный угол поворота равен  $\varepsilon^* = 25,6^{\circ}$  и номинальный угол атаки  $i^* = -6^{\circ}$ , т.е. практически совпадает с оптимальным значением. Таким образом, выбор в качестве номинального режима расчетного режима близко к условию  $i_{pacy} = i_{opt}$  и должен обеспечивать приемлемый вид характеристики проектируемых ОК.

Введение понятия о номинальном режиме позволило А. Хауэллу разработать эффективный способ обобщения многочисленных экспериментальных данных по продувке плоских решеток. В частности, им предложено представление индивидуальных характеристик плоских решеток в обобщенном виде.

Основой для обобщения характеристик разных решеток является то обстоятельство, что большая часть характеристики  $\varepsilon = f(i)$  достаточно близка к линейной зависимости. Угол поворота потока в решетке можно представить в виде:

$$\varepsilon = \theta + i - \Delta\beta , \qquad (4.16.2)$$

так как угол поворота  $\mathcal{E} = \beta_2 - \beta_1$ , угол выхода потока  $\beta_2 = \beta_{n2} - \Delta \beta$ , угол входа потока  $\beta_1 = \beta_{n1} - i$ , угол изогнутости профиля  $\theta = \beta_{n2} - \beta_{n1}$ .

Измерения показали, что для применяемых относительных шагов  $\frac{t}{B}$ в компрессорных решетках угол  $\beta_2$  практически не зависит от угла атаки в рабочем диапазоне режимов. Следовательно, и угол отставания потока в широком диапазоне углов атаки остается постоянным. При  $\Delta\beta = const$  в линейной части характеристики угол поворота представляется в виде  $\varepsilon = i + C$ , где  $C = \theta - \Delta\beta$  — постоянная величина для данной решетки, в том числе и для номинального режима. Иными словами  $C = \varepsilon - i = \varepsilon^* - i^*$ , откуда:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon^*} = 1 - \frac{i - i^*}{\varepsilon^*}.$$
(4.16.3)

Из соотношения (4.16.3) следует, что номинальный режим любой решетки соответствует нулевому значению аргумента и единичному значению функции. Отношение  $\varepsilon/\varepsilon^*$  для всех решеток меняется пропорционально отношению  $\frac{i-i^*}{\varepsilon^*}$ , вне зависимости от того, какие конкретные значения  $\varepsilon^*$  и  $i^*$  имеет та или иная решетка. Обработка экспериментальных данных показывает, что при небольших числах Маха и нелинейные части характеристик решеток вблизи критических углов атаки достаточно точно описываются кривой, общей для всех решеток.

На рис. 4.16.1 показана характеристика плоской решетки в

координатах  $\varepsilon / \varepsilon^* = f\left(\frac{i^* - i}{\varepsilon^*}\right)$ 



Рис. 4.16.1. Обобщенная характеристика плоских решеток по данным А. Хауэлла

На том же графике проведена обобщенная кривая значений коэффициента профильного сопротивления  $C_{wp}$ , относящаяся к типичным компрессорным решеткам. Минимальное значение  $C_{wp}$  составляет приближенно 0,016–0,018. Для расчета  $C_{wp \min}$  конкретных решеток ЦАГИ предложена эмпирическая формула, связывающая минимальный коэффициент профильного сопротивления с относительной стрелой изгиба средней линии и густотой решетки:

$$c_{wp\min} = 0.012 + 0.048\overline{f}_{max} + 0.0023\frac{B}{t}$$
 (4.16.4)

4.16.1, представляют собой Кривые на рис. обобщенную характеристику компрессорных решеток. Эта графическая характеристика сводит результаты испытаний различных решеток к единой универсальной зависимости, что облегчает и расширяет возможность использования данных продувок. Обобщенная характеристика позволяет в случае за расчетный угол атаки, необходимости выбрать отличный ОТ номинального  $i^*$ , а также дает возможность построить приближенные характеристики решеток и ступени компрессора.

# 4.17. ОПТИМАЛЬНАЯ НАГРУЗКА КОМПРЕССОРНОЙ РЕШЕТКИ

При профилировании лопаточных решеток ОК нужно добиться безотрывного обтекания при максимально возможном повороте потока. Схема на рис. 4.17.1 поясняет, что отношение средних скоростей в решетке единичной высоты при незначительном изменении плотности равно отношению поперечных сечений потока *а* перед и за решеткой, или отношению соответствующих синусов углов потока:

$$\dot{w} = \frac{w_2}{w_1} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{t \sin \beta_1}{t \sin \beta_2} = \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2}.$$
(4.17.1)

Местное замедление на выпуклой поверхности профиля усиливается из-за его нагрузки — рис. 4.17.2.

При безударном обтекании именно местное замедление на задней поверхности лопаток контролирует состояние пограничного слоя и возможность отрыва:

$$\dot{w}_{_3} = \frac{w_2}{w_{\max}}$$
 (4.17.2)

Анализ экспериментальных данных по испытаниям плоских решеток в аэродинамических трубах позволил С. Либляйну рекомендовать допустимую величину этого замедления для расчетного режима в форме **фактора диффузорности**:

$$F_D = 1 - \dot{w}_{_3} = 0,45 \,. \tag{4.17.3}$$

При этом рекомендованном значении на расчетном режиме получается максимально допустимый поворот потока, и имеется достаточный запас уменьшения расхода до границы помпажа. Обобщение данных по потерям в

решетке представляет эмпирическая формула для расчета коэффициента потерь решетки при рекомендованном факторе диффузорности:



Рис. 4.17.1. Схема к определению средней диффузорности межлопаточного канала плоской решетки, *a<sub>e</sub>* — минимальное проходное сечение канала — **«горло»** 



Рис.4.17.2. Типичная диаграмма поверхностных скоростей на лопатках плоской компрессорной решетки (безударное обтекание)

Для решения задач анализа и расчетного проектирования С. Либляйн предложил эмпирическую формулу, связывающую фактор диффузорности с относительным шагом и с изменением скоростей потока в решетке:

$$F_D = 1 - \frac{w_2}{w_1} + \frac{t}{B} \frac{(w_{u1} - w_{u2})_{abs}}{2w_1}.$$
(4.17.5)

Как будет показано в последующих разделах, формула (4.17.5) может быть представлена в виде, связывающем основные параметры проектирования ступени ОК, что делает ее особенно удобной для применения в процессе проектирования.

#### 4.18. ДИАГРАММА НОМИНАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ

Вопрос выбора оптимальной нагрузки лопаточной решетки А. Хауэлл решил путем анализа испытаний лопаточных решеток с разным углом изогнутости профилей. На рис. 4.18.1 показаны номинальные режимы ряда лопаточных решеток с одинаковым относительным шагом t/B=1,0 и углом выхода потока на номинальном режиме  $\beta_2^*$  при разных углах изогнутости профилей  $\Theta = \beta_{n2} - \beta_{n1}$ .

При нулевом угле изогнутости решетка отклоняет поток исключительно за счет положительного угла атаки. На рис. 4.18.1 при  $\Theta = 0$  номинальный угол поворота равен примерно  $12^0$ . Так как  $i = \varepsilon - \Theta + \Delta \beta$ , то при угле отставания примерно  $3^0$  номинальный режим атаки примерно  $15^0$ . Понятно, что у решетки прямых профилей при таком угле атаки на номинальном режиме коэффициент профильного сопротивления почти вдвое больше, чем у решетки с углом изогнутости  $28,5^0$  при нулевом номинальном угле атаки.

При малых углах изогнутости и при нулевом угле атаки замедление потока  $\dot{w} \approx \frac{\sin \beta_{n1}}{\sin \beta_2^*}$  так же недостаточно, как и у решетки прямых профилей. Соответствующая номинальному режиму нагрузка получается за счет положительного угла атаки при замедлении  $\dot{w} \approx \frac{\sin (\beta_{n1} - i)}{\sin \beta_2^*}$ .

Однако и чрезмерное увеличение изогнутости профилей не приводит к росту номинального угла поворота. Номинальный режим начинает соответствовать отрицательному углу атаки, за счет чего поддерживается приемлемое среднее замедление  $\dot{w} \approx \frac{\sin(\beta_{n1} - i)}{\sin \beta_2^*}$ ,  $(i \prec 0)$ , не столь

сильное, которое получилось бы при нулевом угле атаки. Понятно, что и отрицательный угол атаки на номинальном режиме ведет к росту профильных потерь.



Рис. 4.18.1. Зависимость угла номинального угла поворота потока от угла изгиба профиля (  $\beta_2^* = 60^\circ$ , t/B =1,0)

Итак, в соответствии данными на рис. 4.18.1 для серии решеток с  $\beta_2^* = 60^\circ$  при t/B = 1,0 наиболее приемлем угол изогнутости 28,5° с номинальным углом атаки равным нулю, и номинальным углом поворота  $20^\circ$  (угол отставания 8,5°).

Для других относительных шагов и углов выхода потока наилучший угол изогнутости и соответствующий ему угол поворота потока другие. Результаты обработки многочисленных опытов представлены в графическом виде на рис. 4.18.2.

На диаграмме представлены оптимальные решетки. Их номинальные режимы соответствуют условию наиболее благоприятного обтекания входных кромок, и соответствуют минимуму коэффициента профильных потерь при достаточном угле поворота потока. Диаграмма номинальных режимов А. Хауэлла служит основой для выбора рациональных соотношений лопаточных решеток ступеней ОК на расчетном радиусе. В дальнейшем эта диаграмма будет представлена в виде, связывающем наиболее важные параметры проектирования осевых ступеней.



Рис. 4.18.2. Диаграмма номинальных режимов А. Хауэлла — эмпирическая зависимость оптимального значения номинального угла поворота потока от угла выхода потока и густоты решетки

Так как практическое использование графической зависимости не вполне удобно, Автором [21] предложена аналитическая аппроксимация кривых на диаграмме номинальных режимов. Им замечено, что при фиксированном относительном шаге разность котангенсов номинальных углов потока практически одинакова в диапазоне  $50^{\circ} \le \beta_2^* \le 90^{\circ}$ , а зависимость от относительного шага удовлетворяет соотношению:

$$ctg\beta_1^* - ctg\beta_2^* = \frac{1.5}{1+1.5(t/B)}.$$
 (4.18.1)

Приемлемая точность в диапазоне номинальных углов выхода потока  $50^{\circ} \leq \beta_2^* \leq 90^{\circ}$  достаточна для выбора соотношений большинства ступеней ОК. Формулу (4.18.1) можно использовать для расчетов вместо графиков на рис. 4.18.2.

Углы потока на номинальном режиме  $\beta_1^*$ ,  $\beta_2^*$  известны после расчета лопаточной решетки на расчетном радиусе. Им соответствуют углы лопаток  $\beta_{n1} = \beta_1^* + i_1^*$ ,  $\beta_{n2} = \beta_2^* + \Delta \beta^*$ . Номинальный угол атаки близок к

нулю  $i_1^* = 0^0$ . Для расчета угла отставания потока в компрессорной решетке профилей А. Хауэлл предложил эмпирическую формулу:

$$\Delta \beta^* = m\theta \frac{t}{B},\tag{4.18.2}$$

$$m = 0,23(2\overline{B}_{f}^{2}) - 0,00\beta_{2}^{*}(cpad) + 0,18$$
(4.18.3)

Еще раз поясним характер графиков диаграммы номинальных режимов. Если из профилей с углом изогнутости  $\Theta = \beta_{n2} - \beta_{n1}$  делать решетки с разным углом установки  $\beta_b$ , то большим углам установки соответствуют большие лопаточные углы и меньшее замедление потока  $\dot{w} \approx \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2^*} = \frac{\sin \beta_1}{\sin (\beta_{n2} - \Delta \beta)}$ . Анализ показывает, что при данном относительном шаге номинальные режимы характеризуются примерно одинаковой диффузорностью, вне зависимости от угла установки. Поэтому при больших  $\beta_b$ , что соответствует большим  $\beta_2^*$ , при фиксированном угле изогнутости получается недостаточное замедление при нулевом угле атаки. Чтобы на номинальном режиме не иметь положительный угол атаки, угол изогнутости надо увеличить. При этом возрастает и номинальный угол поворота потока  $\varepsilon^* = \beta_2^* - \beta_1^*$ .

Увеличение номинального угла поворота потока при уменьшении относительного шага связано с уменьшением нагрузки при одном и том же угле поворота. Уменьшение t/B ведет к уменьшению пика скорости на выпуклой поверхности профиля и уменьшению фактора диффузорности.

Следовательно, при уменьшении t/B появляется возможность увеличения средней диффузорности потока, и соответственно угла поворота потока  $\varepsilon^*$ .

# 4.19. ВЛИЯНИЕ КРИТЕРИЕВ ПОДОБИЯ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ РЕШЕТОК

Обобщенные результаты испытания плоские решеток используются при проектировании лопаточных аппаратов осевых компрессоров. То есть, испытанные в аэродинамических трубах плоские решетки следует рассматривать как модели натурных лопаточных аппаратов ОК. Теория подобия определяет условия, при которых безразмерные характеристики натуры будут такими же, как измеренные при испытаниях характеристики модели: – геометрическое подобие. Форма элементарной лопаточной решетки компрессора должна быть такой же, как форма плоской решетки, номинальные параметры которой  $\varepsilon^*$ ,  $c_{wp}^*$  используются при расчете компрессора. То есть, у них должны быть одинаковыми углы изогнутости профилей  $\Theta$ , форма средней линии, угол установки  $\beta_b$  (следствие — равенство углов  $\beta_{n1}$ ,  $\beta_{n2}$ ), форма собственно профиля и относительный шаг t/B,

– одинаковый режим обтекания. В данном случае это означает, что у модели и у натуры должен быть одинаковый номинальный угол атаки на входе  $i^*$ ,

– должно иметь место кинематическое и динамическое подобие модели и натуры. Для обеспечения этих условий в рассматриваемом случае достаточно, чтобы у модели и натуры условия течения характеризовались одинаковыми значениями трех критериев подобия:  $k = c_p / c_v = idem$ ,  $M_{w1} = w_1 / \sqrt{kRT_1} = idem$ ,  $\text{Re}_w = \frac{w_1 * B}{\mu_1} \rho_1 = idem$ .

Напомним, что исключить из рассмотрения ряд других критериев подобия позволяет следующее:

– рассматривается стационарное обтекание (не требуется обеспечивать равенство критерия Струхаля),

 – роль единственной действующей массовой силы — силы земного тяготения — считается пренебрежимо малой (не требуется обеспечивать равенство критерия Фруда),

– роль внешнего теплообмена считается пренебрежимо малой (не требуется обеспечивать равенство критериев теплового подобия).

Очевидно, что характеристика плоской решетки определяется ее формой (условное обозначение —  $\overline{F}$ ), режимом обтекания (угол атаки i) и критериями подобия:

$$\varepsilon, c_{wp} = f\left(\overline{F}, i, k, M_{w1}, \operatorname{Re}_{w1}\right).$$
(4.19.1)

Обращает внимание тот факт, что данные на диаграмме номинальных режимов приведены без указания на то, при каких значениях критериев подобия они получены. Испытания в аэродинамических трубах выполнены при атмосферных условиях, так что значение показателя изоэнтропы известно: k=1,4. Отсутствие данных по значениям критериев M и Re означает, что условия испытаний выполнены в области автомодельности, когда влияние этих критериев практически отсутствует.

Ранее, при анализе обтекания пластинки было установлено, что условие автомодельности для критерия Рейнольдса соответствует турбулентному режиму течения с высокими значениями Re<sub>w</sub>, при которых сопротивление трения определяется шероховатостью поверхности.

Критерии k и M — это критерии сжимаемости. Вместе они определяют, в какой степени меняется плотность газа в струйках тока при обтекании решетки профилей. Известно, что автомодельность по этим критериям имеет место при движении с малыми числами  $M_{wl} \leq 0.5 - 0.6$ .

Итак, данные на диаграмме номинальных режимов можно использовать при больших числах Рейнольдса и малых числах Маха. Если эти данные надо применять при других условиях, влияние критериев подобия на характеристики решеток надо учитывать. Характер влияния критериев подобия и некоторые количественные рекомендации приведены ниже.

Влияние критерия Рейнольдса. Как показывают опыты, при  $\operatorname{Re}_{w1} = \frac{w_1 B}{\mu} \rho \prec 1.5 \cdot 10^5 - 3.0 \cdot 10^5$  аэродинамические характеристики

плоских решеток начинают ухудшаться. Экспериментальные данные по влиянию числа Рейнольдса на потери в решетке и на угол поворота на номинальном режиме показаны на рис. 4.19.1. Поведение зависимостей  $\varepsilon^*, c_{wp}^* = f(\text{Re}_w)$  объясняется тем, что при больших числах Рейнольдса турбулентный пограничный слой характеризуется интенсивным обменом количества движения между частицами, движущимися в пограничном слое и в основном потоке за счет поперечных турбулентных пульсаций.

Вследствие этого даже при значительном замедлении потока на задней поверхности (фактор диффузорности на номинальном режиме препятствуют  $F_D = 1 - w_2 / w_{\text{max}} \approx 0.45$ ) срыву потока достаточные  $\operatorname{Re}_{w1} \prec \operatorname{Re}_{cr} = 1,5 \cdot 10^5 - 3,0 \cdot 10^5$ При напряжения. касательные пограничный слой становится ламинарным. Толщина пограничного слоя касательные напряжения уменьшаются. Ha задней возрастает, поверхности профиля при Re<sub>w1</sub> ≈ Re<sub>cr</sub> возникает замкнутая локальная зона характеристики решетки начинают отрыва, И ухудшаться. При дальнейшем уменьшении Re<sub>w</sub> зона отрыва увеличивается и выходит за пределы решетки. Такая картина обтекания показана на рис. 4.7.3 выше.

Появление вихревых потерь увеличивает коэффициент силы профильного сопротивления, а сама зона срыва оттесняет активный поток в сторону его инерциального движения, уменьшая угол поворота.



Рис. 4.19.1. Влияние числа Рейнольдса на характеристики плоской компрессорной решетки по данным Д. Стюарта:  $t/B = 1,0; \beta_B = 56^\circ; \overline{f} = 0,088; \overline{d}_{max} = 0,1; \overline{B}_f = 0,5; \overline{B}_s = 0,3.$ 

Подавляющее большинство осевых компрессоров работает при высоких числах Рейнольдса, В которых достаточно появление ламинарного характера обтекания маловероятно. Поэтому при решении задач проектирования и анализа критерия практических влияние Рейнольдса во внимание не принимается. Проблема ламинарного обтекания с ухудшением аэродинамических характеристик решеток может возникнуть в ОК с очень малыми линейными размерами, или работающими на газах с низкой плотностью (вакуум – компрессоры, сжатие легких газов).

Влияние критериев сжимаемости k и M. Рассмотрим поведение струйки тока в невязком ядре потока. Параметры газа в сечении «1» равны  $w_1, T_1, T^*$ . Если в сечении «2» скорость изменится и станет равной  $w_2$ , то параметры газа изменятся по уравнению изоэнтропного процесса и отношение плотностей определится уравнением:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{k-1}} = \left(\frac{T^* - \frac{w_2^2}{2C_p}}{T^* - \frac{w_1^2}{2C_p}}\right)^{\frac{1}{k-1}} = \left(\frac{1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_{c2}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_{c1}^2}\right)^{\frac{1}{k-1}}.$$
 (4.19.2)

Здесь  $\lambda = w / \sqrt{\frac{2k}{k+1}RT^*}$  — коэффициент скорости,

характеризующий скорость движения газа, как и число  $M = w/\sqrt{kRT}$ , и применяющийся вместо критерия Маха в тех случаях, когда это удобнее для анализа и расчетов. Их численные значения связаны между собой соотношением:

$$\lambda = \sqrt{\frac{k+1}{2}} \frac{M}{\sqrt{1 + \frac{k-1}{2}M^2}}, \quad M = \sqrt{\frac{2}{k+1}} \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2}}, \quad (4.19.3 \text{ a})$$

$$M_{\text{max}} = \infty, \qquad \lambda_{\text{max}} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}}.$$
 (4.19.3 б)

И число Маха, и коэффициент скорости делят области до – и сверхзвукового потока при  $M_1 = \lambda_1 = 1$ .

Из (4.19.2) очевидно, что оба критерия, и показатель изоэнтропы k, и скоростной коэффициент  $\lambda$ , или эквивалентный ему критерий Маха M, определяют изменение плотности, т.е. являются критериями сжимаемости.

С точки зрения анализа рабочего процесса между ними есть принципиальное различие. Показатель изоэнтропы влияет на изменение плотности по уравнению (4.19.2), по другим уравнениям на отношение давлений, температур и т.д. Это влияние может быть рассчитано и учтено расчетом. При этом нужно помнить, что возможные значения  $k \approx 1,12-1,70$  для всех существующих газов практически не влияют при малых  $M(\lambda)$ .

Более сложные проблемы возникают при анализе роли критериев скорости движения газа M или  $\lambda$ . Первый из них в принципе может меняться в пределах от нуля до бесконечности. При этом поведение потока является принципиально разным при скоростях движения меньше скорости распространения малых возмущений («скорость звука») и при больших скоростях.

Обтекание дозвуковых профилей решеток при транс- и сверхзвуковых скоростях. Предположим, что профиль обтекается однородным дозвуковым потоком несжимаемой жидкости (рис. 4.19.2). Если трение отсутствует, то области положительного и отрицательного давления располагаются симметрично и при обтекании профиля не

возникает никакого профильного сопротивления. Наибольшее возмущение потока имеет место вблизи профиля, где линии тока заметно искривляются; около передней части профиля трубки тока сужаются, а около средней и задней частей — расширяются.

В случае обтекания профиля сжимаемым газом форма линий тока изменится. Форма линий тока определяется уравнением неразрывности  $\overline{m} = \rho w \Delta n \cdot 1(m) = const$  в плоском потоке. При малых M уменьшение поперечного размера струйки  $\Delta n$  обратно пропорционально увеличению скорости, поскольку плотность газа практически постоянна. С ростом чисел Маха плотность газа в областях повышенной скорости начинает заметно снижаться, а поперечный размер струйки тока становится больше. При больших числах M профиль оказывает более сильное воздействие на поток. Возмущения потока профилем распространяются в сжимаемой жидкости на большое расстояние в направлении, перпендикулярном скорости на бесконечности.



Рис. 4.19.2. Линии тока при обтекании прямого профиля.: (a) – в несжимаемом; (б) – в сжимаемом потоке

Разрежение в области максимальной толщины профиля увеличивается. В связи с этим для изогнутого профиля с ростом числа  $M_{w1}$  возрастает подъемная сила, а, следовательно, и коэффициент подъемной силы.

На рис. 4.19.3 показаны кривые распределения давления по выпуклой поверхности профиля и линии тока при различных значениях числа  $M_{w1}$ . На графике по оси абсцисс отложены значения безразмерного коэффициента давления  $\overline{p} = \frac{\Delta p}{0.5\rho w_1^2}$  — текущее значение разности давлений на профиле отнесено к динамическому давлению набегающего потока.



Рис. 4.19.3. Обтекание профиля при различных скоростях потока: (a) — распределение давления по выпуклой поверхности профиля; (б) — обтекание профиля при  $M \prec M_{\kappa p}$ ; в — обтекание профиля при  $M \succ M_{\kappa p}$ 

При возрастании числа  $M_{w1}$  максимальная величина коэффициента давления возрастает, причина чего поясняется схемой на рис. 4.19.3. Обратим внимание на то, что поперечные сечения струек тока на выпуклой поверхности имеют поперечные сечения, подобные соплу Лаваля (конфузорный канал для разгона потока до сверхзвуковой скорости: комбинация сужающегося — расширяющегося участков). При достижении местной скорости звука в самом узком сечении струйки тока и превращаются в сопло Лаваля — поток продолжает разгоняться и превосходит скорость звука. Началу такого процесса на графике соответствует число Маха, равное 0,72. Так как поток продолжает разгоняться подолжает разгоняться после прохождения самого узкого сечения, максимальное разрежение смещается вниз по потоку. Абсолютная величина нагрузки  $\Delta p = p_{\rm sourh} - p_{\rm sourh}$  с ростом  $M_{\rm w1}$ , разумеется, возрастает, но ее безразмерное отношение к динамическому давлению уменьшается.

При дальнейшем росте  $M_{w1}$  диаграмма нагрузки в начальной части профиля трансформируется в том же направлении — максимум нагрузки смещается далее вниз по потоку, нагрузка растет, но максимальный коэффициент давления уменьшается.

Так как сверхзвуковой поток неустойчив, при движении в область повышенного давления возникает скачек уплотнения. Сверхзвуковой поток мгновенно тормозится со скачкообразным изменением всех параметров.

В рассматриваемом случае возникает прямой скачек уплотнения его фронт перпендикулярен направлению потока. Закон изменения коэффициента скорости в прямом скачке:

$$\lambda_1 \lambda_2 = 1, \ \lambda_2 = \frac{1}{\lambda_1}$$
 (4.19.4 a)

Поток после прямого скачка всегда дозвуковой. При этом, чем больше сверхзвуковая скорость потока перед скачком, тем меньше дозвуковая скорость после скачка, так как  $\lambda = \frac{w}{a_{cr}} = w / \sqrt{\frac{2k}{k+1}RT^*}$ :

$$w_2 = \frac{a_{cr}^2}{w_1} = \frac{\frac{2k}{k+1}RT^*}{w_1}$$
(4.19.4 б)

Волновые потери. Взаимодействие скачка уплотнения с пограничным слоем. Особенностью процесса торможения потока в скачке уплотнения является равенство плотности тока до и после скачка:  $\rho w \cdot 1(m^2) = const$ . Поэтому толщина струек тока на рис. 4.19.3 не претерпевает изменения в скачке уплотнения. Равенство плотностей тока позволяет установить известные из курса газовой динамики соотношения между параметрами потока «за» и «перед» скачком уплотнения. Сейчас важно вспомнить, что в прямом скачке происходит падение полного давления:

$$\frac{p_2^*}{p_1^*} = \lambda_1^2 \left[ \frac{1 - \frac{k - 1}{k + 1} \lambda_1^2}{1 - \frac{k - 1}{(k + 1) \lambda_1^2}} \right]^{\frac{1}{k - 1}} \prec 1$$
при  $\lambda_1 \succ 1$  (4.19.5)

Это означает, что в скачке уплотнения не вся кинетическая энергии газа идет на повышение давления. Часть механической энергии преобразуется в тепло. Возникают так называемые волновые потери. Это единственный вид потерь напора, который строго и точно можно рассчитать с использованием уравнения (4.19.5).

Как известно, принцип действия ТК заключается в сообщении газу кинетической энергии и повышении давления за счет торможения потока в

диффузорных лопаточных решетках и других диффузорных элементах проточной части. Скачек уплотнения в межлопаточном канале эффективно тормозит поток и, при умеренных сверхзвуковых скоростях, мог бы рассматриваться как вполне эффективный диффузор. К сожалению, этому мешает возникновение зоны срыва на профиле сразу же за скачком уплотнения. Это явление характеризуется как взаимодействие скачка уплотнения с пограничным слоем. Причину отрыва потока от поверхности профиля и возникновение вихревых потерь объясняют следующим образом.

Профили скорости в ядре потока и пограничном слое до и за скачком уплотнения показаны на рис. 4.19.4. В ядре потока скорость после скачка дозвуковая. При приближении к поверхности профиля скорость потока перед скачком уменьшается при достижении пограничного слоя. При достижении расстояния от профиля, где  $\lambda_1 = 1$ , скачок уплотнения исчезает и скорость после скачка остается равной скорости звука. В дозвуковой части пограничного слоя скорость в скачке уплотнения не меняется.

Итак, после скачка уплотнения скорость вблизи поверхности больше скорости в ядре потока. Неизбежно ее быстрое уменьшение и возрастание толщины пограничного слоя, что приводит отрыву потока. Возникающие вихревые потери делают работу дозвуковых профилей и решеток неэффективной.



Рис. 4.19.4. Профили скорости перед и после скачка уплотнения

Критическое числа Маха. На номинальном режиме местная скорость в начале выпуклой поверхности профиля достигает максимума  $M_{wmax} = 1$  при некотором значении дозвуковой скорости на входе  $M_{wl} \prec 1$ . Для профиля на рис. 4.19.3 это происходит при  $M_{wl} \approx 0,70$ . Возникающий в результате взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем отрыв ухудшает аэродинамические характеристики решетки. Лопаточные решетки с профилями такой

формы, которая рассматривалась выше, не должны применяться при условиях появления сверхзвукового потока на профиле. Такие профили и решетки являются дозвуковыми. Значение дозвуковой скорости перед решеткой  $M_{wl\kappa p} \prec 1$ , при котором максимальная скорость на профиле достигает скорости звука, называется критическим числом Маха.

Значение критического числа Маха на номинальном режиме тем меньше, чем больше возмущение потока в районе входной кромки, т.е. чем больше в этой области нагрузка  $\Delta w = w_{\rm solen} - w_{\rm solen}$ . Выше было показано, что отношение скоростей  $w_{\rm max}/w_{\rm l}$  тем больше, чем тоще входные кромки профилей и чем больше угол изогнутости профилей. Соответственно, компрессорные решетки с наиболее толстыми и сильно изогнутыми профилями имеют  $M_{\rm wlkp} \approx 0,65$  и должны применяться только в осевых компрессорах, не форсированных по окружной скорости.

На номинальном режиме в зависимости от формы решетки и ее профилей критическое число Маха обычно лежит в пределах  $M_{_{wlkp}} \approx 0,65 - 0,80$ . Количественную оценку позволяет сделать анализ рассмотренного выше фактора диффузорности, который характеризует нагрузку лопаток. Для номинального режима С. Либляйн рекомендует значение  $F_D^* = 1 - \frac{W_2}{W_{\text{max}}} = 0,45$ . Если решетка спроектирована по такой рекомендации, то  $F_D^* = 1 - \frac{w_2}{w_{\text{max}}} \frac{w_1}{w_1} = 0,45$  и  $\frac{w_{\text{max}}}{w_1} = \frac{w_2 / w_1}{0,55}$ . Обычно замедление потока в компрессорных решетках рабочих колес  $w_2 / w_1$ бывает в пределах 0,65-0,75. Тогда отношение местной скорости на профиле к скорости на входе в решетку, у которой фактор диффузорности выбран по рекомендации Либляйна,  $\frac{w_{\text{max}}}{w} \approx 1,2-1,35.$ Если пренебречь тем фактом, что при разгоне потока до  $w_{\rm max}$ статическая температура уменьшается, что повышает местное число Маха, то  $M_{\kappa p} \approx \frac{1}{w_{\text{max}} / w_{\text{l}}}$  имеет порядок 0,73 – 0,83 в зависимости от замедления потока в решетке.

Итак, параметры решетки и профилей должны выбираться с учетом числа  $M_{w1}$ . При повышенных числах  $M_{w1}$  следует принимать большие

значения  $B_f$  и  $B_s$  и меньшие значения  $d_{\max}/B$ . Это определяется тем, что увеличение относительной толщины профиля  $d_{\max}/B$  и уменьшение величин  $\overline{B}_f$  и  $\overline{B}_s$  приводит к возрастанию местных скоростей по профилю и к снижению  $M_{\kappa p}$ . Например, при  $M_{w1} > 0,5-0,6$  рекомендуется применять профили с относительной толщиной не более  $d_{\max}/B = 0,04-0,06$ .

**Влияние угла атаки на**  $M_{\kappa p}$ . Характеристики дозвуковой решетки при повышенных скоростях потока претерпевают заметные изменения – рис. 4.19.5.

На номинальном режиме повышение входного числа Маха в рассматриваемом случае не привело к росту коэффициента профильного сопротивления. Это показывает, что значение  $M_{w1} = 0,7$  меньше критического. Небольшой рост коэффициента подъемной силы объясняется более сильным отклонением потока при проявлении сжимаемости (рис. 4.19.2).



Рис. 4.19.5. Характеристики компрессорной решетки с относительным шагом t/B=0,75 при  $M_{w1}=0,3$  (сплошные линии) и при  $M_{w1}=0,7$ 

Но при положительном и отрицательном углах атаки коэффициент силы сопротивления становится значительно больше. Это объясняется тем,

что обтекание с углами атаки приводит к появлению пиков скорости вблизи входных кромок. При этом максимальные числа Маха на профиле превосходят  $M_{wl}$  значительно больше, чем на номинальном режиме. Появляются сверхзвуковые участки течения на выпуклой поверхности лопаток при i > 0, или на вогнутой поверхности при i < 0. Ударное обтекание в сочетании с местными скачками уплотнения ведет к росту потерь по сравнению с обтеканием практически несжимаемым потоком. Влияние угла атаки на критическое число Маха заключается в том, что М<sub>кр</sub> при ударном обтекании становится значительно меньше, чем на номинальном режиме. В результате с ростом скоростей потока характеристика коэффициента профильного сопротивления ухудшается сначала на нерасчетных режимах. Дальнейший рост  $M_{wl}$  до значений, близких к  $M_{_{\kappa D}}$ , приводит к росту потерь и на номинальном режиме тоже.

**Максимальное число Маха**. Начальный участок межлопаточного канала – конфузорный из-за того, что часть проходного сечения занята лопатками конечной толщины и нарастающими от входной кромки пограничными слоями. Если при превышении  $M_{\kappa p}$  на профиле образуется местный скачек уплотнения вблизи поверхности лопатки, то при дальнейшем повышении  $M_{w1}$  интенсивность скачка и его поперечный размер возрастают до тех пор, пока скачек уплотнения не перекроет все поперечное сечение канала. На номинальном режиме при некоторой входной дозвуковой скорости, соответствующей условию  $M_{\kappa p} \prec M_{max} \prec 1$  поток разгоняется и в самом узком сечении достигает скорости звука. При этом достигается максимально возможный расход газа через решетку. Максимальным числом  $M_{max}$  называют величину числа  $M_{w1}$ , при которой в узком (минимальном) сечении канала a - a между лопатками возникает скорость, равная скорости звука (рис. 4.19.6).

На номинальном режиме для компрессорных решеток величина  $M_{\rm max} \approx 0.85 - 0.95$ . Конкретное значение  $M_{\kappa p}$ , как и  $M_{\rm max}$  определяются формой решетки и профилей. Меньшие значения соответствуют профилям с большой относительной толщиной, малым углом установки в решетках с малым относительным шагом. Зависимость максимального числа Маха от угла атаки поясняет схема на рис. 4.19.6, показывающая, как меняется потока в косом срезе на входе в решетку – это область межлопаточного канала между фронтом решетки и самым узким поперечным сечением  $a_{2}$ .

Поперечное сечение для потока перед решеткой равняется  $a_1 = t \sin \beta_1 = t \sin (\beta_{n1} - i)$ . Самое узкое поперечное сечение, горло канала

равняется  $a_{c} = t \sin \beta_{n1} - d_{n} - \delta^{*} (\delta^{*} - толщина вытеснения пограничного слоя в косом срезе). Тогда отношение скоростей на входе в решетку в пренебрежении изменением плотности:$ 



Рис. 4.19.6. Схема к определению  $M_{\kappa p}$  и  $M_{\max}$ 

При положительном угле атаки поперечное сечение на входе  $a_1$  маленькое и скорость в косом срезе уменьшается. При отрицательном угле атаки поперечное сечение на входе  $a_2$  большое и скорость в косом срезе возрастает. Понятно, что при отрицательном угле атаки условие запирания  $M_{w_2} = 1$  достигается при меньших  $M_{max}$ , чем на номинальном режиме.

При положительном угле атаки  $M_{\rm max}$  больше, чем при номинальном режиме. Но оно не возрастает беспредельно из-за роста стеснения потока зоной срыва на профиле при больших положительных углах атаки. В уравнении (4.19.6) развитию срыва соответствует увеличение толщины вытеснения  $\delta^*$ . Поэтому максимальное число Маха при всех режимах обтекания остается меньше единицы.

Профили и решетки для трансзвуковых и сверхзвуковых ступеней. Поскольку расход газа пропорционален первой степени окружной скорости, а теоретический напор – ее квадрату, то повышение окружной скорости – главный путь уменьшения размеров и массы ТК.

Препятствием к повышению окружной скорости дозвуковых компрессоров является невозможность работы с  $M_{w1} \succ M_{\kappa p}$ . Типичные соотношения во входном треугольнике скоростей  $\vec{c}_1 = \vec{w}_1 + \vec{u}_1$  на номинальном режиме таковы, что в наиболее благоприятных случаях  $w_1/u_n \approx 0.90$  у ступеней ОК и  $w_1/u_2 \approx 0.6$  у ступеней ЦК.

Связь между предельной окружной скоростью дозвукового ТК и критическим числом Маха на входе в его решетку очевидна. Например,

для ОК:  $u_{\mu\kappa p} = \frac{w_{1\kappa p}}{w_1/u_{\mu}}$ , и так как  $M_{\kappa p} = \frac{w_{1\kappa p}}{a_1}$ , то  $u_{\mu\kappa p} = \frac{M_{\kappa p}a_1}{w_1/u_{\mu}}$ . Для воздушного ТК скорость звука при нормальных атмосферных условиях  $a_0 = \sqrt{kRT_0} \approx 340$  м/с. Если считать что температура на входе в компрессор примерно равна температуре на входе в РК  $a_1 \approx a_0$ , а решетки РК имеют высокое значение  $M_{\kappa p} = \frac{w_{1\kappa p}}{a_1} = 0.85$ , то  $u_{\mu\kappa p} \approx 320$  м/с. Для решеток РК

центробежных ступеней характерны меньшие значения  $M_{\kappa p} = \frac{W_{1\kappa p}}{a_1} \approx 0.7.$ 

Тогда для ступени ЦК  $u_{2\kappa p} \approx 390$  м/с.

Механическая прочность лопаток РК в поле центробежных сил при современных материалах и способах проектирования может быть обеспечена при окружной скорости до 550 - 600 м/с в наиболее передовых конструкциях осевых компрессоров, и даже при еще больших окружных скоростях центробежных ступеней. При такой скорости вращения значения  $M_{w1}$  могут быть примерно 1,7, т.е. поток на входе — сверхзвуковой. Дозвуковые профили и решетки абсолютно неприменимы, и должны быть заменены другими конструкциями.

К работе при скоростях в диапазон до  $M_{w1} \leq 1,1$  приспособлены **трансзвуковые профили и решетки.** Высокие скорости обтекания требуют минимизации возмущения потока обтекаемым телом. Для трансзвуковых скоростей подходят профили с острой передней кромкой, малой толщиной и малой изогнутостью. В частности, нашли применение так называемые двухдуговые профили — рис. 4.19.7.



Рис. 4.19.7. Схема двухдугового профиля для трансзвуковых лопаточных решеток

Это профили с острой передней и задней кромками, малой изогнутостью и малой толщиной. Они симметричны относительно нормали к середине средней линии, т.е. у них  $\overline{B}_f = \overline{B}_{\delta \max} = 0,50$ . Такие профили применялись до 1960-х гг. и при числах Маха на периферии лопаток ОК до  $M_{w1}$ =1,4, что считается уже сверхзвуковой областью течения.

Острый клин входной кромки, взаимодействуя с сверхзвуковым потоком, образует косой скачек уплотнения, — его фронт направлен под углом к набегающему сверхзвуковому потоку.

Как известно, за прямым скачком скорость всегда дозвуковая. Скорость после косого скачка может быть как дозвуковой, так и сверхзвуковой, так как в косом скачке составляющая скорости, параллельная фронту скачка, не меняется:  $c_{2\phi} = c_{1\phi}$ . Составляющая скорости, перпендикулярная фронту скачка, меняется по закону прямого скачка. После косого скачка скорость меняет направление — схема на рис. 4.19.8.

Отношение давлений в потоке до и после скачка:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2k}{k+1} M_{w1}^2 \sin^2 \alpha - \frac{k-1}{k+1}, \qquad (4.19.7)$$

В косом скачке изменение параметров газа менее значительно, чем в прямом. В частности, меньше и волновые потери. Поскольку у трансзвуковых решеток скорость после косого скачка дозвуковая, то нет и потерь отрыва при взаимодействии скачка уплотнения с пограничным слоем. На номинальном режиме трансзвуковые решетки обеспечивают КПД ступеней, незначительно уступающий КПД дозвуковых. Но из-за острой

входной кромки и высоких  $M_{w1}$ , у них очень узок диапазон углов атаки, в которых решетка работоспособна.



Рис. 4.19.8. Схема изменения скорости в косом скачке уплотнения

Более эффективными трансзвуковыми профилями сейчас считаются многодуговые (MCA). Их спинка образована двумя дугами окружности, за счет чего положение максимальной толщины и изогнутости профиля отодвинуто на 60% от передней кромки.

Современные **сверхзвуковые профили** имеют форму клина от входной кромки до примерно середины хорды, где начинается криволинейная часть. Такие профили могут иметь тупую или достаточно толстую выходную кромку. Это нужно для того, чтобы получить достаточный момент сопротивления сечения профиля, имея в виду изгибную нагрузку от аэродинамической силы.

Представление о характере течения в рабочем колесе при скорости на входе на грани трансзвука — сверхзвука дает рис. 4.19.9. Здесь показано распределение чисел Маха в околовтулочном сечении сверхзвукового рабочего колеса — справа по данным лазерной велосиметрии, рядом — «вязкий» расчет. Обратим внимание на значительную толщину и малый относительный шаг в корневом сечении. Угол изогнутости остается низким.

Показанный на рисунке штриховой линией скачек уплотнения — отсоединенный, то есть он происходит до соприкосновения с входными кромками. Режиму максимального расхода (он же режим запирания, он же режим «единственного угла атаки» согласно [14]) соответствует присоединенный скачек уплотнения, начинающийся непосредственно на входной кромке.

Рис. 4.19.10 дает представление о форме лопаток сверхзвукового РК с малым втулочным отношением и о положении скачка уплотнения на двух режимах по расходу.



Рис. 4.19.9. Распределение чисел Маха в около втулочном сечении трансзвукового рабочего колеса [14]



Рис. 4.19.10. Положение скачка уплотнения в рабочем колесе с малым втулочным отношением при двух режимах по расходу и при трех углах зрения [14]

Несмотря на очень малый поворот потока лопатками трансзвуковых и сверхзвуковых рабочих колес, их коэффициент напора может быть достаточно большим за счет уменьшения расходной составляющей скорости в пределах межлопаточного канала — рис. 4.19.11.



Рис. 4.19.11. Совмещенные треугольники скоростей ступени при уменьшении расходной составляющей скорости в рабочем колесе

Интенсивность скачка уплотнения зависит от кривизны спинки профиля в пределах косого среза. У двухдуговых и многодуговых профилей спинка выпуклая, поток разгоняется перед входной кромкой соседней лопатки. Повышенная интенсивность скачка провоцирует более сильный отрыв потока и большие потери.



Рис. 4.19.12. Поле статических давлений в периферийном сечении рабочего колеса с «отрицательным изгибом профилей»,  $u_{\mu} \approx 550$  м/с. [14]

У сверхзвуковых профилей начальный участок — прямой клин. Однако с учетом толщины вытеснения нарастающего пограничного слоя поверхность клина становится как бы выпуклой для невязкого ядра потока. Для особо высоких чисел *M* испытаны рабочие колеса с «отрицательным изгибом профилей» — рис.4.19.12.

О профилировании трансзвуковых и сверхзвуковых ступеней. Автор многократно цитируемой выше монографии [14] на основании анализа проблемы и обзора публикаций приходит к выводу о том, что профилирование таких ступеней на основании продувок плоских решеток наименее обосновано по сравнению со ступенями дозвуковыми. Причины:

 – более высокое отношение давлений ведет к сильному изменению проходных сечений. Осесимметричные поверхности тока, следуя за формой ограничивающих поверхностей, приобретают ярко выраженную коническую форму;

– сильное изменение плотности приводит к значительному отклонению в кинематике потока даже при небольших ошибках в оценке потерь, углов отставания и т.п.;

– упомянутые ошибки в областях течения, где числа Маха близки к единице, могут привести к принципиальному отличию расчетного и фактического состояния потока (сверхзвуковой поток, вместо ожидаемого дозвукового, и наоборот);

– ожидаемые существенные ошибки при расчете течения на отдельных ОПТ окажут слишком большое влияние на течение на других ОПТ. Сам квазитрехмерный подход в этих условиях представляется мало обоснованным.

Дополнительные проблемы создаются высоким уровнем окружных скоростей. В поле центробежных сил закрученные пространственные лопатки РК стремятся принять цилиндрическую форму. Указывается, что в некоторых случаях угол установки профилей на периферии РК увеличивается на 4<sup>0</sup> по сравнению со статическим положением.

В связи с этим испытания плоских решеток при сверхзвуковых скоростях ведутся с исследовательскими целями, но их результаты не применяются непосредственно для профилирования ступеней, подобно диаграмме номинальных режимов в дозвуковых ступенях. Фирмыпроизводители разрабатывают модельные ступени и создают методики профилирования, в том числе и на базе расчетов трехмерного вязкого течения. По понятным причинам, и то, и другое остается достоянием этих фирм.

### 4.20. ТЕЧЕНИЕ В ПРОСТРАНСТВЕННЫХ РЕШЕТКАХ

Крыло конечного размаха. Рассмотренная выше схема плоского обтекания профилей и решеток выявляет основные закономерности и служит основой для применения испытаний профилей и прямых решеток в аэродинамических трубах — с последующим применением обобщенных результатов для рационального выбора размеров и аэродинамического расчета. Разумеется, расчет должен учитывать отличие реальных условий работы от идеализированной схемы обтекания бесконечно длинных профилей и решеток.

Основное применение отдельные профили находят в качестве крыльев самолетов. В отличие от идеализированной схемы, эти крылья имеют конечную длину L — «размах», рис. 4.20.1. На концах крыльев воздух перетекает с нижней поверхности на верхнюю из-за разности давлений — нагрузки профиля. Плоское течение приобретает пространственный характер, который можно схематизировать в виде продольного обтекания в наложенным на него вихревым вторичным течением. Два противоположно вращающихся вихря, уходят за крыльями самолета бесконечность. На конце крыла подъемная сила уменьшается, а сопротивление растет, так как часть кинетической энергии приобретает вихревой характер и превращается в тепло при торможении силами вязкости.



Рис. 4.20.1. Схема образования вихрей на конце крыльев конечного размаха. Слева — обычное крыло, справа – крыло с пластиной для уменьшения вихреобразования

Для уменьшения вихревых потерь на торце крыла иногла устанавливают поперечную пластину, затрудняющую перетекание воздуха давлений. Сама пластина разностью создает дополнительное под сопротивление, поэтому суммарный эффект может быть и отрицательным. Радикальный способ уменьшения доли рассматриваемой доли потерь применение крыльев с большим удлинением l/B — отношением размаха крыла к хорде профиля. Тогда концевые эффекты ухудшают обтекание меньшей части крыла. По этой причине самолет АНТ-24, на котором в 1930е годы совершались рекордные по длине перелеты из СССР в США через Северный полюс, имел необычно длинные и узкие (с малой хордой) крылья.

**Течение в зазоре «торец лопатки – корпус**. Лопатки ротора ОК, вращающиеся с окружной скоростью  $u_{\mu}$ , измеряемой сотнями метров, ни в коем случае не должны касаться корпуса, что вызвало бы немедленную аварию. Необходимый зазор должен компенсировать возможные неточности сборки, деформации ротора и корпуса при работе — температурные и от нагрузок, перемещения ротора в зазорах подшипников. В зазоре «торец лопатки — корпус» возникает вихревое течение, подобное обтеканию конца крыла — рис. 4.20.2 б. Сколь ни будь значительная величина радиального зазора привела бы к недопустимому снижению КПД осевой ступени.



Рис. 4.20.2. Образование вторичных токов кольцевой решетки: (a) — в канале; (б)— в радиальном зазоре

Современные численные методы способны рассчитать негативные эффекты течения в радиальном зазоре лопатка — корпус (или «лопатка — ротор» в направляющем аппарате). Для оценки возможного падения КПД изза слишком большой величины радиального зазора используют эмпирическую формулу:

$$\Delta \eta = 2,8(\frac{\delta_r}{l} - 0,01), \qquad (4.20.1)$$

где  $\Delta \eta$  — уменьшение КПД при  $\frac{\delta_r}{l} 100 > 1\%$ .

Обращает внимание факт, что при размере радиального зазора менее 1% от высоты лопатки, негативный эффект существования зазора считается ничтожным. Дело в том, что на поверхности корпуса существует пограничный слой, в котором скорости течения малы из-за торможения о поверхность. Мала так же и скорость перетекания через зазор. То есть, формула (4.20.1) исходит из наличия пограничного слоя на поверхности корпуса с толщиной потери импульса не менее 1% от высоты лопатки. Если же зазор больше, то это ведет к потере КПД равной 2,8% на каждый процент увеличения зазора.

Надо иметь в виду, что толщина потери импульса связана не с высотой лопатки, а скорее с ее хордой, так как пограничный слой развивается при движении газа от одного контрольного сечения к другому. Формулу (4.20.1) следует рассматривать как очень приближенную, но правильно указывающую на недопустимость больших радиальных зазоров  $\delta_r$ .

В результате перетекания газа через радиальный зазор в области торца лопатки давление на вогнутой поверхности несколько снижается, а на выпуклой — повышается, т. е. уменьшается перепад давления, а следовательно, и подъемная сила. При течении вязкого газа у торцов пограничный слой будет набухать на выпуклой поверхности, и утоняться на вогнутой. Возникающие вихри образуют поле дополнительных составляющих скоростей, которые вызывают отклонение потока за лопаткой в сторону вогнутой поверхности. Перетекание через торец вызывает вторичные (индуктивные) потери, связанные как с затратой энергии на образование вихревого следа, затухающего в вязком газе с преобразованием его энергии в тепло трения, так и с изменением обтекания профиля в области торцов, где изменяется профильное сопротивление.

Потери на ограничивающих поверхностях. В решетке турбокомпрессора помимо процесса обтекания профиля в решетке здесь имеют место и другие явления, связанные с конечной длиной лопаток, помимо рассмотренного перетекания газа через торцевой зазор. На ограничивающих поверхностях возникают потери трения в трехмерных пограничных слоях. При неблагоприятных условиях возможны потери, связанные с вихреобразованием.

Для расчетов при первичном профилировании полные потери в решетке принято условно (поскольку все процессы течения взаимосвязаны) делят на три группы: профильные потери, потери трения на ограничивающих поверхностях и вторичные или индуктивные потери. Считается, что при существующих правилах профилирования отрывы потока на ограничивающих поверхностях не должны возникать.

Полные потери в реальной лопаточной решетке могут быть определены с помощью коэффициента лобового сопротивления  $C_w$ , представляющего сумму коэффициентов профильного сопротивления  $C_{wp}$ , потерь трения на ограничивающих поверхностях  $C_{w0}$  при движении газа в направлении ядра потока, и потери из-за образования вторичных течений на ограничивающих поверхностях  $C_{wi}$  (последний иногда называют коэффициентом индуктивного сопротивления):

$$c_{w} = c_{wp} + c_{w0} + c_{wi} . ag{4.20.2}$$

Суть деления потерь на ограничивающих поверхностях на две составляющие поясняет схема на рис. 4.20.3. В ядре потока его скорость равна W на ограничивающей поверхности в пределах пограничного слоя скорость w (обозначать скорость большой буквой в ядре потока и малой — в пограничном слое принято при сравнении вязкой и невязкой области течения).



Рис. 4.20.3. Схема образования вторичного течения на ограничивающих поверхностях

В пограничном слое медленно движущийся поток подсасывается к поверхности разрежения лопатки. Чем ближе к поверхности, тем меньше скорость потока и тем сильнее его направление отличается от направления потока в ядре — полная аналогия с образованием трехмерного пограничного слоя на ограничивающих поверхностях обычного криволинейного канала. Для упрощения анализа течение в пограничном

слое рассматривают как сумму течений в направлении основного потока, и перпендикулярного этому направлению вторичного течения. Потери от первой составляющей течения отражает в уравнении (4.20.2) коэффициент  $C_{w0}$ , от второй —  $C_{wi}$ .

Простейший способ расчета потерь трения на ограничивающих поверхностях основан на аналогии с потерями трения в прямой трубе. В данном случае речь идет о кольцевом пространстве между цилиндрическими поверхностями корпуса и ротора гомогенной ступени. В отличие от прямой трубы поток, естественно, движется не в осевом направлении, а вращается вокруг оси z с окружными составляющими  $w_u$  и  $c_u$  в решетках РК и НА соответственно. По аналогии с потерей давления в трубе на элементарном участке длины проточной части:

$$dp_{w} = \lambda_{1} \rho \frac{w^{2}}{2} \frac{dl}{d_{z}}.$$
(4.20.3)

Гидравлический диаметр равен:

$$d_{z} = \frac{4f}{U} = \frac{4\pi \left(r_{\mu}^{2} - r_{em}^{2}\right)}{2\pi r_{\mu} + 2\pi r_{em}} = 2l, \qquad (4.20.4)$$

– учетверенное проходное сечение, отнесенное к смоченному периметру, равно удвоенному расстоянию между поверхностями — высоте лопатки.

Интегрируя потерю давления — уравнение (4.20.3) по длине лопатки получим:

$$\Delta p_{w} = \int_{1}^{2} \lambda_{1} \rho \frac{w^{2}}{2} \frac{dl}{2l} = \lambda_{1} \rho \frac{w_{cp}^{2}}{2} \frac{B}{2l}.$$
(4.20.5)

Условие равновесия силы сопротивления и потерянного давления

$$F_{w0} = c_{w0} \rho \frac{w_{cp}^2}{2} Bl = \Delta p_w tl, \qquad (4.20.6)$$

откуда:

$$c_{w0} = \lambda_1 \frac{t}{2l} \,. \tag{4.20.7}$$

Коэффициент трения  $\lambda_1$  имеет подстрочный индекс для отличия от коэффициента трения прямой трубы  $\lambda = f(\text{Re}, \overline{k_u})$ . Подобно ему, коэффициент трения  $\lambda_1$  так же зависит от критерия Рейнольдса и шероховатости. Но в отличие от трубы, в ступени ОК происходит диффузорное движение газа с развитием пограничного слоя. А.Хауэлл предложил эмпирический коэффициент в формуле (4.20.7), игнорирующий роль этих факторов, но учитывающий трение не только в пределах собственно решетки, но и в осевом зазоре между соседними лопаточными аппаратами ступени:

$$c_{w0} = 0.02 \frac{t}{l}.$$
 (4.20.8)

Несмотря на то, что формула игнорирует очевидные влияющие факторы, по мнению автора монографии [14, отразившего в своей книге результаты сотен исследований западных специалистов, это простое соотношение вполне пригодно для приближенного анализа потерь на ограничивающих поверхностях дозвуковых ступеней ОК.

Вторая составляющая потерь на ограничивающих поверхностях вторичные (индуктивные) потери. Их появление связано с разностью давлений на лопатках. Эта разность давлений в безразмерном виде характеризуется коэффициентом подъемной силы  $c_a$ . Возникающее под разностью давлений вторичное течение В пограничном слое поверхностей корпуса и ротора является причиной появления парного вихреобразного течения, показанного на рис. 4.20.2 а) выше. Такие вихри возникают у основания рабочих лопаток на роторе и V высокого периферии. B поверхности давления лопатки на противоположном углу такой вихрь подавляется перетеканием через радиальный зазор.

Наличие концевых течений (в канале и в радиальном зазоре) вызывает изменение параметров газа вблизи ограничивающих поверхностей, изменяет направление потока за решеткой, а также увеличивает потери, как за счет вихреобразования, так и за счет нарушения обтекания сечений, близких к торцам лопаток. Вторичные явления оказывают наибольшее влияние на концевые сечения лопаток.

В компрессорах вторичные определяют осевых потери экспериментально по разности между полными замеренными потерями в действительной решетке И потерями профильными И на ограничивающих поверхностях. При этом к вторичным потерям автоматически относят все прочие, неучтенные потери. Для грубо приближенного вычисления вторичных потерь рекомендуют формулу А.Хауэлла:

$$c_{wi} = 0.018 c_a^2. \tag{4.20.9}$$

Несмотря на то, что эта формула не учитывает относительное удлинение лопаток, по мнению [14] ее можно применять для оценочных расчетов. Ряд авторов рекомендуют к использованию формулу, учитывающую тот факт, что доля вторичных потерь в решетке с относительно более длинными лопатками должна быть меньше  $(\pi = 3, 141)$ :

$$c_{wi} = 0,113 \frac{c_a^2}{\pi \frac{l}{B}}, (\pi = 3,141).$$
 (4.20.10)

Согласно формуле (4.20.10) коэффициент индуктивного сопротивления  $C_{wi}$  падает с ростом l/B. Чем короче лопатка, тем большая доля потерь приходиться на единицу длины лопатки, так как абсолютная величина вторичных потерь мало зависит от длины лопатки, но определяется длиной межлопаточного канала (хордой *B*), в котором развиваются вторичные явления. При очень коротких лопатках вторичные токи занимают большую часть канала и вызывают резкое повышение потерь.

Приведенные выше соотношения позволяют рассчитать коэффициент полной силы сопротивления лопаточной решетки  $c_w = c_{wp} + c_{w0} + c_{wi}$ . Знание этого коэффициента позволяет определить коэффициент потерь решетки  $\zeta = h_w / 0.5 w_1^2$ . Потерянную в решетке мощность можно определить как произведение потерянного напора на массовый расход, и как произведение силы сопротивления на средневекторную скорость:  $h_w \overline{m} = R_w w_{cp}$ , или  $0.5 \zeta w_1^2 \rho w_z t l = c_w \rho 0.5 w_{cp}^3 B l$  (соотношение для одного межлопаточного канала), откуда:

$$\zeta = c_w \frac{w_{cp}^2}{w_1^2} \frac{w_{cp}}{w_z} \frac{B}{t}.$$
 (4.20.11)

Потеря КПД в решетке, соответствующая ее коэффициенту потерь и коэффициенту напора рабочего колеса  $\Delta \eta = h_w / h_T = 0.5 \frac{\zeta}{\psi_T} (w_1 / u)^2$ , выраженная через коэффициент силы сопротивления:

$$\Delta \eta = 0.5 \frac{c_w}{\psi_T} \left(\frac{w_{cp}}{u}\right)^2 \frac{w_{cp}}{w_z} \frac{B}{t}.$$
(4.20.12)

**Радиальное течение в пограничных слоях на лопатках.** При вращении рабочего колеса осевой ступени окружная скорость газовых частиц в ядре потока равна окружной составляющей абсолютной скорости  $C_{u_{R}}$ . В пограничных слоях на лопатках относительная скорость уменьшается и окружная составляющая  $c_{u_{R}} \rightarrow u \succ c_{u_{R}}$ .

На рис. 4.20.4 показаны треугольники скоростей газовых частиц в ядре и в пограничном слое. Треугольники условно показаны с положением газовых частиц в середине канала. На самом деле речь идет о частицах в ядре, и в пограничных слоях на передней и задней поверхностях лопаток.



Рис. 4.20.4. Треугольники скоростей газовых частиц в ядре и в пограничном слое

Так как в пограничных слоях скорость вращения больше, нарушается условие радиального равновесия:
$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \frac{c_{u_{R}}^{2}}{r} \prec \rho \frac{c_{u_{nc}}^{2}}{r}.$$
(4.20.13)

Быстрее вращающиеся частицы в пограничных слоях на обеих поверхностях лопаток не уравновешиваются радиальным градиентом давления, создаваемым вращением газа в ядре потока. Пограничный слой на лопатках становится трехмерным за счет появления радиальной составляющей, перемещающей газовые частицы к периферии.

На поверхностях неподвижных лопаток направляющего аппарата радиальное движение частиц в пограничных слоях направлено противоположно — от периферии к центру. Там в ядре поток вращается со скоростью  $C_{us} \succ C_{unc}$  из-за торможения газа в пограничных слоях. Градиент

давления  $\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \frac{c_{us}^2}{r}$  оттесняет медленно движущиеся частицы пограничного слоя от периферии к центру.

Радиальные вторичные течения на поверхностях лопаток оказывают такое же негативное воздействие, как и рассмотренные выше вторичные течения на ограничивающих поверхностях. Потери на ограничивающих поверхностях и все вторичные потери в сумме имеют такой же порядок, как и профильные потери, а в решетках с небольшим удлинением лопаток превосходят их. Усилия современных исследователей в большой мере связаны с уменьшением негативной росли этой части потерь напора. Эффективным считается применение компьютерных программ расчета вязкого пространственного потока. Разработаны лопаточные аппараты специальной формы, от применения которых ожидают повышения КПД за счет подавления вторичных течений.

## 4.21. ОСОБЕННОСТИ ОБТЕКАНИЯ РЕАЛЬНЫХ ЛОПАТОЧНЫХ АППАРАТОВ

Использование результатов продувки плоских решеток для расчета и профилирования реальных лопаточных аппаратов основано на том, что на газовые частицы, движущиеся по цилиндрической поверхности вокруг оси ротора, действуют те же силы инерции, что и при движении в плоской решетке. Поэтому плоская решетка считается аналогом элементарной  $(r_{H} = const, r_{em} = const),$ решетки гомогенной ступени В которой предположительно являются цилиндрические поверхностями тока поверхности, соосные с цилиндрическими поверхностями корпуса и ротора. В действительности ступени не гомогенные. Коническую форму имеет либо одна и ограничивающих поверхностей, либо обе. Кроме того, и в гомогенной ступени действительные поверхности тока тоже отличаются от цилиндрических. Перечислим основные отличия реальных условий от более простой картины движения газа в плоских решетках.

**Влияние конечной толщины лопаток.** В [18] показано, что под воздействием изменения проходных сечений лопатками крыловых профилей с меняющейся вдоль хорды толщиной, происходит искажение формы линий тока в меридиональной плоскости — рис. 4.21.1.



Рис. 4.21.1. Искажение формы линий тока в меридиональной плоскости ступени ОК под воздействием конечной толщины лопаток

числа лопаток. В [18], показано, что Влияние конечного воздействия поток конечного числа следствием на лопаток В межлопаточном канале поверхности тока становятся не цилиндрическими и не коническими, а приобретают пространственную форму — поверхности S<sub>1</sub> на рис. 4.21.2.



Рис. 4.21.2. Взаимно пересекающиеся поверхности тока S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub> для численного решения задачи обтекания лопаток

Влияние конической формы поверхностей ротора и (или) корпуса. Форма решетки. Так как при сжатии в проточной части объемный расход газа уменьшается в последовательно расположенных контрольных сечениях, должна уменьшатся и высота лопаток. Это можно делать, придавая коническую форму с уменьшающимся диаметром корпусу, либо с увеличивающимся диаметром ротору, либо делая коническими обе ограничивающие поверхности. Если лопатка спроектирована как совокупность элементарных решеток на цилиндрических поверхностях, то ее пересечение конической поверхностью изменит форму и размеры профилей.

На рис. 4.21.3 показана схема пересечения лопатки конической поверхностью. Лопатка сформирована совокупностью профилей элементарных прямых решеток. Из простых тригонометрических соотношений следует, что на конической поверхности хорда профиля станет больше:

$$B_{_{KOH}} = B / \cos \gamma \,, \tag{4.21.1}$$

где  $\gamma$  — угол между образующей конической поверхности и осью z.



Рис. 4.21.3. Искажение формы профиля при пересечении лопатки конической поверхностью

Понятно, что при этом изменится относительный шаг и другие относительные размеры. Кроме этого, изменятся и лопаточные углы по соотношению:

$$\beta_{_{\mathcal{Л}HOH}} = \cos\beta_{_{\mathcal{I}}} \cos\gamma \,. \tag{4.21.2}$$

Изменившиеся геометрические соотношения повлияют на условия обтекания и характеристики элементарных решеток, из которых составлен лопаточный аппарат реальной ступени.

Влияние конической формы поверхностей ротора и (или) корпуса. Воздействие Кориолисовой силы. При движении газа с изменением расстояния от центра во вращающейся решетки, на газовые частицы действует сила Кориолиса (подобно течению в РК центробежного компрессора или центростремительной турбины). Эта сила не моделируется при испытаниях неподвижных плоских решеток в аэродинамических трубах, и искажает картину течения, полученную при продувке.

Вторичные течения на ограничивающих поверхностях и на лопатках искажают картину обтекания в элементарных решетках.

В результате спроектированная на основании данных испытания плоских решеток ступень вряд ли сразу покажет наивысший возможный КПД и необходимое отношение давлений. В настоящее время эффективным средством анализа «узких мест» — зон несоответствия реальных величин и направления скоростей потока рассчитанным треугольникам скоростей, вытекающие отсюда неприемлемые значения углов атаки и пр. — являются расчеты вязкого пространственного потока. На основании получаемой информации в форму лопаточных решеток можно ввести соответствующие изменения, и затем проверить результаты испытанием модели проточной части на экспериментальном стенде. Таким образом, профилирование проточной части ОК по результатам испытания плоских решеток следует рассматривать как метод первичного проектирования — для последующей корректировки более сложными расчетными приемами с проверкой испытаниями. Создание реального компрессора модельными без предшествующего цикла проверки первичного проектирования было бы неприемлемым риском.