

На правах рукописи

НИКАНДРОВ Дмитрий Сергеевич

**ДИНАМИЧЕСКИЕ ИОНИЗАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В БАРЬЕРНОМ
РАЗРЯДЕ**

01.04.04 – физическая электроника

01.04.08 – физика плазмы

ДИССЕРТАЦИЯ на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
д-р. физ.-мат. наук, профессор
Лев Дандинсурунович Цендин

Оглавление

Оглавление	1
Основные обозначения, аббревиатуры и внесистемные единицы.....	4
Введение	6
Актуальность исследования	10
Постановка задачи и цели работы	12
Объект исследования	12
Метод исследования.....	12
Основные положения, выносимые на защиту	13
Достоверность научных результатов.....	13
Научная новизна	13
Практическая ценность	14
Апробация работы и научные публикации.....	14
Глава 1 Литературный обзор. Современное состояние проблем ионизационных процессов в барьерном разряде	16
§1.1. Таунсендовский барьерный разряд.....	17
§1.2. Тлеющий барьерный разряд.....	21
§1.3. Филаментированный барьерный разряд	26
§1.4. Импульсный барьерный разряд	28
§1.5. Упорядоченная форма барьерного разряда.....	29
§1.6. Зависимость режима барьерного разряда от внешних условий.....	30
Глава 2 Таунсендовский барьерный разряд	32
§2.1. Простейшая модель таунсендовского барьерного разряда	32
§2.2. Эволюция тока в таунсендовском разряде.....	37
§2.3. Колебания тока в таунсендовском барьерном разряде.....	39
2.3.1. Случай непрерывной зависимости напряжения от времени.....	41
2.3.2. Случай зависимости напряжения от времени в форме меандра.....	43

§2.4. Возмущение поля пространственным зарядом	44
§2.5. Анализ экспериментальных данных.....	46
§2.6. Выводы к главе	52
Глава 3 Слой барьерного и емкостного разрядов низкого давления.....	54
§3.1. Бесстолкновительные слои.....	55
§3.2. Высокочастотный режим слоя	57
§3.3. Квазистационарный режим слоя.....	59
3.3.1. Частотный диапазон квазистационарного режима	60
§3.4. Динамический режим.....	62
3.4.1. Катодная стадия динамического режима.....	64
3.4.2. Анодная стадия динамического режима	67
§3.5. Диапазоны высокочастотного, динамического и квазистационарного режимов.....	70
§3.6. Выводы к главе	73
Глава 4 Импульсный барьерный разряд.....	75
§4.1. Импульсный разряд с высокой предыонизацией	77
4.1.1. Волна ионизации типа (a)	80
4.1.2. Волна ионизации типа (b).....	88
§4.2. Стримерный механизм развития импульсного разряда.....	94
4.2.1. Сравнение численной модели с теоретическими оценками.....	95
4.2.2. Развитие стримеров в различных электрических полях.....	98
4.2.3. Взаимодействие стримеров	100
§4.3. Выводы к главе	103
Глава 5 Убегание электронов в импульсном барьерном разряде.....	106
§5.1. Кинетическое уравнение для убегающих электронов с учетом торможения, рассеяния и ионизации.....	107
5.1.1. Сила трения в сильных электрических полях.....	109
5.1.2. Рассеяние электронов.....	110
5.1.3. Ионизация газа.....	111
§5.2. Упрощенное кинетическое уравнение	113
5.2.1. Метод характеристик	115
5.2.2. Случай относительно сильных полей.....	116
5.2.3. Случай очень сильных полей	118
§5.3. Выводы к главе	119
Заключение	120
Основные результаты, полученные в диссертации.....	120

Благодарности.....	121
Приложение А Эволюция тока при таунсендовском пробое.....	122
Приложение В Математический анализ колебаний в таунсендовском барьерном разряде	125
Нелинейные колебания малой амплитуды.....	126
Затухание колебаний.....	128
Приложение С Таунсендовский барьерный разряд при напряжении в форме меандра	130
Приложение D Параметры PIC моделирования слоя.....	132
Приложение E Сравнение аналитической модели динамического режима с PIC моделированием.....	133
Катодная стадия.....	133
Анодная стадия.....	133
Приложение F Ионнозвуковой разлет плазмы в динамическом режиме	135
Приложение G Математический анализ распространения волны ионизации типа (a)	136
Линейное со временем нарастание напряжения.....	139
Оценка характерных масштабов фазовой траектории.....	142
Физический механизм различных стадий.....	143
Табуляция решений.....	145
Постоянное напряжение	146
Табуляция решений.....	147
Приложение H Плазменный модуль кода gerris	149
Начальные и граничные условия	151
Приложение I Интегральное уравнение для функции распределения.....	152
Решение в однородном пространстве или в первой подобласти.....	155
Решение уравнения Вольтерра второго рода с симметричным ядром	157
Литература.....	159

Основные обозначения, аббревиатуры и внесистемные единицы

Td	10^{-17} V cm^2
bar	100 kPa
Torr	133.3 Pa
ppm	$10^{-4}\%$

\vec{E}	напряженность электрического поля
E_{br}	постоянное электрическое поле необходимое для пробоя разрядного промежутка
E_{sh}	электрическое поле в слое пространственного заряда
E_{pl}	электрическое поле в плазме
E_0	однородное электрическое поле, в котором радиус головки стримера постоянен
E'	электрическое поле, созданное зарядом лавины или стримера
α	первый ионизационный коэффициент Таунсенда
γ	второй ионизационный коэффициент Таунсенда
n_e, n_i	концентрации электронов и ионов
n	концентрация плазмы
$n_{(0)}$	концентрация предьонизированной плазмы
$n_{(c)}$	концентрация электронов возле катода
n_0	концентрация электронов перед стримером на расстоянии равном радиусу головки стримера
D_e	коэффициент электронной диффузии
T_e	температура электронов
b_e, b_i	подвижности электронов и ионов
m_e, m_i	массы электрона и иона
τ_e	время дрейфа электрона через слой пространственного заряда или через разрядный промежуток
τ_i	время дрейфа иона через слой пространственного заряда или через разрядный промежуток
τ_M	время максвелловской релаксации зарядов в плазме
ω_{pe}, ω_{pi}	электронная и ионная плазменные частоты
v_B	бомовская скорость
Γ_e, Γ_i	плотности потока электронов и ионов

L	длина разрядного промежутка
d	толщина диэлектрических барьеров
I	характерная энергия ионизации атома убегающим электроном
U_{sh}	напряжение, падающее на слое
L_{sh}	длина слоя в емкостном разряде
X, Z	положение границы, отделяющей плазму от слоя
X_0	положение границы, отделяющей плазму от слоя в момент начала искажения однородного электрического поля
t_0	момент начала заметного искажения электрического поля
t_1	момент максимума электрического тока
t_2	момент вытеснения поля из плазмы за счет ее проводимости
σ	поверхностная плотность электрического заряда
M	коэффициент мультипликации электронов при таунсендовском механизме пробоя разрядного промежутка
p, N	давление и плотность нейтрального газа
p, ε	импульс и энергия выбитого (вторичного) электрона
P, W	импульс и энергия убегающего электрона, производящего ионизацию
p_0	начальный импульс электронов
p^*	импульс электрона, начиная с которого сечение ионизации начинает уменьшаться обратно пропорционально его энергии
σ_i	сечение ионизации
ν	частота ионизации
ν_{ea}	частота упругих столкновений электронов с нейтральными частицами
ν_{ia}	частота упругих столкновений ионов с нейтральными частицами
r_d	радиус Дебая
r_s, r_{sp}, r_{sn}	радиус головки стримера (положительного, отрицательного)
$\delta_s, \delta_{sp}, \delta_{sn}$	толщина области пространственного заряда в стримере (положительного, отрицательного)
v_s, v_{sp}, v_{sn}	скорость стримера (положительного, отрицательного)
h_s, h_{sp}, h_{sn}	радиус стримера (положительного, отрицательного) вдали от головки
h	расстояние между стримерами
j	плотность электрического тока.
j_{ext}	плотность электронного тока с катода, не связанного с таунсендовским механизмом (ток несамостоятельного разряда или внешнего ионизатора)
$\mathcal{E}, \theta, \Theta, \Phi$	безразмерные поле, время, период колебания, напряжение и токи (см. (2.17), (2.18), (2.19), (2.26))
ι, κ, X	
Ω, Φ	безразмерные частота и амплитуда напряжения (см. (3.47), (3.48))
$\Psi_{AB}, \chi_{AB},$	параметры подобия импульсных разрядов (см. (4.26), (4.27), (G.65), (G.66))
$\delta_{AB}, \varphi_{AB}$	
$\delta(x)$	дельта-функция Дирака
$\eta(x)$	единичная ступенчатая функция Хевисайда
max	индекс, обозначающий максимальное значение или амплитуду
min	индекс, обозначающий минимальное значение

Под электрическим током понимается ток проводимости

Введение

Диссертационная работа посвящена вопросам теории нестационарных ионизационных процессов на примере барьерного газового разряда.

Ионизационные процессы в газовом барьерном разряде, как и в любом другом, представляют собой в основном акты элементарных взаимодействий между нейтральными частицами газа (атомами и молекулами) и свободными электронами [1]. Обычно в газовых разрядах, и особенно в барьерном разряде, средняя кинетическая энергия электронов на несколько порядков превышает среднюю энергию ионов и нейтральных атомов [2]. В барьерном разряде это происходит, даже несмотря на высокие (вплоть до нескольких атм, $pL \sim 10^3 \text{ Torr cm}$) давления. Поэтому такая система, как газовый разряд, является сильно неравновесной. А значит, ионизационные процессы в самом общем случае определяются функцией распределения электронов в газе.

Часто при описании барьерного разряда нет необходимости решать сложный вопрос о виде функции распределения электронов [3]. Высокое давление разряда приводит к тому, что эта функция определяется локальным значением электрического поля $\vec{E}(\vec{r}, t)$ [4]. Функция распределения и ионизационные процессы в разряде в точке \vec{r} в момент времени t определяются только полями в этой точке пространства и в этот момент времени. В этом состоит отличие от разрядов низкого давления, в которых локальной ионизации нет [5, 6].

Для описания локальных ионизационных процессов используется так называемый первый ионизационный коэффициент Таунсенда α [1]. Этот коэффициент равен числу ионизаций, которое рождает один электрон на 1 см своего пути в направлении против поля. Эмпирическая формула для ионизационного коэффициента, установленная Таунсендом имеет вид:

$$\alpha = A p \exp(-B p / E). \quad (1)$$

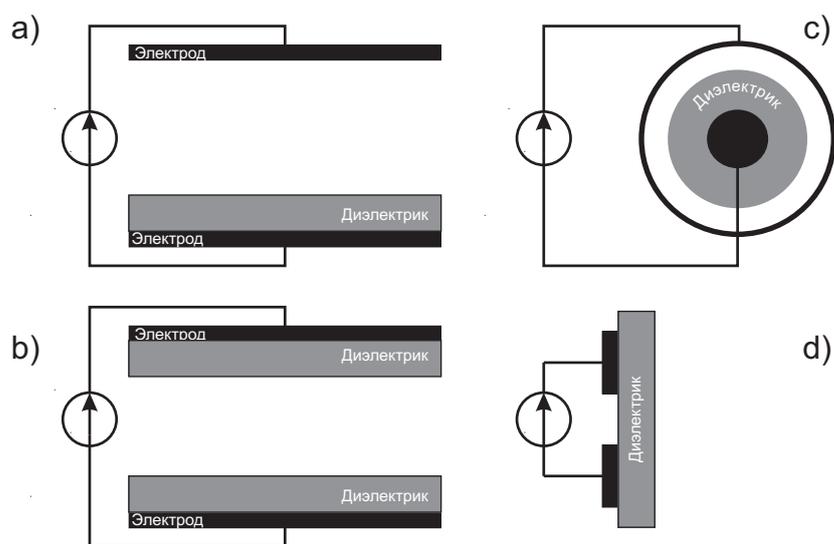


Рис. 1 Различные геометрические конфигурации барьерных разрядов: а) плоскопараллельная конфигурация с одним барьером, б) симметричная плоскопараллельная конфигурация, в) цилиндрическая и д) конфигурация поверхностного барьерного разряда.

Здесь p – давление газа, A и B – константы, зависящие только от сечений ионизации газа. Ионизация газа перестает быть локальной, и формула (1) теряет смысл при $E \gg Bp$. Однако происходит это в разрядах атмосферного давления обычно в полях выше 500 kV/cm.

Из формулы (1) видно, что число ионизаций на единицу пройденного пути экспоненциально зависит от величины электрического поля E . Также это число ионизаций пропорционально электронной концентрации n_e . В основном эти две величины и определяют ионизационные процессы в сильнонеравновесной плазме газового разряда.

Проводимость плазмы, пропорциональная электронной концентрации, уменьшает электрическое поле в плазме. Большое электрическое поле, согласно (1), ведет к активной ионизации газа и увеличивает концентрацию плазмы. Различные соотношения между этими двумя величинами приводят к разнообразию ионизационных явлений в плазме газовых разрядов.

Одним из наиболее неравновесных видов газового разряда является барьерный разряд.

Под барьерным разрядом в настоящее время понимают газовый разряд, возникающий под действием переменного электрического поля. При этом хотя бы один из электродов, создающих поле в разряде, должен быть покрыт диэлектрическим материалом [2]. Наличие диэлектрика, не позволяющего накоротко замкнуть разрядом электроды, и стало причиной

введения термина “барьерный разряд” (dielectric barrier discharge или DBD) в конце 1960-х Е.Н. Ереминым. Различные геометрические конфигурации барьерного разряда показаны на Рис. 1.

При включении генератора в газе возникает электрическое поле, определяемое приложенным к электродам напряжением и зарядами на поверхности диэлектрика. В нем инициируется пробой газа или за счет ионизации в электрическом поле, согласно (1), увеличивается плотность уже существующей предыонизированной плазмы. Вследствие протекания электрических токов разряда электрический заряд на поверхности диэлектрика постоянно меняется. Этот заряд не зависит от электрического поля и определяется только электрическим током. Поэтому поле, созданное им, существует даже тогда, когда напряжение между металлическими электродами равно нулю. В этом состоит эффект памяти - важное отличие барьерного от других видов газовых разрядов. При изменении полярности напряжения генератора заряды, оставшиеся на диэлектрике с прошлого полупериода, создают дополнительное поле, облегчая пробой газа или ионизацию плазмы. После смены полярности внешнего напряжения электрический ток, протекающий в обратном направлении, вначале уменьшают величину поверхностного заряда, а потом и меняет его знак. Процесс повторяется периодически.

Диапазон частот приложенного напряжения в барьерном разряде меняется обычно в пределах от нескольких десятков Hz [7] до нескольких MHz [8]. Форма приложенного напряжения также различна, обычно это синусоидальная зависимость или зависимость в форме меандра. Однако в случае импульсных пробоев форма приложенного напряжения может иметь и более сложный вид.

Диапазон давлений газа в барьерном разряде меняется обычно в пределах от 0.1 atm до нескольких atm [8]. Именно в этом диапазоне давлений барьерный разряд наиболее эффективен в приложениях, так как не требует вакуумной техники, но является источником плотной неравновесной плазмы.

Линейные размеры барьерных разрядов меняются в широких пределах. Так межэлектродное расстояние в ячейках плазменных панелей составляет 0.1 mm, в системах производства озона - несколько mm, а в CO₂ лазерах доходит до нескольких cm [9]. Кроме того, применение барьерного разряда удобно в задачах обработки поверхностей больших объектов со сложной геометрией, что представляет трудности для разрядов низкого давления.

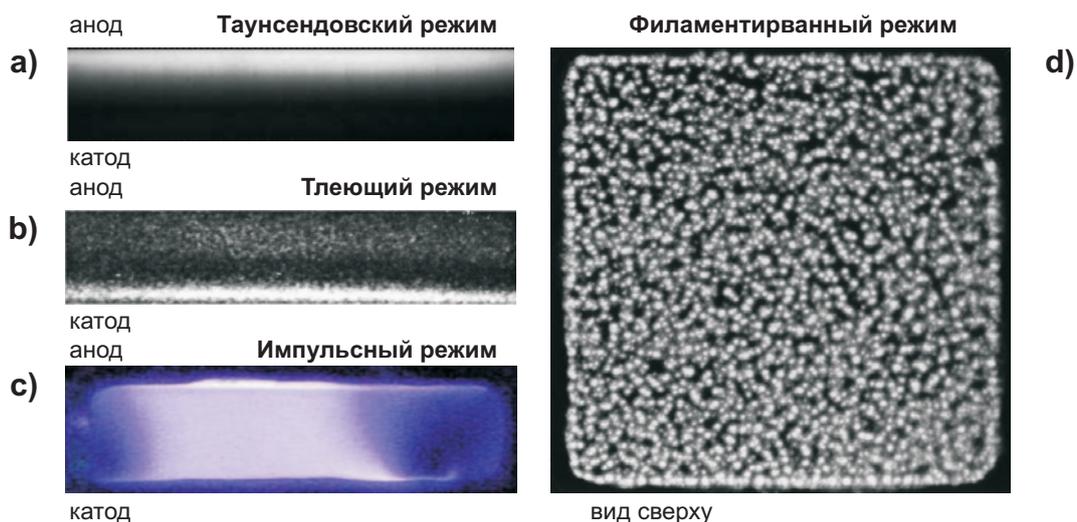


Рис. 2 Излучение барьерного разряда в основных режимах: а) Таунсендовском с 10 ns экспозицией [10], б) тлеющем с 10 ns экспозицией [11], с) импульсном [12] и д) филаментированном режиме с 20 ms экспозицией [13].

Существует несколько принципиально различных режимов горения барьерного разряда. К их числу относятся пространственно однородный тлеющий режим, таунсендовский режим, филаментированный и импульсный режимы горения.

Самым простым является таунсендовский режим горения барьерного разряда. Он аналогично таунсендовскому (или темному) режиму разряда с металлическими электродами характеризуется слабым искажением поля в зазоре. Токи таких разрядов малы, также как и излучение разряда (см. Рис. 2а).

В случае более высоких плотностей тока разряд может перейти в тлеющий режим. Этот режим характеризуется сильным искажением электрического поля и более интенсивным свечением (см. Рис. 2b). Такой режим во многом схож с тлеющим разрядом постоянного тока. В частности, в нем проявляется аналогичная сложная структура катодной области.

В том случае, когда генератор напряжения быстро создает поля, сильно превышающие пробивные значения, плотность плазмы за короткое время изменяется на несколько порядков. Такой разряд называют импульсным. Все ионизационные процессы в импульсном разряде происходят за короткое время по сравнению с периодом внешнего напряжения и временем дрейфа заряженных частиц через разрядный промежуток. Пример излучения такого разряда изображен на Рис. 2с.

Однако основным режимом горения барьерных разрядов является его филаментированная форма [13]. Этот режим проявляется в большом числе микроразрядов, замыкающих диэлектрические барьеры. Внешне они покрывают поверхность диэлектрика тонкими плазменными каналами, Рис. 2d. Такие микроразряды получили название филаментов. Как было отмечено в работе [14], на осциллограммах разряда в таком режиме возникает высокочастотная составляющая тока.

В зависимости от режима горения барьерного разряда в нем доминируют различные физические процессы, свойственные и другим газовым разрядам. Так, тлеющий барьерный разряд при частоте генератора 13.56 МГц схож с высокочастотным емкостным разрядом [15]. Импульсная форма барьерного разряда практически ничем не отличается от импульсного разряда между металлическими электродами. Тем не менее, наличие диэлектрического материала как минимум на одном из электродов приводит к тому, что контракция электрического тока в разряде затруднена. В противном случае рост электрического заряда в этом месте остановил бы протекание тока. Это означает, что в барьерном разряде разогрев ионов и нейтрального газа затруднен. При этом разряд может гореть при высоких, вплоть до нескольких атмосфер, давлениях не вызывая термической ионизации.

Таким образом, барьерный разряд характеризуется, с одной стороны, сравнительно высокой средней энергией электронов порядка 4-5 eV [2], и с другой стороны, низкой (комнатной) температурой газа атмосферного давления. Это означает, что мощность, вкладываемая в разряд, будет во многом сосредоточена в неупругих процессах с участием электронов. Возможность создавать плотную неравновесную плазму в газах атмосферного давления делает барьерный разряд перспективным технологическим инструментом наравне с коронным разрядом [8, 16].

Актуальность исследования

За двухвековую историю активного изучения газовых разрядов обнаружено огромное количество их форм. Большинство из таких разрядов представляют большой прикладной интерес. Но в фундаментальных работах и во всемирно известных учебниках по газовому разряду (например, Ю.П. Райзер “Физика газового разряда” [1]), о барьерном разряде даже не упоминается. Исторически сложилось так, что барьерный разряд стоял в стороне от основных направлений изучения газового разряда и электроплазмохимии. Это достаточно удивительно, ведь реакция образования озона, известная с середины девятнадцатого века и

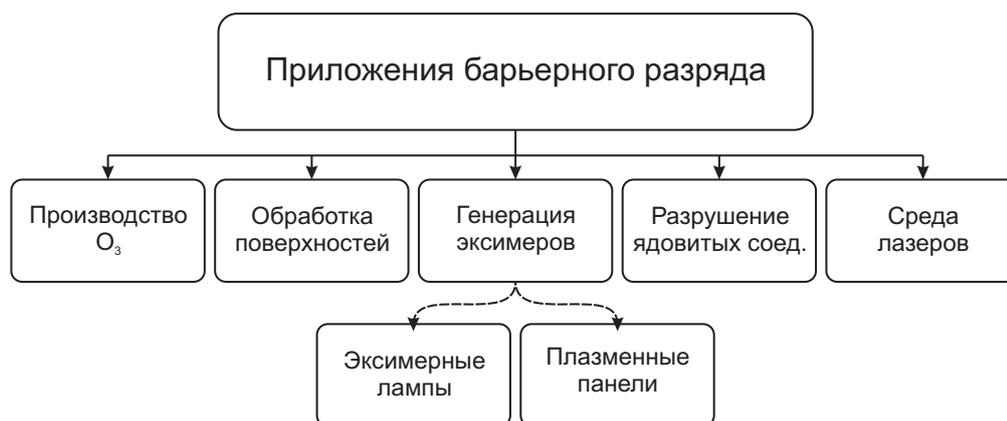


Рис. 3 Диаграмма основных приложений барьерного газового разряда в современных плазмохимических технологиях [9].

применяемая в промышленном масштабе (мощности установок достигают MW), происходит именно в барьерных разрядах [2].

Практически каждый из режимов горения барьерного разряда активно применяется сегодня в прикладных задачах (см. Рис. 3 [8, 9]). В круг этих задач входят исторически самое первое приложение этого вида разряда - производство озона, а также создание инверсии заселенности газовых лазеров, электроплазмохимия, задачи обработки поверхностей, создание источников излучения, стерилизация медицинского оборудования. По данным [8] объем рынка только одних плазменных панелей, основанных на технологии барьерного разряда, в 2005 году составил 10 миллиардов долларов США. Широкий диапазон приложений барьерного разряда требует создания аналитических выражений, параметров подобия и скейлингов разряда.

Физика барьерного разряда представляет не только прикладной, но и фундаментальный интерес. Многие режимы барьерного разряда схожи с разрядами без диэлектрических барьеров. Механизмы и критерии перехода барьерного разряда в филаментированный режим, как отмечают авторы [2, 17], схожи с критериями стримерного пробоя. Процесс образования филамента аналогичен физике распространения стримера [18]. Наличие диэлектрика на электродах не меняет физику импульсного разряда с предыонизацией. Барьерный разряд при частотах внешнего напряжения в несколько МГц можно рассматривать как емкостной разряд высокого давления. Формирование пучков убегающих электронов, возникающих при высоких электрических полях барьерного разряда, имеют огромное значение для электродинамики сплошных сред.

Постановка задачи и цели работы

Задача состоит в создании физических моделей основных явлений в барьерном разряде. Эти модели должны быть логически непротиворечивы, самосогласованны, минимальны, т.е. они не должны учитывать второстепенные процессы. Указанные модели должны отвечать на актуальные вопросы, стоящие перед физикой и техникой барьерного разряда. Предстояло выяснить следующие вопросы:

- о физической причине возникновения колебаний в таунсендовском барьерном разряде,
- о переходе барьерного разряда в высокочастотный при изменении частоты генератора,
- получить аналитические самосогласованные выражения и скейлинги для распространения одномерных волн ионизации при импульсном пробое,
- создать плазменный модуль численного кода с динамическими адаптивными сетками и подтвердить существующие аналитические оценки для процесса стримерного пробоя,
- выполнить классификацию возможных сценариев ионизационных процессов при убегании электронов в слабоионизованном газе.

Объект исследования

Объектом исследования является газовый электрический разряд, протекающий в зазоре между электродами, покрытыми диэлектрическим материалом. Такой вид разряда называют барьерным. Однако большинство результатов, представленных в диссертации, справедливо и для других видов газовых разрядов.

Метод исследования

Основными методами исследования являются разработка и анализ математических моделей основных физических процессов в газовом разряде. При создании физических моделей применен метод абстрагирования от совокупности второстепенных физических процессов, т.е. применен метод создания минимальных физических моделей. Верификация полученных результатов проведена методом сравнения с экспериментальными данными, существующими аналитическими моделями, собственными и иными опубликованными численными расчетами.

Основные положения, выносимые на защиту

На защиту выносятся следующие положения

- объяснение возникновения и основные характеристики колебаний тока в таунсендовском барьерном разряде,
- теоретическое обнаружение и моделирование нового режима слоя емкостного и барьерного разрядов, занимающего промежуточное положение между квазистационарным и высокочастотным режимами,
- самосогласованная теория и выражения для основных характеристик плоских волн ионизации, распространяющихся в ограниченной плазме импульсного барьерного разряда,
- плазменный модуль кода gettis и численное 3-D моделирование развития стримеров в однородных электрических полях с высоким пространственным разрешением,
- обнаружение и анализ двух принципиально различных сценариев влияния ионизационных процессов на убегание электронов в слабоионизованном газе.

Достоверность научных результатов

Достоверность научных результатов подтверждается применением адекватных математических методов в рамках минимальных физических моделей. Аналитические выражения подтверждаются сравнением с результатами численного моделирования и экспериментальными данными.

Научная новизна

Впервые аналитически установлено, что колебания электрического тока, наблюдаемые в таунсендовском барьерном разряде при $pL < 10^2 \div 10^3$ Torr cm, являются результатом инерции таунсендовского механизма пробоя.

Впервые продемонстрировано существование и получены основные характеристики динамического режима слоев барьерного и емкостного разрядов, занимающего промежуточное положение между квазистационарным и высокочастотным режимами.

Впервые получены самосогласованные оценки и выражения для параметров подобия основных характеристик плоских волн ионизации, распространяющихся в ограниченной плазме импульсного пробоя барьерного разряда.

Впервые методом численного 3-D моделирования с высоким пространственным разрешением получены основные характеристики стримерного пробоя, совпадающие с имеющимися аналитическими решениями. Численно подтвержден факт существования критического однородного электрического поля, в котором развитие стримера стационарно (с постоянным радиусом головки). Впервые продемонстрирован факт взаимодействия стримеров.

Впервые установлено наличие двух возможных сценариев ионизационных процессов при убегании электронов в слабоионизованном газе.

Практическая ценность

Полученные в работе результаты позволяют

- Установить относительное превышение величины электрического поля в зазоре над пробивным значением, и тем самым оценить границу перехода разряда в стримерный режим.
- Качественно классифицировать процессы в слоях емкостных разрядов реакторов, использующих напряжение со сложным спектром частот или низкие частоты.
- Определить параметры плазмы в импульсных барьерных разрядах, используемых для газовых лазеров и эксимерных источников некогерентного излучения.
- Созданный плазменный модуль кода gerris позволяет моделировать стримерный пробой в однородном электрическом поле и в разряде с острия с высоким пространственным разрешением.

Апробация работы и научные публикации

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих печатных работах

- D.S.Nikandrov L.D.Tsendin and V.I.Kolobov, Theory of low frequency dielectric barrier discharge in townsend regime // IWCAP (CAPPSSA2005) Proceedings, Bruges, Belgium, 2005, pp. 47-51
- V. Kolobov, D. Nikandrov, O. Proshina, R. Arslanbekov, I. Adamovich, New Methods of Controlling Electron Kinetics and Plasma Chemistry in Pulsed Discharges of Electronegative Gases // CFDRC Report: 8781-01, 2006, pp. 1-16
- D. Nikandrov, L. Tsendin, V. Kolobov, R. Arslanbekov, Simulation of Streamer Development in Different Electric Fields // 28th ICPIG proceedings, 2007, pp. 445-448

- D. Nikandrov, V. Kolobov, Formation of runaway electron distribution function during gas breakdown in high electric fields // 28th ICPIG proceedings, 2007, pp. 592-595
- Dmitry S. Nikandrov, Lev D. Tsengin, Vladimir I. Kolobov, Robert R. Arslanbekov // IEEE Transactions on plasma sci., vol. 36, no. 1, 2008, pp. 131-139
- Д.С. Никандров, Л.Д. Цендин, Низкочастотный барьерный разряд в таунсендовском режиме // ЖТФ, том.75, вып. 10, 2005, стр.29-38
- Д.С. Никандров, Формирование функции распределения убегающих электронов в сильных полях импульсных газовых разрядов // ЖТФ, том. 78, 2008, стр. 35-46
- Д.С. Никандров, Л.Д. Цендин, Бесстолкновительные слои емкостного разряда в различных частотных диапазонах // Письма в ЖТФ, том.32, вып. 16, 2006, стр.62-74
- Коренюгин Д.Г., Никандров Д.С., Влияние электропроводности жидкофазного электрода на характеристики барьерно-поверхностного разряда // НТВ СПбГПУ, том.3, вып.60, 2008, стр.107-110
- D. Nikandrov, R. Arslanbekov, V. Kolobov, Streamer simulations with dynamically adaptive cartesian mesh // IEEE Transactions on plasma sci., Volume: 36, Issue: 4, Part 1, 2008, p.932.

Результаты работы представлены на международных научных конференциях: First International Workshop and Summer School on Plasma Physics (8–12 June 2005, Kiten, Bulgaria); 2nd International Workshop on Cold Atmospheric Pressure Plasmas: Sources and Applications (August 30 - September 2, 2005 Bruges, Belgium); ESCAMPIG XVIII (12-16 July 2006, Lecce, Italy); 59th Annual Gaseous Electronics Conference (Tuesday–Friday, October 10–13, 2006; Columbus, Ohio); XXVIII International Conference on Phenomena in Ionized Gases (July 15-20, 2007, Prague, Czech Republic); 17th International Symposium on Plasma Chemistry (August 7-12, 2005, Toronto, Canada); 18th International Symposium on Plasma Chemistry (Kyoto, Japan, August 26 - 31, 2007), на семинарах кафедры физики плазмы Санкт-Петербургского государственного политехнического университета (Санкт-Петербург, 2005, 2006, 2008), на семинарах лаборатории физики низкотемпературной плазмы и сектора теории когерентных явлений в твердом теле ФТИ им. Иоффе (Санкт-Петербург, 2005, 2007), на семинаре группы физики плазмы и микроэлектроники CFD Research Corporation (USA, AL, Huntsville, 2006).

Литературный обзор. Современное состояние проблем ионизационных процессов в барьерном разряде

Диэлектрический барьерный разряд или просто барьерный разряд был известен более века назад. Первые экспериментальные данные по этому виду разряда были опубликованы Сименсом в 1857 году [19] в статье "Ueber die electrostatische Induction und die Verzogerung des Stroms in Flaschendrahten". Эти работы были посвящены в основном проблеме производства озона, который получался под воздействием высокого поля разряда в промежутке между двумя коаксиальными трубками. Основное отличие этого вида разряда от других заключалось в отсутствие электрического контакта между плазмой и электродами.

После публикации Сименса уже в 1860 году авторы работы [20] предложили в качестве альтернативного названия барьерного разряда термин "silent discharge" – тихий разряд, который до сих пор можно встретить в литературе. На рубеже веков исследования барьерного разряда продолжались благодаря их применениям в производстве озона и оксидов азота. В начале двадцатого века основные работы по барьерному разряду были опубликованы Emil Warburg [14, 21], который проводил большие исследования природы барьерного разряда и установил наличие высокочастотной составляющей в его токе. Автор установил существование импульсов тока с частотой вплоть до мегагерца. Позже, в 1932 году инженер электротехник К. Buss [22] обнаружил, что барьерный разряд в воздухе при атмосферном давлении горит в виде тонких короткоживущих плазменных каналов - филаментов. Buss впервые получил диаграммы Лихтенберга этих микроразрядов, осциллограммы тока и напряжения в разряде.

Интерес к структуре микроразрядов, возникающих в барьерном разряде, возник в 1950-х годах, когда японские исследователи [23, 24], изучая химическое воздействие разряда

на газ, показали определяющую роль высокочастотной составляющей тока. В экспериментах [24] была обнаружена прямая пропорциональность между выходом продуктов разряда и общим числом микрозарядов в озонаторе. Долгое время считалось, что филаментированный режим является единственным, пока в работе [25] не был продемонстрирован пространственно однородный (диффузионный или псевдодиффузионный) режим горения разряда.

Сегодня в лабораторных условиях и промышленных масштабах применяются различные геометрические конфигурации барьерного разряда. Самые простые плоскопараллельные конфигурации Рис. 1a,b чаще всего используются в физических экспериментах и прикладных задачах обработки поверхностей [26]. Широкое применение, особенно в плазмохимических приложениях, находят разряды с цилиндрической геометрией [8, 27, 28] (см. Рис. 1c). Значительная область приложений барьерного разряда – плазменные панели. Они основаны на применении поверхностной формы барьерного разряда Рис. 1d [29, 30].

В зависимости от смеси рабочих газов, геометрии разрядного промежутка, формы и амплитуды прикладываемого напряжения режимы горения барьерного разряда можно разделить на четыре основных группы:

- Таунсендовский или темный режим
- Тлеющий
- Филаментированный
- Импульсный

§1.1. Таунсендовский барьерный разряд

В случае слабого искажения электрического поля в зазоре режим горения барьерного разряда называют таунсендовским [31]. Названия этого режима следует из аналогии с темным таунсендовским разрядом между металлическими электродами, когда искажение поля также мало [1, 32]. Распределение электрического поля определяется уравнением Лапласа

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= 0 \\ \vec{E} &= -\nabla\varphi \end{aligned} \quad (1.1)$$

Отсутствие искажения поля является следствием малого пространственного заряда в зазоре. То есть поле пространственного заряда оказываются много меньше полей

конденсатора, образованного металлическими электродами и диэлектрическими поверхностями. Малость пространственных зарядов является следствием невысоких разрядных токов. Типичные значения максимально возможных плотностей тока таунсендовского разряда постоянного тока j_T зависят от давлений газа, подвижности ионов, размера зазора [1]

$$j_T = \frac{b_i U^2}{8\pi L^3} \quad (1.2)$$

и обычно составляют величину порядка $10^{-6} \text{ A cm}^{-2}$. В случае разряда постоянного тока, то есть разряда с металлическими электродами, это достигается высоким сопротивлением разрядной цепи [1]. Активное же сопротивление барьерного разряда всегда бесконечно велико, поэтому к барьерному разряду подобный критерий неприменим.

Аналогично таунсендовскому разряду постоянного тока, в таунсендовском барьерном разряде искажение поля начинается с анодной области разряда [3]. Положительный ионный заряд в прианодной области с ростом тока уменьшает электрические поля. В этом месте концентрация электронов максимальна, происходит основная ионизация и излучение

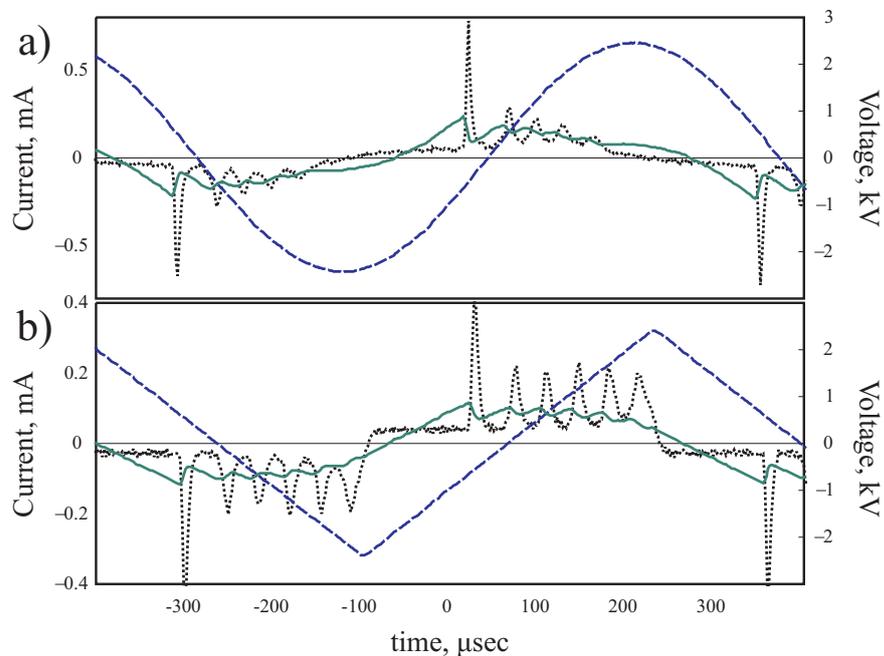


Рис. 1.1 Колебания тока (пунктир) в случае синусоидальной (а) и пилообразной (б) зависимости напряжения генератора от времени по данным работы [35] (частота генератора 1.5 kHz, межэлектродный зазор 2 mm, газ He, давление 730 Torr, газовая прокачка 4 slm гелия). Напряжение на зазоре – непрерывная кривая, приложенное напряжение – штрихи.

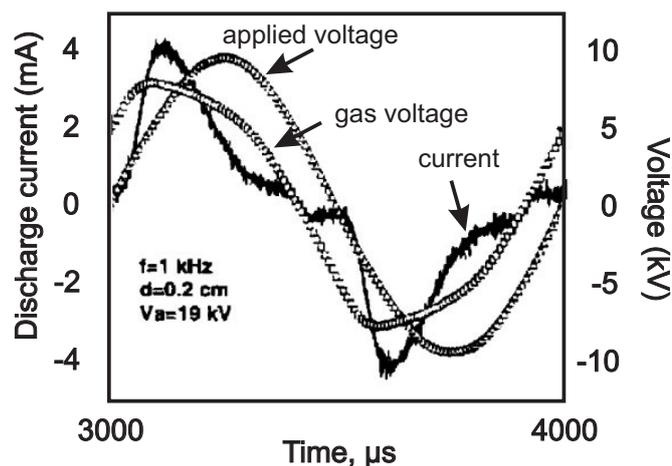


Рис. 1.2 Таунсендовский барьерный разряд без колебаний тока [33]

возбужденного газа. Экспериментальные данные [10, 33] подтверждают свечение газа в прианодной области барьерного таунсендовского разряда (см. Рис. 2а). Однако вследствие малости токов концентрация заряженных частиц и мощность излучения в барьерных разрядах невелики. По этой причине таунсендовские разряды часто называют темным [1].

При изучении таунсендовских барьерных разрядов было обнаружено, что иногда ток разряда имеет частотные составляющие, превышающие частоту генератора напряжения [3, 35, 36, 37, 38]. Импульсы тока, в отличие от филаментированного режима, появляются строго периодически с частотой порядка обратного времени дрейфа иона через разрядный промежуток. Типичные экспериментальные осциллограммы представлены на Рис. 1.1. Авторами работы [35]¹ установлено, что частота и форма импульсов колебаний тока определяется, при прочих равных, только скоростью изменения внешнего напряжения dU/dt в момент колебаний. Исключение из этого правила относится только к первому импульсу в серии. Однако иногда в барьерном таунсендовском разряде никаких высокочастотных колебаний тока нет [10, 33] (см. Рис. 1.2).

Экспериментальное изучение зависимости числа импульсов тока и их амплитуды от параметров разряда проведены в работе [37]. Обнаружено, что число импульсов за период и их ширина уменьшаются с ростом частоты генератора напряжения, а максимальный ток в импульсах возрастает. Так в гелии атмосферного давления при увеличении частоты генератора со 100 Hz до 2.5 kHz число импульсов тока уменьшается с 30 до 4 за период. Численное решение уравнений, описывающих разряд, в той же работе [37] хоть и дает

¹ Таунсендовский режим этого разряда был установлен позже в работе [3]

качественно аналогичную картину, но параметры импульсов отличаются от экспериментальных данных на порядок. Причина этого несовпадения не установлена.

Оптические методы исследований колебательной природы барьерного разряда показывают, что в процессе колебания разряд остается практически однородным в поперечном направлении [39]. Однородность разряда в течение каждого пика тока не исследовалась.

Колебания тока в таунсендовском барьерном разряде не имеют аналогии с таунсендовским разрядом с металлических электродов, хотя похожие явления возникают и в таунсендовском разряде с полупроводниковым катодом [40, 41].

Большой объем численного моделирования барьерного разряда в таунсендовском режиме был проведен авторами работ [42, 3, 43, 44]. Так был установлен факт колебательного режима таунсендовского барьерного разряда [3], было установлено, что природа этих колебаний не связана с цепью согласования. Было установлено, что в широком диапазоне внешних условий барьерный разряд в азоте горит именно в таунсендовском режиме [43], и разряд устойчив относительно малых радиальных возмущений [44]. Был проведен анализ взаимодействия плазмы барьерного разряда с поверхностью диэлектрика, и была продемонстрирована важная роль процессов десорбции электронов с заряженной поверхности диэлектрика на частоту колебаний тока барьерного разряда в таунсендовском режиме [43].

Первые аналитические выражения, объясняющие природу колебаний тока в таунсендовском режиме барьерного разряда, были представлены в работе [45]. В частности, в терминах нелинейной электрической цепи было установлено, что барьерный разряд в таунсендовском режиме может как иметь, так и не иметь осцилляций электрического тока. В том случае, если эти колебания есть, то их период равен

$$\tau_i \varepsilon^{-1/2} J_{\max}^{1/2} j_{\text{st}}^{-1/2}, \quad (1.3)$$

где τ_i - время движения иона через разрядный промежуток в поле, соответствующему пробую, j_{st} и J_{\max} - стационарная плотность тока разряда и его максимальное значение, $\varepsilon = \tau_i 4\pi j_{\text{st}} / E$ - малый параметр задачи. Под стационарной плотностью тока понимается ток через конденсатор, образованный разрядной ячейкой. Численное MC/PIC моделирование барьерного разряда подтверждает этот результат [45]. Частота колебаний малой амплитуды в линейном приближении для барьерного разряда получена в работе [3]

$$\omega = \sqrt{\left. \frac{b_i E_{br}}{L + 2d/\varepsilon} \frac{dU}{dt} \frac{d\alpha}{dE} \right|_{E=E_{br}}}, \quad (1.4)$$

она совпадает с обратным периодом колебаний, полученным в диссертации (2.27), для случая нелинейных колебаний малой амплитуды.

Аналитически установлено, что в случае внешнего напряжения в форме меандра в таунсендовском барьерном разряде не бывает высокочастотных осцилляций электрического тока [46]. За один период изменения напряжения генератора происходит только два колебания тока с небольшой задержкой относительно момента смены полярности напряжения генератора.

Одним из основных приложений барьерного разряда является генерация излучения в разрядных ячейках плазменных панелей. В таких системах таунсендовский барьерный разряд используется для перевода ячеек в состояние необходимое для их дальнейшей адресации [47]. Для таунсендовского разряда характерны невысокие плотности электрического тока, поэтому в случае разряда в ячейке плазменной панели с субмиллиметровыми линейными размерами возникают статистические флуктуации числа заряженных частиц. Эта особенность барьерного разряда в таунсендовском режиме была отмечена в работе [31]. В ней было показано, что подобные флуктуации приводят к стохастическим колебательным процессам.

§1.2. Тлеющий барьерный разряд

Если при протекании больших по сравнению с таунсендовским разрядом токов в зазоре возникает однородная плазма, то такой барьерный разряд принято называть тлеющим. В англоязычной литературе для обозначения тлеющего барьерного разряда атмосферного давления применяется аббревиатура AGP (Atmospheric-pressure glow discharge), введенная в работе [48].

В тлеющем разряде протекают настолько большие электрические токи, что поле не может оставаться неискаженным. Однако в проведенных экспериментах установлено, что структура излучения тлеющего барьерного разряда не имеет ничего общего с филаментированным режимом. Скоростная фотосъемка не выявила наличия тонких проводящих каналов на временах сравнимых со временем существования стримеров или филаментов [11, 49, 50, 51, 52, 53].

Аналогично тлеющим разрядам постоянного тока, тлеющий барьерный разряд пространственно можно разделить на область плазмы положительного столба и катодный

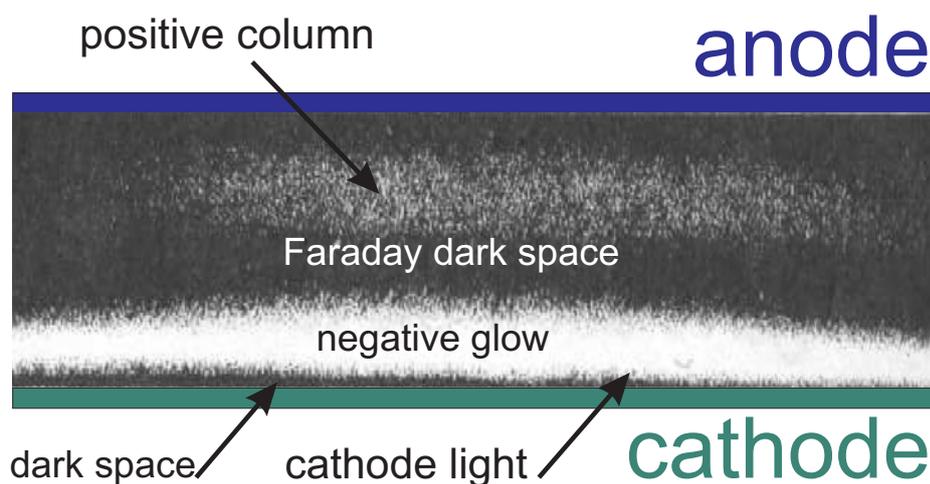


Рис. 1.3 Излучение в видимом диапазоне тлеющего барьерного разряда по данным работы [11]. Время экспозиции составляло 10 ns, момент съемки соответствовал максимальному току разряда (см. осциллограмму на Рис. 1.4).

слоей. В катодном слое падает практически все приложенное напряжение, а поля в положительном столбе малы. Сильное искажение поля является следствием высоких плотностей тока в разряде [32, 54].

В катодной области тлеющего барьерного разряда четко видно разделение на темное астоново пространство, темное фарадеево пространство, положительный столб и близко расположенные катодное и отрицательное свечения [11] (см. Рис. 1.3). Таким образом, было установлено, что в тлеющем разряде образуется плазма. Структура излучения тлеющего разряда, аналогична структуре тлеющего разряда постоянного тока, подробно описанная в работах [1, 4, 32]. Более того, в тлеющем барьерном разряде наблюдается образование страт [55, 56].

Фотография излучения и осциллограммы разряда в гелии атмосферного давления по данным работы [11] представлены на Рис. 1.3 и Рис. 1.4 соответственно. Эксперимент проводился в камере с плоскопараллельными электродами радиусом 4 см. Приложенное напряжение было практически синусоидальным с амплитудой 1.5 кВ и частотой 10 кГц, длина разрядного промежутка составляла 5 мм. Аналогичные осциллограммы получены и в других работах [50, 51, 52, 37, 10]. При сравнении результатов эксперимента и численного моделирования, проведенного в работе [11], было установлено, что в тлеющем разряде плотность заряженных частиц за половину периода, прошедших с момента максимума тока, падает до 10^7 cm^{-3} для частоты 10 кГц и до величины порядка 10^5 cm^{-3} для частоты 1 кГц.

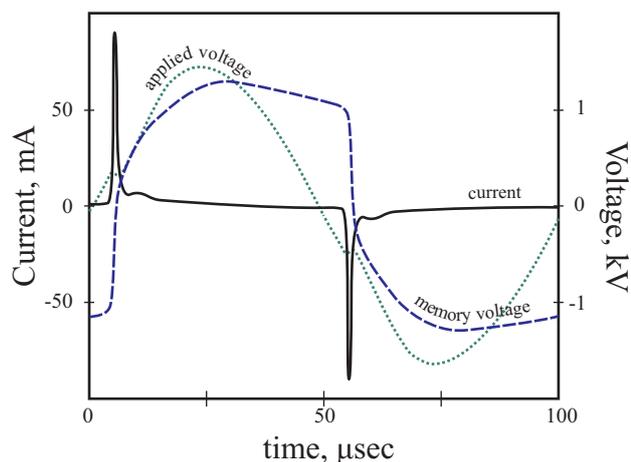


Рис. 1.4 Зависимости тока разряда, напряжения на зазоре, напряжения поля поверхностных зарядов и приложенного напряжения от времени в тлеющем разряде по данным работы [11].

Для однородных разрядов (тлеющего, таунсендовского, импульсного), когда за период внешнего напряжения плазма разряда может полностью распаться, важным становится вопрос о количестве заряженных частиц, оставшихся в зазоре к моменту следующего пробоя [57, 58]. В отсутствие плазмы заряженные частицы покидают промежуток со скоростью дрейфа, и к моменту пробоя их может в зазоре не оказаться совсем. При этом однородного пробоя и разряда не будет.

Минимальная концентрация заряженных частиц, необходимая для формирования поперечно однородного разряда, определяется из условия перекрытия лавин в момент начала искажения поля. Впервые такой критерий был высказан в работе [57] в отношении CO_2 ТЕА лазера. Характерные плотности предыонизации необходимые для этого составляют 10^4 cm^{-3} - 10^6 cm^{-3} [57, 59].

Одним из постоянных источников заряженных частиц (электронов) в зазоре может быть тепловая десорбция слабосвязанных с поверхностью электронов [43]. При энергии связи электрона с поверхностью порядка 1 eV возникает поток частиц с заряженной поверхности в зазор. Частота такой десорбции экспоненциально зависит от температуры, но численные значения параметров, определяющих закон десорбции, практически неизвестны. Частота десорбции была оценена из условий наилучшего описания экспериментальных данных, оценка авторов работы [43] составила 1-10 kHz.

Другим источником заряженных частиц в зазоре могут быть атомы в метастабильных возбужденных состояниях. Экспериментальные исследования [61, 62] были направлены на измерение концентрации метастабильных атомов в течение всего разряда. В работе [61]

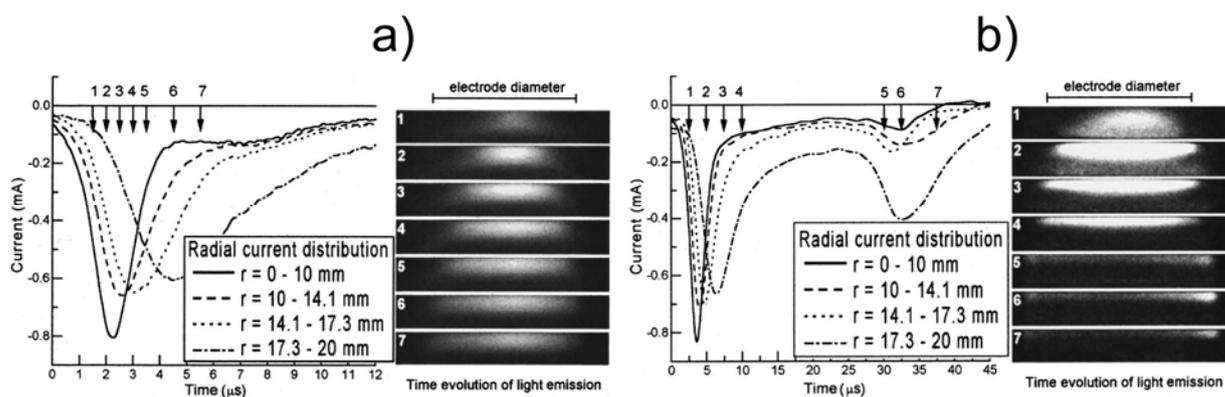


Рис. 1.5 Радиальная зависимость плотности электрического тока и излучения в тлеющем барьерном разряде [50]. Разряды различаются только амплитудой синусоидального напряжения генератора, составляющей для а) 2.4 kV и для б) 2.9 kV. Разряды горели в атмосфере гелия, разрядный зазор 6 mm, симметричные диэлектрические барьеры толщиной 3.3 mm, частота внешнего напряжения 5 kHz.

анализировался разряд ячейки плазменной панели и концентрация метастабильных атомов аргона возле поверхности диэлектрика при частоте 44 kHz и давлениях от 1 до 50 Torr. Эксперименты показывают, что характерное время жизни метастабильных атомов в разряде составляет 10^{-5} sec, а средняя концентрация метастабильных атомов слабо зависит от давления и составляет порядка 10^{11} cm $^{-3}$. На порядок меньшие времена жизни 10^{-6} - 10^{-5} sec были обнаружены и для метастабильных атомов гелия при более высоких давлениях газа 300-760 Torr [62].

Из представленной на Рис. 1.4 осциллограммы видно, что при горении тлеющего барьерного разряда зависимость тока от времени не имеет высокочастотной составляющей, как у таунсендовского (см. Рис. 1.1) или филаментированного (см. ниже) режимов. Как правило, за один полупериод напряжения происходит не более одного колебания тока. Редкие дополнительные всплески зависимости тока от времени связываются авторами работы [50] с процессами распространения волны ионизации в радиальном направлении (см. Рис. 1.5).

В ходе высокоскоростной съемки была установлена сложная структура эволюции плазменного излучения [50, 51, 39]. Было установлено, что в плоскопараллельной геометрии тлеющего барьерного разряда с цилиндрическими электродами ток на поверхность барьеров вначале начинает течь в их центральную область. После перезарядки центральной области барьеров кольцеобразная область тока распространяется из центра к периферии. Когда в разряде возникает второе колебание тока, процесс распространения кольцеобразной области повторяется второй раз [50] (см. Рис. 1.5b).

Было установлено, что аналогия тлеющих барьерных разрядов и тлеющих разрядов постоянного тока не ограничивается только сложной структурой излучения прикатодной области: в тлеющих барьерных разрядах наблюдается эффект нормальной плотности тока [63, 64]. В смеси газов CO_2 , N_2 , He – (1:1:8) при давлении 40 Torr ток разряда распределялся по поверхности диэлектрика таким образом, что его плотность составляла 300 mA/cm^2 , что по порядку величины соответствует нормальной плотности тока данной газовой смеси для разряда постоянного тока.

Плазма тлеющего барьерного разряда не является квазистационарной, как в высокочастотных разрядах. Численные гидродинамические модели [3, 11, 65] тлеющего барьерного разряда при частотах в несколько 10 kHz демонстрируют чередующиеся распад и формирование плазмы. Ее плотность n обычно не превышает 10^{11} - 10^{12} cm^{-3} .

Несмотря на очевидное сходство картины излучения и распределения электрических полей в тлеющем разряде постоянного тока с тлеющим барьерным разрядом, процесс формирования катодных слоев и положительных столбов в этих разрядах различен [3]. За время порядка

$$\frac{L}{b_e} \sqrt{\frac{1}{2\pi enU}}, \quad (1.5)$$

формируется структура, аналогичная разряду постоянного тока [3]. За это время электроны успевают сместиться на расстояние равное размеру катодного слоя. Таким образом, возникает область положительного пространственного заряда – катодный слой и область квазинейтральной плазмы.

Очевидно, что в высокочастотном пределе, когда плазма разряда не будет успевать распадаться, барьерный разряд должен стать высокочастотным емкостным разрядом высокого давления. Наличие диэлектрика как минимум на одном из электродов означает, что через барьерный разряд не может протекать постоянный электрический ток. Электрические токи в разрядном промежутке всегда замыкаются токами смещения, протекающими через диэлектрический барьер. Аналогично этому в высокочастотном емкостном разряде электрический ток, текущий по плазме, замыкается токами смещения в слоях пространственного заряда [6]. В этом состоит сходство барьерного и высокочастотного емкостного разрядов. Экспериментально установлено, что характеристики тлеющего барьерного разряда и емкостного разряда практически совпадают в высокочастотном пределе [15]. Однако наличие барьера на электродах увеличивает стабильность разряда атмосферного давления по сравнению с разрядом с металлическими электродами.

§1.3. Филаментированный барьерный разряд

Основным режимом горения барьерного разряда атмосферного давления является его филаментированная форма [13]. Отличие этого режима от остальных состоит в том, что разрядный ток переносится неоднородно по сечению разряда: он переносится небольшими микроразрядами, получившими название “филамент”, и прорастающими между поверхностями диэлектрических барьеров. Радиус этих филаментов составляет 0.1-0.01 mm [13]. Наличие диэлектрика не позволяет электрическому току переносить большой заряд на одно и то же место. Филаменты либо должны гаснуть и проявляться вновь в другом месте диэлектрического барьера, либо непрерывно двигаться по его поверхности.

В 1970-х появилась серия работ по изучению филаментированных барьерных разрядов в воздухе, основанная на электронно-оптических методах. В этих работах было установлено, что пробой разрядного промежутка при частоте генератора напряжения равной 50 Hz происходит в виде серий филаментов [66, 67]. Рост напряжения, приложенного к барьерному разряду, увеличивает число таких серий. Так в миллиметровом воздушном зазоре частота серий микроразрядов равна 1.5 kHz при напряжении генератора в 6 kV, и 5 kHz при 17 kV. При временном разрешении серии видно, что филаменты в ней появляются каждые 30 ns [66].

Физический механизм образования тонкого проводящего канала филамента аналогичен физике образования стримера [17, 13]. В сильных внешних электрических полях концентрация заряженных частиц экспоненциально быстро растет со временем. Электрическое поле такой лавины складывается с внешним полем и усиливается со стороны электродов. Активная ионизация в усиленных полях приводит к образованию вытянутого плазменного канала, который способен расти в обе стороны. На стадии образования филамента никакой принципиальной разницы со стримером нет [13], она начинает проявляться только во взаимодействии с диэлектриком при замыкании разрядного промежутка. Из анализа фоторазвертки излучения филамента в разряде атмосферного давления следует, что, как правило, в центральных или прианодных областях зазора образуется катодонаправленный (положительный) стример. Когда этот стример касается поверхности диэлектрика, ионизация начинается по всей длине канала [68, 42]. Аналогичные результаты получены при численном моделировании [42, 69].

После замыкания барьеров интенсивность излучения возрастает и спустя несколько ns начинает медленно угасать [68]. Филамент существует 10-100 ns [2, 70]. Заряд, переносимый филаментом, составляет $1 \cdot 10^{-1}$ nC [2, 68, 71, 72] и линейно растет с величиной разрядного промежутка [2].

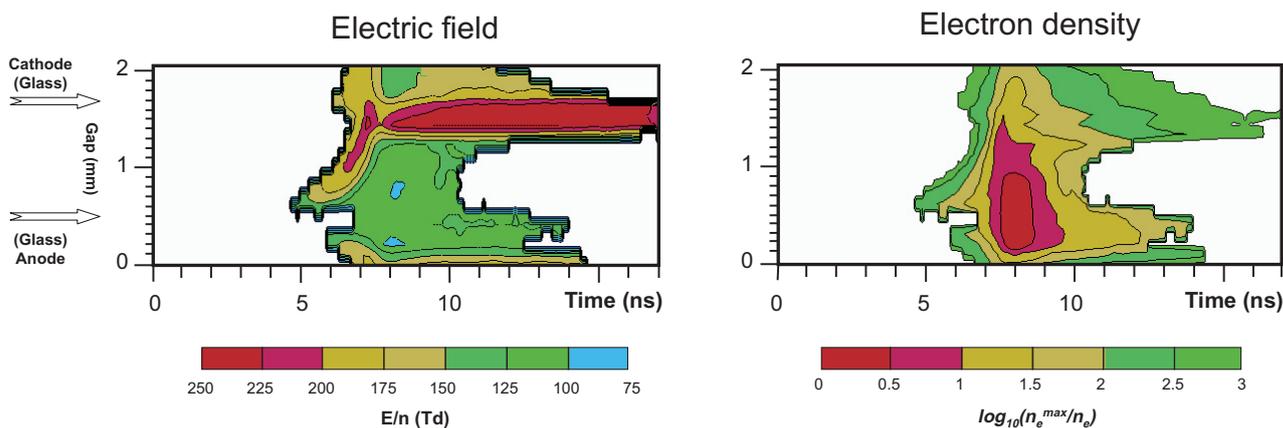


Рис. 1.6 Электрические поля и электронная плотность в канале филамента, полученные в [75] средствами кросскорреляционной спектроскопии. Разряд горел в атмосфере воздуха, зависимость напряжения от времени была синусоидальной с частотой 6.5 kHz и амплитудой 12 kV.

Физические свойства филамента аналогичны стримерным. Так по данным работ [71, 72] в миллиметровом зазоре в кислороде атмосферного давления:

- радиус филамента $\sim 10^{-1} - 10^{-2} \cdot \text{cm}$
- плотность плазмы в канале $\sim 10^{15} - 10^{14} \cdot \text{cm}^{-3}$
- плотность электрического тока $\sim 10^2 - 10^3 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$
- электронная температура $\sim 5 \cdot \text{eV}$

Важные экспериментальные данные о структуре филамента были получены методом кросскорреляционной спектроскопии в воздухе [75, 76]. На основе данных об излучении азота были получены пространственно-временные зависимости электронной плотности и электрического поля в филаменте (см. Рис. 1.6). Полученная временная эволюция филамента соответствует численным моделям [42, 68]: он зарождается в анодной области разряда и за несколько ns достигает катода. Скорость его распространения порядка 10^8 cm/sec , а плотность плазмы в канале возрастает на несколько порядков за 2-3 ns.

Некоторые экспериментальные данные, такие как наблюдавшиеся в [75] о задержке пробоя на несколько сотен ns, не укладываются в модель [42]. Объяснение этого явления было дано позже в работе [18]. При детальном рассмотрении процесса образования филамента было выяснено, что при относительно медленном возрастании напряжения на зазоре зарождение филамента - стримера может произойти не из отдельной лавины, а по таунсендовскому механизму. Начальное искажение поля может быть вызвано не пространственным зарядом лавины, а зарядом в прианодной области. Таким образом,

образование филамента происходит в два этапа, первый этап диффузионный, второй - стримерный [18].

§1.4. Импульсный барьерный разряд

В технике высоких напряжений и технологии создания инверсии заселенности ТЕА лазеров применяются импульсные виды газовых разрядов [77, 73]. Отличие импульсного режима от приведенных выше состоит в однородном и быстром, за несколько десятков наносекунд, изменении плотности газоразрядной плазмы.

В эксимерных лазерах импульсный разряд необходим как мощный источник инверсии заселенности. Это связано с малым временем распада возбужденного состояния (порядка 1 ns) эксимерных молекул. Также быстрые ионизационные процессы способствуют подавлению неустойчивостей разряда [73]. В импульсном режиме барьерный разряд горит диффузионно [78]. Источники некогерентного излучения, основанные на импульсном барьерном разряде, обладают высокой мощностью излучения и сроком службы [79, 80, 81, 82].

Барьерный разряд, создаваемый короткими импульсами высокого напряжения, требует относительно малого энергозатрата. Вкладываемая мощность на уровне 50-300 mW/cm³ соответствует разогреву газа атмосферного давления до 500 K, а объем плазмы вплоть до 3 литров создается в таких разрядах при вкладываемой мощности менее 1 kW [74].

Импульсные барьерные разряды соответствуют оптимальным параметрам ионизации. Экспериментальные и численные результаты показывают, что энергия, вкладываемая в разряд, на одну ионизацию оказывается порядка 100 eV, а параметр E/N соответствует точке Столетова [83]. Эксперимент проводился в воздухе в межэлектродном зазоре равном 3 см при давлении 10 Torr. Было показано, что разряд инициируется при приложении за 3 ns внешнего напряжения, равного 7 kV. В разряде плотность плазмы за 1 ns возрастает на порядок. Особенность импульсных разрядов состоит в том, что сильное искажение поля и достижение плазмой максимальных плотностей происходит быстрее того времени, за которое электроны покидают разрядный промежуток. По этой причине в численной модели [83] разряд возможен даже при нулевом коэффициенте вторичной эмиссии электронов с катода $\gamma = 0$.

При численном моделировании импульсного барьерного разряда [82, 84] были получены результаты, аналогичные работе [83]. При моделировании двумерной задачи было установлено, что даже при высоком давлении, равном 400 Torr, разряд в ксеноне однороден.

Исключение составляет только короткая стадия в конце импульса тока. Плотность плазмы в разряде изменяется на порядок за 4 ns, достигая величины 10^{12} - 10^{13} см⁻³. Практически вся энергия, вложенная в разряд, расходуется на возбуждение атомов. Температура ионов, в отличие традиционных тлеющих разрядов, в катодном слое не изменяется [84].

В импульсном режиме барьерного разряда [82, 83, 84] размер катодного слоя немонотонно меняется со временем. Первоначально этот размер увеличивается со скоростью порядка скорости дрейфа электронов, а затем уменьшается.

Аналитическая теория процесса уменьшения размера катодного слоя под действием высоких напряжений на разряде рассмотрена в работах [85, 86]. Установлено, что вследствие ионизации в сильном электрическом поле в анодной области появляется плазма, расширяющаяся в сторону катода со скоростью

$$\bar{v}_i + \Delta x \cdot P/Q, \quad (1.6)$$

где \bar{v}_i и Δx - средняя скорость ионов и характерный пространственный масштаб внутри катодного слоя, в котором сконцентрирован положительный ионный заряд. P - скорость изменения ионного заряда во всем разряде, а Q - ионный заряд в плазме.

Малые возмущения плотности плазмы подавляются [86]. Это происходит вследствие того, что малое локальное уменьшение плотности плазмы приводит к увеличению в этом месте электрического поля. Рост ионизации в увеличенном поле восстанавливает концентрацию плазмы. Таким образом, плазма импульсного разряда в одномерном приближении всегда однородна, что подтверждается численными расчетами [82, 84]

§1.5. Упорядоченная форма барьерного разряда

Анализируя излучение барьерного разряда в гелии атмосферного давления с малой добавкой воздуха в узком зазоре ($\sim 10^{-2}$ см) между плоскопараллельными электродами, исследователями [87, 88] была обнаружена его упорядоченная структура. Разряд горел в воздухе атмосферного давления, но не по всей площади электродов, а в пределах областей, внешне напоминающих магнитные домены ферромагнетиков. Для их обозначения авторы даже использовали аббревиатуру PBD (plasma bubble domains) аналогичную MBD (magnetic bubble domain). Авторы [87] полагают, что упорядоченные структуры возникают в поднормальном режиме тлеющего разряда. Этот режим соответствует падающей ВАХ и должен быть неустойчив. Наличие диэлектрика приводит к тому, что упорядоченное множество нормальных тлеющих разрядов горит в непосредственной близости от темных

Табл. 1-1 Режимы барьерного разряда в гелии и азоте по данным работы [53]. Т – таунсендовский барьерный разряд, G – тлеющий, F – филаментированный. Индекс m соответствует колебаниям тока в разряде. Давление P_T составляет 150-300 mbar.

He				N ₂			
P [mbar]		10...P _T	P _T ...1000	P [mbar]		10...P _T	P _T ...1000
Зазор 1 mm	5 kHz	G/T	G или G _m	Зазор 1 mm	5 kHz	T _m	T
	12 kHz	G/T	G или G _m		12 kHz	T _m	T
Зазор 5 mm	5 kHz	G	G или G _m	Зазор 5 mm	5 kHz	F	-
	12 kHz	G	G или G _m		12 kHz	F	-

таунсендовских разрядов. Похожие двумерные упорядоченные структуры разрядов были обнаружены и в других благородных газах [39].

Упорядоченные структуры были обнаружены и в одномерных системах [90]. Так внутри длинной стеклянной трубки заполненной смесью Ag и He при атмосферном давлении возникали упорядоченные структуры филаментов. При частоте напряжения равной 16 kHz были обнаружены три вида таких структур: А – в диапазоне 450-610 V, В при 610-940 V, С при 980-1200 V. При иной амплитуде внешнего напряжения упорядоченности расположения филаментов не было, филаменты рождались хаотически.

В работе [89] впервые было проведено компьютерное 3-D моделирование барьерного разряда. Было обнаружено, что появление упорядоченной структуры происходит за несколько периодов пробоя. Краевые эффекты в разряде приводят к неравномерности поверхностного заряда, в котором спустя несколько периодов возникает сложная структура. Неоднородность поверхностного заряда приводит к неоднородности полей и ионизации.

§1.6. Зависимость режима барьерного разряда от внешних условий

Разнообразие видов барьерного разряда ставит вопрос не только о физике каждого из них, но и о внешних условиях, при которых барьерный разряд оказывается таунсендовским, тлеющим, филаментированным, импульсным. Зависимость режима барьерного разряда от внешних условий анализировалась многими авторами [34, 44, 53, 91].

Из анализа экспериментальных данных были получены динамические вольтамперные характеристики, которые позволили провести авторам [53] классификацию разрядов в зависимости от давления рабочего газа. Был проведен анализ таунсендовского, тлеющего и филаментированного режимов барьерного разряда в гелии и азоте. Зависимость режима разряда от давления представлена в Табл. 1-1. В азоте в таунсендовском режиме колебания тока пропадают начиная с давления 200 mbar. Переход характеризуется медленным

перекрытием колебаний тока на осциллограммах. В гелии такого перехода обнаружено не было.

Авторы работы [44], анализируя барьерный разряд в азоте, объясняют процесс перехода от таунсендовского к филаментированному режиму за счет неустойчивости однородного тлеющего разряда. Скорость изменения внешнего напряжения dU/dt , соответствующая такому переходу, составляет порядка 300 V sec^{-1} . В случае превышения этой величины разряд будет филаментированным, при меньшем значении – таунсендовским.

Режим барьерного разряда сильно зависит от состава рабочего газа. Так в чистом азоте не было обнаружено тлеющего режима. Поэтому в работе [91] численно анализировался таунсендовский режим и его устойчивость в зависимости от малой добавки кислорода в азоте атмосферного давления. Добавление кислорода уменьшает устойчивость таунсендовского барьерного разряда. Заметные колебания тока возникают, начиная с добавки кислорода в количестве нескольких сотен ppm. Флуктуации в таунсендовском режиме авторы [91] связывают с переходом разряда в филаментированный режим.

Таунсендовский барьерный разряд

Несмотря на успехи в численном моделировании (см., например, [3]) существует необходимость в получении качественной аналитической картины таунсендовского барьерного разряда. В главе представлены основные законы подобия, позволяющие предсказывать зависимость тока и электрического поля в таунсендовском разряде от времени. Получены простые аналитические выражения, описывающие колебания тока и поля в разряде, и выяснен их физический механизм.

Рассмотрение физических процессов проведено на примере одномерного таунсендовского барьерного разряда с симметричной плоскопараллельной геометрией (см. Рис. 1b). Размеры зазора и толщины барьеров показаны на Рис. 2.1.

§2.1. Простейшая модель таунсендовского барьерного разряда

Существующие экспериментальные данные показывают, что барьерный разряд находится в таунсендовском режиме только при условии того, что частота приложенного



Рис. 2.1 Схема разрядной ячейки таунсендовского барьерного разряда

напряжения ω много меньше обратного времени τ_i движения иона в зазоре. Если движение ионов определяется их подвижностью, то

$$\tau_i = \frac{L}{E_{br} b_i} \ll \frac{2\pi}{\omega}. \quad (2.1)$$

Здесь E_{br} - электрическое поле, соответствующее пробую газа в постоянном поле, b_i - подвижность ионов.

В диэлектрике ток переносится током смещения, а в газовом зазоре - как током смещения, так и электрическим током. Электрические заряды, образованные в зазоре, быстро (за время τ_i) выносятся на поверхность диэлектрика и накапливаются на ней в течение большого времени порядка ω^{-1} . Поэтому при выполнении неравенства (2.1) пространственный заряд в зазоре мал по сравнению с поверхностным зарядом, так что плотности зарядов на электродах различаются только знаками

$$\sigma_1(t) \approx -\sigma_2(t). \quad (2.2)$$

Это означает, что поле в зазоре E однородно и определяется только приложенным напряжением U и поверхностной плотностью электрического заряда σ_1

$$E = U \cdot \left(L + \frac{2d}{\epsilon} \right)^{-1} + \sigma_1 \cdot \frac{8\pi d}{\epsilon} \cdot \left(L + \frac{2d}{\epsilon} \right)^{-1} \quad (2.3)$$

Величина электрического тока таунсендовских разрядов составляет единицы mA (см. Рис. 1.1, Рис. 1.2). При характерных напряжениях это соответствует сопротивлению нагрузки порядка MΩ, что много больше выходных сопротивлений генераторов напряжения. Поэтому ниже мы будем рассматривать генератор напряжения $U(t)$ как идеальный, напряжение которого не зависит от тока текущего через него.

Электроны, находящиеся в зазоре, оказавшись в электрическом поле (2.3), приобретают кинетическую энергию и, сталкиваясь с атомами и молекулами, ионизируют их. Постоянное движение электронов в сторону анода приводит к тому, что они оседают на поверхности диэлектрика. Ионы, образованные при ионизации атомов и молекул в электрическом поле (2.3), двигаются в сторону катода. На поверхности катода ионы вызывают вторичную электронную эмиссию. Из физики газовых разрядов известно, что от количественных характеристик вторичной электронной эмиссии свойства разряда зависят очень слабо [1, 32]. Поэтому вторичные процессы на катоде мы будем описывать только

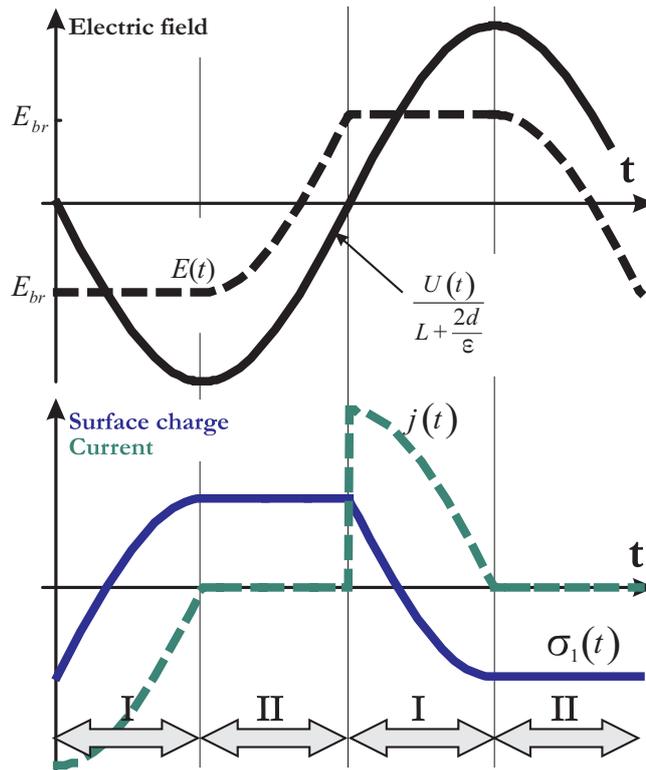


Рис. 2.2 Разделение периода разряда на фазу протекания тока - I и фазу памяти II.

через γ - эффективный коэффициент вторичной эмиссии с катода, которая происходит под действием положительных ионов, рождающихся в зазоре L .

Электрическое поле (2.3) изменяется во времени, и в том случае, когда его модуль превысит пробивное значение E_{br} , это вызовет сильно растущий электрический ток [1]. Пробивное значение электрического поля E_{br} определяется аналогично разряду постоянного тока. Так как время движения иона в зазоре много меньше периода напряжения, то в поле E_{br} число электронов, пришедших на анод (минус один), должно быть в γ раз больше числа электронов, выбитых с катода вследствие вторичных процессов

$$e^{\alpha(E_{br})L} - 1 = \gamma^{-1}. \quad (2.4)$$

Быстро растущий электрический ток в зазоре вызывает изменение поверхностных зарядов σ_1 и тем самым не дает модулю поля (2.3) сильно превышать пробивное значение E_{br} .

В первом приближении для построения модели таунсендовского барьерного разряда можно исходить из условия, согласно которому электрический ток разряда должен быть таким, чтобы модуль электрического поля (2.3) не превышал E_{br} .

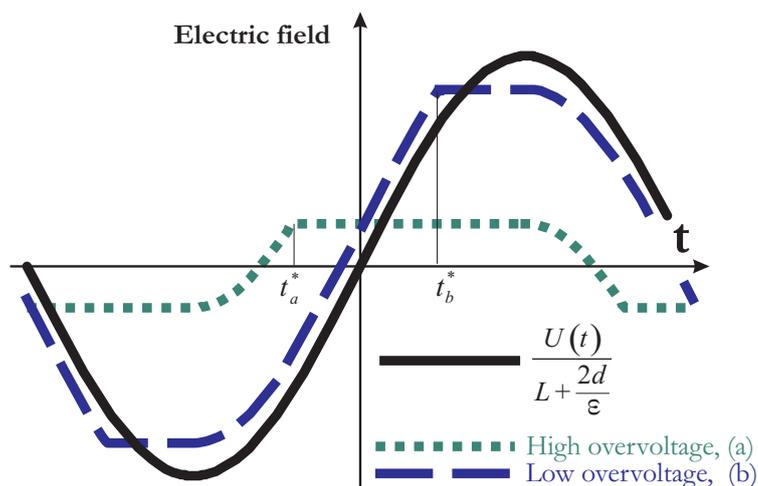


Рис. 2.3 Зависимость электрического поля от времени при различном перенапряжении.

$$|E(t)| \leq E_{br}. \quad (2.5)$$

Это означает, что весь период разряда можно разбить на две фазы. В течение фазы тока I протекающие электрические токи изменяют поверхностные заряды и не позволяют электрическому полю в зазоре сильно превышать пробивное значение. В течение фазы II электрическое поле в зазоре меньше E_{br} , и значит, электрический ток пренебрежимо мал. Отсутствие тока означает, что поверхностные заряды не изменяются, но создают поле в зазоре. Это фаза памяти поверхностного разряда. Изменение поля, поверхностного заряда и электрического тока во время фаз I и II для случая синусоидального напряжения схематично показано на Рис. 2.2².

Длительности фаз I и II в общем случае не равны. Из Рис. 2.3 видно, что момент пробоя определяется отношением амплитуды приложенного напряжения U_{\max} к полю пробоя E_{br} . В случае большого перенапряжения, когда

$$U_{\max} > 2L \cdot \left(1 + \frac{2d}{L\epsilon}\right) \cdot E_{br}, \quad (2.6)$$

пробой происходит в момент t_a^* , т.е. до момента изменения полярности генератора напряжения. В случае малого перенапряжения, когда

² Видно, что зависимость от времени электрического поля в таунсендовском разряде аналогична зависимости напряженности поля в коронном разряде (см. [137]) при переменном напряжении.

$$U_{\max} < 2L \cdot \left(1 + \frac{2d}{L\varepsilon}\right) \cdot E_{br} \quad (2.7)$$

пробой происходит в момент t_b^* , после того как $U(t)$ изменит знак. По этим причинам в каждый момент времени нельзя говорить о катоде или аноде только на основании знака приложенного напряжения $U(t)$. Кроме зарядов на проводящих электродах поле в зазоре создается еще и зарядами на поверхностях диэлектриков. В случае большого перенапряжения эти заряды существенно изменяют поле в зазоре (см. Рис. 2.3а).

Конец фазы тока I и начало фазы памяти II всегда соответствуют моменту достижения напряжением своей амплитуды (см. Рис. 2.2-Рис. 2.3). Момент t^* начала фазы тока I и конец фазы памяти II, как видно из Рис. 2.3, определяются из условия

$$U(t^*) = 2E_{br} \cdot \left(L + \frac{2d}{\varepsilon}\right) - U_{\max}. \quad (2.8)$$

В том случае, когда уравнение (2.8) не имеет решений, пробоя не происходит. При этом электрических токов в разрядном промежутке нет, в промежутке протекают только токи смещения, а разрядная ячейка представляет собой только конденсатор.

Если моменту времени $t = 0$ соответствует нулевая фаза напряжения $U(t)$ то, как видно из Рис. 2.3, электрическое поле равно

$$E(t) = \begin{cases} \frac{U(t) + U_{\max}}{L + 2d/\varepsilon} - E_{br}, & -\frac{\pi}{2\omega} < t < t^* \\ E_{br}, & t^* < t < \frac{\pi}{2\omega} \end{cases}. \quad (2.9)$$

Из выражений (2.3) и (2.9) следует выражение для электрического тока в разрядном промежутке

$$j = \frac{d\sigma_1}{dt} = \begin{cases} \frac{dU}{dt} \frac{\varepsilon}{8\pi d}, & t \in I \\ 0, & t \in II \end{cases}. \quad (2.10)$$

Во время фазы I электрический ток в промежутке (2.10) замыкается током смещения через диэлектрические барьеры. Во время фазы II ток смещения в барьерах замыкается током смещения в зазоре, а электрического тока нет.

В реальности электрический ток в течение фазы II существует, но он крайне мал. К моменту начала фазы I этот ток не может мгновенно возрасти до конечной величины,

требуемой условием (2.10). Поэтому имеет место запаздывание электрического тока относительно приложенного напряжения, которое не учтено в простейшей модели. В тот момент, когда поле достигает значения E_{br} , электрический ток еще крайне мал, а значит, поверхностный заряд практически не меняется. Так как модуль напряжения $U(t)$ увеличивается, а поверхностный заряд остается постоянным, то поле в зазоре (2.3) продолжает возрастать, превышая E_{br} . Этот процесс продолжается до тех пор, пока ток не возрастет настолько, что поверхностный заряд начнет существенно меняться, и напряженность поля в зазоре станет убывать. Однако пока $E(t)$ остается хотя бы немногим больше E_{br} , ток будет продолжать расти. Уменьшаться электрический ток станет только в тот момент, когда поле в зазоре будет меньше чем E_{br} .

Такая картина соответствует возникновению релаксационных колебаний. Для их количественного описания необходимо определить функциональную связь между электрическим полем и электрическим током. Несмотря на сильные нелинейные колебания электрического тока, электрическое поле примерно равно полю пробоя

$$|E|_{t \in I} \approx E_{br}, \quad (2.11)$$

а малые отклонения E от E_{br} приводят к экспоненциальному нарастанию или убыванию электрического тока в зазоре.

§2.2. Эволюция тока в таунсендовском разряде

Колебания, наблюдаемые в таунсендовских барьерных разрядах, происходят с характерным временем τ_i ионного дрейфа через разрядный промежуток. Тот факт, что в таких колебаниях нет характерных электронных времен говорит о преимущественно ион – электронных вторичных процессах на катоде. Механизм разряда с образованием электронных лавин и ион – электронной вторичной эмиссией на катоде называется в литературе таунсендовским механизмом разряда.

В настоящее время установлено, что теория таунсендовского механизма разряда удовлетворительно объясняет наблюдаемые пробойные явления при атмосферном давлении вплоть до сантиметровых промежутков. Однако при $p \cdot L > 100 \div 1000 \cdot \text{Торг} \cdot \text{см}$ теория Таунсенда противоречит экспериментальным данным. Главное противоречие состоит в том, что были обнаружены разряды с электронным характерным временем роста электрического

тока. Также было установлено, что в таких разрядах плотность электрического тока настолько мала, что не может влиять на искажение поля в зазоре [92].

Причиной нарушения теории Таунсенда для газов при $p \cdot L > 100 \div 1000 \cdot \text{Torr} \cdot \text{cm}$ является фотоионизирующее излучение как нейтрального газа (ассоциативная ионизация), так и фотопроцессы на катоде. При таких условиях критерий самостоятельного разряда аналогичен (2.4), но имеет более сложную зависимость от γ [92].

Обычно таунсендовский разряд атмосферного давления имеет зазор L меньше см. Поэтому для объяснения колебаний таунсендовского барьерного разряда мы будем предполагать только таунсендовский механизм пробоя. Для описания эволюции тока в таунсендовском барьерном разряде удобно ввести коэффициент мультипликации M , равный числу вторичных электронов, рожденных одним первичным [1],

$$M(E) = \gamma \cdot (e^{\alpha(E)L} - 1). \quad (2.12)$$

Условие пробоя (2.4) при $\omega\tau_i \gg 1$ сводится к условию постоянства тока $M(E_{br}) = 1$: потоки электронов и ионов со временем не изменяются. В случае $M > 1$ поток электронов, а значит и ионов, нарастает во времени. В случае $M < 1$ токи уменьшаются. Время нарастания и убывания электрических токов в зависимости от приложенного электрического поля E было определено в работе [93]³. Оно определяется уравнением эволюции тока

$$\tau_i \frac{dj}{dt} = -j(M - 1) + j_{ext}, \quad (2.13)$$

здесь j - плотность электрического тока разряда, j_{ext} - плотность электронного тока с катода, не связанного с таунсендовским механизмом, т.е. ток несамостоятельного разряда или ток внешнего ионизатора. От величины j_{ext} свойства разряда зависят логарифмически слабо. Видно, что рост или убывание электрического тока во времени определяется только соотношением M с единицей.

При выводе (2.13) предполагалось $M \approx 1$, что может не иметь места при колебаниях тока в таунсендовском барьерном разряде. Несколько более точное выражение, аналогичное (2.13), получено в приложении А к диссертации

³ Выражения для зависимости тока от времени можно найти в современных изданиях книг и учебных пособий [1, 92]

$$\tau_i \frac{dj}{dt} = -j \ln M + j_{ext}. \quad (2.14)$$

Из формул (2.13) и (2.14) видно, что характерным временем нарастания электрического тока в разряде является время дрейфа иона через разрядный промежуток.

§2.3. Колебания тока в таунсендовском барьерном разряде

Уравнения (2.3), (2.14) представляют собой замкнутую систему, описывающую колебания тока в таунсендовском барьерном разряде в течение фазы тока I (см. Рис. 2.2). Для описания наблюдаемых явлений нет необходимости вводить падающую вольтамперную характеристику [94].

Систему уравнений удобно заменить одним уравнением для зависимости $E(t)$ электрического поля в зазоре от времени. Для этого продифференцируем (2.3) и учтем, что $j = d\sigma_1/dt$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dU}{dt} \cdot \left(L + \frac{2d}{\varepsilon}\right)^{-1} - j \cdot \frac{8\pi d}{\varepsilon} \cdot \left(L + \frac{2d}{\varepsilon}\right)^{-1}. \quad (2.15)$$

Если из формулы (2.15) выразить j и подставить его в (2.14), то получаем

$$\begin{aligned} \frac{d^2 E}{dt^2} = & \frac{1}{L} \frac{d^2 U}{dt^2} \left(1 + \frac{2d}{\varepsilon L}\right)^{-1} + \frac{\ln M(E)}{\tau_i} \left(\frac{dE}{dt} - \frac{1}{L} \frac{dU}{dt} \left(1 + \frac{2d}{\varepsilon L}\right)^{-1} \right) - \\ & - \frac{8d\pi}{\varepsilon L + 2d} \frac{j_{ext}(t)}{\tau_i}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Это и есть искоемое замкнутое уравнение. Для его анализа удобно ввести безразмерные переменные, которые мы будем использовать в этом параграфе. К ним относятся время в единицах $\theta = t/\tau_i$, электрическое поле $\mathcal{E} = E/E_{br}$, напряжение генератора

$$\Phi = \frac{U}{E_{br} L + 2dE_{br}/\varepsilon}, \quad (2.17)$$

ток, не связанный с таунсендовским механизмом (см. (A.13))

$$l = j_{ext}/j|_{t=0}, \quad (2.18)$$

и безразмерный коэффициент

$$\kappa = \frac{8\pi d}{(\varepsilon L + 2d)} \frac{j|_{t=0}}{E_{br}} \tau_i. \quad (2.19)$$

В таких безразмерных переменных уравнение (2.16) принимает более компактный вид

$$\frac{d^2\mathcal{E}}{d\theta^2} - \frac{d^2\Phi}{d\theta^2} - \ln(M(\mathcal{E})) \left(\frac{d\mathcal{E}}{d\theta} - \frac{d\Phi}{d\theta} \right) = -\iota \kappa. \quad (2.20)$$

Кроме этого уравнения решение определяется еще двумя начальными условиями. Уравнение (2.20) имеет смысл только во время фазы тока I (см. Рис. 2.2), поэтому для удобства будем отсчитывать время от момента пробоя, то есть, положим $t^* = \theta^* = 0$ (см. Рис. 2.3). При этом одним из начальных условий будет равенство

$$\mathcal{E}|_{\theta=0} = 1, \quad (2.21)$$

второе начальное условие соответствует выражению (2.15) в безразмерных переменных

$$\left. \frac{d\mathcal{E}}{d\theta} \right|_{\theta=0} = \left. \frac{d\Phi}{d\theta} \right|_{\theta=0} - \kappa. \quad (2.22)$$

Как будет показано ниже, уравнение (2.20) описывает релаксационные колебания электрического поля. Если частота таких колебаний оказывается много больше ω , что имеет место, если неравенство (2.1) выполнено с запасом, то характеристики колебаний адиабатические отслеживают $d\Phi/d\theta$. Впервые это свойство разряда было экспериментально установлено в работе [35].

Слагаемым $d^2\Phi/d\theta^2$ в уравнении (2.20) можно пренебречь по сравнению с $d^2\mathcal{E}/d\theta^2$. Действительно, слагаемое $d^2\Phi/d\theta^2$ пропорционально амплитуде колебания поля, деленной на квадрат периода приложенного напряжения, а слагаемое $d^2\mathcal{E}/d\theta^2$ пропорционально амплитуде колебания поля, деленной на период колебаний в разряде. Так как период колебаний в разряде много меньше периода напряжения, то $d^2\Phi/d\theta^2 \ll d^2\mathcal{E}/d\theta^2$.

Зная зависимость электрического поля от времени, можно получить зависимость от времени электрического тока в разряде. Для этого воспользуемся соотношением (2.15), из которого следует, что

$$j = \frac{j|_{\theta=0}}{\kappa} \left(\frac{d\Phi}{d\theta} - \frac{d\mathcal{E}}{d\theta} \right). \quad (2.23)$$

Ниже рассмотрены две зависимости внешнего напряжения $\Phi(\theta)$ от времени. Первая соответствует плавному изменению напряжения со временем, при котором возникают периодические колебания полей и токов разряда. При плавном изменении напряжения эти колебания адиабатически зависят от мгновенных значений $d\mathcal{E}/d\theta$. Вторая зависимость

соответствует напряжению $\Phi(\theta)$ в форме меандра⁴. В этом случае колебаний в разряде нет. Этими случаями качественно исчерпываются все возможные зависимости напряжения от времени.

2.3.1. Случай непрерывной зависимости напряжения от времени

Как отмечено выше, если неравенство (2.1) выполнено с запасом, то характеристики колебаний адиабатические отслеживают $d\Phi/d\theta$. В этом случае в уравнении (2.20) $d\Phi/d\theta$ можно считать постоянной

$$\begin{cases} \frac{d^2\mathcal{E}}{d\theta^2} - \ln(M(\mathcal{E}))\left(\frac{d\mathcal{E}}{d\theta} - \Phi'\right) = -\iota\kappa, \\ \mathcal{E}|_{\theta=0} = 1, \quad \frac{d\mathcal{E}}{d\theta}|_{\theta=0} = \Phi' - \kappa \end{cases} \quad (2.24)$$

$$\frac{d\Phi}{d\theta} = \Phi' = \text{const}. \quad (2.25)$$

В уравнении, и в начальном условии (2.24) стоит малый параметр κ . Малость этого параметра следует из его пропорциональности току j_{ext} . Из анализа экспериментальных данных следует, что $\kappa \ll 10^{-3}$, в то время как остальные слагаемые (2.24) оказываются много больше этого значения.

Пренебрежение параметром κ в правой части уравнения (2.24) соответствует отключению тока j_{ext} (тока внешнего ионизатора) начиная с момента $\theta = 0$. Пренебрежение параметром κ в начальном условии (2.24) соответствует отключению тока j_{ext} до момента $\theta = 0$. Если пренебречь малым параметром κ и в уравнении, и в начальном условии, то решением будет $\mathcal{E}(\theta) = \Phi(\theta)$, т.е. согласно математической модели, несмотря на наличие необходимого электрического поля, в зазоре нет электронов и нечему размножаться.

Размножение электронов в электрическом поле $\mathcal{E} > 1$ идет всегда очень активно, и действие внешнего ионизатора на этом фоне, приводит лишь к малым поправкам. В частности, постоянный дополнительный ток j_{ext} приводит к затуханию колебаний.

Как показано в приложении В, решение уравнения (2.24) представляет собой слабо затухающие нелинейные периодические колебания электрического поля. Параметры этих

⁴ Такой профиль напряжения используется в разрядных ячейках плазменных панелей [47].

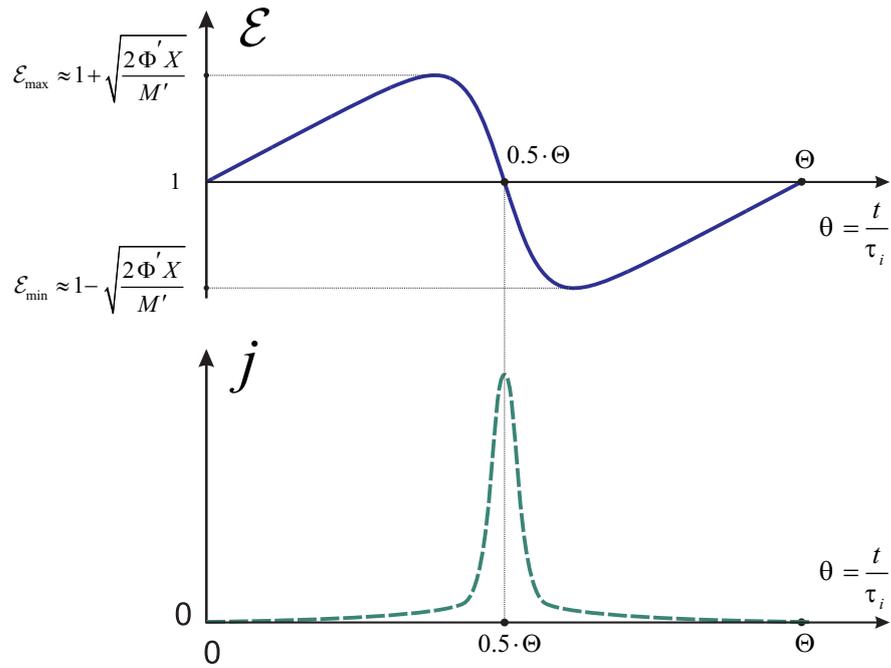


Рис. 2.4 Период колебания электрического поля (непрерывная кривая) и плотности электрического тока (штриховая) во время фазы I таунсендовского барьерного разряда.

колебаний логарифмически зависят от тока j_{ext} . Удобным параметром, характеризующим эти колебания, является величина

$$X = \ln \frac{\Phi'}{\kappa} - 1. \quad (2.26)$$

Например, период колебаний Θ поля и тока равен

$$\Theta \approx \sqrt{\frac{8X}{\Phi'M'}}, \quad (2.27)$$

где $M' = \partial M / \partial \mathcal{E}$ (см. приложение В).

Колебание поля малой амплитуды схематически показано на Рис. 2.4. В начале колебания электрическое поле в зазоре возрастает. Из-за маленького электрического тока (2.15) на скорость этого роста не оказывают влияние медленно меняющиеся поверхностные заряды. Далее, экспоненциально быстрое размножение электронов приводит к резкому увеличению электрического тока и экранированию поля поверхностными зарядами. Максимальный электрический ток во время колебания течет в момент, когда $\mathcal{E}=1$ (или в размерных переменных $E = E_{br}$). Падение электрического поля, ниже пробивных значений, приводит к экспоненциальному уменьшению тока. После этого поверхностные заряды снова можно считать постоянными, и они снова не оказывают влияния на рост электрического поля

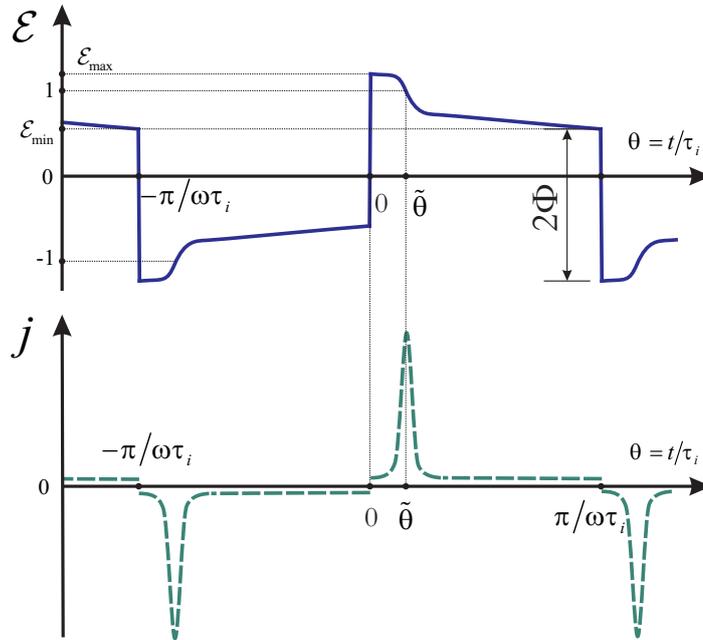


Рис. 2.5 Зависимости электрического поля (непрерывная кривая) и плотности электрического тока (штриховая) от времени в течение одного периода внешнего напряжения в форме меандра.

в зазоре. Таким образом, процесс колебания электрического поля и тока повторяется периодически.

2.3.2. Случай зависимости напряжения от времени в форме меандра

В случае приложения напряжения в форме меандра, задача по расчету поля и токов таунсендовского барьерного разряда существенно упрощается. Основное упрощение состоит в отсутствии фазы памяти II, электрическое поле в зазоре всегда примерно равно пробойному значению. Уравнение (2.20) для электрического поля в зазоре принимает вид

$$\begin{cases} \frac{d^2 \mathcal{E}}{d\theta^2} - \ln(M(\mathcal{E})) \frac{d\mathcal{E}}{d\theta} = -\kappa, \\ \mathcal{E}|_{\theta=0} = \mathcal{E}_{\max}, \quad \left. \frac{d\mathcal{E}}{d\theta} \right|_{\theta=0} = -\kappa \end{cases} \quad (2.28)$$

Решение этого уравнения приведено в приложении С и схематически изображено на Рис. 2.5

$$\mathcal{E} = 1 + C_1 \cdot \text{th} \left(C_2 - \frac{C_1 M'}{2} \theta \right), \quad (2.29)$$

$$C_1 \approx \mathcal{E}_{\max} - 1, \quad (2.30)$$

$$C_2 \approx \ln(\mathcal{E}_{\max} - 1) + 0.5 \ln \left(\frac{M'}{2\kappa} \right) + 0.7. \quad (2.31)$$

Из соотношений (2.23) и (2.29) видно, что в отличие от плавно меняющегося напряжения, когда импульсы тока повторяются периодически, при зависимости напряжения от времени в форме меандра существует только один узкий пик электрического тока

$$j = \frac{j|_{\theta=0} C_1^2 M'}{2\kappa \operatorname{ch}^2 \left(C_2 - \frac{C_1 M'}{2} \theta \right)}. \quad (2.32)$$

Этот пик запаздывает относительно смены полярности напряжения на время

$$\tilde{\theta} \approx \frac{2C_2}{(\varepsilon_{\max} - 1) M'}, \quad (2.33)$$

когда знаменатель (2.32) минимален (см. Рис. 2.5). Максимальная величина электрического тока равна

$$j = \frac{j|_{\theta=0}}{\kappa} \cdot (\varepsilon_{\max} - 1)^2 M' / 2. \quad (2.34)$$

Выражения (2.29)-(2.34) согласуются с аналогичными формулами, полученными в работе [46]. Однако важным преимуществом приведенного здесь подхода является возможность анализировать поля, соответствующие большим значениям коэффициента мультипликации.

§2.4. Возмущение поля пространственным зарядом

Одним из основных условий существования таунсендовского барьерного разряда является слабое возмущение электрического поля пространственным зарядом. Самый большой пространственный заряд существует в зазоре во время фазы тока I. В рассматриваемой плоскопараллельной геометрии поле, невозмущенное пространственным зарядом, однородно. Поэтому поле в зазоре можно представить в виде

$$E(x, t) = E_{br} + \delta E(x, t). \quad (2.35)$$

Поправка $\delta E(x, t)$ связана с пространственным зарядом положительных ионов. Пространственным зарядом электронов можно пренебречь, так как их подвижность примерно на два порядка выше подвижности ионов

$$\frac{\partial \delta E(x, t)}{\partial x} = -4\pi n_i(x, t) e. \quad (2.36)$$

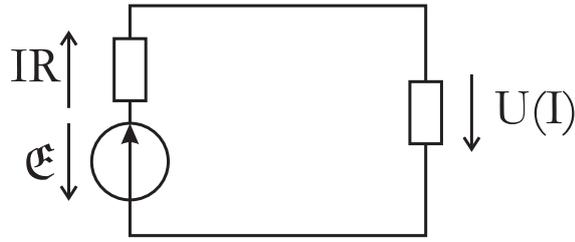


Рис. 2.6 Эквивалентная схема разряда постоянного тока с неидеальным источником напряжения.

Плотность ионов максимальна в окрестности катода и определяется электрическим током разряда $j = en_i b_i E_{br}$. Таким образом, из уравнения (2.36) получаем оценку максимального возмущения поля

$$\frac{\delta E}{E} = \frac{4\pi jL}{E_{br}^2 b_i}. \quad (2.37)$$

В таунсендовском разряде постоянного тока электрический ток определяется нагрузочной кривой, а напряжение, падающее на разряде, равно напряжению пробоя. Из схемы, изображенной на Рис. 2.6, следует, что плотность тока в разряде равна

$$\frac{\mathcal{E} - U_{br}}{S \cdot R} = j, \quad (2.38)$$

здесь \mathcal{E} - ЭДС идеального источника напряжения, R - внутреннее сопротивление неидеального источника напряжения, S - площадь электродов, занятых разрядом.

В барьерном разряде максимальное значение электрического тока можно оценить из формул (2.23) и (В.13). После подстановки получаем

$$j = \frac{j|_{\theta=0}}{\kappa} \frac{(1+X)}{d\theta} \frac{d\Phi}{d\theta} = \frac{(1+X)\varepsilon}{8\pi d} \frac{dU}{dt}. \quad (2.39)$$

Значение параметра X , согласно определению (2.26), слабо зависит от параметров задачи и в большинстве случаев равно $3 \div 5$. Выражению (2.39) можно придать смысл аналогичный (2.38). Для этого будем полагать $dU/dt \approx \omega \cdot U_{\max}$ и введем импеданс диэлектрических барьеров

$$Z = -\frac{i}{C\omega} = -i \frac{8\pi d}{\omega \varepsilon S}, \quad (2.40)$$

тогда

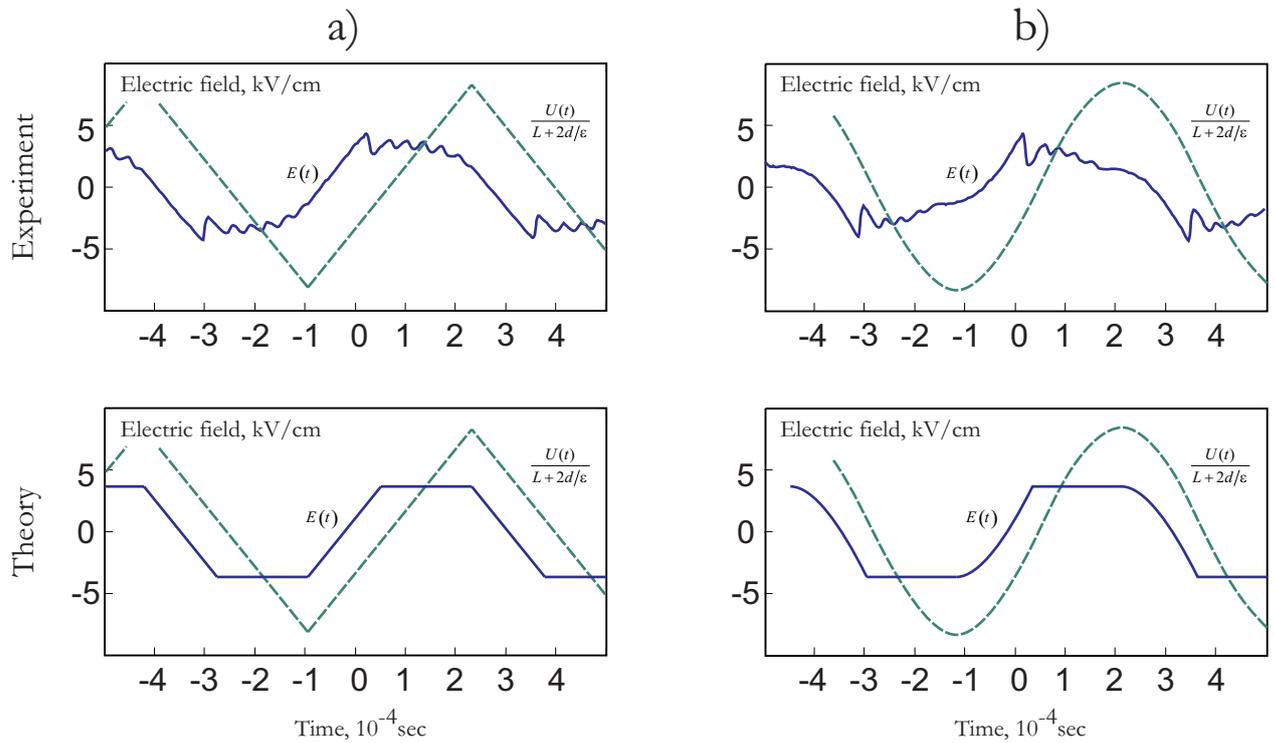


Рис. 2.7 Сравнение экспериментальных данных [35] и простейшей модели таунсендовского барьерного разряда (2.9). Штрихами показано приложенное напряжение, непрерывные кривые – поле в зазоре.

$$j = \frac{(1+X) \cdot U_{\max}}{S \cdot |Z|}. \quad (2.41)$$

Из сравнения (2.38) и (2.41) видно, что в таунсендовском барьерном разряде роль внутреннего сопротивления генератора R играет импеданс диэлектрических барьеров Z , деленный на численный коэффициент $X+1$ порядка $3 \div 5$.

Выражения (2.37) и (2.41) позволяют оценить максимальное возмущение электрического поля пространственным зарядом. Барьерный разряд будет таунсендовским только в случае слабого искажения поля, то есть при условии

$$\frac{\delta E}{E} \ll 1. \quad (2.42)$$

§2.5. Анализ экспериментальных данных

Представленная в настоящей главе модель была проверена на примере нескольких экспериментальных работ. Получено хорошее соответствие модели экспериментам в широком диапазоне частот, напряжений и давлений газа.

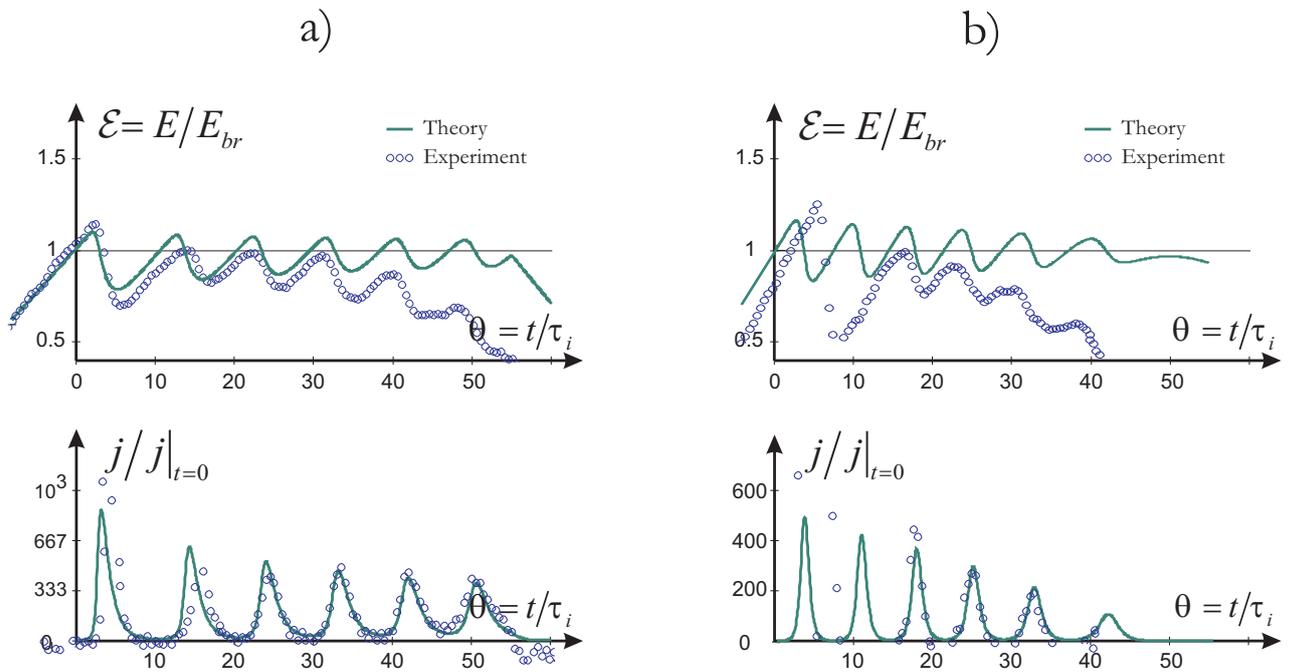


Рис. 2.8 Сравнение экспериментальных данных [35] и решения (2.24), (2.23) для случая пилообразной (а) и синусоидальной (б) зависимости напряжения от времени во время фазы тока I.

Сравнение с работой [35]

В работе [35] исследовался барьерный разряд в гелии. Некоторые из режимов его горения, как показывает детальное моделирование [3], являются таунсендовскими. Осциллограммы этих режимов показаны на Рис. 1.1, как типичный пример колебаний в таунсендовском барьерном разряде.

В эксперименте давление газа составляло 730 Торг с проветриванием объема камеры раз в минуту. Зависимость напряжения от времени имела синусоидальную и пилообразную форму. Частота напряжения составляла 1.5 kHz, а амплитуда – 2.5 kV. В качестве барьеров использовалось кварцевое стекло толщиной 2.3 mm и диаметром 14 cm. Зазор между барьерами был равен $L = 20\text{mm}$.

Как отмечено в §2.1, протекание таунсендовского барьерного разряда можно разделить на две фазы: фазу тока, когда поле в зазоре примерно равно E_{br} , и фазу памяти, когда в зазоре практически нет электрического тока. Сравнение экспериментальных данных с простейшей моделью разделения периода разряда на фазы (2.9) приведено на Рис. 2.7. Из него видно хорошее соответствие экспериментальной зависимости электрического поля в зазоре с формулой (2.9).

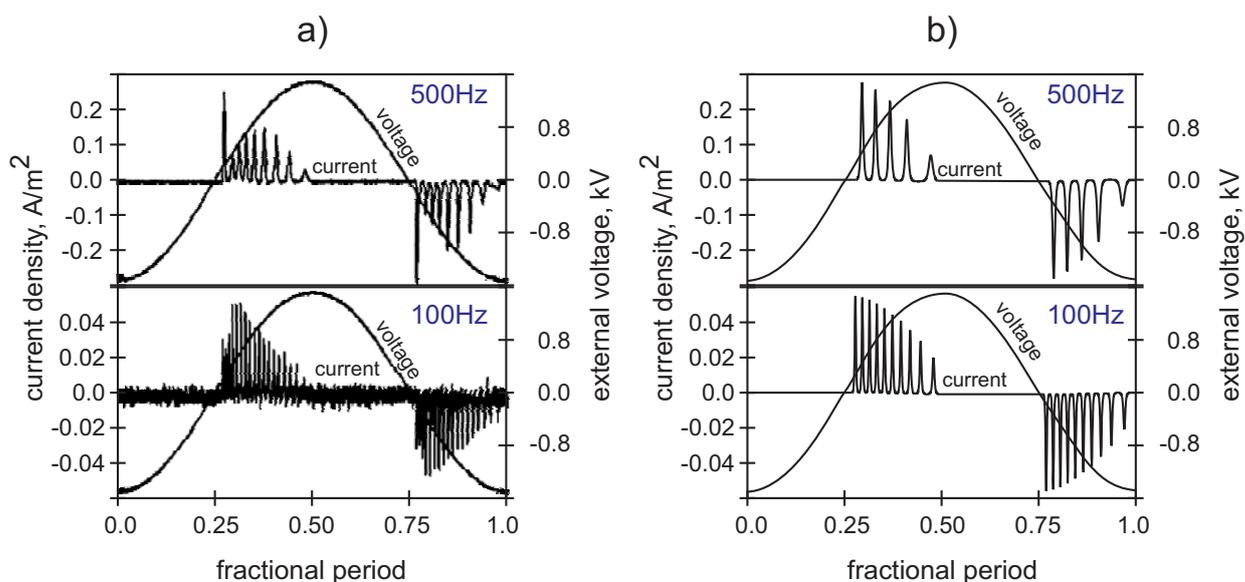


Рис. 2.9 Осциллограммы тока и напряжения в барьерном разряде для частот приложенного напряжения равных 100 и 500 Hz. а – экспериментальные данные [37], б – решения (2.24), (2.23), описывающие эти колебания.

Однако электрический ток очень чувствителен в величине электрического поля и даже при небольшом превышении $E(t)$ пробивного значения E_{br} может за несколько τ_i вырасти на несколько порядков (см. (2.13) или (2.14)). Поэтому малые колебания поля во время фазы тока приводят к сильным колебаниям тока.

Было проведено сравнение решений (2.24) для электрического поля и (2.23) для электрического тока с экспериментальными данными. Результаты сравнения приведены на Рис. 2.8. Видно отличное совпадение экспериментальных данных [35] и модели (2.24) для случая пилообразного напряжения (см. Рис. 2.8a) и удовлетворительное совпадение для синусоидального (см. Рис. 2.8b).

В работе [35] не измерялся электрический ток j_{ext} , который протекает в зазоре в момент пробоя. Поэтому при использовании формулы (2.24) величина j_{ext} выбиралась из условий наиболее точного совпадения теоретической модели и экспериментальных данных. Для пилообразной зависимости напряжения от времени полагалось $j_{ext} = 10^{-4} \text{ mA/cm}^2$, для синусоидальной - $j_{ext} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ mA/cm}^2$. Следует отметить, что это единственный свободный параметр, результаты малочувствительны к его величине, и в соответствии с определением (2.26), зависят от нее логарифмически. Так, для описания первого колебания тока при пилообразном напряжении, отличающегося примерно в два раза от остальных, необходимо

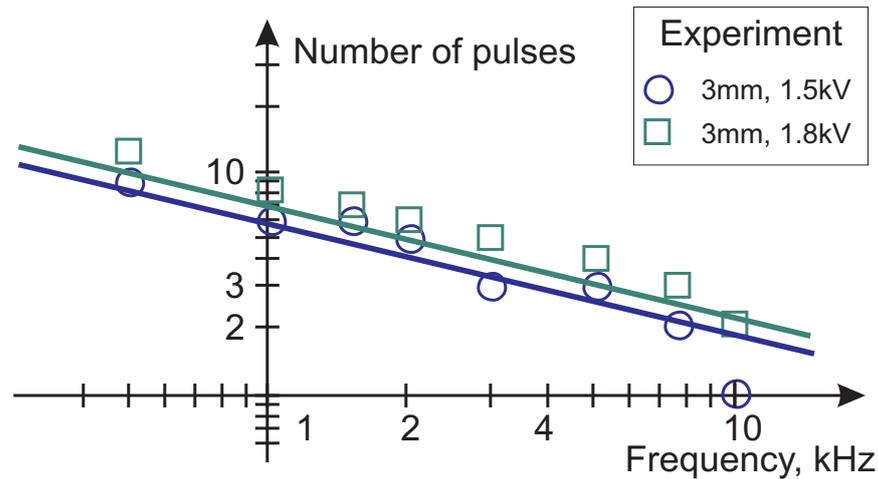


Рис. 2.10 Зависимость числа импульсов тока в барьерном разряде от частоты приложенного напряжения. Экспериментальные данные из работы [37], прямые линии – скейлинг (2.27).

полагать $j_{ext} = 10^{-6} \text{ mA/cm}^2$. То есть изменение амплитуды тока в два раза соответствует изменению j_{ext} на два порядка.

Сравнение с работой [37]

В работе [37] исследовалась зависимость частоты колебаний тока в барьерном разряде от частоты приложенного напряжения. Исследования проводились в широком диапазоне частот от 100 kHz до 10 kHz. Амплитуда напряжения и величина зазора варьировались в существенно меньшем диапазоне: $U_{max} = 1.5 \div 1.8 \text{ kV}$, $L = 3 \div 5 \text{ mm}$. Разряд горел в гелии атмосферного давления. Исследования авторов [37] показывают, что при частотах в несколько сотен герц плотность заряженных частиц в разрядном промежутке не превышает 10^9 cm^{-3} . Такой плотности заряда недостаточно для существенного искажения поля в зазоре. Сами авторы отмечают, что концентрация электронов на два порядка ниже ионной концентрации. Отношение средней концентрации электронов к средней концентрации ионов соответствует характерному отношению подвижностей этих частиц. Отсюда следует, что разряд горел в таунсендовском режиме.

Полученные в работе [37] осциллограммы электрического тока и решения уравнений (2.24), (2.23), показаны на Рис. 2.9. В процессе вычислений полагалось $j_{ext} \approx 1 \cdot 10^{-4} \text{ mA/cm}^2$. Видно удовлетворительное соответствие модели экспериментальным данным. Частота импульсов тока, полученная в эксперименте при частоте 100 в полтора раза превышает теоретическую.

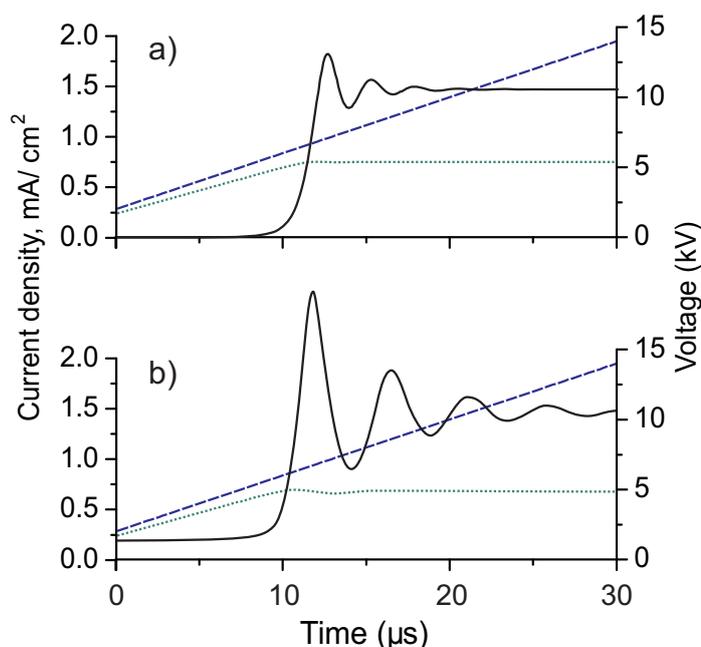


Рис. 2.11 Зависимости электрического тока (непрерывная кривая), поля в зазоре (пунктир) и приложенного напряжения (штрихи) от времени. а) результаты численного моделирования [44], б) решение (2.24), (2.14).

Скейлинг (2.27) для периода колебаний тока показывает, что период растет с уменьшением частоты пропорционально $\omega^{-1/2}$. Длительность фазы тока I обратно пропорциональна частоте, поэтому с ростом частоты приложенного напряжения число импульсов за период должно уменьшаться пропорционально $\omega^{-1/2}$. Этот скейлинг подтверждается данными работы [37]. Зависимость числа импульсов тока от частоты показана на Рис. 2.10.

Сравнение с работой [44]

Описанная модель таунсендовского барьерного разряда удовлетворительно согласуется с численными экспериментами. Особенность расчета [44, 91] заключалась в исследовании влияния десорбции электронов с поверхности диэлектрических барьеров на барьерный разряд в азоте. Такой источник заряженных частиц соответствует току j_{ext} , информация о котором в экспериментах обычно отсутствует. Оценки, приведенные в работе [44], показывают, что частота десорбции $\nu_{des} \approx 10 \cdot \text{kHz}$, поверхностная плотность электронов принималась равной $10^{10} \cdot \text{cm}^{-2}$. Таким параметрам соответствует ток $j_{ext} \approx 0.016 \cdot \text{mA/cm}^2$, однако из анализа предельных токов следует, что $j_{ext} \sim 0.2 \div 0.3 \cdot \text{mA/cm}^2$. Сравнения результатов численного моделирования [44] и решения уравнений (2.24), (2.14) показаны на

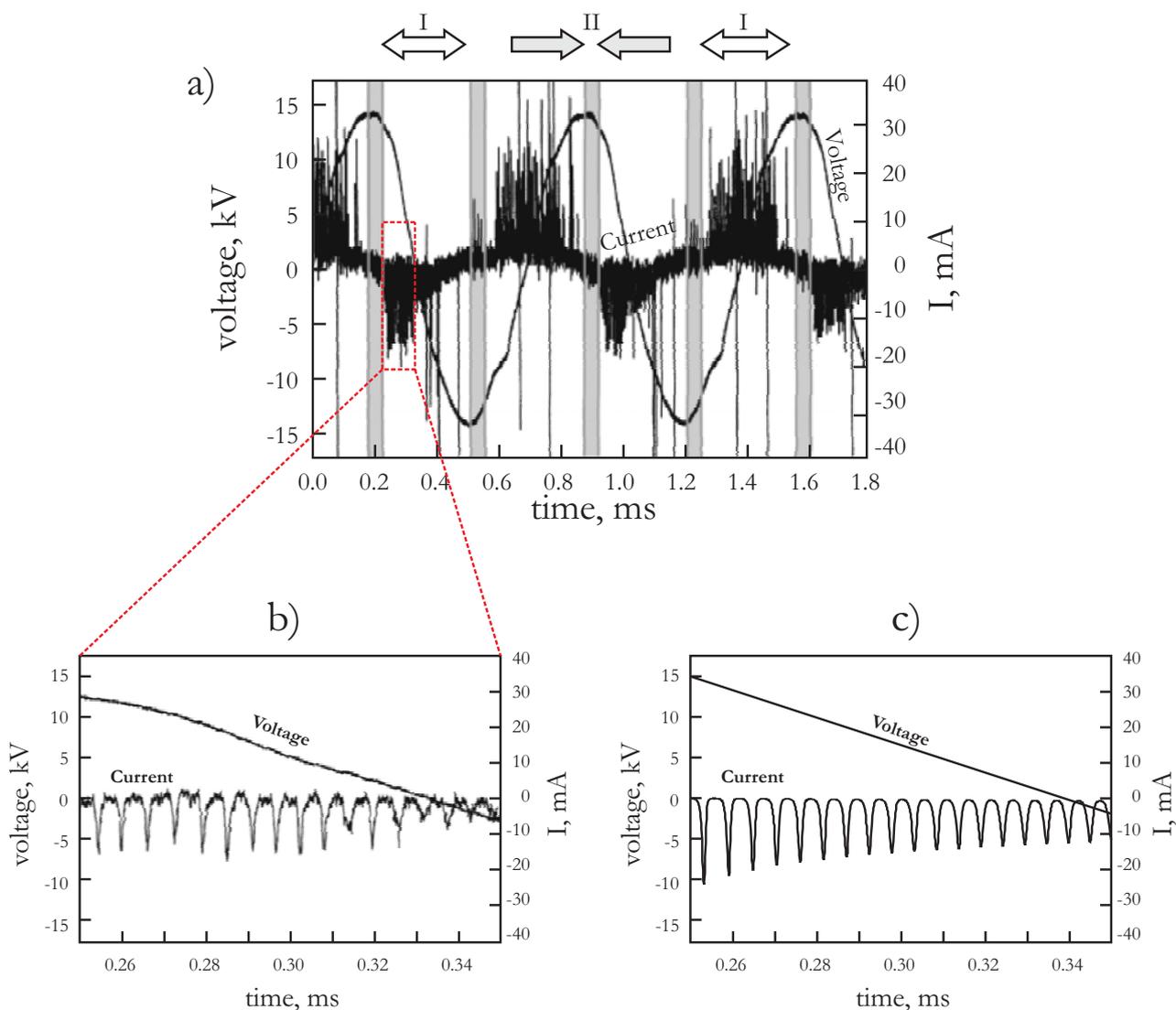


Рис. 2.12 Осциллограммы тока и напряжения барьерного разряда. а – экспериментальные данные [36], стрелками показаны фазы тока I и фаза памяти II в соответствии с (2.8). б - колебание тока в течение фазы I, с – решение (2.24), (2.23), описывающие эти колебания.

Рис. 2.11. Видно удовлетворительное соответствие результатов численного моделирования и представленной теоретической модели.

Сравнение с работой [36]

Полученные в настоящей главе выражения зависят только от коэффициента мультипликации, поэтому они применимы как на левой, так и на правой ветвях кривой Пашена. На левой ветви ионизация нелокальна и приближение (1), строго говоря, неприменимо [4], однако детали ионизационного процесса для описания глобальных свойств таунсендовского барьерного разряда неважны. Важным оказывается только число вторичных электронов, рожденных одним первичным (т.е. коэффициент мультипликации), и время τ_i

движения иона от анода (где лавины экспоненциально большие и происходит основная ионизация) до катода.

В работе [36] исследовался барьерный разряд в метане при давлении 0.75 Торг и разрядном промежутке, равном $L = 5\text{mm}$. Таким параметрам соответствует левая ветвь кривой Пашена. Амплитуда приложенного напряжения составляла 14 kV, частота – 1.4 kHz.

На осциллограмме электрического тока разряда (см. Рис. 2.12а, б) наблюдались периодические колебания, возникающие во время фазы тока I. Полное сечение ионизации метана максимально при энергии 85 eV и составляет $3.7 \cdot 10^{-16}\text{cm}^2$ [95], максимальное упругое сечение равно $2.9 \cdot 10^{-16}\text{cm}^2$ [96]. Это означает, что при направленном движении электрона происходит меньше 3 неупругих и меньше 4 упругих столкновений. В этих условиях согласно критерию Леба-Мика-Петера заряд лавины будет недостаточен для образования стримера.

Наблюдавшиеся колебания тока могут быть объяснены в рамках рассматриваемой модели таунсендовского барьерного разряда. Решение уравнений (2.24), (2.23), описывающее колебания тока, показано на Рис. 2.12с. Видно, что модель удовлетворительно описывает экспериментальные данные [36].

§2.6. Выводы к главе

Колебания электрического тока, наблюдаемые в таунсендовском барьерном разряде при $p \cdot L < 100 \div 1000 \cdot \text{Торг} \cdot \text{см}$, являются результатом своеобразной инерции электрического тока. При таунсендовском пробое существует запаздывание изменения тока относительно изменения напряжения. Характерное время равно времени дрейфа иона между электродами.

За счет генератора электрическое поле в зазоре возрастает. Из-за маленького электрического тока в начале фазы тока на скорость этого роста не оказывают влияние медленно меняющиеся поверхностные заряды. Далее, экспоненциально быстрое размножение электронов приводит к резкому увеличению электрического тока и экранированию поля поверхностными зарядами на диэлектрических барьерах. Максимальный электрический ток при колебании течет в момент, при котором поле в зазоре равно полю пробоя. Падение электрического поля ниже пробивных значений приводит к экспоненциальному уменьшению тока. После этого поверхностные заряды снова можно считать постоянными, и они снова не оказывают влияния на рост электрического поля в зазоре. Таким образом, процесс колебания электрического поля и тока повторяется периодически и зависит от dU/dt в момент колебания. Характерный временной масштаб

каждой стадии колебания равен времени дрейфа иона между электродами. При наличие электрического тока, не связанного с таунсендовским механизмом, колебания затухают. При зависимости внешнего напряжения от времени в форме меандра периодических колебаний нет.

Усредненный по колебаниям электрический ток равен току смещения в диэлектрических барьерах. Амплитуда колебаний тока может быть оценена согласно закону Ома, если в качестве сопротивления принять импеданс диэлектрических барьеров, деленный на численный коэффициент порядка $3 \div 5$.

Слои барьерного и емкостного разрядов низкого давления

Частоты приложенного напряжения в барьерном разряде лежат обычно в пределах от нескольких десятков Нз до нескольких МНз [8]. В районе верхней границы частотного диапазона барьерный разряд можно сравнить с высокочастотным емкостным разрядом, так как под высокочастотными разрядами как раз понимают используемый в разрядной практике диапазон частот $f = \omega/2\pi \approx 1 \div 100$ МНз [6]. Емкостные разряды среднего давления ($p \approx 10 \div 100$ Торг) соответствуют невысоким давлениям барьерных разрядов.

Как отмечено в работе [6], ничего принципиально нового в процесс горения емкостного разряда диэлектрические барьеры не вносят. Однако установлено, что наличие диэлектриков приводит к стабилизации емкостных разрядов высокого давления [15]. В этом смысле высокочастотным пределом барьерного разряда является емкостной разряд. А значит, в случае высокой частоты напряжения генератора изучение барьерного разряда можно проводить на примере емкостного разряда. В этих разрядах протекают одни и те же процессы.

Изучение емкостного и барьерного разрядов представляет большой прикладной и физический интерес [97, 8]. Широко распространены емкостные разряды низкого давления ($p \approx 10^{-3} \div 1$ Торг), соответствующие давления в барьерных разрядах встречаются редко [36]. Широкий диапазон частот барьерного и емкостного разрядов требует их классификации. Хорошо известно, что свойства этих разрядов в огромной степени определяются процессами в приэлектродных слоях. В главе рассматривается частотная классификация

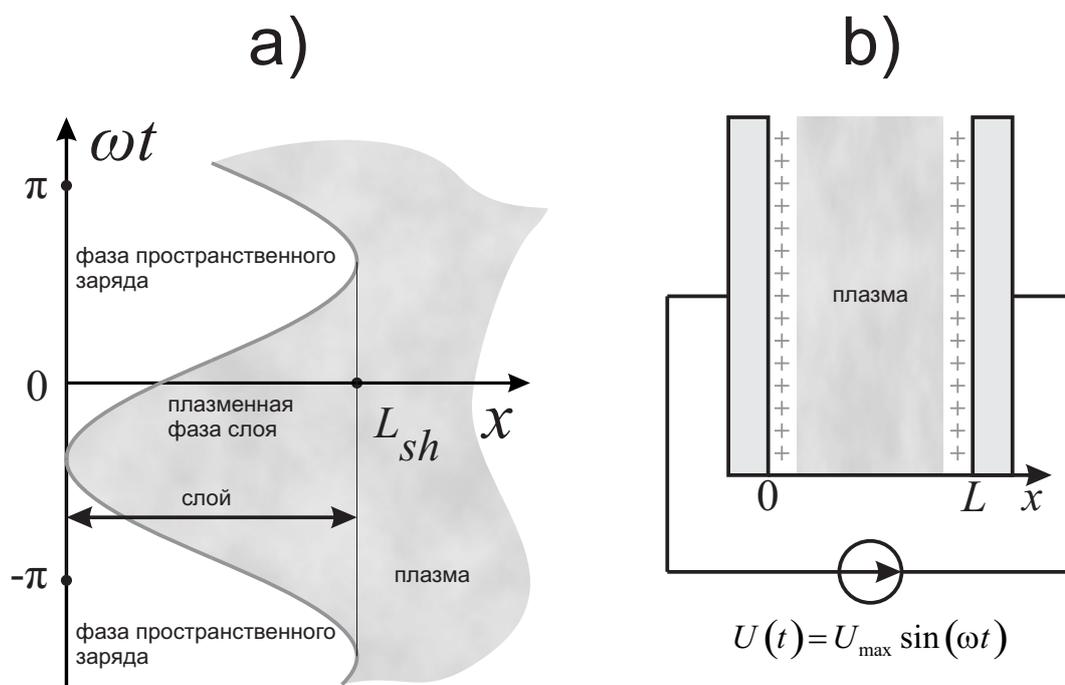


Рис. 3.1 Емкостной разряд. а) общий вид слоя емкостного разряда на плоскости координата-время. б) направление оси x и выбор фазы напряжения на разряде.

бесстолкновительных слоев⁵. Эта классификация применима как к емкостным, так и к барьерным разрядам низкого давления.

§3.1. Бесстолкновительные слои

При достаточно высокой частоте напряжения, плазма не успевает распасться и является квазистационарной. Эта плазма отделена от электродов (диэлектрических барьеров) слоями пространственного заряда. Основная специфика этих разрядов состоит в том, что напряжение на таких слоях существенно превышает плазменный масштаб потенциала T_e/e (T_e - электронная температура). При этом граница профиля электронной концентрации, ширина которой порядка локального дебаевского радиуса

$$r_d = \sqrt{\frac{T_e}{4\pi n e^2}}, \quad (3.1)$$

является резкой по сравнению с величиной слоя L_{sh} . То есть $L_{sh} \gg r_d$. Эта резкая граница отделяет квазинейтральную область плазменной фазы от области ионного

⁵ В частности, данный вопрос актуален в последнее время из-за исследований двухчастотных емкостных разрядов [138].

пространственного заряда (см. Рис. 3.1a). Это означает, что каждая точка приэлектродного слоя часть периода, когда электроны занимают данное место, существует в плазменной фазе, а оставшуюся часть периода – в фазе объемного заряда, когда электроны в данном месте отсутствуют.

Толщина приэлектродного слоя L_{sh} определяется как максимальная ширина области объемного заряда. На границе слоя, при $x = L_{sh}$, как показано в работах [98, 99, 100], ионы обладают скоростью близкой к боровской скорости

$$v_B = \sqrt{\frac{T_e}{m_i}}. \quad (3.2)$$

Скорость (3.2) ионы получают при движении в плазме предслоя так же, как и в разрядах постоянного тока [101].

Ограничимся случаем бесстолкновительных слоев, когда длина свободного пробега ионов и электронов превосходит размер слоя

$$L_{sh} \ll \lambda. \quad (3.3)$$

Будем предполагать, что напряжение между электродами меняется во времени по синусоидальному закону (см. Рис. 3.1b)

$$U(t) = U_{\max} \cdot \sin(\omega t). \quad (3.4)$$

Также, не теряя общности, можно полагать, что разность потенциалов, падающая на слоях, существенно превышает падение напряжения на плазме

$$U_{sh} \approx U_{\max}. \quad (3.5)$$

В зависимости от амплитуды U_{\max} и частоты ω приложенного напряжения бесстолкновительные слои могут находиться в одном из трех частотных режимов

- высокочастотном (см. §3.2)
- квазистационарном (см. §3.3)
- динамическом (см. §3.4)

Первые два режима широко известны, а систематические исследования динамического режима является новыми.

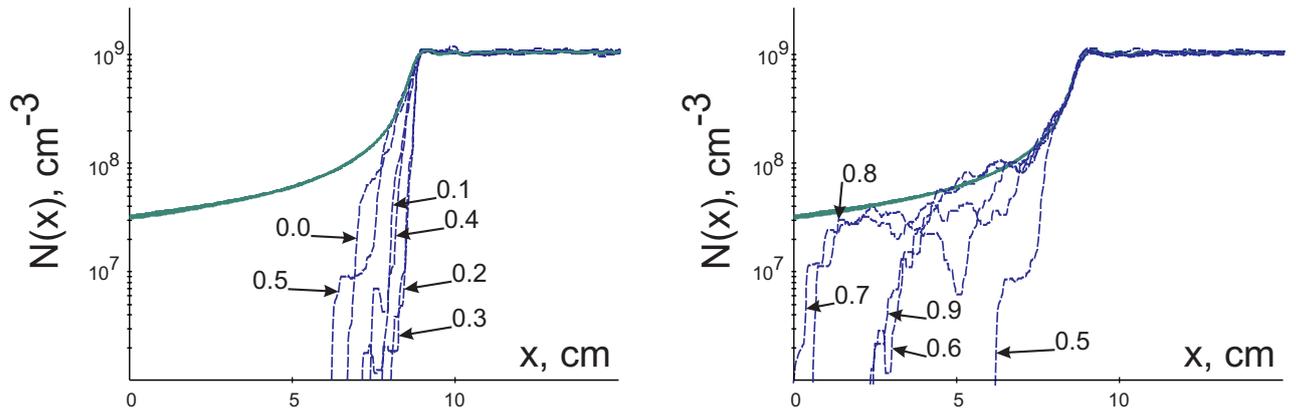


Рис. 3.2 Зависимости плотностей ионной (непрерывные кривые) и электронной (штрихи) концентраций от координаты в высокочастотном режиме слоя емкостного разряда. Моменты времени показаны в единицах периода напряжения. Профили ионной концентрации от времени не зависят и сливаются в одну кривую. Условия моделирования - Ar, $T_e = 5$ eV, $\omega/2\pi = 10$ MHz, $U_{\max} = 10$ kV, $\Gamma_i = 2.7 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$.

§3.2. Высокочастотный режим слоя

Высокочастотный режим слоя емкостного разряда активно изучался в течение 30 лет [98, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108]. В плазме и в плазменной фазе слоя такого разряда электрический ток электронов много больше тока смещения, что эквивалентно условию

$$\frac{4\pi n e^2}{m_e \sqrt{v_{ea}^2 + \omega^2}} \gg \omega, \quad (3.6)$$

здесь m_e - масса электрона, n - характерная плотность плазмы или ионов в слоях, v_{ea} - частота столкновений электронов и нейтральных частиц. А в фазе объемного заряда ток в слое переносится током смещения, и выполнено обратное неравенство

$$\frac{4\pi n e^2}{m_i \sqrt{v_{ia}^2 + \omega^2}} \ll \omega. \quad (3.7)$$

В бесстолкновительных слоях можно пренебречь частотой столкновений заряженных частиц с нейтральными. В этом случае условия (3.6), (3.7) можно записать в более компактном виде

$$\omega_{pe} \gg \omega \gg \omega_{pi}, \quad (3.8)$$

где ω_{pe} и ω_{pi} - электронная и ионная плазменные частоты

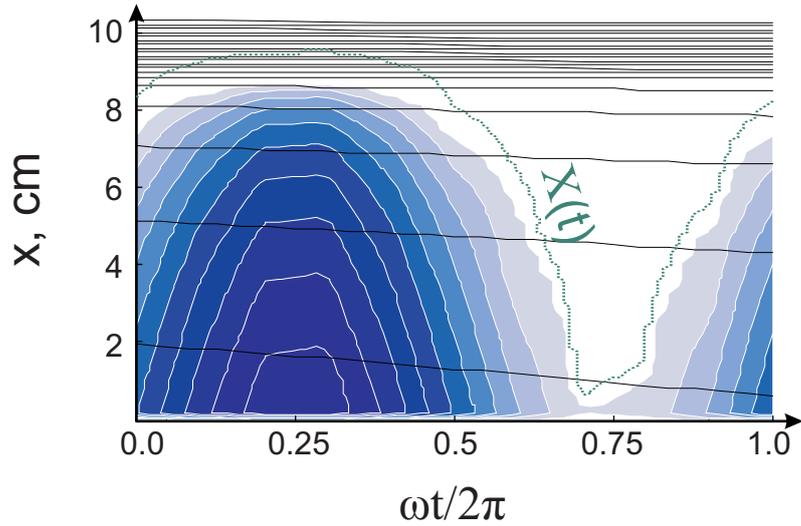


Рис. 3.3 Высокочастотный режим слоя емкостного разряда на плоскости координата-время. Непрерывные кривые – траектории ионов, закрашенные области – уровни электрического поля, пунктирная кривая $X(t)$ – граница плазменной фазы. Условия моделирования в подписи к Рис. 3.2.

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{4\pi ne^2}{m_e}}, \quad \omega_{pi} = \sqrt{\frac{4\pi ne^2}{m_i}}. \quad (3.9)$$

Из оценки потенциала, падающего на слое, $U_{sh} \approx 4\pi neL_{sh}^2$, и закона равноускоренного движения

$$\frac{v_i}{\tau_i} \approx \frac{L_{sh}}{\tau_i^2} \approx \frac{eU_{sh}}{m_i L_{sh}} \quad (3.10)$$

следует, что обратные плазменные частоты (3.9) оказываются порядка обратных времен τ_e , τ_i пролета электрона/иона через слой пространственного заряда. Это означает, что неравенство (3.8) эквивалентно условию

$$\omega\tau_e \ll 1 \ll \omega\tau_i. \quad (3.11)$$

Таким образом, из правого неравенства в (3.11) следует, что из-за медленного движения ионов в слое на них действует усредненное электрическое поле. Ионы двигаются с характерной скоростью $\sqrt{eU_{sh}/m_i}$, и поток ионов на электрод практически постоянен. Из левого неравенства в (3.11) следует, что электроны отслеживают мгновенное значение электрического поля.

Результаты PIC моделирования высокочастотного слоя показаны на Рис. 3.2 и Рис. 3.3 (более подробно об условиях и параметрах моделирования см. приложение D). Из Рис. 3.2

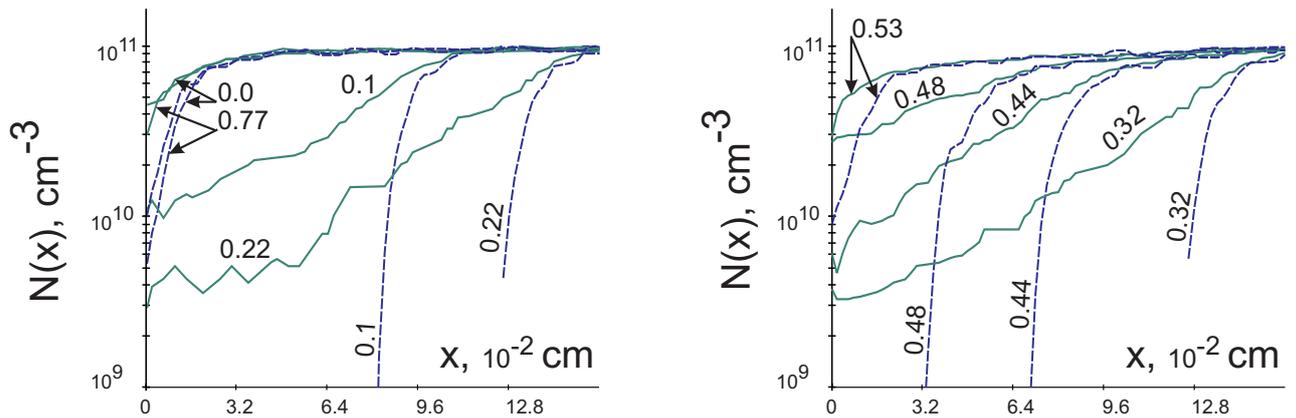


Рис. 3.4 Зависимости плотностей ионной (непрерывные кривые) и электронной (штрихи) концентраций от координаты в квазистационарном режиме слоя емкостного разряда. Моменты времени показаны в единицах периода напряжения. Профили ионной концентрации соответствуют закону Чайлда-Ленгмюра. Условия моделирования - $A\gamma$, $T_e = 4 \text{ eV}$, $\omega/2\pi = 100 \text{ kHz}$, $U_{\max} = 400 \text{ V}$, $\Gamma_i = 3.1 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$.

видно, что профиль плотности ионов не зависит от времени, в то время как профиль электронной плотности колеблется с частотой приложенного напряжения. Ширина фронта профиля электронной концентрации много уже ширины высокочастотного слоя.

Из Рис. 3.3 видно, что ионы двигаются в усредненном электрическом поле, так как поле слоя пространственного заряда мало изменяет скорость ионов за время одного периода.

§3.3. Квазистационарный режим слоя

Работы [109, 110, 111, 112, 113], посвященные низкочастотному режиму емкостного разряда, основываются на применении закона Чайлда-Ленгмюра [114, 115]. Предполагалось, что структура слоев пространственного заряда в каждый момент времени аналогична структуре слоя постоянного тока.

Закон Чайлда-Ленгмюра гласит, что потенциал, падающий на слое пространственного заряда, зависит от размера этого слоя пропорционально степени $4/3$. Из-за высокого потенциала слоя ($U_{sh} \gg T_e/e$) электронов в фазе пространственного заряда нет. Потенциал создается только полем свободно ускоряющихся ионов, которые вылетают из плазмы со скоростью (3.2) и не отражаются от поверхности стенки

$$U_{sh} = \frac{3^{4/3}}{2^{5/3}} \frac{T_e}{e} \left(\frac{X}{r_d} \right)^{4/3}. \quad (3.12)$$

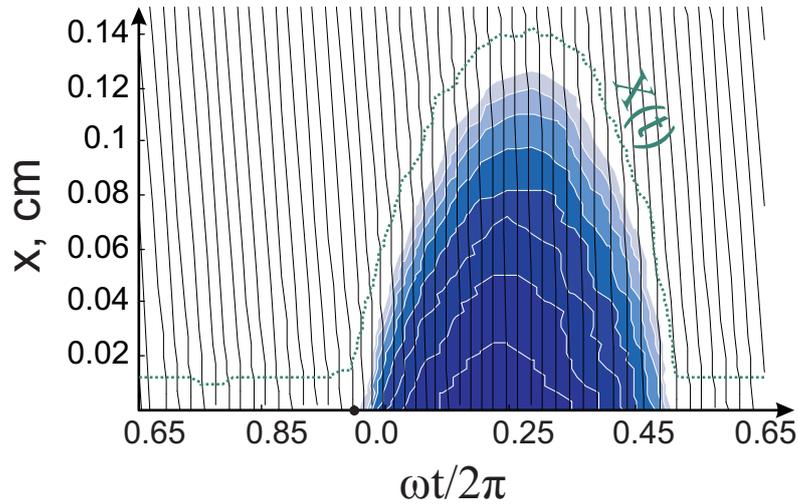


Рис. 3.5 Квазистационарный режим слоя емкостного разряда на плоскости координата-время. Непрерывные кривые – траектории ионов, закрашенные области – уровни электрического поля, пунктирная кривая $X(t)$ – граница плазменной фазы. Условия моделирования в подписи к Рис. 3.4.

Из закона (3.12) видно, что масштабом величины потенциала служит T_e/e , а пространственным масштабом служит радиус Дебая для плазмы на границе слоя

$$r_d = \sqrt{\frac{T_e}{4\pi \cdot n|_{x=X} \cdot e^2}}. \quad (3.13)$$

Модель чайлд-ленгмюровского слоя построена для стационарной задачи ($\omega = 0$), но если напряжение на слое U_{sh} меняется во времени достаточно медленно, то в выражении (3.12) можно считать $U_{sh}(t)$ и $X(t)$.

Результаты PIC моделирования слоя в квазистационарном режиме показаны на Рис. 3.4 и Рис. 3.5 (более подробно о моделировании см. приложение D). Из рисунков видно, что плотность плазмы в плазменной фазе слоя равна плотности плазмы на границе слоя. Профиль плотности пространственного заряда определяется только мгновенным значением напряжения на слое. Ширина области пространственного заряда $X(t)$ максимальна в момент максимального напряжения $U_{sh}(t)$.

3.3.1. Частотный диапазон квазистационарного режима

Определим границы применимости квазистационарной модели слоя емкостного разряда. Нарушение низкочастотной границы (3.11) для высокочастотного режима

$$\omega\tau_i \ll 1 \quad (3.14)$$

не гарантирует того, что профиль концентрации будет адиабатически отслеживать значение напряжения. Связано это с тем, что помимо времени движения иона через слой τ_i в задаче есть еще одно характерное время

$$\tau_B = \frac{L_{sh}}{v_B} = L_{sh} \sqrt{\frac{m_i}{T_e}}. \quad (3.15)$$

Это время необходимо иону чтобы пролететь через слой со скоростью, с которой ион в этот слой влетает (как если бы не было пространственного заряда).

Таким образом, условие применимости квазистационарной модели, в которой решение определяется мгновенным значением напряжения (3.12), является гораздо более жестким, чем условие (3.14). Это условие имеет вид

$$\omega \tau_B \ll 1. \quad (3.16)$$

Из-за того, что $\tau_B \gg \tau_i \gg \tau_e$ следует, что τ_B является самым длительным временем задачи. В случае нарушения условия (3.16), ионы, влетающие в слой, не смогут за полпериода восстановить плотность в плазменной фазе слоя, и квазистационарная модель неверна. Необходимость учитывать условие (3.16), в случае применения квазистационарной модели, отмечена в работе [116].

Трудность классификации различных режимов слоя емкостного разряда состоит в том, что параметры слоя – его толщина L_{sh} , концентрация ионов в нем, времена пролета τ_e, τ_i и т.п. достаточно сложным образом связаны с глобальными параметрами разряда, которые измеряются в эксперименте и моделируются численно. Чтобы отделить глобальную задачу о разряде в целом от задачи о слое выберем в качестве независимых параметров, определяющих законы эволюции слоя,

- $\Gamma_i = v_B \cdot n|_{x=L_{sh}}$ - плотность потока ионов в слой из плазмы
- U_{sh} - напряжение на слое
- ω - циклическую частоту напряжения на разряде

Выбор именно этих параметров, задаваемых по отношению к слою извне, удобен тем, что их значения полностью определяют все свойства слоя. Поток ионов Γ_i определяется только плазмой вне слоя, а U_{sh} и ω - внешней цепью.

Запишем критерий (3.16) через выбранные три независимых параметра $\{\Gamma_e, U_{sh}, \omega\}$. Из закона Чайлда-Ленгмюра (3.12) и (3.13) следует оценка толщины слоя

$$L_{sh} = 3^{-1} 2^{5/4} r_d \left(\frac{eU_{sh}}{T_e} \right)^{3/4} \approx \frac{U_{sh}^{3/4}}{e^{1/4} (4\pi \Gamma_e)^{1/2} m_i^{1/4}} \quad (3.17)$$

(при выводе (3.17) учтено, что плотность плазмы в плазменной фазе квазистационарного режима слоя не зависит от координаты x , то есть $n|_{x=L_{sh}} = n|_{x=X}$). Из выражения (3.17) следует, что на любую пару $\{\Gamma_e, \omega\}$ найдется критическое напряжение $U_{sh.cr}$, при котором ион, двигающийся с боровской скоростью, за половину периода проходит расстояние L_{sh} .

Из определения (3.15) и оценки (3.17) следует, что

$$U_{sh.cr} = \frac{(4\pi T_e \Gamma_e)^{2/3} e^{1/3}}{m_i^{1/3} (\omega / \pi)^{4/3}}. \quad (3.18)$$

Таким образом, условие применимости квазистационарной модели (3.16) в терминах $\{\Gamma_e, U_{sh}, \omega\}$ сводится к ограничению на амплитуду приложенного напряжения

$$U_{sh} \ll U_{sh.cr}. \quad (3.19)$$

§3.4. Динамический режим

Из приведенных в предыдущем параграфе оценок видно, что существует частотный диапазон, в котором неверны ни высокочастотная, ни квазистационарная модели слоя. В интервале

$$\omega \tau_i \ll 1 \ll \omega \tau_B \quad (3.20)$$

имеет место систематически не рассматривавшийся ранее динамический режим слоя.

Если выражение для условия существования динамического режима (3.20) разделить на ωL_{sh} , то из полученного соотношения следует, что ионы в слое движутся много быстрее границы плазменной фазы $dX/dt \approx L_{sh} \omega$, а граница плазменной фазы движется много быстрее скорости ионов в плазме

$$v_B \ll \frac{dX}{dt} \ll v_i. \quad (3.21)$$

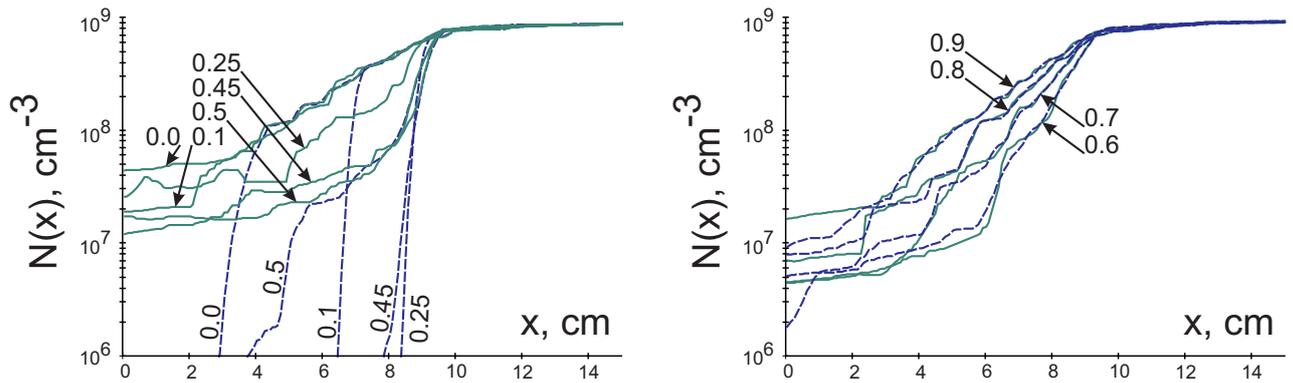


Рис. 3.6 Зависимости плотностей ионной (непрерывные кривые) и электронной (штрихи) концентраций от координаты в динамическом режиме слоя емкостного разряда. Моменты времени показаны в единицах периода напряжения. Условия моделирования - Ar , $T_e = 5 \text{ eV}$, $\omega/2\pi = 100 \text{ kHz}$, $U_{\text{max}} = 10 \text{ kV}$, $\Gamma_i = 2.7 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$.

В динамическом режиме эволюция слоя распадается на две стадии. Каждая из стадий длится в течение полупериода и симметрично повторяется в каждом из слоев со сдвигом по времени на π/ω .

Первая стадия похожа на поведение слоя в квазистационарном режиме. Она реализуется только в течение того полупериода ($0 < t < \pi/\omega$), когда граница слоя пространственного заряда $X(t)$ движется вглубь плазмы (см. Рис. 3.6). Эту стадию мы будем называть катодной. Ток в течение этой стадии близок к ионному току насыщения и переносится только ионами. На противоположный (правый) электрод ток переносится как ионами, так и электронами. Поэтому, чтобы пропустить через противоположный слой электронный ток порядка ионного тока насыщения, напряжение на слое должно быть слегка (на величину порядка T_e/e) меньше плавающего потенциала. Так как $T_e/e \ll U(t)$, то можно считать, что в любой момент все приложенное к разряду напряжение падает на объемном заряде прикатодного слоя.

Нарушение приближения $T_e/e \ll U(t)$ происходит только в моменты смены знака $U(t)$. Поэтому обе стадии длятся в течение половины периода и поочередно меняются на слоях. При приближении к моменту $t = \pi/\omega$ все напряжение разряда по-прежнему падает на прикатодном объемном заряде (левом), граница которого двигалась в плазму. Однако при этом $T_e/e \ll U_{sh}(t) \ll U_{\text{max}}$. Поэтому плотность объемного заряда в левом слое, который экранирует $U(t)$, много меньше плотности плазмы в правом слое (см. Рис. 3.6). Если

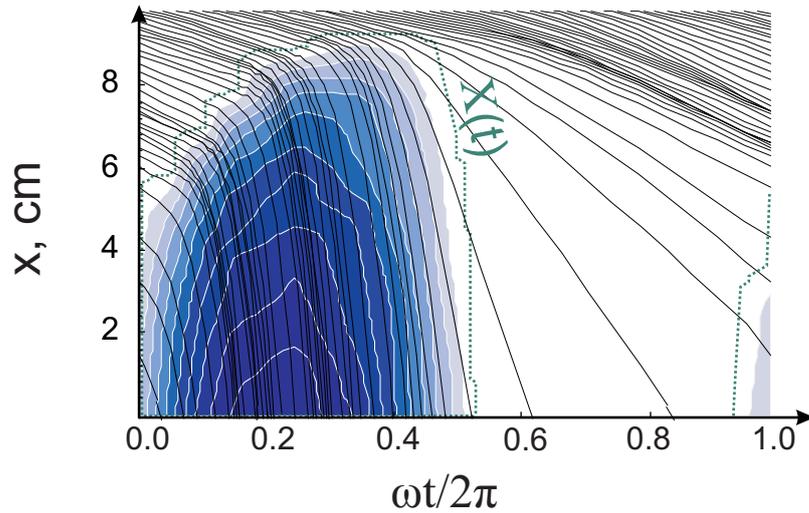


Рис. 3.7 Динамический режим слоя емкостного разряда на плоскости координата-время. Непрерывные кривые – траектории ионов, закрашенные области – уровни электрического поля, пунктирная кривая $X(t)$ – граница плазменной фазы. Условия моделирования в подписи к Рис. 3.6.

дополнительно учесть то, что в плазме электрический ток переносится в основном электронами, то при смене знака $U(t)$ граница плазмы должна практически мгновенно возвратиться к левому электроду⁶ (см. Рис. 3.7).

Таким образом, в момент $t = \pi/\omega$ объемный заряд левого слоя мгновенно заполняется электронами, превращаясь в плазму. Вторая (анодная для левого электрода) стадия длится полупериод $\pi/\omega < t < 2\pi/\omega$. При этом практически весь слой находится в плазменной фазе. Низкая концентрация плазмы в плазменной фазе восстанавливается за счет нелинейной ионнозвуковой волны (см. Рис. 3.6), возникающей из-за огромной разницы концентраций плазмы в плазменной фазе слоя и в плазме предслое.

3.4.1. Катодная стадия динамического режима

Рассмотрим катодную стадию динамического режима слоя. Эта стадия длится в течение полупериода $0 < t < \pi/\omega$. В течение этого времени все приложенное к разряду напряжение падает на левом слое.

⁶ В квазистационарном же режиме граница $X(t)$ между плазменной фазой и объемным зарядом начинает двигаться к левому электроду в начале второй четверти периода, так что движение границы от электрода и к электроду занимает одинаковое время, равное $\pi/2\omega$.

Очевидно, что из правого неравенства в соотношении (3.21) следует постоянство плотности потока ионов Γ_{in} в фазе объемного заряда в каждый момент времени. Обозначим скорость влета ионов в фазу объемного заряда v_{in} . В этом случае при условии $x < X(t)$

$$\Gamma_{in}(t) = v_{in}(t) n|_{x=X(t)} = v_i(x, t) \cdot n(x, t). \quad (3.22)$$

Характерное время изменения потенциала равно ω^{-1} . Поэтому из левого неравенства в соотношении (3.20) видно, что за время движения иона через слой пространственного заряда потенциал меняется слабо. Это позволяет воспользоваться законом сохранения энергии для ионов в каждый момент времени

$$\frac{m_i v_i^2(x, t)}{2} = \frac{m_i v_{in}^2(t)}{2} - e\varphi(x, t) \quad (3.23)$$

Из формул (3.22) и (3.23) следует, что

$$n(x, t) = \frac{n|_{x=X(t)}}{\sqrt{1 - \frac{2e\varphi(x, t)}{m_i v_{in}^2(t)}}}. \quad (3.24)$$

Подставляя выражение для плотности ионов (3.24) в уравнение Пуассона, получаем

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{-4\pi e n|_{x=X(t)}}{\sqrt{1 - \frac{2e\varphi(x, t)}{m_i v_{in}^2(t)}}}. \quad (3.25)$$

Уравнение (3.25) эквивалентно уравнению для потенциала в чейлд-ленгмюровском слое.

Решение уравнения (3.25)

$$\begin{aligned} \varphi(x, t) &= 2^{-5/3} 3^{4/3} \frac{m_i v_{in}^2}{e} \left(\frac{4\pi e^2 n|_{x=X(t)}}{m_i v_{in}^2} \right)^{2/3} x^{4/3}, \\ \varphi(t) &= 2^{-5/3} 3^{4/3} \frac{m_i v_{in}^2}{e} \left(\frac{4\pi e^2 n|_{x=X(t)}}{m_i v_{in}^2} \right)^{2/3} X^{4/3}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

превращается в выражение (3.12) при подстановке $v_{in}^2 = v_B^2 = T_e/e$. Однако ионы попадают в область пространственного заряда со скоростью существенно превышающей боровскую скорость v_B . Как видно из левого неравенства в соотношении (3.21), граница области пространственного заряда движется навстречу ионам со скоростью много большей v_B .

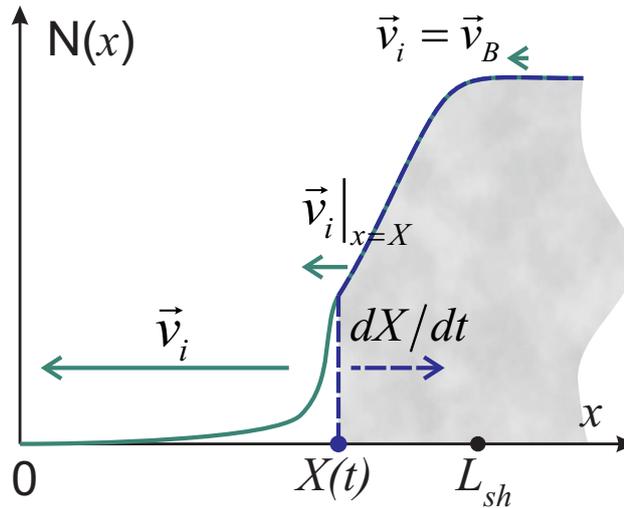


Рис. 3.8 Схематический вид катодной стадии динамического режима. Профиль плотности ионов показан непрерывной кривой, плотность электронов – штрихами. В плазменной фазе эти концентрации равны и кривые сливаются. Скорость движения границы $X(t)$ много меньше характерной скорости ионов в фазе объемного заряда, но много больше бомовской скорости v_B .

Эффект изменения скорости влета ионов в область пространственного заряда, вследствие движения границы плазменной фазы, носит название динамического критерия Бома [99, 117, 139]. Скорость v_{in} , с которой ионы попадают в область пространственного заряда, состоит из скорости границы области пространственного заряда dX/dt , движущейся навстречу ионам, и скорости самих ионов в лабораторной системе отсчета (см. Рис. 3.8)

$$v_{in} = v_i|_{x=X(t)} + \frac{dX}{dt}. \quad (3.27)$$

Зависимости скорости $v_i|_{x=X(t)}$ в формуле (3.27) и концентрации $n|_{x=X(t)}$ ионов в формуле (3.26) будут получены в следующем пункте (см. формулы (3.40)).

В катодной стадии динамического режима распределения потенциала и концентрации заряженных частиц не определяются законом Чайлда-Ленгмюра. Соотношения (3.26), (3.27) являются дифференциальным уравнением. Численное решение этого уравнения показывает хорошее соответствие с результатами PIC моделирования (см. приложение Е). Анализ уравнения (3.26), (3.27) приводит к парадоксальным, с точки зрения квазистационарного режима, результатам.

В динамическом режиме ширина области пространственного заряда X максимальна (то есть $X = L_{sh}$) при минимальном падении напряжения на слое. Из условий (3.27) и (3.2)

следует, что $v_{in}|_{x=L_{sh}} = v_B + dX/dt$, а из условия (3.21) следует, что $v_{in}|_{x=L_{sh}} \approx dX/dt$. Если подставить это выражение v_{in} в (3.26), то мы получим

$$\varphi \propto \left(\frac{dX}{dt} \right)^{2/3}. \quad (3.28)$$

Таким образом, зависимость $X(t)$ имеет максимум при $\varphi \approx 0$. В нашем случае это соответствует фазе приложенного напряжения π/ω (см. Рис. 3.7). Физически это означает, что в динамическом режиме при $t \approx \pi/\omega$ малое падение потенциала на слое обеспечивается не за счет уменьшения X , а за счет резкого уменьшения концентрации ионов в слое (см. Рис. 3.6).

Эффект постоянства ширины области пространственного заряда X , несмотря на уменьшение напряжения на слое, ранее был обнаружен при численном кинетическом моделировании высокочастотного слоя в работе [118].

3.4.2. Анодная стадия динамического режима

В момент $t \approx \pi/\omega$ меняется полярность напряжения на разряде, и начинается анодная стадия динамического режима слоя. Одновременно на противоположном (правом) слое начинается катодная стадия. Как видно из предыдущего пункта, в конце катодной стадии (при $t \approx \pi/\omega$) плотность ионов при $x < L_{sh}$ пренебрежимо мала по сравнению с их плотностью в начале катодной стадии (при $t \approx 0$). Это означает, что плотность ионов в рассматриваемом слое много меньше плотности ионов на противоположном (правом) слое.

Из закона сохранения электрического заряда и большого отношения концентраций ионов в слоях при $t \approx \pi/\omega$ следует, что малое изменение положения границы плазменной фазы на противоположном (правом) электроде должно приводить к резким изменениям положения границы плазменной фазы на рассматриваемом (левом) электроде (см. Рис. 3.9). Таким образом, можно считать, что при $t \approx \pi/\omega$ граница плазменной фазы $X(t)$ мгновенно возвращается к электроду. Электрический ток на электрод переносят электроны, поэтому во время анодной стадии динамического режима выполнено соотношение $X \ll L_{sh}$, а падение потенциала на слое меньше плавающего $U_{sh} < (3 \div 5)T_e/e$ [119, 120]. Во время анодной стадии весь слой оказывается в плазменной фазе, а концентрация плазмы в плазменной фазе много меньше концентрации на границе слоя

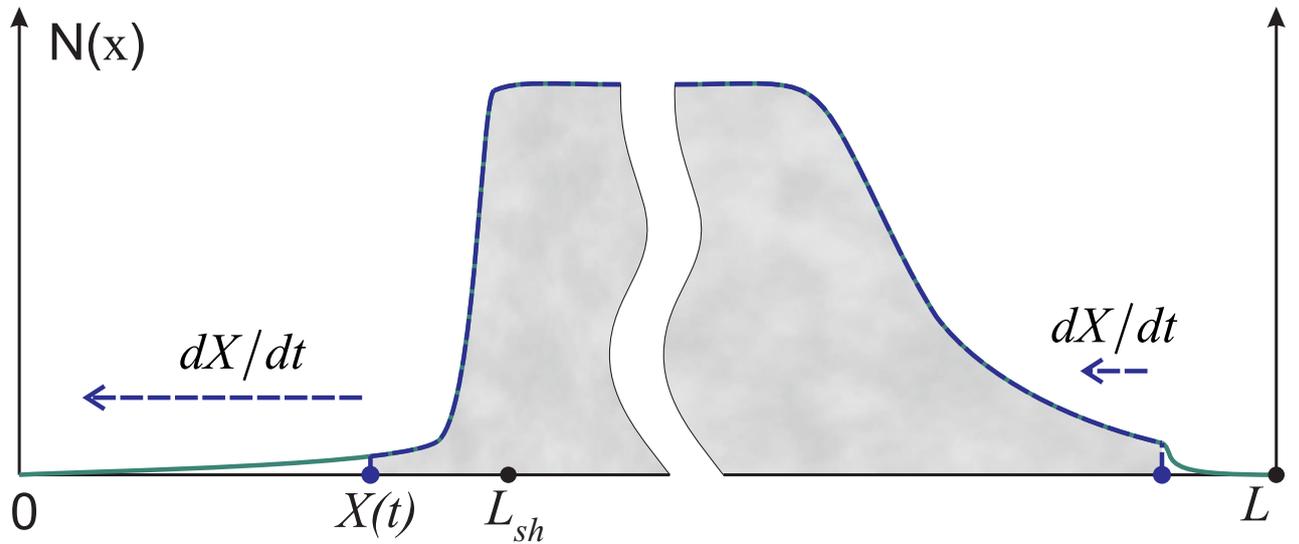


Рис. 3.9 Схематический вид начала анодной стадии для левого электрода и катодной стадии для правого электрода при $t \approx \pi/\omega$. Профиль плотности ионов показан непрерывной кривой, плотность электронов – штрихами. В плазме и в плазменной фазе концентрации ионов и электронов равны. Стрелками показаны направления движения границ плазменных фаз слоев.

$$n|_{x < L_{sh}} \ll n|_{x = L_{sh}}. \quad (3.29)$$

Концентрация n плазмы и скорость ионов v_i в слое должны удовлетворять уравнениям непрерывности и баланса сил [121, 120]

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div}(n\vec{v}_i) = 0, \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial \vec{v}_i}{\partial t} + (\vec{v}_i \cdot \nabla)\vec{v}_i = -\frac{1}{m_i n} \nabla p_i + \frac{e}{m_i} \vec{E}. \quad (3.31)$$

Сила, действующая на ионы, состоит из градиента ионного давления p_i и электрической силы. Электрическое поле в плазме определяется распределением Больцмана, которому можно придать вид аналогичный (3.31)

$$\frac{\nabla p_e}{m_e n} = -\frac{e}{m_e} \vec{E}. \quad (3.32)$$

Подставим электрическое поле из выражения (3.32) в уравнение баланса сил для ионов (3.31)

$$\frac{\partial \vec{v}_i}{\partial t} + (\vec{v}_i \cdot \nabla)\vec{v}_i = -\frac{1}{m_i n} \nabla p_i - \frac{1}{m_i n} \nabla p_e. \quad (3.33)$$

Сила, действующая на ионы со стороны электрического поля, равна градиенту электронного давления. Давления определяются плотностью плазмы и температурами компонент: $p_e = nT_e$, $p_i = nT_i$, поэтому первое слагаемое в правой части (3.33) в T_e/T_i раз меньше второго. Градиентом ионного давления можно пренебречь

$$\frac{\partial \vec{v}_i}{\partial t} + (\vec{v}_i \cdot \nabla) \vec{v}_i = -\frac{T_e}{m_i n} \nabla n. \quad (3.34)$$

Из формулы (3.34) видно, что характерная скорость распространения волны равна скорости ионного звука $c_s = \sqrt{T_e/m_i}$ [119]. Эта скорость совпадает с боровской скоростью (3.2). Уравнения (3.30) и (3.34) описывают распространение изотермической ионнозвуковой волны в плазменной фазе слоя.

Концентрация плазмы в начале анодной стадии много меньше концентрации в плазмы в конце анодной стадии. Поэтому начальное условие для плотности плазмы в момент $t = \pi/\omega$ выберем в виде

$$n|_{t=\pi/\omega} = 0. \quad (3.35)$$

Электрические поля, а значит и скорость ионов, в плазменной фазе много меньше поля и скорости ионов в конце катодной стадии. Поэтому начальное условие для скорости ионов в момент $t = \pi/\omega$ выберем в виде

$$v_i|_{t=\pi/\omega} \rightarrow \infty. \quad (3.36)$$

Концентрация и скорость ионов на границе слоя при $x = L_{sh}$ определяются потоком ионов из плазмы предслоя и критерием Бома (3.2)

$$n|_{x=L_{sh}} = \frac{\Gamma_i}{v_B}, \quad (3.37)$$

$$v_i|_{x=L_{sh}} = v_B. \quad (3.38)$$

Решение рассматриваемой системы уравнений для модуля скорости ионов и плотности плазмы

$$\begin{cases} \frac{\partial n}{\partial t} - \frac{\partial(nv_i)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial v_i}{\partial t} - v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} = \frac{T_e}{m_i n} \frac{\partial n}{\partial x} \end{cases} \quad (3.39)$$

с начальными (3.35), (3.36) и граничными (3.37), (3.38) условиями в области $0 < x < L_{sh}$ получено в приложении F

$$\begin{cases} n(x, t) = \frac{\Gamma_i}{v_B} \exp\left(\frac{x - L_{sh}}{v_B \cdot (t - \pi / \omega)}\right) \\ v_i(x, t) = v_B \cdot \left(1 + \frac{L_{sh} - x}{v_B \cdot (t - \pi / \omega)}\right) \end{cases} \quad (3.40)$$

Модуль показателя экспоненты в выражении (3.40) имеет порядок

$$\frac{L_{sh} - x}{v_B \cdot (t - \pi / \omega)} \sim \frac{L_{sh} \omega}{v_B} \sim \frac{1}{v_B} \frac{dX}{dt},$$

который, согласно условию существования динамического режима слоя (3.21), много больше единицы. Из формул (3.40) видно, что во время анодной стадии динамического режима плотность плазмы в слое восстанавливается за счет ионнозвукового разлета плазмы. Однако средняя концентрация плазмы в слое все равно будет много меньше $n|_{x=L_{sh}}$ (см. Рис. 3.6).

Скорость ионов в плазменной фазе, в отличие от квазистационарного режима, всегда выше боровской скорости (см. (3.40) и Рис. 3.7), но их концентрация экспоненциально мала. Поэтому в течение анодной стадии ионный ток на электрод практически отсутствует.

Из-за того что в плазме предслоя течение дозвуковое, на границе слоя при $x = L_{sh}$ звуковое ($v_i|_{x=L_{sh}} = v_B = c_s$), а в слое при $x < L_{sh}$ - всегда сверхзвуковое, то ионнозвуковая волна не может распространяться выше по течению вглубь предслоя. Поэтому плазма в предслое не возмущена процессами в слое. А значит, критерий Бома справедлив и для динамического режима.

Выражения (3.40), описывающие распространение ионнозвуковой волны, показывают хорошее соответствие с результатами PIC моделирования (подробнее см. приложение E).

§3.5. Диапазоны высокочастотного, динамического и квазистационарного режимов

Каждому режиму емкостного разряда соответствует определенное сочетание амплитуды приложенного напряжения, частоты и плотности потока ионов из плазмы. Если первые две физические величины определяются только электрической цепью, то плотность потока ионов определяется плазмой в центральной области разряда. Зная величины $\{\Gamma_e, U_{sh}, \omega\}$, можно определить частотный режим слоя.

Рассмотрим критерий (3.11) в терминах $\{\Gamma_e, U_{sh}, \omega\}$. При выводе формулы (3.11) отмечалось, что время пролета иона через высокочастотный слой порядка обратной ионной плазменной частоты

$$\tau_i \approx \omega_{pi}^{-1} = \frac{m_i^{1/2}}{e(4\pi n)^{1/2}}. \quad (3.41)$$

В выражении (3.41) плотность n соответствует характерной плотности в слое. Так как плотность потока ионов в высокочастотном режиме постоянна, то

$$\Gamma_i = \frac{n L_{sh}}{\tau_i} = \frac{n e^{1/2} U_{sh}^{1/2}}{m_i^{1/2}}. \quad (3.42)$$

Если выразить характерную плотность n из формулы (3.42) и подставить ее в выражение (3.41), то мы получим оценку для времени движения иона в слое

$$\tau_i \approx \frac{m_i^{1/4} U_{sh}^{1/4}}{(4\pi \Gamma_i)^{1/2} e^{3/4}}. \quad (3.43)$$

Из соотношений (3.9) следует, что время движения электрона через слой пространственного заряда в $m_i^{1/2}/m_e^{1/2}$ раз меньше чем τ_i

$$\tau_e \approx \frac{m_e^{1/2} U_{sh}^{1/4}}{m_i^{1/4} (4\pi \Gamma_i)^{1/2} e^{3/4}}. \quad (3.44)$$

Таким образом, критерий применимости высокочастотной модели слоя (3.11) в терминах $\{\Gamma_e, U_{sh}, \omega\}$ принимает вид

$$\frac{\omega m_e^{1/2} U_{sh}^{1/4}}{m_i^{1/4} (4\pi \Gamma_i)^{1/2} e^{3/4}} \ll 1 \ll \frac{m_i^{1/4} U_{sh}^{1/4}}{(4\pi \Gamma_i)^{1/2} e^{3/4}}. \quad (3.45)$$

Условие применимости квазистационарной модели (3.16) были получены в пункте 3.3.1. Из (3.18) и (3.19) следует, что квазистационарная модель верна при условии

$$1 \ll \frac{(4\pi T_e \Gamma_e)^{2/3} e^{1/3}}{U_{sh} m_i^{1/3} (\omega / \pi)^{4/3}}. \quad (3.46)$$

Характерное напряжение, падающее на слое пространственного заряда, равно амплитуде приложенного напряжения. Поэтому если рассмотреть безразмерную частоту Ω и безразмерное напряжение Φ , то через эти величины

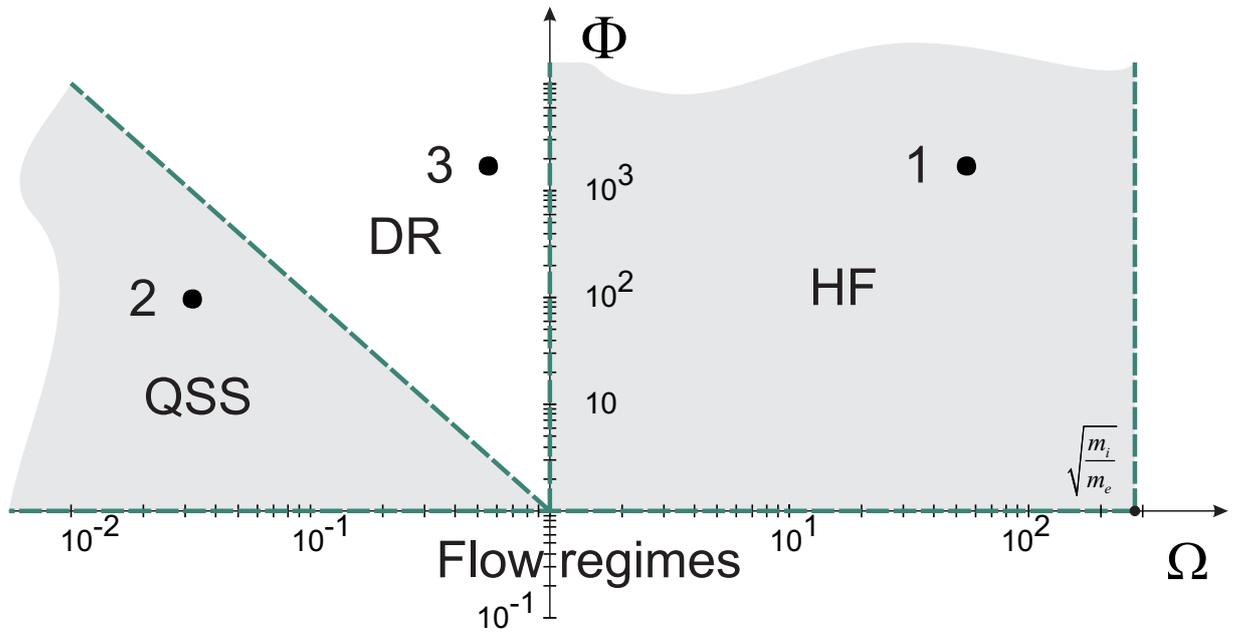


Рис. 3.10 Режимы слоя в зависимости о безразмерных частоты и напряжения (3.47), (3.48). Границы областей соответствующих различным режимам показаны штрихами. QSS – квазистационарный режим, DR – динамический режим, HF – высокочастотный режим. Точки соответствуют приведенным в работе численным расчетам 1 – см. Рис. 3.2 и Рис. 3.3; 2 – см. Рис. 3.4 и Рис. 3.5; 3 – см. Рис. 3.6 и Рис. 3.7.

$$\Omega = \frac{\omega m_i^{1/4} U_{\max}^{1/4}}{(4\pi \Gamma_i)^{1/2} e^{3/4}}, \quad (3.47)$$

$$\Phi = \frac{eU_{\max}}{T_e} \quad (3.48)$$

критерий применимости высокочастотной модели (3.45) можно записать в компактном виде

$$\frac{m_i^{1/2}}{m_e^{1/2}} \Omega \ll 1 \ll \Omega. \quad (3.49)$$

Аналогично, критерий применимости квазистационарной модели (3.46) принимает вид

$$1 \gg \Omega \Phi^{1/2}. \quad (3.50)$$

Задание параметров Ω и Φ полностью определяет режимы слоя, которые удобно изображать на плоскости $\{\Omega, \Phi\}$. На Рис. 3.10 изображены области значений этих параметров, соответствующих высокочастотному, динамическому и квазистационарному режимам.

Ситуация $\Phi \ll 1$ соответствует пренебрежимо малому падению напряжения на разряде. Это напряжение много меньше T_e/e , а это в свою очередь означает, что падение потенциала на одном из слоев практически полностью компенсируется увеличением потенциала на другом слое. При этом падение напряжения на каждом из слоев будет порядка плавающего потенциала.

§3.6. Выводы к главе

Высокочастотным пределом барьерного разряда является емкостной разряд. Ничего принципиально нового в процесс горения разряда с плоскопараллельной геометрией разрядной ячейки диэлектрические барьеры не вносят.

Приэлектродные слои в таких разрядах могут находиться в трех различных частотных режимах: в квазистационарном, динамическом и высокочастотном. В квазистационарном режиме распределение потенциала и концентрации заряженных частиц подчиняются закону Чайлда-Ленгмюра. Ионы в слое пространственного заряда движутся много быстрее, а граница плазмы много медленнее боровской скорости. В высокочастотном режиме потенциал и концентрации заряженных частиц в слое распределены согласно модели Лиебермана-Годяка. Ионы в слое движутся много быстрее боровской скорости и много медленнее границы плазмы. Однако существует широкий частотный диапазон, в котором эти модели неприменимы. Такой новый режим назван динамическим. В этом режиме граница плазмы движется много быстрее боровской скорости и много медленнее ионов в слое пространственного заряда. Границы режимов в зависимости от частоты приложенного напряжения, его амплитуды и плотности потока ионов из плазмы показаны на Рис. 3.10.

В динамическом режиме эволюция слоя распадается на две стадии: катодную и анодную. Каждая из стадий длится в течение полупериода и симметрично повторяется в каждом из слоев со сдвигом по времени на π/ω .

Во время катодной стадии динамического режима распределения потенциала и концентрации заряженных частиц определяются соотношениями (3.26), (3.27). Анализ этих уравнений приводит к парадоксальным, с точки зрения квазистационарного и высокочастотного режимов, результатам. Ширина области пространственного заряда в динамическом режиме максимальна при минимальном падении напряжения на слое. Физически это означает, что в динамическом режиме при $t \approx \pi/\omega$ малое падение потенциала на слое обеспечивается не за счет уменьшения области пространственного заряда, а за счет резкого уменьшения концентрации ионов.

Во время анодной стадии динамического режима концентрация ионов в слое восстанавливается за счет распространения ионнозвуковой волны. Профиль концентрации плазмы в плазменной фазе слоя экспоненциально растущий. Скорость ионов в плазменной фазе, в отличие от квазистационарного режима, всегда выше боровской скорости, но их концентрация экспоненциально мала. Поэтому в течение анодной стадии ионный ток на электрод практически отсутствует.

Свойства частотных режимов подтверждены численным PIC моделированием.

Импульсный барьерный разряд

Основной признак развития импульсного разряда состоит в быстром приложении к разрядному промежутку высоких напряжений. Поля, возникающие в газе, существенно превышают статические пробивные значения E_{br} . Характерные времена, за которые меняется напряжение на разряде, могут достигать долей наносекунд, когда даже справедливость законов классической таунсендовской теории может быть поставлена под сомнение [122].

Основные ионизационные процессы в импульсных разрядах происходят за времена пробоя. Пробой заключается в резком увеличении плотности и проводимости плазмы от очень низких значений, а также в падении напряжения на промежутке и росте электрического тока. За времена пробоя электроны обычно не успевают покинуть разрядный промежуток, а ионы, чья подвижность на два порядка ниже подвижности электронов, могут рассматриваться как неподвижные.

Экспериментальные исследования импульсного пробоя показали, что временной интервал между приложением высокого напряжения и моментом пробоя является случайной величиной. В общем случае эта величина распределена показательно [123], то есть вероятность появления разряда в интервале времени dt по истечении времени t с момента приложения напряжения равна

$$WJ e^{-Wt} \cdot dt . \quad (4.1)$$

Здесь J - число первичных электронов, освобождаемых в единицу времени с поверхности катода, W - вероятность того, что первичный электрон инициирует разряд. Из распределения (4.1) следует, что среднее время статистического запаздывания развития пробоя равно

$$\frac{1}{WJ}. \quad (4.2)$$

Из выражения (4.2) следует, что статистическое запаздывание момента пробоя определяется появлением начальных электронов. Это приводит к необходимости, рассмотреть импульсный пробой как при высокой начальной предыонизационной плотности электронов, когда статистического запаздывания нет, так и при низкой начальной плотности электронов, когда пробой развивается из отдельных электронов.

Высокая и однородная начальная концентрация электронов приводит к образованию волны ионизации. Это является следствием одновременного многоэлектронного инициирования пробоя. Плазмы отдельных электронных лавин быстро перекрываются, образуя однородную среду, до момента начала искажения электрического поля [57, 59, 60]. В процессе ионизации электронные лавины разлетаются диффузионно, поэтому численный критерий, определяющий понятие высокой начальной концентрации $n_{(0)}$ состоит в неравенстве

$$n_{(0)} \gg (D_e t_0)^{-3/2}, \quad (4.3)$$

где t_0 - характерное время развития лавины от одного электрона до момента искажения лавиной внешнего электрического поля. Характерные плотности $n_{(0)}$, удовлетворяющие этому условию, равны 10^4 см^{-3} - 10^6 см^{-3} и не очень сильно зависят от параметров разряда.

В случае низкой начальной концентрации электронов

$$n_{(0)} \ll (D_e t_0)^{-3/2}, \quad (4.4)$$

образованные ими плазмы существенно возмущают электрическое поле до момента перекрытия лавин. Распределение полей в этом случае существенно неоднородно, что приводит к развитию стримеров.

Импульсный пробой барьерного разряда с высокой предыонизацией (4.3) рассмотрен в §4.1. В случае низкой начальной концентрации электронов (4.4) в разрядном промежутке развивается стримерная форма пробоя. Анализ развития стримеров в импульсных разрядах приведен в §4.2.

Ионизация газа в сильных полях, когда

$$E \gg Vp, \quad (4.5)$$

сопровождается убеганием электронов, и приближение (1) неверно даже для разрядов атмосферного давления ($pL \sim 10^3 \text{ Torr cm}$). Анализ процесса убегания электронов с учетом ионизации нейтрального газа для такого случая рассмотрен в главе 5.

§4.1. Импульсный разряд с высокой предыонизацией

В случае высокой и однородной предыонизации в разряде распространяются волны ионизации⁷. Это означает, что существует резкая граница, отделяющая область плотной плазмы от области в которой плазмы нет, и эта граница движется.

Волны ионизации могут распространяться как в направлении электрического поля (положительные), так и в противоположном направлении (отрицательные волны). Другими словами, фронт волны ионизации может распространяться как в направлении движения электронов, так и в противоположном направлении. Механизм распространения волны в направлении противоположном направлению движения электронов состоит в ионизации газа за фронтом волны, при этом плазма, возникающая перед фронтом, приводит к изменению положения фронта волны.

Волны ионизации делятся на медленные, скорость которых не превосходит скорости электронов, и на быстрые волны, скорости которых превышают максимальные дрейфовые скорости электронов. С конца XIX века было экспериментально установлено, что скорость быстрых волн ионизации достигает субсветовых значений. В случае быстрого приложения высокого напряжения к разрядному промежутку эта скорость достигала $2 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec}$ [124, 125, 126].

Можно выделить принципиально три вида волн ионизации. Медленная волна ионизации, изображенная на Рис. 4.1a, распространяется вглубь плазмы с дрейфовой скоростью электронов. Протекающий по плазме электрический ток приводит к ионизации газа. Так как электрическое поле в плотной плазме всегда ниже чем поле вне ее, то фронт волны опрокидывается и остается резким.

Положительная волна ионизации, изображенная на Рис. 4.1b, распространяется наружу из плотной плазмы. Для распространения такой волны необходима ионизация газа снизу по течению электронов.

⁷ В литературе встречаются также названия “высокоскоростная волна ионизации” [168], “волна электрического пробоя” [127] и “ионизирующая волна градиента потенциала” [124]

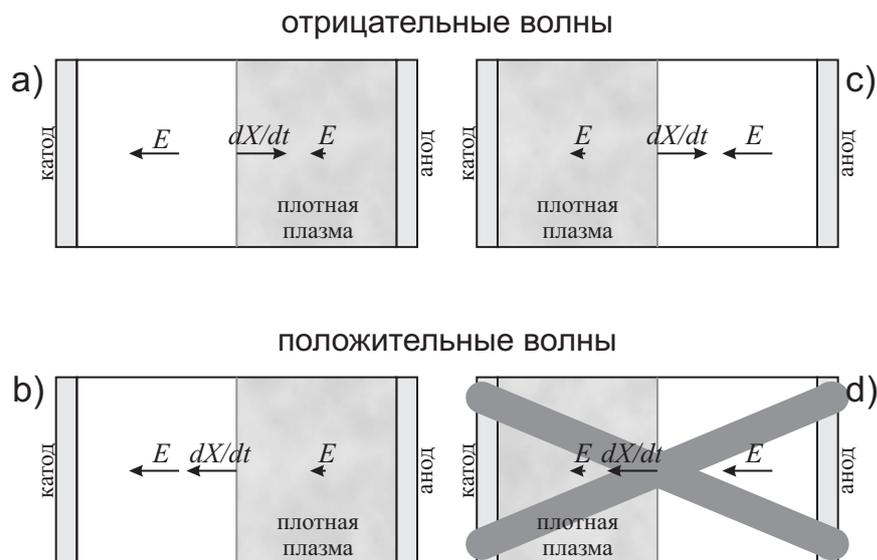


Рис. 4.1 Различные виды волн ионизации

Отрицательная волна ионизации, изображенная на Рис. 4.1с, распространяется наружу из плазмы. Скорость такой волны может быть как медленной, так и быстрой. Медленная скорость распространения обусловлена дрейфом электронов. Высокая скорость распространения обеспечивается ионизацией газа перед фронтом волны вверх по течению электронов, где электрические поля выше, чем в плотной плазме.

Положительной волны ионизации, изображенной на Рис. 4.1d и распространяющейся вглубь плазмы, быть не может. Если предположить дрейф электронов как доминирующий механизм распространения волны, то такая волна должна быть отрицательной. Если предположить ионизацию газа вверх по течению от фронта волны, то волна, вызванная таким механизмом, тоже должна быть отрицательной. Любой из механизмов распространения волны и оба механизма одновременно могут обеспечить только распространение отрицательной волны.

В различные стадии пробоя доминируют различные механизмы распространения волн. Пробой газа высокого давления в барьерном разряде и распространение волны ионизации описываются уравнениями непрерывности

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \text{div} \vec{\Gamma}_e = S, \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = S. \quad (4.7)$$

Изменение концентрации электронов n_e происходит из-за дивергенции плотности потока электронов $\vec{\Gamma}_e$ и объемной ионизации газа S . Движением ионов на масштабах времен импульсного пробоя можно пренебречь, а изменение ионной плотности n_i происходит только за счет ионизации.

Время пробоя превышает время между столкновениями электронов с атомами, приводящими к ионизации. Это означает, что на рассматриваемом временном масштабе можно пренебречь инерцией электронов. В этом случае плотность потока $\vec{\Gamma}_e$ определяется только подвижностью и диффузией⁸

$$\vec{\Gamma}_e = -D_e \nabla n_e - b_e n_e \vec{E}. \quad (4.8)$$

Объемная плотность ионизации газа при высоком давлении согласно (1) принимает вид

$$S = \alpha \cdot \Gamma_e = \nu \cdot n_e, \quad (4.9)$$

где вместо первого ионизационного коэффициента Таунсенда α введена частота ионизации ν . Такая замена будет удобна в дальнейшем. При условии (4.5) такой подход становится неверным, возникает убегание электронов, и объемная плотность ионизации S перестает зависеть только от электрического поля [4]. Этот случай рассмотрен в главе 5.

Электрическое поле, создаваемое электрическими зарядами, потенциально. Скалярный потенциал φ подчиняется уравнению Пуассона

$$\Delta \varphi = 4\pi (n_e - n_i), \quad (4.10)$$

$$\vec{E} = -\nabla \varphi. \quad (4.11)$$

Вихревое электрическое поле $\vec{E} = -c^{-1} \partial \vec{A} / \partial t$ можно оценить исходя из оценки для векторного потенциала \vec{A}

$$A \sim \frac{4\pi I}{c}, \quad (4.12)$$

где I - ток разряда. Характерные электрические поля в импульсных разрядах обычно не превышают величину порядка Vp , что составляет порядка $100 \cdot \text{kV/cm}$. Если характерное

⁸ Об учете диффузии при описании распространения волн ионизации ниже будут сделаны особые замечания.

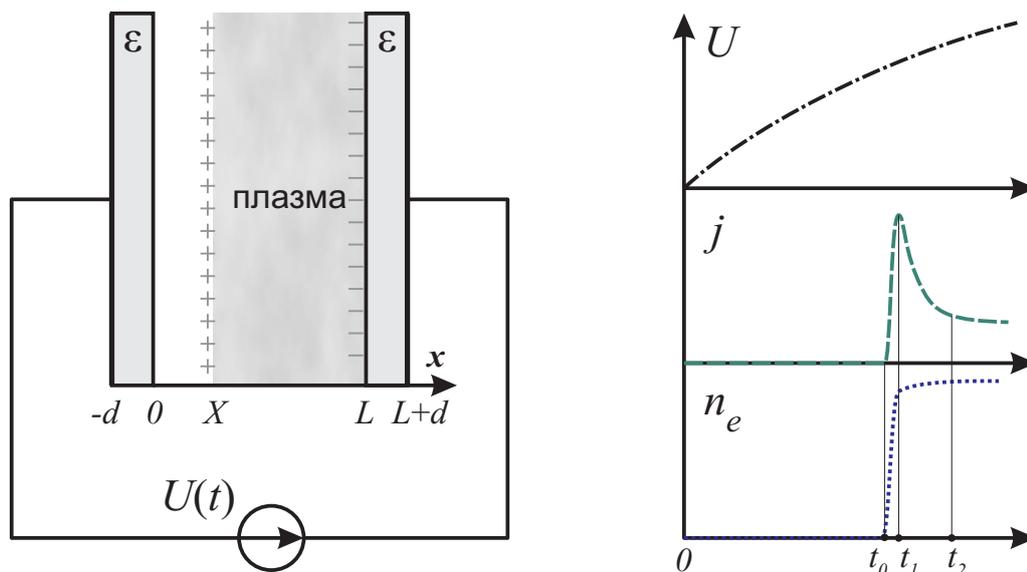


Рис. 4.2 Барьерный разряд при импульсном пробое

время роста плотности плазмы $t_1 - t_0$ будет порядка $0.1 \cdot \text{ns}$, то векторный потенциал A будет порядка скалярного потенциала ϕ при токах разряде I порядка 1 кА. Такие токи в барьерном разряде не достигаются, но встречаются в волнах ионизации со субсветовыми скоростями распространения (в разрядных трубках при давлениях на 1-2 порядка ниже атмосферного) [126].

Уравнения (4.6)-(4.11) составляют замкнутую систему уравнений для разряда. В рамках минимальной модели ограничимся плоскопараллельной геометрией разрядной ячейки и на основе одномерных уравнений (4.6)-(4.11) проведем анализ волн ионизации барьерного разряда. В данной главе для обозначения разных видов волн ионизации используются литеры (а), (b), (с) в соответствии с Рис. 4.1. Направление осей и геометрия разрядной ячейки показаны на Рис. 4.2.

4.1.1. Волна ионизации типа (а)

Рассматривая волны ионизации типа (а), можно полностью пренебречь наличием электронов вне плазмы. Физически электроны в этой области всегда существуют, но их концентрация по определению предполагается малой. Учет этой небольшой концентрации электронов приводит, как будет показано ниже, к возникновению волны ионизации типа (b). Из условия пренебрежения электронами вне плазмы следует граничное условие для волн ионизации типа (а):

$$n_e|_{x=0} = n_{(c)} = 0. \quad (4.13)$$

Наиболее простым начальным условием является пространственно однородная предыонизация, то есть однородная начальная концентрация электронов и ионов в зазоре

$$n_e|_{t=0} = n_{(0)}, \quad n_i|_{t=0} = n_{(0)}. \quad (4.14)$$

Величина $n_{(0)}$ имеет низкие значения (4.3) ($\sim 10^5 \text{ cm}^{-3}$), а свойства разряда, как будет показано ниже, зависят от нее только логарифмически. В работе [86] показано, что наличие малых одномерных возмущений начальной плотности предыонизации не влияет на развитие разряда. Физическая причина этого состоит в том, что при пробое область плазмы с высокой начальной концентрацией уменьшает в себе электрическое поле за счет высокой проводимости. Это приводит к относительному увеличению поля в областях с низкой начальной концентрацией плазмы. Даже небольшое относительное увеличение электрического поля приводит к заметному росту частоты ионизации, что быстро выполаживает профиль концентрации плазмы.

Физически процесс импульсного пробоя за счет распространения волны ионизации типа (а) состоит в дрейфе начальных (или, другими словами, затравочных) электронов на анод из-за приложенного электрического поля. В промежутке между дрейфующими начальными электронами и поверхностью катода электронов нет. В процессе дрейфа в большом электрическом поле возникает сильная ионизация и рост концентрации плазмы. Еще до того момента, когда последний начальный электрон уходит на поверхность анода, поле в зазоре перестает быть однородным. Искажение поля создается ионным зарядом, он возникает из-за ионизации газа и дрейфа электронов.

Таким образом, зазор можно разделить на область плазмы и область слоя, заполненного ионами. Плотность плазмы нарастает во времени экспоненциально быстро, а дрейф электронов зависит от поля по степенному закону, поэтому весь ионный заряд сконцентрирован на границе X перехода из слоя в плазму. Это означает, что ионный заряд оказывается поверхностным и сконцентрирован у границы плотной плазмы. Из закона сохранения электрического заряда следует, что электроны, пришедшие на диэлектрик, создают такой же поверхностный заряд, как и ионы в зазоре, только со знаком минус (см. Рис. 4.2).

Для демонстрации распространения волны ионизации типа (а) было построено численное решение одномерных уравнений (4.6)-(4.11). Несмотря на опрокидывание профиля электронной концентрации $n_e(x)$, диффузией в выражении (4.8) необходимо пренебречь. Это следует из того, что диффузия электронов вдоль электрического поля

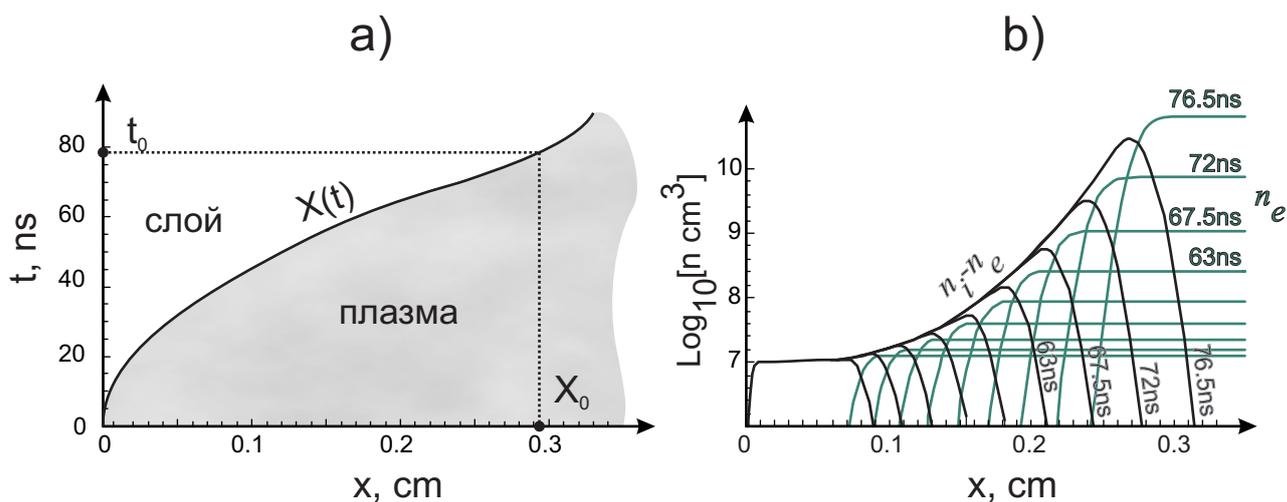


Рис. 4.3 Распространение волны ионизации типа (а) в барьерном разряде. а) движение границы плазма-слой. б) зависимость профилей плотности электрон и пространственного заряда от времени. Параметры моделирования соответствуют условиям работ [82, 84]: Xe , $400 \cdot \text{Torr}$, $L = 0.4 \cdot \text{cm}$, $d = 0.02 \cdot \text{cm}$, $\varepsilon = 3.7$,

$$n_{(0)} = 10^7 \text{ cm}^{-3}, \quad dU/dt \approx 8.4 \cdot 10^{10} \text{ V/sec}.$$

уменьшает их кинетическую энергию, и они не могут участвовать в ионизации газа. Однако приближение локальной ионизации (4.9) не учитывает такой кинетический эффект.

При построении численного решения использовались начальные условия и зависимость напряжения от времени $U(t)$, аналогичные работам [84, 82]. Минимальная модель (4.6)-(4.11) без учета диффузии дает хорошее соответствие параметров плазмы и скоростей распространения волн ионизации с гибридной кинетико-гидродинамической моделью [84, 82].

Движение границы $X(t)$, разделяющей разрядный промежуток на области плазмы и слоя, показано на Рис. 4.3а. Зависимость от времени плотности электронов и пространственного заряда показаны на Рис. 4.3б. Видно, что в каждый момент времени пространственный заряд ионный, и сконцентрирован он в малой окрестности границы плазмы $X(t)$. Это подтверждает то, что пространственный ионный заряд можно рассматривать как поверхностный. В этом состоит основное отличие слоя волны ионизации от слоя емкостного разряда или катодного слоя разряда постоянного тока, где ионный заряд занимает всю область слоя.

Так как заряд сконцентрирован на границе плазмы, то электрическое поле в зазоре слева и справа от этой границы должно быть однородным. Используем обозначение E_{pl} для

поля в плазме и обозначение E_{sh} для поля в слое. Электрическое поле в зазоре можно аппроксимировать выражением

$$E(x,t) = \begin{cases} E_{pl}(t), & x > X(t) \\ E_{sh}(t), & x < X(t) \end{cases}. \quad (4.15)$$

Однородная начальная концентрация электронов $n_{(0)}$ и однородность электрического поля в плазме E_{pl} приводят тому, что и концентрация плазмы при $x > X(t)$ остается всегда однородной и не зависит от координаты x : $n = n_e = n_i$.

Видно, что в приближении резкой границы в волне ионизации типа (а) неизвестные E_{pl} , E_{sh} , n , X зависят только от времени. Это позволяет заменить систему уравнений в частных производных, описывающую распространение волны ионизации, системой обыкновенных уравнений

$$\frac{dn}{dt} = v(E_{pl}) \cdot n, \quad (4.16)$$

$$eb_e E_{pl} n + \frac{1}{4\pi} \frac{d}{dt} (E_{pl} - E_{sh}) = 0, \quad (4.17)$$

$$\frac{dX}{dt} = b_e E_{pl}. \quad (4.18)$$

$$E_{pl} (L - X) + E_{sh} \left(\frac{2d}{\varepsilon} + X \right) = U(t). \quad (4.19)$$

В плазме концентрации электронов и ионов равны, поэтому уравнение (4.7) принимает вид (4.16). В одномерном приближении из уравнений (4.6), (4.7), (4.10) следует закон сохранения (4.17), согласно которому сумма электрического тока и тока смещения не зависит от координаты [127]. Так как фронт электронного профиля опрокидывается, то скорость его распространения dX/dt определяется полем в плазме (4.18). Очевидно, что это поле E_{pl} всегда меньше чем поле в слое E_{sh} . Уравнение (4.19) является граничным условием и связывает напряжение U , падающее на разряде, с полями в плазме E_{pl} , слое E_{sh} и диэлектрических барьерах E_{sh}/ε .

Анализ решения нелинейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений (4.16)-(4.19) проведен в приложении G. Пробой в барьерном разряде чаще всего происходит

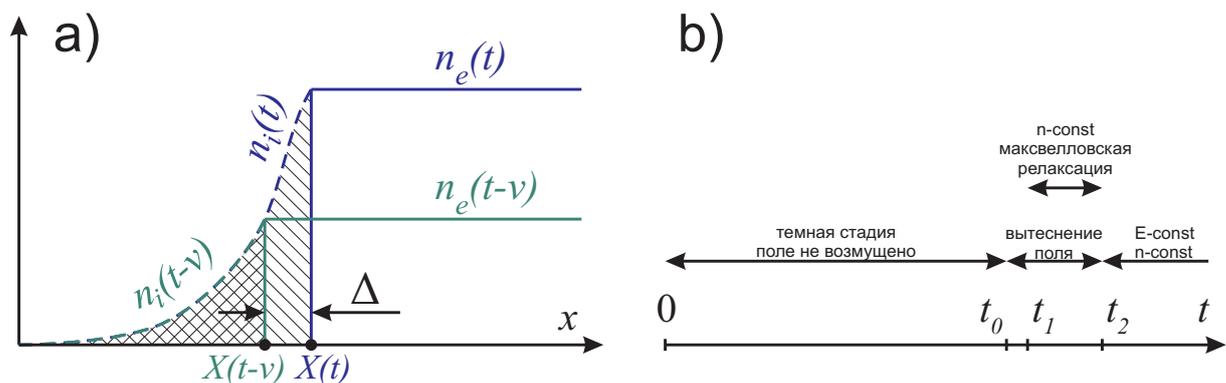


Рис. 4.4 Волна ионизации типа (а). а – схематический вид положительного поверхностного заряда (штриховка) и плотностей электронов (непрерывные кривые) и ионов (штрихи) в момент времени $t_0 \leq t \leq t_1$. б – последовательность во времени процессов при распространении ионизационной волны.

во время роста приложенного напряжения, при этом зависимость $U(t)$ можно аппроксимировать формулой

$$U(t) = U' \cdot t. \quad (4.20)$$

До того момента, пока заряды в разрядном промежутке еще не возмутили электрическое поле, длится темная стадия пробоя. При этом поле в промежутке возрастает пропорционально приложенному напряжению. Момент окончания темной стадии t_0 определяется аналогично критерию Леба-Мика-Ретера [123] для момента искажения поля зарядом одиночной лавины: нарастающие заряды в невозмущенном поле в момент времени t_0 должны создать электрическое поле, равное самому невозмущенному полю.

При $t > t_0$, несмотря на увеличение приложенного напряжения, электрическое поле из плазмы вытесняется. Происходит это за счет роста поверхностного положительного заряда на границе плазмы X и такого же отрицательного заряда на диэлектрическом барьере. Величина поверхностного заряда σ равна (см. Рис. 4.4а)

$$\sigma \approx en\Delta. \quad (4.21)$$

Она может меняться либо за счет роста плотности плазмы n , либо за счет изменения толщины Δ .

Из Рис. 4.4а видно, что если плотность плазмы быстро возрастает со временем, то есть работает первый механизм вытеснения поля, то толщина Δ порядка расстояния, на которое дрейфуют электроны за время ν^{-1}

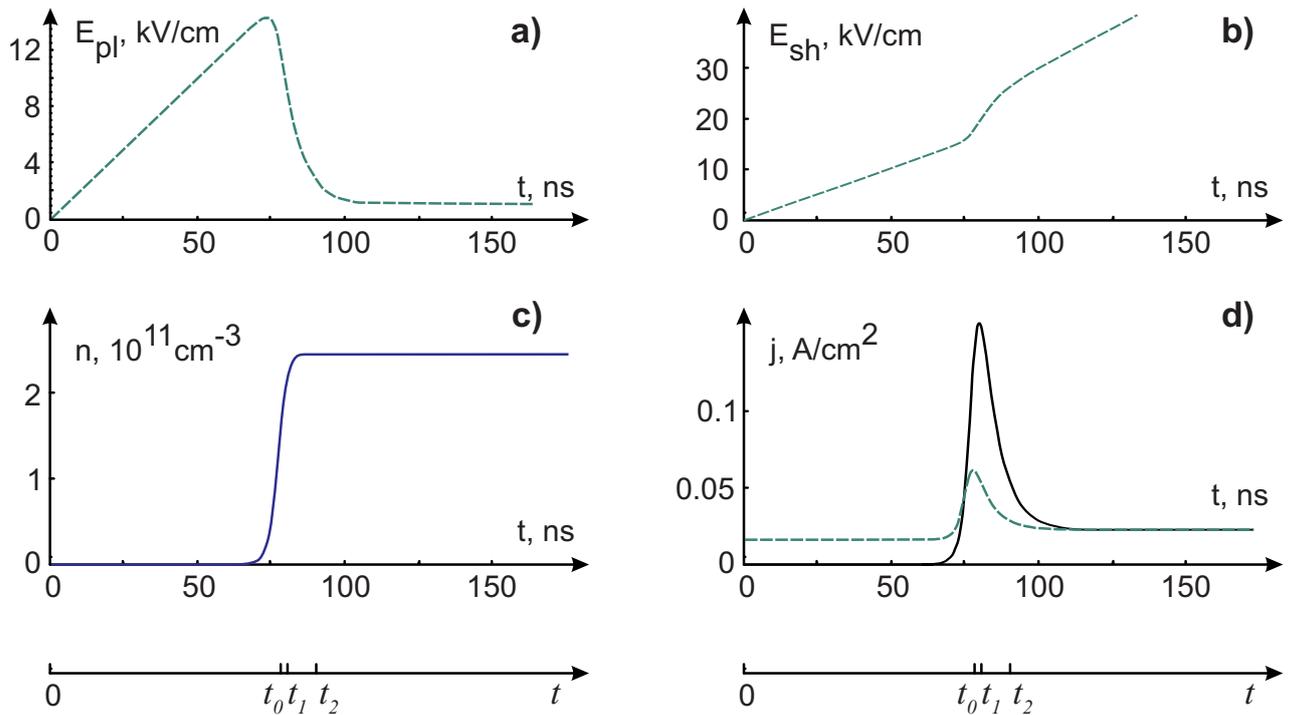


Рис. 4.5 Зависимость от времени физических величин в волне ионизации типа (а). а – электрическое поле в плазме, б – электрическое поле в слое, с – плотность плазмы, д – плотность тока проводимости в плазме (непрерывная кривая), ток разряда – сумма тока проводимости и тока смещения (штрихи)

$$\Delta \approx \frac{b_e E_{pl}}{\nu(E_{pl})}. \quad (4.22)$$

В приложении G показано, что такой механизм вытеснения электрического поля из плазмы продолжается при $t_0 \leq t \leq t_1$, причем согласно оценке (G.44)

$$\frac{t_1 - t_0}{t_0} \approx \frac{U' \cdot t_0}{Bp} \cdot \ln \frac{Bp}{U' \cdot t_0} \cdot \ln^{-1} \frac{n|_{t=t_0}}{n_{(0)}} \ll 1. \quad (4.23)$$

Если плотность плазмы перестает меняться, то оценка (4.22) становится неверной, механизм вытеснения поля меняется. При постоянной плотности происходит максвелловская релаксация плазмы. Согласно (G.46) максвелловское время равно

$$\tau_M \approx t_2 - t_1 \approx t_0 \cdot \ln^{-1} \frac{n|_{t=t_0}}{n_{(0)}} \quad \text{или} \quad (4.24)$$

$$\frac{t_2 - t_1}{t_0} \approx \ln^{-1} \frac{n|_{t=t_0}}{n_{(0)}}. \quad (4.25)$$

Однако поле в плазме стремится не к нулевому пределу, а к тому полю, которое будет создавать электрический ток по плазме, равный току смещения в слое. Из выражения (G.49)

Табл. 4-1 Сравнение параметров пробоя разрядов по данным [83], [82] со скейлинг оценками.

Величина	Наблюдаемое значение	Скейлинг-оценка
t_0, ns [83]	$2.0 \div 2.4$	2.1
t_0, ns [82]	74	114
X_0, cm [83]	0.1	0.1
X_0, cm [82]	$0.15 \div 0.2$	0.3
$n _{t \rightarrow \infty}, \text{cm}^{-3}$ [83]	$(7 \div 10) \cdot 10^{11}$	$7.6 \cdot 10^{11}$
$n _{t \rightarrow \infty}, \text{cm}^{-3}$ [82]	$10^{11} \div 10^{12}$	10^{11}

следует, что такое электрическое поле в $\ln \frac{n|_{t=t_0}}{n_{(0)}}$ раз меньше максимального поля в плазме, достигаемого в момент $t = t_0$.

Схематически времена t_0, t_1, t_2 с описанием процессов, происходящих в разряде, показаны на Рис. 4.4. Из оценок (4.23) и (4.25) следует, что $t_1 - t_0 \approx 2\text{ns}$ и $t_2 - t_1 \approx 10\text{ns}$. Эти времена отмечены на Рис. 4.5. Там же показаны зависимости от времени полей, плотности тока и плотности плазмы при пробое. Видно, что характерное время увеличения плотности плазмы $\sim t_0 - t_1$ меньше характерного времени вытеснения поля из плазмы $\sim t_0 - t_2$.

Параметры подобия. Сравнение с экспериментами

В приложении Г показано, что параметрами подобия для описываемого импульсного пробоя являются величины

$$\psi_{AB} = \frac{ApU'}{(4\pi en_{(0)})^2} \frac{L + \frac{2d}{\varepsilon}}{b_e \left(X_0 + \frac{2d}{\varepsilon}\right)^2}, \quad (4.26)$$

$$\chi_{AB} = \frac{4\pi e b_e n_{(0)} Vp \cdot \left(X_0 + \frac{2d}{\varepsilon}\right)}{U'}. \quad (4.27)$$

В работе [83] исследовался импульсный разряд с наносекундными временами приложения напряжения и высокими электрическими полями. В экспериментальной установке электроды покрывались слоем каптона толщиной $d = 50\mu\text{m}$ и диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 3$. Зазор составлял $L = 3\text{mm}$ и был заполнен воздухом при давлении $p = 10\text{Торр}$, начальная плотность плазмы составляла $n_{(0)} = 3 \cdot 10^{11}\text{cm}^{-3}$, а скорость увеличения напряжения на разряде была равна $U' = 3.7 \cdot 10^{12}\text{V/s}$. Параметры подобия (4.26), (4.27),

соответствующие таким условиям, равны $\psi_{AB} = 56$, $\chi_{AB} = 0.59$. В приложении G на Рис.G.2 показаны скейлинги, согласно которым $t_0 = 2.1 \text{ ns}$, $E|_{t \rightarrow \infty} = 513 \text{ V/cm}$.

Время t_0 позволяет согласно (4.18) определить размер слоя в момент искажения поля

$$X_0 = X(t_0) = \frac{b_e U' t_0}{L + \frac{2d}{\varepsilon}}. \quad (4.28)$$

Информация о постоянном поле, которое остается в плазме $E|_{t \rightarrow \infty}$ и создает электрический ток, который замыкает ток смещения в слое (4.17), позволяет определить плотность плазмы после пробоя

$$n|_{t \rightarrow \infty} = \frac{1}{4\pi e b_e E_{pl}|_{t \rightarrow \infty}} \frac{dE_{sh}}{dt} = \frac{U' \cdot (X_0 + \frac{2d}{\varepsilon})^{-1}}{4\pi e b_e E_{pl}|_{t \rightarrow \infty}}. \quad (4.29)$$

Сравнение экспериментальных данных работы [83] о максимальном размере слоя и плотности плазмы с аналогичными величинами, полученными из формул (4.28) и (4.29) по скейленг-оценкам, приведено в Табл. 4-1. Экспериментальные значения t_0 и плотность плазмы хорошо согласуются с приведенными в приложении скейлингами и формулой (4.29). Толщина слоя X_0 , полученная в эксперименте, согласуется с формулой (4.28). Однако после пробоя при $t > t_0$ размер слоя уменьшался, это может быть связано либо с уменьшением напряжения на разряде, либо с развитием волны ионизации типа (b) или (c).

Также проведено сравнение скейлинг-оценок с данными моделирования импульсного барьерного разряда в ксеноне [82]. Модель предполагала давление газа $p = 400 \cdot \text{Torr}$, $L = 0.3 \cdot \text{cm}$, $d = 0.2 \cdot \text{cm}$, $\varepsilon = 3.7$, начальную концентрацию плазмы $n_{(0)} = 10^7 \text{ cm}^{-3}$ и скорость увеличения напряжения $U' = 8.6 \cdot 10^{10} \text{ V/sec}$. Параметры подобия (4.26), (4.27), соответствующие таким условиям, равны $\psi_{AB} = 1.4 \cdot 10^{-10}$, $\chi_{AB} = 5.7 \cdot 10^{-3}$. В приложении G на Рис.G.2 показаны скейлинги, согласно которым $t_0 = 114 \text{ ns}$, $E|_{t \rightarrow \infty} = 2.4 \text{ kV/cm}$.

Сравнение данных работы [82] о максимальном размере слоя и плотности плазмы с аналогичными величинами, полученными из формул (4.28) и (4.29) по скейленг-оценкам, приведено в Табл. 4-1.

В рамках минимальной модели скейлинг-оценки удовлетворительно описывают развитие волны ионизации типа (a).

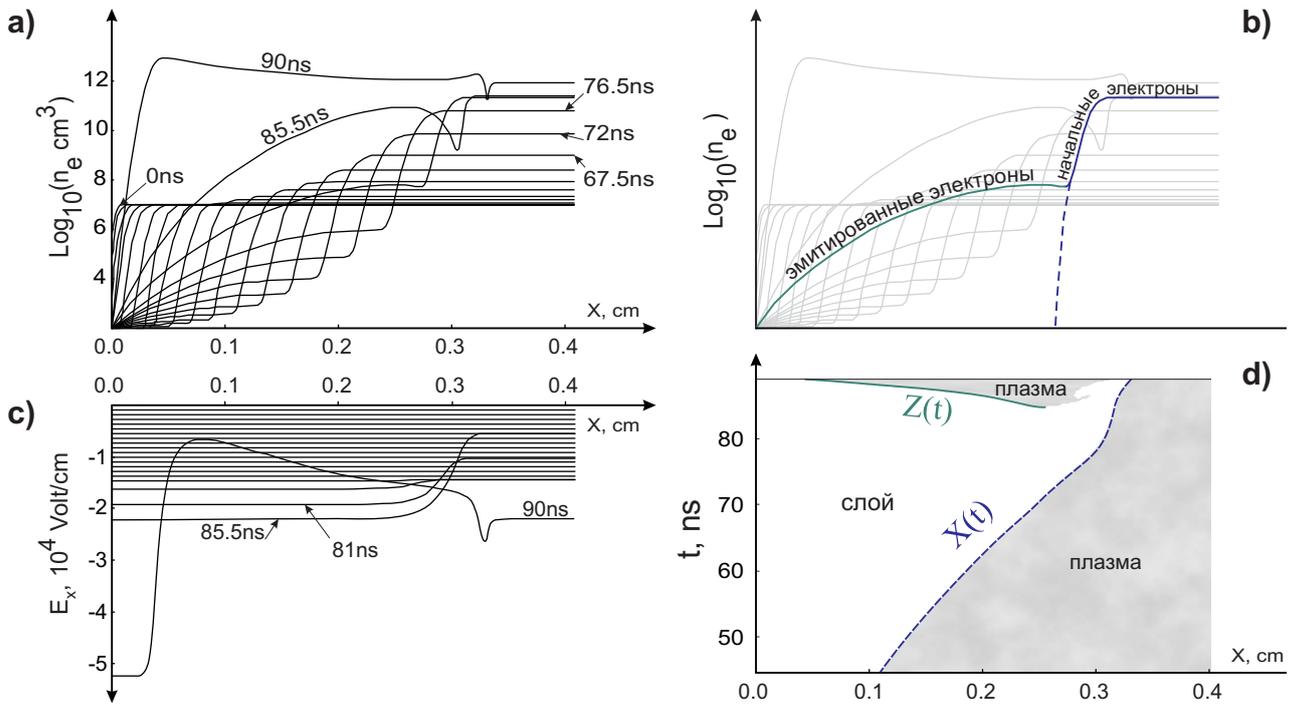


Рис. 4.6 Переход волны ионизации типа (а) в волну ионизации типа (b). а, b -профиль концентрации электронов. с - проекция электрического поля на ось x . d – области $\{x, t\}$, занятые плазмой. До момента $t = 85.5 \text{ ns}$ распространяется волна типа (а), после – волна типа (b). Параметры моделирования приведены в подписи к Рис. 4.3, дополнительно $n_{(c)} = 10^2 \text{ cm}^{-3}$.

4.1.2. Волна ионизации типа (b)

В импульсном барьерном разряде начальная концентрация плазмы $n_{(0)}$, как правило, выше концентрации электронов в окрестности катода

$$n_e|_{x=0} = n_{(c)}. \quad (4.30)$$

В том случае, когда основным источником электронов является вторичная ион-электронная эмиссия, отношение этих концентраций можно оценить из отношения плотностей потоков ионов на катод и электронов с катода

$$\frac{n_{(c)}}{n_{(0)}} = \gamma \frac{\Gamma_e|_{x=0}}{b_e E|_{x=0}} \frac{b_i E|_{x=0}}{\Gamma_i|_{x=0}} = \gamma \frac{b_i}{b_e} \sim (10^{-3} \div 10^{-4}). \quad (4.31)$$

Это позволяет пренебрегать плотностью $n_{(c)}$ по сравнению с $n_{(0)}$ и считать, что импульсный барьерный разряд с предыонизацией всегда начинается с распространения волны ионизации типа (а).

Как показано в пункте 4.1.1, электрическое поле приводит к ионизации газа начальными электронами, и при достаточно длинном L до того момента когда последний начальный электрон покинет зазор, возникает плотная плазма. Электрическое поле из этой плазмы вытесняется в слой, где концентрация электронов хоть и мала, но из-за увеличения электрического поля, приводит к активной ионизации. Ионизация электронами при $x < X$ в сильном электрическом поле приводит к распространению положительной волны ионизации типа (b).

Указанный механизм порождения волны ионизации типа (b) волной типа (a) продемонстрирован на Рис. 4.6, аналогичные результаты можно найти в работах [82, 84, 129]. Начальные электроны дрейфуют в направлении оси x , одновременно в растущем внешнем поле идет их экспоненциальное размножение. Электрическое поле вытесняется из плазмы в слой. При $t = 85.5 \text{ ns}$ поле в плазме в 4 раза меньше чем в слое. Такое сильное электрическое поле в слое приводит к ионизации газа электронами в области $x < X$. Граница возникающей плазмы движется в направлении катода.

Оценка скорости распространения волны ионизации типа (b)

При гидродинамическом описании распространения волны ионизации типа (b) диффузией в выражении (4.8) необходимо пренебречь. Физической причиной этого, также как и в случае волны ионизации типа (a), является кинетический эффект. Диффузия электронов вдоль электрического поля уменьшает их кинетическую энергию, и они не могут участвовать в ионизации газа. Однако приближение локальной ионизации (4.9) такой эффект не учитывает. Поэтому более адекватна физическая модель, в которой нет диффузии электронов в направлении электрического поля.

Одномерные уравнения непрерывности для электронов (4.6) и ионов (4.7) с учетом (4.8) и (4.9) принимают вид

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(b_e n_e E) = n_e \nu(E), \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = n_e \nu(E). \quad (4.33)$$

В электрическом поле слоя E_{sh} электроны, эмитированные катодом, размножаются экспоненциально быстро. Вследствие этого функция $n_e(x)$ при $x < Z$ является экспоненциально растущей. Из уравнения (4.33) следует, что и ионный профиль

концентрации $n_i(x)$ при $x < Z$ тоже быстро растущая функция. Плотность электрического заряда

$$e \cdot (n_i - n_e), \quad (4.34)$$

пропорциональна разнице двух быстро растущих функций. Так как эти функции сильно зависят от координат, то либо $n_i \gg n_e$, либо $n_e \ll n_i$ ($n_e \approx n_i$ только в плазме). Заряд, отделяющий границу плазмы Z от слоя, в волне ионизации типа (b), очевидно, должен быть положительным. Поэтому на границе Z перехода плазмы в слой существует поверхностный положительный ионный заряд.

Так же, как и в случае распространения волны ионизации типа (a), при распространении волны ионизации типа (b) на границе плазмы и слоя существует поверхностный заряд. Это позволяет считать электрическое поле в слое однородным. Внутри слоя уравнение (4.32) принимает вид

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + b_e E_{sh}(t) \frac{\partial n_e}{\partial x} = n_e \nu(E_{sh}), \quad (4.35)$$

и в заданном электрическом поле E_{sh} может быть решено методом характеристик [128]. В слое ($x < Z$) характеристиками уравнения (4.35) являются функции, удовлетворяющие уравнению

$$\frac{\partial \tilde{x}}{\partial t} = b_e E_{sh}, \quad \tilde{x}|_{t=\tilde{t}} = 0. \quad (4.36)$$

На плоскости $\{x, t\}$ характеристика соответствует следу траектории электрона. Через каждую точку $\{x, t\}$ проходит характеристика

$$x = \tilde{x}(t, \tilde{t}). \quad (4.37)$$

Удобно перейти от функции (4.37) к функции $\tilde{t}(x, t)$, которая равна моменту времени \tilde{t} , когда был эмитирован электрон, который оказался в момент t в точке x . Использование этой функции позволяет записать решение неоднородного уравнения (4.35) с граничным условием (4.30) в виде

$$n_e(x, t) = n_{(c)} \exp \left[\int_{\tilde{t}(x, t)}^t \nu(E_{sh}(t')) dt' \right]. \quad (4.38)$$

При распространении волны ионизации все большая часть зазора разрядной ячейки оказывается занятой плазмой. Из-за высокой проводимости плазмы электрическое поле в ней ниже, чем в слое. При этом растущее или постоянное напряжение на разрядной ячейке приводит к росту во времени поля в слое $E_{sh}(t)$. Частота ионизации экспоненциально зависит от этого поля, поэтому зависимость $\nu(E_{sh}(t))$ является быстро растущей во времени. Проанализируем поведение профиля электронной плотности (4.38) при $x \approx 0$ и при $x \approx Z$.

В окрестности катода (при $x \approx 0$) (4.36) можно записать в виде

$$x = \tilde{x}(t, \tilde{t}) = b_e E_{sh} \cdot (t - \tilde{t}), \text{ или} \quad (4.39)$$

$$\tilde{t} = t - \frac{x}{b_e E_{sh}}. \quad (4.40)$$

Подстановка (4.40) в (4.38) и учет того, что $t \approx \tilde{t}$, позволяют записать электронную плотность в окрестности катода

$$\begin{aligned} n_e(x, t) &= n_{(c)} \exp \left[\nu(E_{sh}(t)) \frac{x}{b_e E_{sh}(t)} \right] \\ &= n_{(c)} \exp \left[\alpha(E_{sh}(t)) x \right] \end{aligned} \quad (4.41)$$

Для границы плазмы (при $x \approx Z$) в формуле (4.38) можно воспользоваться методом перевала. Так как $\nu(E_{sh}(t))$ быстро растущая функция, и $\nu(E_{sh}(\tilde{t})) \ll \nu(E_{sh}(t))$, то это позволяет оценить электронную плотность в виде

$$n_e(x, t) \Big|_{x \approx Z} \approx n_{(c)} \exp \left[\nu^2 \cdot \left(\frac{d\nu}{dt} \right)^{-1} \right]. \quad (4.42)$$

Из формул (4.41) и (4.42) следует, что профиль электронной плотности экспоненциально зависит от координаты в окрестности $x \approx 0$ и более полого зависит от координаты при $x \approx Z$. Это видно также из графиков профиля логарифма электронной плотности на Рис. 4.6а.

Плотность плазмы при $x = Z$ равна электронной плотности n_e в этой точке. Логарифм отношения характерной плотности плазмы n в волне ионизации к плотности электронов у катода это слабо меняющаяся величина

$$\ln \frac{n}{n_{(c)}} \sim \text{const}. \quad (4.43)$$

Из выражений (4.42) и (4.43) следует, что

$$\ln \frac{n}{n_{(c)}} \approx v^2(t) \cdot \left(\frac{dv}{dt} \right)^{-1} \approx \text{const} \text{ или} \quad (4.44)$$

$$\ln^{-1} \frac{n}{n_{(c)}} \approx -\frac{dv^{-1}}{dt} \approx \text{const} . \quad (4.45)$$

Другими словами, при распространении волны ионизации типа (b) электрическое поле в слое должно меняться так, чтобы время между ионизациями v^{-1} линейно падало со временем.

В рассматриваемом диапазоне электрических полей частота столкновений экспоненциально зависит от электрического поля, а характерный масштаб этой зависимости – электрическое поле, равное Bp . Таким образом,

$$\frac{dv^{-1}}{dt} \approx -v^{-1} \frac{Bp}{E_{sh}^2} \frac{dE_{sh}}{dt} . \quad (4.46)$$

Волна ионизации типа (b) распространяется быстро, поэтому во время ее распространения можно считать напряжение на разряде постоянным. Кроме того, так как электрическое поле в слое много больше электрического поля в плазме, то будем считать постоянным напряжение на слое

$$U_{sh} \approx E_{sh} \cdot Z . \quad (4.47)$$

Используя выражение (4.47), находим, что формула (4.46) принимает вид

$$\frac{dv^{-1}}{dt} \approx v^{-1} \left(\frac{U_{sh}}{Z} \right) \cdot \frac{Bp}{U_{sh}} \frac{dZ}{dt} . \quad (4.48)$$

Из формул (4.48) и (4.45) следует оценка для скорости распространения волны ионизации типа (b)

$$\frac{dZ}{dt} \approx -\frac{v \Big|_{E=\frac{U_{sh}}{Z(t)}} \frac{U_{sh}}{Bp}}{\ln n/n_{(c)}} . \quad (4.49)$$

Видно, что, несмотря на движение электронов вдоль оси x , положительная волна ионизации движется в противоположном направлении. Оценка скорости распространения плоской волны ионизации (4.49) имеет вид, схожий с выражением для скорости распространения стримера (см. (4.53) ниже)

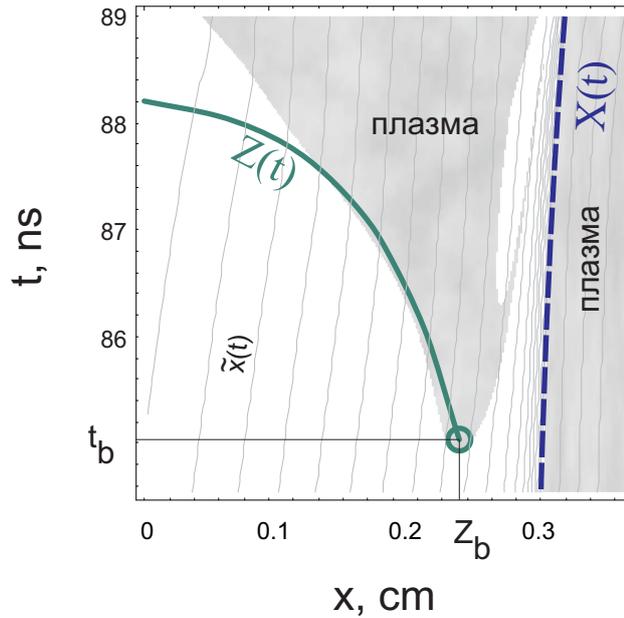


Рис. 4.7 Области на плоскости $\{x, t\}$, занятые плазмой. Непрерывная кривая $Z(t)$ - граница плазмы (4.51). Серые кривые $\tilde{x}(t)$ - характеристики (4.36), различающиеся величинами \tilde{t} . Параметры моделирования в подписи к Рис. 4.3, дополнительно $n_{(c)} = 10^2 \text{ cm}^{-3}$.

$$\frac{\nu \cdot r_s}{\ln n/n_{(c)}}. \quad (4.50)$$

Отличия формулы (4.49) от (4.50) состоят в том, что в формулу для скорости распространения стримера входит частота ионизации ν в максимальном электрическом поле в окрестности головки стримера, а в формулу (4.49) – частота ионизации ν в поле $E = E_{sh}$. Скорость распространения стримера пропорциональна радиусу его головки r_s , а в плоской волне ионизации типа (b) роль этого пространственного масштаба играет отношение U_{sh}/Bp .

Используя экспоненциальную аппроксимацию частоты ионизации и начальное условие $Z|_{t=t_b} = Z_b$, можно записать решение (4.49) в виде

$$Z = Z_b + \frac{U}{Bp} \cdot \ln \left(1 - \frac{ABp^2 b_e}{\ln n/n_{(c)}} \exp \left[-\frac{BpZ_b}{U} \right] (t - t_b) \right). \quad (4.51)$$

График функции (4.51) изображен на Рис. 4.7. Из рисунка видно, что на начальной стадии распространения волны ионизации, когда напряжение, падающее на плазме, пренебрежимо

мало, и $E_{sh} \ll Bp$, закон движения (4.51) хорошо описывает распространение волны ионизации типа (b).

§4.2. Стримерный механизм развития импульсного разряда

Если начальная концентрация электронов в газе мала, то отдельные дрейфующие электроны в сильном электрическом поле приводят к появлению отдельных электронных лавин. Эти лавины находятся друг от друга на большом расстоянии и искажают своим зарядом электрическое поле. Такой сценарий реализуется в случае выполнения условия (4.4).

Когда число электронов в лавине достигает характерной величины $\sim \exp(20)$, искажение поля становится заметным. Из определения первого ионизационного коэффициента α следует, что такое искажение возникает после прохождения лавиной расстояния

$$\frac{20}{\alpha}. \quad (4.52)$$

Плазма лавины за счет своей проводимости вытесняет из себя электрическое поле. Заряды, возникающие на концах лавины, усиливают электрическое поле снаружи лавины и ослабляют его внутри. Из-за усиления поля возникает активная ионизация, лавина вытягивается и превращается в стример. В усиленном электрическом поле перед

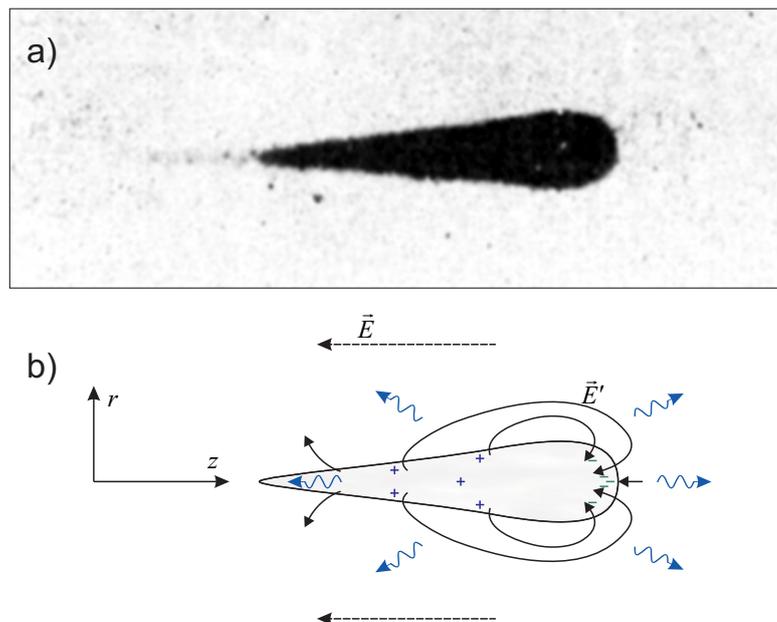


Рис. 4.8 Одиночная электронная лавина. а – лавина в камере Вильсона [92]. б – возмущение внешнего электрического поля \vec{E} полем заряда лавины \vec{E}' .

стримерными головками ионизация газа продолжается. Она происходит за счет небольшого количества свободных электронов $\sim 10^4 \div 10^5 \text{ cm}^{-3}$ [130] на расстоянии порядка радиуса головки от стримера и за счет усиленного электрического поля. Вновь возникающая плазма увеличивает длину стримера.

В качестве механизма появления свободных электронов на расстояниях порядка радиуса головки стримера r_s рассматриваются фотоионизация примесей или в случае чистых газов ассоциативная ионизация [92]. Также одним из возможных механизмов появления свободных электронов перед головкой стримера называют убегающие электроны и их тормозное излучение [131, 132, 133]. Но единого мнения об источнике свободных электронов в окрестности головки стримера пока нет.

Так как джоулев нагрев газа в отдельном стримере незначителен, то температура нейтрального газа примерно равна температуре электродов [130, 134]. При распространении стримера основным источником ионизации является ударная ионизация нейтрального газа.

Для исследования импульсного пробоя с низкой начальной концентрацией электронов, когда в разрядном промежутке возникают стримеры, был создан плазменный модуль численного кода *gergis*. Уравнения, решаемые в коде, составляли минимальную стримерную модель. В модель входили уравнения (4.6)-(4.11) без учета диффузии электронов. Отличительная особенность этого кода состояла в применении динамических адаптивных сеток. Примененные алгоритмы позволили резко уменьшить шаг пространственной сетки и решать уравнения в 3-D аксиально-симметричном и 3-D случаях.

4.2.1. Сравнение численной модели с теоретическими оценками

Стример, как волна ионизации, может быть быстрым и двигаться со скоростью превосходящей скорость дрейфа электронов. В работах [135, 136, 141, 142] показано, что скорость v_s распространения быстрого стримера равна

$$v_s \approx \frac{\nu \cdot r_s}{\ln n/n_0}, \quad (4.53)$$

где n - плотность плазмы в канале стримера, n_0 - плотность свободных электронов на расстоянии порядка радиуса головки r_s перед стримером. В качестве ν в формулу (4.53) входит частота ионизации в максимальном электрическом поле перед головкой стримера. В монографии [130] формула (4.53) уточнена, а впервые аналогичная (4.53) формула была получена Лебом [140].

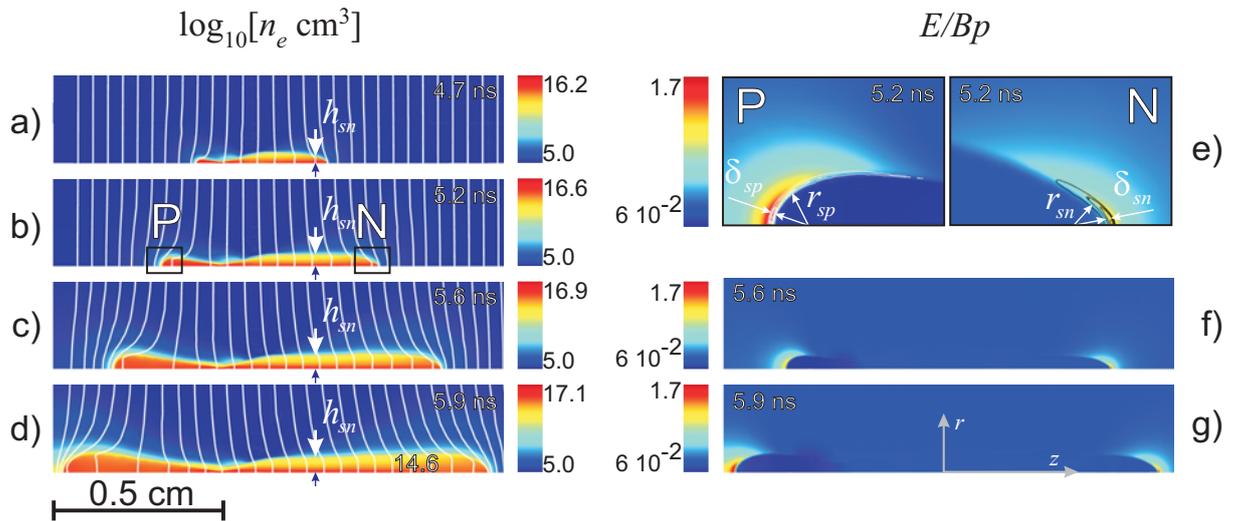


Рис. 4.9 Развитие положительного и отрицательного стримеров из одиночной лавины в электрическом поле $E = 0.25 Bp$. Катод справа, анод слева, газ – азот атмосферного давления. а-d концентрации электронов в логарифмическом масштабе, белые кривые - эквипотенциали. е-g электрическое поле, линии уровня положительной плотности электрического заряда (белые), линии уровня отрицательной плотности электрического заряда (черные).

Толщина области пространственного заряда δ_s в головке стримера много меньше радиуса самой головки. В работах [135, 136, 141, 142, 130, 134] показано, что

$$\delta_s \approx \frac{r_s}{\ln n/n_0}. \quad (4.54)$$

Это означает, что электрический заряд сконцентрирован в тонком слое на границе стримера.

Условие распространения стримера с примерно постоянным радиусом головки требует создавать в ее окрестности электрическое поле порядка Bp . В таком поле прекращается экспоненциальная зависимость частоты ионизации газа от электрического поля. Идея механизма обратной связи, поддерживающей в окрестности головки стримера поле порядка

$$Bp, \quad (4.55)$$

развита в работах [135, 136]. Позже условие (4.55) было уточнено в работе [143].

Для проверки оценок (4.53)-(4.55) и численного кода с минимальной стримерной моделью было проведено численное моделирование развития стримера. В рамках модели предполагалось, что свободный электрон в азоте атмосферного давления создает к моменту

$t = 0$ электронную лавину. Развитие положительного и отрицательного стримеров, образованных этой лавиной, показано на Рис. 4.9.

Из данных Рис. 4.9 следует, что скорости распространения положительного v_{sp} и отрицательного v_{sn} стримеров в момент $t = 5.9$ ns примерно равны. Они составляют $v_{sp} = v_{sn} = 5 \cdot 10^8$ cm/sec, что примерно в полтора раза меньше оценки (4.53) и в три раза больше дрейфовой скорости электронов в максимальных полях возле головок.

На Рис. 4.9e показаны радиусы головок положительного r_{sp} и отрицательного r_{sn} стримеров, а также характерные толщины δ_{sp} , δ_{sn} областей пространственного заряда. Отношения $r_{sp}/\delta_{sp} = 12$ и $r_{sn}/\delta_{sn} = 6$ являются большой величиной, но она в 2-3 раза ниже той величины, которая следует из оценки (4.54). Из данных Рис. 4.9e-Рис. 4.9g также следует, что максимальное поле возле головок растущего стримера порядка поля насыщения экспоненциального роста частоты ионизации (4.55).

Толщина отрицательного стримера h_{sn} , отмеченная на Рис. 4.9a-Рис. 4.9d вертикальными стрелками, растет с удлинением стримера по логарифмическому закону

$$h_{sn} \approx r_{sn} \ln \left(\frac{z_0}{r_{sn}} \right), \quad (4.56)$$

где z_0 - расстояние от рассматриваемой точки до головки стримера. Закон (4.56) был получен в работе [135], однако утолщение стримерного канала происходит только в случае, когда этот канал заряжен. При симметричном развитии положительного и отрицательного стримеров в точке, откуда эти стримеры стартовали, электрического заряда нет, и увеличения радиуса канала не происходит. По этой причине в месте старта плотность тока, текущего по стримеру, максимальна. Электрическое поле, обеспечивающее такую плотность тока, приводит к ионизации газа внутри стримерного канала, но из-за отсутствия электрического заряда на поверхности стримера, его толщина не меняется. В рамках минимальной стримерной модели в этом месте концентрация плазмы достигает высоких значений, при которых минимальная модель уже неверна, так как не учитывает рекомбинационных процессов.

В рамках минимальной стримерной модели нельзя получить физически адекватную картину развития положительного и отрицательного стримеров в точке их старта.

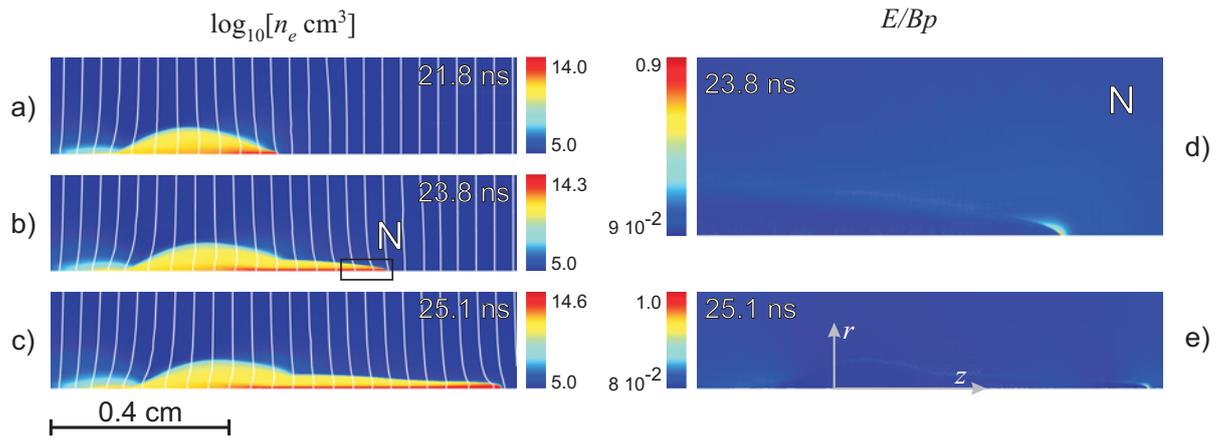


Рис. 4.10 Развитие отрицательного стримера из одиночной лавины в электрическом поле $E = 0.125 \text{ Vp}$. Катод справа, анод слева, газ – азот атмосферного давления. а-с концентрации электронов в логарифмическом масштабе, белые кривые - эквипотенциали. d-е электрическое поле.

4.2.2. Развитие стримеров в различных электрических полях

Один из основных выводов работ [135, 142] состоял в том, что в однородном электрическом поле E быстрый стример с постоянной скоростью распространения и радиусом головки существует только при условии $E = E_0$, где

$$E_0 \approx \frac{Vp}{\ln n/n_0}. \quad (4.57)$$

Электрическое поле (4.57) равно полю в канале стримера в случае, когда проводимостью канала можно пренебречь (модель Даусона и Вина [144]). Поле E_0 необходимо чтобы заряжать вновь возникающие участки стримера. Если внешнее поле E больше величины E_0 , то скорость стримера и его радиус головки растут со временем. Если поле E меньше величины E_0 , то стример медленно сужается, а его скорость уменьшается.

Качественно этот вывод подтверждается численным моделированием, но количественный критерий для электрического поля E_0 оказывается несколько больше величины (4.57).

Стример в однородном поле $E=0.125 \text{ Vp}$

Из результатов численного моделирования следует, что уже в однородном электрическом поле $E = 0.125 \cdot Vp$ стример медленно сужается (см. Рис. 4.10). Уменьшение радиуса головки приводит, согласно (4.53) к уменьшению его скорости. Скорость (4.53) может быть сколь угодно малой, но в том случае, когда она оказывается меньше скорости

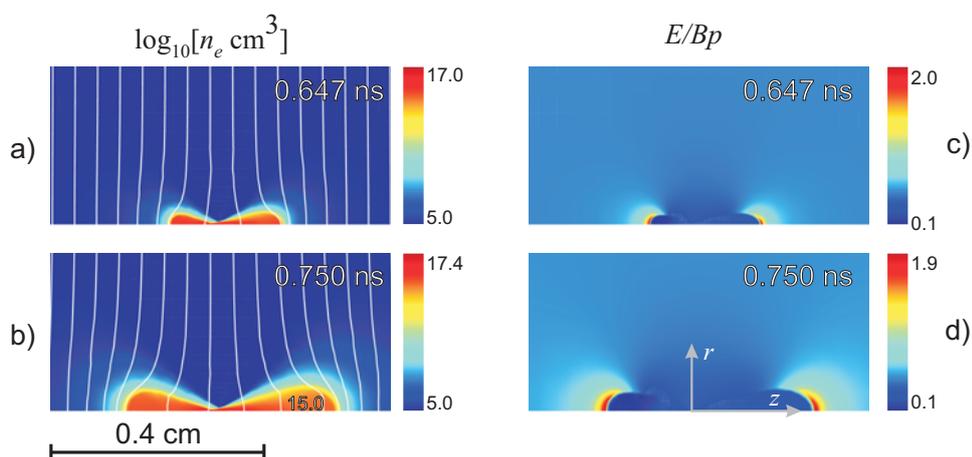


Рис. 4.11 Развитие положительного и отрицательного стримеров из одиночной лавины в электрическом поле $E = 0.5 \text{ Bp}$. Катод справа, анод слева, газ – азот атмосферного давления. а-в концентрации электронов в логарифмическом масштабе, белые кривые - эквипотенциали. с-d электрическое поле.

дрейфа электронов, стример становится медленным и распространяется со скоростью дрейфа.

В таких условиях положительный стример распространяться не может, так как он должен двигаться в направлении противоположном направлению дрейфа электронов.

Стример в однородном поле $E=0.25 \text{ Bp}$

Результаты численного моделирования стримеров в однородном электрическом поле $E = 0.25 \cdot \text{Bp}$ показаны на Рис. 4.9. Видно, что в отличие от случая $E = 0.125 \cdot \text{Bp}$ существует положительный стример, радиус головки которого медленно увеличивается, а скорость стримера растет. Скорость распространения отрицательного стримера и радиус его головки практически постоянны. Таким образом, условие постоянства скорости распространения и радиуса головки стримера в проведенных моделированиях соответствуют $E_0 \approx 0.125 \div 0.25 \cdot \text{Bp}$. Критерий же (4.57) соответствует вдвое меньшим электрическим полям $E_0 \approx 0.05 \cdot \text{Bp}$.

Стример в однородном поле $E=0.5 \text{ Bp}$

Результаты численного моделирования стримеров в однородном электрическом поле $E = 0.5 \cdot \text{Bp}$ показаны на Рис. 4.11. Видно, что согласно теории [135, 142] положительный и отрицательный стримеры постоянно увеличивают радиусы своих головок и ускоряются.

Таким образом, в высоких однородных электрических полях стримеры перестают быть тонкими плазменными каналами, вместо этого они приобретают гантелевидную форму,

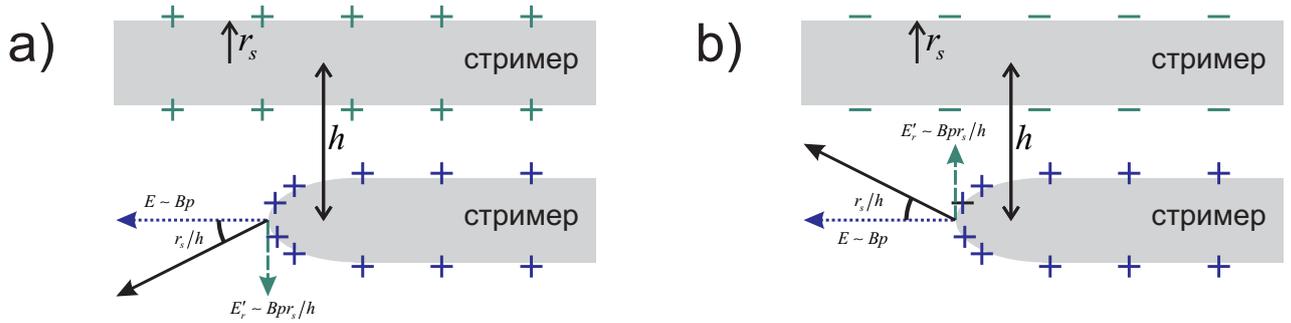


Рис. 4.12 Искажение электрического поля перед головкой стримера радиальным полем соседнего стримера.

распространяясь как вдоль, так и поперек направления электрического поля. Разряд приобретает диффузную форму.

Как отмечалось выше, в рамках минимальной стримерной модели нельзя получить физически адекватную картину развития положительного и отрицательного стримеров в точке их старта. Это особенно заметно при моделировании стримеров в больших электрических полях ($\sim Bp$, см. Рис. 4.11a-b и Рис. 4.9a-d). Если плотность плазмы в каналах стримера не превышает $n \approx 10^{14} \div 10^{15} \text{ см}^{-3}$, то в узком месте, откуда стримеры стартовали, в рамках минимальной модели плотность должна достигать $n \approx 10^{17} \text{ см}^{-3}$. Это физически неоправданно, так как минимальная модель не учитывает рекомбинационные процессы.

4.2.3. Взаимодействие стримеров

Взаимодействие двух стримеров

В пункте 4.2.2 рассматривались моделирования и теоретические оценки стримеров, образованных из отдельных лавин. Если в разряде одновременно стартуется несколько электронных лавин, то возникающие стримеры начинают взаимодействовать. Рассмотрим как влияет на развитие одного из стримеров присутствие второго стримера.

Поверхности стримеров заряжены: положительные стримеры заряжены положительно, отрицательные - отрицательно. В работе [135] показано, что в быстром стримере длиной z_s на расстоянии порядка

$$z_s - \sqrt{z_s \cdot r_s \cdot \ln \frac{n}{n_0} \cdot \ln \frac{z_s}{r_s}} \quad (4.58)$$

от головки стримера линейная (погонная) плотность электрического заряда постоянна и равна

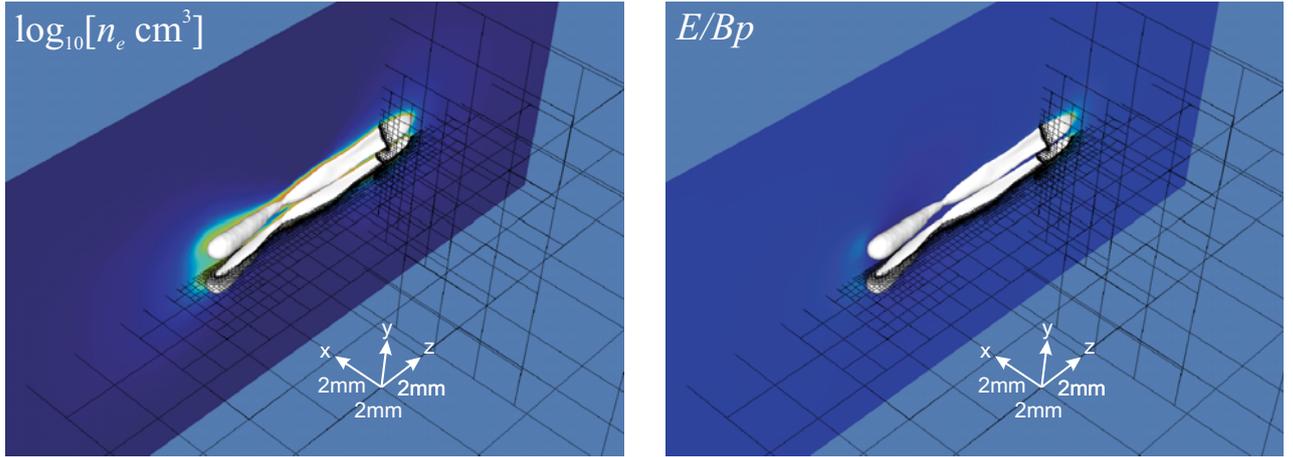


Рис. 4.13 Динамическая адаптивная сетка. Моделирование взаимодействия двух стримеров в однородном электрическом поле $E = 0.25 Bp$. Поверхность стримера соответствует условию

$$n_e = 10^{13} \text{ см}^{-3}. \text{ (подробнее см. Рис. 4.14)}$$

$$\rho_s = \pm r_s \cdot E \cdot \ln \frac{n}{n_0}. \quad (4.59)$$

На расстоянии от головки больше (4.58) электрический заряд начинает уменьшаться, обращаясь в нуль в точке, откуда стартовал быстрый стример. Из (4.58) видно, что в длинном стримере ($z_s \gg r_s$) такая длина много меньше z_s . Поэтому будем считать линейную плотность электрического заряда стримера постоянной.

Если в выражение (4.59) подставить поле (4.57) и учесть, что электрическое поле перед головкой порядка (4.55), то

$$\rho_s = \pm r_s \cdot Bp. \quad (4.60)$$

Таким образом, радиальное поле, создаваемое стримером как заряженной нитью с линейной плотностью электрического заряда (4.60), равно

$$E'_r(r) \sim \frac{\rho_s}{r} = \pm \frac{Bpr_s}{r}. \quad (4.61)$$

Из Рис. 4.12 видно, что радиальное поле (4.61), создаваемое зарядом одного из стримеров, приводит к отклонению электрического поля перед головкой соседнего стримера. Угол отклонения θ оказывается порядка отношения радиуса стримера к расстоянию между стримерами

$$\theta \sim r_s/h \quad (4.62)$$

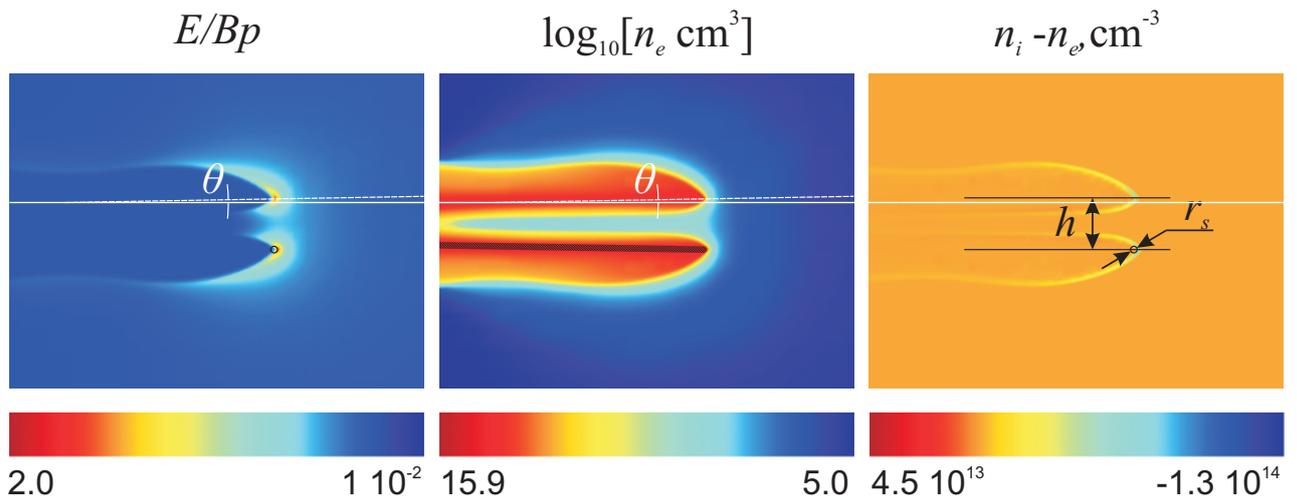


Рис. 4.14 Отклонение двух отрицательных стримеров вследствие их взаимодействия в однородном электрическом поле $E = 0.25 Vp$. Катод справа, анод слева, газ – азот атмосферного давления. Момент времени $t = 4.5 ns$ (также см. Рис. 4.13)

Стримеры растут в направлении наибольшего электрического поля. Поэтому два отрицательных или два положительных стримера будут расходиться. Положительный и отрицательный стримеры будут сливаться в один.

Взаимодействие двух стримеров в однородном электрическом поле $E=0.25 Vp$

Так как два стримера не обладают симметрией, позволяющей понизить размерность задачи, то при моделировании взаимодействия стримеров необходимо решать уравнения в 3-D пространстве. На современном уровне с высоким пространственным разрешением это возможно сделать только при использовании алгоритмов с динамическими адаптивными сетками. Результаты численного моделирования взаимодействия двух стримеров в однородном электрическом поле $E = 0.25 \cdot Vp$ с применением таких алгоритмов показаны на Рис. 4.13 и Рис. 4.14.

На примере взаимодействия отрицательных стримеров видно, что эти стримеры медленно расходятся друг от друга. Характерный угол отклонения (θ на Рис. 4.14) составляет 1° , это в три раза меньше оценки (4.62). Подобная неточность лежит в пределах погрешности полученных оценок.

Взаимодействие нескольких стримеров

Стример, удлиняясь на величину $v_s dt$, приближается или удаляется от соседнего стримера на расстояние dh . Из оценки (4.62) следует, что

$$\frac{dh}{dt} = \pm \frac{v_s r_s}{h}, \quad (4.63)$$

плюс соответствует отталкиванию положительных или отрицательных стримеров, минус – притяжению положительного и отрицательного стримера. Если в момент времени $t=0$ расстояние h между стримерами было H , то

$$h = H \sqrt{1 \pm \frac{2r_s v_s}{H^2} t}. \quad (4.64)$$

Если начальная однородная концентрация электронов равна $n_{(0)}$, и из каждого электрона возникает лавина, превращающаяся в стример длиной $z_s = v_s t$, то в плоскости, перпендикулярной направлению электрического поля, среднее расстояние H между стримерами будет порядка

$$H \sim n_{(0)}^{-1/2} z_s^{-1/2} = n_{(0)}^{-1/2} (v_s t)^{-1/2}. \quad (4.65)$$

Из подстановки (4.65) в формулу (4.64) следует масштаб времени, через которое положительный и отрицательный стримеры сливаются в один

$$\frac{r_s^{1/2} n_{(0)}^{1/2}}{v_s}. \quad (4.66)$$

При этом длина стримеров будет иметь характерный масштаб, равный

$$r_s^{-1/2} n_{(0)}^{-1/2}. \quad (4.67)$$

Если размер разрядного промежутка L много больше характерной длины (4.67), то взаимодействием стримеров пренебрегать нельзя.

§4.3. Выводы к главе

Рассмотрен процесс импульсного пробоя в барьерном разряде. При большой предыонизации (10^4 см^{-3} - 10^6 см^{-3}) в разрядной ячейке распространяются плоские волны ионизации.

Первой распространяется отрицательная волна ионизации типа (а). Физически процесс импульсного пробоя за счет этой волны состоит в дрейфе начальных электронов на анод из-за приложенного электрического поля. В промежутке между дрейфующими начальными электронами и поверхностью катода электронов нет. В процессе дрейфа в большом электрическом поле возникает сильная ионизация и рост концентрации плазмы. В

достаточно длинном зазоре еще до того момента когда последний начальный электрон уходит на поверхность анода, поле в зазоре перестает быть однородным. Искажение поля создается ионным зарядом, возникающим из-за ионизации газа и дрейфа электронов, обнажающих этот ионный заряд. Так как концентрация плазмы меняется во времени экспоненциально, то ионный заряд оказывается в масштабах задачи поверхностным. Разряд можно разделить на области плазмы и слоя.

Момент начала искажения электрического поля поверхностным ионным зарядом t_0 определяется согласно критерию Леба-Мика-Ретера. Величина поверхностного заряда может меняться либо за счет роста концентрации ионов в поверхностном заряде, либо за счет увеличения толщины области, занятой ионами. Соответственно этому существует два механизма экранировки плазмы.

При $t_0 < t < t_1$ экранирование поля происходит за счет экспоненциального увеличения ионной концентрации в поверхностном заряде, электрическое поле искажено, но ионизация еще велика. Длительность стадии с таким механизмом экранировки определяется согласно оценке

$$\frac{t_1 - t_0}{t_0} \approx \frac{E_{pl}|_{t=t_0}}{Bp} \cdot \ln \left(\frac{Bp}{E_{pl}|_{t=t_0}} \right) \cdot \ln^{-1} \left(\frac{n|_{t=t_0}}{n_{(0)}} \right) \ll 1.$$

При $t_1 < t < t_2$ ионизацией можно пренебречь. Экранирование поля происходит за счет увеличения толщины области, занятой ионами, т.е. за счет максвелловской релаксации плазмы

$$\frac{t_2 - t_1}{t_0} \approx \frac{\tau_M}{t_0} \approx \ln^{-1} \frac{n|_{t=t_0}}{n_{(0)}} \ll 1.$$

Однако полностью электрическое поле из плазмы не вытесняется, в плазме остается поле порядка $E_{pl}|_{t=t_0} \ln^{-1} \frac{n|_{t=t_0}}{n_{(0)}}$. Электрический ток, вызванный этим полем, замыкает ток смещения в диэлектрических барьерах.

Вытеснение электрического поля из плазмы приводит к увеличению поля в слое. Даже небольшое количество свободных электронов в слое вызывает распространение положительной волны ионизации типа (b). Выражение для скорости распространения этой волны

$$\frac{\nu}{\ln n/n_{(c)}} \frac{U_{sh}}{Bp}$$

по виду похоже на выражение для скорости распространения быстрого стримера.

При маленькой концентрации предыонизационной плазмы ($<10^4 \text{ cm}^{-3}$) в разрядной ячейке распространяются стримеры. На основе созданного плазменного модуля с динамическими адаптивными сетками проведено моделирование стримеров с высоким пространственным разрешением в однородных электрических полях разной напряженности. Расчеты в 3-D аксиально-симметричной геометрии позволили подтвердить основные аналитические оценки свойств быстрых стримеров. Расчеты в 3-D геометрии позволили подтвердить оценку угла отклонения стримера вследствие взаимодействия с соседним стримером. Показано, что если начальная концентрация электронов много больше

$$\frac{1}{r_s L^2},$$

то взаимодействием стримеров при многоэлектронном пробое пренебрегать нельзя.

Убегание электронов в импульсном барьерном разряде

В рассмотренных в предыдущих главах ионизационных явлениях высокое давление разряда приводит к тому, что функция распределения электронов определяется локальным значением электрического поля $\vec{E}(\vec{r}, t)$. При этом не возникала необходимость в решении кинетического уравнения, так как для описания локальной ионизации было достаточно аппроксимации (1) для ионизационного коэффициента α .

При $E < Vp$, зависимость (1) экспоненциальна. С одной стороны, электроны диффузионно разогреваются небольшим электрическим полем E , а с другой стороны охлаждаются либо из-за упругих, либо из-за неупругих процессов с нейтральными атомами. Оба указанных механизма потерь энергии электронами эффективны, поэтому электронов с энергиями I , достаточными для ионизаций нейтральных частиц, экспоненциально мало [4]. Отсюда следует, что небольшое увеличение электрического поля E приводит к экспоненциальному увеличению числа электронов, производящих ионизацию.

Если в электрическом поле на длине свободного пробега электроны приобретают энергию, примерно равную энергии ионизации нейтральных частиц I , то электронов, могущих произвести ионизацию, не будет экспоненциально мало, как в случае слабых ($E < Vp$) полей. Поэтому при $E \sim Vp$, экспоненциальная зависимость (1) насыщается. По своему смыслу первый ионизационный коэффициент Таунсенда α не может быть больше минимальной длины пробега до ионизации

$$\alpha \leq N\sigma_{i\max}, \quad (5.1)$$

где N - концентрация нейтральных частиц, а $\sigma_{i\max}$ - максимальное сечение ионизации. Но так как сечения ионизации имеют максимум, то первый ионизационный коэффициент должен уменьшаться с ростом поля. Падение α при росте E/p в области очень больших значений действительно наблюдается на опыте: α проходит через максимум при $E/p \sim 400$ Td или $E \sim 4Vp$ [1]. В этих условиях из-за уменьшения сечений взаимодействия с ростом энергии электрона ε возникает убегание. Электрон слишком слабо тормозится при взаимодействии с нейтральным газом. Для быстрых электронов не существует баланса между электрической силой и силой торможения, электроны убегают от столкновений.

Первая публикация, где было высказано предположение о принципиальной возможности непрерывного ускорения заряженных частиц в плотных газах, принадлежит, по-видимому, Вильсону [145]. В середине 60-х годов прошлого века теория убегающих электронов в полностью ионизированной плазме была развита Дрейсером, Гуревичем, Коврижных [146, 147, 148] и многими другими в основном в связи с проблемой управляемого термоядерного синтеза. Специфика убегания электронов в слабоионизованном газе в отличие от термоядерной плазмы состоит в ионизации нейтральных частиц.

В главе рассмотрен вопрос о влиянии на процесс убегания ионизации нейтрального газа в сильных $E \gg Vp$ электрических полях импульсных разрядов. При этом электрические поля предполагаются настолько сильными, что все свободные электроны переходят в режим убегания, а функция распределения оказывается сильно анизотропной.

Для приложений импульсных барьерных разрядов интерес представляют обычно случаи не очень больших промежутков порядка cm [133]. В этих условиях электроны не могут набрать кинетическую энергию, сравнимую с $m_e c^2$. По этой причине ограничимся только нерелятивистским случаем.

§5.1. Кинетическое уравнение для убегающих электронов с учетом торможения, рассеяния и ионизации

Взаимодействие достаточно быстрого электрона ($\varepsilon > 1 \div 10 keV$ для воздуха) с нейтральным атомом носит характер кулоновского рассеяния на ядре и атомарных электронах [149, 150]. Резерфордское сечение уменьшается с ростом скорости убегающего электрона и, таким образом, быстрый электрон, ускоряясь, попадет в область малых сечений и убежит от упругих и неупругих столкновений. В этом смысле нет принципиальной разницы между слабоионизованной плазмой газового разряда и полностью ионизованной плазмой. Но все же разница в процессе убегания в полностью ионизованной плазме и в

газовом разряде есть. Она состоит в ионизации нейтрального газа в газовом разряде, чего нет в полностью ионизованной среде.

Общий вид кинетического уравнения Больцмана для убегающих электронов в слабоионизованной плазме газового разряда можно найти в работах [151, 152 153]. В случае пренебрежения релятивистскими эффектами кинетическое уравнение имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{p}{m_e} \frac{\partial f}{\partial x} - \left(\frac{(1-\mu^2)}{p} \frac{\partial f}{\partial \mu} + \mu \frac{\partial f}{\partial p} \right) eE = \delta_{df} f + \delta_{sc} f + \delta_{ion} f, \quad (5.2)$$

$$\delta_{df} f = \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} (p^2 F_D f), \quad (5.3)$$

$$\delta_{sc} f = \frac{F_D}{4p} \left(\frac{Z}{2} + 1 \right) \cdot \frac{\partial}{\partial \mu} \left((1-\mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right), \quad (5.4)$$

$$\delta_{ion} f = \frac{Np}{m_e} \cdot \int d\Omega' \int_{2\varepsilon+1}^{\infty} \frac{W}{\varepsilon} \cdot f(W, \mu') \sigma_i(W, \varepsilon, \xi') dW. \quad (5.5)$$

Здесь $f(t, x, p, \mu)$ - функция распределения убегающих электронов; p - импульс электрона, ε - его энергия; m_e - масса электрона, μ - косинус угла, который составляет направление импульса и вектор электрического поля \vec{E} , а ξ' - угол между направлениями импульсов налетающего и выбитого электронов. Будем полагать, что вектор \vec{E} направлен противоположно оси x .

Интеграл столкновений состоит из трех слагаемых (5.3)-(5.5). Так как энергия убегающего электрона много больше ионизационных потенциалов, то потери энергии в правой части кинетического уравнения (5.2) можно считать непрерывными. Первое слагаемое (5.3) в правой части кинетического уравнения соответствует непрерывному замедлению частиц вследствие трения о нейтральные атомы. Выражение для динамической силы трения F_D , описывающей этот процесс, получено Бете [162]. В нерелятивистском случае эта сила имеет вид

$$F_D = \frac{4\pi m_e e^4 N Z}{p^2} \ln \left(\frac{p^2}{m_e \cdot I} \right), \quad (5.6)$$

где Z - заряд ядра, а N - плотность нейтрального газа. Энергия I соответствует характерной энергии ионизации. Для ее определения обычно используют оценку [133]

$$I \approx 13\text{eV} \cdot Z. \quad (5.7)$$

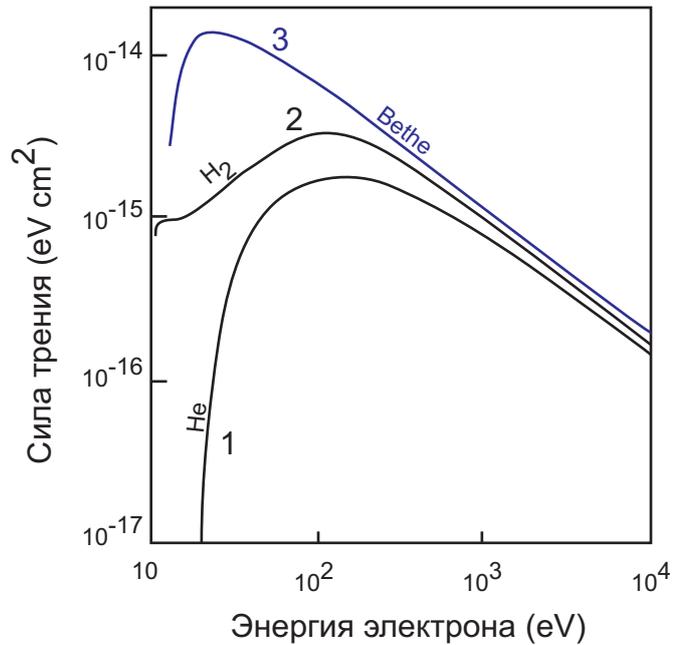


Рис. 5.1 Сила динамического трения на единицу плотности нейтрального газа для быстрых электронов в H_2 и He. Кривая 1 соответствует расчету [163] для He, кривая 2 – расчету [164] для H_2 . Кривая 3 – закон Бете (5.6) для H_2 .

Более точные оценки для водорода - $I \approx 15\text{eV}$, для гелия - $I \approx 30\text{eV}$, а в воздухе - $I \approx 80\text{eV}$ [147].

Второе слагаемое (5.4) в правой части кинетического уравнения описывает процессы рассеяние электронов, а третье слагаемое (5.5) - процессы рождения новых электронов при ионизации нейтральных частиц.

5.1.1. Сила трения в сильных электрических полях

Сила динамического трения (5.6) в нерелятивистском пределе имеет максимум при энергиях электрона порядка $\varepsilon \approx 18\text{eV} \cdot Z$. В приближении Бете-Блоха ее максимальное значение равно

$$F_{D_{\max}} = \frac{4\pi e^4 N \cdot Z}{2.7 \cdot I}. \quad (5.8)$$

Следует отметить, что первое - наблюдаемые значения $F_{D_{\max}}$ оказываются значительно ниже теоретических [147], а сам максимум более пологий чем в формуле (5.6). И второе - формула (5.6) неверна при энергиях электрона ε ниже I , т.е. на растущей ветви F_D . Это следует из того, что формула получена при помощи борновского приближения. Кроме этого, при энергиях $\varepsilon \approx I$ нельзя пользоваться приближением непрерывного замедления электрона.

Результаты расчетов силы динамического трения и график формулы (5.6) приведены на Рис. 5.1.

Если электрические поля настолько сильные, что

$$eE \gg F_{D\max}, \quad (5.9)$$

то в кинетическом уравнении можно пренебречь силой трения (5.3) полностью. В этом случае

$$eE\mu \frac{\partial f}{\partial p} \gg \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} (p^2 F_D f), \quad (5.10)$$

то есть приближение (5.9) означает, что электрическое поле столь сильное, что электрон не может потерять энергию, набираемую на длине свободного пробега, ни при каком упругом или неупругом процессе.

Будем полагать условие (5.9) выполненным.

5.1.2. Рассеяние электронов

Интеграл столкновений (5.4) описывает рассеяние быстрого электрона на ядрах и атомарных электронах. Кулоновские столкновения приводят к рассеянию на малые углы. Поэтому общий вид интеграла столкновений (5.4) соответствует диффузии по углу.

Аналогично электрической силе, которая препятствует силе трения, в левой части кинетического уравнения (5.2) слагаемое

$$Ee \frac{(1-\mu^2)}{p} \frac{\partial f}{\partial \mu} \quad (5.11)$$

препятствует диффузии по углам. Это слагаемое соответствует потоку в пространстве углов, вызванному доворотом электронной траектории в электрическом поле. В том случае, когда

$$eE \frac{(1-\mu^2)}{p} \frac{\partial f}{\partial \mu} \gg \frac{F_D}{4p} \left(\frac{Z}{2} + 1 \right) \cdot \frac{\partial}{\partial \mu} \left((1-\mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right), \quad (5.12)$$

рассеянием можно пренебречь. При этом функция распределения будет сильно анизотропной и вытянутой в пространстве импульсов в направлении оси p_x (так как $E = -E_x$). После сокращения множителей одного порядка неравенство (5.12) принимает вид

$$eE \gg \frac{F_{D\max} \cdot Z}{8 \cdot \Delta\mu}, \quad (5.13)$$

где $\Delta\mu \approx \theta^2/2$ - характерный диапазон косинуса угла θ сильно анизотропной функции распределения. Для ядер атомов с малым Z и $\theta \approx 30^\circ$ условие (5.13) по порядку величины сводится к условию (5.9). Это означает, что при рассеянии на атомах с малым Z характерное время (длина), за которое быстрый электрон потеряет свою энергию, одного порядка со временем (длиной), за которое быстрый электрон рассеется на прямой угол. Для атомов с большим Z длина торможения оказывается много больше длины рассеяния.

Наиболее подвержены рассеянию и торможению электроны с энергиями порядка I . Убегающие электроны с $\varepsilon \gg I$ рассеиваются так же слабо, как и тормозятся. В численных расчетах сильная анизотропия функции распределения получена в работе [153].

Будем полагать условие (5.13) выполненным и считать функцию распределения сильно анизотропной.

5.1.3. Ионизация газа

Основное отличие убегания электронов в слабоионизованном газе от полностью ионизованной плазмы состоит в процессе ионизации нейтрального газа. Интеграл столкновений (5.5) описывает появление новых свободных электронов в результате элементарных актов ионизации. Двойное сечение ионизации в (5.5), отнесенное к единичному интервалу кинетической энергии

$$d\sigma_\varepsilon = \sigma_i(W, \varepsilon)d\varepsilon, \quad (5.14)$$

определено как функция энергии ε , переданной от убегающего электрона с энергией W выбитому электрону.

В кинетическом уравнении $\delta_{ion}f$ соответствует появлению в единицу времени, в единице фазового объема dn выбитых электронов

$$\delta_{ion}f = \frac{dn}{dt \cdot dp_x dp_y dp_z \cdot dV}, \quad (5.15)$$

или для сильно анизотропной функции распределения (нормированной на $dp \cdot dV$)

$$\delta_{ion}f = \frac{dn}{dt \cdot dp \cdot dV}. \quad (5.16)$$

По смыслу дифференциального сечения число частиц dn , появившихся в единицу времени с энергиями в интервале $(\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon)$, равно

$$\frac{dn}{dt \cdot d\varepsilon} = \frac{d\sigma_\varepsilon}{d\varepsilon} \cdot J, \quad (5.17)$$

где J - плотности потока убегающих электронов, производящих ионизацию. Так как само сечение (5.14) явным образом зависит от энергии W убегающего электрона, то выражение (5.17) для электронов с различными энергиями принимает вид

$$\frac{dn}{dt \cdot d\varepsilon} = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\sigma_\varepsilon}{d\varepsilon} \cdot \frac{\vec{p}}{m_e} \cdot f(\vec{p}) \cdot dp_x dp_y dp_z \right|. \quad (5.18)$$

В случае сильной анизотропии функции распределения, и учитывая $d\varepsilon = p \cdot dp/m_e$, получаем

$$\frac{dn}{dt \cdot d\varepsilon} = \int_0^\infty \frac{d\sigma_\varepsilon}{d\varepsilon} \cdot f(W) \cdot dW = \frac{m_e}{p} \frac{dn}{dt \cdot dp}. \quad (5.19)$$

Из подстановки (5.19) в (5.16) следует

$$\begin{aligned} \delta_{ion} f &= \frac{p}{dV m_e} \int_0^\infty \frac{d\sigma_\varepsilon}{d\varepsilon} \cdot f(W) \cdot dW = \\ &= \frac{Np}{m_e} \int_0^\infty \frac{d\sigma_\varepsilon}{d\varepsilon} \cdot f(W) \cdot dW \end{aligned}, \quad (5.20)$$

где учтено, что на объем dV приходится NdV нейтральных частиц.

Основное рассеяние при упругих и неупругих столкновениях убегающих электронов с атомами происходит на малые углы. Физически заранее очевидно, что в этом случае можно рассматривать атомные электроны как свободные, а столкновение с атомом – как упругое столкновение падающего электрона с первоначально покоящимися атомными электронами [149]. При энергиях $W \gg I$ убегающего электрона, производящего ионизацию, сечение Резерфорда, отнесенное к энергии ε , переданной выбитому электрону, имеет вид

$$d\sigma_\varepsilon = \frac{\pi Z e^4 d\varepsilon}{W \varepsilon^2} \cdot \eta(\varepsilon - I) \eta(W - \varepsilon). \quad (5.21)$$

Пренебрегая спектром выбитых электронов в (5.21), получаем формулу Томсона для сечения ионизации

$$\begin{aligned} d\sigma_\varepsilon &= \frac{\pi Z e^4 d\varepsilon}{W \varepsilon^2} \cdot \eta(\varepsilon - I) \eta(W - \varepsilon) \approx \\ &\approx \frac{\pi Z e^4}{W} \cdot \delta(\varepsilon) d\varepsilon \cdot \int_0^\infty \frac{\eta(\varepsilon' - I) \eta(W - \varepsilon')}{\varepsilon'^2} d\varepsilon' = \end{aligned} \quad (5.22)$$

$$= \frac{\pi Z e^4}{W} \cdot \delta(\varepsilon) \cdot \left(\frac{1}{I} - \frac{1}{W} \right) \cdot d\varepsilon \approx \frac{\pi Z e^4}{W} \cdot \frac{\delta(\varepsilon)}{I} d\varepsilon.$$

При энергиях убегающего электрона $W \sim I$, сечение ионизации имеет пологий максимум

$$d\sigma_\varepsilon \approx \sigma_{i\max} \cdot \delta(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (5.23)$$

Сечение ионизации

$$d\sigma_\varepsilon = \frac{\sigma_{i\max}}{1 + \frac{\sigma_{i\max} I \cdot W}{\pi Z e^4}} \cdot \delta(\varepsilon) d\varepsilon \quad (5.24)$$

переходит в сечение (5.22) при $W \gg I$ и в (5.23) при $W \sim I$. Это сечение будет использоваться для дальнейшего анализа. Подставляя сечение (5.24) в (5.20), получаем, что интеграл столкновений имеет вид

$$\delta_{ion} f = \delta(\varepsilon) \cdot \frac{Np}{m} \int_0^\infty \frac{\sigma_{i\max}}{1 + \frac{\sigma_{i\max} I \cdot W}{\pi Z e^4}} \cdot f(W) \cdot dW. \quad (5.25)$$

Если в качестве переменной интегрирования выбрать импульс ионизирующего электрона $P = \sqrt{2mW}$, а в качестве независимой переменной $p = \sqrt{2m\varepsilon}$ - импульс выбитого электрона, то интеграл столкновений равен

$$\delta_{ion} f = \frac{\delta(p) \cdot N}{m_e} \int_0^\infty \frac{\sigma_{i\max} P}{1 + \frac{\sigma_{i\max} I \cdot P^2}{2m_e \pi Z e^4}} \cdot f(P) \cdot dP. \quad (5.26)$$

§5.2. Упрощенное кинетическое уравнение

В достаточно сильном электрическом поле выполняются условия (5.9) и (5.13). При этом можно пренебречь силой трения по сравнению с электрической силой Ee , а также рассеянием электронов. Используя интеграл столкновений (5.26), описывающий ионизацию нейтрального газа, запишем кинетическое уравнение (5.2) в виде

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{p}{m_e} \frac{\partial f}{\partial x} + eE \frac{\partial f}{\partial p} = \frac{\delta(p) \cdot N}{m_e} \cdot \int_0^\infty \frac{P \cdot \sigma_{i\max}}{1 + \frac{\sigma_{i\max} I \cdot P^2}{2m_e \pi Z e^4}} \cdot f(P) \cdot dP. \quad (5.27)$$

Здесь предполагается, что электроны рождаются с малым импульсом. На длине свободного пробега электрон приобретает энергию больше I и становится убегающим. Кинетическое уравнение, подобное (5.27), использовалось в работе [154], но в отличие от нее в уравнении

(5.27) источник выбитых электронов зависит от функции распределения убегающих электронов. Из интеграла в правой части (5.27) следует, что чем быстрее убегающий электрон, тем меньше у него вероятность произвести ионизацию из-за уменьшения сечения этого процесса.

Упрощенное кинетическое уравнение (5.27) линейно. Поэтому можно ограничиться только случаем начальной функции распределения в виде

$$f|_{t=0} = f_0(x, p; x_0, p_0) = n_{(0)} \delta(p - p_0) \eta(x - x_0). \quad (5.28)$$

Такая функция соответствует электронам, находящимся в полуплоскости $x \geq x_0$ и имеющим импульс $p = p_0 > 0$ в момент времени $t = 0$. Любую начальную функцию распределения $F(x, p)|_{t=0}$ можно разложить в спектр $F_s = n_{(0)}^{-1} \partial F / \partial x$. При этом будет выполняться соотношение

$$F(x, p)|_{t=0} = \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F_s(x_0, p_0) f(x, p; x_0, p_0)|_{t=0} dx_0 dp_0. \quad (5.29)$$

Воспользовавшись линейностью уравнения (5.27) и зная спектр F_s , можно построить решение в любой момент времени

$$F(t, x, p) = \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F_s(x_0, p_0) f(t, x, p; x_0, p_0) dx_0 dp_0. \quad (5.30)$$

Зная функцию $f(t, x, p; x_0, p_0)$, можно построить функцию Грина. Из (5.30) видно, что после интегрирования по частям интеграла по dx_0 следует

$$F(t, x, p) = \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x_0, p_0) \frac{1}{n_0} \left(\frac{\partial f}{\partial x_0} \right)_{t, x, p, p_0} dx_0 dp_0. \quad (5.31)$$

Таким образом, функция Грина задачи равна

$$\frac{1}{n_0} \left(\frac{\partial f}{\partial x_0} \right)_{t, x, p, p_0}. \quad (5.32)$$

В дальнейшем рассмотрении ограничимся случаем $x_0 = 0$

$$f|_{t=0} = f_0(x, p) = n_{(0)} \delta(p - p_0) \eta(x), \quad (5.33)$$

так как начальное условие (5.33) переходит в (5.28) при замене переменной $x \rightarrow x - x_0$. А такая замена не меняет кинетического уравнения (5.27).

5.2.1. Метод характеристик

Кинетическое уравнение (5.27) является интегро-дифференциальным. Используя метод характеристик (см. приложение I), для случая постоянного и однородного электрического поля можно свести интегро-дифференциальное уравнение к интегральному. Наиболее важной оказывается подобласть на плоскости $\{x, t\}$, в которой существуют начальные электроны. Функция распределения в этой подобласти от координаты x не зависит, а зависимость от времени t и импульса p возникает только через их комбинацию

$$\tau = t - \frac{p}{Ee}. \quad (5.34)$$

Из сечения ионизации (5.24) следует, что характерный импульс электрона, начиная с которого сечение уменьшается обратно пропорционально его энергии, равен

$$p^* = \sqrt{\frac{2\pi m_e Z e^4}{\sigma_{i\max} I}}. \quad (5.35)$$

Именно при таком импульсе сечение ионизации переходит из области плато в область резерфордского сечения. Время, в течение которого убегающий электрон имеет импульс меньше импульса (5.35) и находится в области плато сечения ионизации, равно

$$\tau^* = \sqrt{\frac{2\pi Z m_e e}{\sigma_{i\max} I} \frac{e}{E}}. \quad (5.36)$$

Если ввести время, нормированное на характерное время (5.36)

$$\xi = \frac{\tau}{\tau^*} = \sqrt{\frac{\sigma_{i\max} I}{2m_e \pi Z}} \frac{E}{e} \cdot \tau, \quad (5.37)$$

то интегральное уравнение для функции распределения (см. приложение I) принимает вид

$$\begin{aligned} f(\xi) = n_{(0)} \cdot \delta \left(p_0 + \xi e^2 \sqrt{\frac{2m_e \pi Z}{\sigma_{i\max} I}} \right) + \frac{n_{(0)} N \cdot \eta(\xi) \sigma_{i\max}}{m_e E e} \cdot \frac{p_0 + \xi e^2 \sqrt{\frac{2m_e \pi Z}{\sigma_{i\max} I}}}{1 + \frac{\sigma_{i\max} I}{2m_e \pi Z e^4} \cdot \left(p_0 + \xi e^2 \sqrt{\frac{2m_e \pi Z}{\sigma_{i\max} I}} \right)^2} + \\ + \frac{2\pi Z e^3 N \cdot \eta(\xi)}{IE} \cdot \int_0^\xi \frac{\xi - \zeta}{1 + (\xi - \zeta)^2} \cdot f(\zeta) \cdot d\zeta. \end{aligned} \quad (5.38)$$

Это интегральное уравнение Вольтерра второго рода с симметричным ядром [155]. Несмотря на всю его громоздкость, решение такого уравнения всегда может быть записано в квадратурах. Простые аналитические выражения возможны в двух предельных случаях, определяемых предынтегральным множителем в (5.38)

$$\frac{2\pi Ze^3 N}{IE}. \quad (5.39)$$

Физический смысл этого безразмерного параметра соответствует числу ионизаций, которое производит убегающий электрон, еще не попавший в область резерфордской зависимости сечения ионизации от энергии. Действительно, если перемножить характерную скорость p^*/m (5.35), плотность нейтральных атомов N , сечение в области плато и время τ^* , в течение которого электрон остается в этой области, то получается выражение (5.39).

5.2.2. Случай относительно сильных полей

В случае относительно слабых электрических полей электрон долго находится в области плато сечения ионизации. За это время убегающему электрону удастся выбить много вторичных электронов. Такому сценарию соответствует условие

$$\frac{2\pi Ze^3}{I} \geq \frac{E}{N}. \quad (5.40)$$

Функция распределения $f(\xi)$ при этом оказывается экспоненциально растущей. Это непосредственно следует из физических соображений и экспоненциального роста резольвенты интегрального уравнения (5.38) (см. приложение I). Другими словами, убегающих электронов в области плато сечения ионизации всегда много больше, чем электронов вне этой области. Для большинства электронов сечение ионизации можно считать постоянным, а функцию распределения подчиняющуюся уравнению

$$f(\xi) = n_{(0)} \cdot \delta\left(p_0 + \xi e^2 \sqrt{\frac{2m_e \pi Z}{\sigma_{i\max} I}}\right) + \frac{n_{(0)} N \sigma_{i\max} \cdot \eta(\xi)}{m_e E e} \left(p_0 + \xi e^2 \sqrt{\frac{2m_e \pi Z}{\sigma_{i\max} I}}\right) + \frac{2\pi Ze^3 N \cdot \eta(\xi)}{IE} \cdot \int_0^\xi (\xi - \zeta) \cdot f(\zeta) \cdot d\zeta. \quad (5.41)$$

Интегрирование этого уравнения методом, указанным в приложении I, приводит к результату

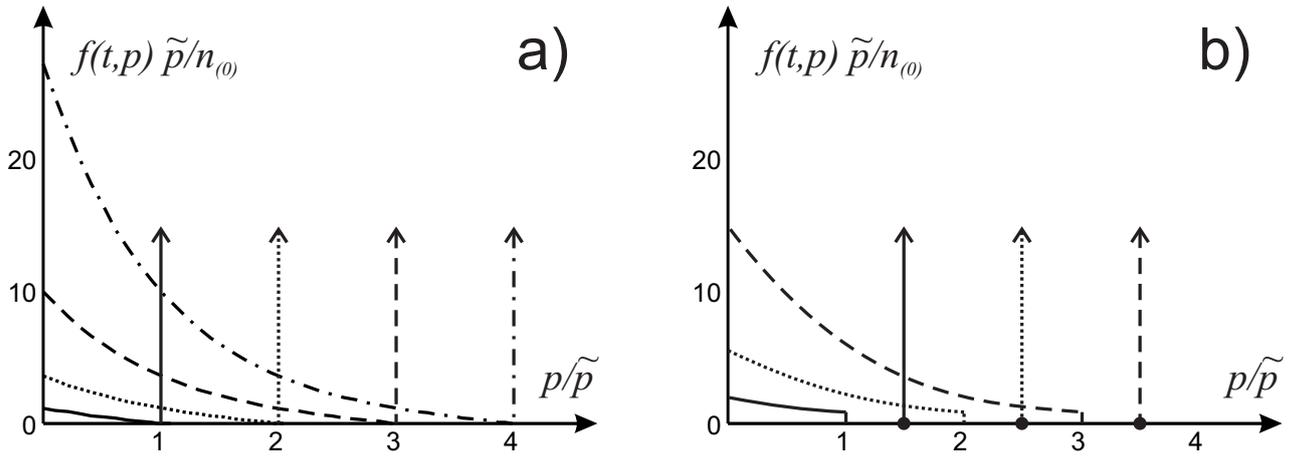


Рис. 5.2 Графики функций распределения убегающих электронов в зависимости от безразмерного импульса для случая относительно слабых полей (при выполнении условия (5.40)) а - начальный импульс электронов $p_0 = 0$, б - $p_0 = 0.5\tilde{p}$. Сплошные кривые соответствуют $t = \tilde{p}/eE$, пунктирные кривые - $t = 2\tilde{p}/eE$, штриховые кривые - $t = 3\tilde{p}/eE$, штрихпунктирная кривая - $t = 4\tilde{p}/eE$.

$$f(t, p) = n_{(0)} \cdot \delta(p_0 - p + eEt) + \begin{cases} \frac{n_{(0)} p_0}{\tilde{p}^2} \cdot ch\left(\frac{eEt - p}{\tilde{p}}\right) + \frac{n_{(0)}}{\tilde{p}} \cdot sh\left(\frac{eEt - p}{\tilde{p}}\right), & \text{для } eEt - p \geq 0 \text{ и } p \geq 0, \\ 0, & \text{для } eEt - p < 0 \text{ и } p < 0 \end{cases} \quad (5.42)$$

$$\tilde{p} = \sqrt{\frac{m_e eE}{N\sigma_{i\max}}}. \quad (5.43)$$

Из решения (5.42) видно, что медленных электронов экспоненциально больше, чем быстрых. Характерный масштаб импульсов функции распределения не зависит от времени и равен \tilde{p} (см.Рис. 5.2). Из физических соображений условие применимости приближения постоянного сечения сводится к условию, согласно которому \tilde{p} много меньше p^* . А это условие совпадает с критерием (5.40).

Важно заметить, что, строго говоря, условие (5.40) противоречит условию (5.9). Если максимальная сила трения много меньше электрического поля, то условие (5.40) не выполняется. Однако, как замечено выше, наблюдаемые максимальные силы трения существенно ниже максимальной силы трения, полученной Бете.

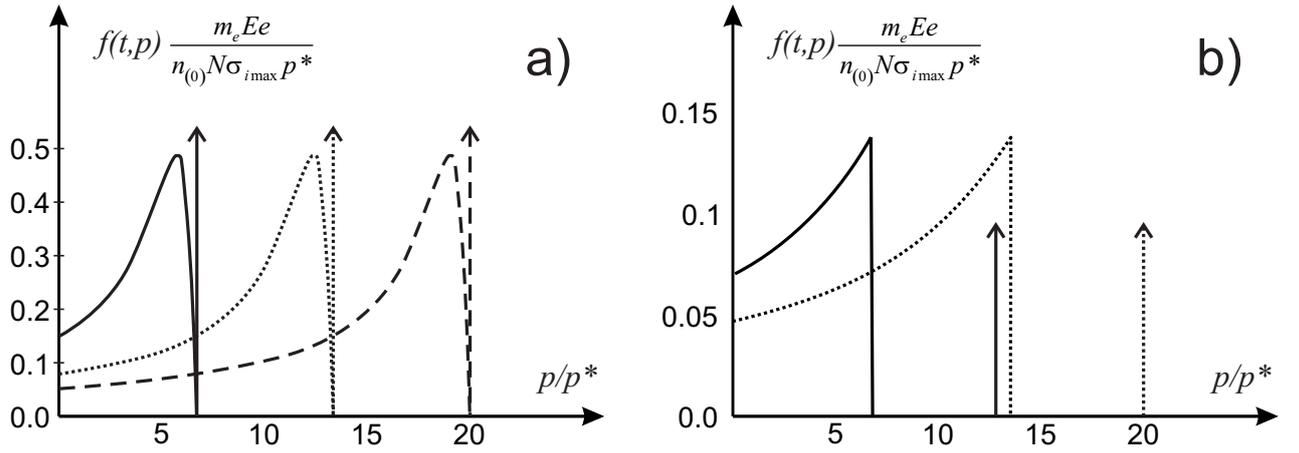


Рис. 5.3 Графики функций распределения убегающих электронов в зависимости от безразмерного импульса для случая сильных полей (при выполнении условия (5.44)). а - начальный импульс электронов $p_0 = 0$, б - $p_0 = 6p^*$. Сплошные кривые соответствуют $t = 6.6p^*/eE$, пунктирные кривые - $t = 13.3p^*/eE$, штриховая кривая - $t = 20p^*/eE$.

5.2.3. Случай очень сильных полей

В случае очень сильных электрических полей электрон ускоряется настолько быстро, что вероятность убегающему электрону провести ионизацию за время движения в области плато сечения ионизации много меньше единицы. Этому сценарию соответствует условие

$$\frac{2\pi Ze^3}{I} \ll \frac{E}{N}. \quad (5.44)$$

Если использовать оценку (5.7), то характерное электрическое поле, удовлетворяющее условию (5.44), много больше $E/N \sim 10^3 \text{ Td} = 10^{-14} \text{ V cm}^2$. Как видно из интегрального слагаемого в (5.38), число вторичных электронов, выбитых убегающим электроном в области резерфордовской зависимости сечения от энергии, растет со временем только по логарифмическому закону. Таким образом, ионизация в области резерфордовской зависимости сечения от энергии также мала.

В случае (5.44) в уравнении (5.38) интегральное слагаемое мало, а значит

$$f(t, p) = n_{(0)} \cdot \delta(p_0 - p + eEt) + \begin{cases} \frac{n_{(0)} N \sigma_{i \max}}{m_e E e} \frac{p_0 - p + eEt}{1 + \frac{\sigma_{i \max} I (p_0 - p + eEt)^2}{2\pi m_e Z e^4}}, & eEt - p \geq 0 \text{ and } p \geq 0 \\ 0, & eEt - p < 0 \text{ or } p < 0 \end{cases} \quad (5.45)$$

Хотя число вторичных электронов и растет со временем, но крайне медленно - только по логарифмическому закону (см. Рис. 5.3). Грубо говоря, в случае очень сильных электрических полей (5.44) ионизация незначительна, и общее число электронов остается практически постоянным.

§5.3. Выводы к главе

Показано, что в сильных электрических полях существует два различных сценария убегания электронов, вызванных ионизационными процессами в разряде.

В электрическом поле любой свободный электрон убегает от столкновений, попадая в область резерфордовских сечений. При таких энергиях число атомов, ионизованных свободно ускоряющимся убегаящим электроном, увеличивается во времени только по логарифмическому закону. Множитель перед таким логарифмом равен числу ионизаций, созданных убегаящим электроном в области плато сечения ионизации

$$\frac{2\pi Ze^3 N}{IE} \quad (5.46)$$

Сравнение этого параметра с единицей определяет сценарий убегания электронов в сильных электрических полях импульсных барьерных разрядов.

Если параметр (5.46) больше или порядка единицы, то убегаящий электрон производит больше одной ионизации нейтральных частиц. Концентрация электронов возрастает во времени экспоненциально быстро. Несмотря на убегание каждого электрона, ионизация приводит к тому, что средняя энергия всех электронов оказывается конечной (см. Рис. 5.2).

Если параметр (5.46) много меньше единицы, то убегаящий электрон производит меньше одной ионизации. Логарифмический множитель не может существенно повлиять на сценарий убегания электронов. Концентрация электронов возрастает во времени логарифмически медленно. Доля медленных электронов со временем уменьшается (см. Рис. 5.3).

Оценка для электрического поля, разделяющего два указанных сценария, имеет порядок $E/N \sim 10^3 \div 10^4 \text{ Td}$.

Заключение

Основные результаты, полученные в диссертации

К основным результатам, полученным в диссертации, следует отнести

- Объяснение причины возникновения колебаний в таунсендовском режиме барьерного разряда, построение аналитической теории и скейлингов. Показано, что период колебаний тока составляет несколько времен ионного дрейфа между электродами, а амплитуда колебаний электрического тока может быть оценена согласно закону Ома, если в качестве сопротивления принять импеданс диэлектрических барьеров, деленный на численный коэффициент, логарифмически зависящей от параметров задачи и равный в большинстве экспериментов $3 \div 5$. Полученные выражения и оценки подтверждаются сравнением с большим количеством экспериментальных данных.
- Исследование поведения слоев емкостного и барьерного разрядов при разных частотах. Показано существование режима слоя, не рассмотренного ранее, и названного динамическим. В этом режиме граница плазмы движется много быстрее боровской скорости и много медленнее ионов в слое пространственного заряда. Частоты внешнего напряжения, при которых слой оказывается в динамическом режиме, занимают промежуточное положение между частотами, соответствующими квазистационарному режиму слоя, и частотами, соответствующими высокочастотному слою. Полученные аналитические выражения и оценки подтверждаются PIC моделированием.
- Самосогласованную теорию и выражения для основных характеристик плоских волн ионизации, распространяющихся в ограниченной плазме импульсного барьерного разряда. Полученные выражения и оценки подтверждаются сравнением с экспериментальными данными и численным моделированием.

- Создание плазменного модуля кода gettis, основанного на применении динамических адаптивных вычислительных сеток. Это позволило провести 3-D моделирование развития стримеров с высоким пространственным разрешением в однородных электрических полях. Результаты моделирования подтверждают полученные ранее теоретические оценки.
- Анализ влияния ионизации нейтрального газа на процесс убегания электронов в сильных электрических полях импульсных газовых разрядов. Показано, что существует два предельных сценария. В первом из них электрон, убегающий от столкновений, ионизует намного больше одной нейтральной частицы, так что плотность плазмы возрастает во времени экспоненциально быстро. Во втором сценарии электрон, убегающий от столкновений, ионизует намного меньше одной нейтральной частицы, и плотность плазмы возрастает во времени логарифмически медленно.

Благодарности

В заключение выражаю свою глубокую и искреннюю благодарность преподавателям ГОУВПО СПбГПУ, сотрудникам кафедры физики плазмы и особенно своему научному руководителю, у которых я учился в студенческие годы и в годы обучения в аспирантуре.

Приложение А

Эволюция тока при таунсендовском пробое

Рассмотрим эволюцию во времени электрического тока при таунсендовским пробое.

Длительность цикла размножения электронов в таунсендовском разряде определяется характерным временем движения иона от места его рождения до поверхности катода - τ_i (катод и анод определены по отношению к полю в зазоре). Рассмотрим вначале случай локальной ионизации. В этом случае плотность тока изменится согласно уравнению [46]

$$j(t) = j_{ext}(t) + \int_0^L j\left(t - \frac{x}{u_i}\right) \cdot \gamma \cdot \alpha\left(t - \frac{x}{u_i}\right) \exp\left[x \cdot \alpha\left(t - \frac{x}{u_i}\right)\right] dx, \quad (\text{A.1})$$

здесь $j(t)$ - плотность электрического тока у катода, $j_{ext}(t)$ - плотность электронного тока с катода, не связанного с таунсендовским механизмом, т.е. ток несамостоятельного разряда или ток внешнего ионизатора, u_i - дрейфовая скорость иона. Так как во время фазы тока I (см. Рис. 2.2), несмотря на колебания (см. Рис. 1.1), поле в разряде всегда примерно равно пробивному значению, то u_i можно считать постоянной. Так как большинство ионов рождаются у поверхности анода, то время τ_i также можно считать постоянным для всех ионов

$$\tau_i = \frac{L}{u_i}. \quad (\text{A.2})$$

Заметим, что, зная решение уравнения (A.1), в котором $j_{ext}(t) \sim \delta(t-t')$, можно получить его решение и при произвольной зависимости $j_{ext}(t)$

$$j(t) = \tau_i^{-1} \int_{-\infty}^t j_{ext}(t') i(t, t') dt', \quad (A.3)$$

$$i(t, t') = \tau_i \cdot \delta(t - t') + \int_0^L i \left(t - \frac{x}{u_i} \right) \cdot \gamma \cdot \alpha \left(t - \frac{x}{u_i} \right) \exp \left[x \cdot \alpha \left(t - \frac{x}{u_i} \right) \right] dx. \quad (A.4)$$

Таким образом, $i = i(t, t')$ представляет собой аналог функции Грина для (A.1). При постоянном E и $t > t'$ ток будет расти экспоненциально $i = i_0 \exp(\beta(t - t'))$. Действительно, такая зависимость является решением (A.4). Возникающее уравнение для β

$$1 + \gamma - \frac{\beta}{u_i \cdot \alpha} = \gamma \cdot \exp \left(-\frac{\beta L}{u_i} + \alpha L \right) \quad (A.5)$$

при $\gamma \ll 1$ имеет решение

$$\beta \approx L^{-1} u_i \ln(\gamma e^{\alpha L} - \gamma) \quad (A.6)$$

Если электрическое поле, а значит и β , меняется слабо за время τ_i , то в этом случае

$$i = i_0 \exp \left(\int_{t'}^t \beta(\tilde{t}) d\tilde{t} \right), \quad (A.7)$$

и коэффициенты α и β в (A.5) и (A.6) явно зависят от времени. В этом случае, используя (A.3), (A.7), (A.6), мы получаем, что в медленно изменяющемся поле ток подчиняется закону

$$j(t) = \int_{-\infty}^t \frac{j_{ext}(t')}{\tau_i} \exp \left(\int_{t'}^t \frac{\ln(\gamma e^{\alpha(E(t''))L} - \gamma)}{\tau_i} dt'' \right) dt'. \quad (A.8)$$

Это выражение определяет зависимость плотности электрического тока $j(t)$ в разряде от времени по известной зависимости поля от времени.

Полученные результаты можно обобщить на случай нелокальной ионизации. Так уравнение (A.1) можно представить в виде

$$j(t) = j_{ext}(t) + \int_0^L j \left(t - \frac{x}{u_i} \right) \frac{\partial M}{\partial x} \Big|_{E=E \left(t - \frac{x}{u_i} \right)} dx, \quad (A.9)$$

где все ионизационные процессы описываются функцией $M(x, E)$ - коэффициентом мультипликации электронов. Величина этого коэффициента равна количеству вторичных

электронов, рожденных одним первичным электроном при прохождении расстояния x от катода в электрическом поле E .

В случае локальной ионизации выражение (A.9) переходит в (A.1) при замене

$$M(x, E) = \gamma e^{\alpha(E)x} - \gamma. \quad (\text{A.10})$$

Видно, что при локальной ионизации основное число электронов и ионов рождается в окрестности анода ($x = L$). Если и в нелокальном случае большинство электронов рождается в окрестности анода, то

$$M(x, E) \approx 2M(E) \cdot L \cdot \delta(x - L). \quad (\text{A.11})$$

В этом случае выражению (A.8) соответствует

$$j(t) = \int_{-\infty}^t \frac{j_{ext}(t')}{\tau_i} \exp\left(\int_{t'}^t \frac{\ln M(t'')}{\tau_i} dt''\right) dt'. \quad (\text{A.12})$$

Нижний предел интегрирования в (A.12) соответствует временам, когда $M \ll 1$. При этом в разрядном промежутке практически нет электрического тока. Заметное значение тока появляется, начиная с момента пробоя $t = t^*$, когда $M = 1$ (см. Рис. 2.3). Тогда плотность электрического тока будет порядка нескольких j_{ext}

$$j(t^*) = \int_{-\infty}^{t^*} \frac{j_{ext}(t')}{\tau_i} \exp\left(\int_{t'}^{t^*} \frac{\ln M(t'')}{\tau_i} dt''\right) dt' \approx j_{ext}(t^*) \pi^{1/2} \left(2\tau_i \left. \frac{d[M(E(t))]}{dt} \right|_{t=t^*} \right)^{-1/2}. \quad (\text{A.13})$$

Выражение (A.12) представляет собой решение дифференциального уравнения

$$\tau_i \frac{dj}{dt} = -j \ln M(E) + j_{ext}. \quad (\text{A.14})$$

Отличие этого уравнения, от существующих в литературе [1], состоит в множителе $\ln M(E)$, который обычно записываю в линеаризованном виде (ср. (A.14) и (2.13)). Из анализа экспериментальных данных следует, что коэффициент мультипликации в таунсендовских барьерных разрядах принимает как большие, так маленькие значения. Этот коэффициент часто достигает значений $M \sim 0.1 \div 10$. Для таких M линейная аппроксимация $\ln M \approx M - 1$ неточна.

Приложение В

Математический анализ колебаний в таунсендовском барьерном разряде

Рассмотрим колебания во время фазы тока, описываемые уравнением

$$\begin{cases} \frac{d^2 \mathcal{E}}{d\theta^2} - \ln(M(\mathcal{E})) \left(\frac{d\mathcal{E}}{d\theta} - \Phi' \right) = -\iota \kappa, \\ \mathcal{E}|_{\theta=0} = 1, \quad \frac{d\mathcal{E}}{d\theta}|_{\theta=0} = \Phi' - \kappa \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

Физический смысл и определения входящих в это уравнение функций и параметров дано в §2.3.

Если пренебречь током j_{ext} в течение фазы тока I, то решение однородного уравнения

$$\begin{cases} \frac{d^2 \mathcal{E}}{d\theta^2} - \ln(M(\mathcal{E})) \left(\frac{d\mathcal{E}}{d\theta} - \Phi' \right) = 0, \\ \mathcal{E}|_{\theta=0} = 1, \quad \frac{d\mathcal{E}}{d\theta}|_{\theta=0} = \Phi' - \kappa \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

строго периодически. В это уравнение не входит независимая переменная θ , а значит, порядок уравнения может быть понижен. Если провести замену зависимой переменной $\xi = \mathcal{E}$, $\zeta = d\mathcal{E}/d\theta$, то вместо уравнения (B.2) получаем уравнение с разделяющимися переменными

$$\begin{cases} \zeta \frac{d\zeta}{d\xi} - \ln M(\xi)(\zeta - \Phi') = 0, \\ \zeta|_{\xi=1} = \Phi' - \kappa \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

Из его решения

$$\zeta + \Phi' \ln|\Phi' - \zeta| = \int \ln M(\xi) \cdot d\xi \quad (\text{B.4})$$

следуют строгая периодичность колебаний и условия, определяющие максимальное \mathcal{E}_{\max} и минимальное \mathcal{E}_{\min} значения электрического поля во время колебания

$$\int_1^{\mathcal{E}_{\max}} \ln M(\xi) d\xi \approx \Phi' \cdot X, \quad (\text{B.5})$$

$$\int_{\mathcal{E}_{\min}}^{\mathcal{E}_{\max}} \ln M(\xi) d\xi = 0. \quad (\text{B.6})$$

Характеристики колебаний электрического поля в таунсендовском барьерном разряде логарифмически зависят от тока j_{ext} . Поэтому вместо плохо известной величины κ , пропорциональной j_{ext} , удобно ввести характеристику

$$X = \ln \frac{\Phi'}{\kappa} - 1. \quad (\text{B.7})$$

Значение X всегда больше единицы, так как в противном случае изменение внешнего напряжения компенсировалось бы только одним током j_{ext} .

Нелинейные колебания малой амплитуды

Рассмотрим случай колебаний поля малой амплитуды, при котором $\ln M(\mathcal{E})$ можно линеаризовать (при этом уравнение (B.2) останется нелинейным)

$$\ln M(\mathcal{E}) = M' \cdot (\mathcal{E} - 1). \quad (\text{B.8})$$

Из условия (B.6) следует, что при выполнении (B.8) колебания электрического поля будут симметричны относительно поля пробоя $\mathcal{E} = 1$

$$\mathcal{E}_{\max} - 1 = 1 - \mathcal{E}_{\min}. \quad (\text{B.9})$$

Фазовый портрет решения (B.2) для этого случая приведен на Рис.В.1

$$\begin{cases} p + \ln|p-1| = q^2 - X \\ p = \frac{d\mathcal{E}}{d\theta} \frac{1}{\Phi'}, \quad q = \left(\frac{M'}{2\Phi'} \right)^{1/2} (\mathcal{E} - 1). \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

Для оценок амплитуды и периода колебаний будем полагать j_{ext} настолько малым, что $X \gg 1$. При этом на фазовой траектории (B.10) в области спадающего поля можно пренебречь логарифмическим слагаемым, и фазовая траектория (B.10) аппроксимируется выражением

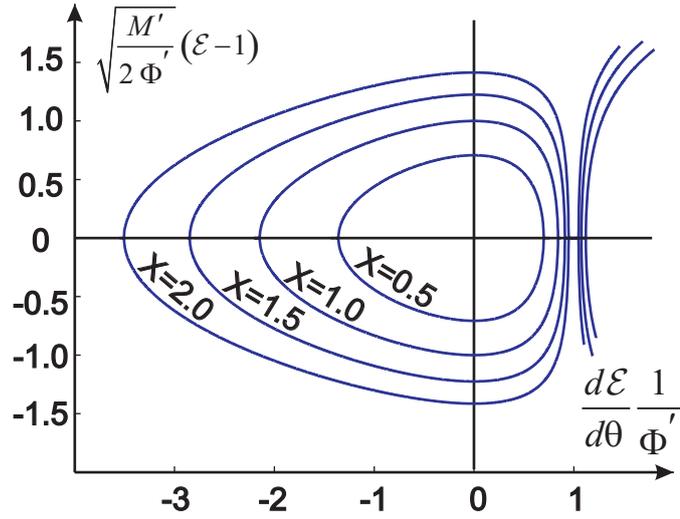


Рис.В.1 Фазовые портреты колебаний поля малой амплитуды (В.10).

$$p \approx q^2 - X. \quad (\text{В.11})$$

На фазовой траектории (В.10) в области растущего поля основным является логарифмическое слагаемое, и фазовая траектория (В.10) аппроксимируется выражением

$$p \approx 1 - \exp(q^2 - X). \quad (\text{В.12})$$

Оценим Θ - период колебаний электрического поля в зазоре (см. Рис.В.2). Из (В.11) следует, что во время колебания поле в зазоре убывает с характерной скоростью

$$\left. \frac{d\mathcal{E}}{d\theta} \right|_{\mathcal{E}=1} \approx -X\Phi', \quad (\text{В.13})$$

а из (В.12) следует, что поле растет с характерной скоростью

$$\left. \frac{d\mathcal{E}}{d\theta} \right|_{\mathcal{E}=1} \approx \Phi'. \quad (\text{В.14})$$

При максимальном и минимальном поле $p = 0$, так как $p \propto d\mathcal{E}/d\theta$. Из (В.10) следует, что при этом $q = X^{1/2}$. Отсюда получаем, что

$$\mathcal{E}_{\max} = 1 + \sqrt{\frac{2\Phi'X}{M'}}, \quad \mathcal{E}_{\min} = 1 - \sqrt{\frac{2\Phi'X}{M'}}. \quad (\text{В.15})$$

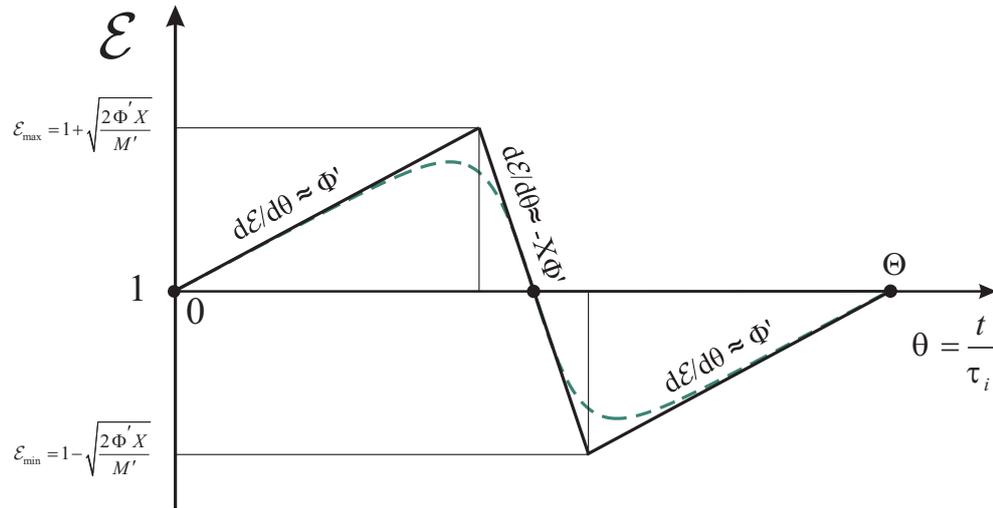


Рис.В.2 Зависимость электрического поля от времени $\mathcal{E}(\theta)$ в течение одного колебания (штрихи) и аппроксимация этой зависимости (непрерывная ломаная).

Зная амплитуду колебаний электрического поля (В.15) и скорости его роста и убывания (В.14), (В.13), получаем оценку периода колебаний поля в зазоре.

$$\Theta \approx (\mathcal{E}_{\max} - \mathcal{E}_{\min}) \left(\frac{1}{\Phi'} + \frac{1}{X\Phi'} \right) \approx \sqrt{\frac{8X}{\Phi'M'}}. \quad (\text{В.16})$$

Затухание колебаний

Проанализируем то, как на процесс колебания поля в зазоре влияет постоянный ток j_{ext} . Такому случаю соответствует неоднородное уравнение (В.1) вместо однородного (В.2). Наличие правой части в уравнении, как показано ниже, приводит к медленному уменьшению амплитуды колебаний поля. В предельном случае $t \rightarrow \infty$, когда можно пренебречь всеми производными в уравнении (В.1), поле стремится к величине, удовлетворяющей соотношению

$$M(\mathcal{E}_{lim}) = \exp\left(-\frac{l\kappa}{\Phi'}\right). \quad (\text{В.17})$$

Так как $\mathcal{E}_{lim} \approx 1$, то (В.17) можно упростить

$$\mathcal{E}_{lim} = 1 - \frac{l\kappa}{M'\Phi'}. \quad (\text{В.18})$$

Оценим характерное время затухания колебаний, рассматривая ток j_{ext} как малую величину. Пусть $\mathcal{E}(\theta)$ - решение (B.2), а $\mathcal{E}(\theta) + \delta\mathcal{E}(\theta)$ - решение (B.1). Определим уменьшение амплитуды колебаний поля за один период. Для колебаний малой амплитуды

$$\frac{d^2\delta\mathcal{E}}{d\theta^2} - M' \cdot (\mathcal{E} - 1) \frac{d\delta\mathcal{E}}{d\theta} - M' \cdot \delta\mathcal{E} \cdot \left(\frac{d\mathcal{E}}{d\theta} - \Phi' \right) = -i\kappa \quad (\text{B.19})$$

Во время увеличения электрического поля в зазоре $d\mathcal{E}/d\theta \approx \Phi'$, поэтому можно пренебречь третьим слагаемым в левой части (B.19) по сравнению со вторым

$$\begin{aligned} \frac{d^2\delta\mathcal{E}}{d\theta^2} - M' \cdot (\mathcal{E} - 1) \frac{d\delta\mathcal{E}}{d\theta} &= -i\kappa \\ \delta\mathcal{E}|_{\theta=0} &= 0, \quad \left. \frac{d\delta\mathcal{E}}{d\theta} \right|_{\theta=0} = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

Записав $\delta\mathcal{E}$ в окрестности $\theta = 0$ в виде ряда, получаем, что

$$\delta\mathcal{E} = -\frac{i\kappa}{2}\theta^2 - \frac{i\kappa M'\Phi'}{12}\theta^4 - \frac{i\kappa(M'\Phi')^2}{90}\theta^6 - \frac{i\kappa(M'\Phi')^3}{840}\theta^8 - \dots \quad (\text{B.21})$$

Ограничимся первым членом разложения (B.21). Это позволяет оценить поправку к амплитуде колебания поля $\delta\mathcal{E}$ за время увеличения электрического поля

$$\theta = \frac{\mathcal{E}_{\max} - 1}{\Phi'}. \quad (\text{B.22})$$

Таким образом, за время (B.22) амплитуда колебания уменьшится на величину

$$\delta\mathcal{E} = -\frac{i\kappa}{2} \left(\frac{\mathcal{E}_{\max} - 1}{\Phi'} \right)^2. \quad (\text{B.23})$$

Это позволяет оценить характерное время затухания колебаний из-за постоянного тока j_{ext} .

Это время равно

$$\frac{\mathcal{E}_{\max} - 1}{\delta\mathcal{E}} \cdot \Theta. \quad (\text{B.24})$$

Используя (B.23), (B.15), (B.16), получаем оценку времени затухания колебаний

$$\frac{\Phi'}{i\kappa}. \quad (\text{B.25})$$

Приложение С

Таунсендовский барьерный разряд при напряжении в форме меандра

Рассмотрим зависимости электрического поля и тока от времени при зависимости внешнего напряжения от времени в форме меандра. Основное уравнение, описывающее $\mathcal{E}(\theta)$, имеет вид

$$\begin{cases} \frac{d^2 \mathcal{E}}{d\theta^2} - \ln(M(\mathcal{E})) \frac{d\mathcal{E}}{d\theta} = -\iota \kappa, \\ \mathcal{E}|_{\theta=0} = \mathcal{E}_{\max}, \quad \left. \frac{d\mathcal{E}}{d\theta} \right|_{\theta=0} = -\kappa \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

Физический смысл и определения входящих в это уравнение функций и параметров дано в §2.3.

Если пренебречь малым током j_{ext} , то уравнение (C.1) станет однородным

$$\frac{d^2 \mathcal{E}}{d\theta^2} - \ln(M(\mathcal{E})) \frac{d\mathcal{E}}{d\theta} = 0. \quad (\text{C.2})$$

Его решение можно записать в виде квадратур

$$\theta(\mathcal{E}) = \int_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}_{\max}} \frac{d\mathcal{E}'}{\kappa + \int_{\mathcal{E}'}^{\mathcal{E}_{\max}} \ln(M(\mathcal{E}'')) d\mathcal{E}''}. \quad (\text{C.3})$$

Из (C.3) видно, что электрическое поле $\mathcal{E}(\theta)$ - монотонно убывающая функция, стремящаяся к минимальному значению \mathcal{E}_{\min} . Как видно из (C.3), $\theta \rightarrow \infty$ соответствует обращению в нуль знаменателя интегрируемой функции, поэтому

$$\int_{\mathcal{E}_{\min}}^{\mathcal{E}_{\max}} \ln(M(\mathcal{E}'')) d\mathcal{E}'' = -\kappa. \quad (\text{C.4})$$

Для качественного исследования решения (С.3) выпишем зависимости поля и тока от времени в случае малых электрических полей. Это эквивалентно разложению коэффициента мультипликации в ряд

$$\ln M(\mathcal{E}) = M' \cdot (\mathcal{E} - 1). \quad (\text{C.5})$$

Тогда из выражения (С.3) следует, что

$$\mathcal{E} = 1 + C_1 \cdot \text{th} \left(C_2 - \frac{C_1 M'}{2} \theta \right). \quad (\text{C.6})$$

$$C_1 = \sqrt{(\mathcal{E}_{\max} - 1)^2 + \frac{2\kappa}{M'}} \approx \mathcal{E}_{\max} - 1. \quad (\text{C.7})$$

$$\begin{aligned} C_2 &= \text{arcsh} \left((\mathcal{E}_{\max} - 1) \sqrt{\frac{M'}{2\kappa}} \right) \approx \ln \left((\mathcal{E}_{\max} - 1) \sqrt{\frac{M'}{2\kappa}} \right) + 0.7 = \\ &= \ln(\mathcal{E}_{\max} - 1) + 0.5 \ln \left(\frac{M'}{2\kappa} \right) + 0.7 \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

Приложение D

Параметры PIC моделирования слоя

При моделировании использовался модифицированный одномерный PIC-CIC [156] код XPDP1. Модификация кода заключалась в замене численного расчета во всем пространстве (включающем слои, предслои и центральную область плазмы) расчетом только двух слоев и части их предслоев. В код был заложен алгоритм, согласно которому из центральной области плазмы в сторону электродов вылетают ионы с направленной скоростью

$$v_B = \sqrt{T_e / m_i} . \quad (D.1)$$

Такая модификация кода позволяет исключить из рассмотрения детали ионизационных процессов и подробно с большим пространственным разрешением анализировать свойства слоев и предслоев в зависимости от частоты прилагаемого напряжения $U(t)$ между электродами.

Условия моделирования выбирались с целью получения наиболее ярких отличий одного частотного режима слоя от другого, а также с целью экономии вычислительных ресурсов. Во всех проведенных моделированиях предполагался один вид положительных ионов – ионов аргона Ar^+ . Размер пространственной ячейки для высокочастотного режима составлял $2 \cdot 10^{-2}$ см, для динамического режима - $8 \cdot 10^{-2}$ см, для квазистационарного - $2 \cdot 10^{-3}$ см. Количество суперчастиц, приходящихся на одну пространственную ячейку, составляло 200 единиц для всех частотных режимов. Шаг по времени для высокочастотного и динамического режимов составлял $0.5 \cdot ns$, для квазистационарного - $5 \cdot 10^{-11} sec$.

Корректность численной модели подтверждается сравнением с хорошо теоретически изученными высокочастотными и квазистационарными режимами слоя.

Приложение Е

Сравнение аналитической модели динамического режима с PIC моделированием

Приведем сравнение результатов численного PIC моделирования динамического режима слоя с теоретическим анализом, проведенным в §3.4. Условия моделирования: A_g , $T_e = 5 \text{ eV}$, $\omega/2\pi = 100 \text{ kHz}$, $U_{\max} = 10 \text{ kV}$, $\Gamma_i = 2.7 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$.

Катодная стадия

Решение дифференциального уравнения (3.26), (3.27) при условии (3.40) позволяет определить положение границы плазменной фазы, она изображена на Рис. Е.1. Полученная зависимость $\varphi(x,t)$, а также выражение (3.24) позволяют определить профиль ионной плотности в течение катодной стадии. Сравнение профилей плотности, полученных таким способом, с PIC профилями приведено на Рис. Е.2

Анодная стадия

Во время анодной стадии слой находится в плазменной фазе. Изменение плотности плазмы в плазменной фазе из-за распространения ионнозвуковой волны (3.40) показано на Рис. Е.3.

Выражения, полученные в §3.4, хорошо описывают результаты численного PIC моделирования динамического режима слоя.

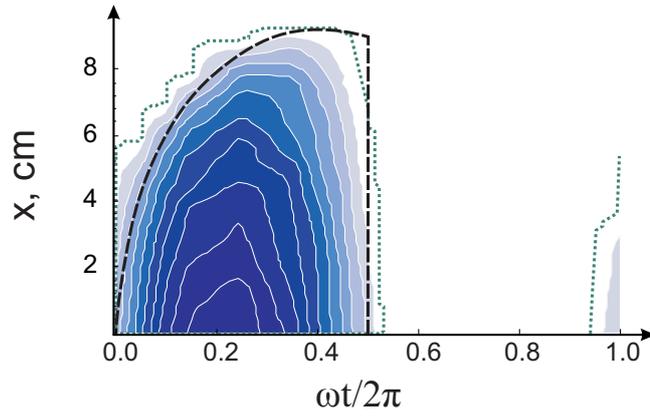


Рис. Е.1 Сравнение положения границ положения плазменной фазы полученной при PIC моделировании (пунктир) и решения уравнения (3.26), (3.27) (штрихи). Закрашенные области – уровни электрического поля в слое.

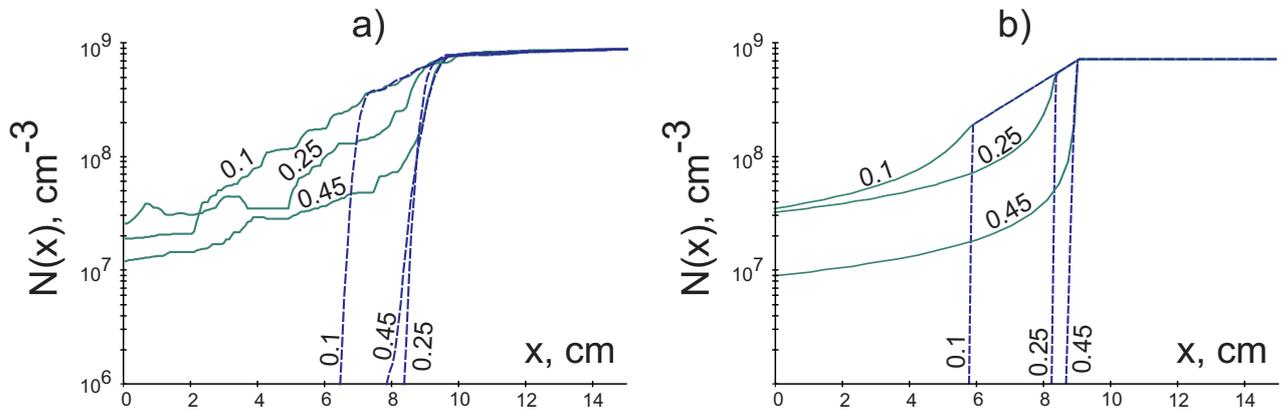


Рис. Е.2 Зависимости плотностей ионной (непрерывные кривые) и электронной (штрихи) концентраций от координаты. Моменты времени показаны в единицах периода напряжения. а – профили, полученные при PIC моделировании, б – решение уравнения (3.24)

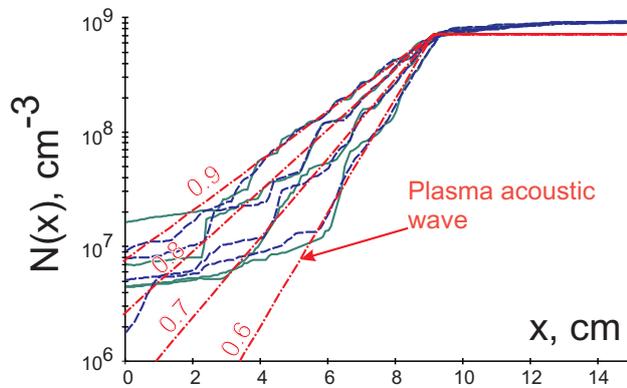


Рис. Е.3 Зависимости плотностей ионной (непрерывные кривые) и электронной (штрихи) концентраций от координаты. Штрихпунктирные кривые – плотность плазмы в ионнозвуковой волне (3.40). Моменты времени показаны в единицах периода напряжения.

Приложение F

Ионнозвуковой разлет плазмы в динамическом режиме

В пункте 3.4.2 показано, что плотность и скорость ионов в анодной стадии динамического режима удовлетворяют системе нелинейных уравнений в частных производных

$$\begin{cases} \frac{\partial n}{\partial t} - \frac{\partial(nv_i)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial v_i}{\partial t} - v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} = \frac{v_B^2}{n} \frac{\partial n}{\partial x} \end{cases} \quad (\text{F.1})$$

с начальными и граничными условиями, которые мы для удобства запишем в виде

$$n|_{t=\pi/\omega} = 0, \quad v_i|_{t=\pi/\omega} \rightarrow \infty, \quad n|_{x=L_{sh}} = \frac{\Gamma_i}{v_B}, \quad v_i|_{x=L_{sh}} = v_B. \quad (\text{F.2})$$

Будем искать решение (F.1) в виде автомодельных зависимостей $n(x,t) = n(\xi)$ и $v_i(x,t) = v_i(\xi)$, где $\xi = (L_{sh} - x)v_B^{-1}(t - \pi/\omega)^{-1}$. Из такой подстановки в уравнения (F.1) следует, что

$$v_i = v_b \cdot (1 + \xi), \quad n = n|_{\xi=0} \exp(-\xi), \quad (\text{F.3})$$

или с учетом условий (F.2) получаем окончательно

$$\begin{cases} n(x,t) = \frac{\Gamma_i}{v_B} \exp\left(\frac{x - L_{sh}}{v_B \cdot (t - \pi/\omega)}\right) \\ v_i(x,t) = v_B \cdot \left(1 + \frac{L_{sh} - x}{v_B \cdot (t - \pi/\omega)}\right) \end{cases}. \quad (\text{F.4})$$

Приложение G

Математический анализ распространения волны ионизации типа (а)

В пункте 4.1.1 показано, что в приближении резкой границы плазмы и поверхностного ионного заряда процесс распространения волны ионизации типа (а) описывается системой уравнений

$$\frac{dn}{dt} = S = \nu(E_{pl}) \cdot n, \quad (G.1)$$

$$eb_e E_{pl} n + \frac{1}{4\pi} \frac{d}{dt} (E_{pl} - E_{sh}) = 0, \quad (G.2)$$

$$\frac{dX}{dt} = b_e E_{pl}, \quad (G.3)$$

$$E_{pl} (L - X) + E_{sh} \left(\frac{2d}{\varepsilon} + X \right) = U(t). \quad (G.4)$$

В приложении проводится исследование решения этой системы. В качестве неизвестной функции выберем $E_{pl}(t)$. Неизвестные зависимости $n(t)$, $X(t)$, $E_{sh}(t)$ могут быть легко получены по известной функции $E_{pl}(t)$ в соответствии с системой (G.1)-(G.4). Зависимость частоты ионизации от электрического поля в плазме $\nu(E_{pl})$ предполагается быстро растущей, то есть $E_{pl} \ll Bp$.

Решение системы (G.1)-(G.4) относительно электрического поля в плазме E_{pl} с начальным условием $n|_{t=0} = n_{(0)}$ имеет вид

$$\frac{U(t) - E_{pl} \cdot \left(L + \frac{2d}{\varepsilon} \right)}{X + \frac{2d}{\varepsilon}} = 4\pi eb_e n_{(0)} \int_0^t \left(E_{pl}(t') \exp \left[\int_0^{t'} \nu|_{E=E_{pl}(t'')} dt'' \right] \right) dt', \quad (G.5)$$

$$X = b_e \int_0^t E_{pl}(t') dt' \quad (G.6)$$

и неявно определяет зависимость $E_{pl}(t)$. Левая часть уравнения (G.5) зависит линейно от поля E_{pl} , в то время как правая часть зависит от поля гораздо сильнее. Предынтегральный множитель в правой части является малым. До момента времени t_0 , когда начинается активная ионизации газа, правая часть уравнения (G.5) оказывается порядка

$$4\pi e b_e n_{(0)} t_0 \cdot E_{pl}, \quad (G.7)$$

то есть она порядка произведения поля E_{pl} на отношение времени разряда к максвелловскому времени предыонизационной плазмы. Это время обычно порядка $10^{-1} \div 10^{-4}$ sec, что много больше всего характерного времени импульсного разряда. Таким образом, правая часть (G.5) много меньше E_{pl} и до момента t_0 можно считать

$$\frac{U(t) - E_{pl} \cdot \left(L + \frac{2d}{\varepsilon}\right)}{X(t) + \frac{2d}{\varepsilon}} = 0. \quad (G.8)$$

Отсюда следует, что до t_0 длится начальная темная стадия, при которой поле E_{pl} не возмущено зарядами

$$E_{pl} = \frac{U(t)}{L + \frac{2d}{\varepsilon}}, \quad t < t_0. \quad (G.9)$$

Так как ионизация начинается с очень низких плотностей, то, несмотря на ионизацию газа, заряды в слое и на диэлектрическом барьере до момента времени $t = t_0$ не могут существенно возмутить однородные поля в зазоре.

Момент времени t_0 , когда быстро нарастающий заряд искажает поле можно определить, используя (G.5). Этот подход аналогичен критерию Леба-Мика-Ретера для определения момента искажения поля пространственным зарядом лавины [123]. Пусть в момент t_0 поле уменьшится на величину порядка самого невозмущенного поля. Так как правая часть очень сильно зависит от величины поля в плазме, а левая зависит только линейно, то уравнение для определения момента t_0 принимает вид

$$E_{pl}(t_0) = 4\pi e b_e n_{(0)} \int_0^{t_0} \left(E_{pl}(t') \exp \left[\int_0^{t'} \nu|_{E=E_{pl}(t'')} dt'' \right] \right) dt', \quad (G.10)$$

причем в уравнении (G.10) стоит невозмущенное электрическое поле (G.9). Используя метод перевала, правую часть (G.10) можно упростить

$$1 = \frac{4\pi e b_e n_{(0)}}{v|_{E=E_{pl}(t_0)}} \exp \left[\int_0^{t_0} v|_{E=E_{pl}(t')} dt' \right]. \quad (G.11)$$

Правая часть уравнения (G.11) экспоненциально быстро растет с t_0 , что позволяет точно определить момент начала искажения электрического поля зарядами. Однако характерного времени, в течение которого происходит рост тока и плотности плазмы (см. t_1 , t_2 на Рис. 4.2), такой метод определить не может. Время t_0 согласно (G.11) определяется с логарифмической точностью, по нему невозможно определить плотность плазмы, так как плотность эта зависит от t_0 экспоненциально. Можно только сказать, что вытеснение поля из плазмы и рост электрического тока произойдут за времена много меньшие t_0 , то есть $t_0 \approx t_1$ и $t_0 \approx t_2$. Это позволяет на временах пробоя считать размер слоя постоянным

$$X_0 = X(t_0) = b_e \int_0^{t_0} E_{pl}(t') dt' = \frac{b_e}{L + \frac{2d}{\varepsilon}} \int_0^{t_0} U(t') dt'. \quad (G.12)$$

Используя характерные масштабы частоты (по порядку величины равной обратному максвелловскому времени предыонизационной плазмы) и длинны разрядного промежутка

$$V = 4\pi e b_e n_{(0)} \frac{X_0 + \frac{2d}{\varepsilon}}{L + \frac{2d}{\varepsilon}}, \quad (G.13)$$

$$\Lambda = L + \frac{2d}{\varepsilon}, \quad (G.14)$$

выражение (G.5) принимает вид

$$\frac{U}{\Lambda} - E_{pl} = V \cdot \int_0^t \left(E_{pl}(t') \exp \left[\int_0^{t'} v|_{E=E_{pl}(t'')} dt'' \right] \right) dt'. \quad (G.15)$$

Физический смысл (G.15) состоит в том, что электрическое поле в плазме E_{pl} отличается от невозмущенного поля U/Λ . Это различие быстро нарастает во времени и сложным образом зависит от самого поля в плазме.

Если продифференцировать (G.15) по времени один и два раза, то получаются соотношения

$$\frac{1}{\Lambda} \frac{dU}{dt} - \frac{dE_{pl}}{dt} = V \cdot E_{pl} \cdot \exp \left(\int_0^t v(t') dt' \right), \quad (G.16)$$

$$\frac{1}{\Lambda} \frac{d^2 U}{dt^2} - \frac{d^2 E_{pl}}{dt^2} = \left(\frac{dE_{pl}}{dt} + E_{pl} \nu \right) \cdot V \cdot \exp \left(\int_0^t \nu(t') dt' \right). \quad (G.17)$$

Если из (G.16) выразить экспоненциальный множитель и подставить его в (G.17), то получается замкнутое нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение для зависимости электрического поля в плазме от времени

$$\frac{d^2 E_{pl}}{dt^2} - \frac{1}{\Lambda} \frac{d^2 U}{dt^2} - \left(\frac{dE_{pl}}{dt} - \frac{1}{\Lambda} \frac{dU}{dt} \right) \left(\frac{1}{E_{pl}} \frac{dE_{pl}}{dt} + \nu(E_{pl}) \right) = 0. \quad (G.18)$$

Начальные условия при $t = 0$ для уравнения (G.18) следуют из соотношений (G.15) и (G.16)

$$E_{pl} \Big|_{t=0} = U \Big|_{t=0} / \Lambda, \quad (G.19)$$

$$\frac{dE_{pl}}{dt} \Big|_{t=0} = \frac{1}{\Lambda} \frac{dU}{dt} \Big|_{t=0} - V \cdot E_{pl} \Big|_{t=0}. \quad (G.20)$$

Видно, что уравнению (G.18) удовлетворяет решение в темной стадии пробоя (G.9). Однако представляет интерес исследование решения при $t \approx t_0$, так как именно в интервале $t_0 < t < t_2$ (см. Рис. 4.2) должны происходить рост тока, плотности плазмы и вытеснение электрического поля из плазмы в слой за счет высокой проводимости.

Рассмотрим случай линейной зависимости приложенного напряжения от времени

$$U(t) = U' \cdot t, \quad U' - \text{const} \quad (G.21)$$

и случай постоянного напряжения

$$U(t) = U, \quad U - \text{const}. \quad (G.22)$$

Линейное со временем нарастание напряжения

В барьерном разряде импульсный пробой происходит, как правило, на стадии роста приложенного напряжения. Самой простой зависимостью растущего напряжения на разряде является зависимость (G.21). В этом случае уравнение (G.18) принимает вид

$$\frac{d^2 E_{pl}}{dt^2} - \left(\frac{dE_{pl}}{dt} - \frac{U'}{\Lambda} \right) \left(\frac{1}{E_{pl}} \frac{dE_{pl}}{dt} + \nu(E_{pl}) \right) = 0. \quad (G.23)$$

Это уравнение не содержит явно независимой переменной, поэтому его порядок может быть понижен. Уравнение (G.23) на фазовой плоскости $\{p, q\}$

$$p = \frac{\Lambda}{U'} \frac{dE_{pl}}{dt}, \quad (\text{G.24})$$

$$q = \frac{\Lambda \cdot E_{pl} \cdot V}{U'} \quad (\text{G.25})$$

равно

$$\frac{dp}{dq} = \frac{p-1}{p} \frac{p + \tilde{\alpha}(q)}{q}, \quad (\text{G.26})$$

$$\tilde{\alpha}(q) = \frac{q \cdot v(q)}{V}. \quad (\text{G.27})$$

Начальные условия (G.19), (G.20) для фазовой траектории принимают вид

$$p|_{q=0} = 1 - q, \quad (\text{G.28})$$

Из анализа уравнения фазовых траекторий (G.26) видно, что всю фазовую плоскость можно разделить на три области А, В и С. Области эти разделяются кривыми $p = 0$ и $p = -\tilde{\alpha}(q)$ (см. Рис.G.1). В каждой из этих областей уравнение (G.26) может быть упрощено, и это соответствует различным физическим процессам, доминирующим в волне ионизации.

В соответствии с начальным условием (G.28) фазовая траектория стартует из точки $\{p = 1, q = 0\}$. Траектория движется в области А, и так как на ее пути $dp/dq < 0$ (см. (G.26)), то траектория попадает в область В. В области В $dp/dq > 0$, и траектория попадает в область С, где снова $dp/dq < 0$.

Движение в области А соответствует темной стадии, когда поле не возмущено и $p \approx 1$. Видно, что условие $p = 1$ эквивалентно формуле (G.9). Но слабый наклон фазовой траектории приводит к быстрому уходу из области А за счет экспоненциально растущего множителя в (G.26), содержащего функцию $\tilde{\alpha}$. В области А уравнение (G.26) для фазовой траектории может быть упрощено, так как за исключением маленького промежутка времени $p \approx 1$, то

$$\frac{dp}{dq} = (p-1) \frac{1 + \tilde{\alpha}(q)}{q}. \quad (\text{G.29})$$

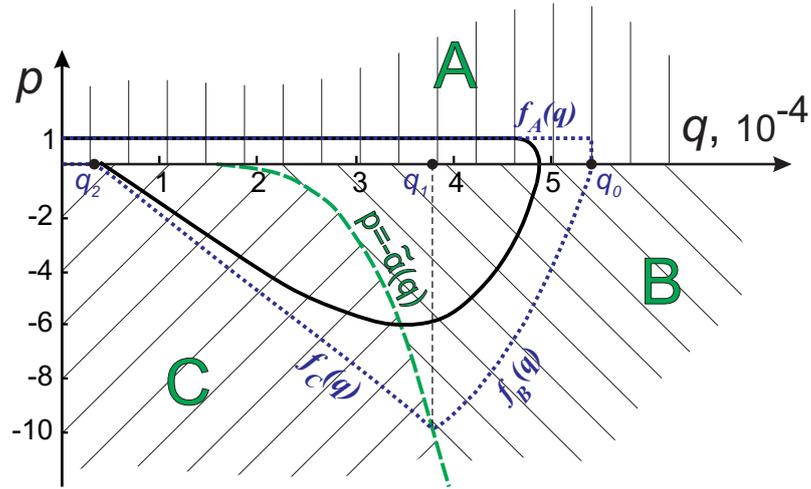


Рис.Г.1 Фазовая плоскость. Эволюция электрического поля на фазовой плоскости (G.26) – непрерывная кривая. Пунктир аппроксимация фазовой траектории (G.32) в различных областях плоскости. Условия моделирования в подписи к Рис. 4.3.

Так как функция (G.27) является быстро растущей, то либо $p \ll \tilde{\alpha}$, либо $p \gg \tilde{\alpha}$. Это позволяет в области В считать $p + \tilde{\alpha}(q) \approx \tilde{\alpha}(q)$. Кроме этого, так как процесс вытеснения поля из плотной плазмы является быстрым по сравнению с t_0 , то $|p| \gg 1$. Эти упрощения позволяют записать уравнение (G.26) в области В в виде

$$\frac{dp}{dq} = \frac{\tilde{\alpha}(q)}{q}, \quad (\text{G.30})$$

а в области С – в виде

$$\frac{dp}{dq} = \frac{p-1}{q}. \quad (\text{G.31})$$

Уравнения (G.29), (G.30), (G.31) уже являются уравнениями с разделяющимися переменными. Их решения в каждой из областей имеют вид

$$p(q) = \begin{cases} f_A = 1 - q \cdot \exp\left(\int_0^q \frac{\tilde{\alpha}(q')}{q'} dq'\right), & 0 \leq q \leq q_0 \\ f_B = -\int_q^{q_0} \frac{\tilde{\alpha}(q')}{q'} dq', & q_1 \leq q \leq q_0, \\ f_C = 1 - \frac{q}{q_1}(1 + \tilde{\alpha}(q_1)), & q_2 \leq q \leq q_1 \end{cases} \quad (\text{G.32})$$

где величины q_0 и q_1 определяются из условий непрерывности фазовой траектории: $f_A(q_0) = 0$, $f_B(q_1) = -\tilde{\alpha}(q_1)$ (см. Рис.G.1).

Возвращаясь к размерным переменным, фазовая траектория (G.32) принимает вид

$$\frac{\Lambda}{U'} \frac{dE_{pl}}{dt} = f \left(\frac{V\Lambda}{U'} \cdot E_{pl} \right), \quad (G.33)$$

где в качестве f выступают функции f_A , f_B , f_C из (G.32). Решение уравнения (G.33) имеет вид неявной функции $E_{pl}(t)$

$$\int^{E_{pl} \frac{V\Lambda}{U'}} \frac{dq'}{f(q')} = V \cdot t. \quad (G.34)$$

Оценка характерных масштабов фазовой траектории

Величина q_0 может быть оценена из условий $f_A(q_0) = 0$ и $p \approx 1$

$$q_0 \approx \exp \left(- \int_0^{q_0} \frac{\tilde{\alpha}(q')}{q'} dq' \right) = \exp \left(- \int_0^{t_0} v \left(\frac{U' \cdot t}{L + \frac{2d}{\varepsilon}} \right) dt' \right) \sim \frac{n_{(0)}}{n|_{t=t_0}} \ll 1. \quad (G.35)$$

Быстрый рост функции $\tilde{\alpha}(q)$ означает, что величина интеграла в определении f_B (см. (G.32)) слабо зависит от нижнего предела интегрирования. Условие $f_B(q_1) = -\tilde{\alpha}(q_1)$ позволяет сделать оценку величины $\tilde{\alpha}(q_1)$

$$\tilde{\alpha}(q_1) = \int_{q_1}^{q_0} \frac{\tilde{\alpha}(q')}{q'} dq' \approx \int_0^{q_0} \frac{\tilde{\alpha}(q')}{q'} dq'. \quad (G.36)$$

Если подставить выражение для интеграла из оценки (G.35) в (G.36), то получаем

$$\tilde{\alpha}(q_1) \approx \ln \frac{n|_{t=t_0}}{n_{(0)}} \gg 1. \quad (G.37)$$

При импульсном пробое логарифм отношения плотности плазмы в момент начала экранирования к плотности плазмы предыонизации является большой величиной, но он не превышает $10 \div 20$.

Величина q_1 определяется ионизационными свойствами газа, для ее оценки необходимо явно задать быстро растущую функцию $\tilde{\alpha}(q)$. Из определения (G.27) и

выражений (1), (4.9) следует, что $\tilde{\alpha}(q)$ растет экспоненциально быстро вплоть до электрических полей равных Bp . В соответствии с (G.25) обозначим поле, при котором прекращается экспоненциальная зависимость $\tilde{\alpha}(q)$,

$$q_{sat} = \frac{\Lambda \cdot V}{U'} Bp. \quad (G.38)$$

Тогда для оценок можно полагать

$$\tilde{\alpha}(q) = \tilde{\alpha}(q_{sat}) \exp(-q_{sat}/q). \quad (G.39)$$

Подставив (G.39) в оценку (G.36) и используя метод перевала, получаем

$$\tilde{\alpha}(q_1) \approx \tilde{\alpha}(q_0) \frac{q_0}{q_{sat}}. \quad (G.40)$$

Прологарифмировав правую и левую части (G.40), с учетом (G.39) получаем

$$-\frac{q_{sat}}{q_1} \approx -\frac{q_{sat}}{q_0} + \ln \frac{q_0}{q_{sat}}. \quad (G.41)$$

Так как логарифм – медленно меняющаяся функция, и $q_0 \ll q_{sat}$, то $q_1 \sim q_0$. Из оценки (G.41) следует, что

$$\frac{q_0 - q_1}{q_0} \approx \frac{q_0}{q_{sat}} \ln \frac{q_{sat}}{q_0} \sim \frac{q_0}{q_{sat}} \ll 1. \quad (G.42)$$

Подстановка в условие $f_c(q_2) = 0$ (см. (G.32) и Рис.G.1) оценок (G.42), (G.35), (G.37) позволяет оценить q_2

$$q_2 \approx \frac{n_{(0)}}{n|_{t=t_0}} \cdot \ln^{-1} \frac{n|_{t=t_0}}{n_{(0)}} \ll q_1, q_0. \quad (G.43)$$

Физический механизм различных стадий

Из проведенного анализа видно, что электрическое поле в плазме $E_{pl}(t)$ возрастает только во время темной стадии. Рост этот происходит за счет увеличения прикладываемого напряжения и продолжается при $0 \leq t \leq t_0$. Этому соответствует участок фазовой траектории в области А на Рис.G.1. После того как траектория из этой области выходит, поле может, несмотря на увеличение напряжения на разряде, только уменьшаться. Вытеснение электрического поля из плазмы происходит благодаря двум различным механизмам.

Первый механизм состоит в вытеснении поля из-за роста плотности положительного заряда в зазоре вследствие активной ионизации (см. (G.30)). Стадия с таким механизмом длится при $t_0 \leq t \leq t_1$, и ей соответствует область В на Рис.G.1. Длительность такого механизма вытеснения поля из плазмы можно оценить по характерным масштабам фазовой траектории. Из оценок (G.42) и (G.37) следует, что

$$\begin{aligned} \frac{t_1 - t_0}{t_0} &\approx \frac{q_0 - q_1}{q_0} \frac{1}{p(q_1)} \approx \frac{q_0 - q_1}{q_0} \frac{1}{\tilde{\alpha}(q_1)} \\ &\approx \frac{U' \cdot t_0}{Bp} \cdot \ln \frac{Bp}{U' \cdot t_0} \cdot \ln^{-1} \frac{n|_{t=t_0}}{n_{(0)}} \ll 1 \end{aligned} \quad (G.44)$$

Второй механизм соответствует максвелловской релаксации плотной плазмы, в которой ионизационные процессы уже прекратились (см. (G.31)), а увеличение поверхностного заряда происходит только за счет увеличения его толщины. Толщина области поверхностного заряда по-прежнему пренебрежимо мала в масштабах разрядного промежутка. Такому механизму вытеснения поля из плотной плазмы соответствует область С.

Рассмотрим процесс максвелловской релаксации более подробно. Подстановка в формулу (G.34) выражения f_C из (G.32) приводит к следующей зависимости поля в плотной плазме от времени

$$\begin{aligned} E_{pl}(t) &= \frac{E_{pl}(t_1)}{1 + \tilde{\alpha}(q_1)} \left(1 + \tilde{\alpha}(q_1) \cdot e^{-\frac{(t-t_1) \cdot U' \cdot (1 + \tilde{\alpha}(q_1))}{E_{pl}(t_1) \cdot \Lambda}} \right) \approx \\ &\approx \frac{U' \cdot t_0}{\Lambda \ln \frac{n|_{t=t_0}}{n_{(0)}}} \left(1 + \ln \frac{n|_{t=t_0}}{n_{(0)}} \cdot \exp \left(-\frac{(t-t_1)}{t_0 \cdot \ln^{-1} \frac{n|_{t=t_0}}{n_{(0)}}} \right) \right) \end{aligned} \quad (G.45)$$

Видно, что роль максвелловского времени играет величина

$$\tau_M \approx t_0 \cdot \ln^{-1} \frac{n|_{t=t_0}}{n_{(0)}}. \quad (G.46)$$

Это позволяет определить плотность плазмы, возникшей после окончания пробоя, когда ионизация прекращается (т.е. при $t > t_1$)

$$\tau_M = \frac{1}{4\pi \sigma|_{t \rightarrow \infty}} = \frac{1}{4\pi e b_e n|_{t \rightarrow \infty}}. \quad (G.47)$$

Из выражений (G.46) и (G.47) следует, что плотность плазмы достигает максимального значения

$$n|_{t \rightarrow \infty} \approx \frac{\ln \frac{n|_{t=t_0}}{n_{(0)}}}{4\pi e b_e t_0}. \quad (G.48)$$

В отличие от обычной маквелловской релаксации электрическое поле из плазмы полностью не вытесняется. Из (G.45) следует, что оно стремится к предельному значению

$$E_{pl}|_{t \rightarrow \infty} \approx \frac{U' \cdot t_0}{\Lambda \ln \frac{n|_{t=t_0}}{n_{(0)}}} \approx \frac{U' \cdot \tau_M}{\Lambda}. \quad (G.49)$$

Поле можно считать постоянным в соответствии с (G.45) при $t > t_1 + \tau_M$. Это условие эквивалентно условию $t > t_2$, так как из оценок (G.43), (G.42), (G.37) для фазовой траектории следует, что

$$\begin{aligned} \frac{t_2 - t_1}{t_0} &\approx \frac{q_1 - q_2}{q_0} \frac{1}{p(q_1)} \approx \frac{q_0 - q_2}{q_0} \frac{1}{\tilde{\alpha}(q_1)} \\ &\approx \ln^{-1} \frac{n|_{t=t_0}}{n_{(0)}} \ll 1 \end{aligned} \quad (G.50)$$

или с учетом (G.46)

$$t_2 - t_1 \approx \tau_M. \quad (G.51)$$

Для выяснения физического смысла поля $E_{pl}|_{t \rightarrow \infty}$ упростим выражение (G.49), подставив определение максвелловского времени (G.47), и учтем, что поле в плазме постоянно

$$\sigma \cdot E_{pl}|_{t \rightarrow \infty} \approx \frac{1}{4\pi} \frac{U'}{\Lambda} \approx \frac{1}{4\pi} \frac{dE_{sh}}{dt}. \quad (G.52)$$

Из сравнения правой и левой частей (G.52) видно, что электрическое поле в плазме (G.49) создает электрический ток, который замыкает ток смещения в слое. К аналогичному результату приводит и анализ формулы (G.2), в которой $dE_{pl}/dt = 0$.

Табуляция решений

В практических приложениях удобно использовать универсальные функции, описывающие пробой. Из уравнения (G.26) следует, что различные разряды различаются только функцией (G.27)

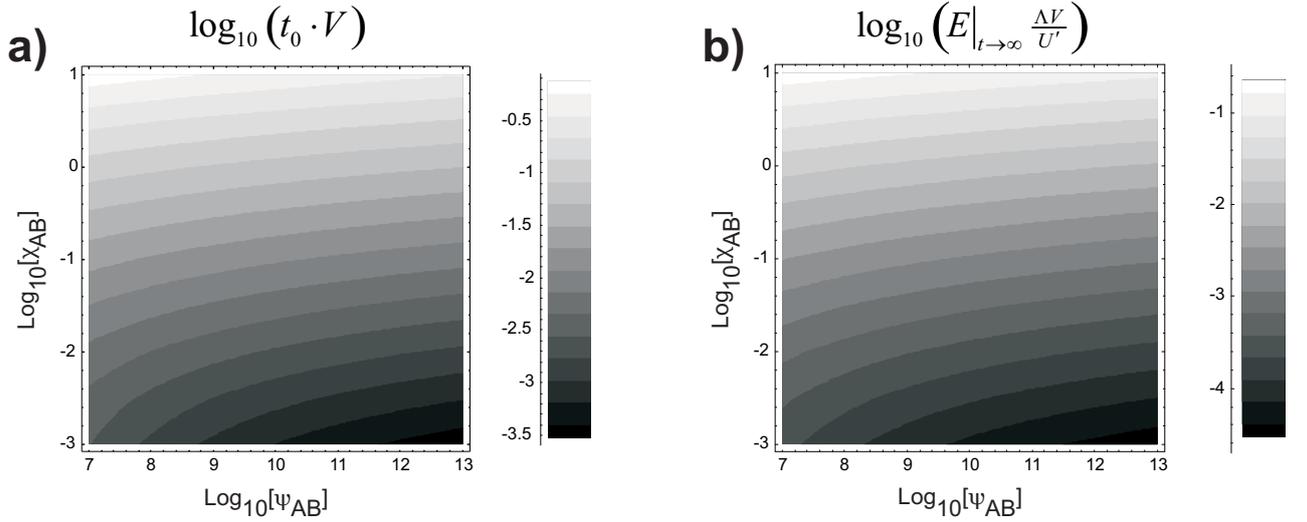


Рис.G.2 Зависимости универсальных функций от параметров подобия (G.55) и (G.56). а - длительность темной стадии разряда. б - поле, остающееся в плазме.

$$\tilde{\alpha} = \nu \left(\frac{qU'}{V\Lambda} \right) \frac{q}{V}. \quad (\text{G.53})$$

При использовании таунсендовской аппроксимации (1) в определении частоты ионизации ν получаем, что

$$\tilde{\alpha} = \psi_{AB} q^2 \exp\left(-\frac{\chi_{AB}}{q}\right), \quad (\text{G.54})$$

$$\psi_{AB} = \frac{ApU'}{(4\pi en_{(0)})^2 b_e \left(X_0 + \frac{2d}{\varepsilon}\right)^2}, \quad (\text{G.55})$$

$$\chi_{AB} = \frac{4\pi e b_e n_{(0)} Bp \cdot \left(X_0 + \frac{2d}{\varepsilon}\right)}{U'}. \quad (\text{G.56})$$

Величины (G.55) и (G.56) являются параметрами подобия. На Рис.G.2 показаны зависимости длительности темной стадии и $E|_{t \rightarrow \infty}$ от этих параметров. Так как электрический ток в плазме замыкается током смещения через слой, то данные Рис.G.2b позволяют определить плотность плазмы после завершения импульсного пробоя.

Постоянное напряжение

Если к разрядной ячейке за времена много меньшие t_0 прикладывается постоянное напряжение U , то в этом случае уравнение (G.18) принимает вид

$$\frac{d^2 E_{pl}}{dt^2} - \frac{dE_{pl}}{dt} \left(\frac{1}{E_{pl}} \frac{dE_{pl}}{dt} + \nu(E_{pl}) \right) = 0. \quad (G.57)$$

Это уравнение не содержит явно независимой переменной, поэтому его порядок может быть понижен. Уравнение (G.57) на фазовой плоскости $\{p, q\}$

$$p = \frac{\Lambda}{U \cdot V} \frac{dE_{pl}}{dt}, \quad (G.58)$$

$$q = \frac{\Lambda \cdot E_{pl}}{U} \quad (G.59)$$

имеет вид

$$\frac{dp}{dq} = \frac{p + \tilde{\alpha}(q)}{q}, \quad (G.60)$$

$$\tilde{\alpha}(q) = \frac{q \cdot \nu(q)}{V}. \quad (G.61)$$

Начальные условия (G.19), (G.20) для фазовой траектории принимают вид

$$p|_{q=1} = 1. \quad (G.62)$$

Табуляция решений

Аналогично случаю линейного со временем нарастания напряжения из уравнения (G.60) следует, что различные разряды различаются только функцией (G.61)

$$\tilde{\alpha} = \nu \left(\frac{qU}{\Lambda} \right) \frac{q}{V}. \quad (G.63)$$

При использовании таунсендовской аппроксимации (1) для частоты ионизации ν , получаем

$$\tilde{\alpha} = \delta_{AB} q^2 \exp\left(-\frac{\varphi_{AB}}{q}\right), \quad (G.64)$$

$$\delta_{AB} = \frac{ApU}{4\pi en_{(0)}} \cdot \frac{1}{X_0 + \frac{2d}{\varepsilon}}, \quad (G.65)$$

$$\varphi_{AB} = \frac{Bp \cdot (L + \frac{2d}{\varepsilon})}{U}. \quad (G.66)$$

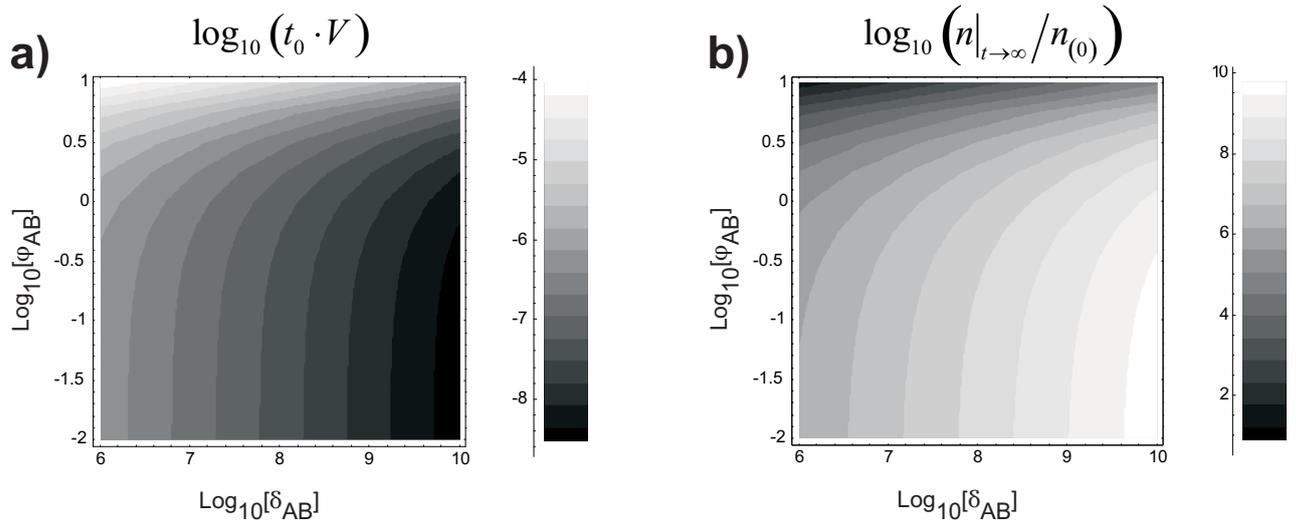


Рис.Г.3 Зависимости универсальных функций от параметров подобия (G.65) и (G.66) . а - длительность темной стадии разряда. б – плотность плазмы.

Величины (G.65) и (G.66) являются параметрами подобия. На Рис.Г.3 показана зависимость длительности темной стадии и плотности плазмы от этих параметров.

Приложение Н

Плазменный модуль кода gerris

Физические величины в газовом разряде меняются на различном пространственном масштабе. При диффузной форме горения разряда характеристики большей части плазмы меняются на пространственном масштабе межэлектродного промежутка L . Исключение составляют слои пространственного заряда. Место расположения этих слоев обычно известно заранее. Поэтому при моделировании разрядов с диффузной формой горения оптимальная вычислительная сетка также обычно известна. Ее шаг должен быть маленьким в местах резкой неоднородности физических величин (область слоев и т.п.) и большим в остальной области. При моделировании такие неоднородности вычислительной сетки позволяют экономить оперативную память и вычислительное время.

При моделировании различных переходных процессов, волн ионизации, стримеров и т.п., области, в которых физические величины оказываются неоднородными, движутся. При этом адаптивная вычислительная сетка должна быть динамической и также меняться во времени. Например, радиус стримера r_s в воздухе атмосферного давления по соображениям, приведенным в работе [130], оказывается порядка $r_s \sim 10^{-1} \div 10^{-2}$ см. Толщина δ_s области пространственного заряда в головке стримера и на его поверхности (4.54) оказывается еще на порядок меньше. Это означает, что если рассматривать задачу о распространении стримера в пределах 1 см^3 , то при равномерной сетке необходимо 10^9 ячеек. При современном развитии вычислительной техники обеспечить такой объем оперативной памяти и скорости вычислений трудно. Применение динамической адаптивной сетки позволяет уменьшить число ячеек в такой задаче до 10^6 (см. Рис. 4.13).

Впервые алгоритм с динамическими адаптивными сетками для моделирования начальной стадии развития аксиально-симметричного стримера был применен в работе

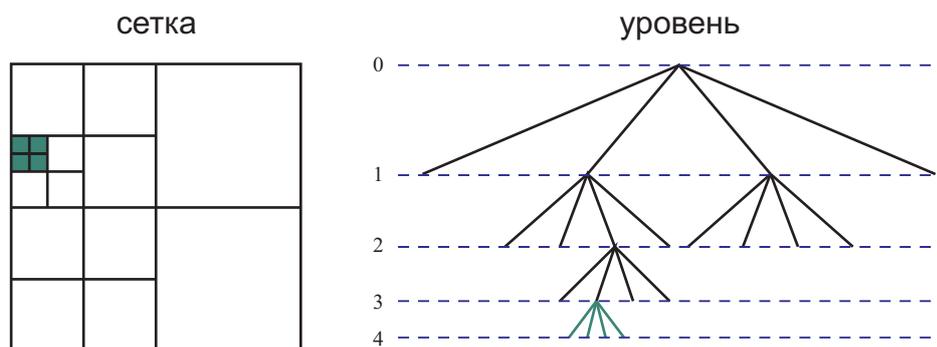


Рис. Н.1 Пример двумерной адаптивной декартовой сетки кода gerris.

[157]. Сегодня похожие алгоритмы описаны в работах [158, 159]. Свободно распространяемый по лицензии GNU гидродинамический код gerris также основан на использовании динамических вычислительных сеток в задачах гидродинамики. В этом коде используются декартовы сетки. Иерархия уровней декартовой вычислительной сетки показана на Рис. Н.1 [160].

В процессе работы для кода gerris был создан плазменный модуль, основанный на минимальной стримерной модели (см. §4.2). Алгоритм решение уравнения Пуассона для этой модели описан в работе [160]. Так как на поверхности стримера концентрация электронов возрастает от очень низких $\sim 10^5 \text{ cm}^{-3}$ до высоких $\sim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ значений, то в модуле для уравнений непрерывности использовался алгоритм Шарфеттера-Гуммеля [165, 166]. Так как концентрации электронов и ионов экспоненциально зависят от пространственной координаты, то при делении вычислительной ячейки величины электронной и ионной плотностей определялись как среднее геометрическое. Когда концентрации частиц в соседних ячейках примерно равны, среднее геометрическое примерно равно среднему арифметическому. Параметры сетки приведены в Табл. Н-1.

Вычислительный шаг по времени определялся как наименьшее время из двух

Табл. Н-1 Параметры вычислительной сетки

		Максимальный уровень деления ячейки	$\min(x_{i+1}-x_i)$, cm	$\min(t_{i+1}-t_i)$, sec
3-D аксиальная симметрия	Рис. 4.10	15	$3 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-12}$
	Рис. 4.9	13	$1 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-15}$
	Рис. 4.11	13	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-15}$
3-D	Рис. 4.13, Рис. 4.14	10	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-14}$

Табл. Н-2 Условия для соседних ячеек

		$\frac{ (n_e)_k - (n_e)_{k+1} }{\max(n_e)}$	$\frac{ (n_i)_k - (n_i)_{k+1} }{\max(n_i)}$	$\frac{(n_e)_k}{(n_e)_{k+1}}$	$\frac{(n_i)_k}{(n_i)_{k+1}}$	$\frac{(E)_k}{(E)_{k+1}}$
3-D аксиальная симметрия	Рис. 4.10	<0.1	<0.1	<3; >0.3	-	<1.2; >0.8
	Рис. 4.9	<0.1	<0.1	<3; >0.3	-	<1.2; >0.8
	Рис. 4.11	<0.1	<0.1	<3; >0.3	-	<1.2; >0.8
3-D	Рис. 4.13, Рис. 4.14	<0.05	<0.05	<2; >0.5	<2; >0.5	<1.2; >0.8

значений. Первое время равнялось времени дрейфа электрона через самую маленькую вычислительную ячейку, второе время было равно времени максвелловской релаксации плазмы с самой большой проводимостью. Параметр CLF был равен 0.2 (см. Табл. Н-1).

На каждом шаге по времени анализировались решения уравнений. Ячейки сетки делились, пока одновременно в двух соседних ячейках не выполнялись условия, приведенные в Табл. Н-2. Этим обеспечивалась подробная вычислительная сетка в местах резкой неоднородности решений⁹.

Начальные и граничные условия

В качестве начального условия в модуле кода использовались модели электронных лавин. Эти лавины имели максимальную концентрацию электронов $n_e = 10^{11} \div 10^{12} \text{ cm}^{-3}$. Концентрация электронов спадала с удалением от центра лавины согласно закону Гаусса вплоть до $n_0 = 10^5 \text{ cm}^{-3}$; характерный радиус лавин был равен $\sqrt{D_e \nu / 10}$.

В качестве граничного условия предполагалось, что концентрация электронов на бесконечности равна $n_0 = 10^5 \text{ cm}^{-3}$. Ионизация газа этими электронами отсутствовала, это обеспечивалось вычитанием из правых частей уравнений (4.6) и (4.7) соответствующего слагаемого.

Корректность работы плазменного модуля кода gerris подтверждается сравнением с аналитическими оценками (см. §4.2), результатами численного моделирования начальной стадии развития стримеров [167] и решением тестовых одномерных задач.

⁹ Максимальный уровень деления ячеек вычислительной сетки для случая 3-D моделирования был ограничен 10 (т.е. $2 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$). Это позволило сэкономить оперативную память ЭВМ, так как в данной задаче число ячеек достигало одного миллиона.

Приложение I

Интегральное уравнение для функции распределения

В §5.2 получено упрощенное кинетическое интегро-дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{p}{m_e} \frac{\partial f}{\partial x} + eE \frac{\partial f}{\partial p} = \frac{\delta(p)}{m_e} \cdot N \cdot \int_0^{\infty} \frac{P \cdot \sigma_{i\max}}{1 + \frac{\sigma_{i\max} I \cdot P^2}{2m_e \pi Z e^4}} \cdot f(P) \cdot dP, \quad (\text{I.1})$$

$$f|_{t=0} = f_0(x, p) = n_{(0)} \delta(p - p_0) \eta(x). \quad (\text{I.2})$$

Для нахождения его решения применим метод характеристик, который позволит свести интегро-дифференциальное уравнение (I.1) к интегральному уравнению Вольтерра второго рода с симметричным ядром.

Характеристики уравнения (I.1) $x(t, x_c, p_c)$ и $p(t, x_c, p_c)$ являются решениями системы

$$\frac{dx}{dt} = \frac{p}{m_e}, \quad x|_{t=0} = x_c. \quad (\text{I.3})$$

$$\frac{dp}{dt} = eE, \quad p|_{t=0} = p_c. \quad (\text{I.4})$$

В случае отсутствия ионизации, что соответствовало бы равной нулю правой части уравнения (I.1), вдоль характеристик $x(t, x_c, p_c)$ и $p(t, x_c, p_c)$ решение было бы постоянным во времени. Оно определялось бы только начальным условием и было бы равно $f_0|_{x=x_c, p=p_c}$. В нашем случае правая часть (I.1) нулю не равна, поэтому даже вдоль характеристики величина f изменяется со временем.

Если перейти от переменных $\{t, x, p\}$ к переменным $\{t, x_c, p_c\}$, то уравнение (I.1)

примет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{df}{dt} = \left[\frac{\delta(p) \cdot N}{m_e} \cdot \int_0^{\infty} \frac{P \cdot \sigma_{i\max}}{1 + \frac{\sigma_{i\max} I \cdot P^2}{2m_e \pi Z e^4}} \cdot f(t, x, P) \cdot dP \right]_{\substack{x=x(t, x_c, p_c) \\ p=p(t, x_c, p_c)}} \\ f|_{t=0} = f_0(x_c, p_c) \end{array} \right. , \quad (I.5)$$

или после интегрирования по времени

$$f(t, x_c, p_c) = f_0(x_c, p_c) + \int_0^t \left[\frac{\delta(p) \cdot N}{m_e} \cdot \int_0^{\infty} \frac{P \cdot \sigma_{i\max}}{1 + \frac{\sigma_{i\max} I \cdot P^2}{2m_e \pi Z e^4}} \cdot f(t, x, P) \cdot dP \right]_{\substack{x=x(t', x_c, p_c) \\ p=p(t', x_c, p_c)}} dt' . \quad (I.6)$$

После интегрирования (I.6) по dt' получаем

$$f(t, x_c, p_c) = f_0(x_c, p_c) + \frac{N}{E|_{\substack{t=\tilde{t}(x_c, p_c) \\ x=x(\tilde{t}, x_c, p_c)}}} \cdot \frac{1}{em_e} \cdot \int_0^{\infty} \frac{P \cdot \sigma_{i\max}}{1 + \frac{\sigma_{i\max} I \cdot P^2}{2m_e \pi Z e^4}} \cdot f|_{\substack{t=\tilde{t}(x_c, p_c) \\ x=x(\tilde{t}, x_c, p_c) \\ p=P}} \cdot dP, \quad (I.7)$$

где \tilde{t} - корень уравнения

$$p(\tilde{t}, x_c, p_c) = 0. \quad (I.8)$$

Для того чтобы записать функцию распределения в виде $f(t, x, p)$, необходимо обратно перейти от переменных $\{t, x_c, p_c\}$ к переменным $\{t, x, p\}$.

В случае постоянного и однородного электрического поля E решения системы характеристических уравнений (I.3)-(I.4) выглядит особенно просто:

$$x = \frac{Ee}{2m_e} \cdot t^2 + \frac{p_c}{m_e} \cdot t + x_c, \quad (I.9)$$

$$p = Ee \cdot t + p_c. \quad (I.10)$$

Подставляя (I.9)-(I.10) и начальное условие (I.2) в (I.7), находим, что функция распределения подчиняется интегральному уравнению

$$f(t, x, p) = n_{(0)} \cdot \delta(p - Ee \cdot t - p_0) \cdot \eta \left(x - \frac{p_0 \cdot t}{m_e} - \frac{Ee}{2m_e} \cdot t^2 \right) + S|_{\substack{t=t-\frac{p}{Ee} \\ x=x-\frac{p^2}{2eEm_e^2}}}, \quad (I.11)$$

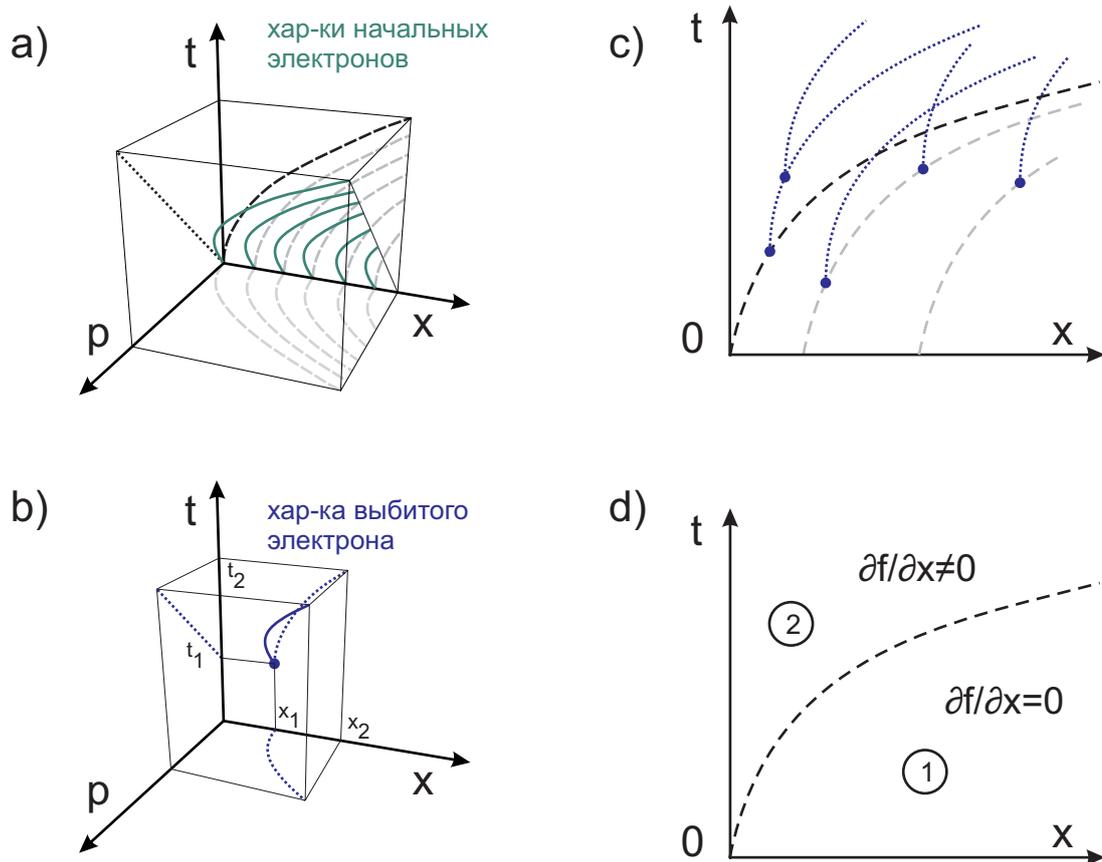


Рис. I.1 Схематический вид характеристик. а - для начальных электронов (I.2). б - для выбитого электрона. с - проекции характеристик начальных (штрихи) и выбитых (пунктир) электронов на полуплоскость $\{x > 0, t\}$. д - разделение полуплоскости $\{x > 0, t\}$ характеристикой крайнего начального электрона

где введено обозначение

$$S(t, x) = \frac{N}{Eem_e} \cdot \int_0^\infty \frac{P \cdot \sigma_{i\max}}{1 + \frac{\sigma_{i\max} I \cdot P^2}{2m_e \pi Z e^4}} \cdot f(t, x, P) dP, \quad (I.12)$$

имеющее смысл источника электронов (ср. с правой частью (I.1)).

Первое слагаемое в правой части (I.11) соответствует начальным электронам. Эти электроны постоянно ускоряются в электрическом поле, а граница области, занятой ими, постоянно смещается вдоль оси x (см. Рис. I.1). Второе слагаемое соответствует выбитым электронам. Плотность выбитых электронов в точке x в момент времени t , пропорциональна источнику этих электронов (I.12) в момент времени $t - p/Ee$ и в точке $x - p^2/2eEm_e^2$. Объяснение этого состоит в том, что электрон с импульсом p , в точке x , в

момент t был рожден с нулевым импульсом в точке $x - p^2/2eEm_e^2$, в момент $t - p/Ee$.
Графически этот процесс изображен на Рис.1.1b,c.

Согласно начальному условию (I.2), в полуплоскости $x < 0$ электронов нет, но это остается верным и в любой другой момент времени (см. Рис.1.1). Полуплоскость $x > 0$ делится на две подобласти кривой (I.9) с $x_c = 0$

$$x = \frac{Ee}{2m_e} \cdot t^2 + \frac{p_0}{m_e} \cdot t \quad (I.13)$$

В первой из этих подобластей, ниже кривой (I.13), присутствуют начальные электроны (см. Рис.1.1d). Функции распределения $f(t, p)$ в этой подобласти не зависит от x . Во второй подобласти, выше кривой (I.13), начальных электронов нет. Однако ионизация вторичными электронами там еще продолжается (см. Рис.1.1c), а функция распределения явно зависит от координаты x .

Наиболее важной оказывается первая подобласть, в которой существуют начальные электроны. При решении кинетического уравнения (I.1), (I.2) внутри этой подобласти можно пренебречь производной по координате так же, как и при решении кинетического уравнения в однородном пространстве

$$\frac{\partial f}{\partial t} + eE \frac{\partial f}{\partial p} = \frac{\delta(p) \cdot N}{m_e} \cdot \int_0^{\infty} \frac{P \cdot \sigma_{i\max}}{1 + \frac{\sigma_{i\max} I \cdot P^2}{2m_e \pi Ze^4}} \cdot f(P) \cdot dP,$$

$$f|_{t=0} = f_0(p) = n_{(0)} \delta(p - p_0).$$

Решение в однородном пространстве или в первой подобласти

В однородном пространстве или первой подобласти функция распределения не зависит от координаты. Из уравнения (I.11) следует, что функция распределения $f(t, p)$ автомодельно зависит от переменных t, p

$$\tau = t - \frac{p}{Ee}, \quad (I.14)$$

$$f(\tau) = \frac{n_{(0)}}{Ee} \cdot \delta\left(\frac{p_0}{Ee} + \tau\right) + \frac{N}{Eem_e} \cdot \int_0^{\infty} \frac{P \cdot \sigma_{i\max}}{1 + \frac{\sigma_{i\max} I \cdot P^2}{2m_e \pi Ze^4}} \cdot f\left(\tau - \frac{P}{eE}\right) \cdot dP. \quad (I.15)$$

После замены переменной интегрирования получаем интегральное уравнение

$$f(\tau) = \frac{n_{(0)}}{Ee} \cdot \delta\left(\frac{p_0}{Ee} + \tau\right) + \frac{EeN}{m_e} \cdot \int_0^\infty \frac{\tau' \cdot \sigma_{i\max}}{1 + \frac{\sigma_{i\max} IE^2}{2m_e \pi Ze^2} \cdot \tau'^2} \cdot f(\tau - \tau') d\tau'. \quad (I.16)$$

Из физических соображений ясно, что функция распределения f в момент времени t тождественно равна нулю при $p > eE \cdot t \geq 0$, так как выбитые электроны еще не успели приобрести такой импульс. Исключение из этого правила составляют начальные электроны, их импульс равен $p = p_0 + eE \cdot t$. Это означает, что $f(\tau) \neq 0$ только если $\tau > 0$ или $\tau = -p_0/eE$. Запишем уравнение (I.16) с учетом этой особенности $f(\tau)$

$$f(\tau) = \frac{n_{(0)}}{Ee} \cdot \delta\left(\frac{p_0}{Ee} + \tau\right) + \frac{EeN \cdot \eta(\tau)}{m_e} \cdot \int_0^\tau \frac{\tau' \cdot \sigma_{i\max}}{1 + \frac{\sigma_{i\max} IE^2}{2m_e \pi Ze^2} \cdot \tau'^2} \cdot f(\tau - \tau') \cdot d\tau' +$$

$$+ \frac{EeN \cdot \eta(\tau)}{m_e} \cdot \int_{\tau + \frac{p_0}{Ee} - 0}^{\tau + \frac{p_0}{Ee} + 0} \frac{\tau' \cdot \sigma_{i\max}}{1 + \frac{\sigma_{i\max} IE^2}{2m_e \pi Ze^2} \cdot \tau'^2} \cdot f(\tau - \tau') \cdot d\tau' \quad (I.17)$$

Если в третье слагаемое формулы (I.17) подставить выражение $f(\tau)$ из (I.17) и проинтегрировать его, то мы получим интегральное уравнение

$$f(\tau) = \frac{n_{(0)}}{Ee} \cdot \delta\left(\frac{p_0}{Ee} + \tau\right) + \frac{n_{(0)}N \cdot \eta(\tau)}{m_e} \cdot \frac{\left(\frac{p_0}{Ee} + \tau\right) \cdot \sigma_{i\max}}{1 + \frac{\sigma_{i\max} IE^2}{2m_e \pi Ze^2} \cdot \left(\frac{p_0}{Ee} + \tau\right)^2} +$$

$$+ \frac{EeN \cdot \eta(\tau)}{m_e} \cdot \int_0^\tau \frac{\tau' \cdot \sigma_{i\max}}{1 + \frac{\sigma_{i\max} IE^2}{2m_e \pi Ze^2} \cdot \tau'^2} \cdot f(\tau - \tau') \cdot d\tau' \quad (I.18)$$

После замены независимой переменной в уравнении (I.18) на

$$\xi = \sqrt{\frac{\sigma_{i\max} I}{2m_e \pi Z}} \frac{E}{e} \cdot \tau \quad (I.19)$$

получаем интегральное уравнение Вольтерра второго рода с симметричным ядром

$$f(\xi) = n_{(0)} \cdot \delta\left(p_0 + \xi e^2 \sqrt{\frac{2m_e \pi Z}{\sigma_{i\max} I}}\right) + \frac{n_{(0)}N \cdot \eta(\xi) \sigma_{i\max}}{m_e Ee} \cdot \frac{p_0 + \xi e^2 \sqrt{\frac{2m_e \pi Z}{\sigma_{i\max} I}}}{1 + \frac{\sigma_{i\max} I}{2m_e \pi Ze^4} \cdot \left(p_0 + \xi e^2 \sqrt{\frac{2m_e \pi Z}{\sigma_{i\max} I}}\right)^2} +$$

$$+ \frac{2\pi Ze^3 N \cdot \eta(\xi)}{IE} \cdot \int_0^\xi \frac{\xi - \zeta}{1 + (\xi - \zeta)^2} \cdot f(\zeta) \cdot d\zeta . \quad (I.20)$$

Решение уравнения Вольтерра второго рода с симметричным ядром

Если ввести следующие обозначения

$$F(\xi) = f(\xi), \quad (I.21)$$

$$G(\xi) = n_{(0)} \cdot \delta \left(p_0 + \xi e^2 \sqrt{\frac{2m_e \pi Z}{\sigma_{i\max} I}} \right) + \frac{1}{m_e E e} \cdot \frac{n_{(0)} N \cdot \eta(\xi) \sigma_{i\max} \left(p_0 + \xi e^2 \sqrt{\frac{2m_e \pi Z}{\sigma_{i\max} I}} \right)}{1 + \frac{\sigma_{i\max} I}{2m_e \pi Z e^4} \cdot \left(p_0 + \xi e^2 \sqrt{\frac{2m_e \pi Z}{\sigma_{i\max} I}} \right)^2}, \quad (I.22)$$

$$K(\xi) = \frac{2\pi Ze^3 N \cdot \eta(\xi)}{IE} \cdot \frac{\xi}{1 + \xi^2}, \quad (I.23)$$

то уравнение (I.20) примет более компактный вид:

$$F(\xi) = G(\xi) + \int_0^\xi K(\zeta - \xi) F(\zeta) d\zeta . \quad (I.24)$$

Поиск решения уравнения (I.24) сводится к поиску резольвенты - ядра R интегрального преобразования

$$F(\xi) = G(\xi) + \int_0^\xi R(\zeta - \xi) G(\zeta) d\zeta . \quad (I.25)$$

Для этого используем преобразование Лапласа

$$\bar{F}(p) = \int_0^\infty F(\xi) e^{-p\xi} d\xi . \quad (I.26)$$

Действуя оператором преобразования на правую и левую части уравнений (I.24) и (I.25), получаем

$$\bar{F} = \bar{G} + \bar{K}\bar{F}, \quad (I.27)$$

$$\bar{F} = \bar{G} + \bar{R}\bar{G}. \quad (I.28)$$

Отсюда следует, что

$$\bar{R} = \frac{\bar{K}}{1 - \bar{K}}. \quad (I.29)$$

Применив обратное преобразование для построения оригинала, получим

$$R(\xi) = \frac{1}{2\pi i} \int_{x-i\infty}^{x+i\infty} \frac{\bar{K}(p)}{1-\bar{K}(p)} \cdot e^{\xi p} dp \quad (I.30)$$

Таким образом, резольвента, определяющая решение, зависит только от функции K (I.23). А эта функция зависит только от безразмерного параметра

$$\frac{2\pi Ze^3 N}{IE} \quad (I.31)$$

Из эквивалентного выражения для резольвенты, полученного итерационным методом

$$R(\zeta - \xi) = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{2\pi Ze^3 N}{IE} \right)^k K_k(\zeta, \xi) \quad (I.32)$$

$$K_k(\zeta, \xi) = \int_0^{+\infty} K_{k-1}(\zeta, \psi) K_0(\psi, \xi) d\psi \quad (I.33)$$

$$K_0(\zeta, \xi) = \begin{cases} K(\zeta - \xi), & \zeta - \xi \geq 0 \\ 0, & \zeta - \xi < 0 \end{cases}$$

следует, что в случае $2\pi Ze^3 N \gg IE$ резольвента является экспоненциально растущей функцией. В противоположном случае $2\pi Ze^3 N \ll IE$ в ряде (I.32) можно ограничиться только первым слагаемым, и резольвента примерно равна K .

Литература

- [1] Райзер Ю.П., Физика газового разряда, М.: Наука, 1987, 357с.
- [2] Самойлович В. Г., Гибалов В. И., Козлов К. В., Физическая химия барьерного разряда, М.: изд-во МГУ, 1989, 176с.
- [3] Yu. B. Golubovskii, V.A. Maiorov, J Behnke and J.F. Behnke // J.Phys.D: Appl. Phys., vol.36, 2003, pp.39-49
- [4] Голубовский, Кудрявцев, Некучаев, Порохова, Цендин, Кинетика электронов в неравновесной газоразрядной плазме, СПб: Изд. Санкт-Петербургского Университета, 2004, 248с.
- [5] L. D. Tsendin // IEEE Transactions on Plasma Science, vol.34(3), 2006, pp.728-737
- [6] Ю.П. Райзер, М.Н. Шнейдер, Н.А. Яценко, Высокочастотный емкостной разряд: Физика. Техника эксперимента. Приложения, М.: Изд-во МФТИ, 1995, 320с.
- [7] Satiko Okazaki, Masuhiro Kogoma, Makoto Uehara and Yoshihisa Kimura // J. Phys. D: Appl. Phys., vol.26, 1993, pp.889-892.
- [8] Ulrich Kogelschatz // Plasma Chemistry and Plasma Processing, Vol.23, No.1, March 2003, pp.1-46
- [9] Ulrich Kogelschatz, Baldur Eliasson and Walter Egli // Pure Appl. Chem., Vol.71, No.10, 1999, pp.1819-1828
- [10] F. Massines, N. Gherardi, N. Naude and P. Segur // Plasma Phys. Control. Fusion, vol.47, 2005, pp.B577–B588
- [11] Massines F., Rabehi A., Decomps Ph., Ben Gadri R., Segur P., Mayoux C. // J. Appl. Phys., vol.83, 1998, pp.2950-2957
- [12] A.V. Pipa, M. Schmidt and K. Becker // Journal of Physics: Conference Series, vol.86, 2007, p.012014

- [13] Ulrich Kogelschatz // IEEE Transactions on Plasma Science, vol.30, no.4, 2002, pp.1400-1408
- [14] E. Warburg // Ann. Physik, vol.13(4), 1904, pp.464-476
- [15] Jianjun J. Shi, Dawei W. Liu, and Michael G. Kong // IEEE Transactions on Plasma Science, vol.35(2), 2007, pp.137-142
- [16] Jen-Shih Chang, Phil A. Lawless, and Toshiaki Yamamoto // IEEE Transactions on Plasma Science, vol.19(6), 1991, pp.1152-1166
- [17] Gibalov V.I., Samoilovich V.G. and Filippov Yu.V. // J. Phys. Chem., vol.55, 1981, pp.471-479
- [18] Yu V Yurgelenas and H-EWagner // J. Phys. D: Appl. Phys., vol.39, 2006, pp.4031–4043
- [19] W. Siemens // Annalen der Physik und Chemie, Bd.102, 1857, s.66-122 [Текст статьи доступен в сети по URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k15187j/f78.table>]
- [20] T. Andrews and P. G. Tait // Phil. Trans. Roy. Soc. of London, vol.150, 1860, pp.113-131
- [21] E. Warburg // Z. Tech. Phys. vol.6, 1925, p.625
- [22] K. Buss // Arch. Elektrotech., vol.26, 1932, p.261
- [23] M. Suzuki // Proc. Jpn. Acad., vol.26, 1950, p.20
- [24] M. Suzuki and Y. Naito // Proc. Jap. Acad., vol.28, 1952, pp.469-476
- [25] R. Bartnikas // Brit. J. Appl. Phys. (now J.Phys.D: Appl.Phys.), vol.1, 1968, pp.659–661
- [26] Майоров В.А., Диссертация на соискание уч.ст. кандидата ф.-м. н., Санкт-Петербург, 2005, 165с.
- [27] R Valdivia-Barrientos, J Pacheco-Sotelo, M Pacheco-Pacheco, J S Benitez-Read and R Lopez-Callejas // Plasma Sources Sci. Technol., vol.15, 2006, pp.237–245
- [28] Pashaie B., Dhali S. K., Honea F. I., Electrical characteristics of a coaxial dielectric barrier discharge // J. Phys. D: Appl. Phys., vol.27, 1994, pp.2107-2110
- [29] T Hoder, M Sira, K V Kozlov and H-EWagner, Investigation of the coplanar barrier discharge in synthetic air at atmospheric pressure by cross-correlation spectroscopy // J. Phys. D: Appl. Phys., vol.41, 2008, p.035212
- [30] Jung, J.-W.; Han, D.-Y.; Lee, D.-M.; Kwak, S.-S.; Cho, T.-S. // IEEE Transactions on Plasma Science. vol.36(1), 2008, pp.220 - 229

- [31] V.N. Khudik, A.A Shvydky and C.E. Theodosiou, Fluctuation dominated dynamics of a Townsend barrier microdischarge // *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol.40, 2007, pp.3102–3111
- [32] Капцов Н.А., Электрические явления в газах и вакууме, М.:Л.: Гостехиздат, 1950, 836с.
- [33] Segur P., Massines F. The role of numerical modelling to understand the behaviour and to predict the existence of an atmospheric pressure glow discharge controlled by a dielectric barrier, Proc. of 13th International Conference on Gas Discharges and Their Applications, Glasgow, 3-8 Sep. 2000, pp.15-24
- [34] Jozef Rahel and Daniel M Sherman // *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol.38, 2005, pp.547–554
- [35] G.Visentin, L.Mangolini, K.Orlov, U.Kortshagen and J. Heberlein // Proc. of 15th Int. Symp. on Plasma Chemistry (Orleans, France, July 10-13 2001) vol.8 pp.3251-3256
- [36] Dongping Liu, Tengcai Ma, Shiji Yu, Yong Xu and Xuefeng Yang // *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol.34, 2001, pp.1651–1656
- [37] Jichul Shin and Laxminarayan L. Raja. // *J.Appl.Phys.* vol.94(12), 2003, pp.7408-7415
- [38] Ю.С. Акишев, А.В. Демьянов, В.Б. Каральник, М.В.Панькин, Н.И. Трушкин // *Физика плазмы*, том. 27(2), 2001, с.170-175
- [39] I. Radu, R. Bartnikas, G. Czeremuszkin and M. R. Wertheimer // *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol.31, no.3, 2003, pp.411-421
- [40] Е.Л. Гуревич, Ю.П. Райзер, Х.Г. Пурвинс // *ЖТФ*, том 76(2), 2006, с.36-39
- [41] Ю.П. Райзер, Е.Л. Гуревич, Х.Г. Пурвинс // *ЖТФ*, том 76(2), 2006, с.40-51
- [42] Dieter Braun, Valentin Gibalov and Gerhard Pietsch // *Plasma Sources Sci. Tech.*, vol.1, 1992, pp.166-174
- [43] Yu. B. Golubovskii, V.A. Maiorov, J Behnke and J.F. Behnke // *J.Phys.D: Appl. Phys.*, vol.35, 2002, pp.751-761
- [44] Yu. B. Golubovskii, V.A. Maiorov, J Behnke and J.F. Behnke // *J.Phys.D: Appl. Phys.*, vol.36, 2003, pp.975-981
- [45] Vladimir Khudik, Alex Shvydky, APS, 56th GEC, October 21-24, 2003, San Francisco, California, ID: GEC03 SRP.008
- [46] V.P.Nagorny, P.J.Drallos, W.Williamson // *J.Appl.Phys.*, vol.77(8), 1995, p.3645
- [47] J P Boeuf // *J. Phys. D: Appl. Phys.* vol.36, 2003, pp.R53–R79

- [48] M.Kogoma and S.Okazaki // J. Phys. D:Appl. Phys., vol.27, 1994, pp.1985-1987
- [49] Gagik Nersisyan and William G. Graham // IEEE Transactions on Plasma Science, vol.33(2), 2005, p.286
- [50] L. Mangolini, K. Orlov, U. Kortshagen, J. Heberlein, and U. Kogelschatz // Appl. Phys. Lett., vol.80(10), 2002, pp.1722-1724
- [51] D.A. Malik, K.E. Orlov, I.V. Miroshnikov, and A.S. Smirnov // J. Appl. Phys., vol.103, 2008, p.033303
- [52] L Mangolini, C Anderson, J Heberlein and U Kortshagen // J. Phys. D: Appl. Phys., vol.37, 2004, pp.1021–1030
- [53] A Sublet, C Ding, J-L Dorier, Ch Hollenstein, P Fayet and F Coursimault // Plasma Sources Sci. Technol., vol.15, 2006, pp.627–634
- [54] В. Роговский // УФН, вып.7, 1933, с.593-611
- [55] R. Ganter, J. Ouyang, Th. Callegari, and J. P. Boeuf // J. Appl. Phys., vol.91(3), 2002, pp.992-999
- [56] R. Ganter, J. Ouyang, Th. Callegari, and J. P. Boeuf // J. Appl. Phys., vol.91(3), 2002, pp.1000-1007
- [57] A. Jay Palmer // Appl. Phys. Lett., vol.25(3), 1972, pp.138-140
- [58] Nils Brenning, Ingvar Axnas, J. Olof Nilsson, and Jan E. Eninger // IEEE Transactions on Plasma Science, vol.25(1), 1997, pp.83-88
- [59] Jeffrey I. Levatter, Shao-Chi Lin // J. Appl. Phys., vol.51(1), 1980, pp.210-222
- [60] В.В. Осипов // УФН, том 170(3), 2000, стр.225-245
- [61] T. Sakurai, S. Matsuzawa, and Y. Kamo // J. Appl. Phys., vol.91(8), 2002, pp.4806-4810
- [62] K. Tachibana, Y. Kishimoto, and O. Sakai // J. Appl. Phys., vol.97, 2005, p.123301
- [63] Д.А. Малик, К.Е. Орлов, А.С. Смирнов // Письма в ЖТФ, том 30(21), 2004, с.44-48
- [64] Д.А. Малик, К.Е. Орлов, И.В. Мирошников, А.С. Смирнов // Письма в ЖТФ, том 31(12), 2005, с.21-25
- [65] Akinori Oda, Yosuke Sakai, Haruaki Akashi and Sugawara // J. Phys.D: Appl.Phys., vol.32, 1999, pp.2726-2736

- [66] М.А. Багиров, Н.Э. Нуралиев, М.А. Курбанов, Исследование разряда в воздушном зазоре, ограниченном диэлектриком, и методика определения числа импульсов // ЖТФ, том 42(3), 1972, с.629-634
- [67] М.А. Багиров, М.А. Курбанов, А.Д. Шкилев, Н.Э. Нуралиев, Исследование электрического разряда в воздухе между электродами покрытыми диэлектриками // ЖТФ, том 41(6), 1971, с.1287-1291
- [68] V. I. Gibalov and Gerhard J Pietsch // J. Phys. D: Appl. Phys., vol.33, 2000, pp.2618–2636
- [69] Woo Seok Kang, Yong-Ho Kim, and Sang Hee Hong // IEEE Transactions on Plasma Science, vol.30(1), 2002, pp.166-167
- [70] Xudong Peter Xu and Mark J. Kushner // IEEE Transactions on Plasma Science, vol.27(1), 1999, p.108
- [71] B. Eliasson, M. Hirth, and U. Kogelschatz, Ozone synthesis from oxygen in dielectric-barrier discharges // J. Phys. D, Appl. Phys., vol.20, 1987, pp.1421–1437
- [72] U.Kogelschatz, B.Eliasson, W.Egli // J. Phys. IV France, vol.7, 1997, p.C4-47-p.C4-66
- [73] В.Ю. Баранов, В.М. Борисов, Ю.Ю. Степанов, Электроразрядные эксимерные лазеры на галогенидах инертных газов, М.: Энергоатомиздат, 1988, 216с.
- [74] M. Laroussi, X. Lu, V. Kolobov, R. Arslanbekov // Journal of Appl. Phys., vol.96(5), 2004, pp.3028-3030
- [75] K V Kozlov, H-EWagner, R Brandenburg and P Michel // J. Phys. D: Appl. Phys., vol.34, 2001, pp.3164–3176
- [76] R Brandenburg, H-EWagner, A M Morozov and K V Kozlov // J. Phys. D: Appl. Phys., vol.38, 2005, pp.1649–1657
- [77] Под.ред. И.Мак-Даниеля и У.Нигэна, Газовые лазеры, М.: Мир, 1986, 552с. [E.W. McDaniel, William L.Nighan, Applied atomic collision physics. Volume 3, Gas Lasers, Academic press, New York London, 1982]
- [78] XinPei Lu and Mounir Laroussi // J. Phys. D: Appl. Phys., vol.39, 2006, pp.1127–1131
- [79] М.И.Ломаев, В.С.Скакун, Э.А.Соснин, В.Ф.Тарасенко, Д.В.Шитц, М.В.Ерофеев // УФН, том 173(2), 2003, с.201-217
- [80] R P Mildren, R J Carman and I S Falconer // J. Phys. D: Appl. Phys., vol.34, 2001, pp.3378–3382

- [81] R J Carman and R P Mildren // *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol.36, 2003, pp.19–33
- [82] E A Bogdanov, A A Kudryavtsev, R R Arslanbekov and V I Kolobov // *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol.37, 2004, pp.2987–2995
- [83] S. O. Macheret, M. N. Shneider, and R. C. Murray // *Physics of Plasmas*, vol.13, 2006, p.023502
- [84] E. A. Bogdanov, A. A. Kudryavtsev, and R. R. Arslanbekov // *Contrib. Plasma Phys.*, vol.46, no.10, 2006, pp.807 – 816
- [85] V.N. Khudik, V.P. Nagorny, A. Shvydky // *J. Appl. Phys.*, vol.94(10), 2003, pp.6291-6302
- [86] A. Shvydky V.N. Khudik, C.E. Theodosiou // *J. Appl. Phys.*, vol.99(10), 2006, p.013303
- [87] D.G.Boyers and W.A.Tiller // *Appl. Phys. Lett.*, vol.41, 1982, pp.28-31
- [88] I. Muller, C. Punset, E. Ammelt, H.-G. Purwins, and J. P. Boeuf // *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol.27(1), 1999, pp.20-21
- [89] L. Stollenwerk, Sh. Amiranashvili, J.-P. Boeuf, and H.-G. Purwins // *Phys. Rev. Lett.*, vol. 96, 2006, pp. 255001.1-255001.4
- [90] J.Guikema, N.Miller, J.Niehof, M.Klein, M.Walhout // *Phys. Rev. Lett.*, vol.85, 2000, pp.3817-3820
- [91] V A Maiorov and Yu B Golubovskii // *Plasma Sources Sci. Technol.*, vol.16, 2007, pp.S67–S75
- [92] Э.Д. Лозанский, О.Б. Фирсов, Теория искры, М.: Атомиздат, 1975, 272с.
- [93] Von. R. Schade, “Uber die stromdichtebezugstigte Entladung” // *Zeitschrift fur Physik*, 108 band, 5 und 6 heft, 1938, ss.353-375.
- [94] Каральник В.Б. Численное моделирование нестационарных процессов в слаботочных газовых разрядах: Автореферат дис. на с. уч. ст. к-та. физ.-мат. н., Троицк – 2007, с.27
- [95] W.L. Morgan // *Plasma Chem. and plasma processing*, vol.12(4), 1992, pp.477-493
- [96] D. Rapp and P. Englander-Golden // *J. Chem. Phys.*, vol.43(5), 1965, pp.1464-1479
- [97] M. A. Lieberman and A. J. Lichtenberg, *Principles of plasma discharges and materials processing*, Wiley-Interscience, 2005
- [98] K.-U. Riemann // *Phys. Fluids B*, vol.4(9), 1992, pp.2693-2695
- [99] K.-U. Riemann // *J. Tech. Phys. Special Issue*, vol.41(1), 2000, pp.89-121

- [100] J. E. Allen, M.A. Skorrik // *J. Plasma Phys.*, vol. 50, 1993, p.2434
- [101] D. Bohm, *The Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields*, edited by Guthry and Wakerling (McGraw-Hill, New York), 1949
- [102] M. A. Lieberman // *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol.16(6), 1988, p.638-644
- [103] M. A. Lieberman // *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol.17(2), 1989, p.338-341
- [104] A. S. Smirnov and L. D. Tsendin // *Sov. Phys. Tech. Phys.*, vol.35(7), 1989, pp.786-789
- [105] P. M. Vallinga, P. M. Meijer and F. J. de Hoog // *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol.22, 1989, pp.1650-1657
- [106] V.A. Godyak and N. Stemberg // *Phys. Rev. A.*, vol.42(7), 1990, p.2299-2312
- [107] M. Klick // *J. Appl. Phys.*, vol.79(7), 1996, pp.3445-3452
- [108] J. Gierling and K.-U. Riemann // *J. Appl. Phys.*, vol.83(7), 1998, pp.3521-3528
- [109] A.Metze, D.W. Ernie and H.J. Oskam // *J. Appl. Phys.*, 60(9), 1986, pp.3081-3087
- [110] A.M.Pointu // *Appl. Phys. Lett.*, vol.48, 1986, pp.762-763
- [111] A.M.Pointu // *J. Appl. Phys.*, vol.60(12), 1986, pp.4113-4118
- [112] P. M. Vallinga, F. J. de Hoog // *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol.22, 1989, pp.925-932
- [113] T. Panagopoulos, D. J. Economou // *J. Appl. Phys.*, vol.85(7), 1999, pp.3435-3443
- [114] C. D. Child // *Phys. Rev.*, vol. 32, 1911, pp.492-511
- [115] I. Langmuir // *Phys. Rev.*, vol. 33, 1929, pp.954-989
- [116] W.M. Manheimer // *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol.28(2), 2000, pp.359-366
- [117] P.D. Prewett and J.E. Allen // *J. Plasma Phys.*, vol.10, part 3, 1973, pp.451-458
- [118] W. Goedheer, P. Meijer // *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol.19(2), 1991, pp.245-249
- [119] Francis F. Chen, Jane P. Chang, *Principles of Plasma Processing*, Plenum, Kluwer Publishers, 2002, p.208
- [120] V.A. Rozhansky and L.D. Tsendin, *Transport phenomena in partially ionized plasma*, London, Tayler & Francis, ISBN 0-415-27187-8
- [121] В. Е. Голант, А. П. Жилинский и И. Е. Сахаров, *Основы физики плазмы*, М.: Атомиздат, 1977, 384с.

- [122] Г.А. Месяц // УФН, том 176(10), 2006, с.1069-1091
- [123] Л. Леб, “Основные процессы электрических разрядов в газах”; Пер. с англ. под ред. Н. А. Капцова. — Москва ; Ленинград : Гостехиздат, 1950, 672с.
- [124] Асиновский Э.И., Василяк Л.М., Марковец В.В. // ТВТ, том 21(2), 1983, с.371-381
- [125] Асиновский Э.И., Василяк Л.М., Марковец В.В. // ТВТ, том 21(3), 1983, с.577-594
- [126] Л.М. Василяк, С.В. Костюченко, Н.Н. Кудрявцев, И.В. Филюгин // УФН, том 164(3), 1994, с.263-285
- [127] А.Н. Лагарьков, И.М. Руткевич, Волны электрического пробоя в ограниченной плазме, М.: Наука, 1989, 206с.
- [128] Камке Э. Справочник по дифференциальным уравнениям в частных производных первого порядка, М. Наука, 1966, 260с. [E.Kamke “Differentialgleichungen. Partielle differentialgleichungen erster ordnung fur eine gesuchte function”, Leipzig, 1959]
- [129] A. Belasri, J. P. Voeuf, and L. C. Pitchford // J. Appl. Phys. vol. 74(3), 1993, pp.1553-1567
- [130] Э.П. Базелян, Ю.П. Райзер, Искровой разряд, М.: МФТИ, 1997, 320с.
- [131] Ю.Л. Станкевич // ЖТФ, том 40(7), 1970, с.1476-1485
- [132] Л.П. Бабич, Ю.Л. Станкевич // ЖТФ, том 42(8), 1972, с.1669-1673
- [133] L. P. Babich, High-Energy Phenomena in Electric Discharges in Dense Gases: Theory, Experiment, and Natural Phenomena, Futurepast, Arlington, VA, 2003
- [134] Э.П. Базелян, Ю.П. Райзер, Физика молнии и молниезащиты, М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001, 320с.
- [135] Качоровский Валентин Юрьевич, Качественная теория стримерного разряда в полупроводниках: Диссертация на соискание уч.ст. кандидата ф.-м. н., Ленинград, 1989, 133с.
- [136] Дьяконов М.И., Качоровский В.Ю., К теории стримерного разряда в полупроводниках // ЖЭТФ, том.94(5), 1988, с.321-332
- [137] Г.С. Кучинский под ред., Техника высоких напряжений, СПб.: Изд. ПЭИПК, 1998, 700с.
- [138] H. C. Kim, J. K. Lee and J. W. Shon // Phys. of Plasmas, vol.10(11), 2003, pp.4545-4551
- [139] N.St.J. Braithwaite and L.M. Wickens // J. Plasma Phys., vol.30, part 1, 1983, pp.133-151

- [140] Leonard V. Loeb // *Science*, vol. 148, issue 3676, 1965, pp.1417-1426
- [141] Дьяконов М.И., Качоровский В.Ю., Метод теоретического определения скорости стримера и формы его поверхности // *ЖТФ*, том.59(8), 1989, с.7-13
- [142] Дьяконов М.И., Качоровский В.Ю., О стримерном разряде в однородном поле // *ЖЭТФ*, том.95(5), 1989, с.1850-1859
- [143] Ю.П. Райзер, А.Н. Симаков // *Физика плазмы*, том 24(8), 1998, с. 754-760
- [144] Davson G.A., Winn W.P. // *Zs.Phys.*, 1965, Bd.183(2), s.159-174 [Петер Г. “Электронные лавины и пробой в газах” М.: Мир, 1968]
- [145] Wilson C. T. R. // *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, vol. 22., 1924, p.534-538
- [146] Dreicer H. // *Proceedings of the Venice Conference*, p. 249 (1956); *Proceedings of the Second International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy*, Geneva, P. 2292. United Nations, New York (1958).
- [147] А.В. Гуревич, К теории эффекта убегающих электронов // *ЖЭТФ*, том 39, вып. 5(11), 1960, с.1296-1307
- [148] Л.М. Коврижных // *ЖЭТФ*, том 37, 1959, с.1394
- [149] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*, М.: Наука, 1989, 768с.
- [150] A.V. Gurevich, K.P. Zybin, Kinetic equation for high energy electrons in gases // *Physics Letter A*, vol.237, 1998, pp.240-246
- [151] R.A. Roussel-Dupre, A.V. Gurevich, T. Tunnell, G.M. Milikh, Kinetic theory of runaway air breakdown // *Phys. Rev. E*, vol.49(3), 1994, pp.2257-2271
- [152] L.P. Babich, Collision operator for relativistic electrons in a cold gas of atomic particles // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, vol.98(4), 2004, p.707-718
- [153] E.M. D. Symbalisty, R. A. Roussel-Dupré, and V. Yukhimuk // *IEEE Trans. on Plasma Sci.*, Vol. 26(5), 1998, pp.1575-1581
- [154] V.I. Kolobov, L.D. Tsendin, Analytic model of the cathode region of a short glow discharge in light gases // *Phys. Rev. A*, vol.46(12), 1992, pp.7837-7852
- [155] В.С. Владимиров, В.В. Жаринов, *Уравнения математической физики*, М.: Физматлит, 2000, 400с

- [156] Ч. Бэдсел, А. Ленгдон, Физика плазмы и численное моделирование, М.: Энергоатомиздат, 1989, 452 стр. [С.К. Birdsall, А.В. Langdon “Plasma Physics, via computer simulation”, McGraw-Hill Book Company, 1985]
- [157] Woong-Gee Min, Hyeong-Seok Kim, Seok-Hyun Lee, Song-Yop Hahn, A study on the streamer simulation using adaptive mesh generation and FEM-FCT // IEEE Tran. Magnetics, vol.37, issue 5, part 1, pp.3141-3144
- [158] C. Montijn, W. Hundsdorfer, U. Ebert, An adaptive grid refinement strategy for the simulation of negative streamers // J. Comp. Phys., vol.219, 2006, pp.801-835
- [159] S. Pancheshnyi, P. Segur, and A. Bourdon, Numerical simulation of filamentary discharges with the parallel adaptive mesh refinement technique, XXVIII ICPIG, Prague, Czech Republic, 2007, Paper 2P05-20.
- [160] S. Popinet // J. Comput. Phys. vol.190(2), 2003, pp.572-600
- [161] Ю.Д. Королев, Г.А. Месяц, Автоэмиссионные и взрывные процессы в газовом разряде, Новосибирск: Наука, 1982, 253с.
- [162] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, М.: Физматлит, 2003, 656с.
- [163] L.R. Peterson, A.E.S. Green // J.Phys. B, vol.1, 1968, p.1131
- [164] W.T. Miles, R. Thompson, A.E.S. Green // J. Appl. Phys., vol.43, 1972, p.678
- [165] Scharfetter, D.L.; Gummel, H.K., Large-signal analysis of a silicon Read diode oscillator // IEEE Transactions on Electron Devices, vol.16, issue 1, 1969, pp.64 – 77
- [166] А.А. Kulikovsky, A more accurate Scharfetter- Gummel algorithm of electron transport for semiconductor and gas discharge simulation // J. Comput. Phys., vol.119, 1995, pp.149-155
- [167] Carolynne Montijn and Ute Ebert // J. Phys. D: Appl. Phys., vol.39, 2006, pp.2979-2992
- [168] Панчешный Сергей Валериевич, Развитие импульсно-периодических газовых разрядов в самосогласованном электрическом поле. Электронная кинетика и производство активных частиц: Диссертация на соискание уч.ст. кандидата ф.-м. н., Долгопрудный, 2001, 130с.