

На правах рукописи

Чепуштанов Алексей Николаевич

Свойства и применение векторно-аналитической модели  
суммирования неопределённостей

Специальность 05.11.16 – «Информационно-измерительные и управляющие  
системы (машиностроение)»

Автореферат

Диссертации на соискание ученой степени кандидата  
технических наук

Санкт-Петербург – 2010

Работа выполнена в Государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования “Санкт-Петербургском государственном политехническом университете”.

Научный руководитель:

Доктор технических наук, профессор  
**Мазин Валерий Дмитриевич**

Официальные оппоненты:

Доктор технических наук, профессор  
**Цветков Эрик Иванович**

Доктор технических наук, профессор  
**Темнов Вячеслав Николаевич**

Ведущая организация:

Всероссийский научно-исследовательский  
институт метрологии имени Д.И. Менделеева  
(ВНИИМ им. Д.И. Менделеева)

Защита состоится 25 ноября 2010 г. в 14 часов на заседании диссертационного совета Д 212.229.10 при ГОУ ВПО “Санкт-Петербургском государственном политехническом университете” по адресу: 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 21, а. 121.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке ГОУ ВПО “Санкт-Петербургского государственного политехнического университета”.

Автореферат разослан «    » октября 2010г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
кандидат технических наук

Кудряшов Э.А.

## Актуальность работы.

Необходимость суммирования неопределённостей существует в самых различных областях, таких как измерительная техника, энергетика, транспорт. Редкое явление не является суммой причин, проявляющихся случайным образом. Если какая-либо характеристика явления имеет количественное выражение, то соответствующее число всегда содержит неопределённость, вызванную суммой случайных причин.

Количественные оценки получаются в результате измерения, либо счёта. Ни то, ни другое не выполняется идеально, как то, так и другое подвержено влиянию различных возмущающих факторов. Совместное действие всех причин выражается в итоговой неопределённости.

Эта неопределённость может быть выявлена либо апостериорно, либо априорно. В первом случае требуется неоднократное повторение ситуации, что возможно лишь тогда, когда она управляема (активный эксперимент). Во втором случае результирующая неопределённость находится с помощью математической модели, в которой присутствуют все её источники.

Почти все существующие методы априорной оценки суммарной неопределённости в виде доверительного интервала, включая получившее в последнее время широкое распространение «Руководство по выражению неопределённости измерения», а так же классический подход, требуют знания или предположения о виде закона вероятностного распределения суммарной неопределённости. Среди них выделяется предложенный в 1994 году векторно-аналитический метод [Мазин В.Д. Геометрические аспекты измерений/Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук.-СПб.:СПбГТУ,1994], который не требует в принципе знания такого закона и в этом смысле является качественно новым. Однако, данный метод недостаточно изучен, в частности, базируясь на использовании в качестве модели обычного евклидова пространства, он не содержит соответствующего обоснования. Это обстоятельство является побудительным стимулом для соответствующего исследования. Предметом такого исследования в

первую очередь должна служить геометрия моделирующего векторного пространства, т.е. его метрический тензор, который зависит от законов распределения суммируемых неопределенностей, соотношения их значений, уровня доверительной вероятности и взаимной корреляции. Изучение истинной природы пространства неопределенностей и свойств метрического тензора видится актуальным и способным пролить свет на особенности практического применения нового метода.

### **Цели диссертационной работы.**

1. Исследование свойств моделирующего пространства векторно-аналитической модели сложения неопределенностей.
2. Апробация векторно-аналитического метода на средствах измерений различной сложности.
3. Автоматизация оценки векторно-аналитическим методом путем создания программного обеспечения.

### **Основные задачи диссертационной работы.**

1. Получение аналитических выражений метрического тензора в точке пространства и их графических представлений для различных сочетаний законов распределений.
2. Определение степени кривизны геометрического пространства неопределенностей.
3. Выяснение степени гладкости пространства неопределенностей
4. Проведение метрологического анализа средств измерений векторно-аналитическим методом.
5. Программная реализация определения слагаемых неопределенностей, исходя из заданных их причин и соответствующей функции преобразования.
6. Программная реализация обработки экспериментальных статистик.

7. Программная реализация определения метрического тензора и результирующей неопределённости.

### **Научная новизна.**

1. Исследованы метрические свойства геометрического пространства расширенных неопределённостей. При этом выяснено, что последнее является римановым и негладким. Получены аналитические и графические выражения метрического тензора.

2. Установлено, что для практики в большинстве случаев может быть использована «выпрямленная» модель пространства неопределённостей – евклидово пространство.

3. Введен коэффициент достоверности, совершенствующий результаты проверки статистических гипотез.

4. Предложена упрощенная формула оценки доверительной вероятности по количеству экспериментальных точек, расширяющая возможности такой оценки.

### **Положения, выносимые на защиту.**

1. Метрические свойства векторного пространства расширенных неопределённостей.

2. Возможность использования евклидова приближения риманова пространства с целью более простого применения векторно-аналитического метода на практике.

3. Программное обеспечение векторно-аналитического метода.

### **Практическое значение работы.**

1. Полученные результаты позволяют проще и надёжнее осуществлять оценку неопределённости выходных параметров систем, зависящих от многих факторов. В первую очередь это относится к метрологическому анализу измерительных систем на этапе проектирования.

2. Входящий в состав программного обеспечения модуль проверки статистических гипотез может быть использован автономно для решения соответствующих задач.

### **Структура диссертации.**

Диссертация состоит из введения, четырех глав, приложения и списка литературы.

### **Содержание работы.**

В первой главе систематизированы существующие способы оценки суммарной неопределённости, как стандартной, так и расширенной. Указаны общие черты и недостатки каждого метода. Анализ существующих в настоящее время способов суммирования неопределённостей показал, что по большей своей части они основаны на априорном предположении о виде результирующего распределения (рис. 1).

Довольно распространено необоснованное отнесение результирующего распределения к нормальному. Однако, оно достаточно рискованно даже при большом числе суммируемых составляющих и ведет к ошибкам при расчете суммарной неопределенности.

Другой путь упрощения перехода от с.к.о. суммарной погрешности  $\sigma_{\Sigma}$  к доверительному значению  $\Delta_d$  заключается в использовании для суммарной расширенной неопределенности доверительной вероятности  $P_{\delta}=0.9$ , при которой для большой группы различных распределений сохраняется постоянным соотношение  $t_{\Sigma}=\Delta_d/\sigma = 1.6$ . Данный метод также приводит к существенным ошибкам при расчёте погрешности, если не все распределения принадлежат соответствующей группе.

Необходимый квантильный множитель  $t_{\Sigma}$  может быть рассчитан через эксцесс  $\varepsilon$ , значение доверительной вероятности  $P_{\delta}$  и знание о принадлежности закона распределения к тому или иному классу. Последнее представляет сложным и является главным недостатком метода.

Расчет неопределенности через энтропийную составляющую требует знания эксцесса  $\varepsilon$  и энтропийного значения погрешности  $\Delta_\varepsilon$ , к тому же метод правомерен для ограниченного числа распределений.

Упрощённое сложение расширенных неопределенностей путём вычисления корня квадратного из суммы их квадратов полностью справедливо только для случаев, когда все источники погрешности имеют одинаковые законы распределения и характеризуются значениями, взятыми с одинаковой доверительной вероятностью. Кроме того, обязательным является, чтобы при взаимной комбинации получался тот же самый закон распределения суммарной случайной величины, что выполняется только для нормального закона и закона Коши.

Векторно-аналитический метод сложения неопределённостей стоит особняком, так как не требует не только идентификации результирующего закона распределения, но и определения его принадлежности к некоторому классу. Вместе с тем он не освобождает от необходимости идентификации вида исходных распределений, либо обоснованных предположений о нём. Под исходными имеются в виду распределения факторов, ведущие к результирующей неопределённости. Однако, эта задача оказывается существенно проще, т. к. исходные распределения могут быть заранее известны, определены по наличествующим экспериментальным статистикам, либо названы, исходя из логических соображений.

Поскольку слагаемые результирующей неопределённости часто довольно сложно зависят от исходных факторов, законы распределения последних могут существенно деформироваться. Но такая деформация мало проявляется на малых участках изменения аргументов и функций, которыми чаще всего характеризуются неопределённости.

Особое значение имеет то обстоятельство, что этот метод является по сути геометрическим. Ведь согласно Математической энциклопедии «Развитие геометрии, её приложения, развитие геометрического восприятия абстрактных объектов в различных областях математики и естествознания свиде-

тельствуют о важности геометрии как одного из самых глубоких и плодотворных по идеям и методам средств познания действительности».

Данному методу соответствует следующая геометрическая аналогия. Два СКО складываются по формуле:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma_1^2 + 2\sigma_1\sigma_2\rho_{1,2} + \sigma_2^2},$$

где  $\rho$  – коэффициент корреляции. Если среднеквадратические отклонения представить векторами, а коэффициент корреляции принять за косинус угла между ними, то очевидно, что сложение происходит геометрически. Однако, складывать таким образом можно не только среднеквадратические, но и доверительные значения, причем как абсолютные, так и относительные. В последнем случае формула примет вид

$$\gamma^2 = \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + 2g_{12}\gamma_2\gamma_1,$$

где  $g_{12}$ -координата метрического тензора. Она зависит от вида исходных распределений и для точки пространства может быть представлена через плотности вероятностей исходных и суммарной неопределенности как

$$g_{ij} = \frac{\left(\frac{d\gamma_{\Sigma}}{d\gamma_i}\right)^2 - 1 - \left(\frac{d\gamma_j}{d\gamma_i}\right)^2}{2\frac{d\gamma_j}{d\gamma_i}} = \frac{\left(\frac{\rho_1(\gamma_i)}{\rho(\gamma)}\right)^2 - 1 - \left(\frac{\rho_1(\gamma_j)}{\rho_2(\gamma_j)}\right)^2}{2\frac{\rho_1(\gamma_i)}{\rho_2(\gamma_j)}}.$$

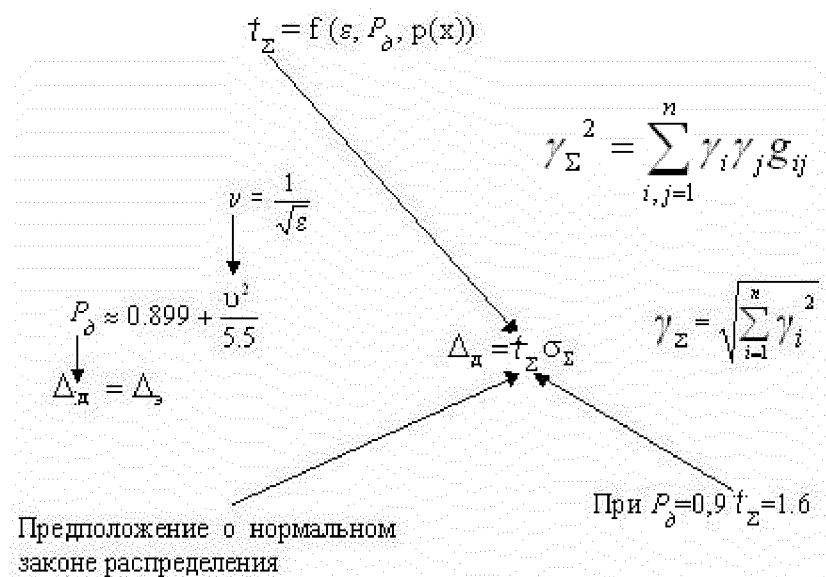


Рис. 1. Существующие способы расчёта неопределённости.  $\Delta_{\pi}$  – доверительное значение,  $t_{\Sigma}$  – квантильный множитель,  $\sigma_{\Sigma}$  – с.к.о. суммарной погрешности,  $\varepsilon$  – эксцесс,  $v$  – контрэксцесс,  $\Delta_{\varepsilon}$  – энтропийное значение погрешности,  $\gamma_i, \gamma_j$  – суммируемые доверительные значения,  $\gamma_{\Sigma}$  – суммарная погрешность,  $P_{\delta}$  - доверительная вероятность,  $g_{ij}$  – компонент метрического тензора.



Всё это позволяет считать актуальной задачей детального исследования векторно-аналитического метода оценки неопределённостей. Такому исследованию и посвящена настоящая работа.

Во второй главе исследованы метрические свойства пространства неопределённостей путём получения аналитических выражений метрического тензора в точке пространства и их графических представлений для различных сочетаний законов распределений, приведенных в таблице 1. Доверительная вероятность представлена как главный аргумент тензора.

Таблица 1.

Вид распределения	Формула распределения	$\gamma = f(P_\delta)$
Равномерное	$p(\gamma) = \frac{1}{2b_0}, -b_0 < \gamma < b_0$	$\gamma = b_0 P_\delta$
Коши	$p(\gamma) = \frac{d}{\pi(d^2 + \gamma^2)}$	$\gamma = d * \operatorname{tg}(P_\delta \frac{\pi}{2})$
Лапласа	$p(\gamma) = \frac{\lambda}{2} e^{-\lambda \gamma }$	$\gamma = -\frac{\ln(1 - P_\delta)}{\lambda}$
Треугольное	$p(\gamma) = \frac{1}{b} (1 - \frac{ \gamma }{b}), -b \leq \gamma \leq b$	$\gamma = b(1 - \sqrt{1 - P_\delta})$
Нормальное	$p(\gamma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\gamma^2}{2\sigma^2}}$	

В частности для сочетания распределений Лапласа и равномерного получено следующее выражение для функции метрического тензора на интервале доверительной вероятности  $[P1; 1]$ :

$$g_{ij}(P_\delta, \lambda, k) = \frac{2k\sqrt{6}(1 - P_\delta)}{(1 - e^{-2k\sqrt{6}} - 2k\sqrt{6}(P_\delta - P1))^2} - \frac{k\sqrt{6}(1 - P_\delta)}{2} - \frac{1}{2k\sqrt{6}(1 - P_\delta)},$$

где  $P1 = 1 + \frac{e^{-2\lambda b_0} - 1}{2\lambda b_0}$ .

$k$  - соотношение с.к.о. равномерного распределения и распределения Лапласа,

$\lambda$  - параметр распределения Лапласа,

$b_0$  -полуширина равномерного распределения,

$P_\delta$  - уровень доверительной вероятности.

На основе этого и других полученных аналитических выражений были построены графические зависимости тензора от его аргументов (рис. 2,3,4,5).

Анализ полученных зависимостей показал:

- 1) тензор является функцией координат, которыми в данном случае являются расширенные неопределённости. Это означает, что моделирующее пространство является римановым;
- 2) тензор нередко выходит за пределы  $[-1;+1]$ , в которых он должен был бы находиться, выполняя функцию тригонометрического косинуса.

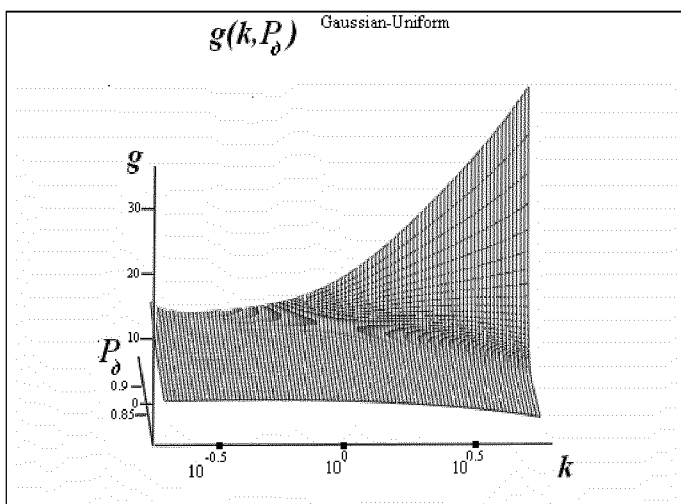


Рис. 2. Метрический тензор для сочетания нормального и равномерного распределений. Вид со стороны  $k$ .

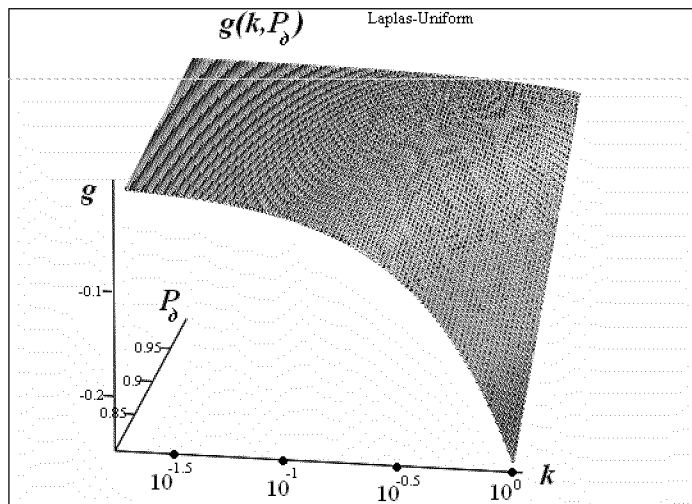


Рис. 3. Метрический тензор для сочетания распределений Лапласа и равномерного. Вид со стороны  $k$ .

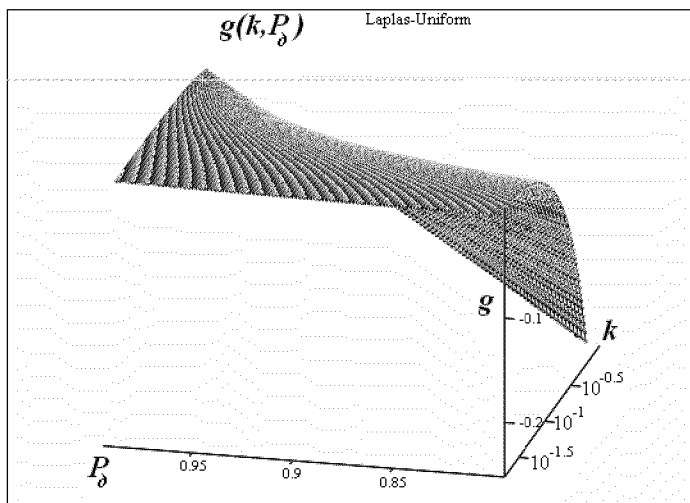


Рис. 4. Метрический тензор для сочетания распределений Лапласа и равномерного. Вид со стороны  $P_\delta$ .

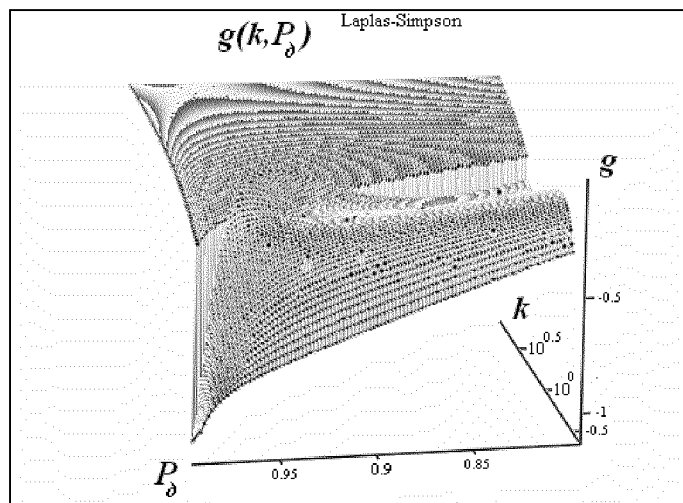


Рис. 5. Метрический тензор для сочетания распределений Лапласа и треугольного. Вид со стороны  $P_\delta$ .

Последнее имеет место в большинстве случаев, придавая наглядность понятию геометрического пространства. Нарушение этого обстоятельства при суммировании неопределённостей объясняется увеличением ширины суммарного вероятностного распределения по отношению к ширине слагаемых. При этом определённое приращение доверительной вероятности при достаточно высоком её уровне зачастую вызывает такое приращение суммарной неопределённости (пологие «хвосты» распределения), которое не согласуется с формулой треугольника в собственно евклидовом пространстве.

Для получения геометрического истолкования данного феномена была исследована степень гладкости пространства неопределённостей, в результате которого выяснилось, что гладким оно не является. Оно является кусочно-гладким. Границей гладких частей пространства служит гиперповерхность, состоящая из точек, соответствующих определённым уровням доверительной вероятности. Был сделан вывод о том, что метрика одной части пространства является псевдоримановой. В псевдоримановом пространстве формула треугольника содержит не тригонометрический, а гиперболический косинус, все значения которого, как известно, превышают единицу.

Было найдено, что, несмотря на смену вида метрики, метрический тензор является гладкой функцией доверительной вероятности, что видно также из приведённых рисунков.

Как оказалось, для практики может быть использована «выпрямленная» модель пространства неопределённостей – евклидово пространство. В ней векторами являются полные значения неопределённости, а не её бесконечно малые приращения. В этом случае тензор рассчитывается по формуле

$$g_{ij} = \frac{\left(\frac{\gamma}{\gamma_i}\right)^2 - 1 - \left(\frac{\gamma_j}{\gamma_i}\right)^2}{2 \frac{\gamma_j}{\gamma_i}}$$

и для сочетания равномерного распределения и распределения Лапласа принимает вид, показанный на рис. 6.

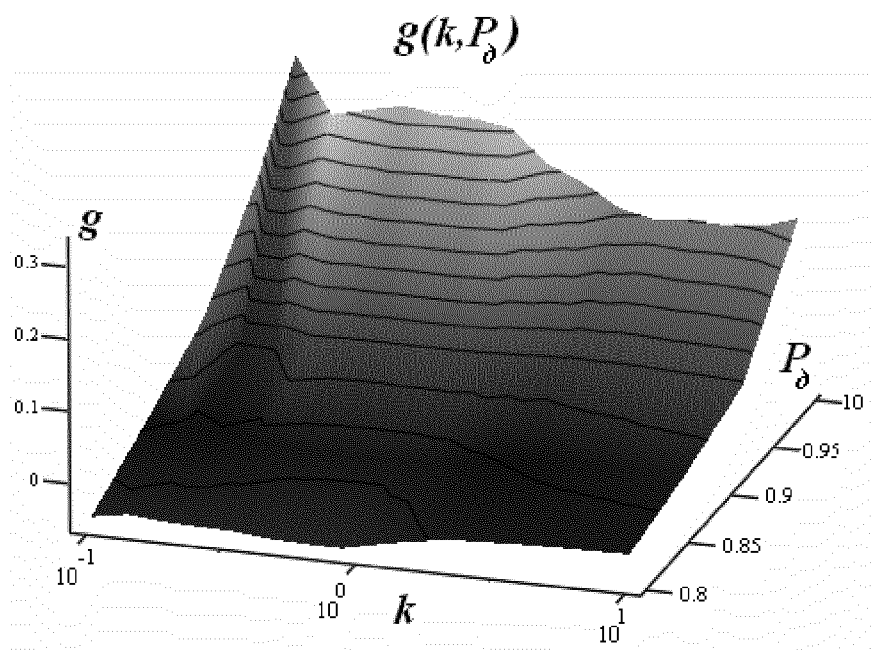


Рис. 6. Метрический тензор евклидова пространства для сочетания распределений Лапласа и равномерного.

В третьей главе даны примеры практического применения векторно-аналитического метода. В качестве таких примеров приведён метрологический анализ тензорезистивного силоизмерительного датчика (рис. 7) и инфракрасного Фурье-спектрометра, служащего для качественного и количественного анализа состава веществ (рис. 8).

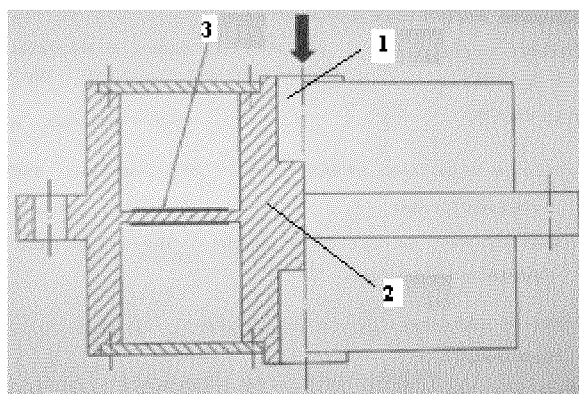


Рис. 7. Конструктивная схема силоизмерительного датчика. 1- силовводящий узел, 2 - жесткое соединение, 3 – мембрана.

Функция преобразования первого из них представляется простым мультипликативным соотношением, превалирующим среди средств измерения:

$$U_{\text{вых}}(F) = \frac{U_{\text{пит}}}{h^2} \frac{k}{(k+1)^2} \frac{nCS}{E} F + \Delta_F,$$

где  $U_{\text{пит}}$  – напряжение питания мостовой цепи;  $k$  – коэффициент её симметрии, определяемый числом плеч с одинаковым сопротивлением;  $n$  – число рабочих плеч;  $E$  – модуль Юнга;  $C$  – эквивалентный коэффициент деформаций, определяемый их распределением на базе тензорезистора;  $S$  – коэффи-

циент тензочувствительности тензорезисторов;  $h$  – толщина мембраны;  $\Delta_F$  - погрешность датчика от нелинейности и гистерезиса, они тоже неодинаковы у разных экземпляров, но их отклонения являются величинами второго порядка малости, поэтому учитываться не будут. Источниками неопределённости значений выходного напряжения здесь являются:  $U_{min}$ ,  $h$ ,  $C$ ,  $S$ .

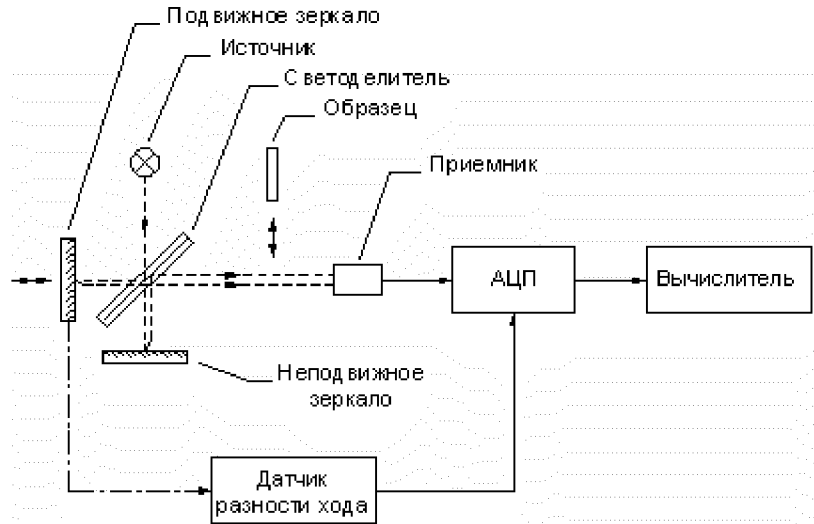


Рис. 8. Схема инфракрасного Фурье-спектрометра.

Функция преобразования второго объекта значительно сложнее:

$$T_{вых}(\lambda) = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} U_n e^{-j \frac{2\pi k n}{N}}}{\sum_{n=0}^{N-1} U_{0n} e^{-j \frac{2\pi k n}{N}}} + \Delta T_\lambda + \Delta T_{нестаб} + \Delta T_{виз},$$

где  $T_{вых}(\lambda)$ - пропускание образца на длине волны  $\lambda$ ,

$k$  - номер отсчета составляющей дискретного спектра, соответствующей длине волны  $\lambda$ ,

$N$  – количество дискретных значений напряжения,

$n$  – номер текущего дискретного значения напряжения,

$U_n$  – текущее  $n$ -ое дискретное значение напряжения, полученное при

наличии образца, оно равно:  $U_n = A((DW(U_{min} n) + U_{пир} n)B + u_{шОУn}) + u_{кп}$ ,

где  $u_{шОУn}$ ,  $U_{пир} n$  и  $u_{кп}$  –  $n$ -ые значения шумов соответственно усили-

теля, пироприёмника и квантования,

$U_{num\ n}$  – n-ое значение напряжения питания излучателя,  
 $W(U_{num\ n})$  - оптическая мощность как функция напряжения  
питания,  
 $A, B, D$  – размерные константы,  
 $U_{0n}$  – текущее n-ое дискретное значение напряжения, полученное при от-  
сутствии образца, представляется аналогично,  
 $\Delta T_{\lambda}$  - следствие погрешности калибровки шкалы волновых чисел,  
 $\Delta T_{нестаб}$  - абсолютная погрешность от нестабильности 100% линии пропуска-  
ния,  
 $\Delta T_{виз}$  - абсолютная погрешность визуального восприятия.

Здесь источниками неопределённости служат:  $\Delta T_{\lambda}$ ,  $\Delta T_{нестаб}$ ,  $\Delta T_{виз}$ ,  $U_{num\ n}$ ,  $U_{нир\ n}$ ,  
 $u_{ШОУn}$ ,  $u_{кп}$ .

Результаты расчета погрешностей векторно-аналитическим методом (ВАМ) сопоставлены с результатами, полученными методом Монте-Карло. При расчёте погрешности напряжения силоизмерительного датчика был выбран уровень доверительной вероятности  $P_{\delta} = 0.95$ , и расчёты проведены как для различных, так и для одинаковых исходных неопределённостей. При расчете погрешности пропускания инфракрасного Фурье-спектрометра доверительная вероятность равнялась 0.9. В целом векторно-аналитический метод даёт результаты расчета, близкие результатам метода Монте-Карло, который в данном случае может считаться образцовым (табл. 2, 3, 4). Так как векторно-аналитический метод требует знания закона распределения приведенной к выходу погрешности, который на практике, строго говоря, может отличаться от закона распределения исходной погрешности, то были получены значения суммарной погрешности для случая предположения сохранения исходных законов распределений и для случая строгой проверки статистических гипотез о виде распределений приведенных к выходу погрешностей.

Таблица 2.

Параметр	Относит. разброс, %	ВАМ, %		Монте-Карло, ( $P_\delta = 0.95$ ), %
		Исходные законы распределения	Законы распределения, приведенные к выходу	
Напряжение питания $U_{пит}$	5	10,1	10,1	9.....-8,6
Толщина мембраны $h$	1			
Коэффициент деформаций $C$	5			
Коэффициент тензочувствительности $S$	3			

Таблица 3.

Параметр	Относит. разброс, %	ВАМ, %		Монте-Карло, ( $P_\delta=0.95$ ), %
		Исходные законы распределения	Законы распределения, приведенные к выходу	
Напряжение питания $U_{пит}$	3	9,9	9,9	9.1.....-8,3
Толщина мембраны $h$	3			
Коэффициент деформаций $C$	3			
Коэффициент тензочувствительности $S$	3			

Во всех случаях значение погрешности, посчитанное векторно-аналитическим методом, незначительно, на 10 % отличается от значения, полученного методом Монте-Карло. Это можно считать удовлетворительным результатом, поскольку, во-первых, к точности оценки погрешностей обычно не предъявляются высокие требования, а во-вторых, если ошибка сделана в сторону увеличения, как в первом случае, это может считаться в некотором роде запасом на незнание. Достаточно сложная процедура проверки законов распределения приведенных к выходу погрешностей не приводит к сколь-

Таблица 4.

Закон распределения	Монте-Карло, мин. и макс. значения		Векторно-аналитический метод	
			Законы распределения, приведенные к выходу	Исходные законы распределения
Нормальный	$\gamma_{\text{пир}}$	$-6,2*10^{-6} \dots 2,6*10^{-6}$	$10,85*10^{-3}$	$10,88*10^{-3}$
Треугольный	$\gamma_{\text{квант}}$	$-4*10^{-4} \dots 2,9*10^{-4}$		
Треугольный	$\gamma_{\text{пит}}$	$-2,5*10^{-3} \dots 3,8*10^{-3}$		
Нормальный	$\gamma_{\text{оу}}$	$-2,3*10^{-7} \dots 1,2*10^{-7}$		
Равномерный	$\gamma_{\text{виз}}$	$-9,9*10^{-3} \dots 9,8*10^{-3}$		
Равномерный	$\gamma_{\lambda}$	$-9,8*10^{-4} \dots 9,2*10^{-4}$		
Равномерный	$\gamma_{\text{стаб}}$	$-3*10^{-5} \dots 3,2*10^{-5}$		
	$\gamma_{\Sigma}$	$-12*10^{-3} \dots 10,8*10^{-3}$ ( $10,8*10^{-3}$ при $P=0.9$ )		

-нибудь значимому повышению точности расчета суммарной погрешности (табл.4) и при определенных условиях может быть исключена.

Четвёртая глава в основном посвящена описанию программного обеспечения, созданного автором для реализации векторно-аналитического метода. Программный пакет включает три модуля: ProjectTree.exe, gipotez.exe и func.exe (рис.9). Первый из них воспринимает функцию преобразования и характеристики источников погрешности. Второй производит проверку статистических гипотез. Третий рассчитывает матрицу метрического тензора и значение результирующей погрешности распределения.

Поскольку использование статистических экспериментальных данных подразумевает оценку уровня доверительной вероятности и требует проверки статистических гипотез, дополнительно с использованием численного моделирования изучена зависимость доверительной вероятности от объёма выборки и предложена упрощенная формула оценки доверительной вероятности на основе количества экспериментальных точек:

$$P_o(N) \approx 0.93\left(1 - \frac{5.8}{N-2}\right) + 0.069 = 1 - \frac{5.4}{N-2}.$$



Справедливость данной формулы проверена для законов распределения Гаусса, Коши и равномерного при  $N \geq 30$ .

Данное выражение значительно более удобное по отношению к формуле Уилкса:

$$Q(r, s, N, P_0) = \sum_{i=r}^{s-1} C_N^i P_0^i (1 - P_0)^{N-i},$$

где  $Q(r, s, N, P_0)$  - вероятность, с которой некий интервал покрывает

квантиль порядка  $P_0$ ,

$r, s$  – значения, характеризующие границы интервала,

$N$  – объем выборки,

$P_0$  – значение доверительной вероятности или, другими словами, порядок квантили.

Для повышения надёжности выбора видов вероятностных распределений в модуле `girpotez.exe` предложена характеристика, названная коэффициентом достоверности.

В частности для критерия Пирсона коэффициент достоверности:

$$\Psi_1 = \frac{\chi_\alpha^2 (K - r - 1)}{\chi^2},$$

где  $\chi$  - наблюдаемое значение критерия Пирсона,

$\chi_\alpha^2 (K - r - 1)$  - критическое значение критерия Пирсона,

$\alpha$  – уровень значимости критерия,

$r$  – количество оцениваемых параметров,

$K$  – число интервалов.

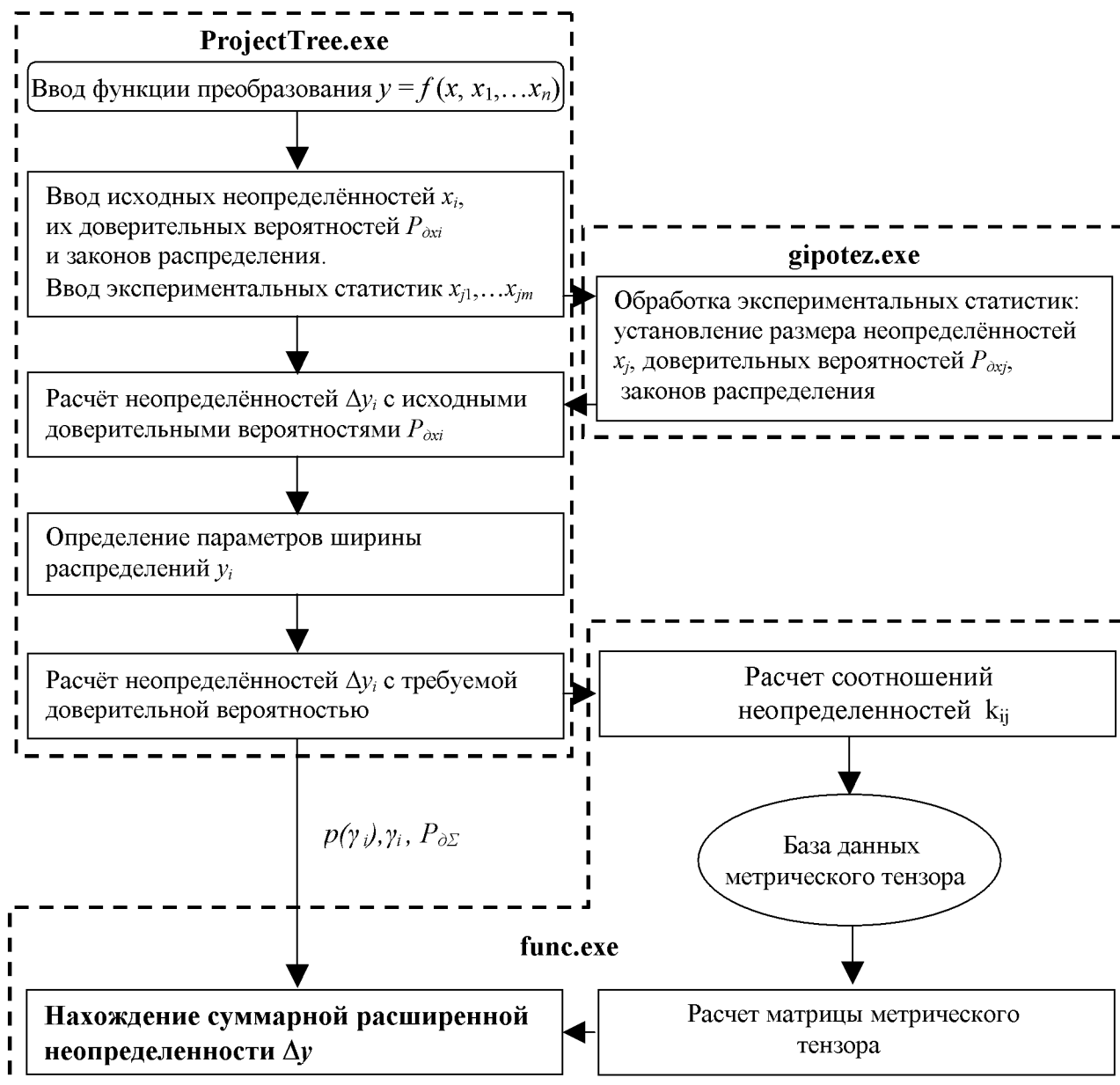


Рис. 9. Модули, входящие в состав программного обеспечения.

Как видно из последней формулы, коэффициент достоверности принимает значения больше единицы, если наблюдаемое значение критерия меньше критического значения критерия, что соответствует подтверждению гипотезы. Аналогично рассчитывается и коэффициент  $\Psi_2$  для критерия Мизеса. Интегральный коэффициент достоверности для рассматриваемого распределения рассчитывается как полусумма двух коэффициентов

$$\Psi_{\Sigma} = \frac{\Psi_1 + \Psi_2}{2}.$$

Созданное программное обеспечение метрологического анализа объектов можно рекомендовать специалистам для решения широкого круга задач. Оно также предусматривает возможность упрощенного сложения составляющих неопределённости путём обнуления метрического тензора.

## **Выводы.**

1. Анализ существующих в настоящее время способов суммирования неопределённостей показал, что по большей своей части они основаны на предположении о виде результирующего распределения. Недостаточное знание о виде распределения, в частности необоснованное предположение его нормальным ведет к ошибкам при расчете суммарной неопределенности. В большинстве случаев идентифицировать закон распределения суммарной величины оказывается более трудоемко и затратно, чем идентифицировать законы распределения слагаемых. Векторно-аналитический метод сложения неопределённостей стоит особняком, так как не требует не только идентификации результирующего закона распределения, но и определения его принадлежности к некоторому классу. Особое значение имеет то обстоятельство, что этот метод является по сути геометрическим.

Вместе с тем векторно-аналитический метод на сегодняшний день является крайне мало изученным, что выдвигает задачу его изучения.

2. Исследованы метрические свойства пространства неопределённостей, выяснено, что последнее является римановым и негладким. Границей гладких частей пространства служит гиперповерхность, состоящая из точек, соответствующих определённым уровням доверительной вероятности, метрика одной части является собственно римановой, другой – псевдоримановой. Несмотря на смену вида метрики, метрический тензор является гладкой функ-

цией доверительной вероятности. Для практики может быть использована «выпрямленная» модель пространства неопределённостей – собственно евклидово пространство. В ней векторами являются полные значения неопределённости, а не её бесконечно малые приращения.

3. Для апробации векторно-аналитического метода расчета погрешности выбран датчик силы, обладающий простой мультипликативной функцией преобразования, и инфракрасный Фурье-спектрометр, значительно более сложный объект. Анализируемой метрологической характеристикой последнего выбрано пропускание, для которого построена функция преобразования.

4. В целом векторно-аналитический метод даёт результаты расчета, близкие к результатам метода Монте-Карло, которые могут быть приняты за истинные. Приведенных к выходу погрешностей, что говорит в пользу векторно-аналитического метода по сравнению с классическим.

5. В целом ряде случаев распределения составляющих выходной неопределённости средств измерений могут быть приняты идентичными распределениям порождающих их причин. Достаточно сложная процедура проверки вида этих распределений не приводит к сколько-нибудь значимому повышению точности расчета суммарной погрешности и при определенных условиях может быть исключена.

6. Трудоемкость этапов метрологического анализа векторно-аналитическим методом привела к созданию автором соответствующего программного обеспечения, предназначенного для метрологического анализа средств измерений. Созданный программный пакет включает три модуля: ProjectTree.exe, gipotez.exe и func.ee. Первый из них воспринимает функцию преобразования и характеристики источников погрешности. Второй производит проверку статистических гипотез. Третий рассчитывает матрицу метрического тензора и значение результирующей погрешности. Путём обнуления метрического тензора программное обеспечение позволяет реализовать один из уже существующих методов - упрощенное сложение составляющих погрешности.

7. Для повышения эффективности выбора видов вероятностных распределений в модуле `gipotez.exe` предложена характеристика, названная коэффициентом достоверности.

8. Предложена упрощенная формула оценки доверительной вероятности на основе количества экспериментальных точек, расширяющая возможности и повышающая качество такой оценки.

### **Публикации по теме диссертации.**

По теме диссертации опубликованы 7 печатных работ.

1. К вопросу о сложении неопределенностей. В.Д.Мазин, А. Н. Чепуштанов. Вторая международная научно-практическая конференция «ИЗМЕРЕНИЯ В СОВРЕМЕННОМ МИРЕ - 2009», 8 - 10 декабря 2009 г., с. 322-324.
2. Исследование гладкости функции метрического тензора. А. Н. Чепуштанов. Международная научно-практическая конференция «38 НЕДЕЛЯ НАУКИ СПбГПУ», 2009 г., с.149-151.
3. Сравнение разных методов расчета погрешности инфракрасного Фурье-Спектрометра. В.Д Мазин. А.Н.Чепуштанов. Научно-практическая конференция «НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И ИННОВАЦИОННАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ», Санкт-Петербург, СПбГПУ, 2007, - с. 328-335.
4. Автоматизация проверки статистических гипотез критериями Мизеса и Пирсона. Чепуштанов А. Н., Измерительная техника., 2008, № 9 - с. 42-44.
5. Применение векторно-аналитической модели для метрологического анализа инфракрасного фурье-спектрометра. Мазин В. Д., Чепуштанов А. Н., Измерительная техника., 2008, № 2 - с. 28-32.
6. Применение векторно-аналитической модели для метрологического анализа инфракрасного Фурье-спектрометра. Мазин В. Д., Чепуштанов А. Н. Датчики и системы. - Москва: СенСиДат, 2008, № 1 - с. 2-6.
7. Properties and application technology of a vector-analytical method for an

estimation of uncertainty in measurement. V. Mazin / A. Chepushtanov. 53<sup>rd</sup> Internationales Wissenschaftliches Kolloquium Technische Universität Ilmenau, 08 – 12 September 2008, p.103-104.