

К вопросу о локализации колебаний в строительных конструкциях

Аспирант Г.В. Денисов*,

ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Ключевые слова: локализация колебаний; строительные конструкции; собственные частоты; демпфирование

Развитие техники и технологий, освоение сейсмически активных районов, распространение высотного строительства, увеличение скоростного режима транспорта – все это приводит к увеличению уровня действующих динамических нагрузок. Необходимость обеспечения прочности в этих условиях ставит перед инженерами новые задачи, для решения которых требуется совершенствование расчетного аппарата.

Настоящая статья является продолжением ранее опубликованной работы [1] и посвящена исследованию локальных колебаний, возникающих в конструкциях.

Целью работы является анализ причин и возможности возникновения локальных колебаний отдельных элементов конструкций и оценка их влияния на прочность сооружения в целом.

С примерами локальных колебаний отдельных элементов, узлов или частей конструкции мы встречаемся повсеместно. Это раскачивание веток деревьев, колебания крыла самолета, вибрация элементов салона транспорта и т.д. Казалось бы, указанные колебания могут привести лишь к повреждениям отдельных элементов при сохранности всего сооружения в целом. В действительности, данное явление, зачастую возникающее неожиданно, может представлять не менее серьезную опасность, чем колебания всей конструкции. Особую роль локализованные колебания приобретают в свете широко используемого в последнее время расчета сооружений на так называемое прогрессирующее обрушение [2].

В начале исследования определим понятие «локальные колебания». Под локальными колебаниями будем понимать колебания отдельных элементов или частей конструкции при относительно покоящихся прочих элементах или конструкции в целом. Возникновение локальных колебаний будем называть локализацией колебаний.

Показательным примером локальных колебаний являются зафиксированные колебания пролета каркаса машинного зала Саяно-Шушенской ГЭС при относительно покоящемся фундаменте (агрегатном блоке) вследствие динамической нагрузки, возникающей от работы водобойного колодца. Данное обстоятельство поставило жесткие требования по контролю состояния указанной конструкции [3]. Другим примером являются колебания перекрытий зданий, расположенных в непосредственной близости от транспортных магистралей, приводящие к повреждениям несущего каркаса [4].

Анализ отечественных и зарубежных публикаций последних лет указывает на значительный интерес исследователей к данному вопросу, не рассматриваемому ранее ввиду невозможности анализа поведения сложных систем при динамических воздействиях.

Сначала проанализируем известные теоретические зависимости.

В первом приближении будем рассматривать конструкции, соответствующие стержневой схематизации (башни, мачты, высотные здания и т.п.), как наиболее наглядные в части динамического поведения. Кратко напомним основные сведения из теории колебаний. При этом для выявления общих закономерностей будем использовать интегральное уравнение свободных колебаний прямого стержня, которое, как известно, имеет вид [5]:

$$y(x,t) = -\int_0^l K(x,s)m(s) \frac{\partial^2 y(s,t)}{\partial t^2} ds, \quad 0 \leq x \leq l, 0 \leq s \leq l, \quad (1)$$

где $y(x,t)$ – перемещение стержня в точке x в момент времени t ; $K(x,s)$ – функция влияния, описывающая смещения стержня в точке x от единичной обобщенной силы, приложенной в точке s ; $m(s)$ – масса единицы длины стержня. Данное выражение с учетом вариации функции влияния $K(x,s)$ описывает малые продольные, крутильные и поперечные колебания прямого стержня при любых граничных условиях. Решение уравнения (1) представляют в виде бесконечного ряда

произведений двух функций, из которых одна является функцией времени t , вторая – функцией x , именуемой собственной формой уравнения (1):

$$y(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} F_i(t)\varphi_i(x). \quad (2)$$

Интегральное выражение для собственных форм имеет вид [5]:

$$\varphi_i(x) = p_i^2 \int_0^l K(x,s)\varphi_i(s)ds, i=1,2,\dots,\infty. \quad (3)$$

где p_i – собственные частоты колебаний, соответствующие i -м формам.

Выражение (1) свидетельствует, что смещение стержня в точке x получается как линейная сумма смещений элемента ds стержня. Таким образом, интеграл (1) можно рассматривать как предельный случай системы уравнений, описывающих смещения элементов ds . Данную систему уравнений получим при делении стержня на n частей длиной ds . Обозначим через y_i значение функции $y(x,t)$ в центре участка стержня ds , a_{ik} и m_k – соответствующие значения $K(x,s)$ и $m(s)$. В результате можно записать:

$$y(x,t) = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}, y_i = -\sum_{k=1}^n a_{ik} m_k \ddot{y}_k, i=1,2,\dots,n. \quad (4)$$

Таким образом, колебания любого прямого стержня с любыми граничными условиями можно описать как совокупность колебаний отдельных взаимосвязанных элементов с размерами, стремящимися к точке, и массой, стремящейся к нулю. Указанный элемент в физическом смысле представляет собой не что иное, как осциллятор, то есть груз, подвешенный на пружине, а весь стержень – как бесчисленная совокупность бесконечно малых взаимосвязанных осцилляторов (см. рис. 1).

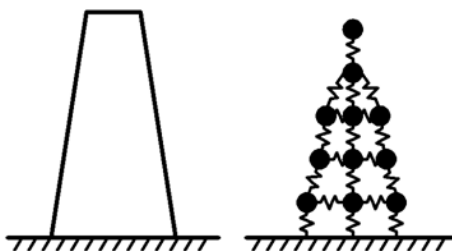


Рисунок 1. Схематизация стержня системой осцилляторов

Приведенный анализ справедлив для всех строительных конструкций и является основой инженерных методов определения собственных частот колебаний сооружений, в которых реальная конструкция заменяется системой с точечными взаимосвязанными массами [6], что в настоящее время вылилось в метод конечных элементов [7].

Как известно, частота собственных колебаний осциллятора определяется выражением [5]:

$$w = \sqrt{c/m}, \quad (5)$$

где c – жесткость пружины, m – масса грузика. Тогда для собственной частоты конструкции можно записать:

$$p_i = \sqrt{\sum_{j=1}^A c_j / \sum_{k=1}^B m_k}, \quad (6)$$

где A, B – некие константы, определяющие совокупность деформационных и массовых элементов системы, участвующих в колебаниях по форме, соответствующей частоте p_i . Таким образом, используя зависимость между собственными частотами [5], можно записать:

$$p_{i-1} < p_i \Leftrightarrow \sqrt{\sum_{j=1}^A c_j / \sum_{k=1}^B m_k} < \sqrt{\sum_{j=1}^C c_j / \sum_{k=1}^D m_k}, \quad (7)$$

где A, B, C, D – некие константы, определяющие совокупность деформационных и массовых элементов системы, участвующих в колебаниях по соответствующим формам. Таким образом, спектр собственных частот представляет собой последовательность отношений (6). Это позволяет заключить, что, по мере увеличения частоты в колебательный процесс, соответствующий высшим формам, будут включаться более жесткие и (или) менее весомые части системы, при этом отдельные части конструкции могут исключаться из движения. Сделанный вывод соответствует результатам исследований [8] и подтверждается натурными измерениями, выполненными в ходе практического определения фактического состояния отдельных несущих элементов сооружения по их динамическим характеристикам [9, 10].

На основании вышесказанного можно заключить, что локализованные колебания следует рассматривать как какую-либо собственную форму колебания конструкции. Это позволяет разделить весь спектр собственных колебаний на глобальные и локальные формы.

В качестве иллюстраций на рис. 2 приведены характерные формы собственных колебаний массивного сооружения, полученные математическим моделированием с помощью метода конечных элементов в программном комплексе ANSYS. Из представленных результатов видно, что 1-я и 9-я формы – глобальные, в то время как 4-я и 8-я – локальные формы колебаний стены. Таким образом, внешнее воздействие с частотами 14,56 Гц и 20,64 Гц приведет лишь к колебаниям отдельной стены при относительно покаящейся конструкции в целом.

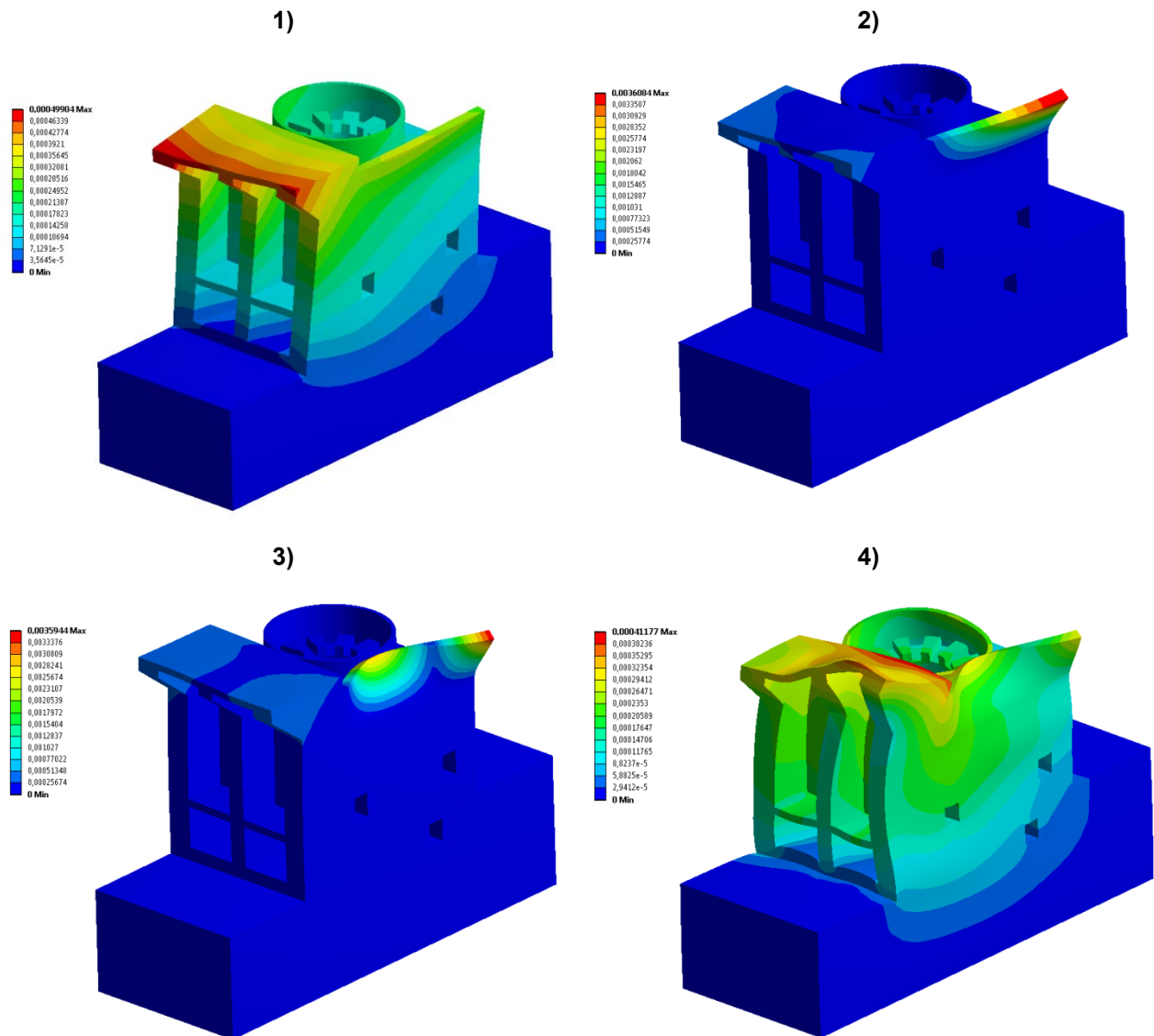


Рисунок 2. Собственные формы колебаний массивного сооружения:

- 1) 1-я форма, частота 7,13 Гц; 2) 4-я форма, частота 14,56 Гц; 3) 8-я форма, частота 20,64 Гц;
4) 9-я форма, частота 21,70 Гц

В свою очередь, примем разделение локализаций по частотному признаку на низко- и высокочастотные колебания относительно исследуемого спектра колебаний конструкции, учитываемого при проектировании (далее будем называть его основным спектром). При этом заметим, что частоты локальных колебаний могут располагаться и в основном спектре. Данные локальные колебания будем именовать среднечастотными. Приведем примеры. В работе [11] авторы указывают на возможность возникновения локальных низкочастотных колебаний покрытий и перекрытий зданий; исследованиями [12] показано, что данное явление характерно для верхних этажей зданий. К среднечастотным колебаниям можно отнести колебания отдельных элементов конструкции при смешанном спектре внешней нагрузки [13, 14]. Высокочастотные локальные колебания отдельных элементов корпуса судна вследствие динамической нагрузки от вращающегося винта двигателя исследованы в упомянутой выше работе [8].

Обратим внимание на некий произвол в предложенной систематизации ввиду неоднозначности определения основного спектра. С одной стороны, при выполнении расчетов реальных конструкций на динамические воздействия перед инженерами встает вопрос о количестве учитываемых форм собственных колебаний, что косвенно регулируется нормативными документами. С другой стороны, используя современные расчетные программы, реализующие метод конечных элементов и позволяющие учитывать свыше 100 форм собственных колебаний, инженеры упускают из виду то обстоятельство, что точность определения высших частот и форм колебаний резко уменьшается по мере увеличения частоты вследствие большой размерности задачи [15]. Таким образом, зачастую учитываемый спектр собственных частот не вполне адекватно характеризует поведение конструкции при динамических воздействиях.

Возвращаясь к принятой систематизации, отметим, что в целом низкочастотные локализации [11, 12] не представляют интереса для исследования, так как могут быть рассмотрены в ходе модального анализа и учтены при проектировании. Среднечастотные локальные колебания [13, 14] также зачастую выявляются при модальном анализе. Основная сложность при этом заключается в точности определения частот локальных форм. Эта проблема может быть решена выполнением серии расчетов с различной степенью детализации элементов конструкции. В связи с этим, подробнее остановимся на высокочастотных колебаниях.

Выполним оценку собственных форм колебаний с энергетической точки зрения. Как известно, наиболее энергоемкими являются низшие формы, так как максимальная потенциальная энергия колебаний по i -й форме есть функция, пропорциональная амплитуде колебаний, которая в свою очередь обратно пропорциональна величине i -й частоты собственных колебаний [5]. Другими словами, можно сказать, что энергия колебаний по мере увеличения частоты уменьшается. Подтверждением этому служат результаты экспериментов, представленные в работе [16].

Вернемся к реальным конструкциям, в которых, как известно, при колебаниях возникают силы сопротивления, характеризующиеся вязким трением в материале и сухим в сочленениях (при их наличии). Трение в материале имеет сложную природу и описывается коэффициентом поглощения (демпфирования), который принято определять как долю рассеянной энергии за цикл колебания в максимальной энергии цикла. Как следует из многочисленных опытов, для большинства строительных материалов указанный коэффициент не зависит или слабо зависит от амплитуды и частоты колебаний [6]. Сухое трение в сочленениях (конструкционное демпфирование) в физическом смысле характеризует максимальную силу, при которой тело еще находится в состоянии покоя. При этом, величина данной силы не зависит от скорости движения тела [17], а следовательно, и от частоты колебаний. Вместе с тем, как было установлено выше, низкочастотные воздействия зачастую вызывают колебания наиболее гибких элементов сооружения (примеры [11, 12]), в то время как узлы соединений, в качестве элементов повышенной жесткости, начинают вовлекаться в колебания при более высоких частотах (пример [8]).

На основании изложенного можно заключить, что по мере увеличения частоты колебаний системы, сопровождающееся уменьшением амплитуды и энергии колебаний и увеличением количества колеблющихся узлов сочленений, происходит увеличение суммарного конструкционного демпфирования в сооружении. Указанные обстоятельства свидетельствуют об ограниченности спектра частот механических колебаний системы.

Сделанный вывод нельзя распространить на системы, не обладающие конструкционным демпфированием (монолитные здания, массивные бетонные сооружения и т.д.), что является темой отдельной работы.

Выводы

1. С помощью математических преобразований было показано, что в силу конструктивных особенностей в зданиях и сооружениях могут возникать локальные колебания отдельных частей или их элементов при относительно покоящихся прочих элементах или конструкции в целом.

2. Для выявления возможности возникновения указанных колебаний, в ряде случаев представляющих опасность для конструкции в целом и не регламентируемых действующими нормативными документами, на стадии проектирования требуется выполнение тщательного модального анализа как сооружения в целом, так и отдельных его элементов.

Литература

1. Денисов Г. В., Лалин В. В. О сплошном спектре колебаний балочных элементов конструкции при высокочастотных воздействиях // Инженерно-строительный журнал. 2012. №1(27). С. 91-97.
2. Перельмутер А. В., Криксунов Э. З., Мосина Н. В. Реализация расчета монолитных жилых зданий на прогрессирующее (лавинобразное) обрушение в среде вычислительного комплекса «SCADOffice» // Инженерно-строительный журнал. 2009. №2. С. 13-18.
3. Брызгалов В. И., Ключач А. А. Опыт эксплуатации пространственно-стержневой конструкции МАРХИ машинного зала Саяно-Шушенской ГЭС // Гидротехническое строительство. 1998. №9. С. 63-66.
4. Алявдин П. В., Музычкин Ю. А. Исследования вибрации каркасного здания, расположенного вблизи метрополитена // Механика машин, механизмов и материалов. 2009. №2(7). С. 56-60.
5. Бабаков И. М. Теория колебаний. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1958. 628 с.
6. Сорокин Е. С. Динамический расчет несущих конструкций зданий. М.: Госстройиздат, 1956. 340 с.
7. Румянцев Е. В., Белугина Е. А. Моделирование конструкций железнодорожного терминала станции Адлер с учетом системы сейсмоизоляции // Инженерно-строительный журнал. 2012. №1(27). С. 22-30.
8. Schwanecke H. Some remarks on local structural vibration and structure-borne sound phenomena caused by marine propellers // Proceedings of The 16th Symposium on Theory and Practice of Shipbuilding (XVI Symposium SORTA 2004), Zagreb, 2004. Pp. 9.6.1-9.6.12.
9. Atamturktur S., Bornn L., Hemez F. Vibration characteristics of vaulted masonry monuments undergoing differential support settlement // Engineering Structures. 2011. №33. Pp. 2472-2484.
10. Matsumoto Y., Yamaguchi H., Yoshioka T. A field investigation of vibration-based structural health monitoring in a steel truss bridge // Proceeding of the Joint Conference on Advances in Bridge Engineering-II, 2010, Bangladesh. Pp. 461-467.
11. Перельмутер А. В., Карпиловский В. С., Фиалко С. Ю., Егупов К. В. Опыт реализации проекта МСН СНГ «Строительство в сейсмических районах» в программной системе SCAD // Вестник Одесской государственной академии строительства и архитектуры. 2003. № 9. С. 147-159.
12. Miskovic Z., Pavic A., Reynolds P. Global vertical modes of floor vibration in multi-storey buildings // Proceedings of the International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA 2006). Leuven, Belgium. Pp. 1211-1220.
13. Мондрус В. Л., Хуэн Л. Т. Т., Сизов Д. К. Распределение амплитуд виброускорений в многоэтажном административном здании от источников техногенного происхождения // Вестник МГСУ. 2010. №1. С. 113-116.
14. Jaswal H. Analysis of micro-vibration in buildings // Proceedings of the 2007 Earthquake Engineering Symposium for Young Researchers. Seattle, Washington. Pp. 09.1 - 09.12.
15. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 271 с.
16. Qi G.Z., Guo X., Chang P., Qi X., Dong W. Local modes of vibrations for civil structural health monitoring // Proceedings of The 14th World Conference on Earthquake Engineering. Beijing, 2008. Pp. 6-16.
17. Розенблат Г.М. Сухое трение и односторонние связи в механике твердого тела. М.: URSS, 2011. 205 с.

** Григорий Валентинович Денисов, Санкт-Петербург, Россия*

Тел. моб.: +7(921)385-56-12; эл. почта: oхoхoх@mail.ru

© Денисов Г.В., 2012

doi: 10.5862/MCE.31.7

On the vibrations localization in building structures

G.V. Denisov,*Saint-Petersburg State Polytechnical University,
+7(921)385-56-12; e-mail: oxoxox@mail.ru*

Key words

vibrations localization; building structures; natural frequencies; damping

Abstract

The article considers the local vibrations of elements of building structures. It is shown that under certain conditions, external influences cause vibrations of only some structural elements, but the whole structure stay in quiescence condition.

The classification of local vibrations by the frequency characteristic is proposed. The limitation of spectrum of mechanical vibrations for buildings with structural damping due to the presence of dry friction forces is shown.

References

1. Denisov G. V., Lalin V. V. *Magazine of Civil Engineering*. 2012. No. 1(27). Pp. 91-97. (rus)
2. Perelmuter A. V., Kriksunov E. Z., Mosina N. V. *Magazine of Civil Engineering*. 2009. No. 2. Pp. 13 – 18. (rus)
3. Bryzgalov V. I., Klyukach A. A. *Hydraulic Engineering*. 1998. No. 9. Pp. 63 – 66. (rus)
4. Alyavdin P. V., Muzychkin Yu. A. *Mechanics of Machines, Mechanisms and Materials*. 2009. No. 2 (7). Pp. 56–60. (rus)
5. Babakov I. M. *Teoriya kolebaniy [Theory of Vibrations]*. Moscow: State publishing of technical and theoretical literature, 1958. 628 p. (rus)
6. Sorokin Ye. S. *Dinamicheskiy raschet nesushchikh konstruksiy zdaniy [Dynamic analysis of load-bearing structures of buildings]*. Moscow: Gosstroyizdat, 1956. 340 p. (rus)
7. Rumyantsev Ye. V., Belugina Ye. A. *Magazine of Civil Engineering*. 2012. No. 1(27). Pp. 22-30.
8. Schwanecke H. Some remarks on local structural vibration and structure-borne sound phenomena caused by marine propellers. *Proceeding of The 16th Symposium on Theory and Practice of Shipbuilding (XVI Symposium SORTA 2004)*, Zagreb: 2004.
9. Atamturktur S., Bornn L., Hemez F. Vibration characteristics of vaulted masonry monuments undergoing differential support settlement. *Engineering Structures*. 2011. No. 33. Pp. 2472 – 2484.
10. Matsumoto Y., Yamaguchi H., Yoshioka T. A field investigation of vibration-based structural health monitoring in a steel truss bridge. *Proceeding of the Joint Conference on Advances in Bridge Engineering-II*. Bangladesh: 2010. Pp. 461 – 467.
11. Perelmuter A. V., Karpilovskiy V. S., Fialko S. Yu., Yegupov K. V. *Bulletin of the Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture*. 2003. No. 9. Pp. 147 – 159. (rus)
12. Miskovic Z., Pavic A., Reynolds P. Global vertical modes of floor vibration in multi-storey buildings. *Proceedings of the International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA 2006)*. Leuven, Belgium: 2006. Pp. 1211-1220.
13. Mondrys V. L., Xyen L. T. T., Sizov D. K. *Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering*. 2010. No. 1. Pp. 113 – 116. (rus)
14. Jaswal H. Analysis of micro-vibration in buildings. *Proceedings of the 2007 Earthquake Engineering Symposium for Young Researchers*. Seattle, Washington: 2007. Pp. 09.1 – 09.12.
15. Zenkevich O. *Metod konechnykh elementov v tekhnike [Finite element method in engineering]*. Moscow: Mir, 1975. 271 p. (rus)
16. Qi G. Z., Guo X., Chang P., Qi X., Dong W. Local modes of vibrations for civil structural health monitoring. *Proceeding of The 14th World Conference on Earthquake Engineering*. Beijing: 2008.
17. Rozenblat G.M. *Sukhoje treniye i odnostonniye svyazi v mekhanike tverdogo tela [Dry friction and unilateral communication in solid mechanics]*. Moscow: URSS, 2011. 205 p. (rus)

Full text of this article in Russian: pp. 60-64