

Пластическое деформирование гранодиоритового щебня и песчано-гравийной смеси при воздействии трехосной циклической нагрузки

*К.т.н., доцент А.С. Александров**

ФГБОУ ВПО «Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия»

Ключевые слова: пластическое деформирование гранулированных материалов; трехосные испытания; RLT тест; гранодиорит; гранодиоритовый щебень

Ровность дорожных покрытий обуславливает важнейшие потребительские свойства автомобильной дороги. С ухудшением ровности дорожного покрытия снижается средняя скорость движения. В неровностях скапливается дождевая вода, что вызывает уменьшение коэффициента сцепления шины с покрытием, и, следовательно, снижение безопасности движения. Неровности приводят к возникновению динамических нагрузок, в результате которых максимальное усилие, передаваемое колесом на покрытие, в среднем возрастает в 1,3 раза [1]. При этом минимальное усилие понижается до 70–80% от статической нагрузки [2]. Такая вариация величины нагрузки приводит к неодинаковым смещениям поверхности покрытия вдоль траектории движения автомобиля и является причиной дальнейшего снижения продольной ровности. Поэтому прогнозирование изменения ровности покрытий и своевременное назначение ремонтных мероприятий являются актуальными целями исследований в дорожной отрасли.

Обзор отечественной и иностранной литературы

Глубина неровности определяется разностью смещений поверхности покрытия в рассматриваемой точке неровности и в точке, в которой смещение имеет наименьшее значение. Одним из наиболее простых и достаточно надежных способов определения смещения поверхности является общепринятый способ расчета осадки. Осадка определяется интегрированием зависимости для вертикальной относительной деформации по глубине [3]. Этот способ лежит в основе расчета осадок фундаментов методом послойного суммирования [4], в котором для вычисления определенного интеграла используется формула трапеций. Эту же схему решения задачи использовали специалисты дорожной отрасли для разработки метода расчета дорожных одежд нежесткого типа по допускаемому общему [5] (1960–1972 гг.) и упругому прогибу [6] (с 1972 г. по настоящее время). Применительно к расчету осадок фундаментов этот способ совершенствовался заменой модели линейно-деформируемого полупространства на билинейную зависимость упругопластической деформации от главных напряжений [7–9], а также поиском функциональной зависимости коэффициента бокового обжатия β от глубины [9]. В дорожной отрасли появились решения этой задачи, в которых формула М.И. Якунина заменялась другими зависимостями вертикального напряжения от глубины [10]. В результате изменения подынтегрального выражения стали появляться новые формулы для расчета прогибов покрытий, отличающиеся от решения Н.Н. Иванова [5]. Впоследствии в подынтегральном выражении вертикальной деформации линейные функции стали заменять различными нелинейными зависимостями пластической деформации от главных напряжений¹. Так были созданы инженерные способы расчета пластического смещения поверхности земляного полотна и всей дорожной конструкции в целом [11–15]. Важнейшим элементом таких методов расчета является подынтегральная функция, описывающая зависимость относительной пластической деформации от главных напряжений и количества приложенных нагрузок.

В настоящее время известно большое количество моделей для расчета относительных пластических деформаций, учитывающих повторность приложения нагрузки и различные инвариантные характеристики тензора и девиатора напряжений. Параметры таких формул определяются экспериментально посредством испытаний исследуемого материала трехосным сжатием в условиях приложения многократных нагрузок. В России трехосные динамические испытания выполняются сравнительно недавно и, как правило, при малом количестве приложений

¹ Задача решалась для оси симметрии нагрузки, где направление главных осей совпадает с направлением осей x , y и z , вследствие чего $\sigma_1 = \sigma_z$, $\sigma_2 = \sigma_x$, $\sigma_3 = \sigma_y$.

циклической нагрузки [16–19], несмотря на то что статические испытания грунтов в стабилометре выполняются давно. Статические испытания проводятся как для решения инженерных задач, связанных с определением показателей прочности и деформируемости грунтов, так и в исследовательских целях для изучения механизма деформирования грунтов [20, 21].

В зарубежных исследованиях динамические трехосные испытания нашли широкое применение. Они используются при изучении механизмов пластического деформирования и при математическом моделировании необратимой пластической деформации, накапливаемой при воздействии повторных нагрузок [22–25]. Такие модели получены для различных гранулированных материалов. Использование этих функций в качестве подынтегрального выражения позволит получить формулы расчета пластических смещений поверхностей слоев из достаточно большого количества инертных дорожно-строительных материалов.

В таблице 1 приведены наиболее известные функциональные зависимости пластической деформации от числа нагрузок.

Таблица 1. Формулы для расчета пластических деформаций при воздействии повторных нагрузок

Специалисты, применявшие формулу	Формула
Barksdale R.D. [26]	$\varepsilon_N = a + b \cdot \lg N,$ <p>где a и b – параметры модели; N – количество приложенных расчетных нагрузок, единиц.</p>
Leng J. [27]	$\varepsilon_N = \varepsilon_1 + a \cdot \lg N + b \cdot (\lg N)^2,$ <p>где ε_1 – остаточная деформация, возникающая при первом приложении нагрузки.</p>
Cheung L.W. [28]	$\varepsilon_N = A \cdot ((\sigma_1 - \sigma_3) / \sigma_s)^b \cdot (B + \lg N),$ <p>где A, b и B – параметры модели, являющиеся постоянными материала; σ_s – предельный девиатор напряжений.</p>
Sweere G.T.H. [29]	$\varepsilon_N = A \cdot N^B,$ <p>где A и B – параметры уравнения регрессии.</p>
Wolff H., Visser A. [30]	$\varepsilon_N = (A + m \cdot N) \cdot (1 - \exp[-B \cdot N]),$ <p>где m, A и B – параметры уравнения регрессии</p>
Francken L., Clauwaert C. [31]	$\varepsilon_N = A \cdot N^B + A_1 \cdot (\exp[-B_1 \cdot N] - 1),$ <p>где A, B, A_1 и B_1 – параметры уравнения регрессии.</p>
Theyse H.L. [32, 33]	$\varepsilon_N = m \cdot N + A_1 \cdot (1 - \exp[-B_1 \cdot N])$
	$\varepsilon_N = A \cdot N^B + (m \cdot N + A_1) \cdot (1 - \exp[-B_1 \cdot N])$
Tseng K. H., Lytton R. L. [34]	$\varepsilon_N = a \cdot \exp(-b/N)^{-c}$
Brecciaroly F., Kolisoja P. [35]	$\varepsilon_N = \varepsilon_{100} + A \cdot \sqrt{N} / (B + \sqrt{N}),$ <p>ε_{100} – деформация от первых 100 циклов.</p>
Hornych P., Corte J.-F., Paute J.-L. [36]	$\varepsilon_N = \varepsilon_{100} + \left(1 - \left[\frac{N}{100} \right]^{-B} \right)$
Veverka V. [37]	$\varepsilon_N = f_\varepsilon \cdot \varepsilon_{200} \cdot N^\alpha,$ <p>где f_ε – коэффициент пропорциональности, определяемый опытным путем; ε_{200} – деформация от первых 200 циклов; α – коэффициент, учитывающий затухающий характер деформирования.</p>

Александров А.С. Пластическое деформирование гранодиоритового щебня и песчано-гравийной смеси при воздействии трехосной циклической нагрузки

Специалисты, применявшие формулу	Формула
Khedr S. [38]	$\frac{\varepsilon_N}{N} = a \cdot \left(\frac{\tau_{\text{окт}}}{\sigma_{\text{окт}}} \right)^b \cdot E_y^c \cdot N^{-m},$ <p>где $\sigma_{\text{окт}}$ и $\tau_{\text{окт}}$ – напряжения на октаэдрической площадке, Па; a, b, c и m – параметры уравнения регрессии.</p>
Huurman M. [39]	$\varepsilon_N = k_1 \cdot \left(\frac{N}{1000} \right)^k + k_2 \cdot \left[\exp\left(\frac{k_3 \cdot N}{1000} \right) - 1 \right],$ <p>где k, k_1, k_2 и k_3 – параметры, характеризующие уровень напряженного состояния.</p>

Примечание: Параметры моделей зависят от величины главных напряжений, вида материала, его физических свойств, формы минеральных частиц и зерен, гранулометрического состава, программы испытания (дренированный или недренированный тест).

Постановка задач

Многообразие моделей, представленных в таблице 1, свидетельствует о том, что, несмотря на обилие экспериментальных данных, нет единого мнения специалистов о том, какая именно функциональная зависимость должна использоваться для прогнозирования накапливаемой пластической деформации. Некоторые формулы в виде отдельного множителя содержат пластические деформации, возникающие в результате первого приложения нагрузки ε_1 или накапливаемые в результате определенного сравнительно малого количества приложений нагрузок ε_{100} , ε_{200} , ε_{1000} . Эксперименты на динамическое трехосное сжатие производятся при одинаковой продолжительности каждой нагрузки, как правило, длительность одного воздействия равна 0,1 с. Следовательно, такие зависимости имеют строгие граничные условия и не позволяют определять деформации при другом времени воздействия нагрузки, то есть нет возможности учесть различие в скорости движения транспортных средств.

Задачами публикации являются:

- 1) поиск функциональной зависимости пластической деформации от числа повторных нагрузок, характеризующихся различными напряжениями σ_1 и σ_3 ; эта зависимость должна являться обобщающей для ряда формул таблицы 1;
- 2) поиск решения, учитывающего влияние нагрузок различной продолжительности на величину параметров ε_1 , ε_{100} и т. д.;
- 3) определение постоянных параметров разработанной модели на основе анализа результатов экспериментальных данных динамических трехосных испытаний гранулированного материала.

Описание исследования

Экспериментальные данные Д.Д. Баркана о вдавливании в грунтовое полупространство штампа позволили Ю.М. Гусеву [7] сделать вывод, что пластическая деформация суглинка, наблюдаемая при n -м воздействии нагрузки S , связана с деформацией от первого воздействия S_1 и описывается формулой:

$$S = S_1 \cdot n^{-1,5}. \quad (1)$$

Автор [7] отмечает, что зависимость (1) подобна формулам G.T.H. Sweere [29] и V. Veverka [37], а также первому слагаемому в уравнениях L. Francken, C. Clauwaert [31] и M. Huurman [39]. Так как накапливаемая деформация S связана с деформацией от первого воздействия S_1 , то можно предположить, что пластическое деформирование грунтов и материалов носит наследственный характер. Следовательно, нашу задачу можно поставить в рамки теории наследственной ползучести Больцмана–Вольтерры.

В качестве ядра интегрального выражения теории наследственности примем степенные функции, подобные (1), но с произвольным показателем степени (κ_2). В этом случае получим два принципиально разных выражения: в первом случае $\kappa_2 = -1$ (частный случай), а во втором κ_2 – любое число, кроме -1, то есть $\kappa_2 \neq -1$. Эти выражения имеют вид:

$$\Delta \varepsilon_{mn} = \kappa \cdot n^{-1}, \quad \Delta \varepsilon_{\theta n} = \kappa \cdot n^{-1}, \quad (2)$$

$$\Delta \varepsilon_{мп} = \kappa_1 \cdot n^{\kappa_2}, \quad \Delta \varepsilon_{вп} = \kappa_1 \cdot n^{\kappa_2}, \quad (3)$$

где $\Delta \varepsilon_{мп}$ и $\Delta \varepsilon_{вп}$ – соответственно приращения мгновенной пластической и вязкопластической деформаций от n -го воздействия нагрузки; κ , κ_1 и κ_2 – коэффициенты, учитывающие уровень напряженного состояния и вид материала.

Составив интегральное выражение и выполнив его интегрирование по n , получим:

$$\varepsilon_N = (\varepsilon_{мп1} + \varepsilon_{вп1}) \cdot \left[1 + \kappa \cdot \int_1^N n^{-1} dn \right] = (\varepsilon_{мп1} + \varepsilon_{вп1}) \cdot [1 + \kappa \cdot \ln N], \quad (4)$$

$$\varepsilon_N = (\varepsilon_{мп1} + \varepsilon_{вп1}) \cdot \left[1 + \kappa_1 \cdot \int_1^N n^{\kappa_2} dn \right] = (\varepsilon_{мп1} + \varepsilon_{вп1}) \cdot \left[1 + \kappa_1 \cdot \frac{(N^{\kappa_2+1} - 1)}{\kappa_2 + 1} \right], \quad (5)$$

где $\varepsilon_{мп1}$ и $\varepsilon_{вп1}$ – соответственно мгновенная пластическая и вязкопластическая деформации от первого воздействия нагрузки, мм.

Формула (4) описывает пластические деформации затухающего характера. Поэтому она может быть применена для расчета деформаций ранга² А³ и в некоторых случаях для определения деформаций ранга В⁴.

В зависимости от значения коэффициентов κ_1 и κ_2 формула (5) способна описывать затухающий, установившийся и прогрессирующий характер накопления пластической деформации. Следовательно, зависимость (4) является частным случаем формулы (5), как в математическом плане, так и по области применения.

Анализ экспериментальных данных показывает, что (4) и (5) удовлетворительно описывают пластические деформации, накапливаемые грунтами и гранулированными материалами при вариации количества нагрузок до $N=10^5$. При большем количестве приложенных нагрузок пластическая деформация связана с пластической деформацией, накопленной за первые 100 воздействий. Эту особенность отражают модели [27, 35, 36, 39]. Следовательно, наследственный характер пластического деформирования необходимо представить суммой двух интегралов. Первый интеграл дает возможность рассчитать деформацию, накопленную за первые 100 воздействий, а второй – при $N \gg 100$. Для упрощения дальнейших вычислений ядро первого интегрального уравнения зададим в виде (1). Тогда получим:

$$\varepsilon_{100} = (\varepsilon_{мп1} + \varepsilon_{вп1}) \cdot \left[1 + \kappa \cdot \int_1^{100} n^{-1} dn \right] = (\varepsilon_{мп1} + \varepsilon_{вп1}) \cdot [1 + \kappa \cdot (\ln 100)]. \quad (6)$$

² За рубежом классификацию пластических деформаций дают рангами А, В и С, характеризующимися разностью осевых деформаций, накапливающихся в результате приложения 5000 и 3000 нагрузок

$\varepsilon_{5000} - \varepsilon_{3000}$ [40].

³ Деформирование ранга А имеет место при $\varepsilon_{5000} - \varepsilon_{3000} < 0,045 \cdot 10^{-3}$ [41]. Такие деформации всегда носят затухающий характер при числе нагрузок 10^6 и более.

⁴ Деформирование ранга В определяется условием $0,045 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_{5000} - \varepsilon_{3000} < 0,4 \cdot 10^{-3}$. Для ранга В характерно практически линейное накопление пластических деформаций до достаточно большого количества приложенных нагрузок ($N=5 \cdot 10^5 - 8,5 \cdot 10^5$), а затем ε_N нелинейно возрастает [41].

Вторую подинтегральную функцию примем в виде степенной зависимости (2) с произвольным показателем степени. Составив интегральное уравнение и выполнив интегрирование, получим:

$$\varepsilon_N = \varepsilon_{100} \cdot \left[1 + \kappa_1 \int_1^N n^{\kappa_2} dn \right] = \varepsilon_{100} \cdot \left[1 + \kappa_1 \cdot \frac{N^{\kappa_2+1} - 100^{\kappa_2+1}}{\kappa_2 + 1} \right]. \quad (7)$$

Подставив (6) в (7), получим формулу:

$$\varepsilon_N = (\varepsilon_{мп1} + \varepsilon_{вп1}) \cdot [1 + \kappa \cdot (\ln 100)] \cdot \left[1 + \kappa_1 \cdot \frac{N^{\kappa_2+1} - 100^{\kappa_2+1}}{\kappa_2 + 1} \right]. \quad (8)$$

Модель (8), так же как и (5), связывает деформацию, накапливаемую материалом в результате многократного приложения нагрузки, с остаточной деформацией от первого воздействия нагрузки. Зависимость (8) содержит три постоянных коэффициента, а в формуле (5) таких коэффициентов только два. Наличие третьего коэффициента позволяет рассчитывать пластические деформации материала при $N > 10^5$. Поэтому область применения у модели (8) гораздо шире, чем у модели (5).

В условиях эксплуатации дорог транспортные средства движутся с различными скоростями, что обуславливает разную продолжительность воздействия нагрузки. В формулах таблицы 1 эту особенность учесть нельзя. Разложение деформации ε_1 на $\varepsilon_{мп1}$ и $\varepsilon_{вп1}$ позволяет учитывать влияние длительности воздействия нагрузки на величину вязкопластической составляющей деформации. Такой способ дает возможность определить коэффициенты приведения транспортных средств к расчетному автомобилю как по величине давления, так и по продолжительности его воздействия. Этот подход расширяет базу и уточняет значения коэффициентов приведения в нормативных документах по проектированию дорожных одежд.

Определение коэффициентов κ , κ_1 и κ_2 выполняется по данным динамических трехосных испытаний. Следует отметить, что в настоящее время динамические трехосные испытания производятся по различным схемам.

Во-первых, тесты могут быть дренированные или недренированные. При дренированных испытаниях из образца отводится вода. Такая схема испытаний применяется для материалов, используемых в дорожных конструкциях, обладающих хорошим дренажом. Недренированные испытания предназначены для исследования показателей деформируемости материалов, работающих в условиях отсутствия дренажа или его плохого функционирования. О влиянии условий осушения образца на величину деформации, накапливаемой при приложении повторных девиаторных нагрузок, сообщается в исследованиях S.F. Brown [41]. Причем пластические деформации, накапливаемые при недренированных трехосных динамических испытаниях, могут превышать деформации при дренированных тестах в пять раз и более. Эта разница между пластическими деформациями возрастает с увеличением числа приложенных нагрузки. На основе анализа условий эксплуатации российских дорог в расчетный период года отметим, что для определения коэффициентов модели (8) следует использовать данные недренированных испытаний.

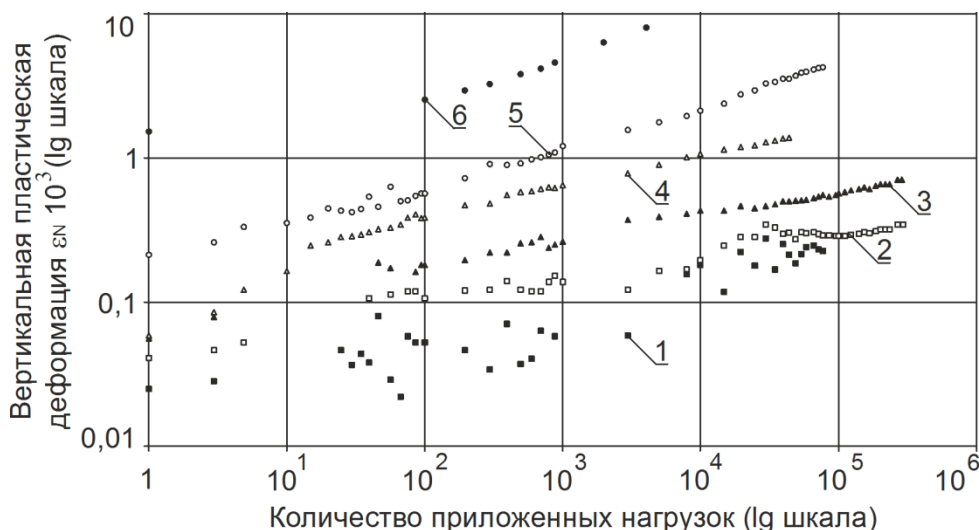
Во-вторых, динамические трехосные испытания классифицируются по характеру приложения девиаторного напряжения. Испытания могут быть одноступенчатые и многоступенчатые. В первом случае испытания производятся при приложении к образцу одинаковых напряжений при каждом воздействии нагрузки. Зависимость показателей деформируемости материала от девиатора напряжений получают при помощи испытаний группы образцов. К каждому образцу прикладывают свои напряжения, многократно повторяющиеся в течение всего опыта. При многоступенчатых испытаниях к одному и тому же образцу прикладываются разные напряжения, которые повторяются определенное число раз. Испытания начинают с приложения наименьших напряжений. Такие напряжения, как правило, прикладываются 1000 раз. Затем величина девиатора напряжений увеличивается, и производится следующая 1000 приложений нагрузки. Повышение девиаторного напряжения выполняется до тех пор, пока образец не разрушится или не приобретет предельной деформации (за рубежом

предельная деформация ограничивается 20%). Для определения коэффициентов в модели (8) следует использовать данные серии одноступенчатых испытаний.

В-третьих, трехосные динамические испытания классифицируются по характеру приложения минимального напряжения. Наименьшее главное напряжение (confining stress) в течение опыта поддерживается постоянным ($\sigma_3 = \text{const}$), что позволяет такие испытания называть тестами с постоянным удерживающим давлением (pressure). Эта особенность испытаний и англоязычная терминология привели к обозначению такого теста аббревиатурой ССР. В ССР-тестах создается постоянная всесторонняя удерживающая нагрузка, которую называют контактной. Помимо постоянного давления к образцу прикладывается вертикальное динамическое усилие, создающее по отношению к статическому давлению добавочное вертикальное напряжение $\sigma_{1(\text{дин})}$. Горизонтальное динамическое усилие не прикладывается, то есть $\sigma_{3(\text{дин})} = 0$. Выполняя анализ таких испытаний, исследователи отмечают, что величина динамической части девиатора напряжений обуславливается только величиной $\sigma_{1(\text{дин})}$. В этом случае имеет место $\sigma_{d(\text{дин})} = \sigma_{1(\text{дин})} - \sigma_{3(\text{дин})} = \sigma_{1(\text{дин})}$. Величина среднего динамического напряжения $p_{(\text{дин})} = (\sigma_{1(\text{дин})} + 2 \cdot \sigma_{3(\text{дин})}) / 3$ или $p_{(\text{дин})} = \sigma_{1(\text{дин})} / 3$. Отсюда вытекает, что ССР-тесты позволяют производить эксперимент только при $\sigma_{d(\text{дин})} / p_{(\text{дин})} = 3/1$. Следует отметить, что возможен второй сценарий испытаний, по которому $\sigma_{1(\text{дин})} = 0$, тогда $p_{(\text{дин})} = -2 \cdot \sigma_{3(\text{дин})} / 3$, а $\sigma_{d(\text{дин})} = \sigma_{3(\text{дин})}$. В этом случае $\sigma_{d(\text{дин})} / p_{(\text{дин})} = -3/2$. Таким образом, проводя эксперимент в соответствии с требованиями ССР-тестов, в отношении динамических напряжений можно реализовать только два сценария. Поэтому в качестве основного недостатка ССР-испытаний отмечают, что нельзя учесть эффект вращения главных осей. Испытания с варьирующейся величиной наименьшего главного напряжения обозначают аббревиатурой VCP или VDCP. Цель таких испытаний состоит в том, чтобы смоделировать эффект вращения главных осей в точке при приближении и удалении нагрузки. В RLT VCP-испытаниях прикладываются как вертикальные, так и горизонтальные динамические усилия. Такие тесты позволяют воспроизводить всевозможные комбинации напряжений σ_1 и σ_3 , возникающих как по оси симметрии нагрузки, так и при ее расположении на любом расстоянии от рассматриваемой точки.

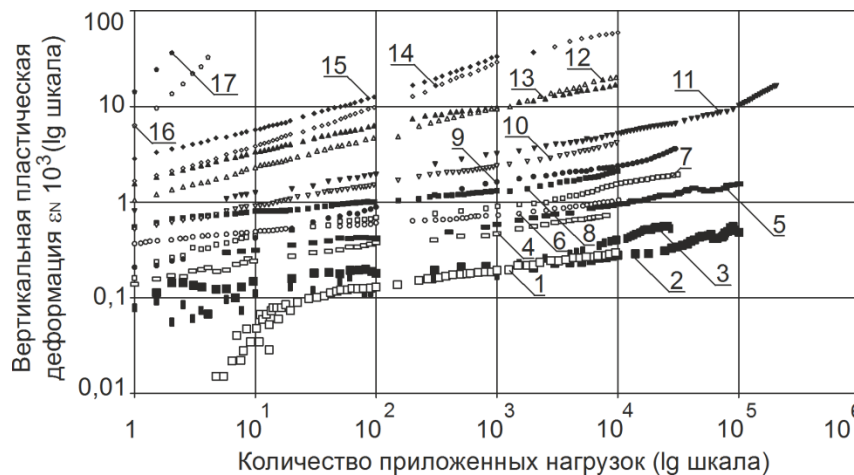
Подводя итог обзору экспериментальных методик динамических трехосных испытаний, можно отметить, что для анализа нужно использовать данные недренированных одноступенчатых VCP тестов. Такие испытания выполнены в исследовании S. Werkmeister [42].

На рис. 1–7 приведены результаты экспериментальных исследований S. Werkmeister [42]: рис. 1–4 иллюстрируют зависимость пластической деформации гранодиоритового щебня от числа повторных нагрузок, а рис. 5–7 – песчано-гравийной смеси.



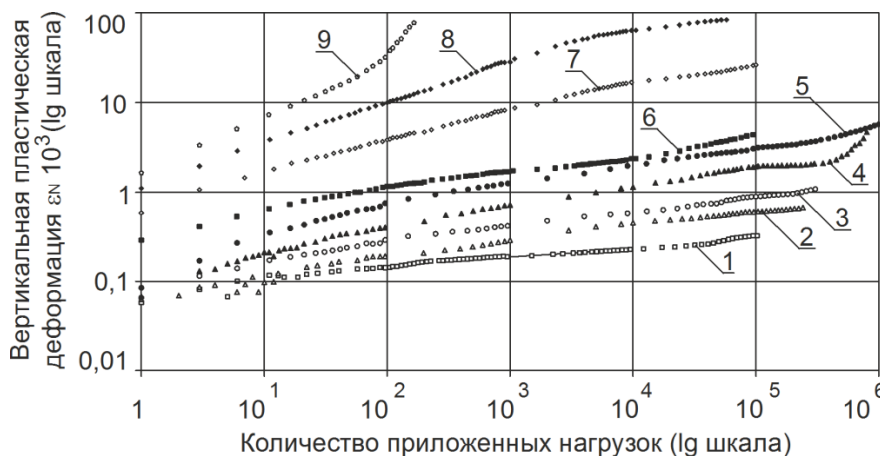
1–6 – при $(\sigma_1 - \sigma_3)$ 40; 80; 120; 160; 200 и 360 кПа; при $\sigma_3 = 40$ кПа;

Рисунок 1. Зависимость вертикальной пластической деформации гранодиоритового щебня от числа нагрузок и напряжений при $\sigma_3 = 40$ кПа по данным [42]



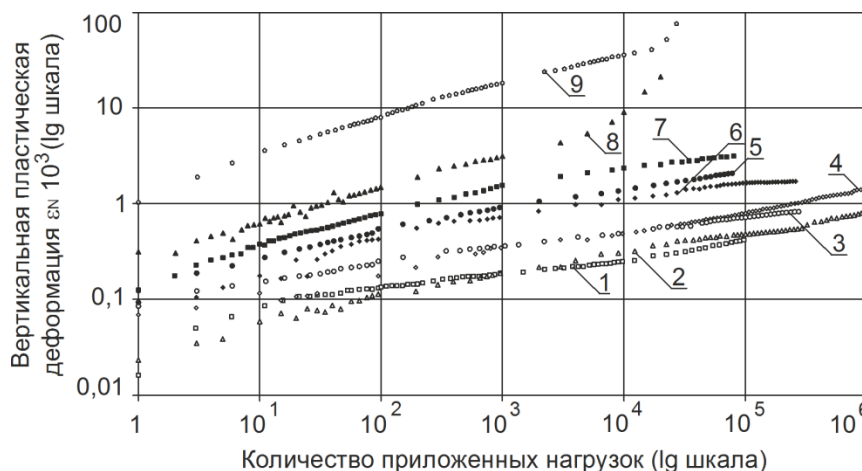
1–17 – при $(\sigma_1 - \sigma_3)$ 35; 70; 105; 140; 175; 210; 245; 280; 315; 350; 385; 420; 490; 560; 700; 770; 840 кПа; при $\sigma_3 = 70$ кПа;

Рисунок 2. Зависимость вертикальной пластической деформации гранодиоритового щебня от числа нагрузок и напряжений при $\sigma_3 = 70$ кПа по данным [42]



1–9 – при $(\sigma_1 - \sigma_3)$ 70; 140; 210; 280; 350; 420; 560; 700; 840; при $\sigma_3 = 140$ кПа;

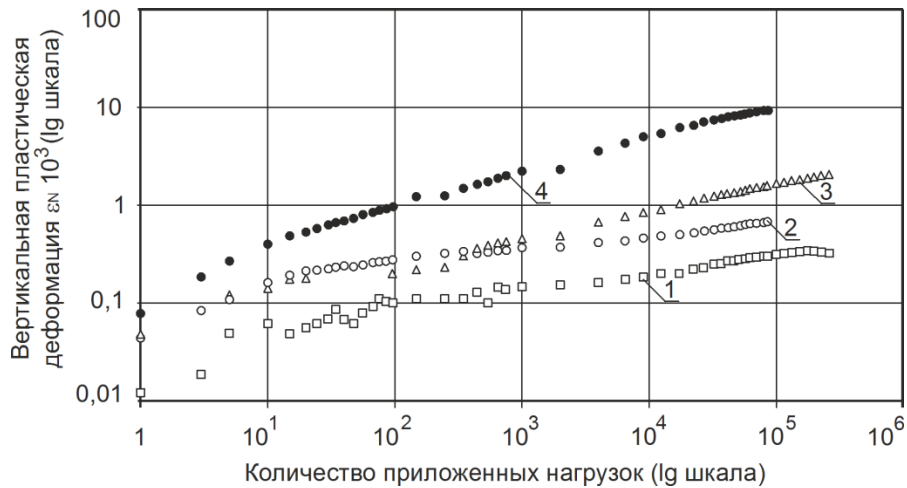
Рисунок 3. Зависимость вертикальной пластической деформации гранодиоритового щебня от числа нагрузок и напряжений при $\sigma_3 = 140$ кПа по данным [42]



1–9 – при $(\sigma_1 - \sigma_3)$ 105; 157; 210; 265; 315; 367; 430; 630; 840 кПа; при $\sigma_3 = 210$ кПа;

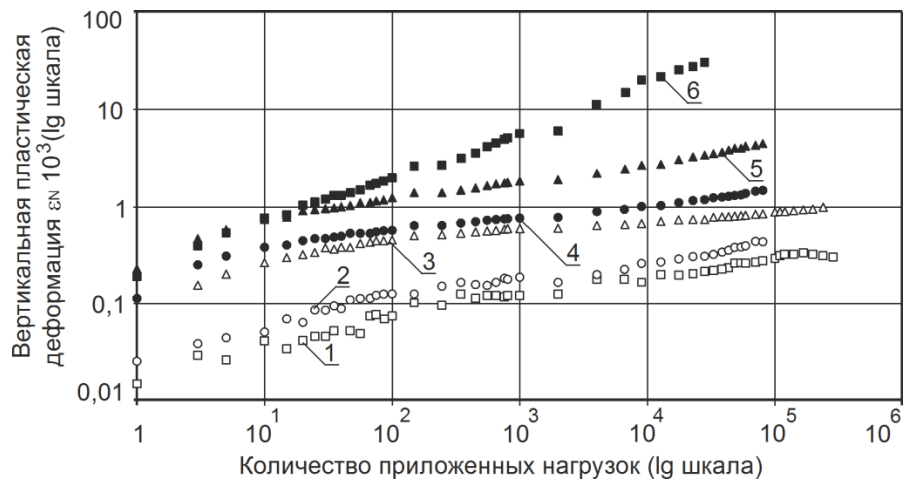
Рисунок 4. Зависимость вертикальной пластической деформации гранодиоритового щебня от числа нагрузок и напряжений при $\sigma_3 = 210$ кПа по данным [42]

Александров А.С. Пластическое деформирование гранодиоритового щебня и песчано-гравийной смеси при воздействии трехосной циклической нагрузки



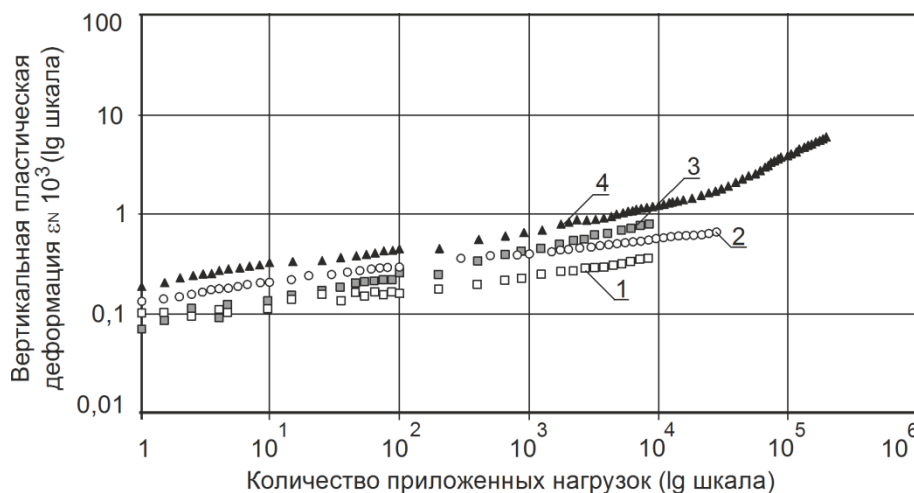
1–4 – при $(\sigma_1 - \sigma_3)$ 40; 80; 120; и 160 кПа; при $\sigma_3 = 40$ кПа;

Рисунок 5. Зависимость вертикальной пластической деформации песчано-гравийной смеси от числа нагрузок и напряжений при $\sigma_3 = 40$ кПа [42]



1–6 – при $(\sigma_1 - \sigma_3)$ 70; 105; 140; 210; 280 и 350 кПа; при $\sigma_3 = 70$ кПа;

Рисунок 6. Зависимость вертикальной пластической деформации песчано-гравийной смеси от числа нагрузок и напряжений при $\sigma_3 = 70$ кПа [42]



1–4 – при $(\sigma_1 - \sigma_3)$ 105; 210; 315 и 420 кПа; при $\sigma_3 = 210$ кПа;

Рисунок 7. Зависимость вертикальной пластической деформации песчано-гравийной смеси от числа нагрузок и напряжений при $\sigma_3 = 210$ кПа [42]

Александров А.С. Пластическое деформирование гранодиоритового щебня и песчано-гравийной смеси при воздействии трехосной циклической нагрузки

Из анализа данных рис. 1–4 и 5–7 определены коэффициенты k , k_1 и k_2 формулы (8). Значения коэффициентов для гранодиоритового щебня приведены в таблицах 2 и 3, а в таблицах 4 и 5 даны коэффициенты песчано-гравийной смеси

Таблица 2. Значения коэффициентов k_1 и k_2 для гранодиоритового щебня

Характеристика ($\sigma_1 - \sigma_3$) / σ_3	Значения коэффициентов k_1 и k_2							
	при $\sigma_3 \leq 40$ кПа		при $\sigma_3 = 70$ кПа		при $\sigma_3 = 140$ кПа		при $\sigma_3 \geq 210$ кПа	
	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2	k_1	k_2
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,5	–	–	0,12504	-0,794	0,06579	-0,898	0,07328	-0,84
0,75	–	–	–	–	–	–	0,07865	-0,788
1	0,04416	-0,689	0,06183	-0,884	0,07673	-0,845	0,07518	-0,852
1,25	–	–	–	–	–	–	0,08975	-0,798
1,5	–	–	0,06514	-0,802	0,07909	-0,831	0,08213	-0,809
1,75	–	–	–	–	–	–	0,08993	-0,83
2	0,07047	-0,838	0,07726	-0,842	0,08190	-0,775	0,09370	-0,806
2,5	–	–	0,07088	-0,825	0,08242	-0,797	–	–
3	0,07953	-0,839	0,06169	-0,894	0,07838	-0,816	0,05561	-0,597
3,5	–	–	0,07448	-0,833	–	–	–	–
4	0,08303	-0,797	0,06616	-0,861	0,08495	-0,704	0,07291	-0,664
4,5	–	–	0,09185	-0,757	–	–	–	–
5	0,8130	-0,700	0,08178	-0,794	0,08103	-0,63	–	–
5,5	–	–	0,07448	-0,779	–	–	–	–
6	–	–	0,07227	-0,683	–	–	–	–
7	–	–	0,0909	-0,775	–	–	–	–
8	–	–	0,05949	-0,584	–	–	–	–
9	0,06688	-0,680	–	–	–	–	–	–
10	–	–	0,06329	-0,621	–	–	–	–

Таблица 3. Значения коэффициентов k для гранодиоритового щебня

Характеристика ($\sigma_1 - \sigma_3$) / σ_3	Значения коэффициентов k			
	при $\sigma_3 \leq 40$ кПа	при $\sigma_3 = 70$ кПа	при $\sigma_3 = 140$ кПа	при $\sigma_3 \geq 210$ кПа
1	2	3	4	5
0,5	–	1,647831	0,323642	1,579212
0,75	–	–	–	0,861997
1	0,239259	0,741324	0,442738	0,432266
1,25	–	–	–	0,346873
1,5	–	0,483429	0,747054	1,075062
1,75	–	–	–	0,5607
2	0,345271	0,651638	1,055514	1,147698
2,5	–	0,641184	1,700031	–
3	0,485951	0,452156	0,646916	0,823361
3,5	–	1,220012	–	–
4	1,213598	0,517833	1,213908	1,486886
4,5	–	0,792116	–	–
5	0,322421	0,652119	1,737691	–
5,5	–	0,559733	–	–
6	–	0,880755	–	–
7	–	0,792489	–	–
8	–	0,933733	–	–
9	0,144116	–	–	–
10	–	0,741307	–	–

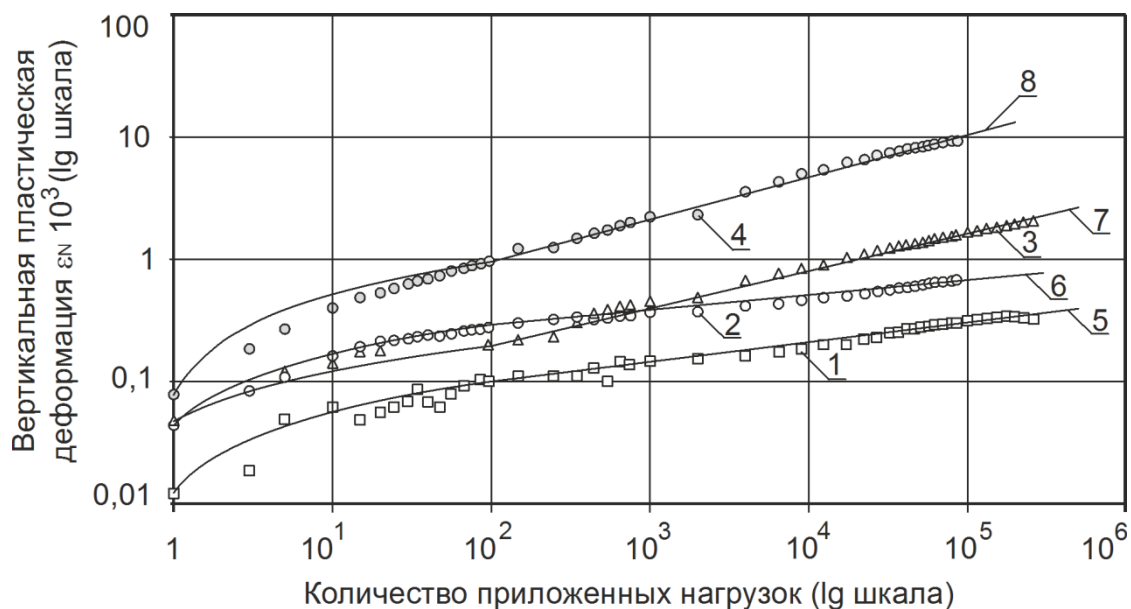
Таблица 4. Значения коэффициентов K_1 и K_2 для песчано-гравийной смеси

Характеристика ($\sigma_1 - \sigma_3$) / σ_3	Значения коэффициентов K_1 и K_2					
	при $\sigma_3 \leq 40$ кПа		при $\sigma_3 = 70$ кПа		при $\sigma_3 \geq 210$ кПа	
	K_1	K_2	K_1	K_2	K_1	K_2
$\leq 0,5$	–	–	–	–	0,07296	-0,84
1	0,072072	-0,832	0,085358	-0,818	0,070875	-0,865
1,5	–	–	0,071243	-0,809	0,074304	-0,742
2	0,065274	-0,871	0,060265	-0,915	0,056462	-0,741
3	0,079163	-0,699	0,071168	-0,861	–	–
4	0,071552	-0,656	0,07917	-0,805	–	–
≥ 5	–	–	0,04554	-0,505	–	–

Таблица 5. Значения коэффициентов k для песчано-гравийной смеси

Характеристика ($\sigma_1 - \sigma_3$) / σ_3	Значения коэффициентов k		
	при $\sigma_3 \leq 40$ кПа	при $\sigma_3 = 70$ кПа	при $\sigma_3 \geq 210$ кПа
$\leq 0,5$	1,7343	0,8952	0,377776
1	1,565878	0,882976	0,610908
1,5	1,397457	0,870751	0,770299
2	1,229037	0,920086	0,643991
3	0,68201	0,887139	0,611044
4	2,45738	2,294853	2,018758
≥ 5	2,21281	2,050283	1,774188

По данным таблиц 2 и 3, 4 и 5 подобраны эмпирические формулы, связывающие значения коэффициентов k , K_1 и K_2 с характеристикой $(\sigma_1 - \sigma_3) / \sigma_3$ и удерживающим напряжением σ_3 . На рисунке 8 приведены расчетные и экспериментальные пластические деформации песчано-гравийной смеси при минимальном главном напряжении $\sigma_3 = 40$ кПа и $(\sigma_1 - \sigma_3) / \sigma_3 = 1; 2; 3$ и 4 соответственно.



1–4 – эксперимент при $(\sigma_1 - \sigma_3) / \sigma_3$ 1; 2; 3; и 4; при $\sigma_3 = 40$ кПа [42];

5–8 – расчет при $(\sigma_1 - \sigma_3) / \sigma_3$ 1; 2; 3; и 4; при $\sigma_3 = 40$ кПа;

Рисунок 8. Зависимость вертикальной пластической деформации песчано-гравийной смеси от числа нагрузок и напряжений при $\sigma_3 = 40$ кПа

Заключение

По итогам работы можно сделать следующие выводы.

1. Модель (8) и подобная ей логарифмическая модель являются более универсальными по сравнению с формулами таблицы 1. Анализ экспериментальных данных разных авторов позволил определить параметры k , k_1 и k_2 в (8) для песчаного и глинистого грунта, диабазового, гранитного и гнейсового щебня, известняковой щебеночно-песчаной смеси с подобранным гранулометрическим составом и ряда других гранулированных материалов.

2. Предлагаемая модель (8) может быть использована для расчета пластической деформации земляного полотна и слоев дорожной одежды из дискретных материалов. Для этого зависимость (8) необходимо проинтегрировать по глубине слоя или зоны пластического деформирования. Вычисление определенного интеграла от сложной функции (8) может быть произведено приближенным способом с применением квадратурных формул трапеций Симпсона, Ньютона–Котеса и др. По мнению автора, такая возможность расширяет практическое значение статьи, так как появляется возможность рассчитывать пластические смещения поверхности земляного полотна и слоев дорожной одежды. Дальнейшие исследования позволят определять глубину продольных и поперечных неровностей.

3. Обнаружена особенность, связанная с влиянием величины девиатора напряжений на характер затухающей деформации. При достаточно малой разности главных напряжений на первых циклах деформация меньше, чем при более высоких нагрузках. Поэтому отношение $\varepsilon_N/\varepsilon_{100}$ при малых девиаторах больше, чем при более высоком максимальном главном напряжении. Следовательно, на этой стадии деформирования увеличение разности главных напряжений приводит к упрочнению материала за счет его уплотнения. Такая тенденция отмечается до тех пор, пока величина девиатора напряжений не достигнет определенного значения, при котором наблюдается обратная картина. С дальнейшим увеличением максимального главного напряжения (при том же значении σ_3) наблюдается известный переход затухающего характера деформирования в установившийся.

4. В условиях эксплуатации дорог транспортные средства движутся с различными скоростями, что обуславливает разную продолжительность напряженного состояния дорожного покрытия. В известных формулах таблиц 1, 2 эту особенность учесть нельзя. Разложение деформации ε_1 на $\varepsilon_{мп1}$ и $\varepsilon_{вп1}$ уточняет представления предшественников. В предлагаемой модели вязкопластическая составляющая деформации $\varepsilon_{вп1}$ зависит от времени нагрузки. Определение этой составляющей может быть выполнено при помощи известных функций времени, используемых в уравнениях теории ползучести. Это позволяет учитывать различное время воздействия нагрузок, вызванное разной скоростью движения.

Статья подготовлена при поддержке гранта РФФИ №12-08-98008-р_сибирь_a

Литература

1. Илиополов С.К., Углова Е.В. Влияние динамического воздействия транспортных средств на долговечность нежестких дорожных одежд // Сборник научных трудов МАДИ (ГТУ) Проектирование автомобильных дорог. М.: Изд-во МАДИ, 2009. С. 150–163.
2. Смирнов А.В. Динамика дорожных одежд автомобильных дорог. Омск: Запсибиздат, 1976. 182 с.
3. Флорин В.А. Основы механики грунтов. Деформация и устойчивость оснований сооружений. Л.: Госстройиздат, 1961. Т. 2. 543 с.
4. Строительные нормы и правила. Основания зданий и сооружений. СНиП 2.02.01-83. М.: Стройиздат, 1984.
5. Иванов Н.Н. [и др.] Проектирование дорожных одежд. М.: Изд-во автотранспортной литературы, 1955. 250 с.
6. Иванов Н.Н. [и др.] Конструирование и расчет нежестких дорожных одежд. М.: Транспорт, 1973. 328 с.

Александров А.С. Пластическое деформирование гранодиоритового щебня и песчано-гравийной смеси при воздействии трехосной циклической нагрузки

7. Гусев Ю.М. Остаточные деформации грунтов в строительстве. Киев–Донецк: Вища школа, 1980. 88 с.
8. Безволев С.Г. Методика учета деформируемости неоднородного упругопластического основания при расчете фундаментных плит // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2002. №5. С. 8–14.
9. Федоровский В.Г., Безволев С.Г. Расчет осадок фундаментов мелкого заложения и выбор модели основания для расчета плит // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2000. №4. С. 10–18.
10. Купин П.П. Исследование воздействия на связные грунты и нежесткие дорожные одежды повторных колесных нагрузок: Автореф. дисс....канд. техн. наук. Омск: Изд-во Омского института инженеров железнодорожного транспорта, 1966. 23 с.
11. Казарновский В.Д., Смирнов В.М., Косарев Ю.И. [и др.] Расчет дорожных одежд переходного типа // Сб. тр. Союздорнии «Новое в проектировании конструкций дорожных одежд». М.: Изд-во Союздорнии, 1988. С. 50–61.
12. Смирнов А.В., Малышев А.А., Агалаков Ю.А. Механика устойчивости и разрушения дорожных конструкций. Омск: Изд-во СибАДИ, 1997. 91 с.
13. Кузин Н.В. Учет упруговязкопластических свойств асфальтобетонных покрытий и оснований при проектировании дорожных одежд: Автореф. дисс....канд. техн. наук. Изд-во СибАДИ, 2008. 19 с.
14. Еремин В.Г., Волокитина О.А. Метод определения расчетных характеристик конструктивных слоев нежестких дорожных одежд // Вестник ТГАСУ. 2010. №3. С. 228–233.
15. Семенова Т.В., Гордеева С.А., Герцог В.Н. Определение пластических деформаций материалов, используемых в дорожных конструкциях // Вестник ТГАСУ. 2012. №4. С. 249–257.
16. Вознесенский Е.А. Динамическая неустойчивость грунтов: Автореф. дисс.... докт. геол.-минерал. наук: 04.00.07. М., 2000. 54 с.
17. Вознесенский Е.А., Фуникова В.В. Оценка динамической устойчивости неводонасыщенных песчаных грунтов // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2002. №5. С. 2–8.
18. Мирсаяпов И.Т., Брехман А.И., Королева И.В., Иванова О.А. Прочность и деформации песчаных грунтов при трехосном циклическом нагружении // Известия КГАСУ. 2012. №3(21) С. 58–63.
19. Мирсаяпов И.Т., Королева И.В., Иванова О.А. Малоцикловая выносливость и деформации глинистых грунтов при трехосном циклическом нагружении // Жилищное строительство. 2012. №9. С. 6–8.
20. Нгуен Фьонг Зунг. Исследование зависимости прочностных свойств грунта от его физического состояния // Инженерно-строительный журнал. 2012. №9(35). С. 23–25.
21. Гольдин А.Л., Нгуен Фьонг Зунг. Построение траектории напряжений для ненасыщенного грунта при консолидированно-недренированных испытаниях в стабилометре // Инженерно-строительный журнал. 2012. №9(35). С. 35–40.
22. Werkmeister S., Dawson A., Wellner F. Pavement design model for unbound granular materials // Journal of Transportation Engineering. ASCE. 2004. Vol. 130. No.5. Pp. 665–674.
23. Niemunis A., Wichtmann T., Triantafyllidis T. A high-cycle accumulation model for sand // Computers and Geotechnics. 2005. Vol. 32. No.4. Pp. 245–263.
24. Wichtmann T., Niemunis A., Triantafyllidis T. Validation and calibration of a high-cycle accumulation model based on cyclic triaxial tests on eight sands // Soils and Foundations. 2009. Vol. 49. No.5. Pp. 711–728.
25. Wichtmann T., Niemunis A., Triantafyllidis Th. Strain accumulation in sand due to drained cyclic loading: on the effect of monotonic and cyclic preloading (Miner's rule) // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2010. Vol. 30. No.8. Pp. 736–745.
26. Barksdale R.D. Laboratory Evaluation of Rutting in Base course Materials // Proceedings of the 3rd International Conference on Asphalt Pavements. London, 1972. Pp. 161–174.
27. Leng J. Characteristics and Behavior of Geogrid-Reinforced Aggregate under Cyclic Load: PhD thesis. North Carolina State University, Raleigh, USA. 2002.
28. Cheung L.W. Laboratory assessment of pavement foundation materials: PhD thesis. University of Nottingham, United Kingdom. 1994.
29. Sweere G.T.H. Unbound granular bases of roads: PhD thesis. Delft University of Technology, Delft, Netherlands. 1990.

30. Wolff H., Visser A. Incorporating elasto-plasticity in granular layer pavement design // Proceedings of Institution of Civil Engineers Transport. 1994. Vol. 105. Pp. 259–272.
31. Francken L., Clauwaert C. Characterization and structural assessment of bound materials for flexible road structures // Proceedings of the 6-th International Conference on Asphalt Pavements. Ann Arbor, Michigan. 1987. Pp. 130–144.
32. Theyse H.L. The development of mechanistic-empirical permanent deformation design models for unbound pavement materials from laboratory accelerated pavement // Proceedings of the 5-th International symposium on unbound aggregates in road. Nottingham. 2000. Pp. 285–293.
33. Theyse H.L. Stiffness, strength, and performance of unbound aggregate material: Application of South African HVS and laboratory results to California flexible pavements / University of California pavement research center. 2002. 70 p.
34. Tseng K.H., Lytton R.L. Prediction of permanent deformation in flexible pavement materials. Implication of Aggregates in the Design, Construction and Performance of Flexible Pavements // ASTM. 1989. Vol. STP 1016. Pp. 154–172.
35. Brecciaroli F., Kolisoja P. Deformation behaviour of railway embankment materials under repeated loading. Literature review. Helsinki, 2006. 201 p.
36. Hornych P., Corte J.F., Paute J.L. Étude des déformations permanentes sous chargements répétés de trois graves non traitées // Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées. 1993. No.184. Pp. 77–84.
37. Veverka V. Raming van de Spoordiepte bij Wegen met Cen Bitumineuze Verharding // De Wegentechniek. 1979. Vol. 24. No.3. Pp. 25–45.
38. Khedr S.A. Deformation characteristics of granular base course in flexible pavements // Transportation Research Record No. 1043. Transportation Research Board, Washington,. 1985. Pp. 131–138.
39. Huurman M. *Permanent deformation in concrete block pavements*: PhD thesis. Delft University of Technology, Delft, Netherlands. 1997.
40. Numrich R. Modellierung des nichtlinear-elastischen verformungsverhaltens von tragschichten ohne bindemittel (Modelling of the non-linear elastic deformation behaviour of unbound granular materials): PhD thesis. University of Technology, Dresden, Germany. 2003.
41. Brown S. F. Repeated load testing of a granular material // Journal of Geotechnical Engineering Division. ASCE. 1974. Vol. 100. No.7. Pp. 825–841.
42. Werkmeister S. *Plastisches Verformungsverhalten von Tragschichten ohne Bindemittel in Straßenbefestigungen* (Permanent deformation behavior of unbound granular materials in pavement constructions): PhD thesis. University of Technology, Dresden, Germany. 2003.

Анатолий Сергеевич Александров, г. Омск, Россия
Тел. моб.: +7(913)616-42-12; эл. почта: Aleksandrov00@mail.ru

© Александров А.С., 2013

doi: 10.5862/MCE.39.3

Plastic deformation of the granodiorite gravel and sand-gravel mixtures when exposed to cyclic triaxial load

A.S. Aleksandrov,

*Siberian State Automobile and Highway Academy, Omsk, Russia
+7(913)616-42-12; e-mail: Aleksandrov00@mail.ru*

Key words

plastic deformation of granular materials; triaxial test; RLT test; granodiorite; granodiorite gravel

Abstract

This article gives an overview and analysis of models of plastic deformation of soils and granular materials. It was found that the most frequently used functions are power, logarithmic and exponential, connecting the plastic deformation with the deformation of the first effect of the load or with deformation, accumulated over a certain relatively small number of load applications.

Using the theory of hereditary creep generalizing models for calculating the plastic deformation of the cyclic loading were obtained. The proposed method of calculating the residual deformations of granular materials by cyclic loading is integrating the power functions describing the increment of plastic strain.

By analyzing the experimental data on the dependence of the residual strain on the number of loads, the maximum and minimum stresses the coefficients of these equations were obtained. The comparison of the calculation results with the experimental data obtained in triaxial test of sand-gravel mixture and granodiorite gravel is presented.

References

1. Iliopolov S.K., Uglova E.V. *Sbornik nauchnykh trudov MADI (GTU) Proektirovaniye avtomobilnykh dorog* [Collected papers of MADI (GTU) Design of motorroad]. Moscow: Izd-vo MADI, 2009. Pp. 150–163. (rus)
2. Smirnov A.V. *Dinamika dorozhnykh odezhd avtomobilnykh dorog* [Dynamics of the motorroad pavement]. Omsk: Zapsibizdat, 1976. 182 p. (rus)
3. Florin V.A. *Osnovy mekhaniki gruntov. Deformatsiya i ustoychivost osnovaniy sooruzheniy* [The foundations of soil mechanics. Deformation and stability of structure base]. Leningrad: Gosstroyizdat, 1961. Vol. 2. 543 p. (rus)
4. *SNiP 2.02.01-83. Osnovaniya zdaniy i sooruzheniy* [Building specifications and codes of practice. Building and structure bases]. Moscow: Stroyizdat, 1984. (rus)
5. Ivanov N.N. [et al.] *Proektirovaniye dorozhnykh odezhd* [Design of road pavement]. Moscow: Izd-vo avtotransportnoy literatury, 1955. 250 p. (rus)
6. Ivanov N.N. [et al.] *Konstruirovaniye i raschet nezhestkikh dorozhnykh odezhd* [Designing and calculation of nonrigid road pavement]. Moscow: Transport, 1973. 328 p. (rus)
7. Gusev Yu.M. *Ostatochnye deformatsii gruntov v stroitelstve* [Residual deformation of the ground in the construction]. Kiev–Donetsk: Vishcha shkola, 1980. 88 p. (rus)
8. Bezvolev S.G. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2002. No.5. Pp. 8–14. (rus)
9. Fedorovskiy V.G., Bezvolev S.G. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2000. No.4. Pp. 10–18. (rus)
10. Kupin P.P. *Issledovaniye vozdeystviya na svyaznye grunty i nezhestkie dorozhnye odezhd povtornykh kolesnykh nagruzok* [Study of the effect on cohesive soil and road pavement of repeated wheel load] Abstract of a PhD thesis. Omsk: Izd-vo Omskogo instituta inzhenerov zheleznodorozhnogo transporta, 1966. 23 p. (rus)
11. Kazarnovskiy V.D., Smirnov V.M., Kosarev Yu.I. [et al.] *Sb. tr. Soyuzdornii «Novoye v proektirovanii konstruktsii dorozhnykh odezhd»* [Collected papers of Soyuzdornii “The new in designing of road pavement structure”]. Moscow: Izd-vo Soyuzdornii, 1988. Pp. 50–61. (rus)

Aleksandrov A.S. Plastic deformation of the granodiorite gravel and sand-gravel mixtures when exposed to cyclic triaxial load

12. Smirnov A.V., Malyshev A.A., Agalakov Yu.A. *Mekhanika ustoychivosti i razrusheniya dorozhnykh konstruktsiy* [Stability and pavement fracture mechanics]. Omsk: Izd-vo SibADI, 1997. 91 p. (rus)
13. Kuzin N.V. *Uchet uprugoviazkoplasticheskikh svoystv asfaltobetonnykh pokrytiy i osnovaniy pri proektirovanii dorozhnykh odezhd* [Record of elastoviscoplastic properties of asphalt concrete casing and base in road pavement designing]. Abstract of a PhD thesis. Izd-vo SibADI, 2008. 19 p. (rus)
14. Eremin V.G., Volokitina O.A. *Vestnik TGASU*. 2010. No.3. Pp. 228–233. (rus)
15. Semenova T.V., Gordeeva S.A., Gertsog V.N. *Vestnik TGASU*. 2012. No.4. Pp. 249–257. (rus)
16. Voznesenskiy E.A. *Dinamicheskaya neustoychivost gruntov* [Dynamic soil instability]. Abstract of a PhD thesis. Moscow, 2000. 54 p. (rus)
17. Voznesenskiy E.A., Funikova V.V. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2002. No.5. Pp. 2–8. (rus)
18. Mirsayapov I.T., Brekhman A.I., Koroleva I.V., Ivanova O.A. *News of KSUAE*. 2012. No.3(21). Pp. 58–63. (rus)
19. Mirsayapov I.T., Koroleva I.V., Ivanova O.A. *Housing Construction*. 2012. No.9. Pp. 6–8. (rus)
20. Nguen Fyong Zung. *Magazine of Civil Engineering*. 2012. No.9(35). Pp. 23–25. (rus)
21. Goldin A.L., Nguen Fyong Zung. *Magazine of Civil Engineering*. 2012. No.9(35). Pp. 35–40. (rus)
22. Werkmeister S., Dawson A., Wellner F. Pavement design model for unbound granular materials. *Journal of Transportation Engineering*. ASCE. 2004. Vol. 130. No.5. Pp. 665–674.
23. Niemunis A., Wichtmann T., Triantafyllidis T. A high-cycle accumulation model for sand. *Computers and Geotechnics*. 2005. Vol. 32. No.4. Pp. 245–263.
24. Wichtmann T., Niemunis A., Triantafyllidis T. Validation and calibration of a high-cycle accumulation model based on cyclic triaxial tests on eight sands. *Soils and Foundations*. 2009. Vol. 49. No.5. Pp. 711–728.
25. Wichtmann T., Niemunis A., Triantafyllidis Th. Strain accumulation in sand due to drained cyclic loading: on the effect of monotonic and cyclic preloading (Miner's rule). *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2010. Vol. 30. No.8. Pp.736–745.
26. Barksdale R.D. Laboratory Evaluation of Rutting in Base course Materials. *Proceedings of the 3rd International Conference on Asphalt Pavements*. London, 1972. Pp. 161–174.
27. Leng J. *Characteristics and Behavior of Geogrid-Reinforced Aggregate under Cyclic Load: PhD thesis*. North Carolina State University, Raleigh, USA. 2002.
28. Cheung L.W. *Laboratory assessment of pavement foundation materials: PhD thesis*. University of Nottingham, United Kingdom. 1994.
29. Sweere G.T.H. *Unbound granular bases of roads: PhD thesis*. Delft University of Technology, Delft, The Netherlands. 1990.
30. Wolff H., Visser A. Incorporating elasto-plasticity in granular layer pavement design. *Proceedings of Institution of Civil Engineers Transport*. 1994. Vol. 105. Pp. 259–272.
31. Francken L., Clauwaert C. Characterization and structural assessment of bound materials for flexible road structures. *Proceedings of the 6th International Conference on Asphalt Pavements*. Ann Arbor, Michigan. 1987. Pp. 130–144.
32. Theyse H.L. The development of mechanistic-empirical permanent deformation design models for unbound pavement materials from laboratory accelerated pavement. *Proceedings of the 5th International symposium on unbound aggregates in road*. Nottingham, 2000. Pp. 285–293.
33. Theyse H.L. *Stiffness, strength, and performance of unbound aggregate material: Application of South African HVS and laboratory results to California flexible pavements*. University of California pavement research center, 2002. 70 p.
34. Tseng K.H., Lytton R.L. Prediction of permanent deformation in flexible pavement materials. Implication of Aggregates in the Design, Construction and Performance of Flexible Pavements. *ASTM*. 1989. Vol. STP 1016. Pp 154–172.
35. Brecciaroli F., Kolisoja P. *Deformation behaviour of railway embankment materials under repeated loading. Literature review*. Finnish Rail Administration, Rail Network Department. Helsinki, 2006. 201 p.
36. Horny P., Corte J.F., Paute J.L. Étude des déformations permanentes sous chargements répétés de trois graves non traitées. *Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées*. 1993. No.184. Pp. 77–84.

37. Veverka V. Raming van de Spoordiepte bij Wegen met Cen Bitumineuze Verharding. *De Wegentechniek*. 1979. Vol. 24. No.3. Pp. 25–45.
38. Khedr S.A. Deformation characteristics of granular base course in flexible pavements. *Transportation Research Record No.1043*. Transportation Research Board, Washington, 1985. Pp. 131–138.
39. Huurman M. *Permanent deformation in concrete block pavements: PhD thesis*. Delft University of Technology, Delft, Netherlands. 1997.
40. Numrich R. *Modellierung des nichtlinear-elastischen verformungsverhaltens von tragschichten ohne bindemittel* [Modelling of the non-linear elastic deformation behaviour of unbound granular materials]: PhD thesis. University of Technology, Dresden, Germany. 2003.
41. Brown S. F. Repeated load testing of a granular material. *Journal of Geotechnical Engineering Division. ASCE*. 1974. Vol. 100. No.7. Pp. 825–841.
42. Werkmeister S. *Plastisches Verformungsverhalten von Tragschichten ohne Bindemittel in Straßenbefestigungen (Permanent deformation behavior of unbound granular materials in pavement constructions): PhD thesis*. University of Technology, Dresden, Germany. 2003.

Full text of this article in Russian: pp. 22–34