

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Институт энергетики и транспортных систем

кафедра "Электрические системы и сети"

Г. А. Евдокунин

# ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И СЕТИ

Учебное пособие

Санкт-Петербург

2011

# ОГЛАВЛЕНИЕ

|                   |   |
|-------------------|---|
| Предисловие ..... | 7 |
|-------------------|---|

## **Часть 1. Численные и аналитические методы анализа режимов электрических систем**

|                                                                                                            |           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Глава 1. Уравнения, схемы замещения и параметры элементов электрической сети .....</b>                  | <b>8</b>  |
| § 1.1. Погонные параметры воздушных линий электропередачи в фазных координатах .....                       | 8         |
| § 1.2. Погонные параметры воздушных линий электропередачи в координатах 1–2–0 .....                        | 12        |
| § 1.3. Уравнения и схема замещения длинной линии .....                                                     | 18        |
| § 1.4. Алгоритм программы расчета параметров и режима трехфазной линии с учетом пофазной несимметрии ..... | 20        |
| § 1.5. Схема замещения и параметры трансформаторов .....                                                   | 24        |
| <b>Глава 2. Расчет установившихся симметричных режимов электрических сетей .....</b>                       | <b>27</b> |
| § 2.1. Расчет режима участка сети .....                                                                    | 27        |
| § 2.2. Угловые характеристики мощности .....                                                               | 32        |
| § 2.3. Источники реактивной мощности в электрических системах .....                                        | 36        |
| § 2.4. Характеристики нагрузок электрических систем .....                                                  | 38        |
| § 2.5. Регулирование напряжения в электрических системах .....                                             | 40        |
| § 2.6. Алгоритм программы расчета установившихся режимов сети электроэнергетической системы .....          | 46        |
| <b>Глава 3. Расчеты несимметричных режимов электрических сетей .....</b>                                   | <b>50</b> |
| § 3.1. Расчеты режимов в схемах с однократной продольной и поперечной несимметрией .....                   | 50        |
| § 3.2. Алгоритм программы расчета сложносимметричных режимов электрических систем .....                    | 55        |

## **Часть 2. Электромагнитные процессы в электрических системах**

|                                                                                                  |           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Глава 1. Квазистационарные режимы в электрических системах .....</b>                          | <b>60</b> |
| § 1.1. Квазистационарные перенапряжения в сетях с изолированной нейтралью .....                  | 60        |
| § 1.2. Квазистационарные перенапряжения на линиях электропередачи в симметричных режимах .....   | 66        |
| § 1.3. Квазистационарные перенапряжения на линиях электропередачи в несимметричных режимах ..... | 72        |
| § 1.4. Квазистационарные режимы бестоковой паузы ОАПВ .....                                      | 80        |

|                                                                                                                    |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Глава 2. Переходные электромагнитные процессы в электрических системах .....                                       | 85  |
| § 2.1. Коммутационные перенапряжения при включении линии электропередачи .....                                     | 85  |
| § 2.2. Коммутационные перенапряжения при отключении линии электропередачи .....                                    | 90  |
| § 2.3. Дуговые перенапряжения в сетях с изолированной нейтралью .....                                              | 93  |
| § 2.4. Коммутационные перенапряжения при включениях электродвигателей .....                                        | 99  |
| § 2.5. Переходное восстанавливающееся напряжение на контактах выключателей при отключении коротких замыканий ..... | 103 |
| Глава 3. Переходные процессы в элементах с распределенными параметрами .....                                       | 114 |
| § 3.1. Уравнения переходных процессов линий электропередачи без учета потерь и их решения .....                    | 114 |
| § 3.2. Построение алгоритмов расчетов переходных процессов с использованием правила эквивалентной волны .....      | 121 |
| § 3.3. Решение уравнений многопроводной длинной линии с учетом потерь .....                                        | 131 |
| § 3.4. Применение метода стоячих волн при исследовании электромагнитных переходных процессов .....                 | 138 |

### **Часть 3. Дальние электропередачи переменного тока**

|                                                                                                     |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Введение .....                                                                                      | 150 |
| Глава 1. Потери активной мощности в дальних электропередачах .....                                  | 153 |
| Глава 2. Режим холостого хода дальних электропередач .....                                          | 157 |
| Глава 3. Нагрузочные режимы дальних электропередач .....                                            | 164 |
| Глава 4. Компенсация параметров воздушных линий электропередачи .....                               | 174 |
| Глава 5. Управляемая поперечная компенсация .....                                                   | 179 |
| Глава 6. Электропередачи с продольной емкостной компенсацией индуктивного сопротивления линий ..... | 186 |
| Глава 7. Полуволновые линии электропередачи .....                                                   | 192 |
| Глава 8. Двухцепные электропередачи со сближенными фазами цепей .....                               | 198 |
| Глава 9. Линия электропередачи повышенной натуральной мощности компактной конструкции .....         | 201 |
| § 9.1. Выбор конструкции воздушных линий переменного тока [27–29] .....                             | 201 |
| § 9.2. Эффективность применения линий повышенной натуральной мощности .....                         | 205 |

## Часть 4. Электромеханические переходные процессы

|                                                                                                                                                                       |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Глава 1. Общее представление о статической устойчивости .....                                                                                                         | 209 |
| § 1.1. Простейший критерий статической устойчивости .....                                                                                                             | 209 |
| § 1.2. Малые колебания в системе генератор—шины<br>бесконечной мощности .....                                                                                         | 212 |
| Глава 2. Внешняя характеристика мощности генератора, работающего<br>через сеть на шины бесконечной мощности при постоянстве<br>напряжения на зажимах генератора ..... | 216 |
| Глава 3. Общий метод анализа статической устойчивости режимов<br>работы электрической системы .....                                                                   | 222 |
| § 3.1. Линеаризованные уравнения системы,<br>характеристическое уравнение .....                                                                                       | 222 |
| § 3.2. Алгебраические критерии статической устойчивости .....                                                                                                         | 225 |
| § 3.3. Анализ статической устойчивости режима методом<br>его утяжеления из заведомо устойчивого .....                                                                 | 227 |
| § 3.4. Применение общего критерия к исследованию<br>статической устойчивости регулируемого и нерегулируемого<br>синхронного генератора .....                          | 228 |
| § 3.5. Колебательная неустойчивость синхронного генератора<br>в режимах малых нагрузок .....                                                                          | 231 |
| § 3.6. Анализ апериодической устойчивости с помощью<br>уравнений малых возмущений установившегося режима .....                                                        | 233 |
| Глава 4. Демпфирование электромеханических переходных процессов<br>в электропередаче: синхронный генератор—сеть—шины бесконечной<br>мощности .....                    | 235 |
| § 4.1. Синхронный генератор с системой АРВ<br>(без учета демпферных обмоток) .....                                                                                    | 235 |
| § 4.2. Синхронный генератор с учетом демпферной обмотки .....                                                                                                         | 238 |
| Глава 5. Анализ статической устойчивости электропередачи<br>с промежуточным синхронным компенсатором .....                                                            | 239 |
| § 5.1. Уравнения малых возмущений синхронного<br>компенсатора .....                                                                                                   | 240 |
| § 5.2. Уравнения малых возмущений синхронного генератора .....                                                                                                        | 241 |
| § 5.3. Уравнения малых возмущений, следующие из баланса<br>реактивных мощностей в узле включения СК .....                                                             | 242 |
| Глава 6. Статическая устойчивость режимов работы<br>асинхронного электродвигателя .....                                                                               | 244 |
| Глава 7. Асинхронный режим синхронного генератора .....                                                                                                               | 250 |



## Приложения

|                                                                                                                                 |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Приложение 1. Погонные параметры воздушных линий электропередачи .....                                                          | 254 |
| Уравнения электромагнитного поля .....                                                                                          | 254 |
| Расчет электромагнитного поля в проводе и определение внутреннего сопротивления провода .....                                   | 255 |
| Расчет электромагнитного поля в земле и определение внутреннего сопротивления земли .....                                       | 256 |
| Расчет электромагнитного поля в воздухе, определение внешней индуктивности системы провод–земля и поперечной проводимости ..... | 258 |
| Список литературы к Приложению 1 .....                                                                                          | 261 |
| Приложение 2. Уравнения и схемы замещения трансформаторов и автотрансформаторов .....                                           | 262 |
| Однофазные трансформаторы .....                                                                                                 | 262 |
| Однофазные автотрансформаторы .....                                                                                             | 266 |
| Трехфазные трансформаторы и автотрансформаторы .....                                                                            | 270 |
| Приложение 3 .....                                                                                                              | 274 |
| Уравнения переходных процессов синхронной машины в осях $d$ , $q$ в относительных единицах А. А. Горева .....                   | 274 |
| Уравнения переходных процессов электрической машины в «синхронных» осях $dc$ , $qc$ в относительных единицах А. А. Горева ..... | 276 |
| Приложение 4. Переходный электромагнитный процесс при коротком замыкании в сети с синхронным генератором .....                  | 280 |
| Список литературы .....                                                                                                         | 285 |

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Основу книги составляют лекции, которые автор читает в течение многих лет в Санкт-Петербургском государственном политехническом университете (бывший Ленинградский политехнический институт) на кафедре «Электрические системы и сети» электромеханического факультета. Материал лекций сформировался как на основании работы предыдущего поколения профессоров кафедры, таких как К. П. Кадомская, И. А. Груздев, М. Л. Левинштейн, О. В. Щербачев, так и на основе собственных разработок автора. Каждая лекция, как правило, охватывает ту или иную важную техническую проблему. Изложение, по возможности, выполнено с теми или иными допущениями, которые позволили получить аналитическое описание и сохранить ясное толкование сути проблемы и ее решения. Разделы книги снабжены большим количеством примеров, назначение которых — улучшить понимание изложенного материала и дополнить содержание теоретической части курса.

Автор выражает глубокую признательность всем, кто помог изданию этой книги, а также будет признателен тем, кто выскажет замечания и предложения по улучшению содержания книги.

Книга предназначена для студентов, аспирантов и инженеров специальности «Электроэнергетические системы и сети», а также слушателей факультетов и институтов повышения квалификации по этой или родственной ей специальности.

Автор

## Глава 1. УРАВНЕНИЯ, СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ И ПАРАМЕТРЫ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ

### § 1.1. Погонные параметры воздушных линий электропередачи в фазных координатах

**Погонные активно-индуктивные сопротивления многопроводной и трех-  
фазной линии.**

Рассмотрим вначале однопроводную систему земля—провод ( $i$ ) с прямым током в проводе и обратным — в земле (рис. 1.1). С достаточной для практики точностью эту систему можно заменить эквивалентной двухпроводной системой в воздухе с расстоянием между прямым и обратным проводами, равным  $D_j$ , причем все сопротивления петли вынесены в прямой провод, а обратный является идеальным. Погонное сопротивление такой системы, Ом/км, на частоте 50 Гц выражается формулой (см. [1], а также Приложение 1).

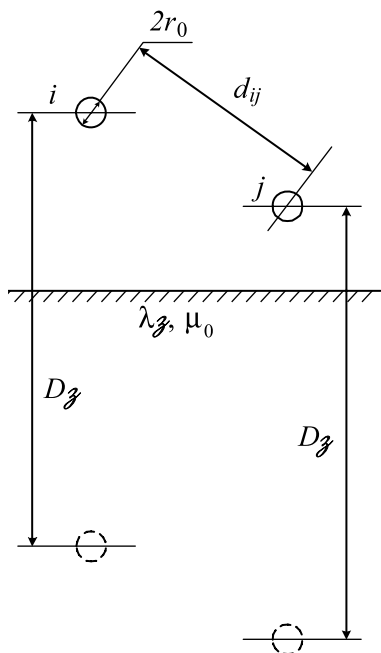


Рис. 1.1

$$\dot{z}_{ii} = r_{\Pi} + 0,05 + j0,145 \cdot \lg \frac{D_j}{r_0}, \quad (1.1)$$

где  $D_j = 2,24 / \sqrt{\omega \cdot \mu_0 \cdot \lambda_j}$ ;  $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м — магнитная проницаемость воздуха;  $\lambda_j$  — удельная проводимость земли ( $1/\text{Ом} \cdot \text{м}$ );  $r_{\Pi}$  — активное сопротивление провода Ом/км,  $r_0$  — радиус провода. Составляющая погонного сопротивления,  $\pi^2 \cdot f \cdot 10^{-4} \approx 0,05$  Ом/км, обусловлена сопротивлением земли, а зависимость  $D_j = D_j(\omega)$  — поверхностным

эффектом в земле при протекании тока с частотой  $\omega$ . Взаимное сопротивление между  $i$  и  $j$  проводами двухпроводной системы (рис. 1.1), Ом/км, определяется выражением

$$\dot{z}_{ij} = 0,05 + j0,145 \cdot \lg \frac{D_j}{d_{ij}}. \quad (1.2)$$

Используя полученные выражения, продольные погонные параметры трехфазной трехпроводной линии можно записать в виде матрицы

$$\dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \dot{z}_{aa} & \dot{z}_{ab} & \dot{z}_{ac} \\ \dot{z}_{ba} & \dot{z}_{bb} & \dot{z}_{bc} \\ \dot{z}_{ca} & \dot{z}_{cb} & \dot{z}_{cc} \end{bmatrix}, \quad (1.3)$$

где  $\dot{z}_{aa}$ ,  $\dot{z}_{bb}$ ,  $\dot{z}_{cc}$  — собственные погонные сопротивления фаз, вычисляемые по (1.1);  $\dot{z}_{ab} = \dot{z}_{ba}$ ,  $\dot{z}_{ac} = \dot{z}_{ca}$ ,  $\dot{z}_{bc} = \dot{z}_{cb}$  — взаимные погонные сопротивления, вычисляемые по (1.2) при заданных расстояниях между фазами  $d_{ab}$ ,  $d_{ac}$ ,  $d_{bc}$ . Связь между вектором падения напряжения вдоль участка линии  $\Delta \dot{\mathbf{U}} = \dot{\mathbf{U}}_1 - \dot{\mathbf{U}}_2$  и вектором токов в фазах  $\dot{\mathbf{I}}$  будет иметь вид следующего матричного равенства:

$$\Delta \dot{\mathbf{U}} = \dot{\mathbf{z}} \cdot \dot{\mathbf{I}} \quad (1.4)$$

**Активно-индуктивное сопротивление расщепленной фазы.**

По ряду причин, о которых будет сказано ниже, фазы воздушных линий (ВЛ) высших классов напряжений выполняются расщепленными на несколько проводов (составляющих). Предположим, что падения напряжения  $\Delta \dot{U}_1 = \dots = \Delta \dot{U}_i = \Delta \dot{U}$  равны на

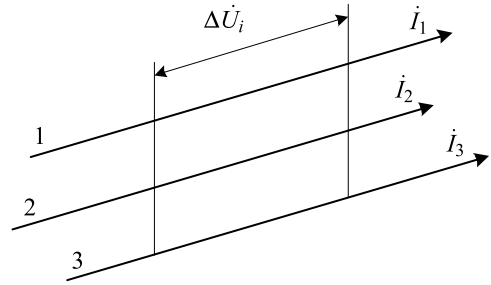


Рис. 1.2

всех составляющих фазы (рис. 1.2) и токи в этих составляющих  $\dot{I}_1 = \dots = \dot{I}_i = \dot{I}$  равны между собой. Тогда падение напряжения на одной из составляющих фазы (например,  $\Delta \dot{U}_1$ , см. рис. 1.2) равно:

$$\Delta \dot{U}_1 = \dot{z}_{11} \cdot \dot{I}_1 + \dot{z}_{12} \cdot \dot{I}_2 + \dot{z}_{13} \cdot \dot{I}_3 = (\dot{z}_{11} + \dot{z}_{12} + \dot{z}_{13}) \cdot \dot{I}.$$

Подставив вместо  $\dot{z}_{11}$ ,  $\dot{z}_{12}$ ,  $\dot{z}_{13}$  их выражения из (1.1), (1.2), отнесем падение напряжения  $\Delta \dot{U}$  к полному току в фазе  $3\dot{I}$ ; получим эквивалентное сопротивление расщепленной фазы:

$$\dot{z}_3 = \frac{r_n}{3} + 0,05 + j0,145 \cdot \lg \frac{D_\beta}{\sqrt[3]{d_{12} \cdot d_{13} \cdot r_0}}$$

или для любого числа составляющих в фазе  $n$ :

$$\dot{z}_3 = \frac{r_n}{n} + 0,05 + j0,145 \cdot \lg \frac{D_\beta}{r_3}, \quad (1.5)$$

где эквивалентный радиус фазы —  $r_3 = \left( r_0 \cdot \prod_{i=2}^n d_{1i} \right)^{1/n}$ . (1.5\*)

Для  $n = 2, 3$  и при одинаковом расстоянии между составляющими  $d_{12} = d_{13} = d_{23} = d$ , называемом шагом расщепления, будем иметь:  $r_{32} = (d \cdot r_0)^{1/2}$ ,  $r_{33} = (d^2 \cdot r_0)^{1/3}$ . Заметим, что при одинаковых проводах в

фазе и расстояниях между составляющими продольные падения напряжения, записанные для любого провода, также одинаковы  $\Delta \dot{U}_1 = \Delta \dot{U}_2 = \dots = \Delta \dot{U}$ .

**Транспозиция фаз трехфазной воздушной линии** выполняется для выравнивания погонных параметров по фазам (рис. 1.3). Предполагаем, что собственные параметры фаз одинаковы, а взаимные  $\dot{z}'$ ,  $\dot{z}''$ ,  $\dot{z}'''$  различны вследствие разного расстояния между фазами. Найдем падение напряжения в фазе **a**

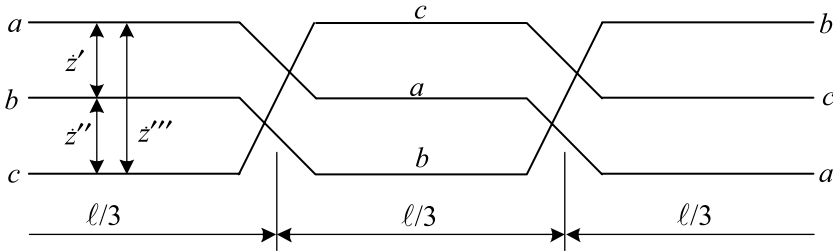


Рис. 1.3

вдоль линии, для которой выполнен полный цикл транспозиции с шагом  $\ell/3$ , когда положение каждой фазы меняется каждые  $\ell/3$  длины линии (общая длина линии —  $\ell$ ):

$$\begin{aligned} \Delta \dot{U}_a = & \dot{z}_{aa} \cdot \ell \cdot \dot{I}_a + \dot{z}' \cdot (\ell/3) \cdot \dot{I}_b + \dot{z}'' \cdot (\ell/3) \cdot \dot{I}_c + \dot{z}'' \cdot (\ell/3) \cdot \dot{I}_b + \dot{z}' \cdot (\ell/3) \cdot \dot{I}_c + \\ & + \dot{z}''' \cdot (\ell/3) \cdot \dot{I}_b + \dot{z}'' \cdot (\ell/3) \cdot \dot{I}_c = \dot{z}_{aa} \cdot \ell \cdot \dot{I}_a + \frac{\dot{z}' + \dot{z}'' + \dot{z}'''}{3} \cdot \ell \cdot \dot{I}_b + \frac{\dot{z}' + \dot{z}'' + \dot{z}'''}{3} \cdot \ell \cdot \dot{I}_c. \end{aligned}$$

Отсюда видно, что в результате транспозиции взаимные индуктивные сопротивления становятся одинаковыми. Аналогичный результат можно получить и для других фаз. Подставив вместо  $\dot{z}'$ ,  $\dot{z}''$ ,  $\dot{z}'''$  их значения, используя (1.2), получаем среднее значение взаимного сопротивления транспонированной трехфазной линии  $\dot{z}_m = \dot{z}_{ab} = \dot{z}_{ac} = \dot{z}_{bc}$ , отнесенное к единице длины линии

$$\dot{z}_m = \frac{\dot{z}' + \dot{z}'' + \dot{z}'''}{3} = 0,05 + j \frac{0,145}{3} \cdot \left( \lg \frac{D_j}{d_{ab}} + \lg \frac{D_j}{d_{bc}} + \lg \frac{D_j}{d_{ac}} \right)$$

или в окончательном виде

$$\dot{z}_m = 0,05 + j 0,145 \cdot \lg \frac{D_j}{d_{cp}}, \quad (1.6)$$

где  $d_{cp} = \sqrt[3]{d_{ab} \cdot d_{ac} \cdot d_{bc}}$  — среднее геометрическое расстояние между фазами.

Для транспонированной линии получим вместо (1.3) симметричную матрицу погонных параметров

$$\dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \dot{z} & \dot{z}_m & \dot{z}_m \\ \dot{z}_m & \dot{z} & \dot{z}_m \\ \dot{z}_m & \dot{z}_m & \dot{z} \end{bmatrix}. \quad (1.7)$$

**Схема замещения элементарного участка воздушной линии электропередачи**, полученная на основании уравнений (1.4), с матрицей  $\dot{\mathbf{z}}$  при несимметричной ВЛ по (1.3) и транспонированной по (1.7) показана на рис. 1.4.

**Погонные емкостные проводимости трехфазной ВЛ.** В основу определения емкостных проводимостей ВЛ положены уравнения Максвелла [1]. Первая форма уравнений Максвелла имеет вид  $\dot{\mathbf{U}} = \boldsymbol{\alpha} \cdot \dot{\mathbf{q}}$  или в развернутом виде для системы из трех проводов

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_a \\ \dot{U}_b \\ \dot{U}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{aa} & \alpha_{ab} & \alpha_{ac} \\ \alpha_{ba} & \alpha_{bb} & \alpha_{bc} \\ \alpha_{ca} & \alpha_{cb} & \alpha_{cc} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{q}_a \\ \dot{q}_b \\ \dot{q}_c \end{bmatrix}, \quad (1.8)$$

где собственные потенциальные коэффициенты для  $i$  провода вычисляются по формуле (рис. 1.5):

$$\alpha_{ii} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \ln \frac{2 \cdot h_i}{r_0}. \quad (1.8^{**})$$

Взаимные потенциальные коэффициенты для проводов  $i$  и  $j$  (см. рис. 1.5)

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \ln \frac{D_{ij}}{d_{ij}}, \quad (1.8^*)$$

где диэлектрическая постоянная  $\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ . Для нахождения зарядов на проводах (или емкостных токов  $\dot{\mathbf{I}}_c = j\omega \cdot \dot{\mathbf{q}}$ ) трехфазной линии необходимо обратить матрицу потенциальных коэффициентов  $\boldsymbol{\alpha}$ , так как

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{I}}_c &= j\omega \cdot \boldsymbol{\alpha}^{-1} \cdot \dot{\mathbf{U}} = \\ &= j\omega \cdot \boldsymbol{\beta} \cdot \dot{\mathbf{U}} = \dot{\mathbf{y}} \cdot \dot{\mathbf{U}}, \end{aligned} \quad (1.9)$$

где  $\boldsymbol{\beta}$  — матрица коэффициентов электростатической индукции.

При расщеплении фазы и введении допущения о равенстве потенциалов и зарядов на всех проводах получим выражение для собственного потенциально-го коэффициента через эквивалентный радиус фазы  $r_\Sigma$  аналогично (1.5\*)

$$\alpha_{ii} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \ln \frac{2 \cdot h_i}{r_\Sigma}, \quad (1.10)$$

$$\text{где } r_\Sigma = \left( r_0 \cdot \prod_{i=2}^n d_{1i} \right)^{1/n}.$$

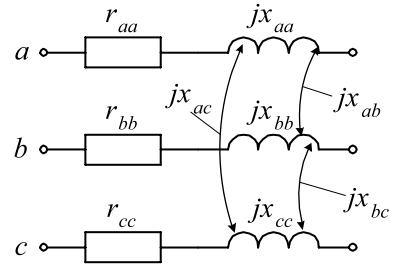


Рис. 1.4

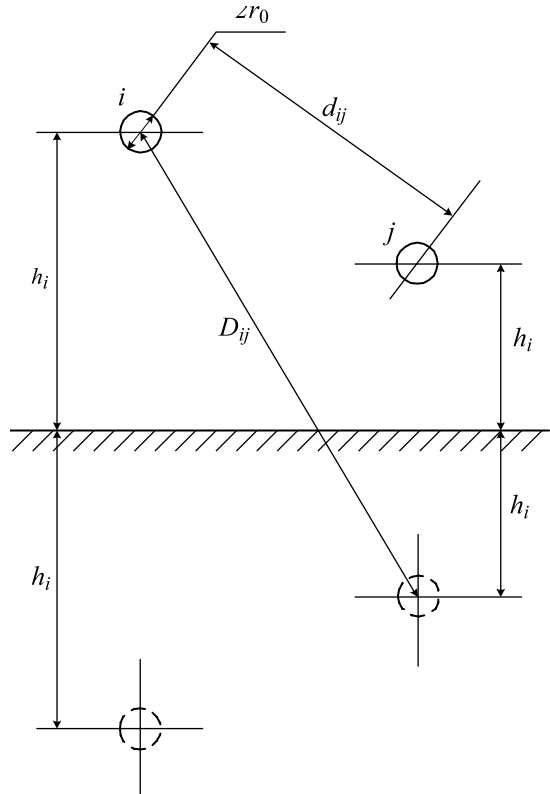


Рис. 1.5

Для участка линии с полным циклом транспозиции аналогично придем к симметричным матрицам  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\dot{y}$ , например:

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha & \alpha_m & \alpha_m \\ \alpha_m & \alpha & \alpha_m \\ \alpha_m & \alpha_m & \alpha \end{bmatrix}, \quad (1.11)$$

где  $\alpha = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \ln \frac{2 \cdot h_{cp}}{r_3}$ ,  $\alpha_m = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \ln \frac{D_{cp}}{d_{cp}}$ ; среднегеометрические расстояния определяются по формулам:

$$h_{cp} = \sqrt[3]{h_{aa} \cdot h_{bb} \cdot h_{cc}}, \quad D_{cp} = \sqrt[3]{D_{ab} \cdot D_{ac} \cdot D_{bc}}, \quad d_{cp} = \sqrt[3]{d_{ab} \cdot d_{ac} \cdot d_{bc}}.$$

Удобны и часто используются вместо (1.9) уравнения по определению емкостных токов через частичные емкостные проводимости фаз линии в виде [1].

$$\begin{aligned} \dot{I}_a &= \dot{y}_{aa} \cdot \dot{U}_a + \dot{y}_{ab} \cdot (\dot{U}_a - \dot{U}_b) + \dot{y}_{ac} \cdot (\dot{U}_a - \dot{U}_c), \\ \dot{I}_b &= \dot{y}_{bb} \cdot \dot{U}_b + \dot{y}_{ba} \cdot (\dot{U}_b - \dot{U}_a) + \dot{y}_{bc} \cdot (\dot{U}_b - \dot{U}_c), \\ \dot{I}_c &= \dot{y}_{cc} \cdot \dot{U}_c + \dot{y}_{ca} \cdot (\dot{U}_c - \dot{U}_a) + \dot{y}_{cb} \cdot (\dot{U}_c - \dot{U}_b), \end{aligned} \quad (1.12)$$

где частичные емкостные проводимости  $\dot{y} = j\omega \cdot \beta$  связаны с элементами матрицы коэффициентов электростатической индукции  $\beta$  следующими равенствами:

$$\begin{aligned} \dot{y}_{aa} &= j\omega \cdot (\beta_{aa} - \beta_{ab} - \beta_{ac}), \\ \dot{y}_{ab} &= -j\omega \cdot \beta_{ab}, \quad \dot{y}_{ac} = -j\omega \cdot \beta_{ac}; \\ \dot{y}_{bb} &= j\omega \cdot (\beta_{bb} - \beta_{ba} - \beta_{bc}), \\ \dot{y}_{ba} &= \dot{y}_{ab}, \quad \dot{y}_{bc} = -j\omega \cdot \beta_{bc}; \\ \dot{y}_{cc} &= j\omega \cdot (\beta_{cc} - \beta_{ca} - \beta_{cb}), \\ \dot{y}_{ca} &= \dot{y}_{ac}, \quad \dot{y}_{cb} = \dot{y}_{bc}. \end{aligned} \quad (1.13)$$

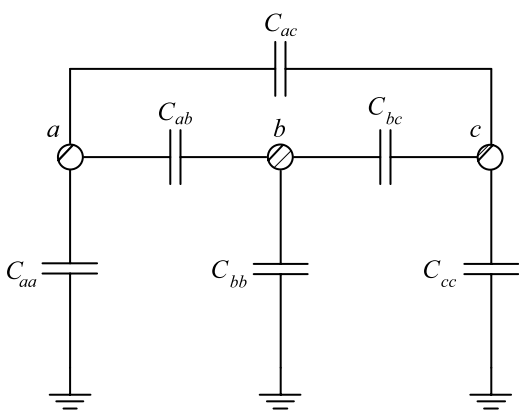


Рис. 1.6

**Емкостная схема замещения трехфазной линии**, показанная на рис. 1.6, отвечает системе уравнений (1.12), а ее параметры определяются с помощью выражений (1.13), матриц  $\alpha$  и  $\beta$ . Показанная схема замещения отражает взаимодействие только электрических полей отдельных фаз и поэтому называется

«емкостной» схемой замещения линии.

## § 1.2. Погонные параметры воздушных линий электропередачи в координатах 1–2–0

**Система координат 1–2–0.** Проведение расчетов режимов в электрической сети в фазных координатах связано с трудоемкими матричными операциями:

$$\Delta \dot{U} = \dot{z} \cdot \dot{I}, \quad \dot{I}_c = \dot{y} \cdot \dot{U}$$

или с обращением матриц:

$$\dot{\mathbf{I}} = \dot{\mathbf{z}}^{-1} \cdot \Delta \dot{\mathbf{U}}, \quad \dot{\mathbf{U}} = \dot{\mathbf{y}}^{-1} \cdot \dot{\mathbf{I}}_c.$$

Существенного упрощения можно добиться введением матричного преобразования подобия, позволяющего диагонализировать матрицы  $\dot{\mathbf{z}}$  и  $\dot{\mathbf{y}}$ . Наибольшее распространение получило преобразование фазных координат к симметричным составляющим — прямой, обратной и нулевой последовательностям (система координат 1—2—0). Преобразование для транспонированного по полному циклу участка линии одинаково для матриц  $\dot{\mathbf{z}}$  и  $\dot{\mathbf{y}}$  и не зависит от числовых значений самих матриц.

Рассмотрим матричное равенство (1.4)

$$\Delta \dot{\mathbf{U}} = \dot{\mathbf{z}} \cdot \dot{\mathbf{I}} \quad (1.14)$$

и найдем такое преобразование (матрицу преобразования  $\mathbf{H}$ ), что

$$\mathbf{H}^{-1} \cdot \dot{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{H} = \dot{\Lambda} = \dot{\mathbf{z}}_s, \quad (1.15)$$

где матрица  $\dot{\Lambda} = \dot{\mathbf{z}}_s$  — диагональная.

Вместо (1.15) можно записать:

$$\dot{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{H} = \mathbf{H} \cdot \dot{\Lambda}$$

или в виде произведения матрицы  $\dot{\mathbf{z}}$  на столбцы  $\mathbf{h}^{(i)}$  матрицы  $\mathbf{H}$ :

$$\dot{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{h}^{(1)}; & \dot{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{h}^{(2)}; & \dot{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{h}^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_1 \cdot \mathbf{h}^{(1)}; & \dot{\lambda}_2 \cdot \mathbf{h}^{(2)}; & \dot{\lambda}_3 \cdot \mathbf{h}^{(3)} \end{bmatrix} = \dot{\Lambda} \cdot \mathbf{H}.$$

Приравнявая столбцы, получим

$$\dot{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{h}^{(1)} = \dot{\lambda}_1 \cdot \mathbf{h}^{(1)}; \quad \dot{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{h}^{(2)} = \dot{\lambda}_2 \cdot \mathbf{h}^{(2)}; \quad \dot{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{h}^{(3)} = \dot{\lambda}_3 \cdot \mathbf{h}^{(3)} \quad (1.16)$$

или

$$(\dot{\mathbf{z}} - \dot{\lambda}_1 \cdot \mathbf{E}) \cdot \mathbf{h}^{(1)} = 0; \quad (\dot{\mathbf{z}} - \dot{\lambda}_2 \cdot \mathbf{E}) \cdot \mathbf{h}^{(2)} = 0; \quad (\dot{\mathbf{z}} - \dot{\lambda}_3 \cdot \mathbf{E}) \cdot \mathbf{h}^{(3)} = 0,$$

где  $\mathbf{E}$  — единичная матрица.

Полученные однородные алгебраические уравнения относительно неизвестных столбцов  $\mathbf{h}^{(i)}$  имеют нетривиальные решения, если равен нулю определитель характеристической матрицы:

$$\det(\dot{\mathbf{z}} - \dot{\lambda} \cdot \mathbf{E}) = 0$$

или

$$\det \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}} - \dot{\lambda} & \dot{\mathbf{z}}_m & \dot{\mathbf{z}}_m \\ \dot{\mathbf{z}}_m & \dot{\mathbf{z}} - \dot{\lambda} & \dot{\mathbf{z}}_m \\ \dot{\mathbf{z}}_m & \dot{\mathbf{z}}_m & \dot{\mathbf{z}} - \dot{\lambda} \end{bmatrix} = 0.$$

Отсюда получим три собственных значения матрицы:

$$\dot{\lambda}_1 = \dot{\mathbf{z}} - \dot{\mathbf{z}}_m, \quad \dot{\lambda}_2 = \dot{\mathbf{z}} - \dot{\mathbf{z}}_m, \quad \dot{\lambda}_3 = \dot{\mathbf{z}} + 2 \cdot \dot{\mathbf{z}}_m.$$

Найдем неизвестные столбцы  $\mathbf{h}^{(i)}$  матрицы преобразования  $\mathbf{H}$  (собственные векторы). Имеем для первого вектора систему (1.16) в развернутом виде:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} \cdot h_1^{(1)} + \dot{\mathbf{z}}_m \cdot h_2^{(1)} + \dot{\mathbf{z}}_m \cdot h_3^{(1)} &= (\dot{\mathbf{z}} - \dot{\mathbf{z}}_m) \cdot h_1^{(1)} \\ \dot{\mathbf{z}}_m \cdot h_1^{(1)} + \dot{\mathbf{z}} \cdot h_2^{(1)} + \dot{\mathbf{z}}_m \cdot h_3^{(1)} &= (\dot{\mathbf{z}} - \dot{\mathbf{z}}_m) \cdot h_2^{(1)} \\ \dot{\mathbf{z}}_m \cdot h_1^{(1)} + \dot{\mathbf{z}}_m \cdot h_2^{(1)} + \dot{\mathbf{z}} \cdot h_3^{(1)} &= (\dot{\mathbf{z}} + 2\dot{\mathbf{z}}_m) \cdot h_3^{(1)}, \end{aligned}$$



откуда получим для первого вектора модальной матрицы  $\mathbf{H}$  условие равенства нулю суммы его элементов:

$$h_1^{(1)} + h_2^{(1)} + h_3^{(1)} = 0.$$

Аналогичное решение имеет место для второго вектора:

$$h_1^{(2)} + h_2^{(2)} + h_3^{(2)} = 0.$$

Решение третьей системы (1.16) дает соотношение  $h_1^{(3)} = h_2^{(3)} = h_3^{(3)}$ . Таким образом видим, что может быть выбрано бесконечное число диагонализующих матриц, позволяющих в новых системах координат иметь связь между токами и напряжениями только одноименных координат. Так, вместо (1.14) будем иметь

$$\mathbf{H}^{-1} \cdot \Delta \dot{\mathbf{U}} = \mathbf{H}^{-1} \cdot \dot{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^{-1} \cdot \dot{\mathbf{I}}$$

или

$$\Delta \dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{s}} = \dot{\mathbf{z}}_{\mathbf{s}} \cdot \dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{s}},$$

где  $\dot{\mathbf{z}}_{\mathbf{s}}$  — диагональная матрица,  $\Delta \dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{s}} = \mathbf{H}^{-1} \cdot \Delta \dot{\mathbf{U}}$ .

Выберем один из столбцов матрицы  $\mathbf{H}$  таким образом, чтобы в наиболее часто встречающемся симметричном режиме, когда напряжения и токи фаз образуют систему прямой последовательности ( $\dot{U}_a, a^2 \cdot \dot{U}_a, a \cdot \dot{U}_a$ , где  $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$ ), какое-либо из фазных напряжений (или токов), скажем  $\dot{U}_a$ , определялось только одной составляющей, например  $\dot{U}_1$ . Таким образом, потребуем, чтобы  $\dot{U}_a = \dot{U}_1, \dot{U}_2 = \dot{U}_0 = 0$ . Тогда

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_a \\ \dot{U}_b \\ \dot{U}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \kappa_1 & \kappa_3 \\ 1 & \kappa_2 & \kappa_4 \\ 1 & -\kappa_1 - \kappa_2 & -\kappa_3 - \kappa_4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{U}_0 \\ \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}$$

или

$$\begin{aligned} \dot{U}_a &= \dot{U}_0 + \kappa_1 \cdot \dot{U}_1 + \kappa_3 \cdot \dot{U}_2 = \kappa_1 \cdot \dot{U}_1 = \dot{U}_a, \\ \dot{U}_b &= \dot{U}_0 + \kappa_2 \cdot \dot{U}_1 + \kappa_4 \cdot \dot{U}_2 = \kappa_2 \cdot \dot{U}_1 = a^2 \cdot \dot{U}_a, \\ \dot{U}_c &= \dot{U}_0 - (\kappa_1 + \kappa_2) \cdot \dot{U}_1 - (\kappa_3 + \kappa_4) \cdot \dot{U}_2 = -(\kappa_1 + \kappa_2) \cdot \dot{U}_1 = a \cdot \dot{U}_a. \end{aligned}$$

Отсюда видно, что выбором  $\kappa_3 = 1, \kappa_2 = a^2, \kappa_1 + \kappa_2 = -a$  можно удовлетворить перечисленным выше требованиям.

Элементы третьего столбца можно получить аналогичным образом, например требуя, чтобы при приложении напряжений обратной последовательности значения фазных напряжений  $\dot{U}_a, a \cdot \dot{U}_a, a^2 \cdot \dot{U}_a$  выражались только через одну составляющую, например  $\dot{U}_2$ . Накладываемые ограничения можно записать следующим образом:  $\dot{U}_1 = \dot{U}_0 = 0, \dot{U}_a = \dot{U}_2$ , откуда коэффициенты третьего столбца получим в виде:

$$\kappa_3 = 1, \quad \kappa_4 = a, \quad \kappa_3 + \kappa_4 = -a^2.$$

Матрица преобразований с такими значениями коэффициентов отвечает широко распространенному преобразованию  $a-b-c \rightarrow 1-2-0$ . В окончательном виде матрица преобразований  $\mathbf{H}$  фазных координат в координаты  $1-2-0$  ( $\Delta\dot{\mathbf{U}} = \mathbf{H} \cdot \Delta\dot{\mathbf{U}}_s$ ) и обратно  $\mathbf{H}^{-1}$  ( $\Delta\dot{\mathbf{U}}_s = \mathbf{H}^{-1} \cdot \Delta\dot{\mathbf{U}}$ ) имеет вид:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}^{-1} = \frac{1}{3} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}. \quad (1.17)$$

В развернутом виде уравнения, связывающие, например, напряжения прямой, обратной и нулевой последовательностей с фазными напряжениями имеют вид:

$$\begin{aligned} U_0 &= \frac{1}{3}(\dot{U}_a + \dot{U}_b + \dot{U}_c), \\ U_1 &= \frac{1}{3}(\dot{U}_a + a\dot{U}_b + a^2\dot{U}_c), \\ U_2 &= \frac{1}{3}(\dot{U}_a + a^2\dot{U}_b + a\dot{U}_c). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_a &= \dot{U}_0 + \dot{U}_1 + \dot{U}_2, \\ \dot{U}_b &= \dot{U}_0 + a^2\dot{U}_1 + a\dot{U}_2, \\ \dot{U}_c &= \dot{U}_0 + a\dot{U}_1 + a^2\dot{U}_2. \end{aligned}$$

**Погонные параметры ВЛ прямой, обратной и нулевой последовательностей.**

Диагонализация матриц  $\dot{\mathbf{z}}$  и  $\dot{\mathbf{y}}$  приводит к следующим матрицам:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_s &= \begin{bmatrix} \dot{z} - \dot{z}_m & & \\ & \dot{z} - \dot{z}_m & \\ & & \dot{z} + 2 \cdot \dot{z}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 & & \\ & \dot{z}_2 & \\ & & \dot{z}_0 \end{bmatrix}, \\ \dot{\mathbf{y}}_s &= j\omega \times \begin{bmatrix} \alpha - \alpha_m & & \\ & \alpha - \alpha_m & \\ & & \alpha + 2 \cdot \alpha_m \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \dot{y}_1 & & \\ & \dot{y}_2 & \\ & & \dot{y}_0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Для вычисления погонных параметров используются формулы (1.5), (1.6), (1.8\*\*) и (1.10), где в последних двух используются средние геометрические расстояния  $h_{\text{ср}}$ ,  $d_{\text{ср}}$ ,  $D_{\text{ср}}$ .

После преобразования получим:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{z}_2 = r_n + j0,145 \cdot \lg \frac{d_{\text{ср}}}{r_3} \text{ Ом/км}, \\ \dot{z}_0 &= r_n + 0,15 + j0,435 \cdot \lg \frac{D_j}{\sqrt[3]{d_{\text{ср}}^2 \cdot r_3}} \text{ Ом/км}, \end{aligned}$$

$$\dot{y}_1 = \dot{y}_2 = j \frac{7,56 \cdot 10^{-6}}{\lg \frac{d_{\text{ср}} \cdot 2 \cdot h_{\text{ср}}}{r_3 \cdot D_{\text{ср}}}} \approx j \frac{7,56 \cdot 10^{-6}}{\lg \frac{d_{\text{ср}}}{r_3}} \text{ См/км}, \quad (1.18)$$

$$\dot{y}_0 = j \frac{2,52 \cdot 10^{-6}}{\lg \sqrt[3]{\frac{2 \cdot h_{\text{ср}} \cdot D_{\text{ср}}^2}{d_{\text{ср}}^2 \cdot r_3}}} \approx j \frac{2,52 \cdot 10^{-6}}{\lg \sqrt[3]{\frac{2 \cdot h_{\text{ср}}}{d_{\text{ср}}^2 \cdot r_3}}} \text{ См/км}.$$

Любой участок воздушной линии, кроме емкостной проводимости, обладает также и активной проводимостью, определяемой, в основном, потерями на корону. Несмотря на то что величина потерь на корону может быть весьма значительна, влияние их на параметры режима сравнительно мало. Полную погонную проводимость участка линии можно записать

$$\dot{y} = g + jb,$$

однако, учитывая сказанное, можно пренебречь активной составляющей, то есть считать  $g = 0$ .

**Схемы замещения участка транспонированной линии длиной  $\ell$ .** Для симметричной линии схемы замещения рис. 1.4, 1.6 могут быть упрощены (рис. 1.7, 1.8), и параметры схем в этом случае удобнее определять через параметры прямой, обратной и нулевой последовательностей.

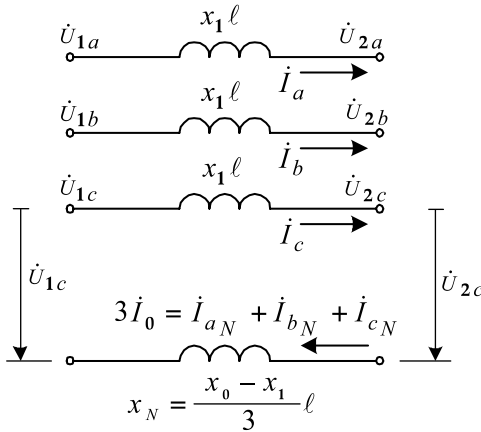


Рис. 1.7

Из соотношения  $\Delta \dot{U}_s = \dot{Z}_s \cdot \dot{I}_s$  ( $\dot{Z}_s = \dot{z}_s \cdot \ell$ ) следует, что в режиме прямой последовательности  $\Delta \dot{U}_a = \dot{Z}_1 \cdot \dot{I}_a$ ,  $\Delta \dot{U}_b = a^2 \cdot \Delta \dot{U}_a$ ,  $\Delta \dot{U}_c = a \cdot \Delta \dot{U}_a$ . Этим соотношениям удовлетворяет индуктивная схема замещения рис. 1.7, где в каждую фазу включено сопротивление  $\dot{Z}_1 = jx_1 \ell$ , взаимоиндукция между фазами отсутствует, тока в нулевом проводе нет (активные сопротивления на схеме не показаны). Очевидно, эта же схема справедлива для токов и напряжений обратной последовательности.

При приложении к каждой фазе напряжения нулевой последовательности, т. е.:  $\Delta \dot{U}_a = \Delta \dot{U}_b = \Delta \dot{U}_c = \Delta \dot{U}_0$ , ток должен определяться другим сопротивлением  $\dot{Z}_0 = jx_0 \ell$ :

$$\dot{I}_0 = \Delta \dot{U}_0 / \dot{Z}_0.$$

В этом режиме в нулевом проводе протекает утроенный ток нулевой последовательности (в данном случае равный  $3\dot{I}_0 = \dot{I}_{aN} + \dot{I}_{bN} + \dot{I}_{cN}$ ). Соответствующим выбором сопротивления  $\dot{Z}_N$  можно обеспечить требуемое усло-

вие. Так,  $\dot{Z}_N$  можно найти из уравнения, которое получается приравниванием падения напряжения от тока нулевой последовательности на сопротивлениях  $\dot{Z}_1$  и  $\dot{Z}_N$  в схеме рис. 1.7 к величине  $\Delta\dot{U}_0 = \dot{Z}_0 \cdot \dot{I}_0$ :

$$\dot{Z}_1 \cdot \dot{I}_0 + \dot{Z}_N \cdot 3\dot{I}_0 = \Delta\dot{U}_0 = \dot{Z}_0 \cdot \dot{I}_0$$

откуда

$$\dot{Z}_N = (\dot{Z}_0 - \dot{Z}_1)/3. \quad (1.19)$$

Аналогичным образом рассуждаем для построения емкостной схемы замещения (см. рис. 1.8).

В режиме прямой последовательности должно быть  $\dot{I}_a = \dot{Y}_1 \cdot \dot{U}_a$ ,  $\dot{I}_b = a^2 \cdot \dot{I}_a$ ,  $\dot{I}_c = a \cdot \dot{I}_a$ . Видим, что схема рис. 1.8 обеспечивает такую связь между напряжениями фаз и токами, если емкостные проводимости трех лучей равны  $\dot{Y}_1 = jb_1\ell$ , независимо от емкостной проводимости  $\dot{Y}_N = jb_N\ell$ . Вид схемы и ее параметры не изменятся, если будет режим обратной последовательности. В режиме нулевой последовательности ток каждой фазы равен  $\dot{I}_0 = \dot{Y}_0 \cdot \dot{U}_0$ . Это можно обеспечить, если выбрать  $\dot{Y}_N$  из уравнения

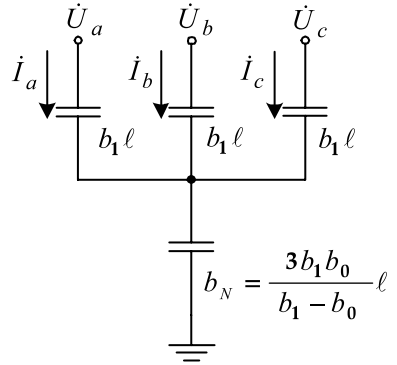


Рис. 1.8

$$\frac{\dot{U}_0}{3} \cdot \left( \frac{3\dot{Y}_1 \cdot \dot{Y}_N}{3\dot{Y}_1 + \dot{Y}_N} \right) = \dot{U}_0 \cdot \dot{Y}_0,$$

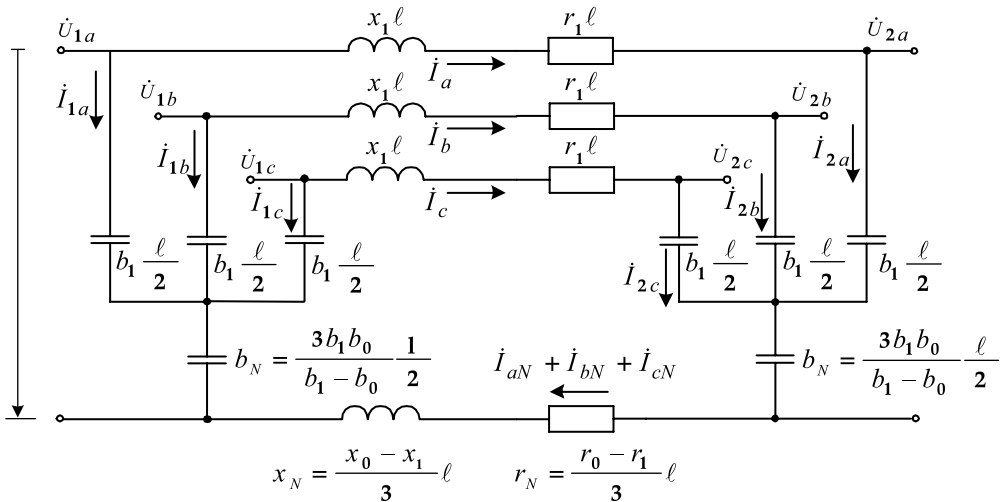


Рис. 1.9

откуда

$$\dot{Y}_N = \frac{3 \dot{Y}_1 \cdot \dot{Y}_0}{\dot{Y}_1 - \dot{Y}_0}. \quad (1.20)$$

При расчете режимов в трехфазных схемах электропередачи с учетом полного электромагнитного взаимодействия фаз на основании рис. 1.7, 1.8 может быть построена схема замещения рис. 1.9.

Такая схема замещения остается достаточно точной для линий длиной  $\ell \leq 300$  км на частоте 50 Гц, т. е. до тех пор, пока параметры схемы замещения возможно находить как произведение погонных параметров линии на ее длину. На основании таких трехфазных схем замещения участка в ряде случаев строится цепочечная схема замещения линии, состоящая из последовательного соединения схем вида рис. 1.9. Необходимость в создании цепочечной схемы возникает при расчетах многочастотных переходных процессов (см. главу 2) и в случае выделения промежуточных узлов на линии.

### § 1.3. Уравнения и схема замещения длинной линии

Уравнения и схемы замещения линии электропередачи, полученные в предыдущих параграфах, можно использовать для расчетов участка линии малой длины. Для линии произвольной длины напряжения и токи могут существенно зависеть от положения точки  $x$ , где они определяются. Эта зависимость дается системой дифференциальных уравнений, называемых телеграфными:

$$\begin{aligned} -\frac{d\dot{U}}{dx} &= \dot{z} \cdot \dot{I}, \\ -\frac{d\dot{I}}{dx} &= \dot{y} \cdot \dot{U}, \end{aligned} \quad (1.21)$$

где  $\dot{U}$ ,  $\dot{I}$  — напряжение и ток, а  $\dot{z}$ ,  $\dot{y}$  — погонные параметры любой из последовательностей 1–2–0. Дифференцируя первое уравнение (1.21) по  $x$  и подставляя его во второе, получим:

$$\frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} = \dot{\gamma}^2 \cdot \dot{U}, \quad (1.22)$$

где  $\dot{\gamma} = \sqrt{\dot{z} \cdot \dot{y}}$  — постоянная распространения.

Решение (1.22) известно в виде

$$\dot{U} = \dot{A} \cdot e^{-\dot{\gamma} \cdot x} + \dot{B} \cdot e^{\dot{\gamma} \cdot x}, \quad (1.23)$$

где  $\dot{A}$  и  $\dot{B}$  определяются по заданным граничным условиям.

Подставляя (1.23) в первое уравнение (1.21), получаем решение для тока:

$$\dot{Z}_B \cdot \dot{I} = \dot{A} \cdot e^{-\dot{\gamma} \cdot x} - \dot{B} \cdot e^{\dot{\gamma} \cdot x}, \quad (1.24)$$

где  $\dot{Z}_B = \dot{z} / \dot{\gamma} = \sqrt{\dot{z} / \dot{y}}$  — волновое сопротивление. Как видно из (1.23) и (1.24), постоянные  $\dot{A}$  и  $\dot{B}$  можно найти заданием пары значений напряжений или токов, или их комбинации в некоторых точках линии. Наиболее часто постоянные определяются из (1.23) и (1.24) по данным конца линии, то

есть  $\dot{U}(x=\ell) = \dot{U}_K$ ,  $\dot{I}(x=\ell) = \dot{I}_K$ . Подставив полученные  $\dot{A}$  и  $\dot{B}$  в уравнения (1.23) и (1.24) и полагая  $x=0$ , приходим к уравнениям, связывающим напряжения и токи в начале  $\dot{U}_H$ ,  $\dot{I}_H$  и конце  $\dot{U}_K$ ,  $\dot{I}_K$  длинной линии:

$$\begin{aligned}\dot{U}_H &= \dot{U}_K \cdot \text{ch}(\dot{\gamma} \cdot \ell) + \dot{I}_K \cdot \dot{Z}_B \cdot \text{sh}(\dot{\gamma} \cdot \ell), \\ \dot{I}_H &= \dot{I}_K \cdot \text{ch}(\dot{\gamma} \cdot \ell) + \frac{\dot{U}_K}{\dot{Z}_B} \cdot \text{sh}(\dot{\gamma} \cdot \ell).\end{aligned}\quad (1.25)$$

Введем обозначения:

$$\dot{A} = \dot{D} = \text{ch}(\dot{\gamma} \cdot \ell), \quad \dot{B} = \dot{Z}_B \cdot \text{sh}(\dot{\gamma} \cdot \ell), \quad \dot{C} = \frac{1}{\dot{Z}_B} \cdot \text{sh}(\dot{\gamma} \cdot \ell).\quad (1.26)$$

Тогда уравнения длинной линии можно записать:

$$\begin{aligned}\dot{U}_H &= \dot{A} \cdot \dot{U}_K + \dot{B} \cdot \dot{I}_K, \\ \dot{I}_H &= \dot{C} \cdot \dot{U}_K + \dot{D} \cdot \dot{I}_K.\end{aligned}\quad (1.27)$$

Уравнения (1.27) представляют собой уравнения четырехполюсника и, следовательно, длинная линия может быть представлена в виде эквивалентных П и Т-схем замещения (рис. 1.10, 1.11).

Найдем параметры П-схемы замещения.

Из опыта короткого замыкания ( $\dot{U}_K = 0$ ) следует  $\dot{U}_H = \dot{Z}_B \cdot \dot{I}_K$ , а из первого уравнения (1.25) —  $\dot{U}_H = \dot{I}_K \cdot \dot{Z}_B \cdot \text{sh}(\dot{\gamma} \cdot \ell)$ , откуда

$$\dot{Z}_\Pi = \dot{Z}_B \cdot \text{sh}(\dot{\gamma} \cdot \ell).\quad (1.28)$$

Для режима холостого хода ( $\dot{I}_K = 0$ ) из схемы замещения следует, что  $\dot{U}_H = \dot{U}_K \cdot \dot{Y}_\Pi \cdot \dot{Z}_\Pi + \dot{U}_K$ , а из (1.25) —  $\dot{U}_H = \dot{U}_K \cdot \text{ch}(\dot{\gamma} \cdot \ell)$ , откуда

$$\dot{Z}_\Pi \cdot \dot{Y}_\Pi + 1 = \text{ch}(\dot{\gamma} \cdot \ell).$$

После преобразования получим:

$$\dot{Y}_\Pi = \frac{1}{\dot{Z}_B} \cdot \text{th}\left(\frac{\dot{\gamma} \cdot \ell}{2}\right).\quad (1.29)$$

Аналогично для Т-схемы замещения можно получить:

$$\dot{Z}_T = \dot{Z}_B \cdot \text{th}\left(\frac{\dot{\gamma} \cdot \ell}{2}\right), \quad \dot{Y}_T = \frac{1}{\dot{Z}_B} \cdot \text{sh}(\dot{\gamma} \cdot \ell).\quad (1.30)$$

**а) Случай «короткой» линии.** Для относительно коротких линий, когда можно приближенно считать  $\text{sh}(\dot{\gamma} \cdot \ell) \approx \dot{\gamma} \cdot \ell$ , формулы для определения параметров П-схемы замещения (1.28), (1.29) упрощаются:

$$\dot{Z}_\Pi \approx \sqrt{\frac{\dot{z}}{\dot{y}}} \cdot \sqrt{\dot{z} \cdot \dot{y}} \cdot \ell = \dot{z} \cdot \ell, \quad \dot{Y}_\Pi \approx \sqrt{\frac{\dot{y}}{\dot{z}}} \cdot \sqrt{\dot{z} \cdot \dot{y}} \cdot \frac{\ell}{2} = \frac{\dot{y} \cdot \ell}{2},\quad (1.31)$$

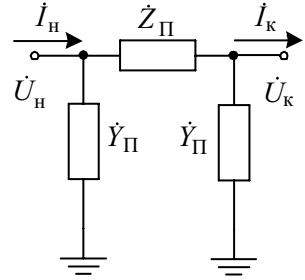


Рис. 1.10

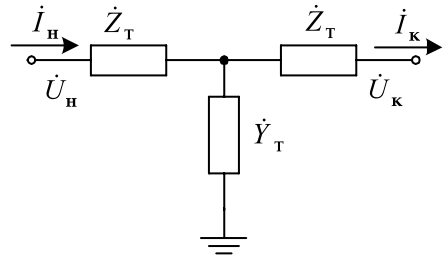


Рис. 1.11

то есть определяются произведением погонных параметров на длину линии. Определим приближенно длину ВЛ, для которой справедливо (1.31). Рассмотрим многократно транспонированную ВЛ без потерь. Постоянную рас пространения прямой последовательности найдем с помощью (1.18):

$$\dot{\gamma} \cdot \ell = \ell \cdot \sqrt{\dot{z} \cdot \dot{y}} = \ell \cdot \sqrt{\frac{j\omega \cdot \mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \frac{d_{cp}}{r_3} \cdot j\omega \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\ln \frac{d_{cp}}{r_3}}} = j\omega \cdot \ell \cdot \sqrt{\mu_0 \cdot \varepsilon_0} = j\omega \cdot \frac{\ell}{v_c}, \quad (1.32)$$

где  $v_c$  — скорость света.

Таким образом, линии в диапазоне длин  $0 \leq \ell \leq 300$  км можно считать «короткими», т. к. выполняется соотношение

$$0,984 \leq |\operatorname{sh}(\dot{\gamma} \cdot \ell) / (\dot{\gamma} \cdot \ell)| \leq 1.$$

б) **Случай «длинной» линии.** Здесь часто можно пренебречь активными сопротивлениями и проводимостями, учитывая, что длинные линии — это линии высших классов напряжений с большим числом проводов в фазе. Используя формулу (1.32), получим:

$$\dot{\gamma} \cdot \ell = \frac{j\omega \cdot \ell}{v_c} = j \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot \ell}{v_c} \cong j1,047 \cdot 10^{-3} \cdot \ell = j\lambda,$$

где  $\lambda = 1,047 \cdot 10^{-3} \cdot \ell$ , 1/км (или  $\lambda = 0,06 \frac{\circ}{\text{км}} \cdot \ell$ , град). Учитывая соотношения между тригонометрическими и гиперболическими функциями мнимого аргумента, уравнения длинной линии запишем в виде:

$$\dot{U}_H = \dot{U}_K \cdot \cos \lambda + jZ_B \cdot \dot{I}_K \cdot \sin \lambda,$$

$$\dot{I}_H = \dot{I}_K \cdot \cos \lambda + j \frac{\dot{U}_K}{Z_B} \cdot \sin \lambda, \quad (1.32^*)$$

то есть коэффициенты четырехполюсника становятся равными:

$$\dot{A} = \dot{D} = \cos \lambda, \quad \dot{B} = jZ_B \cdot \sin \lambda, \quad \dot{C} = j \frac{1}{Z_B} \cdot \sin \lambda. \quad (1.33)$$

Для расчетов установившихся несимметричных режимов уравнения вида (1.32\*) записываются для прямой, обратной и нулевой последовательностей. Пара уравнений (1.32\*) для нулевой последовательности имеет отличные от прямой последовательности значения волновой длины  $\lambda_0$  и волнового сопротивления  $Z_{B_0}$ , т. к. погонные параметры  $y_0$  и  $z_0$  отличаются от соответствующих параметров прямой последовательности  $y_1$  и  $z_1$  [см. (1.18)].

#### § 1.4. Алгоритм программы расчета параметров и режима трехфазной линии с учетом пофазной несимметрии

Оптимизация конструкций воздушных линий электропередачи в последние годы привела к появлению ВЛ со сближенным или нетрадиционным расположением проводников в пространстве. Одной из целей оптимизации является получение минимально возможного погонного индуктивного

сопротивления за счет сближения фаз (см. часть 3, глава 9). Переход к сближенным или нетрадиционным конструкциям фаз может приводить к увеличению несимметрии по фазам и составляющим. Расчет параметров режимов таких ВЛ усложняется и становится возможным практически только при помощи компьютерных программ. В то же время такая программа становится полезной для уточнения расчета режимов неидеально транспонированной традиционной ВЛ, в т. ч. при необходимости учета влияния тросов и расчетов токов и напряжений на них.

Рассмотрим идею построения алгоритма расчета режима электрической сети с такими линиями. Как и в случае традиционной трехфазной линии с расщепленными проводами, сначала целесообразно произвести эквивалентирование многопроводной конструкции к трехфазной трехпроводной. Откажемся от допущения о равномерности распределения зарядов и токов, что было принято ранее для составляющих традиционной ВЛ, и проведем эквивалентирование только в предположении о равенстве продольных падений напряжений и потенциалов относительно земли всех составляющих каждой фазы.

Представим в развернутом виде матричное уравнение, связывающее продольные падения напряжения с токами для всех проводов многопроводной системы:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{U}_{a1} \\ \Delta \dot{U}_{a2} \\ \vdots \\ \Delta \dot{U}_{b1} \\ \Delta \dot{U}_{b2} \\ \vdots \\ \Delta \dot{U}_{c1} \\ \Delta \dot{U}_{c2} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{z}^{aa} & \dot{z}^{ab} & \dot{z}^{ac} \\ \dot{z}^{ba} & \dot{z}^{bb} & \dot{z}^{bc} \\ \dot{z}^{ca} & \dot{z}^{cb} & \dot{z}^{cc} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{I}_{a1} \\ \dot{I}_{a2} \\ \vdots \\ \dot{I}_{b1} \\ \dot{I}_{b2} \\ \vdots \\ \dot{I}_{c1} \\ \dot{I}_{c2} \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad (1.34)$$

где  $\Delta \dot{U}_{ai}$ ,  $\dot{I}_{ai}$  — продольное падение напряжения и ток  $i$ -го проводника фазы  $a$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ );  $\dot{z}^{aa}$ ,  $\dot{z}^{ab}$  и т. д. — клеточные матрицы размера  $n \times n$  (при одинаковом числе проводов в каждой из фаз). При заданных геометрических расстояниях между всеми проводниками эти матрицы заполняются комплексными числами  $\dot{z}_{ij}$ ,  $\dot{z}_{ji}$ , вычисленными по формулам (1.1) и (1.2) с учетом длины участка.

Найдем собственное сопротивление фазы  $a$  —  $\dot{z}_{aa}$ . Для этого положим токи во всех составляющих фаз  $b$  и  $c$  равными нулю ( $\dot{I}_{b1} = \dot{I}_{b2} = \dots = \dot{I}_{c1} = \dot{I}_{c2} = \dots = 0$ ). Тогда с учетом нашего допущения о равенстве



падений напряжений на составляющих (для простоты, положим  $\Delta\dot{U}_{a1} = \Delta\dot{U}_{a2} = \dots = 1$ ) получим:

$$\mathbf{1} = \dot{\mathbf{z}}^{aa} \cdot \dot{\mathbf{I}}_a, \quad \text{где } \mathbf{1} \text{ — единичный столбец; } \dot{\mathbf{I}}_a \text{ — столбец токов в фазе } a \text{ или}$$

$$\dot{\mathbf{I}}_a = \left( \dot{\mathbf{z}}^{aa} \right)^{-1} \cdot \mathbf{1}. \quad (1.35)$$

Учитывая, что полный ток фазы **a** равен  $\dot{I}_a = \sum_{i=1}^n \dot{I}_{ai}$ , напряжение на ней —  $\Delta\dot{U}_a = 1$ , получим с помощью (1.35):

$$\dot{z}_{aa} = \frac{1}{\dot{I}_a} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left( \dot{z}_{ij}^{aa} \right)^{-1}}, \quad (1.36)$$

то есть собственное активно-индуктивное сопротивление фазы равно обратной величине суммы всех элементов  $\left( \dot{z}_{ij}^{aa} \right)^{-1}$  обратной матрицы  $\left( \dot{\mathbf{z}}^{aa} \right)^{-1}$ . Аналогично определяются другие собственные индуктивные сопротивления  $\dot{z}_{bb}$  и  $\dot{z}_{cc}$ , а также взаимные. Например, для вычисления взаимного индуктивного сопротивления  $\dot{z}_{ab}$  между фазами **a** и **b** имеем выражение

$$\dot{z}_{ab} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=n+1}^{2-n} \left( \dot{z}_{ij}^{ab} \right)^{-1}}. \quad (1.37)$$

Погонные емкостные проводимости эквивалентных фаз находятся с помощью известного выражения

$$\dot{\mathbf{y}} = j\omega \times \begin{bmatrix} \alpha_{aa} & \alpha_{ab} & \alpha_{ac} \\ \alpha_{ba} & \alpha_{bb} & \alpha_{bc} \\ \alpha_{ca} & \alpha_{cb} & \alpha_{cc} \end{bmatrix}^{-1},$$

где потенциальные коэффициенты эквивалентных фаз  $\alpha_{aa}, \alpha_{ab}, \dots$ , определяются с помощью изложенной выше методики. Исходными данными в этом случае являются потенциальные коэффициенты многопроводной системы, вычисляемые с помощью формул (1.8\*) и (1.8\*\*), объединяемые в блочные матрицы:  $\mathbf{a}^{aa}, \mathbf{a}^{ab}$  и т. д., которые, в свою очередь, используются в матричном уравнении Максвелла, связывающем потенциалы проводов и их заряды:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{a1} \\ \dot{U}_{a2} \\ \vdots \\ \dot{U}_{b1} \\ \dot{U}_{b2} \\ \vdots \\ \dot{U}_{c1} \\ \dot{U}_{c2} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha^{aa} & \alpha^{ab} & \alpha^{ac} \\ \alpha^{ba} & \alpha^{bb} & \alpha^{bc} \\ \alpha^{ca} & \alpha^{cb} & \alpha^{cc} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} q_{a1} \\ q_{a2} \\ \vdots \\ q_{b1} \\ q_{b2} \\ \vdots \\ q_{c1} \\ q_{c2} \\ \vdots \end{bmatrix}.$$

Допуская равенство потенциалов на составляющих любой фазы и учитывая, что заряд фазы равен сумме зарядов на ее составляющих, получим формулы, аналогичные (1.36), (1.37):

$$\dot{y}_{aa} = \frac{j\omega}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\alpha_{ij}^{aa})^{-1}}, \quad \dot{y}_{ab} = \frac{j\omega}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=n+1}^{2n} (\alpha_{ij}^{ab})^{-1}}.$$

В конечном счете, получаем матрицы эквивалентных погонных параметров в системе фазных координат:

$$\dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \dot{z}_{aa} & \dot{z}_{ab} & \dot{z}_{ac} \\ \dot{z}_{ba} & \dot{z}_{bb} & \dot{z}_{bc} \\ \dot{z}_{ca} & \dot{z}_{cb} & \dot{z}_{cc} \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \dot{y}_{aa} & \dot{y}_{ab} & \dot{y}_{ac} \\ \dot{y}_{ba} & \dot{y}_{bb} & \dot{y}_{bc} \\ \dot{y}_{ca} & \dot{y}_{cb} & \dot{y}_{cc} \end{bmatrix}. \quad (1.38)$$

Полученные матрицы  $\dot{\mathbf{z}}$  и  $\dot{\mathbf{y}}$  являются параметрами матричных телеграфных уравнений:

$$\begin{aligned} -\frac{d\dot{\mathbf{U}}}{dx} &= \dot{\mathbf{z}} \cdot \dot{\mathbf{I}}, \\ -\frac{d\dot{\mathbf{I}}}{dx} &= \dot{\mathbf{y}} \cdot \dot{\mathbf{U}}, \end{aligned} \quad (1.39)$$

где  $\dot{\mathbf{U}}$ ,  $\dot{\mathbf{I}}$  — векторы фазных напряжений и токов.

Опуская решение системы (1.39), во многом аналогичное рассмотренному ранее решению системы (1.21), приведем матричные уравнения длинной линии в окончательном виде:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{U}}_n &= \dot{\mathbf{A}} \cdot \dot{\mathbf{U}}_k + \dot{\mathbf{B}} \cdot \dot{\mathbf{I}}_k, \\ \dot{\mathbf{I}}_n &= \dot{\mathbf{C}} \cdot \dot{\mathbf{U}}_k + \dot{\mathbf{D}} \cdot \dot{\mathbf{I}}_k, \end{aligned} \quad (1.40)$$

где индексы «н» и «к» отмечают напряжения и токи в начале и конце линии. Матричные постоянные многополюсника определяются формулами

$$\dot{\mathbf{A}} = \text{ch}(\dot{\mathbf{\Gamma}} \cdot \ell), \quad \dot{\mathbf{B}} = \text{sh}(\dot{\mathbf{\Gamma}} \cdot \ell) \cdot \dot{\mathbf{Z}}_b, \quad \dot{\mathbf{C}} = \dot{\mathbf{Z}}_b^{-1} \cdot \text{sh}(\dot{\mathbf{\Gamma}} \cdot \ell), \quad \dot{\mathbf{D}} = \dot{\mathbf{Z}}_b^{-1} \cdot \text{ch}(\dot{\mathbf{\Gamma}} \cdot \ell) \cdot \dot{\mathbf{Z}}_b.$$

Матрица постоянных распространения  $\dot{\mathbf{\Gamma}} = \sqrt{\dot{\mathbf{z}} \cdot \dot{\mathbf{y}}}$ , матрица волновых сопротивлений  $\dot{\mathbf{Z}}_b = \dot{\mathbf{\Gamma}}^{-1} \cdot \dot{\mathbf{z}}$ , а также все постоянные многополюсника являются функциями от матриц. Одним из путей нахождения этих функций является получение решение (1.40) для линии  $\ell_n = \ell/n$  небольшой длины, когда допустимо представление гиперболических функций в виде ограниченного числа членов разложения в ряд Тейлора. Например, для участка линии длиной  $\ell_n$  матричные коэффициенты, при учете двух членов разложения в ряд, равны:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{A}}_n &= \mathbf{E} + \frac{1}{2} \cdot \dot{\mathbf{z}} \cdot \dot{\mathbf{y}} \cdot \ell_n^2, & \dot{\mathbf{B}}_n &= \dot{\mathbf{z}} \cdot \ell_n + \frac{1}{6} \cdot \dot{\mathbf{z}}^2 \cdot \dot{\mathbf{y}} \cdot \ell_n^3, \\ \dot{\mathbf{C}}_n &= \dot{\mathbf{y}} \cdot \ell_n + \frac{1}{6} \cdot \dot{\mathbf{z}} \cdot \dot{\mathbf{y}}^2 \cdot \ell_n^3, & \dot{\mathbf{D}}_n &= \mathbf{E} + \frac{1}{2} \cdot \dot{\mathbf{y}} \cdot \dot{\mathbf{z}} \cdot \ell_n^2. \end{aligned}$$

Таким образом, видно, что их вычисление свелось только к перемножению матриц  $\dot{\mathbf{z}}$  и  $\dot{\mathbf{y}}$ . Для определения параметров линии заданной длины  $\ell$  необходимо возвести в степень  $n$  полученную матрицу:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{A}} & \dot{\mathbf{B}} \\ \dot{\mathbf{C}} & \dot{\mathbf{D}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{A}}_n & \dot{\mathbf{B}}_n \\ \dot{\mathbf{C}}_n & \dot{\mathbf{D}}_n \end{bmatrix}^n. \quad (1.41)$$

Для учета других элементов электрической системы их уравнения необходимо решить совместно с (1.40). Например, для трехфазной схемы (рис. 1.12) к (1.40) надо добавить следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{E}}_1 &= \dot{\mathbf{Z}}_1 \cdot \dot{\mathbf{I}}_H + \dot{\mathbf{U}}_H, \\ \dot{\mathbf{U}}_K &= \dot{\mathbf{Z}}_2 \cdot \dot{\mathbf{I}}_K + \dot{\mathbf{E}}_2. \end{aligned}$$

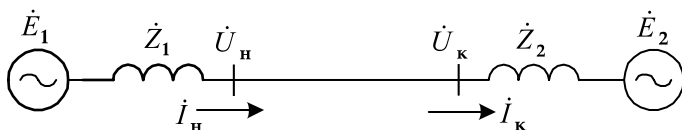


Рис. 1.12

Расчет неполно-  
фазных режимов, коротких замыканий, задание транспозиции и др. осуществляется добавлением к (1.40) необходимых

граничных условий. Для анализа режимов многофазных воздушных линий, которые возможно проводить без учета потерь, коэффициенты в (1.40) могут быть существенно упрощены:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{U}}_H &= \dot{\mathbf{U}}_K \cdot \cos \lambda + j \dot{\mathbf{Z}}_B \cdot \dot{\mathbf{I}}_K \cdot \sin \lambda, \\ \dot{\mathbf{I}}_H &= \dot{\mathbf{I}}_K \cdot \cos \lambda + j \dot{\mathbf{Y}}_B \cdot \dot{\mathbf{U}}_K \cdot \sin \lambda, \end{aligned} \quad (1.42)$$

где  $\cos \lambda$ ,  $\sin \lambda$  — скаляры,

$$\dot{\mathbf{Z}}_B = \nu_c \cdot \dot{\mathbf{L}}, \quad \dot{\mathbf{Y}}_B = \dot{\mathbf{Z}}_B^{-1}.$$

Здесь  $\dot{\mathbf{L}}$  — матрица собственных и взаимных погонных индуктивностей многофазной ВЛ,  $\dot{\mathbf{Y}}_B$  — матрица волновых проводимостей.

## § 1.5. Схема замещения и параметры трансформаторов

Схема замещения двухобмоточного однофазного трансформатора показана на рис. 1.13. Сопротивление трансформатора  $\dot{\mathbf{Z}}_T = r_T + jx_T$  определяется из опыта короткого замыкания, в котором измеряют напряжение короткого замыкания  $u_K$  %, и потери  $\Delta P_K$ . На основании этих данных рассчитываются параметры схемы замещения

$$r_T = \frac{\Delta P_K \cdot U_{\text{НОМ}}^2}{S_{\text{НОМ}}^2} \cdot 10^{-3} \text{ Ом}; \quad x_T = \frac{u_K \cdot U_{\text{НОМ}}^2}{100 \cdot S_{\text{НОМ}}} \text{ Ом}, \quad (1.43)$$

где  $U_{\text{НОМ}}$ , кВ — номинальное линейное напряжение;  $S_{\text{НОМ}}$ , МВА — номинальная трехфазная мощность;  $\Delta P_K$ , кВт — потери короткого замыкания.

Потери мощности в намагничивающем контуре  $\Delta P_{\text{хх}}$ ,  $\Delta Q_{\text{хх}}$  определяют по результатам опыта холостого хода и обычно учитываются в схеме за-

мещения постоянной мощностью  $\Delta \dot{S}_{xx} = \Delta P_{xx} + j\Delta Q_{xx}$  (рис. 1.13) со стороны зажимов трансформатора, отвечающих обмотке, ближайшей к стержню (обычно это обмотка НН).

Уравнения однофазного трансформатора без учета тока намагничивания

$$\dot{U}_1 = \dot{Z}_T \cdot \dot{I}_1 + \dot{U}'_2, \quad \dot{I}_1 + \dot{I}'_2 = 0, \quad (1.44)$$

где вторая обмотка приведена к числу витков первой.

**Уравнения и схемы замещения трехфазного группового двухобмоточного трансформатора для прямой, обратной и нулевой последовательностей.** Рассмотрим трансформатор со схемой соединения обмоток Y/Δ-11 (рис. 1.14). Система уравнений трехфазного трансформатора на основании (1.44) и рис. 1.14 имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{U}'_A - (\dot{U}_a - \dot{U}_c) &= \dot{Z}_T \cdot \dot{I}'_A, \\ \dot{U}'_B - (\dot{U}_b - \dot{U}_a) &= \dot{Z}_T \cdot \dot{I}'_B, \\ \dot{U}'_C - (\dot{U}_c - \dot{U}_b) &= \dot{Z}_T \cdot \dot{I}'_C. \end{aligned} \quad (1.45)$$

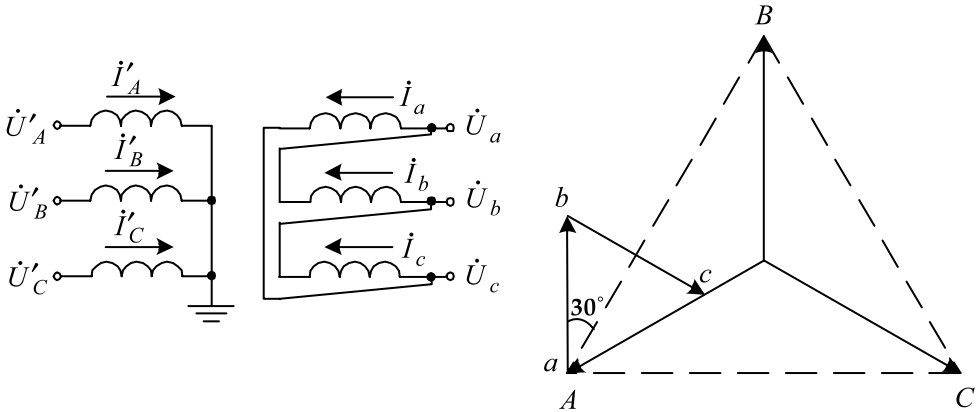


Рис. 1.14

Умножим правую и левую части уравнений (1.45) на матрицу преобразований **H** и перейдем от фазных координат к системе 1–2–0. Получим напряжение прямой последовательности со стороны обмотки, соединенной звездой,

$$\dot{U}'_{1Y} = \frac{1}{3} \cdot (\dot{U}'_A + a \cdot \dot{U}'_B + a^2 \cdot \dot{U}'_C).$$

Напряжение прямой последовательности со стороны обмотки, соединенной треугольником:

$$\dot{U}_{1\Delta} = \frac{1}{3} \cdot ((\dot{U}_a - \dot{U}_c) + a \cdot (\dot{U}_b - \dot{U}_a) + a^2 \cdot (\dot{U}_c - \dot{U}_b))$$

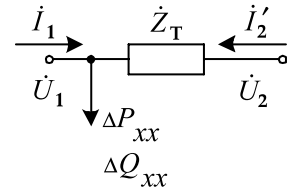


Рис. 1.13

или

$$\dot{U}_{1\Delta} = \frac{1}{3} \cdot \left( (1-a) \cdot \dot{U}_a + (a-a^2) \cdot \dot{U}_b + (a^2-1) \cdot \dot{U}_c \right) = \frac{1}{3} (1-a) \cdot (\dot{U}_a + a\dot{U}_b + a^2\dot{U}_c).$$

Учитывая связь между линейным и фазным напряжением  $U_{\text{л}} = \sqrt{3} \cdot U_{\text{ф}}$ , и что  $1-a = \sqrt{3} \cdot e^{-j\pi/6}$ , получим уравнение напряжений трансформатора прямой последовательности

$$\dot{U}'_{1Y} - \dot{U}_{1\Delta\pi} \cdot e^{-j\pi/6} = \dot{Z}_T \cdot \dot{I}'_1. \quad (1.46)$$

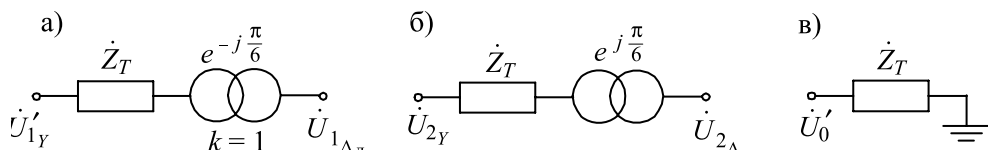


Рис. 1.15

Уравнению (1.46) отвечает схема замещения трансформатора, приведенная на рис. 1.15, а, отличающаяся от схемы однофазного трансформатора наличием идеального фазоповоротного трансформатора. Схема замещения для обратной последовательности отличается знаком угла поворота напряжения (рис. 1.15, б). Уравнение имеет вид

$$\dot{U}'_{2Y} - \dot{U}_{2\Delta} \cdot e^{j\pi/6} = \dot{Z}_T \cdot \dot{I}'_2.$$

Для группы однофазных трансформаторов схема замещения нулевой последовательности имеет вид рис. 1.15, в, так как уравнение напряжений нулевой последовательности

$$\dot{U}'_{0Y} = \dot{Z}_T \cdot \dot{I}'_0.$$

То есть, токи нулевой последовательности замыкаются в обмотке, соединенной в треугольник, и не выходят за его пределы (в линейные провода). Иными словами, для токов и напряжений нулевой последовательности со стороны обмотки, соединенной в звезду с заземленной нейтралью трансформатор работает в режиме короткого замыкания. Заметим, что в случае изолированной нейтрали трансформатор для токов нулевой последовательности представляет собой бесконечно большое сопротивление, т. к. в этом случае вообще исключается циркуляция токов нулевой последовательности в его обмотках. Аналогично, вне зависимости от состояния нейтрали сопротивление токам нулевой последовательности со стороны обмоток, соединенных в треугольник, также бесконечно большое.

Методика получения схем замещения двух и трехобмоточных однофазных и трехфазных трансформаторов и автотрансформаторов приведена в Приложении 2.

## Глава 2. РАСЧЕТ УСТАНОВИВШИХСЯ СИММЕТРИЧНЫХ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

### § 2.1. Расчет режима участка сети

Расчеты режимов электрической сети выполняются с целью определения ее технико-экономических показателей при проектировании и эксплуатации. Требуется определить: загрузку отдельных элементов сети; соответствие пропускной способности сети ожидаемым потокам мощности; уровни напряжений в узлах сети; потери мощности и энергии и эффективность мероприятий по их снижению; сечение проводов, кабелей; мощностей трансформаторов, автотрансформаторов, компенсирующих устройств и т. д.

Электрический режим участка сети характеризуется совокупностью параметров, исходными данным и для расчета которых служат: схема электрических соединений участка сети, отражающая взаимную связь его элементов; потоки мощности (токи) в них; значения напряжений в узлах.

Полная мощность, передаваемая на участке трехфазной сети переменного тока, определяется как  $S = 3 \cdot U_{\phi} \cdot I_{\phi} = \sqrt{3} \cdot U \cdot I_{\phi}$ , где  $U_{\phi}$ ,  $I_{\phi}$  — действующие значения фазных тока и напряжения;  $U$  — действующее значение линейного напряжения. Активная мощность  $P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$ , реактивная мощность  $Q = \sqrt{S^2 - P^2}$ ,  $\cos \varphi$  — коэффициент мощности трехфазной сети.

Расчеты режимов трехфазных сетей обычно выполняется применительно к однофазным моделям, задаваемых фазными сопротивлениями и проводимостями прямой последовательности, линейными напряжениями и токами, потоками мощности и нагрузками в узлах на три фазы. В этом случае мощность на участке трехфазной сети записывается как  $S = U \cdot I$ , где  $I = \sqrt{3} \cdot I_{\phi}$  — линейный ток. Потери мощности при протекании линейного тока через фазные сопротивления отвечают потерям в трех фазах сети:

$$\Delta P = I^2 \cdot r = 3 \cdot I_{\phi}^2 \cdot r, \quad \Delta Q = I^2 \cdot x = 3 \cdot I_{\phi}^2 \cdot x.$$

В комплексной форме записи полная мощность  $\dot{S}$

$$\dot{S} = \dot{U} \cdot \dot{I}^* = U \cdot e^{j\Psi_U} \cdot I \cdot e^{-j\Psi_I} = U \cdot I \cdot e^{j\varphi}, \quad \dot{S} = S \cdot (\cos \varphi + j \sin \varphi) = P + jQ.$$

При этом, если ток носит индуктивный характер ( $\varphi > 0$ ), получаем  $Q > 0$ . Учитывая, что комплексное сопротивление  $\dot{Z} = r + jx$  и для индуктивного сопротивления  $x > 0$ , будем записывать комплексную проводимость  $\dot{Y} = 1/\dot{Z}$  как  $\dot{Y} = g + jb$ . Тогда для индуктивной проводимости получим  $b < 0$ , то есть она имеет знак, обратный знаку реактивной мощности.

Когда напряжение в одном из узлов участка сети и токи в элементах, примыкающих к узлу заданы, расчет электрического режима выполняется прямым методом. Так, в простейшем случае, для участка сети без поперечных элементов ( $\dot{S}_{10} = \dot{S}_{20} = 0$  на схеме рис. 1.16, а), при задании напряжения

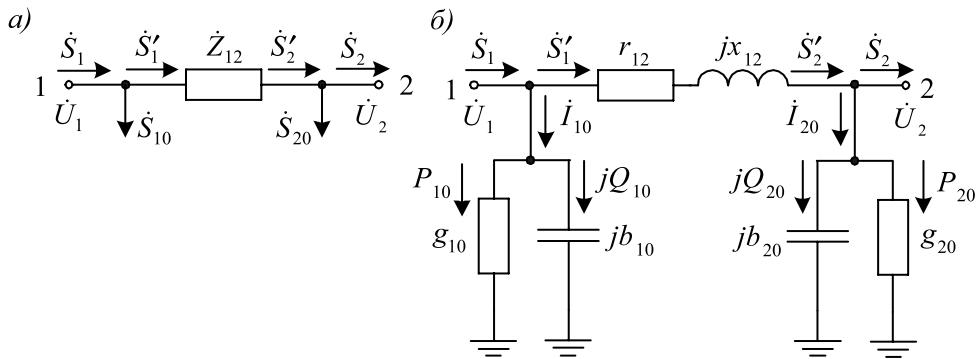


Рис. 1.16

$\dot{U}_2$  и мощности  $\dot{S}_2$  (расчет по «данном конца») падение напряжения  $\Delta \dot{U}_{12}$ , определяемое как  $\Delta \dot{U}_{12} = \dot{U}_1 - \dot{U}_2$ , вычисляется по формуле

$$\Delta \dot{U}_{12} = \dot{Z}_{12} \cdot \dot{I} = \frac{\dot{S}_2^*}{\dot{U}_2} \cdot \dot{Z}_{12}.$$

Совмещая вектор  $\dot{U}_2$  с вещественной осью ( $\dot{U}_2 = U_2^* = U_2$ ), получим:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{U}_{12} &= \frac{P_2 - jQ_2}{U_2} \cdot (r_{12} + jx_{12}), & \Delta \dot{U}_{12} &= \Delta U'_{12} + j\Delta U''_{12}, \\ \Delta U'_{12} &= \frac{P_2 \cdot r_{12} + Q_2 \cdot x_{12}}{U_2}, & \Delta U''_{12} &= \frac{P_2 \cdot x_{12} - Q_2 \cdot r_{12}}{U_2}, \end{aligned} \quad (1.47)$$

где  $\Delta \dot{U}_{12}$  и  $\Delta U''_{12}$  — продольная и поперечная составляющие падения напряжения на участке сети.

Напряжение  $\dot{U}_1$  в начале участка и его модуль  $U_1$  определяются выражениями

$$\dot{U}_1 = U_2 + \Delta U'_{12} + j\Delta U''_{12} = U_1 \cdot e^{j\delta_{12}}, \quad U_1 = \sqrt{(U_2 + \Delta U'_{12})^2 + (\Delta U''_{12})^2}, \quad (1.48)$$

где  $\delta_{12}$  — фазовый сдвиг между векторами  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$  (рис. 1.17, а)

$$\delta_{12} = \arctg \frac{\Delta U''_{12}}{U_2 + \Delta U'_{12}}, \quad (1.49)$$

причем  $\delta_{12} > 0$ , если вектор  $\dot{U}_1$  опережает  $\dot{U}_2$ .

Потеря напряжения на участке сети определяется выражением  $\delta U_{12} = U_1 - U_2$ ; для сетей с номинальным напряжением  $U_{\text{ном}} = 110$  кВ и ниже влияние поперечной слагающей на модуль напряжения невелико, поэтому в расчетной практике принято оценивать падение и потерю напряжения по его продольной составляющей:  $\Delta U_{12} \approx \Delta U'_{12} \approx \delta U_{12}$ .

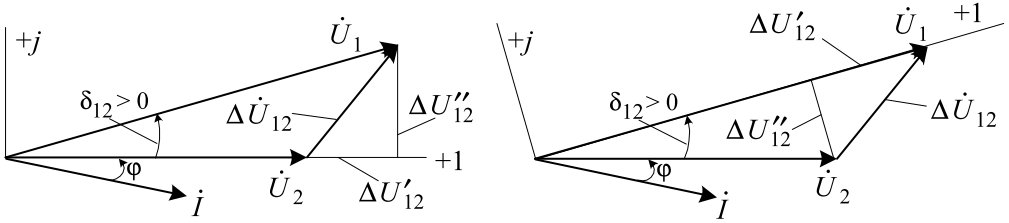


Рис. 1.17

Определим потери мощности на участке сети как

$$\Delta \dot{S}_{12} = \dot{S}_1 - \dot{S}_2 = \Delta \dot{U}_{12} \cdot \dot{I}^* = \dot{I} \cdot \dot{Z}_{12} \cdot \dot{I}^*.$$

Учитывая, что  $\dot{I} = \dot{S}_2^* / U_2^*$  и  $\dot{I} = \dot{S}_2^* / \dot{U}_2^*$ , получим

$$\begin{aligned} \Delta \dot{S}_{12} &= \frac{S_2^2}{U_2^2} \cdot (r_{12} + jx_{12}), & \Delta \dot{S}_{12} &= \Delta P_{12} + j\Delta Q_{12}, \\ \Delta P_{12} &= \frac{P_2^2 + Q_2^2}{U_2^2} \cdot r_{12}, & \Delta Q_{12} &= \frac{P_2^2 + Q_2^2}{U_2^2} \cdot x_{12}. \end{aligned} \quad (1.50)$$

При расчете режима простейшего участка сети «по данным начала», то есть по напряжению  $\dot{U}_1$  и мощности  $\dot{S}_1$ , совмещая вектор  $\dot{U}_1$  с вещественной осью (рис. 1.17, б), получим:

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= U_1 - \Delta U'_{12} - j\Delta U''_{12} = U_{12} \cdot e^{-j\delta_{12}}, \\ \Delta U'_{12} &= \frac{\Delta P_1 \cdot r_{12} + Q_1 \cdot x_{12}}{U_1}, & \Delta U''_{12} &= \frac{P_1 \cdot x_{12} - Q_1 \cdot r_{12}}{U_1}, \\ U_2 &= \sqrt{(U_1 - \Delta U'_{12})^2 + (\Delta U''_{12})^2}, & \delta_{12} &= \arctg \frac{\Delta U''_{12}}{U_1 - \Delta U'_{12}}, \\ \Delta P_{12} &= \frac{P_1^2 + Q_1^2}{U_1^2} \cdot r_{12}, & \Delta Q_{12} &= \frac{P_1^2 + Q_1^2}{U_1^2} \cdot x_{12}. \end{aligned}$$

В случае, когда схема участка сети (см. рис. 1.16, а) содержит не только продольные, но и поперечные элементы ( $\dot{S}_{10} \neq 0$ ,  $\dot{S}_{20} \neq 0$ ), расчет режима осуществляется с учетом баланса мощностей в узлах. Рассмотрим расчет «по данным конца» при наличии в узлах **1** и **2** активных и емкостных проводимостей (рис. 1.16, б). Мощность  $\dot{S}_{20}$  в ветви с проводимостью  $\dot{Y}_{20} = g_{20} + jb_{20}$  при протекании в ней тока  $\dot{I}_{20}$  определяется выражениями  $\dot{S}_{20} = \dot{U}_2 \cdot \dot{I}_{20}^* = \dot{U}_2 \cdot U_2^* \cdot \dot{Y}_{20}^* = U_2^2 \cdot \dot{Y}_{20}^*$ ,  $\dot{S}_{20} = P_{20} + jQ_{20} = U_2^2 \cdot g_{20} - jU_2^2 \cdot b_{20}$ , где  $b_{20} > 0$  (для емкостной проводимости) и  $Q_{20} < 0$  при заданном направлении потока мощности.



Из баланса мощностей в узле **2** получим

$$\dot{S}'_2 = \dot{S}_2 + \dot{S}_{20} = P_2 + P_{20} + j(Q_2 + Q_{20}) = P'_2 + jQ'_2,$$

тогда

$$\dot{U}_1 = U_2 + \frac{P'_2 \cdot r_{12} + Q'_2 \cdot x_{12}}{U_2} + j \frac{P'_2 \cdot x_{12} - Q'_2 \cdot r_{12}}{U_2} = U_1 \cdot e^{j\delta_{12}}.$$

Аналогично, для узла **1**

$$\dot{S}_{10} = P_{10} + jQ_{10} = U_1^2 \cdot g_{10} - jU_1^2 \cdot b_{10}.$$

Потери мощности в сопротивлении  $\dot{Z}_{12}$

$$\Delta \dot{S}_{12} = \frac{(P'_2)^2 + (Q'_2)^2}{U_2^2} \cdot (r_{12} + jx_{12}) = \Delta P_{12} + j\Delta Q_{12}.$$

Мощность  $\dot{S}_1$  в начале участка с учетом баланса мощностей в узле

$$\dot{S}_1 = \dot{S}'_2 + \Delta \dot{S}_{12} + \dot{S}_{10} = \dot{S}'_1 + \dot{S}_{10}.$$

**Пример 1.** Для ВЛ 110 кВ задано напряжение и мощность на приемном конце  $U_2 = 110$  кВ,  $S_2 = 40 + j20$  МВА (рис. 1.16, а). Параметры линии:  $\dot{Z}_{12} = 4,8 + j16,2$  Ом (зарядную мощность не учитываем:  $\dot{S}_{10} = \dot{S}_{20} = 0$ ). Определить напряжение в начале линии  $U_1$ , фазовый сдвиг  $\delta_{12}$ , потери мощности  $\Delta \dot{S}$  и напряжения  $\delta U_{12}$ .

Напряжение  $U_1$  в начале линии и фазовый сдвиг  $\delta_{12}$  между напряжениями по концам линии найдем с помощью формул (1.47, 1.49):

$$\Delta U'_{12} = \frac{P_2 \cdot r_{12} + Q_2 \cdot x_{12}}{U_2} = \frac{40 \cdot 4,8 + 20 \cdot 16,2}{110} = 4,7 \text{ кВ}$$

$$\Delta U''_{12} = \frac{P_2 \cdot x_{12} - Q_2 \cdot r_{12}}{U_2} = \frac{40 \cdot 16,2 - 20 \cdot 4,8}{110} = 5,0 \text{ кВ}$$

$$U_1 = \sqrt{(U_2 + \Delta U'_{12})^2 + (\Delta U''_{12})^2} = \sqrt{(110 + 4,7)^2 + 5^2} = 114,8 \text{ кВ}$$

$$\delta_{12} = \arctg \frac{\Delta U''_{12}}{U_2 + \Delta U'_{12}} = \arctg \frac{5}{110 + 4,7} = 2,5^\circ.$$

Потеря напряжения  $\delta U_{12} = U_1 - U_2 = 114,8 - 110 = 4,8$  кВ, т. е. практически совпадает с продольной составляющей напряжения  $\Delta U'_{12} = 4,7$  кВ.

Потери активной  $\Delta P_{12}$  и реактивной  $\Delta Q_{12}$  мощностей в линии определяем с помощью (1.50):

$$\Delta P_{12} = \frac{P_2^2 + Q_2^2}{U_2^2} \cdot r_{12} = \frac{40^2 + 20^2}{110^2} \cdot 4,8 = 0,8 \text{ МВт}$$

$$\Delta Q_{12} = \frac{P_2^2 + Q_2^2}{U_2^2} \cdot x_{12} = \frac{40^2 + 20^2}{110^2} \cdot 16,2 = 2,7 \text{ Мвар.}$$

Мощность в начале линии:

$$\dot{S}_1 = \dot{S}_2 + \Delta \dot{S}_{12} = \dot{S}_2 + (\Delta P_{12} + j\Delta Q_{12}) = 40 + j20 + 0,8 + j2,7 = (40,8 + j22,7) \text{ МВА.}$$

**Пример 2.** Определить параметры режима на участке сети с ВЛ 110 кВ при заданном напряжении в начале линии  $U_1 = 121 \text{ кВ}$  и мощности в ее конце  $\dot{S}_2 = 50 + j25 \text{ МВА}$ . Параметры линии:  $\dot{Z}_{12} = 5 + j20 \text{ Ом}$ ,  $\dot{S}_{10} = \dot{S}_{20} = 0$  (рис. 1.16, а).

Пренебрежем поперечной составляющей  $\Delta U_{12}''$  падения напряжения в линии. Тогда неизвестное напряжение  $U_2$  найдется из решения квадратного уравнения. Действительно,

$$U_1 = U_2 + \frac{P_2 \cdot r_{12} + Q_2 \cdot x_{12}}{U_2}$$

или

$$U_2^2 - U_1 U_2 + P_2 r_{12} + Q_2 x_{12} = 0$$

$$\text{откуда } U_2 = \frac{U_1}{2} \pm \sqrt{\frac{U_1^4}{4} - P_2 r_{12} - Q_2 x_{12}} = \frac{121}{2} \pm \sqrt{\frac{121^2}{4} - 50 \cdot 5 - 25 \cdot 20} = 60,5 \pm 54 \text{ кВ.}$$

Из двух возможных решений выбираем то, которое отвечает наибольшему напряжению. Получим:  $U_2 = 114,5 \text{ кВ}$

Определим теперь потери мощности  $\Delta \dot{S}_{12}$  и мощность в начале участка  $\dot{S}_1$ :

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 = \dot{S}_2 + \Delta \dot{S}_{12} &= P_2 + jQ_2 + \frac{P_2^2 + Q_2^2}{U_2^2} \cdot (r_{12} + jx_{12}) = 50 + j25 + \frac{50^2 + 25^2}{114,5^2} \cdot (5 + j20) = \\ &= 50 + j25 + 1,2 + j4,8 = 51,2 + j29,8 \text{ МВА.} \end{aligned}$$

**Пример 3.** Определить параметры режима на участке сети с ВЛ 220 кВ при заданных напряжениях по концам ВЛ  $U_1 = 242 \text{ кВ}$ ,  $U_2 = 230 \text{ кВ}$  и активной мощности на приемном конце  $P_2 = 150 \text{ МВт}$ . Параметры линии  $\dot{Z}_{12} = 18,4 + j85,8 \text{ Ом}$ ,  $\dot{Y}_{10} = \dot{Y}_{20} = jb_{10} = jb_{20} = j2,64 \cdot 10^{-4} \text{ См}$ . Воспользоваться схемой замещения ВЛ по рис. 1.16, б.

Определим в начале зарядную мощность линии:

$$\dot{S}_{10} = jQ_{10} = U_1^2 \dot{Y}_{10} = -jU_1^2 b_{10} = -j242^2 \cdot 2,64 \cdot 10^{-4} = -j15,5 \text{ МВА}$$

$$\dot{S}_{20} = jQ_{20} = U_2^2 \dot{Y}_{20} = -jU_2^2 b_{20} = -j230^2 \cdot 2,64 \cdot 10^{-4} = -j14 \text{ МВА.}$$

Найдем далее мощность  $Q'_2$  (рис. 1.16, б). Для чего напишем выражение для напряжения  $U_1$  в начале участка:

$$U_1 = \sqrt{\left( U_2 + \frac{P_2 r_{12} + Q'_2 x_{12}}{U_2} \right)^2 + \left( \frac{P_2 x_{12} - Q'_2 r_{12}}{U_2} \right)^2}$$

Возведем обе части уравнения в квадрат и получим квадратное уравнение относительно мощности  $Q'_2$ :

$$A(Q'_2)^2 + B(Q'_2) + C = 0,$$

$$\text{где } A = r_{12}^2 + x_{12}^2, B = 2U_2^2 x_{12}, C = 2U_2^2 P_2 r_{12} + P_2^2 (r_{12}^2 + x_{12}^2) + U_2^2 (U_2^2 - U_1^2).$$

Выбираем из двух решений этого уравнения технически реализуемое, получим:

$$Q'_2 = -18 \text{ Мвар.}$$

Мощность в конце участка  $\dot{S}_2$ :

$$\dot{S}_2 = P_2 + jQ_2 = P_2 + jQ'_2 - jQ_{20} = 150 - j18 + j14 = 150 - j4 \text{ МВА.}$$

Потери мощности:

$$\Delta P_{12} + j\Delta Q'_{12} = \frac{P_2^2 + (Q'_2)^2}{U_2^2} \cdot (r_{12} + x_{12}) = \frac{150^2 + 18^2}{230^2} \cdot (18,4 + j85,8) = 7,9 + j37 \text{ МВА.}$$

Мощность в начале участка:

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= P'_1 + jQ'_1 + jQ_{10} = P_2 + jQ'_2 + \Delta P_{12} + j\Delta Q'_{12} + jQ_{10} = \\ &= 150 - j18 + 7,9 + j37 - j15,5 = 158 + j3,5. \end{aligned}$$

## § 2.2. Угловые характеристики мощности

В ряде случаев анализ установившихся режимов участка сети удобно выполнять с помощью угловых характеристик мощности, отражающих зависимости  $P_1(\delta_{12})$ ,  $Q_1(\delta_{12})$ ,  $P_2(\delta_{12})$ ,  $Q_2(\delta_{12})$ . Для их построения совместим вектор  $\dot{U}_2$  с вещественной осью и представим линейный ток в продольном элементе как

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}_1 - \dot{U}_2}{\dot{Z}_{12}} = \frac{U_1 \cdot e^{j\delta_{12}} - U_2}{\dot{Z}_{12}}.$$

Тогда

$$\dot{I}^* = \frac{U_1 \cdot e^{-j\delta_{12}} - U_2}{\dot{Z}_{12}^*},$$

и мощность  $\dot{S}'_1 = \dot{U}_1 \cdot \dot{I}^*$  (рис. 1.16, б) определяется выражением

$$\dot{S}'_1 = U_1 \cdot e^{j\delta_{12}} \cdot \frac{(U_1 \cdot e^{-j\delta_{12}} - U_2)}{\dot{Z}_{12}^*} = \frac{U_1^2}{\dot{Z}_{12}^*} - \frac{U_1 \cdot U_2}{\dot{Z}_{12}^*} \cdot e^{j\delta_{12}}. \quad (1.51)$$

Комплексное сопротивление  $\dot{Z}_{12}$  представим в виде  $\dot{Z}_{12} = Z_{12} \cdot \exp(j \cdot (\pi/2 - \alpha_{12}))$ , соответственно  $\dot{Z}_{12}^* = Z_{12} \cdot \exp(-j \cdot (\pi/2 - \alpha_{12}))$ , где  $\alpha_{12} = \arctg(r_{12}/x_{12})$  — угол потерь.

Подставив выражения для  $\dot{Z}_{12}$  и  $\dot{Z}_{12}^*$  в (1.51), получим:

$$\dot{S}'_1 = \frac{U_1^2}{Z_{12}} \cdot e^{j(\pi/2 - \alpha_{12})} - \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_{12}} \cdot e^{j(\pi/2 + (\delta_{12} - \alpha_{12}))}.$$

Учитывая, что

$$\dot{Y}_{12} = \frac{1}{\dot{Z}_{12}} = \frac{1}{Z_{12}} \cdot e^{-j(\pi/2 - \alpha_{12})} = g_{12} + jb_{12},$$

и, соответственно,

$$\dot{Y}_{12}^* = \frac{1}{\dot{Z}_{12}^*} = \frac{1}{Z_{12}} \cdot e^{j(\pi/2 - \alpha_{12})} = g_{12} - jb_{12},$$

получим

$$\dot{S}'_1 = U_1^2 \cdot (g_{12} - jb_{12}) + \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_{12}} \cdot \sin(\delta_{12} - \alpha_{12}) - j \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_{12}} \cdot \cos(\delta_{12} - \alpha_{12})$$

или

$$P'_1 = U_1^2 \cdot g_{12} + \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_{12}} \cdot \sin(\delta_{12} - \alpha_{12}), \quad Q'_1 = -U_1^2 \cdot b_{12} - \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_{12}} \cdot \cos(\delta_{12} - \alpha_{12}).$$

Мощность  $\dot{S}_1$  в начале участка с учетом проводимости  $\dot{Y}_{10} = g_{10} + jb_{10}$  в узле **1** определяется выражением

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 = & U_1^2 \cdot (g_{10} + g_{12}) + \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_{12}} \cdot \sin(\delta_{12} - \alpha_{12}) - j U_1^2 \cdot (b_{10} + b_{12}) - \\ & - j \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_{12}} \cdot \cos(\delta_{12} - \alpha_{12}). \end{aligned}$$

Вводя понятие собственной проводимости узла —  $\dot{Y}_{11} = g_{10} + g_{12} + j(b_{10} + b_{12}) = g_{11} + jb_{11}$  как суммы проводимостей ветвей, примыкающих к данному узлу, можно записать:

$$P_1 = U_1^2 \cdot g_{11} + \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_{12}} \cdot \sin(\delta_{12} - \alpha_{12}), \quad Q_1 = -U_1^2 \cdot b_{11} - \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_{12}} \cdot \cos(\delta_{12} - \alpha_{12}). \quad (1.52)$$

Аналогично, для конца участка можно получить:

$$P_2 = -U_2^2 \cdot g_{22} - \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_{12}} \cdot \sin(\delta_{21} - \alpha_{21}), \quad Q_2 = U_2^2 \cdot b_{22} + \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_{12}} \cdot \cos(\delta_{21} - \alpha_{21}).$$

Принимая во внимание, что  $\delta_{21} = -\delta_{12}$ ,  $\alpha_{21} = \alpha_{12}$ , окончательно запишем:

$$P_2 = -U_2^2 \cdot g_{22} + \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_{12}} \cdot \sin(\delta_{12} + \alpha_{12}), \quad Q_2 = U_2^2 \cdot b_{22} + \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_{12}} \cdot \cos(\delta_{12} + \alpha_{12}). \quad (1.53)$$

В частном случае, когда схема замещения участка содержит лишь продольное индуктивное сопротивление  $x_{12}$ , выражения (1.52) и (1.53) принимают вид:

$$\begin{aligned} P_1 = P_2 = & \frac{U_1 \cdot U_2}{x_{12}} \cdot \sin \delta_{12}, \quad Q_1 = \frac{U_1^2}{x_{12}} - \frac{U_1 \cdot U_2}{x_{12}} \cdot \cos \delta_{12}, \\ Q_2 = & -\frac{U_2^2}{x_{12}} + \frac{U_1 \cdot U_2}{x_{12}} \cdot \cos \delta_{12}. \end{aligned} \quad (1.54)$$

Соответствующие угловые характеристики приведены на рис. 1.18.

Выражения (1.54) показывают, что передача активной мощности от узла **1** к узлу **2** (см. рис. 1.16) через индуктивное сопротивление  $x_{12}$  возможна лишь при опережающем сдвиге вектора напряжения  $\dot{U}_1$  по отношению к  $\dot{U}_2$ . При заданном значении угла  $\delta_{12}$  изменение модулей напряжений в узлах  $\dot{U}_1$ ,  $\dot{U}_2$  влияет только на величину мощностей  $P_1$  и  $P_2$ , а не на их направление.

Иначе обстоит дело с реактивной мощностью. Действительно, при  $U_1 = U_2 = U$  и  $\delta_{12} > 0$  получим:

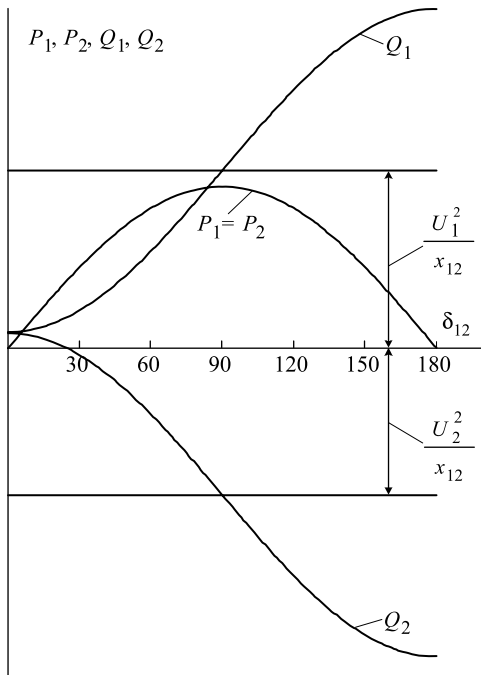


Рис. 1.18

щим случаем; реактивная мощность от узла 2 ( $Q_2 > 0$ ) в этом режиме передается во внешнюю сеть (рис. 1.20). И, наконец, увеличение  $U_2$  при  $U_1 = \text{const}$  вызывает изменение знака  $Q_1$ , и реактивная мощность от узла 1 ( $Q_1 > 0$ ) поступает во внешнюю сеть (на рис. 1.20 потокораспределение для этого режима показано пунктиром).

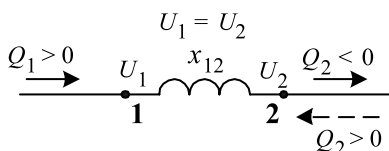


Рис. 1.19

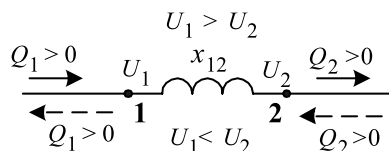


Рис. 1.20

Итак, задание модулей напряжений  $U_1$ ,  $U_2$  и угла  $\delta_{12}$  между ними определяет величину и направление передаваемой мощности и одновременно устанавливает потребность в реактивной мощности, необходимой для реализации данного режима.

**Угловые характеристики линий без потерь.** Выразим  $\dot{Z}_{12}$ ,  $\dot{Y}_{10}$ ,  $\dot{Y}_{20}$  через волновые параметры линии без потерь (см. § 3):

$$\dot{Z}_{12} = jZ_B \cdot \sin \lambda, \quad \dot{Y}_{10} = \dot{Y}_{20} = j \frac{1}{Z_B} \cdot \operatorname{tg} \left( \frac{\lambda}{2} \right).$$

Тогда в (1.52) и (1.53) необходимо положить:  $\alpha_{12} = 0$ ,  $g_{11} = 0$ ,  $Z_{12} = Z_B \cdot \sin \lambda$ ,  $b_{11} = b_{12} + b_{10} = -(1/\sin \lambda - \operatorname{tg}(\lambda/2))/Z_B = -(1/Z_B) \cdot \operatorname{ctg} \lambda$ . И окончательно запишем:

$$\begin{aligned} P_1 = P_2 &= \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_B \cdot \sin \lambda} \cdot \sin \delta_{12}, & Q_1 &= U_1^2 \cdot \frac{\cos \lambda}{Z_B \cdot \sin \lambda} - \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_B \cdot \sin \lambda} \cdot \cos \delta_{12}, \\ Q_2 &= -U_2^2 \cdot \frac{\cos \lambda}{Z_B \cdot \sin \lambda} + \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_B \cdot \sin \lambda} \cdot \cos \delta_{12}. \end{aligned} \quad (1.54 a)$$

В случае, когда  $U_1 = U_2 = U$ , получим:

$$P_1 = P_2 = \frac{U^2}{Z_B \cdot \sin \lambda} \cdot \sin \delta_{12}, \quad Q_1 = -Q_2 = \frac{U^2}{Z_B \cdot \sin \lambda} \cdot (\cos \lambda - \cos \delta_{12}). \quad (1.55)$$

**Режим передачи натуральной мощности.** Как видно из (1.55), при задании  $\delta_{12} = 1$  и  $U_1 = U_2 = U$  получим

$$P_1 = P_2 = \frac{U^2}{Z_B}, \quad Q_1 = Q_2 = 0.$$

Такой режим, в котором для линии без потерь мощность (нагрузка)  $\dot{S}_2$  в конце является чисто активной и равной  $P_H = U^2/Z_B$ , называется режимом передачи натуральной мощности.

Совмещая вектор  $\dot{U}_2$  с вещественной осью ( $\dot{U}_2 = U_2$ ) и учитывая, что  $i_2 = i_2^* = \frac{\dot{S}_2}{U} = \frac{U}{Z_B}$ , получим уравнения линии без потерь (см. § 3) в режиме передачи натуральной мощности:

$$\begin{aligned} \dot{U}_x &= U_2 \cdot \cos \lambda_x + jU_2 \cdot \sin \lambda_x = U_2 \cdot e^{j\lambda_x}, \\ \dot{I}_x &= I_2 \cdot \cos \lambda_x + jI_2 \cdot \sin \lambda_x = I_2 \cdot e^{j\lambda_x}. \end{aligned}$$

Следовательно, при нагрузке линии натуральной мощностью ток и напряжение вдоль ВЛ имеют неизменные по модулю значения; фаза векторов тока и напряжения одинакова и меняется пропорционально длине  $\ell_x$  на 6 эл. град. за каждые 100 км ( $\lambda_x = 0,06 \cdot \ell_x$ ). Это означает, что на любом участке линии генерируемая емкостью ВЛ реактивная мощность полностью потребляется в ее индуктивном сопротивлении и в любом месте линии передается только активная мощность, равная  $P_H$ .

Из анализа угловых характеристик мощности ВЛ без потерь (1.55) видно, что при  $P < P_H$  и, соответственно,  $\delta_{12} < \lambda$ , линия является источником реактивной мощности (то есть во внешнюю сеть передается  $Q_1 < 0$  и  $Q_2 > 0$ ). Наоборот, при  $P > P_H$  происходит потребление реактивной мощности из сети. Если же  $P = P_H$ , можно говорить о режиме самокомпенсации по реактивной мощности, характеризующемся тем, что генерация реактивной мощности в линии уравнивается потерями реактивной мощности в ней, и  $Q_1 = Q_2 = Q$ .

## § 2.3. Источники реактивной мощности в электрических системах

Источниками реактивной мощности в электрических системах являются генераторы электрических станций, специальные синхронные машины — синхронные компенсаторы, а также статические компенсаторы и конденсаторные батареи. Строго говоря, генераторы, синхронные компенсаторы и статические компенсаторы могут не только выдавать, но и потреблять реактивную мощность. Шунтирующие реакторы ее только потребляют, конденсаторные батареи — только выдают. Линии электропередачи также могут рассматриваться в качестве источников реактивной мощности в режимах малых нагрузок.

**Синхронный генератор.** Для явнополюсного синхронного генератора с э.д.с. возбуждения  $E_q$  нельзя получить простую схему замещения в силу магнитной несимметрии его ротора. Активная и реактивная мощности на шинах явнополюсного генератора определяются в соответствии с [35] выражениями вида

$$\begin{aligned} P_{\Gamma} &= \frac{E_q \cdot U_{\Gamma}}{x_d} \cdot \sin \delta + \frac{U_{\Gamma}}{2} \cdot \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \cdot \sin(2 \cdot \delta), \\ Q_{\Gamma} &= \frac{E_q \cdot U_{\Gamma}}{x_d} \cdot \cos \delta - U_{\Gamma}^2 \cdot \left( \frac{\cos^2 \delta}{x_d} + \frac{\sin^2 \delta}{x_q} \right), \end{aligned} \quad (1.56)$$

где  $\delta$  — фазовый сдвиг между векторами э.д.с. возбуждения  $\dot{E}_q$ , пропорциональной току возбуждения генератора, и напряжением  $\dot{U}_{\Gamma}$  на его шинах;  $x_d$  и  $x_q$  — синхронные индуктивные сопротивления генератора по продольной и поперечной осям.

Для неявнополюсного генератора, у которого  $x_d = x_q$ , выражения (1.56) принимают вид

$$P_{\Gamma} = \frac{E_q \cdot U_{\Gamma}}{x_d} \cdot \sin \delta, \quad Q_{\Gamma} = \frac{E_q \cdot U_{\Gamma}}{x_d} \cdot \cos \delta - \frac{U_{\Gamma}^2}{x_d}, \quad (1.57)$$

и схема замещения представляет собой э.д.с.  $\dot{E}_q$  за реактивностью  $x_d$ .

На режимы выдачи и потребления реактивной мощности синхронным генератором налагаются ограничения:

по номинальному току статора ( $I_{\Gamma} \leq I_{\text{ном}}$ ) и, соответственно, по его полной трехфазной мощности ( $S_{\Gamma} \leq S_{\Gamma, \text{ном}}$ );

по номинальному току возбуждения ( $i_f \leq i_{f, \text{ном}}$ );

по минимальному току возбуждения ( $i_f \geq i_{f, \text{мин}}$ ).

Первое из них можно представить как  $I_{\Gamma} \leq I_{\Gamma, \text{ном}} = I_{\text{ном}} / \sqrt{3}$ , где  $I_{\text{ном}}$  — номинальный линейный ток,

$$I_{\text{ном}} = \frac{S_{\Gamma, \text{ном}}}{U_{\Gamma, \text{ном}}} = \frac{\sqrt{P_{\Gamma, \text{ном}}^2 + Q_{\Gamma, \text{ном}}^2}}{U_{\Gamma, \text{ном}}}$$

или

$$U_{\Gamma, \text{ном}}^2 \cdot I_{\text{ном}}^2 = P_{\Gamma, \text{ном}}^2 + Q_{\Gamma, \text{ном}}^2,$$

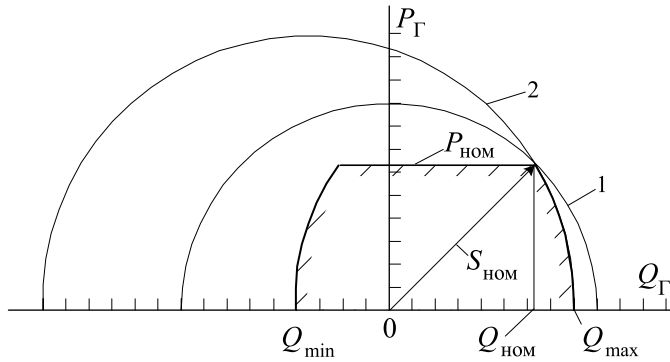


Рис. 1.21

то есть получаем зависимость в виде окружности с центром в начале координат и радиусом  $S_{Г.ном}$  (рис. 1.21, кривая 1).

Второе ограничение можно записать как  $E_q \leq E_{q.ном}$  (поскольку  $E_q \equiv i_f$ ). При этом для неявнополюсного генератора ( $x_d = x_q$ ) в соответствии с (1.48) получим:

$$E_q = \sqrt{(U_{Г} + \Delta U'_{Г})^2 + (\Delta U''_{Г})^2},$$

$$\Delta U'_{Г} = \frac{Q_{Г} \cdot x_d}{U_{Г}}, \quad \Delta U''_{Г} = \frac{P_{Г} \cdot x_d}{U_{Г}},$$

$$E_q = \sqrt{\left(U_{Г} + \frac{Q_{Г} \cdot x_d}{U_{Г}}\right)^2 + \left(\frac{P_{Г} \cdot x_d}{U_{Г}}\right)^2}.$$

Полагая  $E_q = E_{q.ном}$  и  $U_{Г} = U_{Г.ном}$ , окончательно запишем:

$$\left(\frac{E_{q.ном} \cdot U_{Г.ном}}{x_d}\right)^2 = \left(\frac{U_{Г.ном}^2}{x_d} + Q_{Г}\right)^2 + P_{Г}^2,$$

то есть получили уравнение окружности с радиусом  $(E_{q.ном} \cdot U_{Г.ном})/x_d$  (рис. 1.21, кривая 2); ее центр смещен по оси  $Q$  на  $U_{Г.ном}^2/x_d$  влево.

Третье ограничение связано с тепловыми режимами генераторов; для многих генераторов обычно  $Q_{\min} \cong -\frac{1}{2} \cdot Q_{\max}$  [8].

Активная мощность синхронного генератора не должна превышать ее номинального значения ( $P_{Г} \leq P_{Г.ном}$ ); таким образом, область допускаемых режимов его работы в плоскости  $P_{Г} - Q_{Г}$  (см. рис. 1.21) ограничена справа номинальным током возбуждения (или  $E_q \leq E_{q.ном}$ ), сверху — номинальной активной мощностью  $P_{Г.ном}$  и слева — минимальной потребляемой реактивной мощностью  $Q_{\min}$ .

**Синхронный компенсатор (СК).** Это явнополюсная синхронная машина, не имеющая первичного двигателя. СК может выдавать или потреблять только



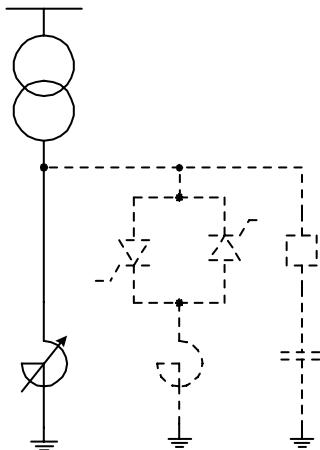


Рис. 1.22

реактивную мощность  $Q_{СК}$ . Выражение для  $Q_{СК}$  нетрудно получить из (1.57), полагая  $\delta = 0$  (то есть э.д.с.  $E_q$  и напряжение  $U_{СК}$  на шинах синхронного компенсатора всегда совпадают по фазе):

$$Q_{СК} = \frac{E_q \cdot U_{СК}}{x_d} - \frac{U_{СК}^2}{x_d}.$$

В режиме недовозбуждения (когда  $E_q < U_{СК}$ ) получаем  $Q_{СК} < 0$ , т. е. синхронный компенсатор потребляет реактивную мощность из сети, и, наоборот, при  $E_q > U_{СК}$  происходит генерация реактивной мощности. Под номинальной мощностью синхронного компенсатора  $U_{СК, ном}$  понимают максимальную выдаваемую им в сеть реактивную мощность (т. е.  $Q_{СК}$  при  $E_q = E_{q, ном}$ ).

При работе СК из сети потребляется активная мощность порядка 2...4%  $Q_{СК, ном}$ , которая расходуется на механические потери и потери в обмотках СК.

**Конденсаторные батареи.** Широкое применение конденсаторные батареи получили в сетях с номинальным напряжением до 110 кВ. Конденсаторы изготавливаются на напряжение до 10 кВ и при необходимости их объединяют в батареи (КБ). Реактивная мощность, вырабатываемая КБ, определяется выражением

$$Q_{КБ} = U^2 \cdot b_{КБ},$$

где  $b_{КБ}$  — проводимость конденсаторной батареи емкостью  $C_{КБ}$  на частоте  $f = 50$  Гц ( $b_{КБ} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_{КБ}$ ).

Активная мощность, потребляемая КБ из сети, составляет 0,3...0,4%  $Q_{КБ, ном}$  и определяется в основном потерями в диэлектрике конденсаторов.

**Статические компенсаторы.** Принципиальная схема статического компенсатора, приведенная на рис. 1.22, содержит реактор с проводимостью  $b_p$ , изменение которой осуществляется либо специальной системой подмагничивания реактора (управляемые реакторы), либо за счет управления тиристорами, последовательно включенными с неуправляемым реактором (статический тиристорный компенсатор). Батарея конденсаторов с проводимостью  $b_K$  подключается параллельно реактору, как правило, через выключатель, предназначенный для ее режимных коммутаций.

## § 2.4. Характеристики нагрузок электрических систем

В расчетах установившихся и переходных режимов существенное значение имеет учет зависимости потребляемой нагрузкой мощности  $P$  и  $Q$  от изменения напряжения и частоты на шинах питания.

Зависимости мощности нагрузки от напряжения  $P = F_1(U, t)$ ,  $Q = F_2(U, t)$  и частоты  $P = \varphi_1(f, t)$ ,  $Q = \varphi_2(f, t)$  во времени, построенные для того или иного переходного режима, называются динамическими характеристиками. Они отражают изменение мощности нагрузки с учетом переходных процессов в ней.

Зависимости  $P = F_3(U)$ ,  $Q = F_4(U)$  и  $P = \varphi_3(f)$ ,  $Q = \varphi_4(f)$ , полученные при медленных изменениях напряжения и частоты (т. е. практически отвечающие установившемуся режиму работы потребителей), называются статическими характеристиками нагрузки.

Если отклонения напряжения и частоты незначительны, то изменение мощности нагрузки можно представить как

$$\Delta P = \frac{\partial P}{\partial U} \cdot \Delta U + \frac{\partial P}{\partial f} \cdot \Delta f, \quad \Delta Q = \frac{\partial Q}{\partial U} \cdot \Delta U + \frac{\partial Q}{\partial f} \cdot \Delta f,$$

где  $\frac{\partial P}{\partial U}$ ,  $\frac{\partial Q}{\partial U}$ ,  $\frac{\partial P}{\partial f}$ ,  $\frac{\partial Q}{\partial f}$  называются регулируемыми эффектами нагрузки по напряжению и частоте соответственно.

**Статические характеристики комплексной нагрузки.** При выполнении расчетов установившихся режимов достаточно полно свойства нагрузки можно учесть, задав ее статические характеристики, отражающие состав потребителей каждой конкретной нагрузки. Однако во многих случаях это нецелесообразно, а иногда и невозможно ввиду отсутствия необходимой информации. Поэтому в расчетах широко используются типовые обобщенные статические характеристики, полученные расчетным путем для типового состава нагрузки и схем соединения отдельных потребителей.

Аналитически статические характеристики обычно записывают в виде

$$P = P_{\text{НОМ}} \cdot \left( \alpha_p + b_p \cdot \frac{U}{U_{\text{НОМ}}} + c_p \cdot \frac{U^2}{U_{\text{НОМ}}^2} \right) \times \left( \alpha_p + \beta_p \cdot \frac{f}{f_{\text{НОМ}}} \right),$$

$$Q = Q_{\text{НОМ}} \cdot \left( \alpha_q + b_q \cdot \frac{U}{U_{\text{НОМ}}} + c_q \cdot \frac{U^2}{U_{\text{НОМ}}^2} \right) \times \left( \alpha_q + \beta_q \cdot \frac{f}{f_{\text{НОМ}}} \right), \quad (1.58)$$

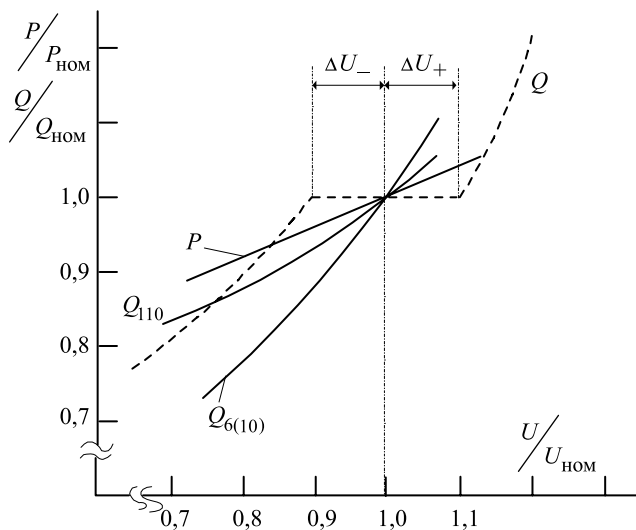


Рис. 1.23

где  $U_{\text{ном}}$  — номинальное напряжение в узле нагрузки;  $P_{\text{ном}}, Q_{\text{ном}}$  — номинальные мощности нагрузки при номинальном напряжении  $U_{\text{ном}}$  и частоте  $f_{\text{ном}}$ .

Заметим, что для коэффициентов уравнений (1.58) выполняются соотношения  $a_p + b_p + c_p = a_q + b_q + c_q = \alpha_p + \beta_p = \alpha_q + \beta_q = 1$ .

Примерный вид обобщенных статических характеристик нагрузки по напряжению при  $\alpha_p = \alpha_q = 1$ ,  $\beta_p = \beta_q = 0$  на шинах 110 кВ и 6(10) кВ показаны на рис. 1.23. Они получены [2] для обобщенной нагрузки, содержащей в своем составе 48 % крупных и мелких асинхронных двигателей, 10 % синхронных двигателей, 10 % выпрямительной нагрузки, печей и нагревательных приборов, 25 % осветительной нагрузки, учтены также потери в сетях, составляющие 7 % потребления мощности нагрузки. Отличие характеристик  $Q(U)$  обусловлено учетом потерь мощности в линиях и трансформаторах; для активной мощности характеристики практически совпадают.

Обобщенные типовые статические характеристики можно использовать при отсутствии трансформаторов с регулируемым коэффициентом трансформации в узлах нагрузки, что встречается редко. Поэтому более правильно использовать характеристики, показанные пунктиром на рис. 1.23, где горизонтальный участок отвечает располагаемому диапазону регулирования понижающего трансформатора ( $\Delta U = \Delta U_- + \Delta U_+$ ), а вне его изменение  $P(U)$  и  $Q(U)$  происходит в соответствии с заданным видом статической характеристики.

## § 2.5. Регулирование напряжения в электрических системах.<sup>1</sup>

Уровень напряжения в любом узле электроэнергетической системы непрерывно меняется в зависимости от изменения нагрузки и схемы сети. Величина уровня напряжения является одним из показателей качества электроэнергии, которые нормируются ГОСТ 13109-87. Согласно этому документу отклонение напряжения в сетях до 1 кВ в нормальном режиме не должно выходить за пределы допустимых значений  $\delta U\% = (U - U_{\text{ном}})/U_{\text{ном}} \cdot 100\% = \pm 5\%$  (в сетях 6–10 кВ в нормальном режиме этот показатель не нормируется). В послеаварийном режиме в сетях до 1 кВ и 6–10 кВ допускается отклонение не более  $\delta U\% = \pm 10\%$  (в сетях 35 кВ и выше этот показатель не нормируется). Указанные в ГОСТ 13109-87 допустимые отклонения напряжения нормируются именно для нагрузок, т. е. для электродвигателей (высоко- и низковольтных), освещения, электротехнологии, которые всегда питаются на напряжении до 10 кВ. Кроме указанных в ГОСТ 13109-87 ограничений существует ограничение по наибольшему рабочему напряжению оборудования. Это ограничение диктуется надежностью работы изоляции электроустановок, поскольку повышение напряжения сверх наибольшего рабочего вызывает ускоренное старение изоляции и выход ее из строя. Величины наибольшего рабочего напряжения нормируются в ГОСТ 721-77:

---

<sup>1</sup> Параграф написан С. С. Титенковым.

| №<br>п/п | Номинальное<br>напряжение<br>(линейное) $U_{\text{ном}}$ , кВ | Наибольшее рабочее<br>напряжение<br>(линейное), кВ | Превышение<br>наибольшего рабочего<br>напряжения над<br>номинальным<br>напряжением, % |
|----------|---------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.       | 6                                                             | 7,2                                                | 20                                                                                    |
| 2.       | 10                                                            | 12                                                 | 20                                                                                    |
| 3.       | 20                                                            | 24                                                 | 20                                                                                    |
| 4.       | 35                                                            | 40,5                                               | 15                                                                                    |
| 5.       | 110                                                           | 126                                                | 15                                                                                    |
| 6.       | 220                                                           | 242                                                | 10                                                                                    |
| 7.       | 330                                                           | 363                                                | 10                                                                                    |
| 8.       | 500                                                           | 525                                                | 5                                                                                     |
| 9.       | 750                                                           | 787                                                | 5                                                                                     |
| 10.      | 1150                                                          | 1200                                               | 5                                                                                     |

Из анализа величин наибольших рабочих напряжений видно, что с повышением номинального напряжения электроустановки допустимые повышения напряжения уменьшаются от +20 % до +5 %. Это объясняется тем, что в установках более высоких напряжений стоимость изоляции составляет значительную часть стоимости оборудования и потому при разработке оборудования стремятся минимизировать затраты на изоляцию и выполнить ее по условиям нормальной работы практически на номинальное напряжение. Следует отметить, что при наличии в сети 6–10 кВ высоковольтных двигателей наибольшее рабочее напряжение сети должно быть не более чем на 10 % выше номинального.

Допустимые снижения напряжения в энергосистеме определяются условиями устойчивости параллельной работы генераторов и устойчивостью узлов нагрузки и составляют порядка 10–15 % в послеаварийном режиме.

Поэтому, при изменении параметров схемы и режима электрической системы необходимо регулировать уровень напряжения посредством технических мероприятий.

Распределение электроэнергии в отдельно взятом районе производится от центров питания (ЦП), являющихся подстанциями энергосистемы (исключение составляют случаи питания нагрузки непосредственно с шин генераторного напряжения). При распределении от ЦП обычно присутствуют 2–3 ступени трансформации электроэнергии по пути к потребителю: 110 / 35 / 6; 10 / 0,4 кВ. Принимая во внимание, что на каждой ступени трансформации потеря напряжения составляет порядка  $0,1 U_{\text{ном}}$  (потеря в линии плюс потеря в трансформаторе в о.е.), следует иметь в виду, что при двух-трех ступенях трансформации отклонение напряжения у потребителя может составить 20–30 % от  $U_{\text{ном}}$ , что значительно превышает

допустимое значение  $U_{\text{ном}}$ . В общем случае все продольные индуктивные сопротивления на всех ступенях трансформации можно заменить одним эквивалентным сопротивлением приведенным к определенной ступени  $\dot{Z}_{\Sigma} = R_{\Sigma} + jX_{\Sigma}$  (пренебрегая поперечными проводимостями на землю). Тогда, считая, что напряжение на шинах центра питания равно  $U_{\text{ЦП}}$  и пренебрегая поперечной составляющей падения напряжения в  $\dot{Z}_{\Sigma}$  (см. формулы 1.47) имеем напряжение у потребителя:

$$U = U_{\text{ЦП}} - \frac{P_{\text{H}} R_{\Sigma} + Q_{\text{H}} X_{\Sigma}}{U_{\text{ЦП}}}$$

где  $P_{\text{H}}$  и  $Q_{\text{H}}$  активная и реактивная мощность нагрузки некоторого потребителя.

Из анализа вышеприведенной формулы видно, что теоретически влиять на напряжение у потребителя можно путем изменения:  $U_{\text{ЦП}}$ ,  $P_{\text{H}}$ ,  $R_{\Sigma}$ ,  $Q_{\text{H}}$  и  $X_{\Sigma}$ . Однако, практически,  $P_{\text{H}}$  и  $R_{\Sigma}$  величины заданные и, следовательно, влиять на напряжение у потребителя можно воздействуя только на три параметра  $U_{\text{ЦП}}$ ,  $Q_{\text{H}}$  и  $X_{\Sigma}$ . Кроме этих трех параметров для изменения напряжения у потребителя, возможно, так называемое, местное регулирование напряжения непосредственно на шинах потребителя (регулирование путем изменения коэффициента трансформации трансформаторов на второй – 35/6; 10 кВ или третьей – 6; 10/0,4 кВ ступени понижения напряжения при питании от ЦП).

Рассмотрим по порядку регулирование напряжения у потребителя путем воздействия на три указанных параметра:

### 1. Регулирование напряжения путем изменения $U_{\text{ЦП}}$ .

Регулирование напряжения называется централизованным, если оно осуществляется на шинах электрических станций и в центрах питания (ЦП).

Оценим эффективность указанного способа регулирования напряжения.

Регулирование на шинах станции может осуществляться двумя способами: либо за счет регулирования напряжения  $U_{\text{Г}}$  на шинах генераторов, либо путем изменения коэффициентов трансформации повышающих трансформаторов. В первом случае, не меняя активную мощность генераторов, можно регулировать напряжение  $U_{\text{Г}}$  в пределах  $0,95 \div 1,05 U_{\text{Г. ном}}$ , т. е.  $\delta U = \pm 5\%$ . Во втором случае изменение коэффициента трансформации  $K_{\text{T}}$  при наличии  $n$  регулировочных ответвлений и ступенью регулирования  $\Delta U\%$  определяется выражением:

$$\Delta K_{\text{T}} = \frac{U_{\text{ВНном}}}{U_{\text{ННном}}} \cdot \frac{n \cdot \Delta U}{100} = K_{\text{Tном}} \cdot \frac{n \cdot \Delta U}{100}.$$

Для повышающих трансформаторов, оснащенных ПБВ (переключение без возбуждения), стандартное исполнение которых характеризуется  $n=0, \pm 1, \pm 2$  и  $\Delta U=2,5\%$ , максимальное изменение  $K_{\text{T}}$  составит  $\Delta K_{\text{Tmax}} = \pm 5\%$ . Приблизительно на столько же изменяется напряжение  $U_{\text{ВН}}$  на шинах высшего напряжения электрической станции. Таким образом, цен-

трализованное локальное регулирование напряжения электрических станций в общем случае оказывается недостаточно эффективным. Кроме того, следует сказать, что регулирование напряжения на шинах генераторного напряжения, как и на шинах высшего напряжения станций, практически не ведется. Это вызвано тем, что генерирующие мощности (крупные ГРЭС на угольных разрезах, крупные гидроэлектростанции) находятся на значительном удалении от центров потребления и связаны с ними по линиям высоких и сверхвысоких напряжений (500, 750, 1150 кВ) значительной длины и повышать напряжение на шинах высокого напряжения этих станций сверх  $1,05U_{\text{ном}}$  нельзя по условиям работы изоляции (см. выше). А из-за большой длины линий связывающих электростанции с нагрузкой, передача значительной мощности ведет к тому, что даже при напряжении на шинах высшего напряжения станции (в начале линии) равном  $1,05$  напряжение в центрах потребления (в конце линии) составляет немногим более  $0,95U_{\text{ном}}$ .

Регулирование напряжения в центрах питания осуществляется за счет изменения коэффициентов трансформации  $K_T$  понижающих трансформаторов, оснащенных устройствами РПН (регулирование под нагрузкой), которые позволяют переключать регулировочные ответвления трансформатора, не отключая его от сети. При этом регулировочный диапазон трансформаторов с РПН значительно шире, чем с ПБВ и зависит от конкретного исполнения регулирующего устройства. Наиболее глубокое изменение  $K_T$ , а следовательно и напряжения на шинах нагрузки, достигается с помощью устройств РПН, обеспечивающих  $\Delta K_T = \pm 16,02\%$  или  $\pm 9 \times 1,78\%$ . Трансформаторы с РПН используют для суточного регулирования напряжения (в отличие от трансформаторов с ПБВ, используемых для сезонного регулирования). Кроме устройств ПБВ и РПН, в качестве устройств регулирующих напряжение на шинах низшего напряжения ЦП могут использоваться вольтдобавочные («бустерные») трансформаторы с изменением напряжения в пределах  $\pm 15\%$  от номинального — включаемые последовательно в 3 фазы или в нейтраль мощных автотрансформаторов, установленных в ЦП.

## **2. Регулирование напряжения путем изменения реактивной мощности нагрузки $Q_H$ .**

Следующим способом регулирования напряжения является компенсация реактивной мощности нагрузки в узлах сети путем установки компенсирующих устройств (КУ). В качестве устройств компенсирующих реактивную мощность нагрузки могут использоваться батареи статических конденсаторов, синхронные компенсаторы, СТК (см. § 2.4 этой главы).

Рассмотрим влияние установки КУ в узле нагрузки на уровень напряжения в этом узле на примере простейшей схемы рис. 1.24.

Мощность, передаваемая по линии из центра питания при отсутствии КУ равна:

$$\dot{S} = P_H + jQ = P_H + jQ_H$$

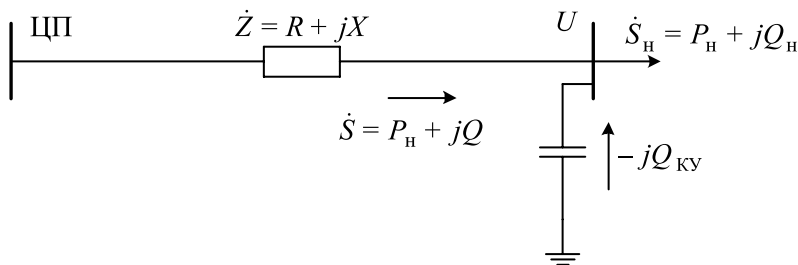


Рис. 1.24

Передача этой мощности по линии при отсутствии КУ вызывает в соответствии с (1.47) потерю напряжения (при неучете поперечной составляющей падения напряжения) на линии:

$$\Delta U \approx \frac{P_H R + Q_H X}{U_{\text{ЦП}}}.$$

Если в узле нагрузки установлено КУ, то передаваемая по линии реактивная мощность снижается на величину реактивной мощности, генерируемой КУ:

$$\dot{S} = P_H + j(Q_H - Q_{\text{КУ}}).$$

Соответственно, снижается падение напряжения на линии:

$$\Delta U \approx \frac{P_H R + (Q_H - Q_{\text{КУ}}) X}{U_{\text{ЦП}}}$$

и тем самым, напряжение в узле нагрузки возрастает.

Если полностью компенсировать реактивную мощность нагрузки, т. е. сделать  $Q_H - Q_{\text{КУ}} = 0$ , то по линии будет передаваться только активная мощность и падение напряжения на линии будет минимальным. Следует отметить, что генерируя в узле нагрузки реактивную мощность сверх  $Q_H$ , можно сделать величину  $Q_H - Q_{\text{КУ}} < 0$  и таким образом сделать напряжение в точке установки КУ даже выше чем напряжение на шинах ЦП. Этот способ повышения напряжения особенно подходит для протяженных сельских сетей с практически активной нагрузкой, когда уровень напряжения у потребителя недостаточен для нормальной работы бытовой нагрузки (следует однако иметь в виду некоторое возрастание потерь в линиях (см. ниже), а также необходимость достаточной пропускной способности линий).

Кроме благоприятного влияния на уровень напряжения, установка КУ приводит к уменьшению потерь активной мощности. Это видно из формулы (1.50) для потерь активной мощности на участке сети. В рассматриваемом нами случае потеря активной мощности в линии по этой формуле будет:

$$\Delta P = \frac{P_H^2 + (Q_H - Q_{\text{КУ}})^2}{U^2} \cdot R.$$

Из этой формулы также видно, что при полной компенсации реактивной мощности, т. е. при  $Q_H - Q_{\text{КУ}} = 0$ , потери активной мощности в линии будут минимальными. Интересно заметить, что генерирование реактивной

мощности сверх  $Q_H$  снова вызовет рост потерь активной мощности в линии, в соответствии с вышеприведенной формулой, где ставшая в этом случае отрицательной величина  $Q_H - Q_{КУ}$  возводится в квадрат.

### Регулирование напряжения путем изменения $X_3$ .

Включая последовательно в линию емкость достаточной величины, можно скомпенсировать значительную часть реактивности  $X_3$  (в реальных электропередачах до 70 %). При этом падение напряжения в линии уменьшается. Тем самым достигается эффект регулирования. Такие емкости, включаемые в линию последовательно, называются установками продольной компенсации (УПК). Использование УПК только для целей регулирования напряжения неэкономично. В основном УПК находят применение на линиях высоких напряжений (500, 750 кВ) для повышения пропускной способности линий и увеличения пределов статической и динамической устойчивости (см. гл. 3).

**Пример.** Определить минимально необходимую мощность компенсирующих устройств (КУ) в узле нагрузки для схемы сети на (рис. 1.24\*, а) и заданном в центре питания напряжении  $U_{ЦП} = 110$  кВ. Нагрузка (Н) задана параметрами:  $P_H = 50$  МВт,  $\cos \varphi_H = 0,85$ ,  $U_H = 10,5$  кВ. Данные понижающего трансформатора (Т):  $S_{ТНОМ} = 2 \times 40$  МВ·А,  $U_{ВННОМ} = 115$  кВ,  $U_{НННОМ} = 10,5$  кВ,  $\Delta K_T = \pm 4 \times 2,5\%$ ,  $x_T = 34,7/2 = 17,4$  Ом,  $r_T = 1,4/2 = 0,7$  Ом (параметры  $x_T, r_T$  приведены к стороне ВН). Параметры линии: длина ВЛ  $\ell = 50$  км,  $\dot{Z}_{ВЛ} = 6,0 + j20,3$  Ом.

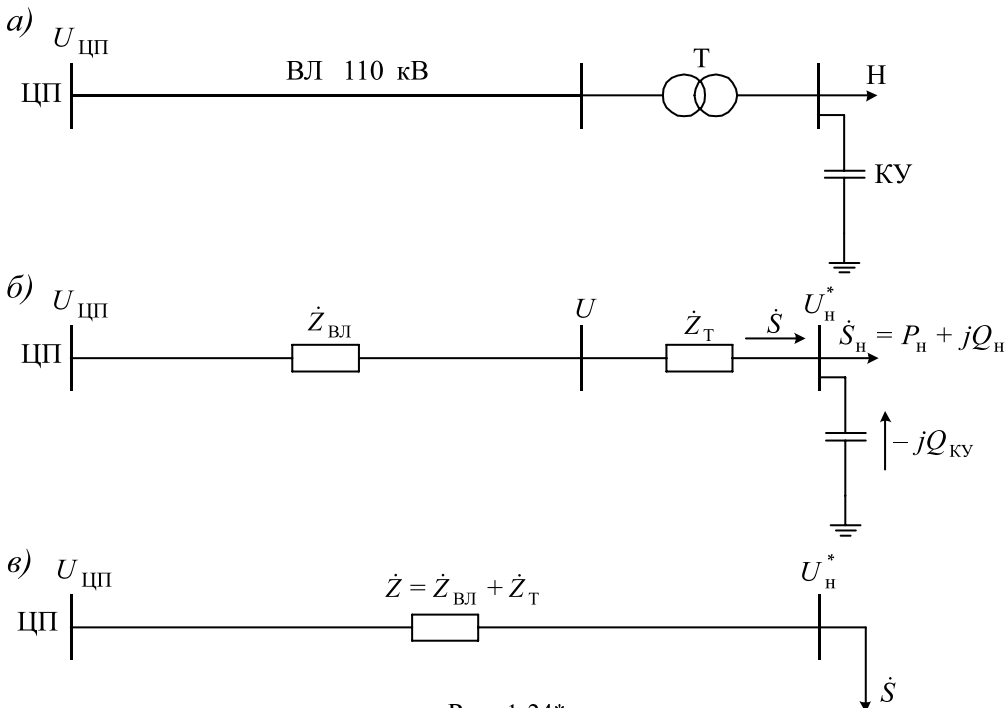


Рис. 1.24\*



Мощность  $\dot{S} = P + jQ$  (рис. 1.24\*, б) определяется из уравнения баланса:

$$\dot{S} = \dot{S}_H - jQ_{KY}$$

или

$$P + j(Q + Q_{KY}) = P_H + jQ_H$$

т. е.

$$Q_H = Q + Q_{KY}.$$

Минимальная мощность КУ определяется выражением  $Q_{KY\min} = Q_H - Q_{\max}$ . При этом в соответствии с (рис. 1.24\*, в):

$$U_{цп} = U_H^* + \frac{PR + Q_{\max}X}{U_H^*},$$

где  $R$  и  $X$  суммарные активное и реактивное сопротивления линии и трансформатора соответственно.

Т. е. мощность  $Q_{\max}$  зависит от напряжения  $U_H^*$  — напряжения на шинах нагрузки, приведенного к ступени ВН трансформатора ( $U_H^* = U_H \cdot K_T$ ).

## § 2.6. Алгоритм программы расчета установившихся режимов сети электроэнергетической системы

В современных условиях при проектировании, эксплуатации и исследовании работы сложных электроэнергетических систем (ЭЭС), расчеты их установившихся электрических режимов являются наиболее часто встречающимся видом расчетов и выполняются с широким использованием компьютерных программ. Так, при проектировании ЭЭС эти расчеты производятся с целью выбора и уточнения параметров элементов системы. В процессе эксплуатации результаты расчета режимов используются для оперативного управления и прогнозирования работы ЭСС на разных уровнях автоматизированной системы диспетчерского управления (АСДУ). Их целью является оценка допустимости режима по техническим условиям работы оборудования и нахождения режимов, оптимальных по технико-экономическим критериям. Кроме этого, расчеты электрических режимов производятся при получении исходных данных для нахождения токов короткого замыкания, исследования статической и динамической устойчивости и т. д.

Среди важнейших особенностей задач расчета режима электроэнергетической системы необходимо отметить ее нелинейность, которая выражается в том, что, во-первых, искомые параметры режима (напряжения и токи) связаны между собой через мощности как произведения комплексных величин либо как выражения, содержащие тригонометрические функции фаз токов и напряжений. Во-вторых, мощности генераторов и нагрузок часто могут быть представлены как нелинейные зависимости от других параметров режима (например, напряжения и частоты). Нелинейность уравнений, описывающих электрический режим ЭЭС, приводит к необходимости использовать для решения итерационные методы, которые требуют значительных вычислительных затрат, особенно для ЭЭС большой сложности.

Разнообразие задач расчета режима ЭЭС приводит к тому, что одни и те же величины в одних задачах рассматриваются как заданные, в других — как искомые. Это обстоятельство привело к необходимости среди узлов ЭЭС выделять узлы балансирующий (в нем активная мощность  $P$  является искомой) и базисный (в нем модуль напряжения  $|\dot{U}|$  и его фаза задаются, а реактивная мощность  $Q$  является искомой). Обычно в качестве балансирующего и базисного принимается один и тот же узел. Во всех остальных узлах информация о параметрах режима может быть представлена двояко. Либо задаются активная  $P$  и реактивная  $Q$  мощности в узле, а модуль напряжения и его фаза являются искомыми, либо оказываются заданными  $P$  и  $|\dot{U}|$ , а  $Q$  и фаза напряжения определяются. Это предъявляет высокие требования к универсальности программ и реализованным в них методам.

### Математические модели режима электрической сети

Многообразие вариантов расчета режима ЭЭС требует создания программ, которые позволяли бы решать задачи независимо от изменения конфигурации схемы электрической сети, варианта разделения параметров режима на заданные и искомые, иметь математические модели элементов сети, пригодные для решения большинства практически встречающихся задач, решать задачу с помощью методов, эффективность которых удовлетворительна для большинства задач [4].

Математической моделью, удовлетворяющей поставленным условиям, является система уравнений узловых напряжений (УУН) электрической сети. Для ее получения необходимо записать уравнения балансов токов в узлах.

Например, для  $i$  узла сложной ЭЭС, изображенного на рис. 1.25, уравнение баланса токов можно записать в виде:

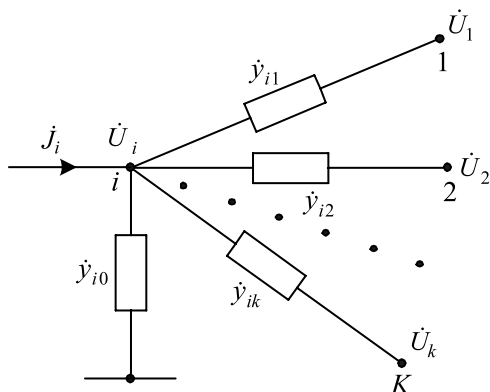


Рис. 1.25

$$(\dot{U}_i - \dot{U}_1) \cdot \dot{y}_{i1} + (\dot{U}_i - \dot{U}_2) \cdot \dot{y}_{i2} + \dots + (\dot{U}_i - \dot{U}_k) \cdot \dot{y}_{ik} + \dot{U}_i \cdot \dot{y}_{i0} = \dot{J}_i$$

или

$$\dot{y}_{ii} \cdot \dot{U}_i - \sum_{j=1}^k \dot{y}_{ij} \cdot \dot{U}_j = \dot{J}_i, \quad (1.59)$$

где  $\dot{y}_{ii} = \sum_{j=0}^k \dot{y}_{ij}$  — сумма проводимостей всех ветвей, соединенных с узлом  $i$ ;  $\dot{U}_j$  — напряжения в узлах, непосредственно связанных с узлом  $i$  ветвями, имеющими проводимости  $\dot{y}_{ij}$ .

Задающий  $J_i$  ток в узле  $i$  при заданных мощностях нагрузки  $\dot{S}_{H_i} = P_{H_i} + jQ_{H_i}$  и генератора  $\dot{S}_{Г_i} = P_{Г_i} + jQ_{Г_i}$  и напряжении  $\dot{U}_i$  может быть определен как

$$j_i = J_i + jJ_i'' = \frac{\dot{S}_i^*}{\dot{U}_i} = \frac{\dot{S}_{Г_i}^* - \dot{S}_{H_i}^*}{\dot{U}_i} = \frac{P_{Г_i} - P_{H_i} - j(Q_{Г_i} - Q_{H_i})}{U_i' - jU_i''}.$$

Система уравнений (1.59) для всех узлов ЭЭС, кроме балансирующего, и является системой УУН. Ее удобно представить в матричной форме

$$\dot{\mathbf{Y}}_{\mathbf{y}} \cdot \dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{y}} = \dot{\mathbf{J}}, \quad (1.60)$$

где  $\dot{\mathbf{Y}}_{\mathbf{y}}$  — матрица узловых проводимостей, составленная из элементов  $\dot{y}_{ii}$  и  $\dot{y}_{ij}$ ;  $\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{y}}$  — вектор-столбец напряжений  $\dot{U}_i$  и  $\dot{U}_j$  в узлах;  $\dot{\mathbf{J}}$  — вектор-столбец задающих токов.

Как видно из (1.59) искомые составляющие вектора напряжений в узлах  $\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{y}}$  входят в левую часть уравнения и в знаменатель правой части (через составляющие вектора задающих токов), что приводит задачу расчета установившихся режимов в класс нелинейных алгебраических уравнений.

Матрица  $\dot{\mathbf{Y}}_{\mathbf{y}}$  для любой ЭЭС может быть получена с помощью простых и однозначных правил, которые вытекают из системы уравнений (1.59).

1. Все узлы схемы ЭЭС кроме балансирующего должны быть пронумерованы.

2. Номера строк и столбцов матрицы  $\dot{\mathbf{Y}}_{\mathbf{y}}$  должны соответствовать номерам узлов.

3. На пересечении строки и столбца с одинаковыми номерами располагается сумма проводимостей всех ветвей, соединенных с данным узлом.

4. На пересечении строки и столбца с разными номерами располагается взятая с обратным знаком проводимость ветви, соединяющей узлы, номера которых совпадают с номерами строки и столбца.

Эти правила позволяют легко сформировать матрицу узловых проводимостей прямо по исходной информации о конфигурации и параметрах сети ЭЭС. Такая информация для подавляющего большинства программ расчета установившихся режимов содержит номера узлов, ограничивающих ветвь, активное и индуктивное сопротивление и емкостную проводимость ветви.

Формирование матрицы  $\dot{\mathbf{Y}}_{\mathbf{y}}$  по исходным данным о ветвях сети делает программу расчета режима независимой от конфигурации схемы конкретной сети и может выполняться различными способами.

Расчеты режимов ЭЭС выполняются путем решения УУН итерационными методами, среди которых одним из наиболее эффективных является метод Ньютона.

Представим систему УУН, записанных в форме баланса токов для каждого узла (1.59), в наиболее общем виде:

$$\mathbf{F}(\dot{\mathbf{U}}) = 0. \quad (1.61)$$

Каждое из уравнений этой системы

$$F_i = \frac{\dot{S}_i^*}{U_i^*} - \dot{y}_{ii} \cdot \dot{U}_i + \sum_j \dot{y}_{ij} \cdot \dot{U}_j \quad (1.62)$$

содержит в левой части функцию невязок  $\dot{F}_i = 0$ , обусловленную тем, что напряжения  $\dot{U}_i^{(k)}$ , полученные на итерации  $k$ , отличаются от значений  $\dot{U}_i$ , являющихся решением, на величину  $\Delta \dot{U}_i^{(k)}$ . Определение токов с помощью не точно найденных напряжений приводит к тому, что балансы токов в узлах не выполняются. Разделение функций невязок  $\dot{F}_i$  на вещественные и мнимые составляющие приводит к увеличению вдвое числа уравнений (1.61), но позволяет исключить многие принципиальные и технические трудности. Для этого умножим числитель и знаменатель  $\dot{S}_i^*/U_i^*$  в (1.62) на  $U_i' + jU_i''$

$$\begin{aligned} \dot{F}_i = F_{2i-1} + jF_{2i} = & \frac{(P_i - jQ_i) \cdot (U_i' + jU_i'')}{(U_i' - jU_i'') \cdot (U_i' + jU_i'')} - (g_{ii} + jb_{ii}) \cdot (U_i' + jU_i'') + \\ & + \sum_j (g_{ij} + jb_{ij}) \cdot (U_j' + jU_j'') \end{aligned} \quad (1.63)$$

и разделим (1.63) на вещественные и мнимые составляющие:

$$\begin{aligned} F_{2i-1} = & \frac{P_i \cdot U_i' + Q_i \cdot U_i''}{U_i'^2} - g_{ii} \cdot U_i' + b_{ii} \cdot U_i'' + \sum (g_{ij} \cdot U_j' - b_{ij} \cdot U_j''), \\ F_{2i} = & \frac{P_i \cdot U_i'' - Q_i \cdot U_i'}{U_i'^2} - b_{ii} \cdot U_i' - g_{ii} \cdot U_i'' + \sum (b_{ij} \cdot U_j' + g_{ij} \cdot U_j''). \end{aligned} \quad (1.64)$$

Вектор-столбец составляющих напряжений в узлах  $\mathbf{U}$ , являющийся решением (1.64), будем полагать состоящим из двух слагаемых  $\mathbf{U} = \mathbf{U}^{(k)} + \Delta \mathbf{U}^{(k)}$ . Здесь  $\mathbf{U}^{(k)}$  — вектор-столбец напряжений в узлах, полученный на итерации  $k$ , а  $\Delta \mathbf{U}^{(k)}$  — вектор-столбец поправок, которые требуется найти для дополнения  $\mathbf{U}^{(k)}$  так, чтобы получить решение. Тогда (1.61) запишется в виде

$$\mathbf{F}(\mathbf{U}^{(k)} + \Delta \mathbf{U}^{(k)}) = 0. \quad (1.65)$$

Если все уравнения, входящие в (1.65), дифференцируемые в окрестностях  $\mathbf{U}^{(k)}$ , то (1.65) можно разложить в ряд Тейлора по  $\Delta \mathbf{U}^{(k)}$ . Ограничиваясь линейными членами разложения, получим:

$$\mathbf{F}(\mathbf{U}^{(k)} + \Delta \mathbf{U}^{(k)}) = \mathbf{F}(\mathbf{U}^{(k)}) + \left( \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}} \right)_{\mathbf{U}^{(k)}} \cdot \Delta \mathbf{U}^{(k)} = 0. \quad (1.66)$$

Здесь  $\left(\frac{\partial F}{\partial \mathbf{U}}\right)_{\mathbf{U}^{(k)}}$  — матрица Якоби системы (1.65). Если  $\det\left(\frac{\partial F}{\partial \mathbf{U}}\right)_{\mathbf{U}^{(k)}} \neq 0$  (матрица Якоби не вырождена), то из (1.66) могут быть найдены искомые поправки

$$\Delta \mathbf{U}^{(k)} = -\left(\frac{\partial F}{\partial \mathbf{U}}\right)_{\mathbf{U}^{(k)}}^{-1} \cdot F\left(\mathbf{U}^{(k)}\right) = 0,$$

а затем напряжения в узлах на  $k + 1$  итерации

$$\mathbf{U}^{(k+1)} = \mathbf{U}^{(k)} + \Delta \mathbf{U}^{(k)}.$$

В связи с тем, что неучтенные в (1.66) члены разложения высших порядков малы, введение поправок  $\Delta \mathbf{U}^{(k)}$  дает значения  $\mathbf{U}^{(k+1)}$ , близкие к решению. Это приводит к быстрой сходимости метода.

В реальных энергосистемах количество связей между узлами относительно невелико (обычно в узле сходится не более 4–5 ветвей). Поэтому матрицы узловых проводимостей реальных ЭЭС являются слабозаполненными. Кроме этого, матрица узловых проводимостей имеет блочно-симметричную структуру, при которой блоки размерностью  $2 \times 2$ , симметричные относительно главной диагонали, одинаковы.

Разработаны достаточно эффективные методы, позволяющие учесть слабую заполненность и блочную симметрию матриц узловых проводимостей и существенно уменьшить объем памяти компьютеров для хранения этих матриц, а также заметно сократить затраты времени на решение системы УУН.

Благодаря этим достоинствам программы расчета установившихся режимов ЭЭС, реализующие УУН с помощью метода Ньютона, нашли широкое применение в практике проектирования, эксплуатации и исследовании работы энергосистем.

## Глава 3. РАСЧЕТЫ НЕСИММЕТРИЧНЫХ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

### § 3.1. Расчеты режимов в схемах с однократной продольной и поперечной несимметрией

Основными и наиболее простыми видами продольной несимметрии являются разрывы одной или двух фаз участка сети (рис. 1.26, а, б). Поперечная несимметрия чаще всего обуславливается однофазным к.з. —  $K^{(1)}$  (рис. 1.26, в), междуфазным к.з. —  $K^{(2)}$  (рис. 1.26, г) либо двухфазным на землю к.з. —  $K^{(1,1)}$  (рис. 1.26, д).

Рассмотрим методику расчетов несимметричных режимов применительно к электропередаче (рис. 1.27, а). Будем считать заданными параметры ее схемы замещения, а также э.д.с. генератора  $\dot{E}_Г$  и напряжение на шинах приемной энергосистемы  $\dot{U}_С$ ; определению подлежат токи и напряжения в любой точке сети. Задачу будем решать с помощью системы координат 1–2–0.

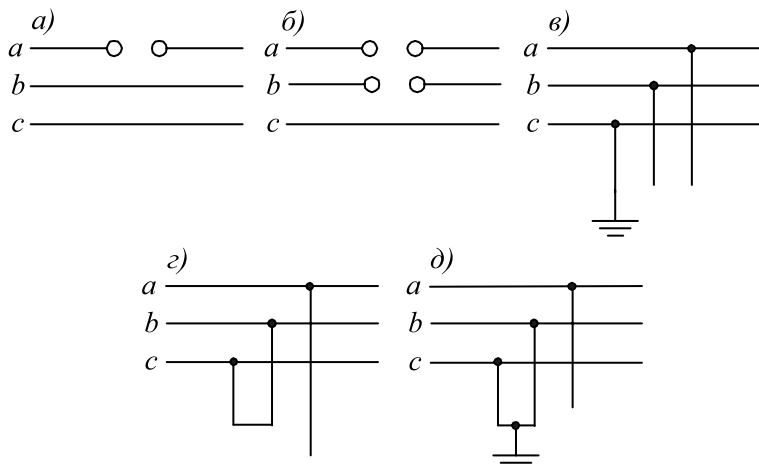


Рис. 1.26

Используя обозначения на рис. 1.27, *a*, запишем граничные условия для данного повреждения (разрыв двух фаз линии):

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_b &= 0, \\ \dot{I}_c &= 0, \\ \Delta \dot{U}_a &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.67)$$

На основании (1.17) связь между симметричными составляющими токов и напряжений определяется равенствами (с помощью матрицы преобразования  $\mathbf{H}^{-1}$ )

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_0 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b = 0 \\ \dot{I}_c = 0 \end{bmatrix}; \quad (1.68)$$

$$\Delta \dot{U}_1 + \Delta \dot{U}_2 + \Delta \dot{U}_0 = \Delta \dot{U}_a.$$

Таким образом, с учетом (1.67) граничным условиям в фазных координатах отвечают следующие соотношения в координатах 1–2–0:

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_1 = \dot{I}_2, \quad \Delta \dot{U}_1 + \Delta \dot{U}_2 + \Delta \dot{U}_0 = 0. \quad (1.69)$$

Поскольку граничные условия (1.69) определяют взаимосвязь всех последовательностей, для расчета симметричных составляющих токов и напряжений требуется составить три схемы замещения. В них необходимо выделить ветви с токами  $\dot{I}_0$ ,  $\dot{I}_1$ ,  $\dot{I}_2$ , а сами схемы соединить таким образом, чтобы обеспечивалось равенство токов в указанных ветвях в соответствии с первым граничным условием (1.69), а также выполнялось второе граничное условие (1.69) для напряжений.

Таким образом, при разрыве двух фаз линии комплексная схема замещения сети будет содержать три последовательно соединенные схемы замещения (рис. 1.27, *б*), где точки  $\mathbf{H}_1$ ,  $\mathbf{H}_2$ ,  $\mathbf{H}_0$  являются точками нулевых потенциалов

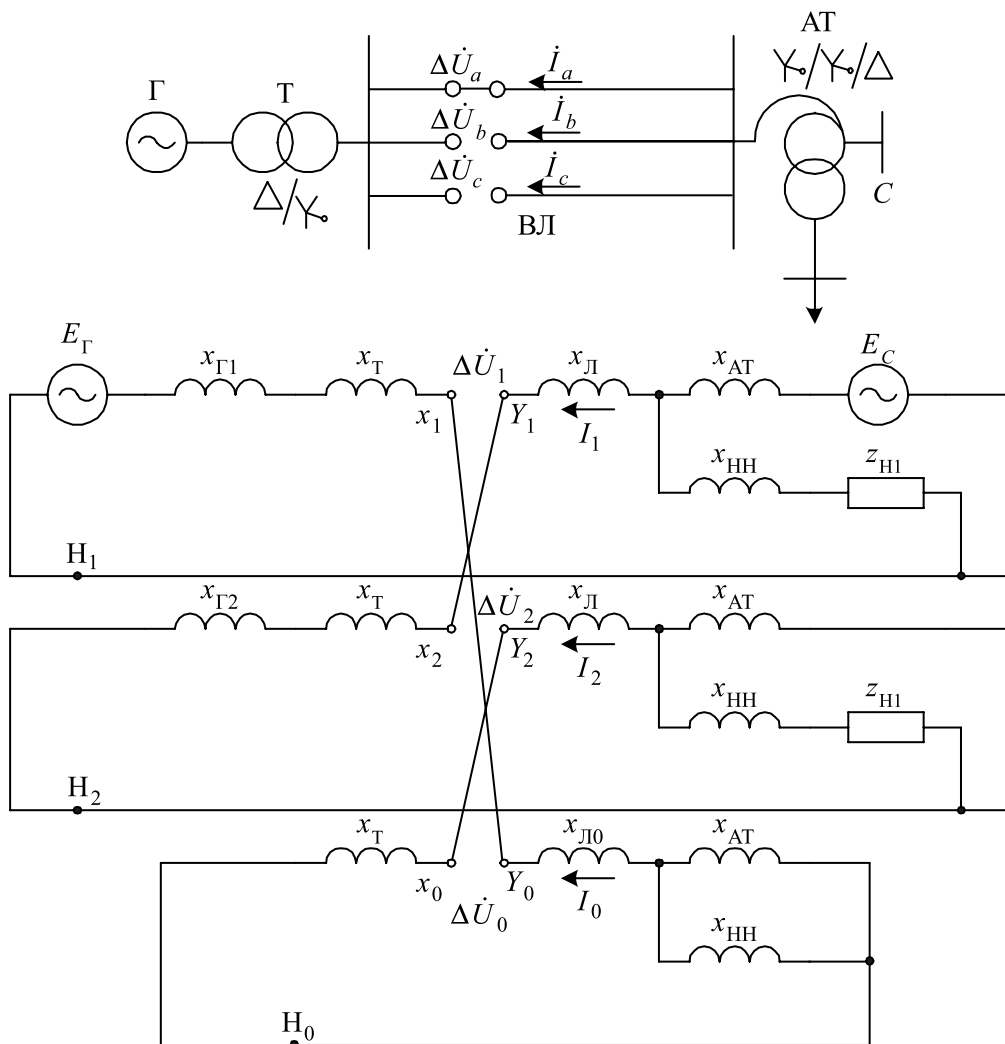


Рис. 1.27

соответствующих последовательностей, а точки  $x_1, y_1, x_2, y_2, x_0, y_0$  выделяют место разрыва.

Воспользовавшись известными величинами  $\dot{E}_Г$  и  $\dot{U}_С$ , являющимися э.д.с. и напряжением прямой последовательности, нетрудно найти токи  $\dot{I}_0, \dot{I}_1, \dot{I}_2$  в месте несимметрии, и далее определить симметричные составляющие токов в любой ветви и напряжений в любом узле сети. Для расчета фазных токов и напряжений необходимо воспользоваться преобразованием к фазной системе [с помощью матрицы **H** (1.17)].

Рассматривая однофазный разрыв в фазе „а», можно показать, что граничные условия будут иметь вид

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0 = 0, \quad \Delta \dot{U}_1 = \Delta \dot{U}_2 = \Delta \dot{U}_0,$$

что отвечает параллельному соединению схем прямой, обратной и нулевой последовательностей в месте несимметрии.

Условно комплексные схемы замещения для продольной несимметрии можно представить так, как это показано на рис. 1.28, а. Здесь сплошными линиями выполнено соединение схем отдельных последовательностей при обрыве двух фаз, а пунктирными — при обрыве одной фазы линии. То есть, для расчета токов и напряжений только прямой последовательности (рис. 1.28, б) достаточно включить между точками разрыва  $x_1, y_1$  в зависимости от вида несимметрии либо последовательно, либо параллельно соединенные сопротивления  $\dot{Z}_{2\Sigma}$  и  $\dot{Z}_{0\Sigma}$ .

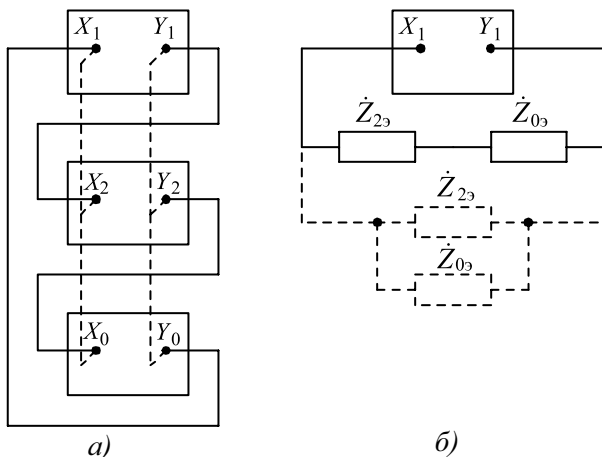


Рис. 1.28

Рассмотрим теперь методику расчета режима с однократной поперечной несимметрией — однофазным к. з. на примере той же схемы электропередачи (рис. 1.29). Граничные условия в фазных координатах имеют вид

$$\dot{I}_{kb} = \dot{I}_{kc} = 0, \quad \dot{U}_{ka} = 0.$$

Матричное равенство, аналогичное (1.68), позволяет получить граничные условия для симметричных составляющих

$$\dot{I}_{k0} = \dot{I}_{k1} = \dot{I}_{k2}, \quad \dot{U}_{k0} + \dot{U}_{k1} + \dot{U}_{k2} = 0. \quad (1.70)$$

Граничным условиям (1.70) отвечает комплексная схема замещения, показанная на рис. 1.30. Преобразуя схемы отдельных последовательностей (рис. 1.30) относительно узлов несимметрии  $k$  и  $n$ , можно свести их к эквивалентным сопротивлениям  $\dot{Z}_{1\Sigma}, \dot{Z}_{2\Sigma}, \dot{Z}_{0\Sigma}$  и э.д.с.  $\dot{E}_{1\Sigma}$ , что позволяет получить

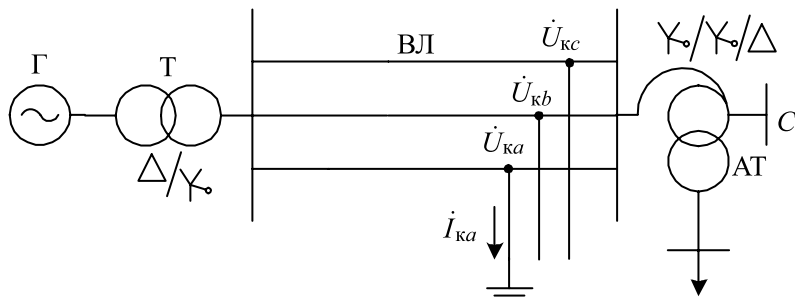


Рис. 1.29



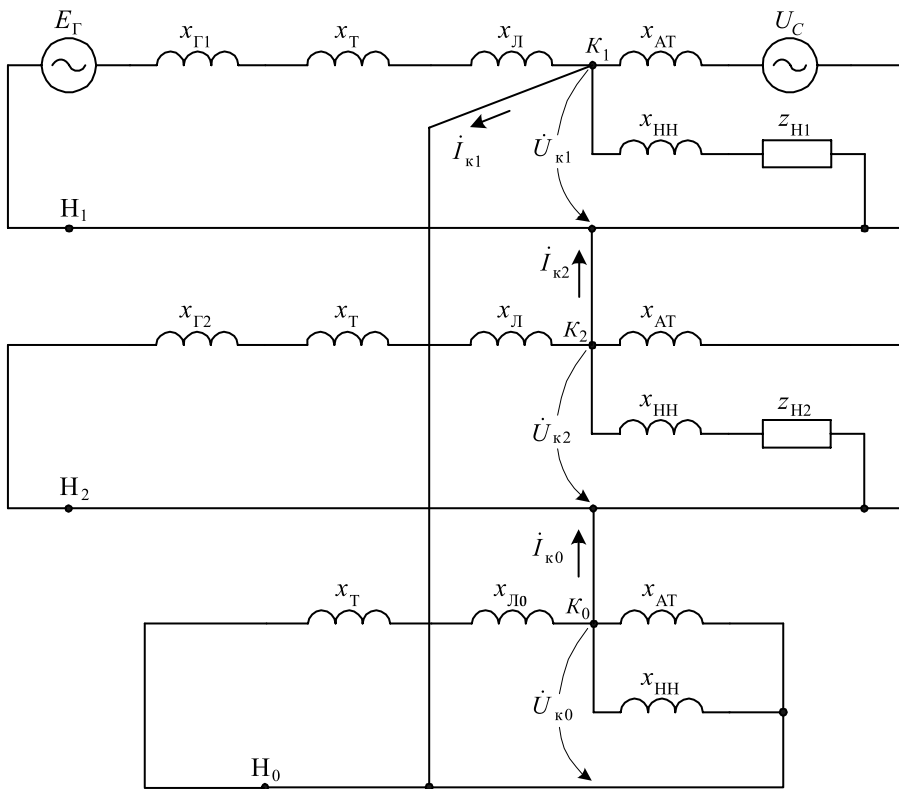


Рис. 1.30

более компактную комплексную схему замещения (рис. 1.31) и записать следующие выражения для определения тока прямой последовательности и фазного тока в месте повреждения:

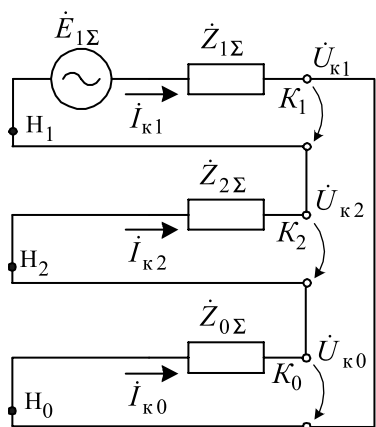


Рис. 1.31

$$i_{к1} = \frac{\dot{E}_{1\Sigma}}{\dot{Z}_{1\Sigma} + \dot{Z}_{2\Sigma} + \dot{Z}_{0\Sigma}} = \frac{1}{3} \cdot i_{ка}.$$

Сопротивление  $\dot{Z}_{к3} = \dot{Z}_{2\Sigma} + \dot{Z}_{0\Sigma}$  в месте несимметрии (рис. 1.32) называют еще шунтом короткого замыкания. Таким образом, если интерес представляет лишь вычисление токов и напряжений прямой последовательности, достаточно в месте к.з. включить в схему шунт  $\dot{Z}_{к3}$ , определяемый граничными условиями.

Нахождение фазных токов в ветвях сети требует определения порознь токов прямой, обратной и нулевой последовательностей в этих ветвях с дальнейшим их преобразованием

в фазные составляющие. Аналогично вычисляются фазные напряжения в узлах сети.

Рассуждая подобным образом, можно получить выражения для вычисления токов прямой последовательности в месте повреждения и шунтов к.з. применительно к междуфазному к.з. и двухфазному на землю к.з. (см. рис. 1.26):

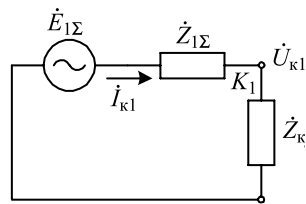


Рис. 1.32

$$i_k^{(2)} = \frac{\dot{E}_{1\Sigma}}{\dot{Z}_{1\Sigma} + \dot{Z}_{2\Sigma}}, \quad \dot{Z}_{k3}^{(2)} = \dot{Z}_{2\Sigma},$$

$$i_k^{(1,1)} = \frac{\dot{E}_{1\Sigma}}{\dot{Z}_{1\Sigma} + \frac{\dot{Z}_{2\Sigma} \cdot \dot{Z}_{0\Sigma}}{\dot{Z}_{2\Sigma} + \dot{Z}_{0\Sigma}}}, \quad \dot{Z}_{k3}^{(1,1)} = \frac{\dot{Z}_{2\Sigma} \cdot \dot{Z}_{0\Sigma}}{\dot{Z}_{2\Sigma} + \dot{Z}_{0\Sigma}}.$$

Заметим, что в сетях с глухим и эффективным заземлением нейтрали в расчетах токов к.з. при поперечной несимметрии, как правило, не учитываются активные сопротивления и емкостные проводимости воздушных линий электропередачи.

В системах с изолированной нейтралью —  $\dot{Z}_{0\Sigma} \rightarrow \infty$ , поэтому однофазное замыкание на землю в месте повреждения не вызывает тока (см. рис. 1.31), если не учитывать емкостные проводимости воздушных и кабельных линий (рис. 1.33). В противном случае, пренебрегая сопротивлениями  $\dot{Z}_{1\Sigma}$  и  $\dot{Z}_{2\Sigma}$ , по сравнению с емкостными сопротивлениями  $1/\dot{Y}_1$  и  $1/\dot{Y}_2$  получим из схемы рис. 1.33:

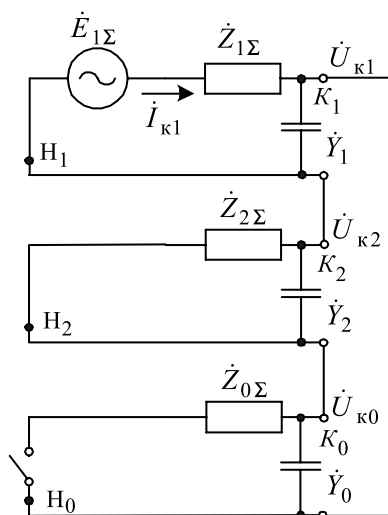


Рис. 1.33

$$\dot{I}_k^{(1)} = \dot{E}_{1\Sigma} \cdot \dot{Y}_0,$$

$$\dot{I}_{ka} = 3 \cdot \dot{E}_{1\Sigma} \cdot \dot{Y}_0 \approx 3 \cdot U_\phi \cdot \dot{Y}_0,$$

где  $\dot{Y}_0$  — емкостная проводимость нулевой последовательности рассматриваемой сети.

### § 3.2. Алгоритм программы расчета сложносимметричных режимов электрических систем

Задачи расчета сложносимметричных режимов возникают главным образом при анализе работы релейной защиты и системной автоматики ЭЭС и используются для нахождения электрических величин при коротких замыканиях, неполнофазных включениях и сложных видах несимметрии сети в одной или нескольких точках. Полное решение таких задач должно включать определение электромагнитного переходного процесса в элементах

ЭЭС и ее быстродействующих защит. Однако такая постановка чрезвычайно сложна и оправдана для решения только тех задач, в которых существенную роль играют процессы, протекающие в начальные, весьма малые промежутки времени. В практических задачах находит применение менее точное решение, которое состоит в определении сверхпереходного квазиустановившегося режима сети ЭЭС при представлении постоянными сверхпереходных э.д.с. генераторов и электродвигателей [4].

Расчеты такого типа можно проводить при задании в опорных узлах, где включены генераторы и электродвигатели, комплексных э.д.с. или напряжений прямой последовательности, определяемых из предшествующего нормального симметричного режима. Несимметричный режим находится совместным решением уравнений для схем прямой, обратной и нулевой последовательностей, связанных в единую систему соотношениями между токами и напряжениями в каждом несимметричном элементе, определяемые конкретными видами несимметрии.

Для использования в программах расчета установившихся симметричных и несимметричных режимов ЭЭС единой информационной базы целесообразно математические модели элементов электрической сети в программах несимметричных режимов строить на тех же принципах, которые приняты в программах для расчета симметричных режимов ЭЭС (учитываются не только реактивные, но и активные сопротивления линий и нагрузок, коэффициенты трансформации принимаются комплексными — учитывается поворот фаз напряжений и токов, обусловленный схемой включения обмоток трансформатора). Кроме того, дополнительная информация для параметров схем обратной и нулевой последовательностей должна задаваться для схемы той же конфигурации, что и для прямой последовательности.

Взаимное влияние линий, проходящих на близком расстоянии друг от друга, учитывается в программах расчета несимметричных режимов только для индуктивных параметров схем нулевой последовательности, поскольку для прямой и обратной последовательностей такое влияние невелико. Продольные и поперечные повреждения, а также взаимная индукция могут быть представлены введением в соответствующие ветви и узлы сети источников неизвестных напряжений и токов, которые определяются в результате решения системы уравнений, описывающих квазиустановившийся режим.

При принятых допущениях и способах описания сети токораспределение в несимметричном режиме описывается системой линейных алгебраических уравнений высокого порядка, для решения которой могут использоваться прямые методы, такие, как модификация метода Гаусса, методы окаймления и другие.

Такие уравнения, аналогичные (1.61), представляют собой систему уравнений узловых напряжений квазиустановившегося режима. От уравнений

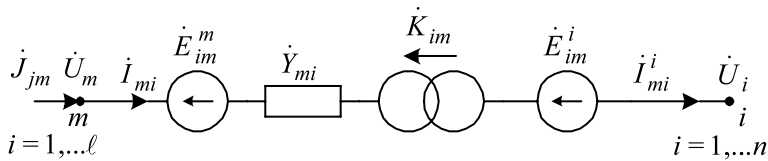


Рис. 1.34

(1.61) они отличаются тем, что содержат в ветвях э.д.с.  $\dot{E}_{im}^m$  и  $\dot{E}_{im}^i$  (рис. 1.34), имитирующие продольную несимметрию, а в состав задающих токов, кроме токов, обусловленных действием э.д.с. генераторов,

$$\dot{J}_{jm} = \dot{E}_{jm} \cdot \dot{Y}_{jm},$$

входят неизвестные токи, вызванные поперечными повреждениями. Ток в ветви, содержащей идеальный трансформатор с комплексными коэффициентами трансформации  $\dot{K}_{im}$  и э.д.с.  $\dot{E}_{im}^m$  и  $\dot{E}_{im}^i$ , определяется равенством

$$\dot{I}_{mi}^m = \dot{Y}_{mi} \cdot \left( \dot{U}_m - \dot{E}_{im}^m - \frac{1}{\dot{K}_{im}} \cdot (\dot{U}_i + \dot{E}_{im}^i) \right).$$

Для узла  $m$ , в котором сходятся  $n$  ветвей с проводимостями  $\dot{Y}_{mi}$  и  $\ell$  ветвей, представленных задающими токами  $\dot{J}_{jm}$ , уравнение узловых напряжений имеет вид

$$\dot{U}_m \cdot \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq m}}^n \dot{Y}_{mi} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq m}}^n \left( \frac{\dot{Y}_{mi}}{\dot{K}_{im}} \cdot \dot{U}_i \right) = \dot{J}_m = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq m}}^n \left( \dot{Y}_{mi} \cdot \left( \dot{E}_{im}^m + \frac{\dot{E}_{im}^i}{\dot{K}_{im}} \right) \right) + \sum_{j=1}^{\ell} \dot{J}_{jm}. \quad (1.71)$$

Систему уравнений (1.71) для всех узлов для схемы прямой последовательности представим в матричном виде:

$$\dot{\mathbf{Y}}_1 \cdot \dot{\mathbf{U}}_1 = \dot{\mathbf{J}}_1. \quad (1.72)$$

Вектор-столбец задающих токов в (1.72) удобно представить в виде суммы векторов-столбцов токов симметричного нагрузочного и дополнительного режимов

$$\dot{\mathbf{J}}_1 = \dot{\mathbf{J}}_{1Н} + \dot{\mathbf{J}}_{1Д},$$

применяя принцип наложения доаварийного режима, обусловленного действием э.д.с. генераторов и дополнительного режима, вызванного несимметричными повреждениями.

Следует заметить, что матрица  $\dot{\mathbf{Y}}_1$  при наличии комплексных коэффициентов трансформации несимметрична, так как

$$\frac{\dot{Y}_{mi}}{\dot{K}_{im}} \neq \frac{\dot{Y}_{im}}{\dot{K}_{mi}}.$$

Уравнения, аналогичные (1.72), записываются для схем обратной и нулевой последовательностей

$$\dot{\mathbf{Y}}_2 \cdot \dot{\mathbf{U}}_2 = \dot{\mathbf{J}}_2, \quad \dot{\mathbf{Y}}_0 \cdot \dot{\mathbf{U}}_0 = \dot{\mathbf{J}}_0, \quad (1.73)$$

в которых составляющие векторов  $\dot{\mathbf{J}}_{2\text{H}}$  и  $\dot{\mathbf{J}}_{0\text{H}}$  равны нулю. В векторах  $\dot{\mathbf{J}}_{2\text{д}}$  и  $\dot{\mathbf{J}}_{0\text{д}}$  не равны нулю составляющие для «стыкующих» узлов, т. е. узлов с поперечными повреждениями и узлов, ограничивающих ветви с продольными повреждениями. Через «стыкующие» узлы осуществляется связь между схемами прямой, обратной и нулевой последовательностей. Для коэффициентов трансформации, входящих в  $\dot{\mathbf{Y}}_2$  и  $\dot{\mathbf{Y}}_0$ , используются соотношения  $\dot{K}_{2im} = \dot{K}_{1im}^*$  и  $\dot{K}_{0im} = |\dot{K}_{1im}|$ .

Решив (1.72) и (1.73) относительно симметричных составляющих напряжений в узлах

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{U}}_1 &= \dot{\mathbf{Y}}_1^{-1} \cdot \dot{\mathbf{J}}_1 = \mathbf{Z}_1 \cdot (\dot{\mathbf{J}}_{1\text{H}} + \dot{\mathbf{J}}_{1\text{д}}) = \dot{\mathbf{U}}_{\text{H}} + \dot{\mathbf{Z}}_1 \cdot \dot{\mathbf{J}}_{1\text{д}}; \\ \dot{\mathbf{U}}_2 &= \dot{\mathbf{Z}}_2 \cdot \dot{\mathbf{J}}_{2\text{д}}; \quad \dot{\mathbf{U}}_0 = \dot{\mathbf{Z}}_0 \cdot \dot{\mathbf{J}}_{0\text{д}},\end{aligned}\quad (1.74)$$

можно использовать систему уравнений (1.74) для определения  $\dot{\mathbf{U}}_1$ ,  $\dot{\mathbf{U}}_2$ ,  $\dot{\mathbf{U}}_0$ , если предварительно определить ненулевые составляющие векторов-столбцов  $\dot{\mathbf{J}}_{1\text{д}}$ ,  $\dot{\mathbf{J}}_{2\text{д}}$ ,  $\dot{\mathbf{J}}_{0\text{д}}$ . Они могут быть найдены путем совместного решения части уравнений (1.74), имеющих ненулевые задающие токи дополнительного режима, и уравнений граничных условий для всех несимметрий, присутствующих в схеме ЭЭС. При этом для нулевой последовательности вводятся также и уравнения узлов, ограничивающих ветви, связанные взаимной индуктивностью, с ветвями, в которых имеется продольная несимметрия. Например, при наличии в системе с  $n$  узлами ветви, включенной между узлами  $m$  и  $i$  (см. рис. 1.34), с продольной несимметрией у узла  $m$  и поперечной несимметрией у узла  $i$ , элементы векторов-столбцов согласно правой части уравнения (1.71) определяются для узлов  $m$  и  $i$  по выражениям:

$$\dot{J}_{c\text{д}m} = \dot{Y}_{cmi} \cdot \dot{E}_{cim}^m, \quad \dot{J}_{c\text{д}i} = -\dot{Y}_{cmi} \cdot \frac{\dot{E}_{cim}^m}{\dot{K}_{cim}^*} + \dot{J}_{cm}, \quad c = 1, 2, 0. \quad (1.75)$$

В результате умножения  $\dot{\mathbf{Z}}_c$  на  $\dot{\mathbf{J}}_{c\text{д}}$  в (1.74) имеем:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{cm} &= \dot{U}_{\text{H}m} + \dot{Z}_{cmm} \cdot \dot{Y}_{cmi} \cdot \dot{E}_{cim}^m + \dot{Z}_{cmi} \cdot \left( \dot{J}_{cm} - \frac{\dot{Y}_{cmi}}{\dot{K}_{cim}^*} \cdot \dot{E}_{cim}^m \right), \\ \dot{U}_{ci} &= \dot{U}_{\text{H}i} + \dot{Z}_{cim} \cdot \dot{Y}_{cmi} \cdot \dot{E}_{cim}^m + \dot{Z}_{cii} \cdot \left( \dot{J}_{cm} - \frac{\dot{Y}_{cmi}}{\dot{K}_{cim}^*} \cdot \dot{E}_{cim}^m \right).\end{aligned}$$

Группируя члены при  $\dot{E}_{c_{im}}^m$  и  $\dot{J}_{c_m}$ , можно записать

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{c_m} \\ \dot{U}_{c_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_{H_m} \\ \dot{U}_{H_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left( \dot{Z}_{c_{mm}} - \frac{\dot{Z}_{c_{mi}}}{K_{c_{im}}^*} \right) \cdot \dot{Y}_{c_{mi}} & \dot{Z}_{c_{mi}} \\ \left( \dot{Z}_{c_{im}} - \frac{\dot{Z}_{c_{ii}}}{K_{c_{im}}} \right) \cdot \dot{Y}_{c_{mi}} & \dot{Z}_{c_{ii}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{E}_{c_{im}}^m \\ \dot{J}_{c_m} \end{bmatrix}. \quad (1.76)$$

Системы, аналогичные (1.76), записываются для всех последовательностей, дополняются уравнениями граничных уравнений и решаются относительно  $\dot{E}_{c_{im}}^m$  и  $\dot{J}_{c_m}$ . С их помощью из (1.75) находятся  $\dot{J}_{сд}$ , а затем из (1.74) симметричные составляющие напряжений во всех узлах.

### Глава 1. КВАЗИСТАЦИОНАРНЫЕ РЕЖИМЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

#### § 1.1 Квazистационарные перенапряжения в сетях с изолированной нейтралью

Согласно действующим нормам [7] сети с напряжением 6, 10, 15, 20, 35 кВ выполняются с изолированной (или заземлённой через дугогасящий реактор) нейтралью. Упрощенная схема замещения сети представлена на рис. 2.1.

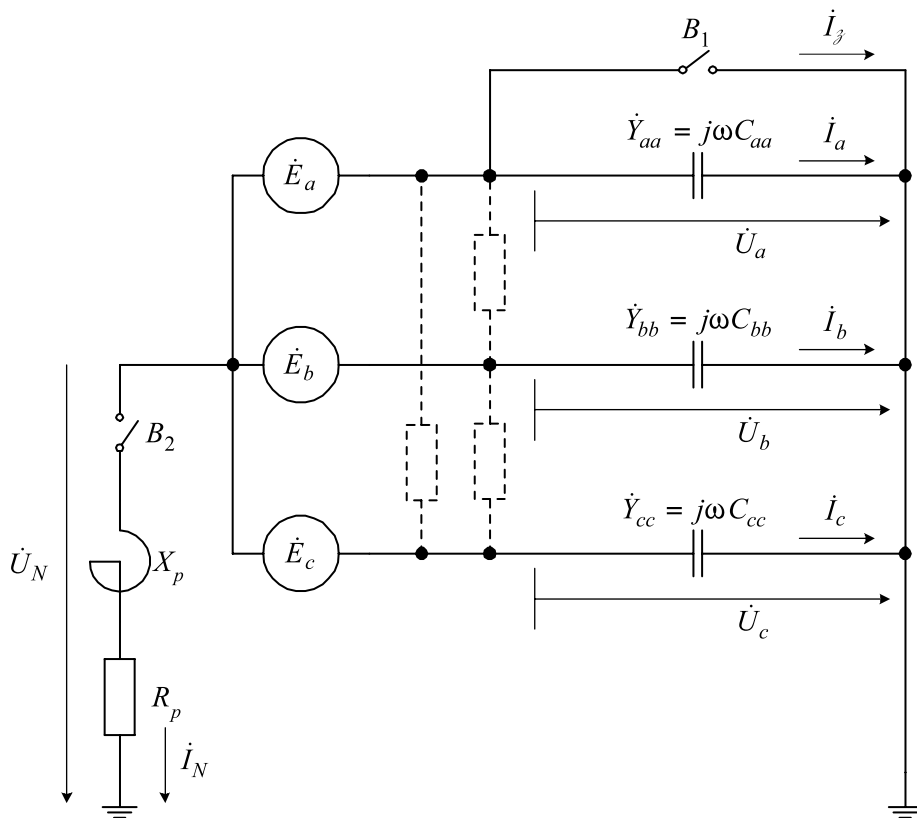


Рис. 2.1

Здесь не учитываются продольные активные и индуктивные сопротивления генераторов, трансформаторов (из-за относительно малых падений напряжений в расчетных режимах), воздушных и кабельных линий (из-за малой длины), а также могут быть исключены из рассмотрения междофазные проводимости (линий и нагрузок), которые включены на источники неизменных линейных напряжений (см. рис. 2.1, пункт и) и не влияют на напряжения относительно земли. Проводимости можно считать чисто реактивными, вызванными собственными емкостями относительно земли кабелей, воздушных линий и другого оборудования сети. Рассмотрим некоторые важные расчетные режимы [19]:

**Режим изолированной нейтрали сети при различных, в общем случае, проводимостях**  $\dot{Y}_{aa} \neq \dot{Y}_{bb} \neq \dot{Y}_{cc}$  (ключи  $B_1, B_2$  разомкнуты).

Для схемы (см. рис.2.1) можно составить следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}\dot{E}_a &= \dot{U}_a - \dot{U}_N \\ \dot{E}_b &= \dot{U}_b - \dot{U}_N\end{aligned}\quad (2.1)$$

$$\begin{aligned}\dot{E}_c &= \dot{U}_c - \dot{U}_N \\ \dot{I}_a &= \dot{Y}_{aa} \cdot \dot{U}_a \\ \dot{I}_b &= \dot{Y}_{bb} \cdot \dot{U}_b \\ \dot{I}_c &= \dot{Y}_{cc} \cdot \dot{U}_c.\end{aligned}\quad (2.2)$$

Для изолированной нейтрали по первому закону Кирхгофа

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0 \quad (2.3)$$

Подставим в (2.3) токи из (2.2) и напряжения  $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$  из (2.1). В результате получим напряжение на нейтрали

$$\dot{U}_N = - \frac{\dot{Y}_{aa} \cdot \dot{E}_a + \dot{Y}_{bb} \cdot \dot{E}_b + \dot{Y}_{cc} \cdot \dot{E}_c}{\dot{Y}_{aa} + \dot{Y}_{bb} + \dot{Y}_{cc}}. \quad (2.4)$$

Таким образом, получаем ненулевое напряжение на нейтрали (смещение нейтрали) в случае несимметрии сети  $\dot{Y}_{aa} \neq \dot{Y}_{bb} \neq \dot{Y}_{cc}$ , даже при уравновешенной системе э.д.с.  $\dot{E}_a + \dot{E}_b + \dot{E}_c = 0$ . Как следствие смещения нейтрали  $\dot{U}_N \neq 0$  имеем из (2.1) повышение напряжений относительно земли  $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$ . Если  $\dot{Y}_{aa} = \dot{Y}_{bb} = \dot{Y}_{cc}$ , то  $\dot{U}_N = 0$  и  $\dot{U}_a = \dot{E}_a, \dot{U}_b = \dot{E}_b, \dot{U}_c = \dot{E}_c$ .

**Несимметричный режим однофазного замыкания при изолированной нейтрали** ( $\dot{Y}_{aa} = \dot{Y}_{bb} = \dot{Y}_{cc} = Y$ , ключ  $B_1$  замкнут, см. рис. 2.1).

Вместо (2.3) (при  $\dot{I}_a = 0$ )

$$\dot{I}_b + \dot{I}_c + \dot{I}_j = 0. \quad (2.5)$$



Выразим из (2.5) ток замыкания  $\dot{I}_\beta$  и подставим токи  $\dot{I}_b$  и  $\dot{I}_c$  из (2.2), а напряжения  $\dot{U}_b, \dot{U}_c$  — из (2.1) ( $\dot{U}_a = 0$ ). Получим:

$$\dot{I}_\beta = -\dot{Y} \cdot (\dot{E}_b + \dot{E}_c + 2\dot{U}_N). \quad (2.6)$$

Из граничного условия  $\dot{U}_a = 0$  имеем  $\dot{U}_N = -\dot{E}_a$ , а из условия уравнивания э.д.с.  $\dot{E}_b + \dot{E}_c = -\dot{E}_a$ . Тогда из (2.6) окончательно получим:

$$\dot{I}_\beta = 3 \cdot \dot{Y} \cdot \dot{E}_a \quad (2.7)$$

или

$$I_\beta = \sqrt{3} U_{\text{ном}} \cdot \omega C \cdot \ell, \quad (2.8)$$

где  $C$  — погонная емкость «фаза—земля» кабеля или воздушной линии;  $\ell$  — суммарная длина линий;  $U_{\text{ном}}$  — номинальное напряжение.

Напряжения неповрежденных фаз относительно земли согласно (2.1) равны:

$$U_b = |\dot{E}_b + \dot{U}_N| = |\dot{E}_b - \dot{E}_a| = \sqrt{3} E_a = U_c.$$

Таким образом, при однофазном замыкании на землю напряжение смещения нейтрали  $\dot{U}_N = -\dot{E}_a$  по модулю равно фазной э.д.с., а напряжение на неповрежденных фазах относительно земли  $U_b = U_c = \sqrt{3} E_a$  превышает фазную э.д.с. в  $\sqrt{3}$  раз. Ток замыкания на землю носит емкостный характер и опережает ЭДС своей фазы на  $90^\circ$ .

**Несимметричный режим однофазного замыкания при нейтрали сети, заземлённой через дугогасящий реактор** ( $\dot{Y}_{aa} = \dot{Y}_{bb} = \dot{Y}_{cc} = Y$ , ключи  $B_1$  и  $B_2$  замкнуты, см. рис. 2.1).

Согласно [7, 10] при емкостных токах замыкания на землю более 30, 20, 15, 10 А соответственно в сетях напряжением 6, 10, 15–20, 35 кВ должна применяться компенсация тока с помощью заземляющих дугогасящих реакторов ( $X_p$ , см. рис. 2.1). В сетях 6–35 кВ с ВЛ на железобетонных и металлических опорах должны использоваться дугогасящие реакторы при ёмкостном токе замыкания на землю более 10 А.

Согласно схеме (см. рис. 2.1) вместо (2.5) имеем ( $\dot{I}_a = 0$ )

$$\dot{I}_b + \dot{I}_c + \dot{I}_\beta + \dot{I}_N = 0. \quad (2.9)$$

Подставив в (2.9) токи и напряжения из (2.1) и (2.2), получим

$$\dot{I}_\beta = - \left[ \dot{Y} (\dot{E}_b + \dot{E}_c + 2\dot{U}_N) + \frac{\dot{U}_N}{jX_p} \right], \quad (2.10)$$

где  $\dot{I}_N = \frac{\dot{U}_N}{jX_p}$ .

Аналогично предыдущему  $\dot{U}_N = -\dot{E}_a$  и  $\dot{E}_b + \dot{E}_c = -\dot{E}_a$ . Тогда из (2.10) получаем

$$\dot{I}_\beta = \dot{E}_a \left[ j3\omega C + \frac{1}{j\omega L_p} \right] = j3\omega C \dot{E}_a (1 - K), \quad (2.11)$$

где  $\dot{Y} = j\omega C$ ;  $X_p = \omega L_p$ ;  $K = \frac{1}{3\omega^2 L_p C}$  — коэффициент компенсации емкостного тока.

Как видно из (2.11) ток замыкания определяется действием э.д.с. в цепи, состоящей из параллельно соединенных емкостей всех фаз относительно земли  $3C$  и индуктивности дугогасящего реактора  $L_p$  (рис.2.2). При  $K = 1$  и  $R_p = 0$  имеем полную компенсацию емкостного тока: (резонанс токов), при  $K < 1$  — недокомпенсацию (емкостный ток замыкания), при  $K > 1$  — перекомпенсацию (индуктивный ток).

**Режим резонансного смещения нейтрали при наличии дугогасящего реактора** (ключ  $B_1$  разомкнут,  $B_2$  — замкнут, см. рис. 2.1).

Определим напряжение на нейтрали  $\dot{U}_N$  с учетом несимметрии сети и активного сопротивления реактора  $R_p$ . Вывод формулы проведем по теореме об эквивалентном генераторе. Будем считать известным напряжение на нейтрали при отключенном дугогасящем реакторе (2.4) и вычисленном с учетом имеющейся несимметрии сети  $\dot{Y}_{aa} \neq \dot{Y}_{bb} \neq \dot{Y}_{cc}$ . Тогда согласно теореме об эквивалентном генераторе напряжение на нейтрали при подключенном дугогасящем реакторе:

$$\dot{U}_N = \frac{\dot{U}_{Nxx}(R_p + j\omega L_p)}{R_p + j\omega L_p + \frac{1}{j3\omega C}},$$

где приближенно проводимость сети можно определить без учета несимметрии. Перепишем  $\dot{U}_N$ , введя коэффициент компенсации  $K = \frac{1}{3\omega^2 L_p C}$ :

$$\dot{U}_N = \frac{\dot{U}_{Nxx}(R_p + j\omega L_p)}{R_p + j\omega L_p(1 - K)}.$$

Для  $K = 1$

$$|\dot{U}_N| = U_{Nxx} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega L_p}{R_p}\right)^2}. \quad (2.12)$$

Добротность реактора  $q = X_p / R_p = 20 \dots 100$  велика, поэтому напряжение на нейтрали  $\dot{U}_N$  при  $K = 1$  ( $U_N \approx q \cdot U_{Nxx}$ ) даже при небольшой несимметрии в сети ( $U_{Nxx}$ ) может достигать опасных для изоляции величин. Схема замещения сети для этого случая приведена на рис. 2.3, она представляет

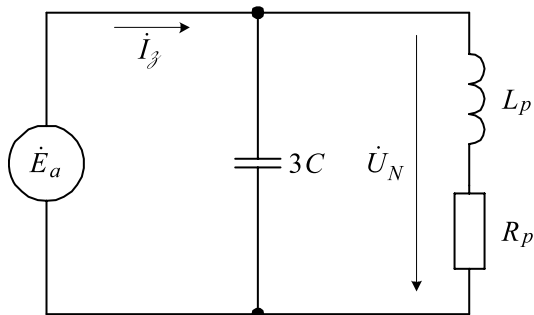


Рис. 2.2

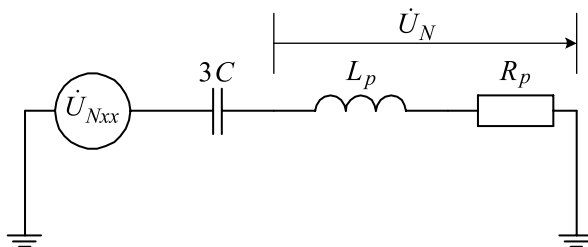


Рис. 2.3

собой последовательно соединенные емкость  $3C$  всех фаз относительно земли и индуктивность дугогасящего реактора  $L_p$  (при  $K = 1$ ,  $R_p = 0$  — резонанс напряжений). Этот контур включен на напряжение смещения нейтрали  $U_{Nxx}$ , определенное без учета реактора.

**Несимметричные режимы неполнофазного включения сети с дугогасящим реактором.**

Рассмотрим в качестве примера включение двумя фазами « $b$ » и « $c$ » (рис. 2.4).

Уравнение баланса токов  $\dot{I}_b + \dot{I}_c + \dot{I}_N = 0$ , ( $\dot{I}_a = 0$ ) и далее с помощью (2.1) и (2.2) получим ( $\dot{Y}_{bb} = \dot{Y}_{cc} = \dot{Y}$ )

$$\dot{U}_N = \frac{0,5 \cdot \dot{E}_a}{1 - 1,5 \cdot K}.$$

Аналогично при включении одной фазы (« $a$ ») можно получить напряжение на нейтрали в виде:

$$\dot{U}_N = \frac{-\dot{E}_a}{1 - 3 \cdot K}.$$

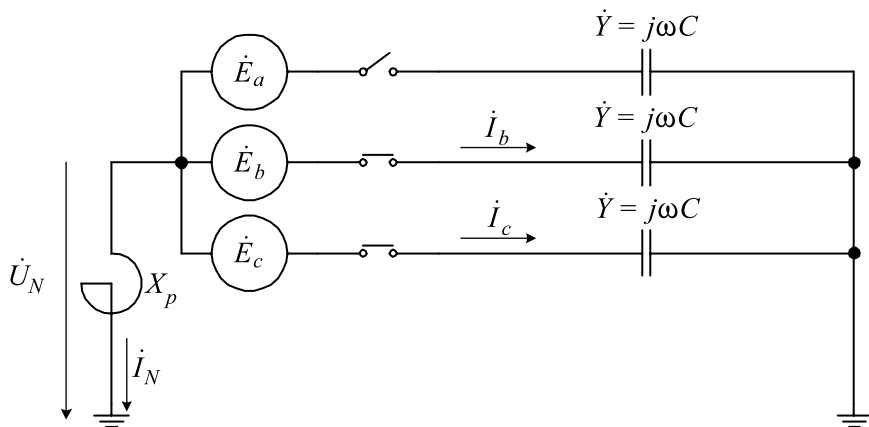


Рис. 2.4

Следовательно, недокомпенсация емкости сети ( $K < 1$ ) опасна из-за резонансного смещения нейтрали в случае неполнофазного включения сети: при  $K = 2/3$  (включение двух фаз),  $K = 1/3$  (включение одной фазы).

**Несимметричный режим однофазного замыкания при нейтрали сети, заземлённой через резистор  $R_N$  (рис. 2.4\*), (см. [13]).**

Можно воспользоваться формулой (2.10), где необходимо положить

$$I_N = \frac{\dot{U}_N}{R_N + jX_T},$$

где  $X_T$  — индуктивное сопротивление нулевой последовательности заземляющего трансформатора.

Получим вместо (2.11) выражение для определения тока замыкания:

$$\dot{I}_j = \dot{E}_a \cdot \left( j3\omega C + \frac{3}{3R_N + jX_T} \right).$$

При высокоомном заземлении нейтрали  $R_N \gg X_T$  и ток замыкания

$$\dot{I}_j \cong \dot{E}_a \cdot \left( \frac{1}{R_N} + j3\omega C \right) \quad (2.12^*)$$

или

$$I_j = U_\Phi \cdot \sqrt{\left( \frac{1}{R_N} \right)^2 + (3\omega C)^2}.$$

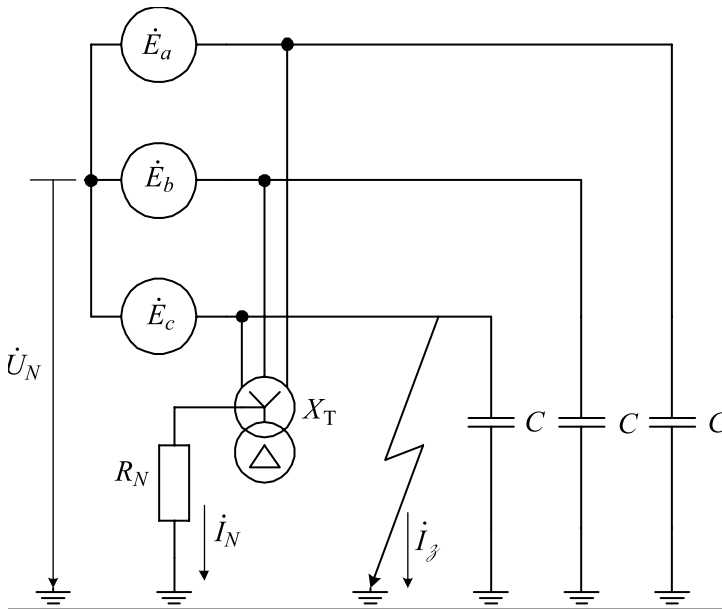


Рис. 2.4\*

Выражению (2.12\*) соответствует схема замещения рис. 2.2 при  $L_p = 0$  при  $R_p = R_N$ .

Включение резистора в нейтраль системы приводит к появлению в месте повреждения активной составляющей тока наряду с ёмкостной. Как будет видно далее (см. § 2.3 этой же главы), включение параллельно ёмкости нулевой последовательности сети  $C$  активного сопротивления  $R_N$  играет большую роль в снижении дуговых перенапряжений при замыканиях на землю и увеличении надёжности работы изоляции оборудования сети.

**Пример 1.** Определить ток замыкания на землю на секции собственных нужд 6 кВ ТЭЦ, имеющей 12 кабельных присоединений для питания электродвигателей различных механизмов. Считать, что каждое присоединение выполнено кабелем марки ААШВ сечением  $120 \text{ мм}^2$  при средней длине кабеля 160 м.

Согласно [10] частичная ёмкость жилы указанного кабеля на оболочку  $C = 0,278 \text{ мкФ/км}$ . Искомый ток замыкания по (2.8)

$$I_{\text{з}} = \sqrt{3} U_{\text{нр}} \omega C \ell = \sqrt{3} \cdot 6,6 \cdot 10^3 \cdot \omega \cdot 0,278 \cdot 10^{-6} \cdot 12 \cdot 0,16 = 1,9 \text{ А},$$

где  $U_{\text{нр}} = 6,6 \text{ кВ}$  — наибольшее рабочее напряжение сети (в сети с вращающимися машинами больше номинального напряжения 6 кВ на 10 %).

**Пример 2.** Ток замыкания на землю в кабельной городской сети 6 кВ составляет 30 А. Выбрать заземляющий дугогасящий реактор, обеспечивающий компенсацию тока замыкания.

Мощность реактора определяем по формуле

$$Q_{\text{к}} = 1,25 \cdot I_{\text{з}} \cdot U_{\text{фр}} = 1,25 \cdot 30 \cdot \frac{6,6}{\sqrt{3}} = 143 \text{ кВ} \cdot \text{А},$$

где 1,25 — коэффициент, учитывающий развитие сети и возможность работы реактора с перекомпенсацией;  $U_{\text{фр}}$  — наибольшее рабочее фазное напряжение сети.

Выбираем реактор РУОМ–190 с номинальной мощностью 190 кВ·А, плавным регулированием тока компенсации в пределах 4,25...42,5 А и системой автоматического измерения ёмкости сети [25].

**Пример 3.** Определить напряжение смещения нейтрали при резонансной настройке дугогасящего реактора и несимметрии в сети, приводящей к напряжению на нейтрали  $U_{\text{Nxx}} = 0,75 \% U_{\text{ф}}$  (без учета дугогасящего реактора). Добротность реактора  $q = X_p / R_p = 20$ .

Получим с помощью (2.12)  $U_N = 0,0075 \cdot 20 \cdot U_{\text{ф}} = 0,15 \cdot U_{\text{ф}}$ , что считается предельно допустимой величиной [7].

## § 1.2. Квазистационарные перенапряжения на линиях электропередачи в симметричных режимах

Наиболее общая схема электропередачи, в которой определяются величины перенапряжений и обосновываются способы их ограничения, приведена на рис. 2.5.

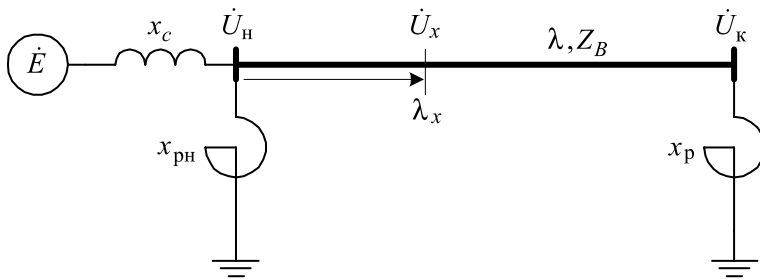


Рис. 2.5

Определим напряжение в произвольной точке линии электропередачи, предварительно введя понятия о входном сопротивлении линии  $\dot{Z}_{BX}$ , включенной на индуктивное сопротивление в ее конце  $x_p$ , и о перепаде напряжений  $\dot{K} = \dot{U}_K / \dot{U}_H$  (рис. 2.6).

Вывод всех формул проведем без учета потерь как в самой линии, так и в ее конечных элементах.

Определим входное сопротивление линии с индуктивным сопротивлением  $x_p$  в ее конце (см. рис. 2.6).

Воспользуемся уравнениями длинной линии (глава 1, (1.32\*)):

$$\begin{aligned}\dot{U}_H &= \dot{U}_K \cdot \cos \lambda + jZ_B \cdot \dot{I}_K \cdot \sin \lambda, \\ \dot{I}_H &= \dot{I}_K \cdot \cos \lambda + j(\dot{U}_K / Z_B) \cdot \sin \lambda,\end{aligned}\quad (2.13)$$

где  $\lambda$ ,  $Z_B$  — волновая длина и волновое сопротивление линии прямой последовательности.

Граничное условие в конце линии

$$\dot{U}_K = jx_p \dot{I}_K.$$

Подставим последнее выражение в (2.13) и, разделив первое уравнение (2.13) на второе, получим входное сопротивление линии  $\dot{Z}_{BX}$  относительно ее начала:

$$\dot{Z}_{BX} = \frac{\dot{U}_H}{\dot{I}_H} = jZ_B \cdot \frac{(x_p / Z_B) \cdot \cos \lambda + \sin \lambda}{\cos \lambda - (x_p / Z_B) \cdot \sin \lambda}.$$

Вводя обозначение  $x_p / Z_B = \operatorname{tg} \alpha_p$ , и пользуясь формулами приведения, окончательно получим:

$$\begin{aligned}\dot{Z}_{BX} &= jZ_B \cdot \operatorname{tg} (\lambda + \alpha); \\ \alpha_p &= \operatorname{arctg} (x_p / Z_B).\end{aligned}\quad (2.14)$$

Для частных случаев короткозамкнутой линии ( $x_p = 0$ ,  $\alpha = 0$ )  $\dot{Z}_{BX_{K3}}$  и разомкнутой ( $x_p = \infty$ ,  $\alpha = \pi/2$ )  $\dot{Z}_{BX_{XX}}$  имеем:

$$\dot{Z}_{BX_{K3}} = jZ_B \cdot \operatorname{tg} \lambda; \quad \dot{Z}_{BX_{XX}} = -jZ_B \cdot \operatorname{ctg} \lambda.$$

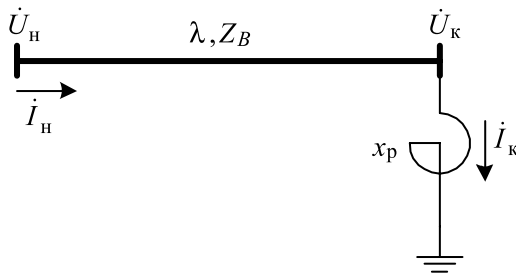


Рис. 2.6

Таким образом, входное сопротивление  $\dot{Z}_{\text{ВХКЗ}}$  линии, длиной  $0 < \ell < 1500$  км ( $0 < \lambda < \pi/2$ ) — индуктивное ( $\text{tg} \lambda > 0$ ), а входное сопротивление  $\dot{Z}_{\text{ВХХХ}}$  — емкостное ( $\text{ctg} \lambda > 0$ ). Модули входных сопротивлений  $|\dot{Z}_{\text{ВХКЗ}}| = |\dot{Z}_{\text{ВХХХ}}|$  равны для линии длиной  $\lambda = 750$  км.

Найдем формулу для определения перепада напряжений  $\dot{K} = \dot{U}_\text{К} / \dot{U}_\text{Н}$  в схеме (см. рис. 2.6). Разделив первое уравнение (2.13) на  $\dot{U}_\text{Н}$ , получим

$$1 = \dot{K} \cdot \cos \lambda + \dot{K} \cdot \sin \lambda \cdot (Z_\text{В} / x_p),$$

откуда

$$\dot{K} = K = \frac{\dot{U}_\text{К}}{\dot{U}_\text{Н}} = \frac{1}{\cos \lambda + \sin \lambda \cdot (Z_\text{В} / x_p)} = \frac{\sin \alpha_p}{\sin(\lambda + \alpha_p)}, \quad (2.15)$$

где, как и ранее,  $\alpha_p = \text{arctg}(x_p / Z_\text{В})$ .

Перейдем к определению напряжения в произвольной точке  $x$  линии  $\dot{U}_x$ , прежде определив напряжение в ее начале  $\dot{U}_\text{Н}$  (см. рис. 2.5), при  $x_\text{РН} = \infty$ .

С использованием формулы для входного сопротивления  $\dot{Z}_\text{ВХ}$  (2.14)

$$\dot{U}_\text{Н} = \frac{E \cdot \text{tg}(\lambda + \alpha_p)}{\text{tg}(\lambda + \alpha_p) + x_c / Z_\text{В}}.$$

Или, если ввести обозначение  $x_c / Z_\text{В} = \text{tg} \alpha_c$  и умножить числитель и знаменатель предыдущего выражения на  $\cos \alpha_c \cdot \cos(\lambda + \alpha_p)$ , получим

$$U_\text{Н} = \frac{E \cdot \sin(\lambda + \alpha_p) \cdot \cos \alpha_c}{\cos \alpha_c \cdot \sin(\lambda + \alpha_p) + \sin \alpha_c \cdot \cos(\lambda + \alpha_p)}.$$

Окончательно, используя формулы приведения,

$$U_\text{Н} = \frac{E \cdot \sin(\lambda + \alpha_p) \cdot \cos \alpha_c}{\sin(\lambda + \alpha_c + \alpha_p)}. \quad (2.16)$$

Для определения напряжения в произвольной точке  $x$  линии используем первое уравнение (2.13), заменив  $\lambda$  на  $\lambda - \lambda_x$

$$\dot{U}_x = \dot{U}_\text{К} \cdot \cos(\lambda - \lambda_x) + j Z_\text{В} \cdot \dot{I}_\text{К} \cdot \sin(\lambda - \lambda_x) \quad (2.17)$$

и формулу для перепада (2.15), из которой с помощью (2.16) и граничного условия  $\dot{U}_\text{К} = j x_p \dot{I}_\text{К}$  получаем напряжение в конце линии

$$U_\text{К} = \frac{E \cdot \sin \alpha_p \cdot \cos \alpha_c}{\sin(\lambda + \alpha_c + \alpha_p)}.$$

Исключаем в (2.17) напряжение  $\dot{U}_K$  и ток  $\dot{I}_K$ , в результате

$$U_x = \frac{E \cdot \sin \alpha_p \cdot \cos \alpha_c \cdot \left( \cos(\lambda - \lambda_x) + \frac{\sin(\lambda - \lambda_x)}{\operatorname{tg} \alpha_p} \right)}{\sin(\lambda + \alpha_c + \alpha_p)}, \quad (2.18)$$

окончательно

$$U_x = \frac{E \cdot \sin(\lambda - \lambda_x + \alpha_p) \cdot \cos \alpha_c}{\sin(\lambda + \alpha_c + \alpha_p)}.$$

Формула (2.18) справедлива, если имеется реактор в начале линии  $x_{\text{рн}} \neq \infty$  (см. рис. 2.5), и если предварительно преобразовать параллельные ветви  $E$ ,  $x_c$  и  $x_{\text{рн}}$ . Тогда вместо  $E$  в (2.18) необходимо подставить  $E_{\Sigma} = \frac{E \cdot x_{\text{рн}}}{x_c + x_{\text{рн}}}$ , а вместо  $x_c$  —  $x_{\Sigma} = \frac{x_{\text{рн}} \cdot x_c}{x_{\text{рн}} + x_c}$ .

#### Частные случаи:

а) одностороннее включение линии без реактора на шины бесконечной мощности ( $x_p = \infty$ ,  $x_c = 0$ ,  $\alpha_p = \pi/2$ ,  $\alpha_c = 0$ ), тогда

$$U_x = \frac{E \cdot \cos(\lambda - \lambda_x)}{\cos \lambda}, \quad U_K = \frac{E}{\cos \lambda};$$

б) включение линии без реакторов на шины системы ограниченной мощности ( $x_p = \infty$ ,  $x_c \neq 0$ ,  $\alpha_p = \pi/2$ ,  $\alpha_c \neq 0$ ), тогда

$$U_x = \frac{E \cdot \cos(\lambda - \lambda_x) \cdot \cos \alpha_c}{\cos(\lambda + \alpha_c)}; \quad U_K = \frac{E \cdot \cos \alpha_c}{\cos(\lambda + \alpha_c)}. \quad (2.19)$$

Максимальное напряжение в схеме с реактором на конце линии, согласно (2.18), будет иметь место при  $\lambda - \lambda_x + \alpha_p = \pi/2$ , т. е. в точке  $x$  линии, отстоящей от ее начала на волновую длину  $\lambda_x = \lambda + \alpha_p - \pi/2$ .

На практике часто возникает задача об определении необходимой мощности реактора  $Q_p = U_{\text{ном}}^2 / x_p$ , обеспечивающего в режиме одностороннего питания заданное напряжение в конце линии  $U_K = U_{\text{доп}}$ . Выведем формулу, позволяющую найти такой реактор.

Используем (2.18) для  $\lambda_x = \lambda$ :

$$\begin{aligned} \sin \alpha_p \cdot \cos \alpha_c &= \frac{U_{\text{доп}}}{E} \cdot \sin(\lambda + \alpha_c + \alpha_p) = \\ &= \frac{U_{\text{доп}}}{E} \cdot (\sin \alpha_p \cdot \cos(\lambda + \alpha_c) + \cos \alpha_p \cdot \sin(\lambda + \alpha_c)). \end{aligned}$$

Разделим обе части уравнения на  $\cos \alpha_p$ :

$$\operatorname{tg} \alpha_p \cdot \left( \cos \alpha_c - \frac{U_{\text{доп}}}{E} \cdot \cos(\lambda + \alpha_c) \right) = \frac{U_{\text{доп}}}{E} \cdot \sin(\lambda + \alpha_c).$$



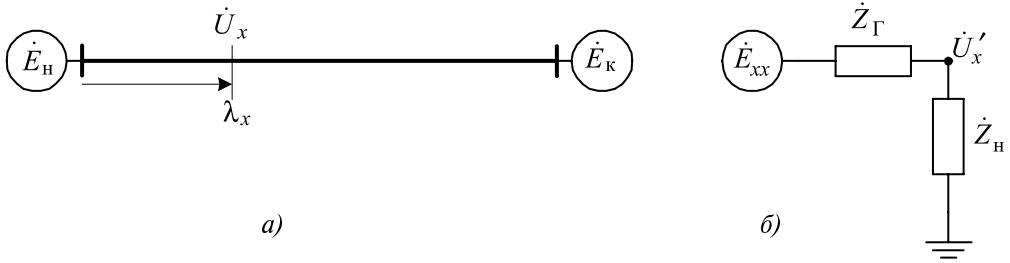


Рис. 2.7

Учитывая, что  $\alpha_p = \arctg(x_p/Z_B)$ , окончательно получим

$$\frac{Z_B}{x_p} = Z_B \cdot b_p = \frac{Q_p}{P_H} = \frac{\frac{E}{U_{\text{доп}}} \cdot \cos \alpha_c - \cos(\lambda + \alpha_c)}{\sin(\lambda + \alpha_c)}, \quad (2.20)$$

где  $P_H$  — натуральная мощность линии.

Для дальних электропередач возникает необходимость определения напряжения  $\dot{U}_x$  в промежуточных точках линии не только в режиме одностороннего питания, но и в режиме примыкания к источникам с двух сторон (рис. 2.7, а). С помощью метода наложения найдем это напряжение в виде двух составляющих  $\dot{U}_x = \dot{U}'_x + \dot{U}''_x$ : сначала от э.д.с.  $\dot{E}_H$  ( $\dot{U}'_x$ ), а затем от э.д.с.  $\dot{E}_K$  ( $\dot{U}''_x$ ). Составляющая  $\dot{U}'_x$  ( $\dot{E}_K = 0$ ) при использовании теоремы об эквивалентном генераторе равна:

$$\dot{U}'_x = \frac{\dot{E}_{xx} \cdot \operatorname{tg}(\lambda - \lambda_x)}{\operatorname{tg}(\lambda - \lambda_x) + \operatorname{tg} \lambda_x},$$

где э.д.с. холостого хода  $\dot{E}_{xx}$  при отключенном участке линии длиной  $\lambda - \lambda_x$  равна:  $\dot{E}_{xx} = \dot{E}_H / \cos \lambda_x$ ; сопротивление нагрузки  $\dot{Z}_H = jZ_B \cdot \operatorname{tg}(\lambda - \lambda_x)$  равно входному сопротивлению короткозамкнутого участка линии длиной  $\lambda - \lambda_x$  и внутреннее сопротивление эквивалентного генератора  $\dot{Z}_\Gamma = jZ_B \cdot \operatorname{tg} \lambda_x$  равно входному сопротивлению (со стороны узла  $x$ ) короткозамкнутого участка линии длиной  $\lambda_x$ . Искомое напряжение  $\dot{U}'_x$  определяется по формуле:

$$\dot{U}'_x = \frac{\dot{E}_{xx} \dot{Z}_H}{\dot{Z}_H + \dot{Z}_\Gamma}.$$

Этой формуле соответствует схема замещения (см. рис. 2.7, б).

Аналогично применяется теорема об эквивалентном генераторе для определения составляющей  $\dot{U}''_x$  ( $\dot{E}_H = 0$ ):

$$\dot{U}''_x = \frac{\dot{E}_K \cdot \operatorname{tg} \lambda_x}{\cos(\lambda - \lambda_x) \cdot (\operatorname{tg} \lambda_x + \operatorname{tg}(\lambda - \lambda_x))}.$$

Складываем полученные выражения для  $\dot{U}'_x$  и  $\dot{U}''_x$ , предварительно умножив числители и знаменатели слагаемых на произведение  $\cos \lambda_x \cdot \cos(\lambda - \lambda_x)$ . После несложных преобразований получим

$$\dot{U}_x = \frac{\dot{E}_H \cdot \sin(\lambda - \lambda_x) + \dot{E}_K \cdot \sin \lambda_x}{\sin \lambda}. \quad (2.21)$$

**Частные случаи:**

*а) напряжение в середине линии  $\lambda_x = \lambda/2$*

$$\dot{U}_{\lambda/2} = \frac{(\dot{E}_H + \dot{E}_K)}{2 \cdot \cos(\lambda/2)}; \quad (2.22)$$

*б) модуль напряжения  $|\dot{U}_x|$  в середине линии при  $|\dot{E}_H| = |\dot{E}_K| = E$*

$$U_{\lambda/2} = \frac{E \cdot \sin(\lambda/2) \cdot |e^{j\delta} + 1|}{\sin \lambda} = \frac{E \cdot \sqrt{2 + 2 \cdot \cos \delta}}{2 \cdot \cos(\lambda/2)} = \frac{E \cdot \cos(\delta/2)}{\cos(\lambda/2)}, \quad (2.23)$$

где  $\delta$  — угол между векторами  $\dot{E}_K = E$  и  $\dot{E}_H = E \cdot e^{j\delta}$ .

**Пример 1.** Определить максимальное напряжение на линии при ее одностороннем включении ( $\ell = 500$  км;  $x_c/Z_B = 0,3$ ;  $x_{pH} = x_p = \infty$ ).

Используем формулу (2.19) при  $\lambda_x = \lambda$ ,  $U_x = U_K$ , в этом случае наибольшее напряжение — в конце линии. Волновая длина  $\lambda \cong 1,047 \cdot 10^{-3} \cdot 500 = 0,524$ ;  $\alpha_c = \arctg(x_c/Z_B) = \arctg 0,3 = 0,29$ . Относительное напряжение в конце линии

$$\frac{U_K}{E} = \frac{\cos 0,29}{\cos(0,524 + 0,29)} = 1,4.$$

**Пример 2.** Определить мощность реактора, установленного в конце линии длиной 500 км, напряжением 750 кВ, обеспечивающего напряжение в ее конце в режиме одностороннего питания на уровне  $U_K = U_{\text{доп}} = 1,05 \cdot E$  (отношение  $x_c/Z_B = 0,3$ ;  $P_H = 2000$  МВт).

Из формулы (2.20) мощность реактора  $Q_p$  в долях от натуральной  $P_H = U^2/Z_B$  равна:

$$\frac{Q_p}{P_H} = \frac{(1/1,05) \cdot \cos 0,29 - \cos(0,524 + 0,29)}{\sin(0,524 + 0,29)} = 0,31$$

или  $Q_p = 2000 \cdot 0,31 \cong 600$  МВ·А (две группы трехфазных реакторов мощностью по 300 МВ·А).

**Пример 3.** При условиях предыдущего примера найти наибольшее напряжение на линии.

Согласно (2.18)  $U_x = U_{x_{\max}}$  будет иметь место при  $\lambda_x = \lambda + \alpha_p - \pi/2$ . Опреде-

лим  $a_p = \arctg\left(\frac{x_p}{Z_B}\right) = \arctg\left(\frac{1}{b_p \cdot Z_B}\right) = 1,27$ . Тогда  $\lambda_x = 0,24 + 1,27 - \pi/2 = 0,224$ .

Точка на линии определяется следующим выражением:

$$\ell_x = 0,224 / (1,047 \cdot 10^{-3}) \cong 214 \text{ км.}$$

Максимальное напряжение будет в точке линии, отстоящей от ее начала на расстоянии  $\ell_x = 214$  км,  $U_{\max} / E = \cos(0,29) / \sin(0,524 + 0,29 + 1,27) = 1,1$ . Напомним, что в конце линии  $U_k / E = 1,05$ .

**Пример 4.** Определить максимальное напряжение на линии длиной  $\ell = 750$  км при включении ее с двух сторон на шины бесконечной мощности ( $\dot{E}_H = \dot{E}_K = E$ ).

В этих условиях точка с максимальным напряжением будет в середине линии в режиме холостого хода  $\delta = 0$  (2.23):

$$\frac{U_{\max}}{E} = \frac{1}{\cos 0,39} = 1,08.$$

### § 1.3. Квазистационарные перенапряжения на линиях электропередачи в несимметричных режимах

Рассмотрим поперечную несимметрию в наиболее распространенном случае — при однофазном коротком замыкании (рис. 2.8).

Определим напряжение на неповрежденных фазах в конце линии при КЗ в той же точке (предполагаем пока, что линия представлена продольными параметрами). При однофазном КЗ в фазе **a** в месте повреждения токи симметричных составляющих определяются с помощью формул [§ 3.1 часть I]:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \dot{I}_0 = \dot{E}_1 / (\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_0), \quad (2.24)$$

где  $\dot{E}_1$  — эквивалентная э.д.с. прямой последовательности;  $\dot{Z}_1$ ,  $\dot{Z}_2$ ,  $\dot{Z}_0$  — эквивалентные продольные сопротивления схем замещения прямой, обратной и нулевой последовательностей (комплексная схема замещения, рис. 2.9).

Определим напряжение на неповрежденной фазе **b** (для симметричной по фазам линии при отсутствии потерь  $|\dot{U}_b| = |\dot{U}_c|$ ):

$$\dot{U}_b = \dot{U}_0 + a^2 \cdot \dot{U}_1 + a \cdot \dot{U}_2,$$

где  $\dot{U}_1$ ,  $\dot{U}_2$ ,  $\dot{U}_0$  — напряжения соответствующих последовательностей (см. рис. 2.9);  $a = -0,5 + j\sqrt{3}/2$ ;  $a^2 = -0,5 - j\sqrt{3}/2$ .

Согласно схеме (см. рис. 2.9) падения напряжений  $\dot{U}_0 = -\dot{Z}_0 \cdot \dot{I}_0$ ,  $\dot{U}_2 = -\dot{Z}_2 \cdot \dot{I}_2$ , а также  $\dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = 0$  (последнее уравнение следует из граничного условия в фазной системе координат  $\dot{U}_a = 0$ ). Тогда получим:

$$\dot{U}_b = \dot{U}_0 \cdot (1 - a^2) + \dot{U}_2 \cdot (a - a^2),$$

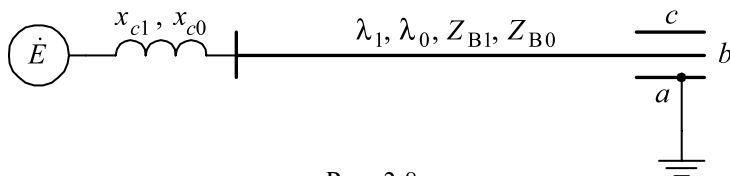


Рис. 2.8

с учетом (2.24), а также, полагая  $\dot{Z}_1 \cong \dot{Z}_2$ ,

$$\dot{U}_b = -\dot{E}_1 \frac{\dot{Z}_0 \cdot (1 - a^2) + \dot{Z}_1 \cdot (a - a^2)}{2\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0}$$

или, введя обозначение  $\dot{m} = \dot{Z}_0 / \dot{Z}_1$ , получим

$$\dot{U}_b = -\dot{E}_1 \frac{\dot{m}(1 - a^2) + (a - a^2)}{2 + \dot{m}}.$$

В дальнейшем предполагается использование полученных выражений для анализа схем сети без учета активных сопротивлений и проводимостей, поэтому  $\dot{m} = m$  (в случае длинных линий знаки сопротивлений  $\dot{Z}_0$  и  $\dot{Z}_1$  могут быть разными, коэффициент  $m$  может стать отрицательным).

Подставляем вместо  $a$  и  $a^2$  их числовые значения и определяем модуль  $|\dot{U}_b| = U_b$ . Окончательно получаем:

$$U_b = \sqrt{3}E_1 \frac{\sqrt{m^2 + m + 1}}{2 + m}. \quad (2.25)$$

Согласно [7] электрические сети разделяются на сети с эффективно заземленной нейтралью (с большими токами замыкания на землю) и сети с изолированной нейтралью (с малыми токами замыкания на землю). Для сетей с эффективно заземленной нейтралью коэффициент замыкания на землю (отношение напряжения на неповрежденной фазе в точке замыкания к напряжению до замыкания) не должен превышать 1,4.

Так, для сетей с эффективно заземленной нейтралью из (2.25) при  $U_b/E_1 \leq 1,4$  следует  $m \leq 5,5$ . Соответственно для сетей с изолированной нейтралью при  $1,4 \leq U_b/E_1 \leq \sqrt{3}$  следует  $5,5 \leq m \leq \infty$ .

При длинных линиях (см. рис. 2.8), когда становится необходимым учет их емкостной проводимости, можно в схему (см. рис. 2.9) включить более полную П-схему замещения линии. Однако проще решить задачу с использованием теоремы об эквивалентном генераторе, тогда сопротивления  $\dot{Z}_1$ ,  $\dot{Z}_2$ ,  $\dot{Z}_0$  будут представлять собой входные сопротивления соответствующих последовательностей относительно места несимметрии, а э.д.с.  $\dot{E}_1$  будет равна напряжению прямой последовательности в месте несимметрии с разомкнутой ветвью к.з. —  $\dot{E}_1 = \dot{U}_{1xx}$ :

$$\dot{Z}_s = j\dot{Z}_{Bs} \cdot \operatorname{tg}(\lambda_s + \alpha_s), \quad s = 1, 2, 0, \quad (2.26)$$

где  $\lambda_s = \ell \cdot \sqrt{x_s \cdot b_s}$ ;  $Z_{Bs} = \sqrt{x_s/b_s}$ ;  $x_s$ ,  $b_s$ ,  $\lambda_s$ ,  $Z_{Bs}$  — погонные индуктивные сопротивления и емкостные проводимости, а также волновые длины и волновые

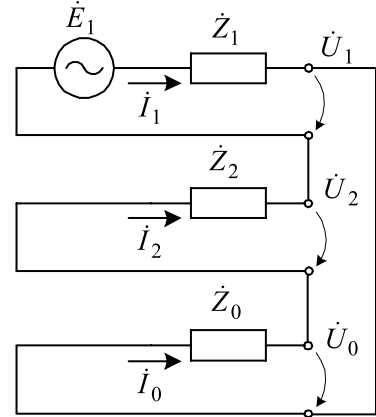


Рис. 2.9

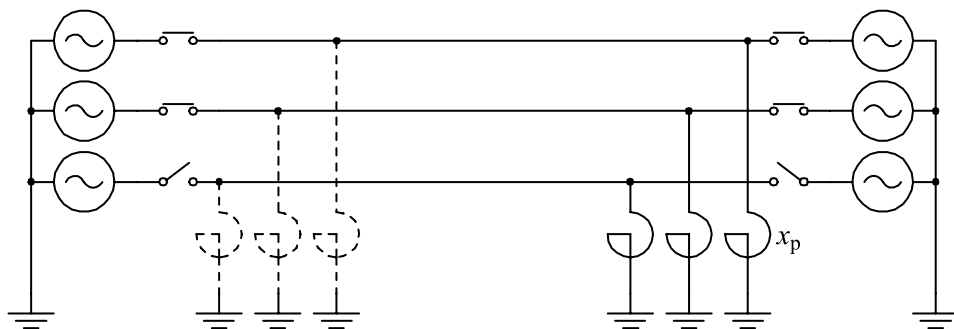


Рис. 2.10

сопротивления соответствующих последовательностей. Э.д.с.  $\dot{E}_1$  для схемы (см. рис. 2.8) согласно (2.19) определяется по формуле

$$\dot{E}_1 = \dot{U}_{1XX} = \frac{\dot{E} \cdot \cos \alpha_1}{\cos(\lambda_1 + \alpha_1)},$$

где  $\alpha_1 = \arctg(x_{c1}/Z_{B1})$ ;  $\lambda_1 = \ell \cdot \sqrt{x_1 \cdot b_1}$ .

При различных параметрах  $\lambda_1, \lambda_0, \alpha_1, \alpha_0$  из (2.26) можно получить различные знаки для  $\dot{Z}_1$  и  $\dot{Z}_0$ . При этом коэффициент  $m$  становится отрицательным и формула (2.25) может дать напряжение  $U_b \gg \sqrt{3} \cdot E_1$ , получаемое при  $m \rightarrow \infty$  в сетях с изолированной нейтралью.

Перейдем далее к продольной несимметрии и рассмотрим ее на примере двухфазного включения линии с реакторами, которое возникает в процессе осуществления однофазного автоматического повторного включения (ОАПВ) (рис. 2.10). Упростим схему сети, отключив реакторы в начале

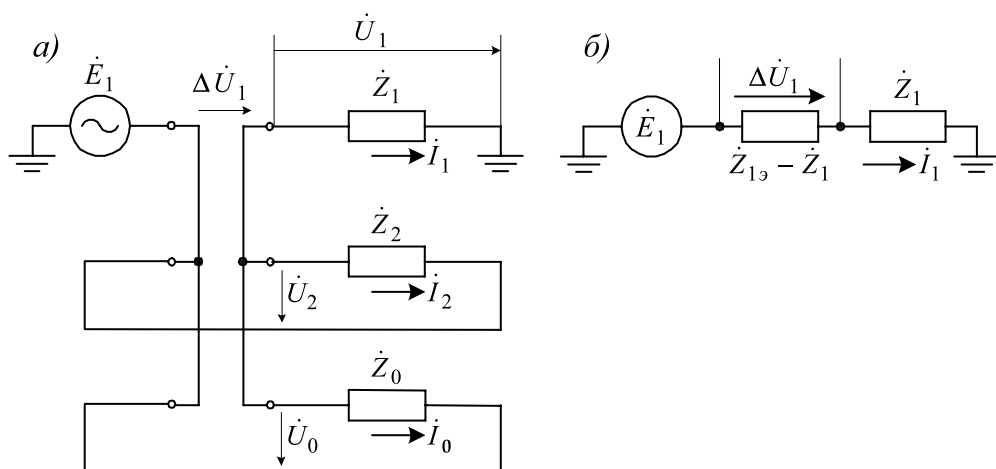


Рис. 2.11

линии и источник — в конце. Учет более сложной схемы принципиальных трудностей не представляет (см. пример 4 ниже).

Для рассматриваемой несимметрии комплексная схема замещения имеет вид (рис. 2.11, а), где

$$\dot{Z}_s = j\dot{Z}_{B_s} \cdot \operatorname{tg}(\lambda_s + \alpha_s), \quad s=1, 2, 0, \quad (2.27)$$

входные сопротивления схем соответствующих последовательностей,  $\alpha_{ps} = \operatorname{arctg}(x_{ps}/Z_{B_s})$ . Если фазы реактора включены по схеме звезда с заземленной нейтралью, то  $x_{p1} = x_{p2} = x_{p0}$ . Сворачивая комплексную схему относительно точек разрыва схемы прямой последовательности и учитывая, что  $\dot{Z}_1 \cong \dot{Z}_2$ , получим эквивалентное сопротивление:

$$\dot{Z}_{1\varnothing} = (\dot{Z}_2 \parallel \dot{Z}_0) + \dot{Z}_1 = \frac{\dot{Z}_1^2 + 2\dot{Z}_1\dot{Z}_0}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0}. \quad (2.28)$$

В соответствии с обозначениями (см. рис. 2.11, б) находим напряжение прямой последовательности на разрыве  $\Delta\dot{U}_1 = \dot{E}_1 \cdot (1 - \dot{Z}_1/\dot{Z}_{1\varnothing})$  и напряжение соответствующих последовательностей

$$\dot{U}_1 = \dot{E}_1 \cdot \dot{Z}_1/\dot{Z}_{1\varnothing}; \quad \dot{U}_2 = -\Delta\dot{U}_1; \quad \dot{U}_0 = -\Delta\dot{U}_1.$$

Далее могут быть определены фазные переменные, например, напряжение на фазе **a** начале линии:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_0 = \dot{E}_1 \cdot (3\dot{Z}_1/\dot{Z}_{1\varnothing} - 2).$$

Как видно из (2.28), если входные сопротивления  $\dot{Z}_1$  и  $\dot{Z}_0$  имеют разные знаки, то возможен резонанс напряжений. Условие резонанса из (2.28) имеет вид

$$\dot{Z}_1 + 2 \cdot \dot{Z}_0 = \dot{Z}_{1\varnothing} = 0 \quad (2.29)$$

или с учетом (2.27)

$$Z_{B1} \cdot \operatorname{tg}(\lambda_1 + \alpha_{p1}) + 2 \cdot Z_{B0} \cdot \operatorname{tg}(\lambda_0 + \alpha_{p0}) = 0,$$

что может иметь место, например, если  $\lambda_1 + \alpha_{p1} < \pi/2$ , а  $\lambda_0 + \alpha_{p0} > \pi/2$ .

В некоторых задачах, когда допустимо использовать либо только индуктивную, либо только емкостную схему замещения линии, различные несимметричные режимы удобно рассчитывать не в системе координат 1–2–0, а в фазной системе координат, в которой вводят в рассмотрение погонные собственные  $x$  и взаимные  $x_m$  индуктивные сопротивления и собственные  $b$  и взаимные  $b_m$  частичные емкостные проводимости «фаза–земля» и «фаза–фаза». Выведем связь между погонными сопротивлениями  $x_1$ ,  $x_0$  и проводимостями  $b_1$ ,  $b_0$  прямой и нулевой последовательности и параметрами  $x$ ,  $x_m$  и  $b$ ,  $b_m$  с использованием вторичных параметров  $Z_B$ ,  $Z_{B0}$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_0$  (активные сопротивления и проводимости линии не учитываем, а индуктивность нулевой последовательности считаем определенной с учетом конечной проводимости земли).

На основании § 1.2 части 1  $b_1 = b + 3 \cdot b_m$ ,  $b_0 = b$ . Откуда  $b_m = \frac{b_1 - b_0}{3}$ ,  $b = b_0$ .

Из выражений для волновых сопротивлений:

$$Z_{B1} = \sqrt{\frac{x_1}{b_1}} \cdot \sqrt{\frac{b_1}{b_1}} = \frac{\lambda_1}{b_1 \cdot \ell}; \quad Z_{B0} = \frac{\lambda_0}{b_0 \cdot \ell}.$$

Откуда

$$b_1 \cdot \ell = \frac{\lambda_1}{Z_{B1}}; \quad b_0 \cdot \ell = \frac{\lambda_0}{Z_{B0}}.$$

и, наконец, для параметров  $b_m$  и  $b$  имеем соотношения

$$b_m \cdot \ell = \frac{\lambda_1 \cdot \left(1 - \frac{\lambda_0 / \lambda_1}{Z_{B0} / Z_{B1}}\right)}{3 \cdot Z_{B1}}; \quad b \cdot \ell = \frac{\lambda_0}{Z_{B0}}. \quad (2.30)$$

Примеры использования емкостной схемы замещения для расчета режимов с продольной несимметрией показаны ниже.

Аналогично для индуктивной схемы замещения:

$$x_1 = x - x_m; \quad x_0 = x + 2x_m,$$

откуда

$$x = \frac{2x_1 + x_0}{3}; \quad x_m = \frac{x_0 - x_1}{3}.$$

Выразим индуктивные сопротивления  $x_1$ ,  $x_0$  через волновые сопротивления и длины  $Z_{B1}$ ,  $Z_{B0}$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_0$ :

$$Z_{B1} = \sqrt{\frac{x_1}{b_1}} \cdot \sqrt{\frac{x_1}{x_1}} = \frac{x_1 \cdot \ell}{\lambda_1}; \quad Z_{B0} = \frac{x_0 \cdot \ell}{\lambda_0}.$$

В результате имеем соотношение для параметров  $x$ ,  $x_m$ :

$$x \cdot \ell = Z_{B1} \cdot \lambda_1 \cdot \left( \frac{2 + (\lambda_0 / \lambda_1) \cdot (Z_{B0} / Z_{B1})}{3} \right);$$

$$x_m \cdot \ell = Z_{B1} \cdot \lambda_1 \cdot \left( \frac{(\lambda_0 / \lambda_1) \cdot (Z_{B0} / Z_{B1}) - 1}{3} \right). \quad (2.31)$$

Использование фазной системы координат показано в примере 3.

**Пример 1.** Определить напряжение на неповрежденных фазах в конце линии длиной  $\ell = 500$  км при  $x_1 / Z_{B1} = 0,3$ ;  $x_0 = x_1$ ;  $\lambda_0 = 1,5 \cdot \lambda_1$ ;  $Z_{B0} = 2 \cdot Z_{B1}$  (см. рис. 2.8).

Определим отношение входных сопротивлений  $\dot{m} = \dot{Z}_0 / \dot{Z}_1$ , входящее в (2.25) ( $\lambda_1 = 1,047 \cdot 10^{-3} \cdot 500 = 0,524$ ):

$$\dot{m} = \dot{Z}_0 / \dot{Z}_1 = \frac{Z_{B0} \cdot \operatorname{tg}(\lambda_0 + \alpha_0)}{Z_{B1} \cdot \operatorname{tg}(\lambda_1 + \alpha_1)} = 2 \cdot \frac{\operatorname{tg}(0,786 + 0,149)}{\operatorname{tg}(0,524 + 0,29)} = 2,6.$$

Из (2.25) следует  $U_b = U_c = 1,21 \cdot E_1 = 1,21 \cdot U_{1_{XX}} = 1,21 \cdot 1,4 \cdot E = 1,69 \cdot E$ , где  $U_{1_{XX}} = 1,4 \cdot E$  (см. § 1.2 настоящей части, пример 1). Таким образом, при однофазном коротком замыкании в конце линии и ее одностороннем питании кратность повышения напряжения по сравнению с симметричным режимом составляет 1,21. В самом же симметричном режиме, искомое напряжение в конце линии превышает э.д.с. источника в 1,4 раза.

**Пример 2.** При условиях предыдущей задачи определить индуктивное сопротивление нулевой последовательности системы  $x_{c0}$ , когда имеет место резонанс напряжений при однофазном к.з. (см. рис. 2.8).

Согласно (2.25) условию резонанса отвечает равенство  $2 + \dot{m} = 0$ . Подставим вместо  $\dot{m}$  выражение для входных сопротивлений  $\dot{Z}_1$  и  $\dot{Z}_0$ , после преобразований, используя формулы приведения, получим

$$\operatorname{tg} \lambda_0 = \frac{x_0}{Z_{B0}} = \operatorname{tg} \lambda_0 + \frac{\operatorname{tg}(\lambda_1 + \alpha_1)}{\operatorname{tg}(\lambda_1 + \alpha_1) \cdot \operatorname{tg} \lambda_0 - 1} = 34,2 \quad (\alpha_0 = 1,54).$$

Таким образом, существенное увеличение сопротивления системы  $x_{c0}$ , т. е. практически ( $x_{c0} \approx \infty$ ), приводит к резонансу напряжений, обусловленному различным характером входных сопротивлений электропередачи относительно места повреждения прямой и нулевой последовательностей.

**Пример 3.** Для схемы с реакторами (см. рис. 2.10), выбранными на  $K \cdot 100\%$  компенсацию емкости линии длиной  $\ell$ , вывести формулу для определения напряжения на отключенной фазе. Использовать приближенную емкостную схему замещения сети в фазных координатах и известные отношения  $\lambda_0/\lambda_1$ ,  $Z_{B0}/Z_{B1}$ .

Емкостная схема замещения имеет вид рис. 2.12, а. Эквивалентим эту схему к схеме рис. 2.12, б. Получим эквивалентную э.д.с.  $\dot{E}_\Sigma$  и проводимость  $b_\Sigma \cdot \ell$ :

$$\dot{E}_\Sigma = \frac{\dot{E}_b \cdot b_m + \dot{E}_c \cdot b_m}{2 \cdot b_m + b} = \frac{-\dot{E}_a \cdot b_m}{b_\Sigma} = \frac{-E_a \cdot b_m}{b_\Sigma} = E_\Sigma; \quad b_\Sigma \cdot \ell = (2 \cdot b_m + b) \cdot \ell$$

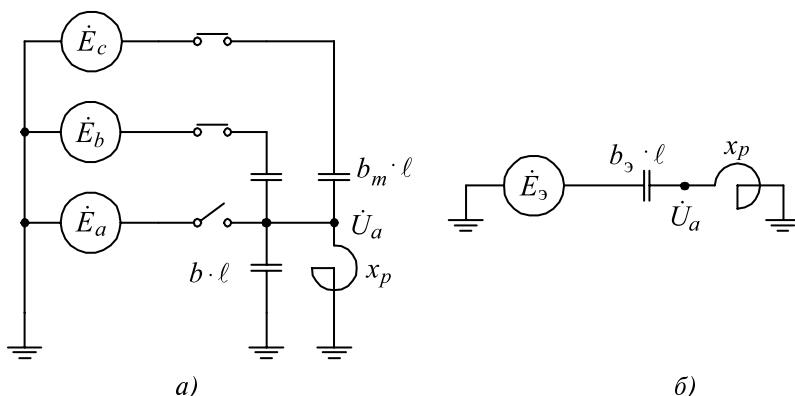


Рис. 2.12



и напряжение на отключенной фазе  $\mathbf{a}$  ( $\dot{E}_a = E_a$ )

$$U_a = \frac{E_a}{1 + \frac{b_p}{b_3 \cdot \ell}}, \quad (2.32)$$

где  $b_p = -1/x_p$ .

Величина проводимости реактора, обеспечивающая  $K \cdot 100\%$  компенсацию емкости линии,  $b_p = -K \cdot b_1 \cdot \ell$  ( $b_1 \cdot \ell$  — емкостная проводимость линии прямой последовательности). Подставим в (2.32) найденные выражения для  $b_p$ ,  $b_3$ , и  $E_a$  и учтем, что  $b_1 = b + 3 \cdot b_m$ :

$$U_a = \frac{-E_a \cdot b_m}{2 \cdot b_m + b - K \cdot (b + 3 \cdot b_m)} = \frac{-E_a}{2 + \frac{b}{b_m} - K \cdot \left(3 + \frac{b}{b_m}\right)},$$

где  $b/b_m$  с использованием (2.30) имеет вид

$$b/b_m = \frac{3 \cdot \lambda_0 / \lambda_1}{Z_{B0} / Z_{B1} - \lambda_0 / \lambda_1}.$$

Напряжение на отключенной фазе при заданных отношениях  $Z_{B0} / Z_{B1}$  и  $\lambda_0 / \lambda_1$  равно  $U_a = \frac{-E_a}{11 - K \cdot 12}$ , где  $b/b_m = 9$ .

При  $K = 11/12$  имеет место резонанс напряжений — на отключенной фазе  $U_a \rightarrow \infty$ . При отключенных реакторах ( $K = 0$ )  $U_a = -E_a / 11 = -0,09 \cdot E_a$ ; при  $K = 0,8$   $U_a = -0,71 \cdot E_a$ .

**Пример 4.** Определить напряжение в начале линии с двумя реакторами при отключенной фазе  $\mathbf{a}$  (см. рис. 2.10) при степени компенсации емкости линии  $K = 0,8$  с учетом распределенности параметров линии. Длина линии  $\ell = 500$  км;  $Z_{B0} / Z_{B1} = 2$ ;  $\lambda_0 / \lambda_1 = 1,5$ ;  $\lambda_1 = 0,524$ .

Емкостная проводимость П-схемы замещения линии прямой последовательности:

$$b_1 = \frac{1}{Z_{B1}} \cdot \operatorname{tg} \left( \frac{\lambda}{2} \right) = \frac{0,268}{Z_{B1}}.$$

Индуктивная проводимость реактора  $b_{p1,0} = -1/x_{p1,0}$  в начале и в конце линии, обеспечивающая  $K \cdot 100\%$  компенсацию емкости линии:

$$b_{p1,0} = -K \cdot \frac{0,268}{Z_{B1}}; \quad x_{p1,0} = \frac{Z_{B1}}{K \cdot 0,268} \Big|_{K=0,8} = 4,66 \cdot Z_{B1}.$$

Входные сопротивления линии с реактором на конце соответствующих последовательностей  $Z_{Bx1,0} = jZ_{B1,0} \cdot \operatorname{tg}(\lambda_{1,0} + \alpha_{p1,0})$ , где  $\alpha_{p1,0} = \operatorname{arctg}(x_{p1,0} / Z_{B1,0})$ .

Для заданных параметров и степени компенсации:

$$\alpha_{p1} = \operatorname{arctg} 4,66 = 1,36; \quad \alpha_{p0} = \operatorname{arctg} (0,5 \cdot 4,66) = 1,17;$$

$$\dot{Z}_{\text{BX1}} = jZ_{\text{B1}} \cdot \text{tg}(0,524 + 1,36) = -jZ_{\text{B1}} \cdot 3,09;$$

$$\dot{Z}_{\text{BX0}} = jZ_{\text{B0}} \cdot \text{tg}(1,5 \cdot 0,524 + 1,17) = -jZ_{\text{B1}} \cdot 4,93.$$

И, наконец, эквивалентные сопротивления  $\dot{Z}_1$ ,  $\dot{Z}_0$ , входящие в схему замещения (см. рис. 2.11, а) находятся параллельным соединением входных сопротивлений  $\dot{Z}_{\text{BX1},0}$  и индуктивных сопротивлений реакторов в начале линии  $jx_{p1,0}$  ( $\dot{Z}_{1,0} = jx_{p1,0} \parallel \dot{Z}_{\text{BX1},0}$ ):  $\dot{Z}_1 = -j9,17 \cdot Z_{\text{B1}}$ ;  $\dot{Z}_0 = j85,1 \cdot Z_{\text{B1}}$ . Согласно (2.28) эквивалентное сопротивление

$$\dot{Z}_{1\varnothing} = \frac{\dot{Z}_1^2 + 2\dot{Z}_1\dot{Z}_0}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_0} = jZ_{\text{B1}} \cdot \frac{9,17^2 - 2 \cdot 9,17 \cdot 85,1}{-9,17 + 85,1} = -jZ_{\text{B1}} \cdot 19,4$$

и напряжение на отключенной фазе  $U_a \approx E_a \cdot \left( \frac{3\dot{Z}_1}{\dot{Z}_{1\varnothing}} - 2 \right) = -0,58 \cdot E_a$ .

Определим напряжение в начале линии при отключенных реакторах:

$$\dot{Z}_{1,0} = -jZ_{\text{B1},0} \cdot \text{ctg} \lambda_{1,0}; \quad \dot{Z}_1 = -jZ_{\text{B1}} \cdot 1,73; \quad \dot{Z}_0 = -j2 \cdot Z_{\text{B1}};$$

$$\dot{Z}_{1\varnothing} = Z_{\text{B1}} \cdot \frac{1,73^2 + 2 \cdot 2 \cdot 1,73}{-2 - 1,73} = -j2,66 \cdot Z_{\text{B1}};$$

$$U_a = -0,049 \cdot E_a.$$

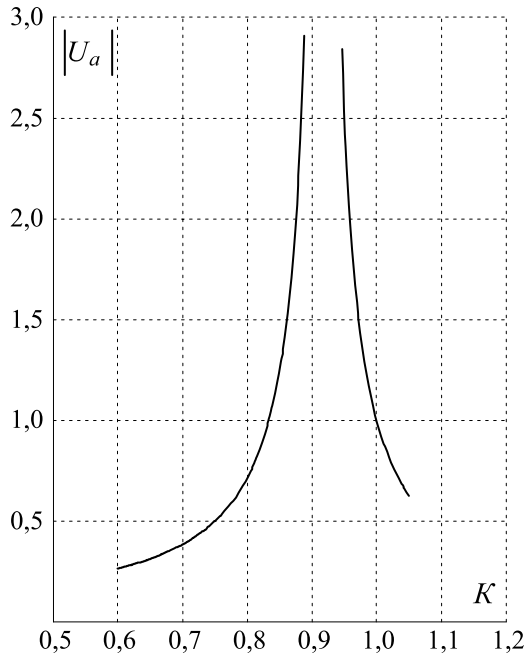


Рис. 2.13

В емкостной схеме замещения  $U_a|_{K=0,8} = -0,71 \cdot E_a$  и  $U_a|_{K=0} = -0,09 \cdot E_a$ .

На рис. 2.13 представлена зависимость напряжения на отключенной фазе  $U_a$  от степени компенсации вблизи резонансной зоны, определенная в упрощенной (емкостной) схеме замещения:

#### § 1.4. Квазистационарные режимы бестоковой паузы ОАПВ

Эффективным средством повышения надежности работы электропередач высших классов напряжения является однофазное автоматическое повторное включение (ОАПВ). При возникновении на воздушной линии однофазного короткого замыкания поврежденная фаза линии отключается на время 0,5...1,5 сек. для обеспечения самопогасания дуги подпитки, после чего восстанавливается симметричный трехфазный режим электропередачи. Расчеты квазистационарного режима паузы при ОАПВ проводят для оценки возможности самопогасания дуги подпитки или выбора специальных мер, обеспечивающих гашение, а также для проверки отсутствия недопустимого повышения напряжений на отключенной фазе после погасания дуги (см. пример 3, этого параграфа). Как показывают результаты экспериментальных исследований [14] и расчеты [15, 16] надежное самопогасание имеет место для токов 40...70 А (ВЛ 500, 750, 1150 кВ).

Задачу определения тока подпитки удобно решать относительно двух составляющих тока: электростатической  $\dot{I}_{эс}$ , вызванной емкостными связями отключенной фазы с оставшимися в работе, и электромагнитной  $\dot{I}_{эм}$ , вызванной продольной э.д.с., наводимой в отключенной фазе токами фаз, оставшихся в работе (рис. 2.14).

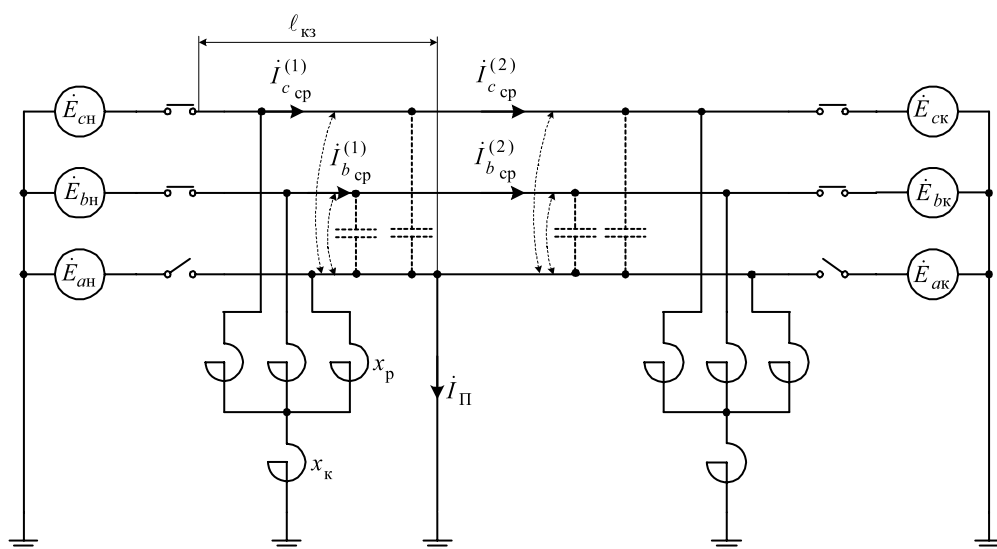


Рис. 2.14

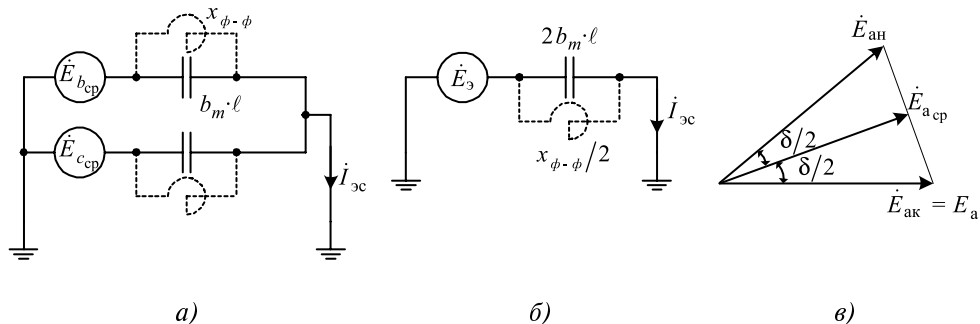


Рис. 2.15

Для приближенного определения тока подпитки введем следующие допущения: мощность питающих систем — бесконечно большая, линия электропередачи — идеально транспонированная, потери не учитываются.

Для определения электростатической составляющей тока подпитки, как правило, оказывается достаточным представить линию в виде емкостной схемы замещения (рис. 2.15, а, б) и определить междуфазную емкостную проводимость  $b_m$  [например, по (2.30)]. Для определения эквивалентной э.д.с.  $\dot{E}_3$  (см. рис. 2.15, б), вызванной действием э.д.с. фаз **b** и **c**, сделаем дополнительные допущения: модули фазных э.д.с. по концам линии будем считать одинаковыми, системы э.д.с. — уравновешенными ( $\dot{E}_a + \dot{E}_b + \dot{E}_c = 0$ ) (см. рис. 2.14), в качестве средних значений э.д.с. вдоль фаз **b** и **c** примем их средние геометрические значения, например,  $\dot{E}_{bcp} = 0,5 \cdot (\dot{E}_{bn} + \dot{E}_{bk})$  (см. рис. 2.15, в). Тогда эквивалентную э.д.с.  $\dot{E}_3$  можно выразить через э.д.с. фазы **a** и угловой сдвиг  $\delta$  между  $\dot{E}_{ан}$  и  $\dot{E}_{ак} = E_a$ :

$$\dot{E}_3 = \frac{\dot{E}_{bcp} \cdot b_m + \dot{E}_{csp} \cdot b_m}{2 \cdot b_m} = -\frac{\dot{E}_{acp}}{2} = -0,5 \cdot E_a \cdot \cos(\delta/2) \cdot e^{j\delta/2},$$

где вектор э.д.с. фазы **a** в конце линии  $\dot{E}_{ак}$  совмещен с вещественной осью  $\dot{E}_{ак} = E_a$ . Эквивалентная проводимость —  $b_3 = 2 \cdot b_m \cdot \ell$ .

Таким образом, электростатическая составляющая тока подпитки

$$\dot{I}_{эс} = j\dot{E}_3 \cdot b_3 = j2 \cdot \dot{E}_3 \cdot b_m \cdot \ell = -jE_a \cdot b_m \cdot \ell \cdot \cos(\delta/2) \cdot e^{j\delta/2}. \quad (2.33)$$

При указанных допущениях составляющая тока  $I_{эс}$  не зависит от места к.з.  $\ell_{кз}$ .

Электромагнитную составляющую тока подпитки определим по схеме замещения отключенной фазы (рис. 2.16), которая представляет собой комбинацию индуктивной схемы замещения (собственные и взаимные погонные индуктивные сопротивления  $x$  и  $x_m$ ) и емкостной (собственная погонная емкостная проводимость  $b$ ).

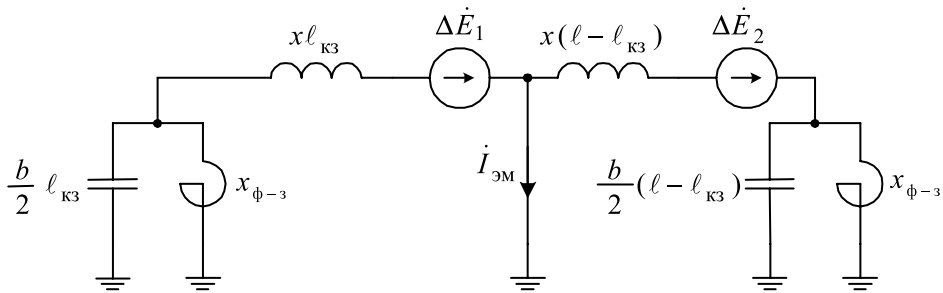


Рис. 2.16

Определим продольные э.д.с.  $\Delta \dot{E}_1$  и  $\Delta \dot{E}_2$ :

$$\Delta \dot{E}_1 = jx_m \cdot \ell_{к3} \cdot \left( \dot{I}_{b_{cp}}^{(1)} + \dot{I}_{c_{cp}}^{(1)} \right); \quad \Delta \dot{E}_2 = jx_m \cdot (\ell - \ell_{к3}) \cdot \left( \dot{I}_{b_{cp}}^{(2)} + \dot{I}_{c_{cp}}^{(2)} \right)$$

при следующих допущениях: каждый из токов зададим средним значением по концам участков ( $\ell_{к3}$  и  $\ell - \ell_{к3}$ ) с учетом фазового сдвига между ними, например,

$$\dot{I}_{b_{cp}}^{(1)} = 0,5 \cdot \left( \dot{I}_b^{(1)} \Big|_{\ell=0} + \dot{I}_b^{(1)} \Big|_{\ell=\ell_{к3}} \right).$$

Кроме того, каждый из токов в неповрежденных фазах  $\dot{I}_b$ ,  $\dot{I}_c$  приближенно определим в симметричной схеме (до к.з. и отключения фазы). Тогда  $\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0$ , следовательно,  $\dot{I}_b + \dot{I}_c = -\dot{I}_a$ , для продольных э.д.с.:

$$\Delta \dot{E}_1 = -jx_m \cdot \ell_{к3} \cdot \dot{I}_{a_{cp}}^{(1)}; \quad \Delta \dot{E}_2 = -jx_m \cdot (\ell - \ell_{к3}) \cdot \dot{I}_{a_{cp}}^{(2)},$$

где  $\dot{I}_{a_{cp}}^{(1)}$ ,  $\dot{I}_{a_{cp}}^{(2)}$  — средние токи в фазе **a** по соответствующим участкам в исходном симметричном режиме. Окончательно электромагнитная составляющая тока подпитки (см. рис. 2.16) определяется выражением

$$\dot{I}_{эм} = -\frac{x_m \cdot \ell_{к3} \cdot \dot{I}_{a_{cp}}^{(1)}}{x \cdot \ell_{к3} + x_{\phi-3} \parallel (-x_{c_H})} + \frac{x_m \cdot (\ell - \ell_{к3}) \cdot \dot{I}_{a_{cp}}^{(2)}}{x \cdot (\ell - \ell_{к3}) + x_{\phi-3} \parallel (-x_{c_K})}, \quad (2.34)$$

где  $x_{c_H} = 2/(b \cdot \ell_{к3})$ ,  $x_{c_K} = 2/(b \cdot (\ell - \ell_{к3}))$ , а формулы для определения собственных  $x$  и взаимных  $x_m$  сопротивлений приведены в § 1.1.

Используя (2.13), (2.17), можно получить формулу для тока  $\dot{I}_a$  в любой точке линии ( $\ell_x$  или  $\lambda_x$ ):

$$\dot{I}_a(\lambda_x) = -jE_a \cdot \frac{\cos(\lambda - \lambda_x) \cdot \left( \cos \delta - \frac{\cos \lambda_x}{\cos(\lambda - \lambda_x)} + j \sin \delta \right)}{Z_B \cdot \sin \lambda}, \quad (2.35)$$

где  $Z_B = Z_{B1}$ ;  $\lambda = \lambda_1$ ;  $\lambda_x$  — отсчитывается от начала линии;  $E_a = \dot{E}_{a_K}$ .

Для снижения токов подпитки используется компенсационный реактор, включаемый в нейтраль шунтирующего (см. рис. 2.14). После преобразования четырехлучевой звезды индуктивных сопротивлений  $x_p$  и  $x_k$  к четырехугольнику получим (см. рис. 2.14–2.16):

$$x_{ф-з} = x_p + 3 \cdot x_k; \quad x_{ф-ф} = x_p \cdot (3 + x_p / x_k).$$

При заданной величине  $x_p$  соответствующим выбором величины компенсационного реактора  $x_k$  можно полностью скомпенсировать электростатическую составляющую тока. При этом необходимая величина компенсационного реактора определится из выражения

$$x_k = \frac{x_p}{\frac{1}{b_m \cdot \ell \cdot x_p} - 3}.$$

Кроме того, наличие реактора на линии (с компенсационным реактором или без него) может существенно уменьшить и электромагнитную составляющую тока при  $x_p = |x_c|$  (см. рис. 2.16).

**Пример 1.** Определить электростатическую составляющую тока подпитки при ОАПВ ВЛ 750 кВ длиной  $\ell = 500$  км (см. рис. 2.15, б) в режиме холостого хода и передачи натуральной мощности ( $Z_{B1} = 260$  Ом;  $Z_{B0} = 2 \cdot Z_{B1}$ ;  $\lambda_1 = 1,047 \cdot 10^{-3} \cdot \ell$ ;  $\lambda_0 = 1,5 \cdot \lambda_1$ ).

Согласно (2.33)  $\dot{I}_{эс} = -jE_a \cdot b_m \cdot \ell \cdot \cos(\delta/2) \cdot e^{j\delta/2}$ , где междуфазные емкостные проводимости определяются по (2.30):

$$b_m \cdot \ell = \lambda_1 \cdot \frac{1 - \frac{\lambda_0 / \lambda_1}{Z_{B0} / Z_{B1}}}{3 \cdot Z_{B1}} = 1,68 \cdot 10^{-4} \text{ См.} \quad (2.36)$$

Таким образом, электростатическая составляющая тока подпитки, А:

в режиме холостого хода  $\dot{I}_{эс}|_{\delta=0} = -j 750 / \sqrt{3} \cdot 1,68 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3 = -j 72,7$  А;

в режиме передачи натуральной мощности  $\dot{I}_{эс}|_{\delta=30^\circ} = (18,2 - j67,9)$  А.

**Пример 2.** Определить электромагнитную составляющую тока подпитки при к.з. в середине и в начале линии (линия без реакторов, условия примера 1):

а) режим холостого хода, к.з. в середине линии.

$$\text{Из (2.34) } \dot{I}_{эм} = -x_m \cdot \ell \cdot \frac{\dot{I}_{ср}^{(1)} - \dot{I}_{ср}^{(2)}}{x \cdot \ell - \frac{8}{b \cdot \ell}}.$$

Как следует из (2.35) в режиме холостого хода ток

в середине линии —  $\dot{I}_a(\lambda_x = \lambda/2) = 0$ ;

в начале линии —  $\dot{I}_a(\lambda_x = 0) = jE_a \cdot \frac{1 - \cos \lambda}{Z_B \cdot \sin \lambda} = jE_a \cdot \frac{1}{Z_B} \cdot \text{tg}(\lambda/2) = j0,45$  кА;

в конце линии —  $\dot{I}_a(\lambda_x = \lambda) = -j0,45 \text{ кА}$ . Таким образом, средние токи на участках равны:

$$\dot{I}_{a_{cp}}^{(1)} = j0,23 \text{ кА}; \quad \dot{I}_{a_{cp}}^{(2)} = -j0,23 \text{ кА}.$$

Определим собственное и взаимное индуктивные сопротивления фазы  $x \cdot \ell$ ,  $x_m \cdot \ell$  и собственную емкостную проводимость  $b \cdot \ell$ . По (2.30), (2.31)

$$b \cdot \ell = \lambda_0 / Z_{B0} = 1,51 \cdot 10^{-3} \text{ СМ}; \quad x \cdot \ell = Z_{B1} \cdot \lambda_1 \cdot \frac{2 + (\lambda_0 / \lambda_1) \cdot (Z_{B0} / Z_{B1})}{3} = 227;$$

$$x_m \cdot \ell = Z_{B1} \cdot \lambda_1 \cdot \frac{(\lambda_0 / \lambda_1) \cdot (Z_{B0} / Z_{B1}) - 1}{3} = 90,8 \text{ Ом}.$$

Окончательно  $I_{ЭМ} = -j2 \cdot 0,23 \cdot 10^3 \cdot 90,8 / (227 - 5298) \cong j8 \text{ А}$ .

Электромагнитная составляющая имеет небольшую величину и при  $\delta = 0$  находится в противофазе с электростатической составляющей. Суммарный ток подпитки равен  $\dot{I}_{\Pi} = -j72,7 + j8 = -j64,7 \text{ А}$ .

б) режим передачи натуральной мощности, к.з. в середине линии.

Из условия задачи следует, что сумма токов  $\dot{I}_b + \dot{I}_c = -\dot{I}_a$  в начале, середине и конце линии равна:

$$\dot{I}(\lambda_x) \Big|_{\lambda_x = \lambda} = E_a / Z_B; \quad \dot{I}(\lambda_x) \Big|_{\lambda_x = 0} = E_a / Z_B \cdot e^{j30^\circ}; \quad \dot{I}(\lambda_x) \Big|_{\lambda_x = \lambda/2} = E_a / Z_B \cdot e^{j15^\circ}.$$

Это же следует из (2.35) при  $\delta = 1$ .

Средние значения токов на участках равны:

$$\dot{I}_{cp}^{(1)} = \frac{E_a}{2 \cdot Z_B} \cdot (e^{j15^\circ} + e^{j30^\circ}) = (1,53 + j0,63) \text{ кА};$$

$$\dot{I}_{cp}^{(2)} = \frac{E_a}{2 \cdot Z_B} \cdot (1 + e^{j15^\circ}) = (1,64 + j0,22) \text{ кА}.$$

Из (2.34) получим  $\dot{I}_{ЭМ} = -2 + j7,47 \text{ А}$ , т. е. практически то же значение, что и в п. а).

в) режим передачи натуральной мощности, к.з. в начале линии ( $\ell_{кз} = 0$ ).

Из (2.34)  $\dot{I}_{ЭМ} = \dot{I}_{cp}^{(2)} \cdot \frac{x_m \cdot \ell}{x \cdot \ell - \frac{b \cdot \ell}{2}}$ , где  $\dot{I}_{cp}^{(2)} = \frac{E_a}{2 \cdot Z_B} \cdot (1 + e^{j30^\circ}) = (1,56 + j0,42) \text{ кА}$ ,

тогда электромагнитная составляющая тока

$$\dot{I}_{ЭМ} = (1,56 + j0,42) \cdot \frac{90,8}{227 - 1325} = -(129 + j34,7) \text{ А}.$$

Таким образом, суммарный ток существенно возрастает:

$$\dot{I}_{\Pi} = 18,2 - j67,9 - 129 - j34,7 = -(110,8 - j102,6) \text{ А}; \quad I_{\Pi} = 151 \text{ А}.$$

**Пример 3.** Определить наибольший суммарный ток подпитки, если на электропередаче имеются два шунтирующих реактора, в нейтрали которых включены индуктивные сопротивления  $x_K = 150$  Ом (условия примеров 1, 2). Мощность трехфазного шунтирующего реактора  $Q_P = 330$  МВ·А.

Индуктивное сопротивление фазы реактора

$$x_p = U^2 / Q_p = 750^2 / 330 = 1700 \text{ Ом.}$$

Преобразованные в четырехугольник сопротивления четырехлучевого реактора  $x_{\Phi-3} = x_p + 3 \cdot x_K = 2150$  Ом;  $x_{\Phi-\Phi} = x_p \cdot (3 + x_p / x_K) = 24400$  Ом.

Согласно схемам (см. рис. 2.15, б+, 2.16) и (2.33), (2.34) необходимо заново определить эквивалентную проводимость  $b_3$  в (2.33) и результат параллельного соединения сопротивлений  $x_p \parallel (-x_c)$  в (2.34). Новые значения

$$b_3 = 2 \cdot 1,68 \cdot 10^{-4} - 2 / 24400 = 2,54 \cdot 10^{-4} \text{ См,}$$

где  $b_m \cdot \ell$  — из (2.36), новое значение сопротивления пути замыкания тока продольной э.д.с.

$$x \cdot \ell - \frac{x_{\Phi-3} \cdot \frac{2}{b \cdot \ell}}{x_{\Phi-3} - \frac{2}{b \cdot \ell}} = 227 - \frac{2150 \cdot 1325}{2150 - 1325} \approx -3 \cdot 10^3 \text{ Ом.}$$

Корректируем электростатическую составляющую, полученную в примере 1,

$$I_{\Sigma c} |_{\delta=30^\circ} = -j(750/\sqrt{3}) \cdot 1,27 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3 \cdot e^{j15^\circ} \cdot \cos 15^\circ = (13,8 - j51,3) \text{ А}$$

и электромагнитную составляющую — в примере 2, п. в)

$$I_{\Sigma m} = -(1,56 + j0,42) \cdot 90,8 / (3 \cdot 10^3) = (5 + j1) \cdot 10^{-2} \text{ А} \approx 0.$$

Итак, ток подпитки величиной  $I_{\Pi} = 53,1$  А, существенно снизился из-за наличия шунтирующих реакторов и компенсационных реакторов в них.

## Глава 2. ПЕРЕХОДНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

### § 2.1. Коммутационные перенапряжения при включении линии электропередачи

Большинство задач, связанных с электромагнитными колебаниями, имеет многочастотный характер, который вызван как трехфазностью расчетных схем сети и ее разветвленностью, так и распределенностью параметров одного из основных элементов сети — линий электропередачи. Однако



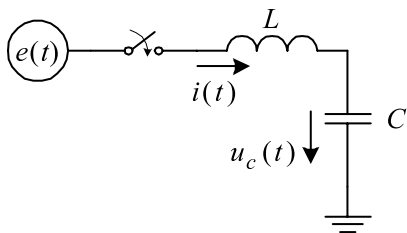


Рис. 2.17

в ряде случаев основные закономерности процессов и анализ влияющих факторов могут быть проанализированы в упрощенной постановке — в простейшем колебательном контуре  $L-C$  (рис. 2.17).

Получим операторные изображения (см. рис. 2.17) для напряжения на емкости

$$u_c(t) \doteq U_c(p) = \bar{U}_c \text{ и тока в цепи}$$

$$i(t) \doteq I(p) = \bar{I} \Big|_{i(0)=0} :$$

$$\bar{E} = (pL) \cdot \bar{I} + \bar{U}_c ; \quad (2.37)$$

$$\bar{U}_c = \frac{\bar{I}}{pC} + \frac{u_0}{p}, \quad (2.38)$$

где  $e(t) \doteq \bar{E}$  — изображение включаемой э.д.с.;  $u_0$  — мгновенное напряжение на емкости в момент включения,  $p$  — оператор преобразования Лапласа. Исключим изображение тока  $\bar{I}$  из (2.37) и (2.38) и получим изображение напряжения на емкости:

$$\bar{U}_c = \frac{\bar{E} - \frac{u_0}{p}}{p^2 LC + 1} + \frac{u_0}{p}. \quad (2.39)$$

Примем э.д.с.  $e(t)$ , включаемую в контур  $L-C$ , в виде

$$e(t) = E_m \cdot \cos(\omega_0 t + \psi) = E_m \cdot \cos \psi \cdot \cos(\omega_0 t) - E_m \cdot \sin \psi \cdot \sin(\omega_0 t).$$

Изображение включаемой э.д.с. представим в виде разности изображений косинусоидальной  $E_m \cdot \cos \psi \cdot \cos(\omega_0 t)$  и синусоидальной  $E_m \cdot \sin \psi \cdot \sin(\omega_0 t)$  э.д.с.:

$$e(t) \doteq \bar{E} = E_m \cdot \cos \psi \cdot \frac{p}{p^2 + \omega_0^2} - E_m \cdot \sin \psi \cdot \frac{\omega_0}{p^2 + \omega_0^2}. \quad (2.40)$$

Найдем оригинал (2.39) сначала для нулевых начальных условий  $u_0=0$  отдельно для  $\psi = 0$  и  $\psi = -\pi/2$ :

а)  $u_0 = 0$ ,  $\psi = 0$ , тогда

$$e(t) = E_m \cdot \cos(\omega_0 t) \doteq E_m \cdot \frac{p}{p^2 + \omega_0^2}.$$

И вместо (2.39) для этого случая:

$$\bar{U}_c = \frac{\beta^2 \cdot p \cdot E_m}{(p^2 + \omega_0^2) \cdot (p^2 + \beta^2)}, \quad (2.41)$$

где  $\beta = 1/\sqrt{L \cdot C}$  — круговая частота свободных колебаний. Оригинал (2.41) представим в виде суммы вынужденной  $u'_c(t)$  и свободной  $u''_c(t)$  составляющих:

$$u_c(t) = u'_c(t) + u''_c(t), \quad (2.42)$$

где 
$$u'_c(t) = \frac{E_m \cdot \beta^2}{\beta^2 - \omega_0^2} \cdot \cos(\omega_0 t) = U_{\text{вын}_m} \cdot \cos(\omega_0 t);$$

$$u''_c(t) = -\frac{E_m \cdot \beta^2}{\beta^2 - \omega_0^2} \cdot \cos(\beta t) = -U_{\text{св}_m} \Big|_{\psi=0} \cdot \cos(\beta t),$$

причем амплитуды вынужденной и свободной составляющих равны друг другу:

$$U_{\text{вын}_m} = U_{\text{св}_m} \Big|_{\psi=0} = \frac{E_m \cdot \beta^2}{\beta^2 - \omega_0^2}.$$

б)  $u_0 = 0$ ,  $\psi = -\pi/2$ , тогда  $e(t) = E_m \cdot \sin(\omega_0 t) \doteq E_m \cdot \frac{\omega_0}{p^2 + \omega_0^2}$ . Оригинал напряжения на емкости также представим в виде суммы вынужденной и свободной составляющих:

$$u_c(t) \Big|_{\psi=-\pi/2} = u'_c(t) + u''_c(t), \quad (2.43)$$

где 
$$u'_c(t) = \frac{E_m \cdot \beta^2}{\beta^2 - \omega_0^2} \cdot \sin(\omega_0 t) = U_{\text{вын}_m} \cdot \sin(\omega_0 t);$$

$$u''_c(t) = -\frac{E_m \cdot \beta \cdot \omega_0}{\beta^2 - \omega_0^2} \cdot \sin(\beta t) = -U_{\text{св}_m} \Big|_{\psi=-\pi/2} \cdot \sin(\beta t);$$

$$U_{\text{вын}_m} = \frac{E_m \cdot \beta^2}{\beta^2 - \omega_0^2}, \quad U_{\text{св}_m} \Big|_{\psi=-\pi/2} = \frac{E_m \cdot \beta \cdot \omega_0}{\beta^2 - \omega_0^2},$$

следовательно, при включении контура в момент «нуля» э.д.с. ( $\psi = -\pi/2$ ) амплитуда свободной составляющей  $U_{\text{св}_m}$  меньше, чем при включении в максимум э.д.с.  $U_{\text{св}_m} \Big|_{\psi=0} > U_{\text{св}_m} \Big|_{\psi=-\pi/2}$ , так как обычно  $\beta > \omega_0$ .

При произвольной фазе  $\psi$  включения э.д.с.  $e(t)$ , отличной от 0 и  $\pi/2$ , результирующее напряжение на емкости  $u_c(t)$  находим вычитанием кривых (2.42) и (2.43) друг из друга (для каждого значения времени  $t$ ), каждая из которых предварительно умножена на  $\cos \psi$  и  $\sin \psi$  в соответствии с (2.40).

На рис. 2.18, а приведен пример определения максимума напряжения для  $\psi = 0$  и  $\beta = 6 \cdot \omega_0$ . При  $\beta \gg \omega_0$  максимум напряжения на емкости наступает вблизи амплитуды вынужденной составляющей напряжения, поэтому  $U_{\text{с}_m} \cong 2 \cdot U_{\text{вын}_m}$ , и ударный коэффициент в формуле  $U_{\text{с}_m} = K_{\text{уд}} \cdot U_{\text{вын}_m}$  равен  $K_{\text{уд}} \approx 2$ . Если частота свободных колебаний  $\beta$  соизмерима с частотой

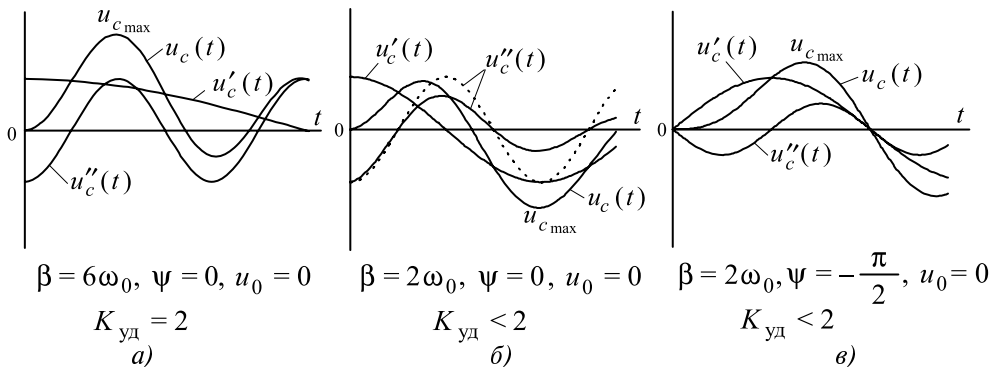


Рис. 2.18

вынужденных колебаний  $\omega_0$ , то положение наибольшего максимума сдвигается в область больших времен, и при учете активных потерь ударный коэффициент уменьшается  $K_{уд} < 2$  (см. рис. 2.18, б при  $\beta = 2 \cdot \omega_0$ ). Наконец, изменение фазы э.д.с.  $\psi$  в момент включения также изменяет величину ударного коэффициента (см. рис. 2.18, в при  $\psi = -\pi/2$ ,  $\beta = 2 \cdot \omega_0$ ,  $u_0 = 0$ ).

Пренебрегая зависимостью частоты свободных колебаний  $\beta$  и амплитуд вынужденной и свободной составляющих от активного сопротивления  $R$  цепи ввиду его малости, приближенно затухание свободной составляющей  $u''_c(t)$  можно учесть, умножая ее значение на экспоненциальный множитель  $e^{-\delta t}$ , где  $\delta = \frac{R}{2L}$ .

При решении технических задач имеется возможность приблизительно оценить основную частоту переходного процесса. Если выполняется условие  $\beta \gg \omega_0$ , переменную э.д.с.  $e(t)$  начиная с момента включения  $t \geq 0$  можно заменить постоянной  $E$ , равной мгновенному значению в момент включения  $E = e(0)$ .

в) Найдем оригинал (2.39) при ненулевом начальном значении напряжения на емкости  $u_0 \neq 0$  ( $\psi = 0$ ;  $e(t) = E \dot{=} E/p = \bar{E}$ ).

Решение легко получается наложением двух процессов: включением косинусоидальной э.д.с. при  $\psi_0 = 0$ ,  $E_m = E - u_0$  и добавлением к результату постоянного напряжения  $u_0$ . С помощью (2.42)

$$u_c(t) = (E - u_0) - (E - u_0) \cdot \cos(\beta t) + u_0 = E - (E - u_0) \cdot \cos(\beta t). \quad (2.44)$$

Наибольшее напряжение на емкости имеет место в момент времени, когда  $\cos(\beta t) = -1$ . Если  $E > u_0$ ,

$$U_{c_m} = 2E - u_0. \quad (2.45)$$

Определить напряжение переходного процесса при включении гармонической э.д.с. в схеме с ненулевыми начальными условиями можно методом наложения двух режимов:

1) предшествующего режима при разомкнутом выключателе, условно продолженном на время  $t > 0$ . В нашем случае эта составляющая напряжения на емкости равна  $u_0$ , т. к. в  $L-C$  — контуре нет путей для разряда емкости;

2) режима, возникающего в результате включения в пассивную цепь источника э.д.с., являющегося напряжением на контактах выключателя для  $t > 0$  при разомкнутом выключателе:  $\Delta u(t) = e(t) - u_0$ . Во втором режиме переходный процесс при включении э.д.с.  $e(t)$  в пассивную цепь найден и определяется (2.40), (2.42), (2.43). Включение постоянного напряжения ( $-u_0$ ) в пассивную цепь дает переходный процесс, определяемый (2.44) при замене  $E \rightarrow -u_0$  и  $u_0 \rightarrow 0$ . Таким образом, окончательно

$$u_c(t) = u_c(t)|_{e(t)} - u_0 + u_0 \cdot \cos(\beta t) + u_0 = u_c(t)|_{e(t)} + u_0 \cdot \cos(\beta t), \quad (2.46)$$

где  $u_c(t)|_{e(t)}$  — составляющая, определяемая (2.40), (2.42), (2.43) при включении переменной э.д.с. в контур с нулевыми начальными условиями.

**Пример 1.** Определить частоту свободных колебаний напряжения в конце линии длиной  $\ell = 200$  км и волновым сопротивлением  $Z_B = 400$  Ом, включенную на шины неизменного напряжения в начале и разомкнутую в конце.

Погонные параметры линии прямой последовательности  $L'$  и  $C'$  связаны со скоростью света  $v_c$  соотношением  $v_c = 1/\sqrt{L' \cdot C'}$ , а круговая частота собственных колебаний  $\beta$  в колебательном контуре (см. рис. 2.17) —

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{(L' \cdot \ell) \cdot (C' \cdot \ell/2)}}, \text{ откуда } \beta = 2 \cdot \pi \cdot f = \sqrt{2} \cdot \frac{v_c}{\ell}$$

$$\text{и } f = \frac{v_c}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot \ell} \cong \frac{300000}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot 200} \approx 340 \text{ Гц } (f = 6,8 \cdot f_0).$$

Первая собственная частота колебаний в этой линии при представлении ее элементом с непрерывно распределенными параметрами может быть определена из условия равенства нулю ее входного сопротивления:

$\dot{Z}_{\text{вх}} = -jZ_B \cdot \text{ctg } \lambda = 0$ . Откуда  $\lambda_1 = \frac{\pi}{2} = \frac{\omega_1 \cdot \ell}{v_c}$  и  $f = \frac{\pi \cdot v_c}{2 \cdot \ell \cdot 2 \cdot \pi} = \frac{v_c}{4 \cdot \ell}$ , т. е. погрешность в воспроизведении частоты собственных колебаний при определении параметров  $L-C$  — контура без учета распределенности параметров линии примерно 10 %. Здесь погрешность вызвана только из-за задания параметров схемы замещения произведением погонных параметров на длину.

**Пример 2.** Приближенно определить наибольшее и наименьшее значения напряжения переходного процесса (напряжения на емкости) при включении линии с остаточным напряжением  $u_0 = E_m$ .

Здесь могут представиться два случая: включение в максимум и минимум э.д.с. при  $\psi = 0$  и при  $\psi = \pi$ . В первом случае из (2.46):

$$u_c(t) = U_{\text{вын}_m} \cdot \cos(\omega_0 t) - U_{\text{вын}_m} \cdot \cos(\beta t) + u_0 \cdot \cos(\beta t),$$

где  $U_{\text{вын}_m} = \frac{E_m \cdot \beta^2}{\beta^2 - \omega_0^2}$ , во втором (полагаем  $E_m = -E_m$ ):

$$u_c(t) = -U_{\text{вын}_m} \cdot \cos(\omega_0 t) + U_{\text{вын}_m} \cdot \cos(\beta t) + u_0 \cdot \cos(\beta t).$$

Если  $\beta \gg \omega_0$ , то наибольший максимум в первом случае :

$$U_{c_{\max}} = E_m + (u_0 - E_m) = E_m,$$

$$\text{во втором случае: } U_{c_{\max}} = -E_m - (u_0 + E_m) = -3E_m,$$

т. е. также как и в случае включения постоянной э.д.с. (2.44).

## § 2.2. Коммутационные перенапряжения при отключении линии электропередачи

Рассмотрим упрощенную схему электропередачи (рис. 2.19, а).

Линия электропередачи в предшествующем отключению режиме питается от двух источников неизменных э.д.с.  $e_1(t)$  и  $e_2(t)$ , а затем в момент нуля тока отключается от источника  $e_2(t)$ . Определим напряжение в конце линии. В принципе, нельзя рассматривать процесс отключения трехфазной линии в симметричной постановке (в схеме прямой последовательности), т.к. отключение фаз происходит неодновременно, а в моменты

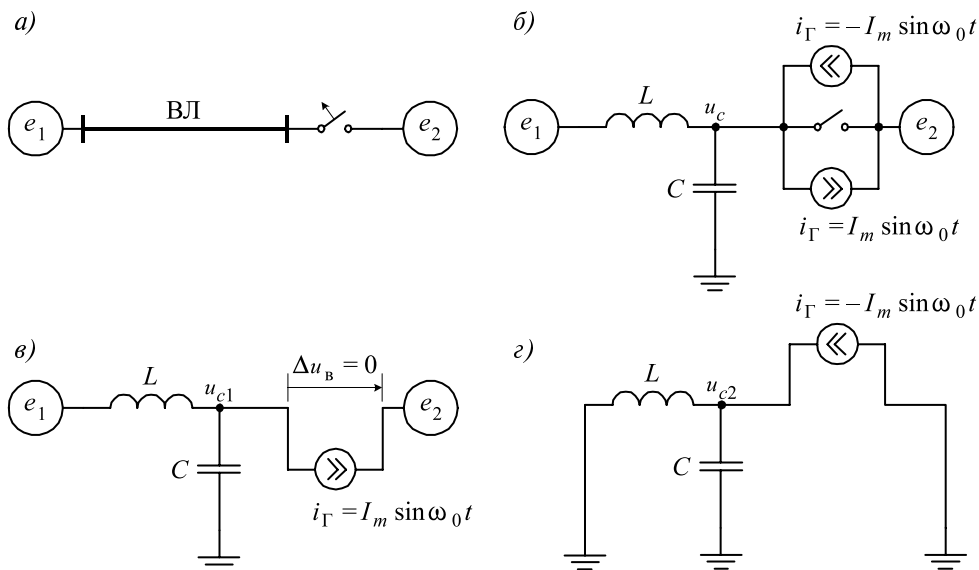


Рис. 2.19

прохождения токов отдельных фаз через нулевые значения. Однако при малых разбросах моментов отключения отдельных фаз и относительно низкой частоте переходного процесса, связанного с этим отключением, можно получить близкие значения для амплитуды и частоты переходного процесса и в однофазной схеме с параметрами прямой последовательности.

Заменяем линию П-схемой замещения (см. рис. 2.19, б) и будем предполагать угол  $\delta$  между э.д.с.  $e_1(t)$  и  $e_2(t)$  произвольным. Для исключения необходимости вести расчеты в схеме при ненулевых начальных условиях, что имеет место в данной задаче, воспользуемся принципом наложения: введем вместо выключателя два одинаковых по форме и величине, но встречно направленных источника тока  $i_\Gamma(t)$  (см. рис. 2.19, б) и рассмотрим переходные процессы от действия каждого из источников порознь (см. рис. 2.19, в, г).

Как видно, расчет переходного процесса (определение напряжения  $u_c(t)$  на емкости) можно провести в двух схемах, определив составляющие искомого напряжения  $u_{c1}(t)$  и  $u_{c2}(t)$ , а затем и требуемое  $u_c(t) = u_{c1}(t) + u_{c2}(t)$ .

Очевидно, что замена выключателя, начиная от момента размыкания схемы ( $t = 0$ ) двумя такими источниками тока полностью эквивалентна, т. к. цепь, с момента времени  $t = 0$  и далее, разомкнута как в одном, так и в другом случаях.

Если предположить, что исходный режим является установившимся с синусоидальным током частоты  $\omega_0$  и выбрать амплитуду и фазу тока источника  $i_\Gamma(t)$  так, чтобы он полностью совпадал с током выключателя, продолженным после  $t = 0$  ( $i_\Gamma(t) = I_m \cdot \sin(\omega_0 t) = i_B$  для  $t > 0$ ), то в схеме (см. рис. 2.19, в) не будет переходного процесса от включения такого источника вместо выключателя (схема отвечает продолженному состоянию замкнутого выключателя  $\Delta u_B(t) = 0$ ). Составляющая  $u_{c1}(t)$  находится без вычислений, она равна э.д.с.  $e_2(t)$ :  $u_{c1}(t) = e_2(t)$ . Таким образом, расчет переходного процесса отключения линии сводится к расчету процесса включения источника тока  $i_\Gamma(t)$  в схему с нулевыми начальными условиями (см. рис. 2.19, г) и определения величины  $u_{c2}(t)$ .

Изображение напряжения  $\bar{U}_{c2} \doteq u_{c2}(t)$  определяется следующим образом:

$$\bar{U}_{c2}(p) = \frac{I_\Gamma(p) \cdot pL \cdot \frac{1}{pC}}{pL + \frac{1}{pC}} = \frac{I_\Gamma(p) \cdot pL}{1 + p^2 LC} = I_m \cdot \frac{\omega_0}{p^2 + \omega_0^2} \cdot \frac{pL}{1 + p^2 LC}, \quad (2.47)$$

где изображение тока —  $i_\Gamma(t) \doteq I_\Gamma(p) = I_m \cdot \frac{\omega_0}{p^2 + \omega_0^2} \doteq I_m \cdot \sin(\omega_0 t)$ .

Сравнивая изображение (2.47) с изображением напряжения на емкости при включении косинусоидальной э.д.с. в контур  $L-C$  (2.41) видим, что оно получается из (2.41) заменой  $E_m$  на  $\omega_0 \cdot L \cdot I_m$ . В результате оригинал:

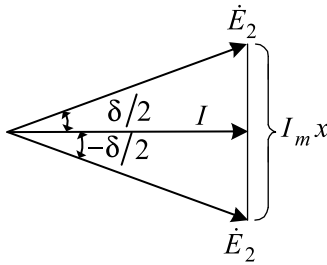


Рис. 2.20

$$u_{c2}(t) = I_m \cdot \omega_0 \cdot L \cdot \frac{\beta^2}{\beta^2 - \omega_0^2} \cdot [\cos(\omega_0 t) - \cos(\beta t)], \quad (2.48)$$

где  $\beta = 1/\sqrt{L \cdot C}$  — круговая частота свободных колебаний.

Для тока примем выражение  $i_\Gamma(t) = I_m \cdot \sin(\omega_0 t)$ , что приводит к символическому изображению на комплексной плоскости:  $i_\Gamma(t) \doteq \dot{I}_m = I_m$ , т. е. к совмещению тока с вещественной осью. Определим относительно этого тока векторы питающих э.д.с.:  $e_1(t) \doteq \dot{E}_1$ ,  $e_2(t) \doteq \dot{E}_2$  (рис. 2.20).

В предположении  $|\dot{E}_1| = |\dot{E}_2| = E$  и пренебрежении установившимся током через емкость, из векторной диаграммы следует:

$$I_m \cdot x = 2 E_m \cdot \sin(\delta/2) \quad (x = \omega_0 L)$$

$$\text{и } \dot{E}_2 = E_m \cdot e^{-j\delta/2} \doteq E_m \cdot \sin(\omega_0 t - \delta/2) = u_{c1}(t).$$

Суммируя полученные выражения для  $u_{c1}(t)$  и  $u_{c2}(t)$ , получаем окончательно:

$$u_c(t) = E_m \cdot \sin(\omega_0 t - \delta/2) + 2 E_m \cdot \sin(\delta/2) \cdot \frac{\beta^2}{\beta^2 - \omega_0^2} \cdot [\cos(\omega_0 t) - \cos(\beta t)]. \quad (2.49)$$

Рассмотрим два предельных случая:

а) э.д.с.  $e_1(t)$  и  $e_2(t)$  находятся в фазе,  $\delta = 0$  ( $E_{1m} = E_{2m} = E_m$ ).

Тогда из (2.49) получаем  $u_{c\max} = E_m$ ;

б) э.д.с.  $e_1(t)$  и  $e_2(t)$  находятся в противофазе,  $\delta = 180^\circ$ .

Из (2.49) получаем

$$u_c(t) = -E_m \cdot \cos(\omega_0 t) + 2 E_m \cdot \frac{\beta^2}{\beta^2 - \omega_0^2} \cdot [\cos(\omega_0 t) - \cos(\beta t)].$$

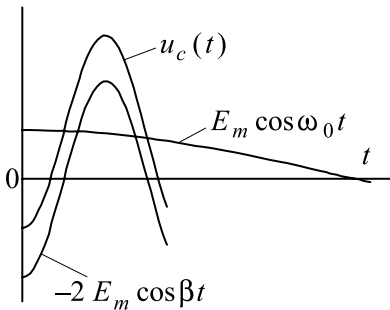


Рис. 2.21

Предполагаем  $\beta \gg \omega_0$ , тогда

$$u_c(t) = -E_m \cdot \cos(\omega_0 t) - 2 E_m \cdot \cos(\beta t)$$

и  $u_{c\max} \approx 3 \cdot E_m$  (рис. 2.21).

С помощью (2.48) можно определить напряжение в конце линии в переходном процессе отключения к.з. В этом случае  $e_2(t) = 0$  ( $u_{c1}(t) = 0$ ), а  $u_c(t) = u_{c2}(t)$  определяется по (2.48) при  $I_m \omega_0 L = E_m$ . При  $\beta \gg \omega_0$ :

$$u_{c\max} \approx 2 \cdot E_m.$$

## § 2.3. Дуговые перенапряжения в сетях с изолированной нейтралью

Подавляющее большинство нарушений нормальной работы сетей с изолированной нейтралью связано с повреждением изоляции относительно земли, т. е. с однофазным замыканием на землю. Установившееся значение тока в месте повреждения, как следует из § 1.1 части 2, определяется емкостью фаз на землю. Для обеспечения максимально возможной надежности работы сети необходимо, чтобы ток замыкания был настолько мал, что в течение достаточно длительного времени (времени, необходимого для поиска и устранения повреждения) не было опасности развития аварий, т. е. перехода однофазных замыканий в многофазные и пробоя изоляции неповрежденных фаз из-за дуговых перенапряжений, в том числе и в других точках сети. Только в этом случае можно считать, что сеть обладает достаточной надежностью и можно обойтись без отключения потребителей при однофазных замыканиях на землю (ОЗЗ). Правила устройства электроустановок [7] нормируют наибольшие допустимые значения токов замыкания на землю для сетей 6, 10, 35 кВ соответственно 30, 20, 10 А, при которых вероятность развития однофазного повреждения в междуфазное КЗ, требующего немедленного отключения, еще считается минимальной. В том случае, если в сети заданного напряжения ток замыкания превышает нормируемую величину, требуется установка дугогасящих реакторов (§ 1.1, часть 2), снижающих емкостный ток замыкания до необходимой величины.

Рассмотрим приближенную схему замещения сети с изолированной нейтралью (рис. 2.22), в которой можно выявить все особенности переходного процесса дугового замыкания. На схеме показаны:  $L$  — индуктивность прямой последовательности, представляющая питающий трансформатор и эквивалентную реактивность системы;  $C$ ,  $C_m$  — емкости кабелей или воздушных линий относительно земли и между фазами. Здесь допустимо не учитывать распределенность параметров линий и продольные индуктивности кабелей и воздушных линий. Не учитываются также активные сопротивления и проводимости сети [17, 18].

На рис. 2.23 до момента  $t = t_1$  (момента возникновения однофазного замыкания) показан график установившегося симметричного режима. Здесь приведены фазные  $u_a^{(1)}$ ,  $u_b^{(1)}$ ,  $u_c^{(1)}$  и линейные  $u_{ca}$ ,  $u_{ba}$  напряжения, отнесенные к амплитуде  $E_m$  уравновешенной системы э.д.с.  $e_a$ ,  $e_b$ ,  $e_c$ :

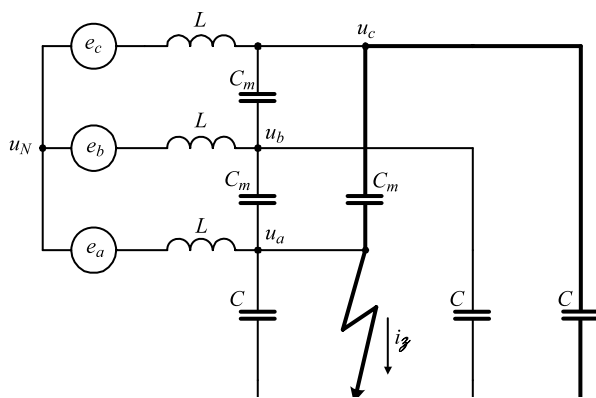


Рис. 2.22



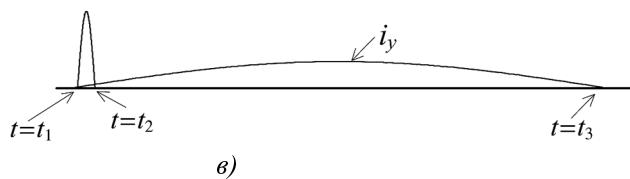
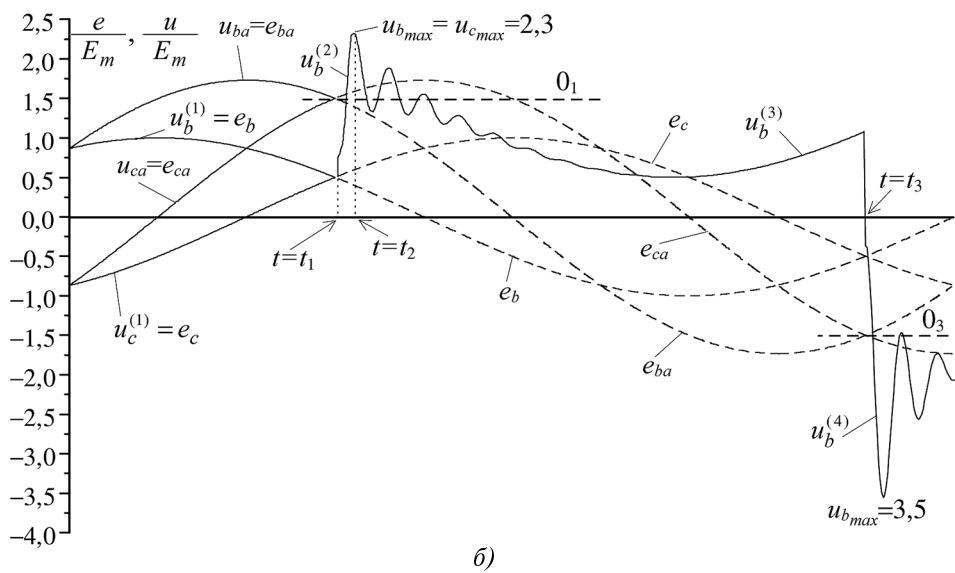
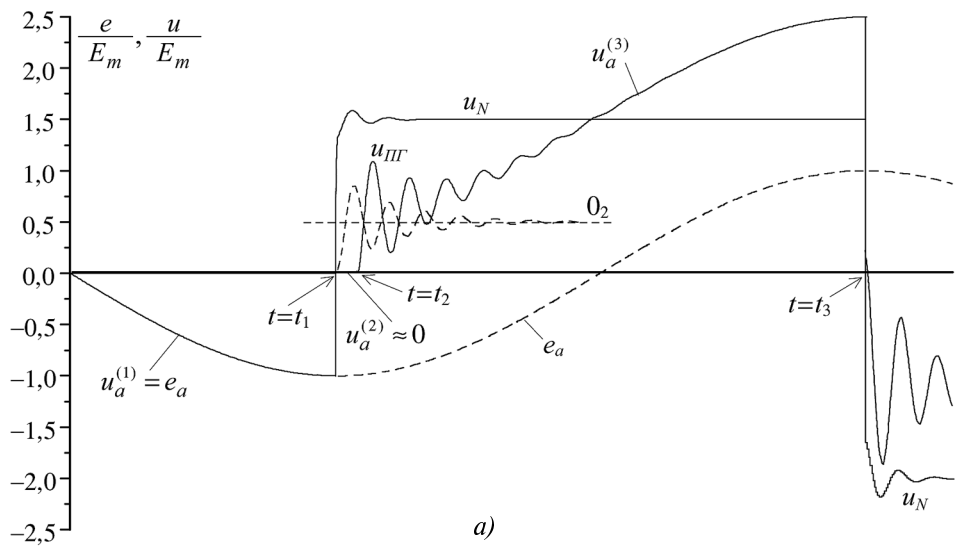


Рис. 2.23

$$u_a^{(1)} = e_a = -\sin(\omega_0 t);$$

$$u_b^{(1)} = e_b = -\sin(\omega_0 t - 120^\circ) = \cos(\omega_0 t - 30^\circ);$$

$$u_c^{(1)} = e_c = -\sin(\omega_0 t + 120^\circ) = -\cos(\omega_0 t + 30^\circ);$$

$$\begin{aligned} u_{ca} &= u_c^{(1)} - u_a^{(1)} = -\sin(\omega_0 t + 120^\circ) + \sin(\omega_0 t) = \\ &= -2\cos(\omega_0 t + 60^\circ) \cdot \sin 60^\circ = -\sqrt{3}\cos(\omega_0 t + 60^\circ); \end{aligned}$$

$$u_{ba} = \sqrt{3}\cos(\omega_0 t - 60^\circ).$$

В этом симметричном режиме при малом емкостном токе и индуктивности  $L$  можно считать, что  $e_{a,b,c} \approx u_{a,b,c}^{(1)}$ .

Предположим, что первое замыкание фазы «а» произошло в момент достижения этой фазой амплитудного напряжения ( $t = t_1$ , см. рис. 2.23, а). До момента замыкания фазы  $t = t_1 - 0$  (см. рис. 2.23, б) напряжение на емкости  $C$  в фазе «с» было  $u_c^{(1)}(t_1 - 0) = 0,5$ , а на емкости  $C$  —  $u_{ca}(t_1 - 0) = \sqrt{3}\cos(\pi/2 + \pi/3) = 1,5$  (выделенные емкости, см. рис. 2.22).

Начиная с момента времени  $t = t_1 + 0$ , эти емкости оказываются включенными параллельно, следовательно, произойдет мгновенное перераспределение зарядов для выравнивания их потенциалов. Используя закон коммутации о неизменности суммарного заряда на емкостях в моменты времени  $t = t_1 - 0$  и  $t = t_1 + 0$ , получим напряжение  $u_c^{(1)}(t_1 + 0)$  после коммутации (в момент  $t = t_1 + 0$ ):

$$(C_m + C) \cdot u_c^{(1)}(t_1 + 0) = C_m \cdot u_{ca}(t_1 - 0) + C \cdot u_c^{(1)}(t_1 - 0).$$

Используя равенство  $u_{ca}(t_1 - 0) = u_c^{(1)}(t_1 - 0) - u_a^{(1)}(t_1 - 0)$ , получим:

$$u_c^{(1)}(t_1 + 0) = u_{\text{нач}} = u_c^{(1)}(t_1 - 0) - K \cdot u_a^{(1)}(t_1 - 0), \quad (2.50)$$

где  $K = \frac{C_m}{C_m + C}$ .

Если в (2.50)  $u_a^{(1)}(t_1 - 0) = -1$  и  $K = 0,2$  (см. рис. 2.23, а), то  $u_c^{(1)}(t_1 + 0) = 0,5 - 0,2 \cdot (-1) = 0,7$ .

Таким образом, при возникновении замыкания в фазе «а» в момент  $t = t_1$  (при амплитудном значении напряжения) напряжение на фазе «с» претерпевает скачок от  $u_c^{(1)}(t_1 - 0) = 0,5$  до  $u_c^{(1)}(t_1 + 0) = 0,7$  (см. рис. 2.23, б). Далее начинается второй этап переходного процесса, связанного с перезарядом емкостей  $C$  и  $C_m$  неповрежденных фаз в колебательном процессе. При замыкании фазы «а» в момент максимума ее напряжения начальные напряжения на фазах «b» и «с» одинаковы:  $u_b^{(1)}(t_1 + 0) = u_c^{(1)}(t_1 + 0) = 0,7$  (см. рис. 2.23, б). Ус-

становившиеся значения напряжений на этих фазах равны соответствующим линейным напряжениям:  $u_{b\text{уст}}^{(2)}(t) = e_{ba}(t)$ ;  $u_{c\text{уст}}^{(2)}(t) = e_{ca}(t)$ .

Частота колебательного переходного процесса установления нового режима, как правило, очень высока. За время установления можно считать, что вынужденные составляющие мало изменятся от своего первоначального значения  $u_b^{(2)}(t_1) = u_c^{(2)}(t_1) = 1,5$  при котором они были равны друг другу. Частота  $\beta$  переходного процесса может быть определена следующим образом. Предположив, что за время переходного процесса потенциалы фаз  $u_b$  и  $u_c$  остаются одинаковыми, объединим эти точки схемы (см. рис. 2.22), отбросив емкость  $C$  между фазами « $b$ » и « $c$ ». Тогда ветви с э.д.с.  $e_b$  и  $e_c$  с индуктивностями  $L$  соединяются параллельно, их эквивалентная индуктивность равна  $L/2$  (рис. 2.24, а).

Схема рис. 2.24, а может быть преобразована к схеме рис. 2.24, б, откуда сразу определяется частота свободных колебаний напряжения на фазе « $c$ » (« $b$ »):

$$\beta_1 = \frac{1}{\sqrt{1,5L \cdot 2(C+C_m)}} = \frac{1}{\sqrt{3L(C+C_m)}}.$$

Момент замыкания фазы « $a$ » принят при максимуме э.д.с., поэтому мгновенное значение тока в емкости в этот момент равно нулю, кроме того, мы предположили, что вынужденная составляющая напряжения во время переходного процесса может считаться постоянной (т. к.  $\beta \gg \omega_0$ ). Следовательно, для определения максимальных перенапряжений можно воспользоваться формулой включения постоянной ЭДС в контур с ненулевым начальным значением напряжения на емкости (2.45), где вынужденная составляющая  $E_m = E = u_b^{(2)}(t_1) = 1,5$ , начальное напряжение  $u_{\text{нач}} = u_0 = u_c^{(1)}(t_1 + 0) = 0,7$ :

$$u_{b\text{max}} = u_{c\text{max}} = 2E - u_{\text{нач}} = 2 \cdot (3/2) - 0,7 = 2,3. \quad (2.51)$$

Итак, напряжение на фазе « $c$ » (на фазе « $b$ » будет аналогичная картина) скачком изменится с мгновенного значения  $u_c^{(1)}(t_1 - 0) = 0,5$  до  $u_c^{(1)}(t_1 + 0) = 0,7$  и далее будет изменяться колебательно относительно неизменного во времени

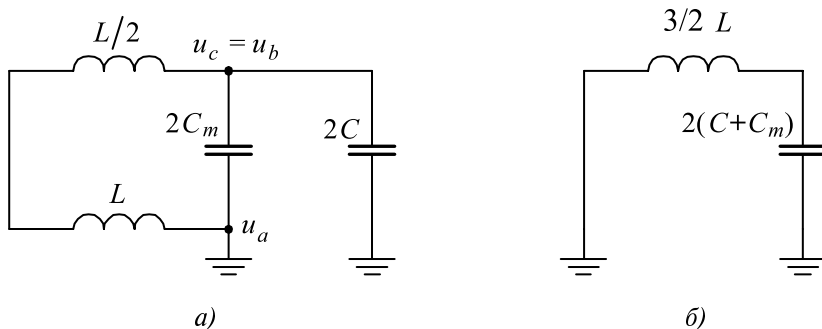


Рис. 2.24

квазиустановившегося значения  $u_c^{(2)}(t_1)$  как относительно горизонтальной оси (ось  $0_1$ , см. рис. 2.23, б).

Дальнейшее развитие процесса определяется условиями гашения тока дуги и повторными пробоями места повреждения. Наиболее благоприятные условия для гашения дуги создаются в моменты времени, когда ток дуги близок к нулю. Первая возможность гашения тока дуги имеет место спустя половину периода собственных колебаний высокочастотного тока (см. рис. 2.23, в), момент времени  $t = t_2$ . Здесь же показан фрагмент установившегося емкостного тока замыкания на землю  $i_y(t)$ , имеющего существенно меньшее амплитудное значение и частоту по сравнению с высокочастотным переходным током замыкания.

Гашение дуги возвращает схему к исходному симметричному виду. При этом начальные значения напряжений на емкостях фаз относительно земли будут:  $u_a^{(2)}(t_2) = 0$ ;  $u_b^{(2)}(t_2) = u_c^{(2)}(t_2) = u_{max} = 2,3$ . Напряжение на нейтрали (напряжение нулевой последовательности) после гашения тока останется постоянным (см. рис. 2.23, а) и равным:

$$u_N = \frac{u_a^{(2)} + u_b^{(2)} + u_c^{(2)}}{3} = \frac{0 + 2,3 + 2,3}{3} \approx 1,5.$$

Новое установившееся состояние схемы будет определяться э.д.с.  $e_{a,b,c}$  и постоянным смещением нейтрали  $u_N$ . Складывая э.д.с. соответствующих фаз и напряжение смещения нейтрали, получаем фазные напряжения  $u_a^{(3)}, u_b^{(3)}$  (см. рис. 2.23, а, б). Переход от начальных значений к новым установившимся сопровождается колебаниями в симметричной схеме с параметрами прямой последовательности, частота колебаний:

$$\beta_2 = \frac{1}{\sqrt{L(C + 3C_m)}}.$$

Максимум напряжения, возникающего на аварийной фазе «а» после погасания дуги, называют пиком гашения (см. рис. 2.23, а). Его величина (без учета потерь) находится по известному начальному напряжению  $u_a^{(2)}(t_2) = 0$  и квазиустановившемуся значению в тот же момент времени  $u_a^{(3)}(t_2) = e_a(t_2) + u_N(t_2) = -1 + 1,5 = 0,5$  (ось  $0_2$ ). Тогда по (2.45)  $u_{m_{пг}} = 2 \cdot 0,5 + 0 = 1,0$ .

С той же частотой происходит установление напряжений  $u_c^{(3)}(t)$  и  $u_b^{(3)}(t)$ .

Протекание процесса в дальнейшем зависит от скорости восстановления электрической прочности дугового промежутка по сравнению со скоростью восстановления напряжения  $u_a^{(3)}(t)$ . В частности, если пробой произойдет на максимуме напряжения ( $t = t_3$ ), то это приведет к существенному возрастанию перенапряжений при вторичном зажигании дуги. Действительно,

начальное значение напряжения на фазе «с» (с учетом мгновенного перезаряда емкостей):

$$u_{\text{нач}} = u_c^{(3)}(t_3 + 0) = u_c^{(3)}(t_3 - 0) - K \cdot u_a^{(3)}(t_3 - 0) =$$

$$e_c(t_3) + u_N(t_3 - 0) - K \cdot [e_a(t_3) + u_N(t_3 - 0)],$$

а вынужденная составляющая напряжения в этой точке

$$E = u_c^{(4)}(t_3) = e_{ca}(t_3) = -1,5.$$

Отсюда максимальное перенапряжение на фазе «с»  $u_{\text{max}} = -2 \cdot 1,5 - 0,5 = -3,5$ . Здесь, как и раньше, мы предполагаем, что квазистационарное напряжение не изменяется во времени (колебание напряжения вокруг оси  $0_3$ , параллельной оси времени).

**Пример 1.** Определить максимальные перенапряжения при первом зажигании дуги в максимум фазного напряжения в трехфазной кабельной сети, состоящей из однофазных кабелей с заземленными оболочками.

По (2.50) и (2.51) при  $K = 0$ , получим  $u_{\text{max}} = 2 \cdot 1,5 - 0,5 = 2,5$ .

**Пример 2.** Определить смещение нейтрали после гашения дуги при первом замыкании на землю в кабельной сети с соотношением активного и индуктивного сопротивления  $R/X = 3$  и при длительности горения дуги 1 мс (в (2.50)  $K = 0,2$ ).

На основании данных § 2.1 части 2 формулу (2.51) можно переписать следующим образом

$$u_{\text{max}} = E_m + (E_m - u_{\text{нач}}) \cdot e^{-\delta t},$$

$$\text{где } \delta = R/2L = 3 \cdot 314/2 = 470, \quad e^{-\delta t} \Big|_{t=1 \text{ мс}} = 0,62.$$

Найдем максимальное напряжение  $u_{\text{max}} = 1,5 + (1,5 - 0,7) \cdot 0,62 \approx 2,0$  и напряжение смещения нейтрали  $u_N = (2 \cdot 2)/3 \approx 1,3$ .

**Пример 3.** Определить максимальные перенапряжения при втором зажигании дуги при пробивном напряжении поврежденной фазы  $u_{\text{пр}} = 1,5$  (использовать условие § 2.1, примера 2).

Напряжение на поврежденной фазе достигает значения  $u_{\text{пр}} = 1,5$  в момент равенства нулю э.д.с.  $e_a(t_{\text{п}})$  (напряжение смещения  $u_N = 1,5$ , см. рис. 2.23, б).

Начальное напряжение (с учетом перезаряда емкостей):

$$u_{\text{нач}} = u_c^{(3)}(t_{\text{п}} + 0) = u_c^{(3)}(t_{\text{п}} - 0) - K \cdot u_a^{(3)}(t_{\text{п}} - 0) =$$

$$= e_c(t_{\text{п}}) + u_N(t_{\text{п}} - 0) - K \cdot [e_a(t_{\text{п}}) + u_N(t_{\text{п}} - 0)] = 0,866 + 1,5 - 0,2 \cdot [0 + 1,5] = 2,07.$$

Установившееся значение напряжения на фазе «с» в этот момент:

$$E = e_{ca}(t_{\text{п}}) = u_c^{(4)}(t_{\text{п}}) = 0,866.$$

Максимальное напряжение согласно § 2.1, пример 2 (при  $E_m = E < u_{\text{нач}}$ )  $u_{\text{max}} = u_{\text{нач}} = 2,07$ .

**Пример 4.** Определить необходимую величину резистора  $R$  в нейтрали, обеспечивающего при заданной емкости  $C = 1$  мкФ ликвидацию напряжения смещения нейтрали за время 10 мс.

Включение такого резистора в нейтраль означает включение его параллельно емкости  $3C$  ( $L_N = 0$ ,  $R_N = R$ , см. рис. 2.2).

Тогда величина резистора  $R$ , необходимая для практически полного разряда емкости  $3C$  за время  $3\tau$  ( $\tau = R \cdot 3C$  — постоянная времени цепи разряда), найдется из соотношения:

$$3\tau = \frac{T}{2} = 0,01 \text{ с,}$$

где  $T = 0,02$  с величина периода промышленной частоты

или  $3 \cdot R \cdot 3C = 0,01 \text{ с.}$

Таким образом активное сопротивление в нейтрали:

$$R = \frac{0,01}{3 \cdot 3C} = \frac{0,01}{3 \cdot 3 \cdot 10^{-6}} \cong 1100 \text{ Ом.}$$

Ток замыкания на землю в сети с изолированной нейтралью определяется выражением  $I_{\text{з}} = 3\omega_0 C U_{\text{ф}}$ , а ток через резистор  $I_R = U_{\text{ф}}/R$ . Приравнявая  $I_{\text{з}} = I_R$ , найдем величину резистора при которой выполняется это условие. Имеем  $3\omega_0 C = 1/R$  или  $R = 1/(3\omega_0 C) \cong 1060 \text{ Ом}$ , т. е. резистор, выбранный исходя из условий обеспечения разряда емкости  $C$  за полпериода промышленной частоты, создает активный ток в месте повреждения, равный емкостному. Суммарный ток увеличивается в  $\sqrt{2}$  раз. Однако такой резистор обеспечивает уровень перенапряжений при повторных дуговых замыканиях не выше, чем это имеет место при первом замыкании.

## § 2.4. Коммутационные перенапряжения при включениях электродвигателей

Современные схемы электрических станций имеют мощную и разветвленную сеть собственных нужд. Основным элементом этой сети (рис. 2.25) являются крупные синхронные и асинхронные электродвигатели  $D$  напряжением 6 кВ, питающиеся от трансформаторов собственных нужд  $T$  через отдельные кабельные присоединения  $K$ . Общее количество присоединений  $K_{\Sigma}$  к данной секции достаточно велико (20...30). В процессе выполнения технологических операций происходят включения и отключения отдельных присоединений с помощью выключателей  $B$ , коммутирующих электродвигатель вместе с питающим кабелем. Кроме того, возможны коммутации электродвигателей в процессе АВР, АПВ, отключения заторможенных электродвигателей и др. Мы рассмотрим только одну из них — коммутацию включения заторможенного электродвигателя с учетом разброса моментов включения отдельных фаз выключателя.

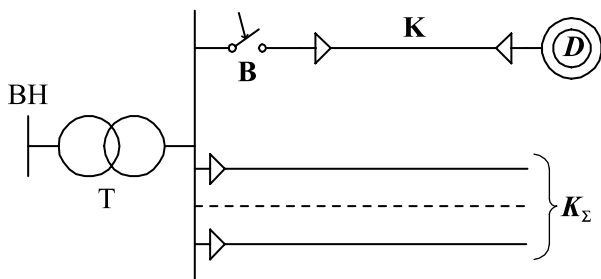


Рис. 2.25

На рис. 2.26 приведена упрощенная схема замещения сети. Здесь  $L_T$  — индуктивность прямой последовательности трансформатора собственных нужд и эквивалента системы;  $L_D$  — сверхпереходная индуктивность электродвигателя (внутренняя э.д.с. равна нулю, т. к.

электродвигатель заторможен);  $C, C_\Sigma, C_m, C_{m\Sigma}$  — емкости на землю и между фазами коммутируемого присоединения ( $C, C_m$ ) и всех остальных кабелей данной секции ( $C_\Sigma, C_{m\Sigma}$ ). Нагрузка на других присоединениях, индуктивность кабелей и активные сопротивления сети не учитываются. Мощность отдельного электродвигателя много меньше мощности трансформатора, поэтому дополнительно можно пренебречь индуктивностью  $L_T \ll L_D$ .

Рассмотрим включение первой фазы (фазы «а», см. рис. 2.26). Трехфазная сеть слева от выключателя при учете сформулированных допущений может быть эквивалентирована к простому виду при отбрасывании междофазных емкостей  $C_{m\Sigma}$ , как включенных на шины неизменных междофазных э.д.с.  $e_{ac}, e_{bc}, e_{ca}$  и параллельном преобразовании ветвей, содержащих э.д.с. и емкости (рис. 2.27), по формулам:

$$e_3^{(1)} = \frac{e_c \cdot C_\Sigma + e_b \cdot C_\Sigma}{2 \cdot C_\Sigma} = -\frac{e_a}{2} \quad (\text{см. рис. 2.27, б});$$

$$e_3^{(2)} = \frac{1,5e_a \cdot 2C_\Sigma}{2C_\Sigma + C_\Sigma} = e_a \quad (\text{см. рис. 2.27, в}).$$

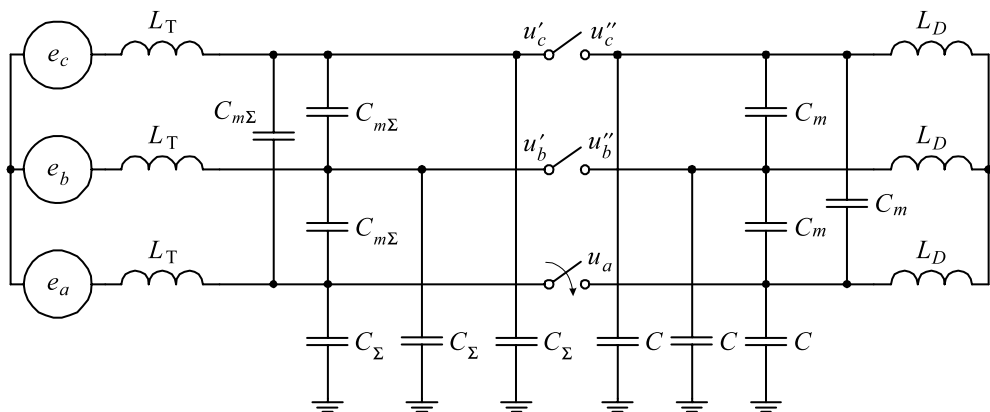


Рис. 2.26

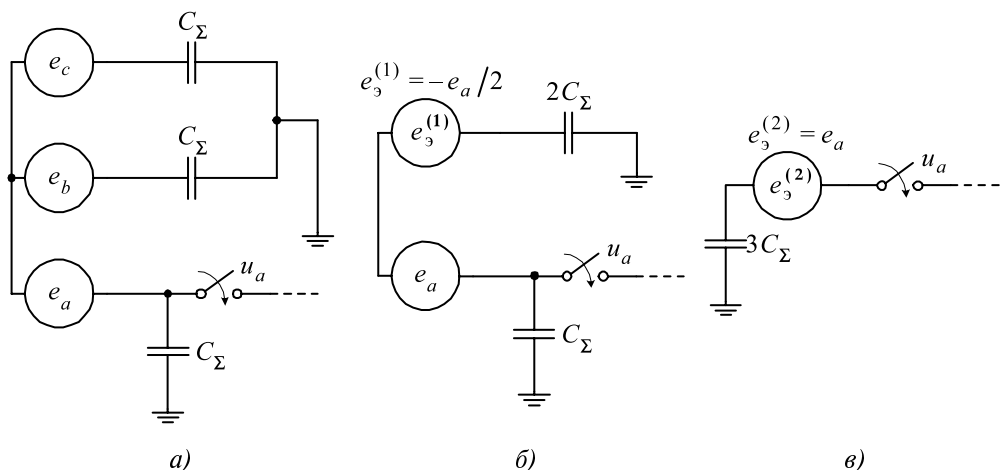


Рис. 2.27

Правая часть (относительно выключателя) трехфазной схемы также может быть преобразована к однофазному эквиваленту, если  $u_b'' = u_c''$ , что следует из схемы (см. рис. 2.26) при одинаковых собственных и взаимных параметрах фаз. Тогда емкости фаз «b» и «с» на землю соединяются параллельно, междофазная емкость (этих фаз) отбрасывается и схема преобразуется к виду рис. 2.28, а, а затем — рис. 2.28, б.

Таким образом, объединив схемы (см. рис. 2.27, в и рис. 2.28, б) и учитывая, что  $C_\Sigma \gg C$  (т. к. по предположению секция имеет большое число кабельных присоединений, кроме коммутируемого), получим расчетную схему рис. 2.29.

Используя теорему об эквивалентном генераторе, можем преобразовать схему к колебательному контуру, содержащему последовательную индуктивность и емкость. Однако можно определить искомые напряжения на фазах электродвигателя проще, заметив, что в момент включения контура

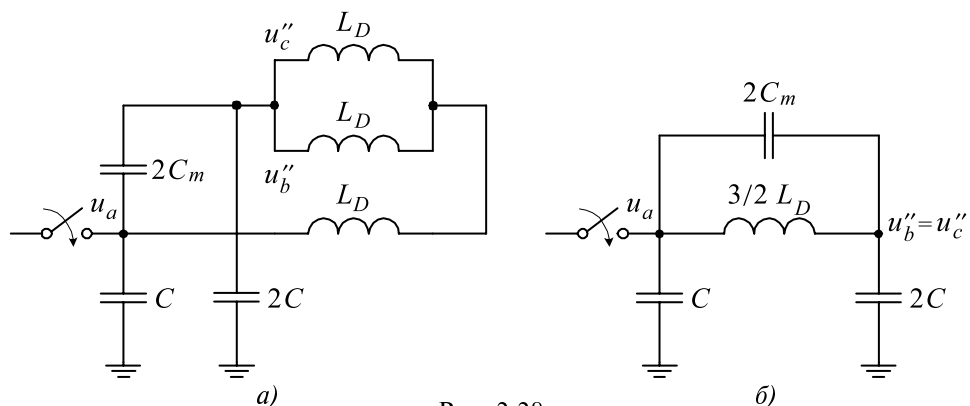


Рис. 2.28



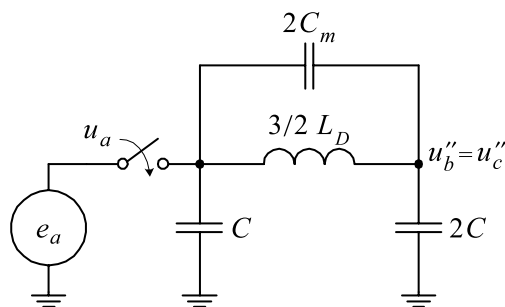


Рис. 2.29

(см. рис. 2.29,  $t = 0$ ) величина тока в индуктивности  $3/2 \cdot L_D$  равна нулю, следовательно, мгновенное значение включаемой э.д.с.  $e_a$  распределится обратно пропорционально емкостям  $2 \cdot C_m$  и  $2 \cdot C$ :

$$u''_b|_{t=0} = u''_c|_{t=0} = e_a|_{t=0} \cdot \frac{C_m}{C_m + C} = u_{\text{нач.}}$$

Таким образом, для получения переходного процесса изменения напряжений на невключенных фазах

можно рассмотреть включение обычного колебательного контура с ненулевыми начальными условиями по напряжению на емкостях. Угловая частота переходного процесса  $\beta = 1/\sqrt{1,5 \cdot L_D \cdot 2 \cdot (C + C_m)}$ . Учитывая, что при реальных соотношениях параметров  $\beta \gg \omega_0$  ( $\omega_0$  — частота источников э.д.с.), для определения напряжений на невключенных фазах можно воспользоваться формулой (2.44):

$$u''_b(t) = e_a|_{t=0} - (e_a|_{t=0} - u_{\text{нач.}}) \cdot \cos(\beta \cdot t).$$

Наибольшее значение напряжения  $u''_b(t)$  будет при включении электродвигателя в момент максимума э.д.с.  $e_a|_{t=0} = E_m$ :  $u''_{b\text{max}} = 2 \cdot E_m - 0,2 \cdot E_m = 1,8 \cdot E_m$ , где  $C_m/(C_m + C) = 0,2$ ;  $u_{\text{нач.}} = 0,2 \cdot E_m$ .

Что касается напряжения на включенной фазе «а», то в схеме (см. рис. 2.29) оно устанавливается скачком и при данном моменте включения  $u_{a\text{max}} = E_m$ .

Включение одной фазы из-за соотношения  $C_\Sigma \gg C$  не вызовет заметного изменения напряжения на нейтрали системы, и его по-прежнему можно считать равным нулю, следовательно, включение второй фазы произойдет при уравновешенной системе напряжений  $u_a, u'_b, u'_c$  такой же, какой является система э.д.с.  $e_a, e_b, e_c$  (см. рис. 2.29).

Рассмотрим включение второй фазы. На рис. 2.30, а приведены временные зависимости изменения фазных напряжений  $u_a, u'_b, u'_c$  со стороны питающей системы, на рис. 2.30, б — напряжение на невключенных фазах  $u''_b$  и  $u''_c$ , начиная с момента включения фазы «а» в максимум напряжения ( $\beta \gg \omega_0$ , к моменту достижения максимума напряжения  $u''_b(t)$  напряжение промышленной частоты  $u_a, u'_b, u'_c$  практически не отличается от значения при  $t = 0$ ). Если замыкание контактов выключателя в фазе «b» ( $t = t_b$ ) произойдет с задержкой после включения фазы «а» (которая включилась в момент  $t = 0$ ), то мгновенное значение напряжения  $u''_b$  может быть в интервале

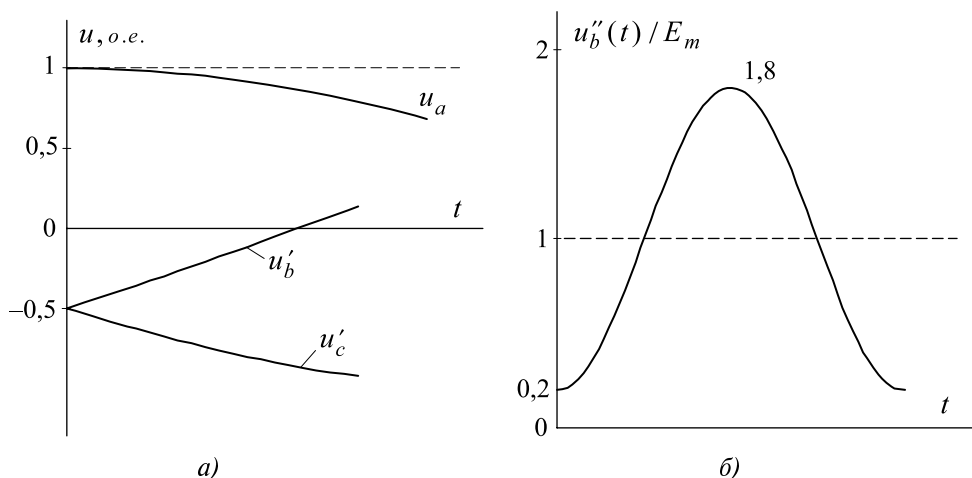


Рис. 2.30

$0,2 \leq u''_b|_{t=t_b} \leq 1,8$  (см. рис. 2.30, б), а вынужденная составляющая напряжения на фазе «b» равна  $-0,5$  (см. рис. 2.30, а). Таким образом, интенсивность переходного процесса (максимум напряжения на следующей включаемой фазе) будет определяться задержкой во включении фазы «b». Наибольшее значение этих перенапряжений будет при включении фазы «b» в максимум напряжения ее свободных колебаний (максимальная разность потенциалов на контактах выключателя). Возникающие при этом перенапряжения имеют высокочастотный характер и опасны для витковой изоляции электродвигателей.

## § 2.5. Переходное восстанавливающееся напряжение на контактах выключателей при отключении коротких замыканий

Для обеспечения надежного отключения высоковольтными выключателями токов к.з. должны быть обеспечены определенные условия восстановления напряжения на контактах выключателя после гашения дуги к.з. Выключатель обеспечит успешное отключение к.з. в том случае, если кривая собственного (без учета влияния самого выключателя) переходного восстанавливающегося напряжения сети идет не выше, чем восстанавливается электрическая прочность межконтактного промежутка после погасания дуги в нем.

Иными словами, процесс гашения дуги тока к.з. в выключателе представляет собой «соревнование восстанавливающейся электрической прочности дугового промежутка в процессе его деионизации  $u_z$  (рис. 2.31) с помощью различных средств интенсивного отвода тепла и восстанавливающегося напряжения со стороны сети  $u_B$ , которое возникает вследствие переходного процесса размыкания цепи. Гашение дуги тока к.з. в выключателе будет успешным, если в процессе «соревнования кривая  $u_B(t)$  не пересечет кри-

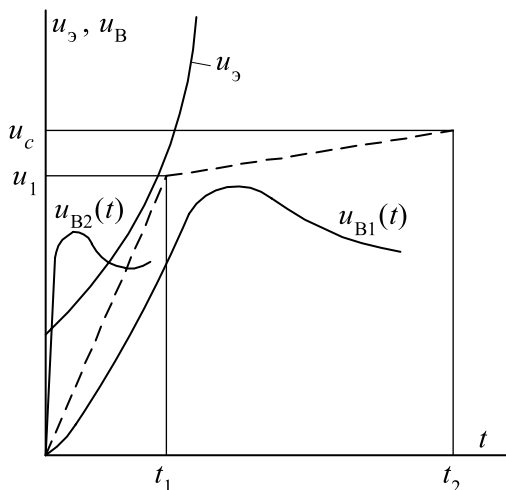


Рис. 2.31

вую  $u_3(t)$ . Успешность гашения зависит не только от амплитуды восстанавливающегося напряжения, но и от скорости его изменения. Несмотря на большую амплитуду одной из кривых восстанавливающегося напряжения  $u_B(t)$  (рис. 2.31), гашение обеспечивается вследствие относительно низкой скорости ее роста  $du_B/dt$ , напротив во втором случае кривая восстанавливающегося напряжения имеет относительно небольшую амплитуду, но высокую среднюю скорость восстановления напряжения, что в результате приводит к негашению дуги в выключателе, т. е. к его отказу (см. рис. 2.31).

По этой причине нормируется «пограничная» кривая (см. пункт на рис. 2.31), которую при заданном токе отключения не должна пересекать кривая переходного восстанавливающегося напряжения  $u_B(t)$ , создаваемого сетью в данном месте установки выключателя. Для построения этой (четырехпараметрической) кривой в справочных данных приводятся таблицы значений  $u_1$ ,  $u_c$ ,  $t_1$ ,  $t_2$  в зависимости от класса напряжения и величины отключаемого тока.

Рассмотрим вначале качественно переходное восстанавливающееся напряжение (ПВН) на контактах выключателя в простейшей схеме сети (рис. 2.32, а), содержащей неизменную э.д.с.  $e(t)$  (шины бесконечно мощной системы), трансформатор **Т**, выключатель **В** и к.з. непосредственно за выключателем [20]. На рис. 2.32, б представлена наиболее простая однолинейная схема замещения сети, где  $e(t)$  — э.д.с. системы;  $L$ ,  $r$  — индуктивность рассеяния трансформатора и активное сопротивление;  $C$  — входная емкость

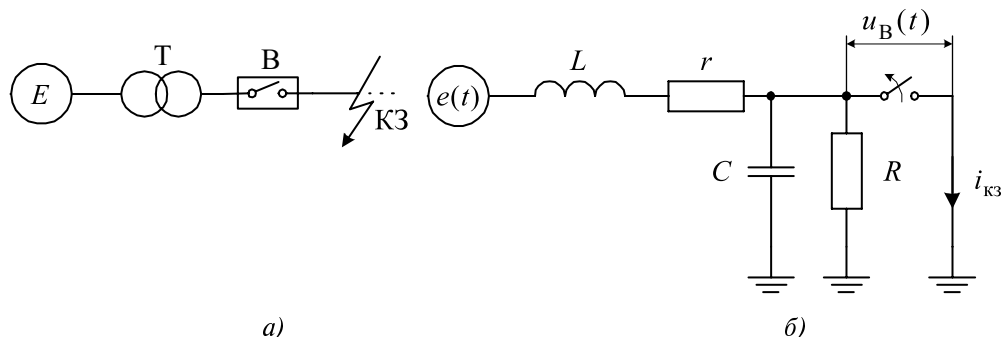


Рис. 2.32

трансформатора, шин и другого оборудования;  $R$  — шунтирующее сопротивление выключателя. На рис. 2.33 показаны кривые ПВН в зависимости от значений параметров  $R$ ,  $C$ . Момент времени  $t = 0$  отвечает переходу установившегося тока к.з. через нуль, ток принят индуктивным, в момент его прохождения через нуль э.д.с. проходит через максимум. Гашение тока дуги наиболее вероятно вблизи нулевого значения тока, когда подвод энергии со

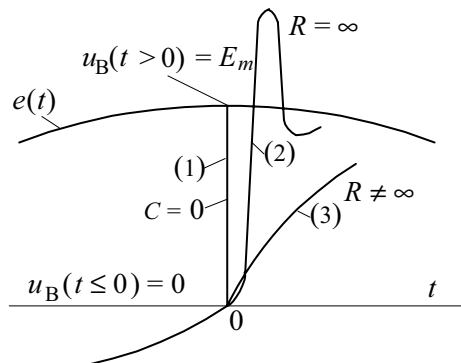


Рис. 2.33

стороны сети минимален, поэтому здесь мы предполагаем прекращение тока в  $t = 0$ . Если не учитывать емкость оборудования со стороны левого полюса выключателя (десятки тысяч пикофарад) и  $R = \infty$ , то для напряжения  $u_B(t)$  получился бы скачок от  $u_B = 0$  (для  $t < 0$ ) до  $u_B = E_m$  (для  $t > 0$ ) (кривая 1) при бесконечно большой скорости нарастания, что привело бы к повторному зажиганию дуги (к негашению). При  $R \rightarrow \infty$  и достаточно малом значении  $r$  скорость нарастания напряжения определится частотой колебаний в контуре  $L-C$  при начальной скорости  $du_B/dt|_{t=0} = 0$  (кривая 2). Наконец, соответствующим выбором величин шунтирующих контактов выключателя сопротивления  $R \neq \infty$  можно обеспечить аperiodический характер процесса восстановления напряжения (кривая 3). Однако в этом случае может быть  $du_B/dt|_{t=0} \neq 0$ .

**Метод встречного тока.** При расчетах собственного ПВН (без учета влияния дуги в выключателе) в разветвленных трехфазных системах широко используется метод встречного тока, основанный на методе наложения, который позволяет проводить расчеты процесса восстановления напряжения в схемах с нулевыми начальными условиями во всех элементах аналогично § 2.2 части 2. Это упрощает решение задачи, т. к. исключает необходимость определения установившихся значений токов и напряжений во всех элементах схемы и задания их мгновенных (начальных) значений к моменту отключения выключателя.

Рассмотрим схему (рис. 2.34, а), где предполагается определить кривую ПВН  $u_B(t)$  на контактах выключателя после размыкания, когда на правом полюсе к.з., а слева подключена сколь угодно сложная схема электрической системы, содержащая источники э.д.с.  $E_i$  и тока  $I_i$ . К моменту отключения в выключателе протекает синусоидальный ток  $i_{кз}(t) = I_m \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)$ . Прекращение тока в выключателе можно осуществить одновременным размыканием выключателя и включением двух равных по величине и форме, но противоположно направленных источников тока  $i_T(t)$  (см. рис. 2.34, а). Источники тока могут быть совершенно произвольными. Напряжение  $u_B(t)$  можно найти суммированием отдельно найденных составляющих от действия каждой из э.д.с. и источников тока.

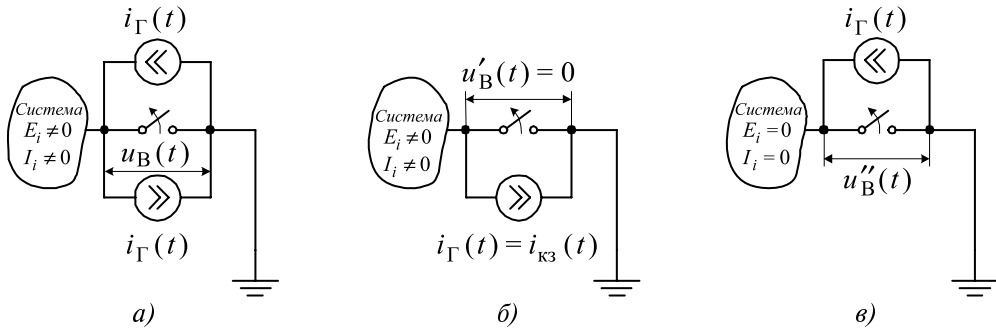


Рис. 2.34

Однако, если в качестве источника тока взять ток выключателя, условно продолженный после  $t = 0$  (момент размыкания), т. е.  $i_{\Gamma}(t) = i_{кз}(t)$ , и рассмотреть две комбинации расчетных схем (см. рис. 2.34, б, в), то расчет напряжения  $u_B(t)$  сведется к расчету переходного процесса только в схеме (см. рис. 2.34, в) при нулевых начальных условиях. Действительно, схема (см. рис. 2.34, б) предполагает расчет переходного процесса  $u'_B(t)$  при включении вместо выключателя источника тока  $i_{\Gamma}(t)$  в схему сети с ненулевыми начальными условиями, источниками тока и э.д.с. В схеме (см. рис. 2.34, в) следует определять вторую составляющую  $u''_B(t)$ , вызванную включением того же источника тока  $i_{\Gamma}(t)$  (но противоположно направленного) в пассивную схему сети при нулевых начальных условиях, источниках тока и э.д.с., причем источники э.д.с. должны быть замкнуты накоротко, а источники тока — разомкнуты. В результате получим искомое напряжение в виде суммы  $u_B(t) = u'_B(t) + u''_B(t)$ .

Однако, учитывая, что  $i_{\Gamma}(t) = i_{кз}(t)$ , включение источника  $i_{\Gamma}(t)$  в схему (см. рис. 2.34, б) не вызовет в ней переходного процесса, этот режим отвечает замкнутому состоянию выключателя, поэтому  $u'_B(t) = 0$  и  $u_B(t) = u''_B(t)$ . Таким образом, процесс восстановления напряжения  $u_B(t)$  можно получить включением вместо выключателя источника тока (по форме и величине совпадающего с отключаемым током к.з.) в пассивную схему сети при нулевых начальных условиях на всех ее элементах.

На основании полученного можно записать операторное изображение переходного восстанавливающегося напряжения в виде

$$\bar{U}_B(p) = \bar{I}_{\Gamma}(p) \cdot \bar{Z}(p), \quad (2.52)$$

где  $\bar{U}_B(p)$ ,  $\bar{I}_{\Gamma}(p)$ ,  $\bar{Z}(p)$  — операторные изображения напряжения на контактах выключателя, источника тока и сопротивления всей схемы сети относительно зажимов источника тока. Искомое напряжение  $u_B(t)$  находится, как оригинал (2.52).

**Определение ПВН в трехфазных сетях.** Отключение тока к.з. в трехфазных сетях происходит по фазам не одновременно, а в порядке прохождения токов фаз через нулевые значения. Процесс восстановления напряжения после отключения тока очередной фазы, учитывая его кратковременность (несколько сотен микросекунд), заканчивается задолго до отключения следующей по порядку фазы. Следовательно, расчеты ПВН должны принципиально проводиться в несимметричных схемах сети.

Так, на рис. 2.35, *а* показана расчетная схема для определения ПВН  $u_B^{(1-3)}(t)$  на первой отключаемой фазе при отключении трехфазного к.з., а на рис. 2.35, *б* — на последней  $u_B^{(1)}(t)$  при отключении однофазного к.з. Электрическая схема слева от выключателя задана эквивалентными операторными сопротивлениями  $\bar{Z}_\alpha$ ,  $\bar{Z}_\beta$ ,  $\bar{Z}_0$ , отвечающими одной из систем преобразования связанной трехфазной системы  $a, b, c$  к независимым координатным осям  $\alpha, \beta, 0$  (см. § 3.3). Уравнения вида (2.52) для каждой из составляющих записываются следующим образом:

$$\begin{aligned}\bar{U}_{B\alpha}(p) &= \bar{Z}_\alpha(p) \cdot \bar{I}_{\Gamma\alpha}(p); \\ \bar{U}_{B\beta}(p) &= \bar{Z}_\beta(p) \cdot \bar{I}_{\Gamma\beta}(p); \\ \bar{U}_{B0}(p) &= \bar{Z}_0(p) \cdot \bar{I}_{\Gamma0}(p).\end{aligned}\tag{2.53}$$

Преобразования из фазной системы координат к координатам  $\alpha, \beta, 0$  и обратно имеют вид:

$$\begin{aligned}u_a &= u_0 + u_\alpha; & u_b &= u_0 - \frac{u_\alpha}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}u_\beta; & u_c &= u_0 - \frac{u_\alpha}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}u_\beta; \\ u_\alpha &= u_a - u_0; & u_0 &= \frac{u_a + u_b + u_c}{3}; & u_\beta &= \frac{u_b - u_c}{\sqrt{3}}.\end{aligned}$$

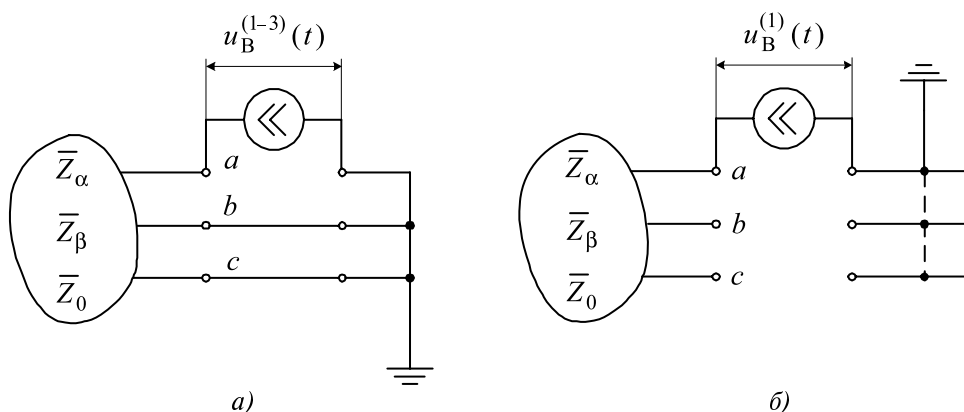


Рис. 2.35

Тогда, преобразуя (2.53) к фазным переменным, получим для фазы  $a$

$$\begin{aligned}\bar{U}_{B_a}(p) &= \bar{U}_{B_\alpha} + \bar{U}_{B_0} = \bar{Z}_\alpha \cdot \bar{I}_{\Gamma_\alpha} + \bar{Z}_0 \cdot \bar{I}_{\Gamma_0} = \bar{Z}_\alpha \cdot \bar{I}_{\Gamma_\alpha} + (\bar{Z}_0 - \bar{Z}_\alpha) \cdot \bar{I}_{\Gamma_0} + \bar{Z}_\alpha \cdot \bar{I}_{\Gamma_0} = \\ &= \bar{Z}_\alpha \cdot (\bar{I}_{\Gamma_\alpha} + \bar{I}_{\Gamma_0}) + (\bar{Z}_0 - \bar{Z}_\alpha) \cdot \bar{I}_{\Gamma_0} = \bar{Z}_\alpha \cdot \bar{I}_{\Gamma_a} + (\bar{Z}_0 - \bar{Z}_\alpha) \cdot \frac{\bar{I}_{\Gamma_a} + \bar{I}_{\Gamma_b} + \bar{I}_{\Gamma_c}}{3}\end{aligned}$$

или

$$\bar{U}_{B_a}(p) = \frac{2 \cdot \bar{Z}_\alpha + \bar{Z}_0}{3} \cdot \bar{I}_{\Gamma_a} + \frac{\bar{Z}_0 - \bar{Z}_\alpha}{3} \cdot \bar{I}_{\Gamma_b} + \frac{\bar{Z}_0 - \bar{Z}_\alpha}{3} \cdot \bar{I}_{\Gamma_c},$$

где  $\bar{I}_{\Gamma_a}$ ,  $\bar{I}_{\Gamma_b}$ ,  $\bar{I}_{\Gamma_c}$  — операторные изображения источников тока в фазах  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

Обозначим далее  $\bar{Z}_\alpha = \bar{Z}_1$ :

$$\bar{Z} = \frac{2\bar{Z}_1 + \bar{Z}_0}{3}; \quad \bar{Z}_m = \frac{\bar{Z}_0 - \bar{Z}_1}{3}, \quad (2.54)$$

где  $\bar{Z}_1$  — операторное сопротивление токам прямой последовательности, совпадает с операторным сопротивлением  $\bar{Z}_\alpha$ . Вместо (2.53) аналогичным образом получим для фаз  $b$  и  $c$  уравнения:

$$\begin{aligned}\bar{U}_{B_a} &= \bar{Z} \cdot \bar{I}_{\Gamma_a} + \bar{Z}_m \cdot \bar{I}_{\Gamma_b} + \bar{Z}_m \cdot \bar{I}_{\Gamma_c}; \\ \bar{U}_{B_b} &= \bar{Z}_m \cdot \bar{I}_{\Gamma_a} + \bar{Z} \cdot \bar{I}_{\Gamma_b} + \bar{Z}_m \cdot \bar{I}_{\Gamma_c}; \\ \bar{U}_{B_c} &= \bar{Z}_m \cdot \bar{I}_{\Gamma_a} + \bar{Z}_m \cdot \bar{I}_{\Gamma_b} + \bar{Z} \cdot \bar{I}_{\Gamma_c}.\end{aligned} \quad (2.55)$$

Рассмотрим два основных случая:

а) отключение первой фазы при трехфазном к.з. (см. рис. 2.35,  $a$ ).

Здесь заданными величинами являются: ток отключаемой фазы  $a$  —  $\bar{I}_{\Gamma_a}$ , а также равные нулю напряжения на контактах фаз  $b$  и  $c$  выключателя  $\bar{U}_{B_b} = \bar{U}_{B_c} = 0$ . Исходя из симметрии схемы и пофазной симметрии параметров, имеем:  $\bar{I}_{\Gamma_b} = \bar{I}_{\Gamma_c}$ , поэтому с помощью первого уравнения системы (2.55) и любого из двух других

$$\bar{U}_{B_a}^{(1-3)} = [\bar{Z} - \frac{2 \cdot \bar{Z}_m^2}{\bar{Z} + \bar{Z}_m}] \cdot \bar{I}_{\Gamma_a}^{(3)}; \quad (2.56)$$

б) отключение последней фазы при трехфазном к.з. (см. рис. 2.35,  $b$ ).

Заданными являются  $\bar{I}_{\Gamma_a}$ , а также  $\bar{I}_{\Gamma_b} = \bar{I}_{\Gamma_c} = 0$ . Тогда согласно (2.55)

$$\bar{U}_{B_a}^{(1)} = \bar{Z} \cdot \bar{I}_{\Gamma_a}^{(1)}. \quad (2.57)$$

В схеме (см. рис. 2.35,  $a$ ) для источника тока используется ток трехфазного к.з., а для схемы (см. рис. 2.35,  $b$ ) — ток однофазного к.з., несмотря на то, что исходным было трехфазное к.з. (см. пункт на рис. 2.35,  $b$ ). Конечно, в реальных условиях надо убедиться в том, что ко времени отключения последней фазы этот ток является установившимся.

**Схема замещения сети и определение оригинала  $u_B(t)$ .** Наиболее тяжелыми оказываются условия работы выключателей в схемах электрических станций, где возникает необходимость в проверке соответствия ПВН условиям государственных стандартов. Рассмотрим упрощенную схему (рис. 2.36, а) и схему ее замещения (рис. 2.36, б).

Здесь  $L_1, L_0$  — суммарные индуктивности генератора и трансформатора прямой и нулевой последовательностей;  $C_1, C_0$  — емкости соответствующих последовательностей трансформаторов, ошиновки, выключателей и другого оборудования сети;  $R_1, R_0$  — активные сопротивления соответствующих последовательностей, численно равные параллельному соединению волновых сопротивлений линий, отходящих от шин станции. Учет линий электропередачи активным сопротивлением, равным волновому, возможен, если время рассмотрения переходного процесса меньше удвоенного времени пробега  $\tau_{\ell(i)}$  электромагнитной волны по линии ( $t_{\text{рас}} \leq 2 \cdot \tau_{\ell(i)}$ ), например, если  $t_{\text{рас}} = 400$  мкс, то  $\ell_i = \tau_{\ell(i)} \cdot v_c = 200 \cdot 0,3 = 60$  км. Если длина линии меньше, то она должна быть учтена последовательным соединением необходимого числа трехфазных П-схем, либо представлена уравнениями, например, по методу бегущих волн, которые должны решаться совместно с уравнениями концевых элементов. В нашем случае для схемы замещения (см. рис. 2.36, б) для эквивалентного операторного сопротивления прямой последовательности

$$\bar{Z}_1 = (pL_1 \parallel R_1) \parallel \frac{1}{pC_1}.$$

Аналогично определяется  $\bar{Z}_0$ . Упростим операторные выражения для  $\bar{Z}_1$  и  $\bar{Z}_0$ , пренебрегая емкостью  $C_1$  ( $C_0$ ), что можно сделать, если, кроме линии с к.з., имеется еще хотя бы одна отходящая линия:

$$\bar{Z}_1 = \frac{pR_1}{p + \alpha_1},$$

где  $\alpha_1 = R_1/L_1$ .

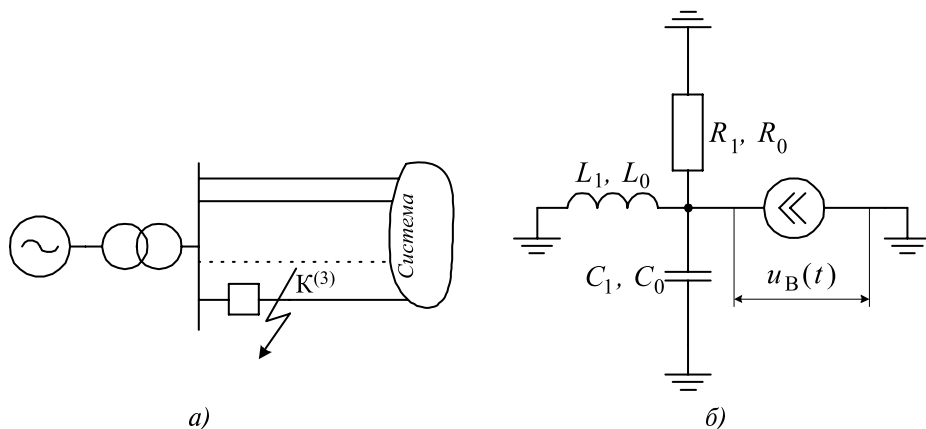


Рис. 2.36



Изображение тока  $i_T(t)$  можно упростить, если предположить, что ток к.з. является установившимся (см. Приложение 4) и учитывая малое время расчета, когда  $\sin(\omega_0 t) \approx \omega_0 t$ : получим  $i_T(t) = I_m \cdot \sin(\omega_0 t) \approx I_m \omega_0 t \doteq I_m \omega_0 \frac{1}{p^2}$ .

Теперь по формуле (2.57) получаем

$$\bar{U}_B^{(1)} = \omega_0 I_m^{(1)} \frac{1}{p^2} \cdot \bar{Z} = \omega_0 I_m^{(1)} \frac{1}{p^2} \cdot \frac{2\bar{Z}_1 + \bar{Z}_0}{3} = \omega_0 I_m^{(1)} \frac{\frac{2pR_1}{p+\alpha_1} + \frac{pR_0}{p+\alpha_0}}{3p^2},$$

где  $I_m^{(1)}$  — амплитуда тока однофазного к.з. Наконец, оригинал:

$$u_B^{(1)}(t) = \frac{1}{3} \omega_0 I_m^{(1)} \cdot \left[ 2L_1 (1 - e^{-\alpha_1 t}) + L_0 (1 - e^{-\alpha_0 t}) \right]. \quad (2.58)$$

Наибольшая скорость восстановления напряжения определяется производной (2.58) в момент  $t = 0$ :

$$du_B^{(1)} / dt \Big|_{t=0} = \frac{1}{3} \omega_0 (2R_1 + R_0) \cdot I_m^{(1)} = \omega_0 R \cdot I_m^{(1)}. \quad (2.59)$$

Учет емкости приведет к снижению начальной скорости восстановления напряжения, что благоприятно для выключателей, но может привести к росту амплитуды восстанавливающегося напряжения.

Согласно (2.59), чем большее число линий сходится на подстанции, тем ниже скорость восстановления напряжения. Однако при этом возрастает ток к.з.  $I_m$ , особенно при коротких связях, т. к. установившийся ток определяется индуктивным сопротивлением линии и ее длиной. Если линии относительно длинные, то увеличение тока к.з. по ним не столь значительное, а снижение скорости прямо определяется их числом.

**Отключение «неудаленных» к.з.** Очень тяжелый режим для воздушных выключателей высокого напряжения возникает при отключении ими так называемых «неудаленных» к.з. на небольшом расстоянии ( $\ell_{кз} = 1 \dots 5$  км) от выключателя (рис. 2.37, а). Амплитуда тока при этом снижается незначительно (по сравнению с током при к.з. непосредственно на зажимах выключателя, принимаемым за 100 %), а скорость роста напряжения весьма высока. Процесс восстановления напряжения имеет весьма высокочастотный спектр, поэтому расчеты необходимо вести с учетом распределенности параметров линии.

Рассмотрим волновой процесс в однофазной постановке в схеме замещения (см. рис. 2.37, б), предполагая линию без потерь, подключенную к шинам неизменного напряжения.

В качестве источника тока принимается ток к.з., определенный с учетом токоограничивающего действия участка линии длиной  $\ell_{кз}$ . Здесь  $i_H^+$ ,  $i_H^-$ ,  $i_K^+$ ,  $i_K^-$  — прямые и обратные волны тока в начале и конце линии.

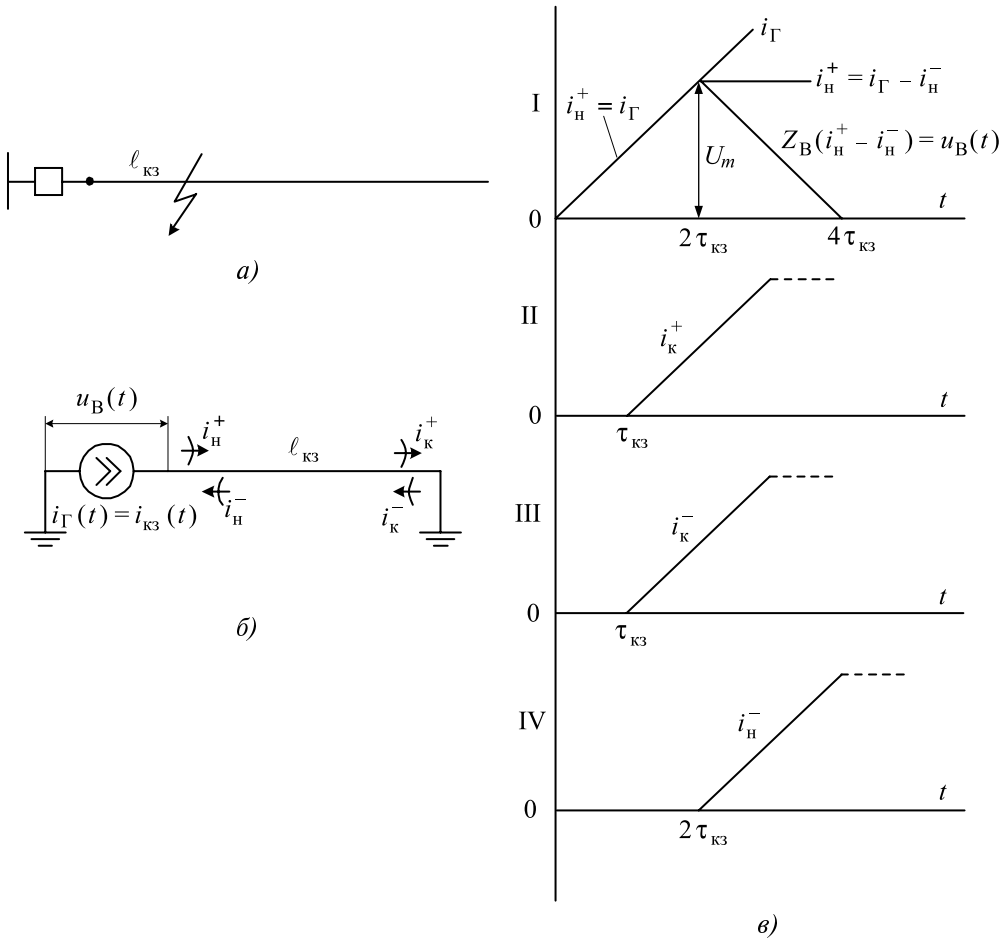


Рис. 2.37

Используем следующие уравнения:

$$u_H = u_H^+ + u_H^-; \quad u_K = u_K^+ + u_K^-;$$

$$i_H = i_H^+ + i_H^-; \quad i_K = i_K^+ + i_K^-;$$

$$i_H = i_H^+ + i_H^-; \quad u_K^+ = Z_B \cdot i_K^+;$$

$$u_K^- = -Z_B \cdot i_H^-; \quad u_K^- = -Z_B \cdot i_K^-,$$

где  $Z_B$  — волновое сопротивление линии.

Искомое напряжение на контактах выключателя определим графическим построением с помощью временных диаграмм (см. рис. 2.37, в), источник тока предполагаем линейно меняющимся во времени  $i_\Gamma(t) \cong I_m \cdot \omega_0 \cdot t$ . В интервале времени  $0 < t < 2 \cdot \tau_{K3}$  ( $\tau_{K3}$  — время пробега электромагнитной волной расстояния  $\ell_{K3}$ ) нет обратных волн  $i_H^-$ , т. к. источник тока включается

в схему с нулевыми начальными условиями, следовательно,  $i_H^+ = i_\Gamma(t)$  (см. рис. 2.37, в, II). Спустя время  $t = \tau_{кз}$  в конце линии появляется волна тока  $i_K^+$ , численно равная  $i_H^+$ , но сдвинутая во времени на  $\tau_{кз}$  (см. рис. 2.37, в, III). В узле с к.з. волна тока  $i_K^- = i_K^+$  (т. к.  $u_K = 0$  и  $i_K^+ - i_K^- = 0$ , см. рис. 2.37, в, III). Наконец, волна  $i_H^-$  численно равна волне  $i_K^-$ , но сдвинута относительно нее на время  $\tau_{кз}$  (см. рис. 2.37, в, IV).

Начиная с момента времени  $t \geq 2 \cdot \tau_{кз}$  прихода ненулевой волны  $i_H^-$  в начало линии, меняется прямая волна  $i_H^+$ , определяемая разностью  $i_H^+ = i_\Gamma - i_H^-$  (см. рис. 2.37, в, I). Искомое напряжение для моментов времени  $2 \cdot \tau_{кз} \leq t \leq 4 \cdot \tau_{кз}$  —  $u_B(t) = u_H(t) = Z_B \cdot (i_H^+ - i_H^-)$  (см. рис. 2.37, в, I), а для начала процесса  $0 \leq t \leq 2 \cdot \tau_{кз}$  —  $u_B(t) = u_H(t) = Z_B \cdot i_H^+$ .

Таким образом, искомое напряжение  $u(t)$  представляет собой повторяющееся пилообразное напряжение (продолжающееся при неучете потерь неограниченно долго). Амплитуда восстанавливающегося напряжения (см. рис. 2.37, в)

$$u_m = Z_B \cdot i_\Gamma \Big|_{t=2\tau_{кз}} = Z_B \cdot I_m \omega_0 t \Big|_{t=2\tau_{кз}} = 2\omega_0 I_m \tau_{кз} Z_B. \quad (2.60)$$

Скорость восстановления напряжения

$$d u_B / d t = \omega_0 I_m Z_B. \quad (2.61)$$

Таким образом, скорость восстановления напряжения пропорциональна волновому сопротивлению линии и току к.з. Для трехфазной схемы, например, для случая отключения последней фазы при трехфазном к.з. (2.60), (2.61)

$$Z_B = \frac{2Z_1 + Z_0}{3}. \quad (2.62)$$

Величина  $Z_B$  нормируется ( $Z_B = 450$  Ом), нормируется и условие «удаленности» к.з. проведением испытаний при токах, составляющих 60, 75 и 90 % от номинального тока отключения  $I_{отк, ном}$ .

**Пример 1.** Построить кривую ПВН при отключении последней фазы выключателя, отключающего установившийся ток однофазного к.з. амплитудой  $I_m^{(I)} = 40$  кА в схеме (см. рис. 2.36, а), и определить максимальную скорость ПВН. Число отходящих линий (кроме аварийной)  $n = 3$ ; волновые сопротивления прямой и нулевой последовательностей каждой линии равны:  $Z_{B1} = 300$  Ом,  $Z_{B0} = 700$  Ом (линии можно считать бесконечно длинными); индуктивности генератора-трансформатора соответствующих последовательностей (см. рис. 2.36, б) равны:  $L_1 = 30$  мГн,  $L_0 = 8$  мГн.

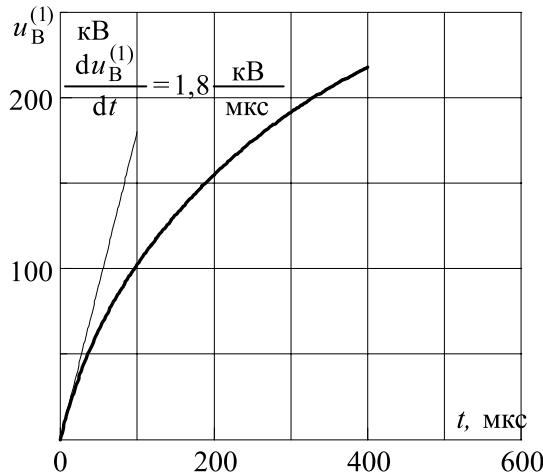


Рис. 2.38

Декременты затухания, входящие в (2.58):

$$\alpha_1 = \frac{1}{n} \cdot \frac{R_1}{L_1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{300}{30 \cdot 10^{-3}} = 3,3 \cdot 10^3 \cdot 1/c = 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ 1/мкс};$$

$$\alpha_0 = \frac{1}{n} \cdot \frac{R_0}{L_0} = \frac{1}{3} \cdot \frac{700}{8 \cdot 10^{-3}} = 2,9 \cdot 10^4 \cdot 1/c = 2,9 \cdot 10^{-2} \text{ 1/мкс}.$$

Восстанавливающееся напряжение на последней отключаемой фазе (2.58)

$$u_B^{(1)}(t) = 251,2 \cdot (1 - e^{-\alpha_1 t}) + 33,5 \cdot (1 - e^{-\alpha_0 t}).$$

С помощью этого выражения построена кривая на рис. 2.38.

Максимальная скорость восстановления напряжения:

$$\frac{du_B^{(1)}}{dt} = \frac{1}{n} \cdot \omega_0 I_m Z_B = \frac{1}{n} \omega_0 I_m \frac{2Z_1 + Z_0}{3} = \frac{1}{3} \omega_0 \cdot 40 \cdot \frac{2 \cdot 300 + 700}{3} \cdot 10^{-6} = 1,8 \text{ кВ/мкс}.$$

**Пример 2.** Сравнить начальные скорости восстановления напряжения при отключении неудаленного к.з. в схеме (рис. 2.39, а) и при отключении к.з. непосредственно за выключателем (см. рис. 2.36, а).

Восстанавливающееся напряжение в схеме замещения (см. рис. 2.39, б) в момент  $t = 0$  определяется заданным током и последовательным соединением волновых сопротивлений ( $Z_{B1} + Z_{B2}$ ) короткозамкнутой линии  $Z_{B1}$  и эквивалентных линий  $Z_{B2}$ , отходящих от шин подстанции:

$$u_B^{(1)}(t) = I_{nm}^{(1)} \cdot \omega_0 t (Z_{B1} + Z_{B2}),$$

где каждое из волновых сопротивлений  $Z_{B1}$ ,  $Z_{B2}$  определяется (2.62);  $I_{nm}^{(1)}$  — амплитуда тока однофазного «неудаленного» к.з.

Скорость восстановления напряжения в момент  $t = 0$  определяется

$$du_B^{(1)}/dt = I_{nm}^{(1)} \cdot \omega_0 (Z_{B1} + Z_{B2}).$$

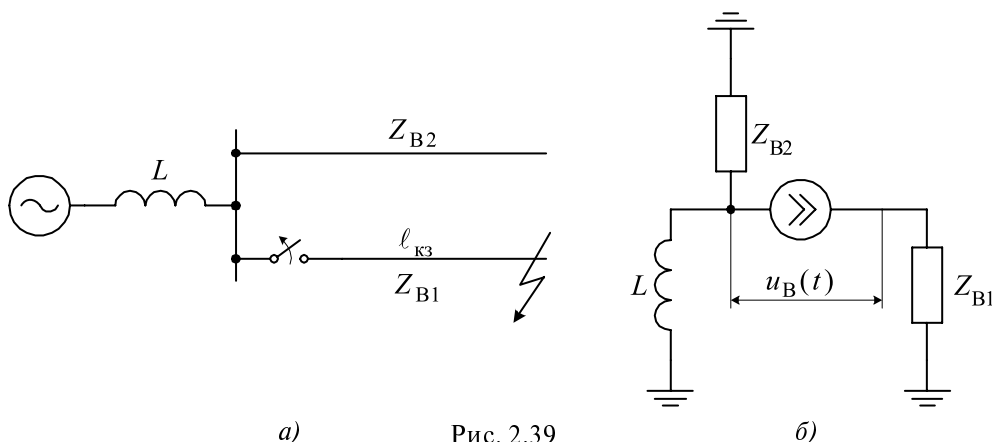


Рис. 2.39

При отключении к.з. непосредственно за выключателем скорость восстановления напряжения в момент  $t = 0$  по (2.59)

$$du_B^{(1)}/dt = I_m^{(1)}\omega_0 R = I_m^{(1)}\omega_0 Z_{B2},$$

где  $R = Z_{B2}$ ;  $I_m^{(1)}$  — амплитуда тока однофазного к.з. за выключателем.

В самом неблагоприятном случае одной отходящей линии  $Z_{B1} \approx Z_{B2}$  и «неудаленного» к.з. с током  $I_{Hm}^{(1)} = 0,9 \cdot I_m^{(1)}$  начальная скорость восстановления напряжения в случае «неудаленного» к.з. в 1,8 раза выше, чем при к.з. непосредственно за выключателем.

### Глава 3. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕМЕНТАХ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

#### § 3.1. Уравнения переходных процессов линий электропередачи без учета потерь и их решения

Телеграфные уравнения  $n$ -проводной линии в матричной форме имеют вид:

$$-\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} = \mathbf{L} \cdot \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial t}, \quad -\frac{\partial \mathbf{i}}{\partial x} = \mathbf{\beta} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}, \quad (2.63)$$

где  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{i}$  — столбцы напряжений и токов;  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{\beta}$  — квадратные матрицы погонных параметров.

Элементами матрицы  $\mathbf{L}$  являются коэффициенты самоиндукции  $L_{kk}$  и взаимной индукции  $L_{ki}$  между  $k$ -м и  $i$ -м проводами; элементами матрицы  $\mathbf{\beta}$  — собственные  $\beta_{kk}$  и взаимные  $\beta_{ki}$  коэффициенты электростатической индукции:  $\mathbf{\beta} = \mathbf{\alpha}^{-1}$ . Элементы матрицы потенциальных коэффициентов вычисляются по формулам:

$$\alpha_{kk} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \ln \frac{2 \cdot h_{kk}}{r_0}; \quad \alpha_{ki} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \ln \frac{D_{ik}}{d_{ik}}; \quad (2.64)$$

$$\epsilon_0 = 10^{-9} / (36 \cdot \pi) \text{ Ф/м.}$$

Все геометрические размеры, входящие в выражение для потенциальных коэффициентов, показаны на рис. 2.40. При бесконечно большой проводимости земли («идеальная» земля) и при отсутствии потерь в проводах линии элементы матрицы  $\mathbf{L}$  определяются по следующим формулам:

$$L_{kk} = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \frac{2 \cdot h_{kk}}{r_0};$$

$$L_{ki} = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \frac{D_{ki}}{d_{ki}}; \quad (2.65)$$

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м.}$$

Решение системы (2.63) проведем операторным методом. Введем изображение напряжения

$$U_k = U_k(p, x) \doteq u_k(t, x) \text{ и тока}$$

$I_k = I_k(p, x) \doteq i_k(t, x)$  на  $k$ -м проводе. Тогда при нулевых начальных условиях:

$$-\frac{d\mathbf{U}}{dx} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{I}; \quad -\frac{d\mathbf{I}}{dx} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{U} \quad (2.66)$$

или

$$\frac{d^2 \mathbf{U}}{dx^2} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{U}; \quad \frac{d^2 \mathbf{I}}{dx^2} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{I}, \quad (2.67)$$

где  $\mathbf{Z} = p\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{Y} = p\boldsymbol{\beta} = p\boldsymbol{\alpha}^{-1}$ .

Вычисляя произведение матриц  $\mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y}$  (или  $\mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z}$ ),

$$\mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y} = p^2 \cdot \mathbf{L} \cdot \boldsymbol{\beta} = p^2 \cdot \mathbf{L} \cdot \boldsymbol{\alpha}^{-1}, \quad (2.68)$$

элементы матрицы  $\mathbf{L}$  согласно (2.64) и (2.65) можно выразить через элементы матрицы  $\mathbf{a}$ :  $L_{ik} = \alpha_{ik} \cdot \mu_0 \cdot \epsilon_0$ . Тогда вместо (2.68) получим для диагональную матрицу:

$$\mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y} = p^2 \cdot \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \mathbf{E} = p^2 \cdot \mathbf{E} / v_c^2 = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z},$$

где  $\mathbf{E}$  — единичная матрица;  $v_c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}$  — скорость света.

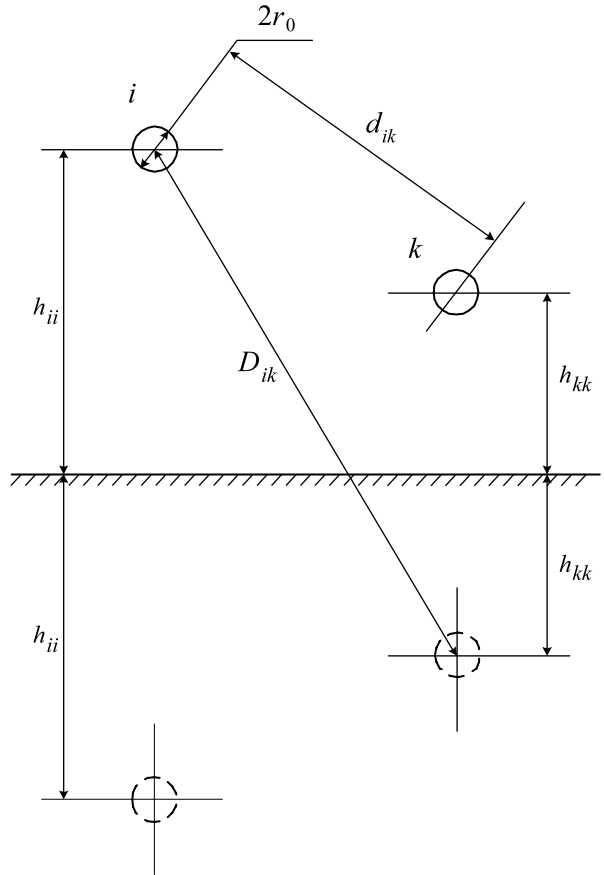


Рис. 2.40

Таким образом, системы (2.67) распадаются на  $n$  независимых операторных уравнений, каждое из которых отвечает однопроводной линии с одной и той же постоянной распространения  $\gamma = p/v_c$ :

$$\frac{d^2 U_k}{dx^2} - \gamma^2 \cdot U_k = 0. \quad (2.69)$$

Решение (2.69) в изображениях для  $k$ -провода имеет вид

$$U_k = e^{-\gamma \cdot x} \cdot V_k + e^{\gamma \cdot x} \cdot W'_k, \quad (2.70)$$

где постоянные  $V_k$  и  $W'_k$  определяются по заданным граничным условиям для  $k$ -провода. В матричном виде для любого провода

$$\mathbf{U} = \mathbf{e}^{-\gamma \cdot x} \cdot \mathbf{V} + \mathbf{e}^{\gamma \cdot x} \cdot \mathbf{W}', \quad (2.71)$$

где  $\mathbf{e}^{-\gamma \cdot x}$  — диагональная матрица;  $\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{W}'$  — столбцы постоянных, определяемых по заданным граничным условиям;  $\mathbf{U}$  — столбец изображений напряжений на проводах.

Ток найдем из матричного соотношения

$$-\mathbf{I} = \mathbf{Z}^{-1} \cdot d\mathbf{U}/dx \quad (2.72)$$

дифференцированием (2.70) по  $x$ . Окончательно в матричном виде для изображений токов

$$\mathbf{Z}_B \cdot \mathbf{I} = \mathbf{e}^{-\gamma \cdot x} \cdot \mathbf{V} - \mathbf{e}^{\gamma \cdot x} \cdot \mathbf{W}', \quad (2.73)$$

где  $\mathbf{Z}_B = v_c \cdot \mathbf{L} = \alpha/v_c$  — матрица волновых сопротивлений, элементы которой ( $Z_{B(kk)}$  — собственные,  $Z_{B(ki)}$  — взаимные) вычисляются по формулам:

$$Z_{B(kk)} = 60 \cdot \ln \frac{2 \cdot h_{kk}}{r_k}; \quad Z_{B(ki)} = 60 \cdot \ln \frac{D_{ki}}{d_{ki}}.$$

Преобразуем (2.71), (2.73) к другому виду, введя вместо слагаемого  $\mathbf{e}^{\gamma \cdot x} \cdot \mathbf{W}'$ , равное ему  $\mathbf{e}^{-\gamma \cdot (\ell - x)} \cdot \mathbf{W}$ , где  $\mathbf{W} = \mathbf{e}^{\gamma \cdot \ell} \cdot \mathbf{W}'$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= \mathbf{e}^{-\gamma \cdot x} \cdot \mathbf{V} + \mathbf{e}^{-\gamma \cdot (\ell - x)} \cdot \mathbf{W}; \\ \mathbf{Z}_B \cdot \mathbf{I} &= \mathbf{e}^{-\gamma \cdot x} \cdot \mathbf{V} - \mathbf{e}^{-\gamma \cdot (\ell - x)} \cdot \mathbf{W}. \end{aligned} \quad (2.74)$$

Введем изображения напряжений и токов в начале и конце линии:  $U_H = U|_{x=0}$ ;  $I_H = I|_{x=0}$ ;  $U_K = U|_{x=\ell}$ ;  $I_K = I|_{x=\ell}$ . Примем в (2.74) сначала  $x = 0$ , а затем  $x = \ell$ ; во второй системе уравнений выразим постоянные  $\mathbf{V}$  и  $\mathbf{W}$  через  $\mathbf{U}_K$  и  $\mathbf{I}_K$  и подставим их в первую систему. После преобразования по формулам Эйлера получим матричные уравнения многопроводной линии, выражающие связь между изображениями токов и напряжений по ее концам:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_H &= \text{ch}(\gamma \cdot \ell) \cdot \mathbf{U}_K + \text{sh}(\gamma \cdot \ell) \cdot \mathbf{Z}_B \cdot \mathbf{I}_K; \\ \mathbf{Z}_B \cdot \mathbf{I}_H &= \text{sh}(\gamma \cdot \ell) \cdot \mathbf{U}_K + \text{ch}(\gamma \cdot \ell) \cdot \mathbf{Z}_B \cdot \mathbf{I}_K. \end{aligned} \quad (2.75)$$

Аналогично для произвольной точки линии  $x$  будем иметь систему:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_x &= \text{ch}(\gamma \cdot x) \cdot \mathbf{U}_K + \text{sh}(\gamma \cdot x) \cdot \mathbf{Z}_B \cdot \mathbf{I}_K; \\ \mathbf{Z}_B \cdot \mathbf{I}_x &= \text{sh}(\gamma \cdot x) \cdot \mathbf{U}_K + \text{ch}(\gamma \cdot x) \cdot \mathbf{Z}_B \cdot \mathbf{I}_K. \end{aligned}$$

Перейдем к определению оригиналов в (2.74), используя теорему запаздывания, согласно которой оригинал  $g(t) \doteq G(p)$  изображения вида  $e^{-a \cdot p} \cdot F(p) = G(p)$  ( $a > 0$ ) находится по известному оригиналу  $f(t) \doteq F(p)$  следующим образом:

$$g(t) = f(t-a) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq t < a; \\ f(t) & \text{при } a \leq t < \infty. \end{cases}$$

В нашем случае линии без потерь  $e^{-\gamma \cdot x} = e^{-p \cdot x / v_c} = e^{-p \cdot \tau_x}$ , поэтому система (2.74) в оригиналах будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t, x) &= \mathbf{v}(t - \tau_x) + \mathbf{w}(t - \tau_{\ell-x}); \\ \mathbf{Z}_B \cdot \mathbf{i}(t, x) &= \mathbf{v}(t - \tau_x) - \mathbf{w}(t - \tau_{\ell-x}), \end{aligned} \quad (2.76)$$

где  $\tau_x, \tau_{\ell-x}$  — времена пробега электромагнитной волной расстояний  $x$  и  $\ell - x$ ;  $\tau_x = x/v_c$ ,  $\tau_{\ell-x} = (\ell - x)/v_c$ ;  $\mathbf{u}(t, x)$ ,  $\mathbf{i}(t, x)$ ,  $\mathbf{v}(t)$ ,  $\mathbf{w}(t)$  — оригиналы соответствующих изображений  $\mathbf{U}$ ,  $\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{W}$ .

Назовем  $\mathbf{v}(t)$  прямой волной напряжения, т. к. в (2.76) обусловленная этой волной составляющая напряжения  $\mathbf{u}(t, x)$  появляется спустя время  $\tau_x = x/v_c$ , т. е. после пробега волной расстояния от начала линии до точки  $x$  (в сторону возрастания координаты). Волну  $\mathbf{w}(t)$  назовем обратной, т. к. она появляется в точке  $x$  через время  $\tau_{\ell-x} = (\ell - x)/v_c$ , т. е. после пробега расстояния  $(\ell - x)$  от конца линии до точки  $x$  (в сторону убывания координаты  $x$ ).

Выразим волны  $\mathbf{v}(t)$  и  $\mathbf{w}(t)$  через заданные граничные условия тока и напряжения по концам линий  $\mathbf{i}(t, 0)$ ,  $\mathbf{u}(t, 0)$ ,  $\mathbf{i}(t, \ell)$ ,  $\mathbf{u}(t, \ell)$  (всего должно быть известно  $2 \cdot n$  граничных условий).

Примем в (2.76)  $x = 0$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t, 0) &= \mathbf{v}(t) + \mathbf{w}(t - \tau_\ell); \\ \mathbf{Z}_B \cdot \mathbf{i}(t, 0) &= \mathbf{v}(t) - \mathbf{w}(t - \tau_\ell). \end{aligned} \quad (2.77)$$

При  $x = \ell$  в (2.76):

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t, \ell) &= \mathbf{v}(t - \tau_\ell) + \mathbf{w}(t); \\ \mathbf{Z}_B \cdot \mathbf{i}(t, \ell) &= \mathbf{v}(t - \tau_\ell) - \mathbf{w}(t). \end{aligned} \quad (2.78)$$

Матричные уравнения (2.77) используются для определения векторов прямых волн  $\mathbf{v}(t)$  по заданным векторам напряжений и токов в начале линии или при заданной функциональной связи между ними:  $\mathbf{u}(t, 0) = f(\mathbf{i}(t, 0))$ .

Уравнения (2.78) определяют волны  $\mathbf{w}(t)$  при заданных граничных условиях в конце линии. Найденные волны  $\mathbf{v}(t)$  и  $\mathbf{w}(t)$  с запаздыванием  $\tau_x, \tau_{\ell-x}$  позволяют найти напряжения или токи в точке линии  $x$ .

**Пример 1.** Построить переходный процесс при включении источника напряжения  $e(t)$  на один провод двухпроводной линии, когда другой изолирован (рис. 2.41) (при «идеальной земле»).

Если время расчета переходного процесса  $T_p$  в точке, отстоящей от начала линии на расстояние  $x$ , таково, что  $T_p < \tau_{\ell-x}$ , т. е. меньше времени



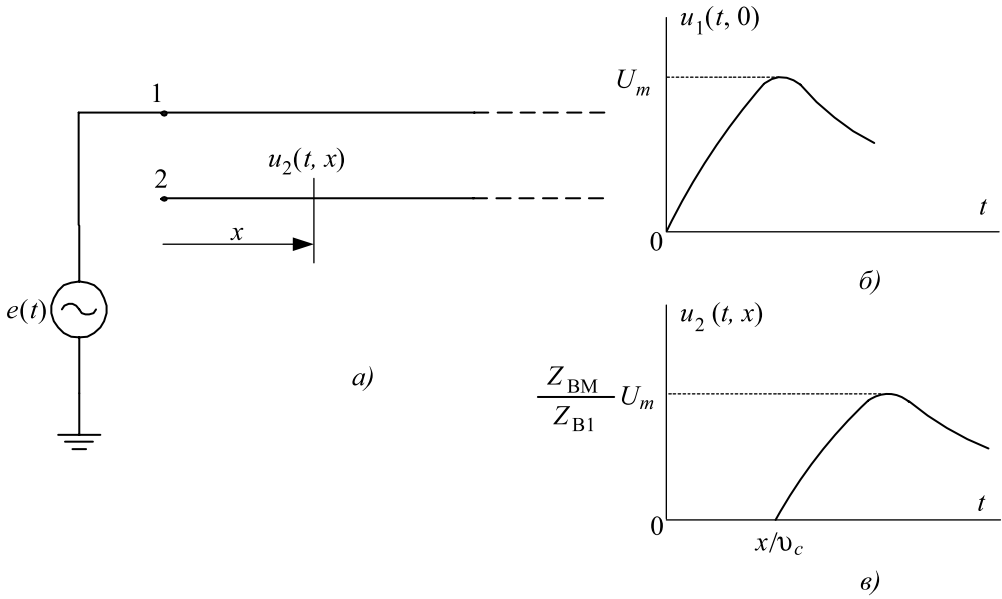


Рис. 2.41

пробега электромагнитной волной расстояния  $(\ell - x)$  (от другого конца линии), то вместо (2.76) вводится другая система уравнений:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t, x) &= \mathbf{v}(t - \tau_x); \\ \mathbf{Z}_B \cdot \mathbf{i}(t, x) &= \mathbf{v}(t - \tau_x) \end{aligned} \quad (2.79)$$

или

$$\mathbf{u}(t, x) = \mathbf{Z}_B \cdot \mathbf{i}(t, x). \quad (2.80)$$

Для однопроводной линии это означает, что напряжение и ток в любой точке линии совпадают по форме, отсюда следует, что схемой замещения линии является активное сопротивление, равное волновому.

Рассмотрим решение (2.79) для нашей задачи (см. рис. 2.41, а) по определению напряжения  $u_2(t, x)$  в точке  $x$  второго провода линии, когда в начале первого  $u_1(t, x) = e(t)$  включается заданный источник напряжения (см. рис. 2.41, б). Для определения прямых волн  $v_1(t)$  и  $v_2(t)$  используем (2.77) при  $w_1(t - \tau_\ell) = w_2(t - \tau_\ell) = 0$  и заданных граничных условиях  $u_1(t, x) = e(t)$ ,  $i_2(t, x) = 0$ :

$$v_1(t) = e(t); \quad v_2(t) = e(t) \cdot Z_{BM} / Z_{B1}.$$

Искомое напряжение  $u_2(t, x)$  получаем из (2.79) (см. рис. 2.41, в):

$$u_2(t, x) = e(t - \tau_x) \cdot Z_{BM} / Z_{B1},$$

где  $Z_{B1}$  — собственное волновое сопротивление первой линии;  $Z_{BM}$  — взаимное волновое сопротивление. Коэффициент  $K = Z_{BM} / Z_{B1}$  называется коэффициентом связи. Он показывает отношение напряжения, индуцируемого на изолированном проводе к индуцирующему напряжению.

**Пример 2.** Определить эквивалентное волновое сопротивление двухпроводной линии  $Z_3$  при параллельном включении ее проводов на источник напряжения  $u$  (рис. 2.42, а)

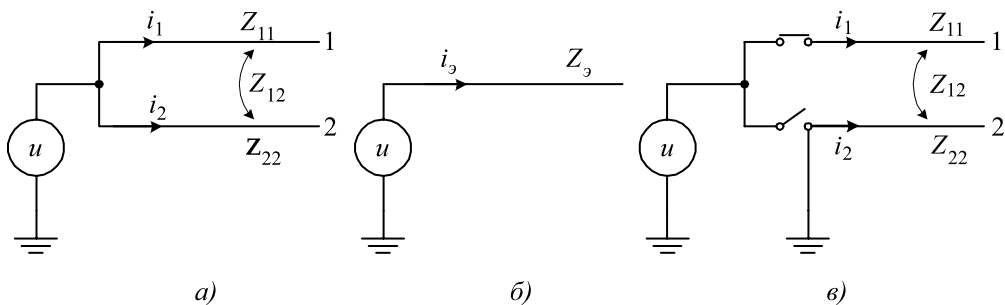


Рис. 2.42

На основании (2.80) получим развернутую систему уравнений относительно напряжений  $u_1$ ,  $u_2$  и токов  $i_1$ ,  $i_2$  в начале линии при граничных условиях  $u_1 = u_2 = u$ , коэффициентами которой являются собственные и взаимные волновые сопротивления  $Z_{11}$ ,  $Z_{12}$ ,  $Z_{21}$ ,  $Z_{22}$ :

$$u_1 = Z_{11} \cdot i_1 + Z_{12} \cdot i_2 = u;$$

$$u_2 = Z_{21} \cdot i_1 + Z_{22} \cdot i_2 = u.$$

Из приведенных уравнений необходимо найти токи  $i_1$ ,  $i_2$ , а далее из уравнения  $u = Z_3 \cdot i_3$  — эквивалентное волновое сопротивление двухпроводной линии  $Z_3$  (см. рис. 2.42, б), причем  $i_3 = i_1 + i_2$ . Условимся для простоты, что  $Z_{11} = Z_{22} = Z$ , кроме того, если  $Z_{21} = Z_{12} = Z_m$  (при этом  $i_1 = i_2$ ):

$$Z_3 = (Z + Z_m)/2.$$

**Пример 3.** Найти эквивалентное волновое сопротивление в схеме (рис. 2.42, в).

Имеем для системы (2.80) следующие граничные условия:  $u_1 = u$ ;  $u_2 = 0$ . Уравнения относительно токов  $i_1$ ,  $i_2$ :

$$u = Z_{11} \cdot i_1 + Z_{12} \cdot i_2; \quad 0 = Z_{21} \cdot i_1 + Z_{22} \cdot i_2,$$

если  $i_3 = i_1$ ,  $Z_3 = Z_{11} - Z_{12}^2/Z_{22}$ .

**Пример 4.** Определить напряжение  $u$  на проводе, по которому распространяется волна напряжения  $v$  в месте появления заземленного троса (рис. 2.43, а).

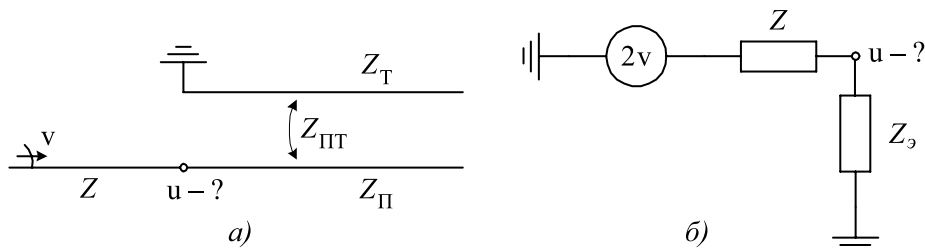


Рис. 2.43

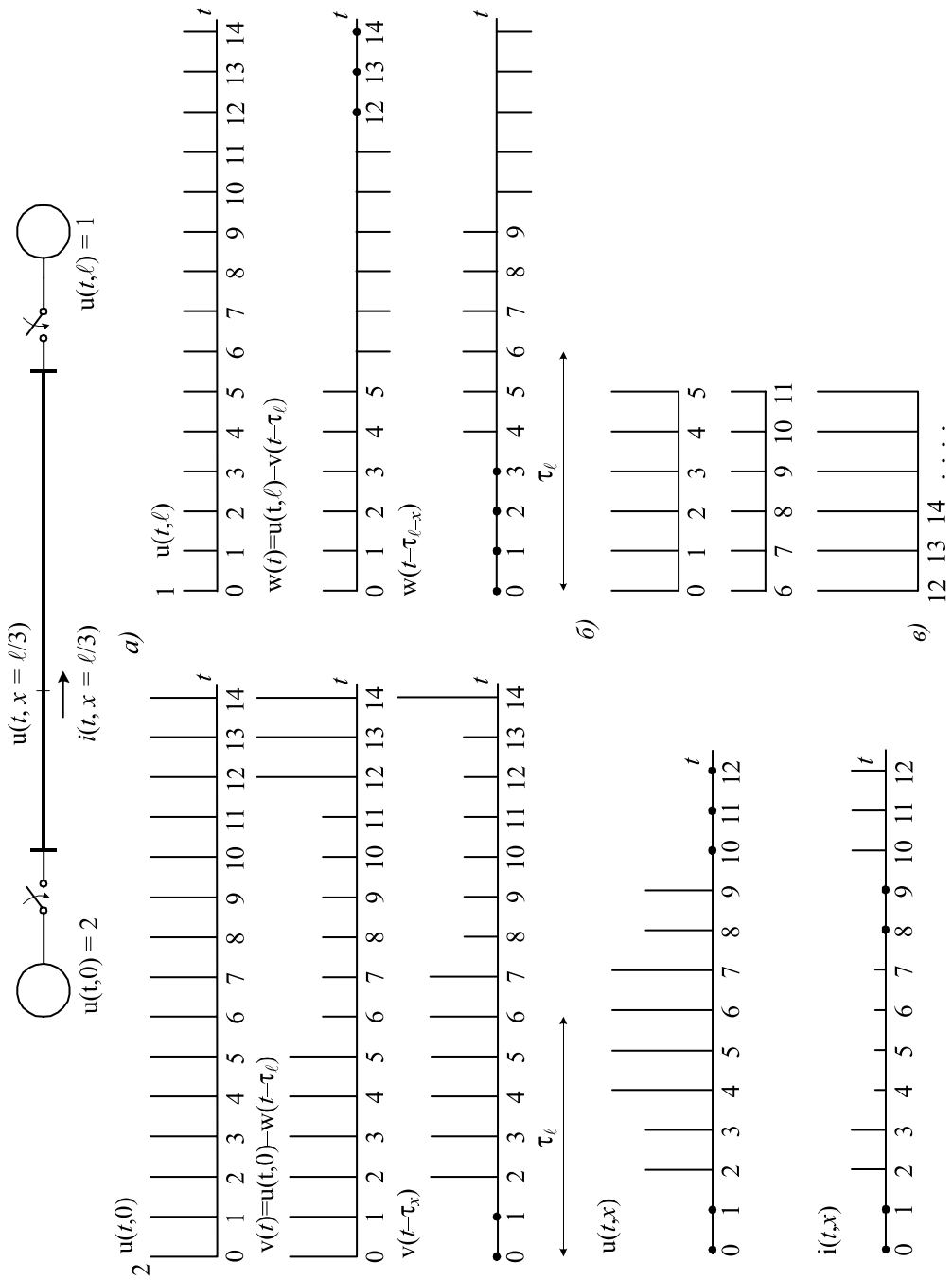


Рис. 2.44

Используя результаты примера 3, получаем эквивалентное волновое сопротивление системы провод–трос  $Z_{\text{э}} = Z_{\text{п}} - Z_{\text{пт}}^2 / Z_{\text{т}}$ . Далее используем правило эквивалентной волны (см. рис. 2.43, б), откуда искомое напряжение

$$u(t) = 2 \cdot v(t) \cdot Z_{\text{э}} / (Z + Z_{\text{э}}).$$

Наличие заземленного троса снижает эквивалентное волновое сопротивление провода и уменьшает напряжение, создаваемое волной для всех точек линии, начиная с той, где появляется заземленный трос.

**Пример 5.** Построить алгоритм расчета переходного процесса в однопроводной линии (рис. 2.44). Расчетная схема показана на рис. 2.44, а, алгоритм работы программы — на рис. 2.44, б, в.

Расчет ведется с шагом  $T$ ; для определенности принято  $Z_{\text{в}} = 2$ . В качестве граничных условий заданы напряжения по концам линии. Используя в (2.77) и (2.78) равенство нулю запаздывающих функций  $v(t - \tau_{\ell})$  и  $w(t - \tau_{\ell})$  для моментов времени  $0 \leq t < \tau_{\ell}$  (5 временных интервалов на рис. 2.44, б,  $\tau_{\ell} = 6 \cdot T$ ), определяем  $v(t)$  из первого уравнения (2.77) и  $w(t)$  из первого уравнения (2.78). В дальнейшем ( $\tau_{\ell} \leq t < \infty$ ) волны  $v(t - \tau_{\ell}) \neq 0$  и  $w(t - \tau_{\ell}) \neq 0$ , это учитывается при вычислении волн  $v(t)$  и  $w(t)$  (например,  $v(6 \cdot T) = u(6 \cdot T, 0) - w(0)$ ).

Для реализации алгоритма на компьютере необходимы два массива памяти размером  $n = 2 \cdot \tau_{\ell} / T$  (в нашем примере 12 ячеек), т. к. запоминание каждого нового значения волны  $v(t)$  или  $w(t)$ , начиная с шага  $\tau_{\ell} / T$ , можно производить на место той же волны, записанной  $\tau_{\ell}$  времени назад.

Значение волны  $v(6 \cdot T)$  может быть записано на место волны  $v(0)$ , если она предварительно была использована для вычисления волны  $w(6 \cdot T)$ , которая, в свою очередь, записывается на место  $w(0)$ , если  $w(0)$  уже использована для вычисления  $v(6 \cdot T)$  (см. рис. 2.44, в). Для определения напряжения и тока в точке  $x$  линии необходимо сдвинуть на времена  $\tau_x$  и  $\tau_{\ell-x}$  волны  $v(t)$  и  $w(t)$  и в соответствии с (2.76) можно получить искомые величины  $u(t, x)$  и  $i(t, x)$ .

Практически граничные условия в начале и конце линии задаются в виде функциональной связи между током и напряжением. В этом случае вместо (2.77) и (2.78) удобнее использовать правило эквивалентной волны (см. следующий § 3.2).

### § 3.2. Построение алгоритмов расчетов переходных процессов с использованием правила эквивалентной волны

Расчетная схема представляет собой узел  $m$  с соединенными в нем  $N$  линиями (рис. 2.45). В этот узел может быть включен элемент с сосредоточенными параметрами и известной функциональной связью между мгновенными значениями напряжения и тока  $u_m = f(i_m)$ . Для определенности будем считать, что в узле  $m$  объединены концы линий. Заданными считаем прямые волны  $v_i$ , образованные в началах линий длиной  $\ell_i$ . Взаимные волновые сопротивления всех линий примем равными нулю. Тогда для каждой из линий  $\ell_i$  согласно (2.78):

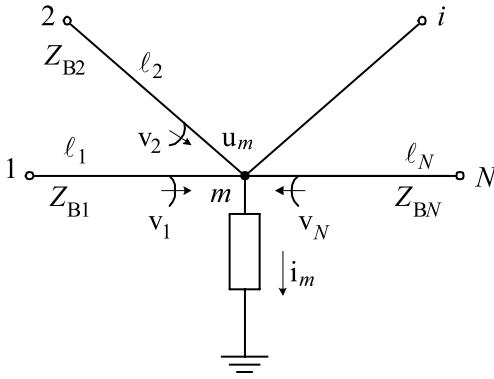


Рис. 2.45

$$u(t, \ell_i) = v_i(t - \tau_{\ell_i}) + w_i(t) = u_m(t);$$

$$Z_{B(i)} \cdot i(t, \ell_i) = v_i(t - \tau_{\ell_i}) - w_i(t),$$

$$i = 1, 2, \dots, N.$$

Складывая уравнения, получим

$$u(t, \ell_i) + Z_{B(i)} \cdot i(t, \ell_i) = 2 \cdot v_i(t - \tau_{\ell_i}).$$

Делим каждое  $i$ -е уравнение на волновое сопротивление  $Z_{B(i)}$  и суммируем результаты, используя равенство

$$i_m = \sum_{k=1}^N i_k.$$

В результате получаем правило эквивалентной волны

$$u_m + Z_{\vartheta} \cdot i_m = 2 \cdot v_{\vartheta}, \quad (2.81)$$

где  $v_{\vartheta} = \sum_{i=1}^N v_i(t - \tau_{\ell_i}) \cdot Z_B / Z_{B(i)}$ ;  $1/Z_{\vartheta} = \sum_{i=1}^N 1/Z_{B(i)}$ ;

$$w_i = u_m(t) - v_i(t - \tau_{\ell_i}). \quad (2.82)$$

Таким образом, по известной эквивалентной волне  $v_{\vartheta}$  с помощью (2.81), дополненного уравнением связи  $u_m = f(i_m)$ , находим ток  $i_m$  и напряжение в узле  $u_m$ , а далее с помощью (2.82) — отраженные волны. Схема замещения, отражающая правило эквивалентной волны, представлена на рис. 2.46.

При решении некоторых задач по расчету волновых процессов иногда пользуются понятием коэффициентов преломления и отражения.

Коэффициентом преломления  $\alpha$  называется отношение напряжения в узле, к которому подходит линия, к падающей по ней волне (рис. 2.47):

$$\alpha = u/v. \quad (2.83)$$

Коэффициентом отражения  $\beta$  называется отношение отраженной от узла волны  $w$  к падающей  $v$ :

$$\beta = w/v. \quad (2.84)$$

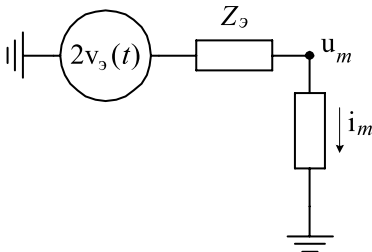


Рис. 2.46

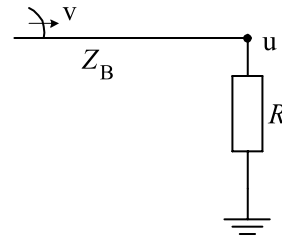


Рис. 2.47

Наиболее удобно использование коэффициентов в схемах, где их величины в течение переходного процесса постоянны. Например, если в узле линии включено активное сопротивление  $R$  (см. рис. 2.47), то согласно правилу эквивалентной волны напряжение в узле  $u = 2v R / (R + Z_B)$ , следовательно, коэффициент преломления  $\alpha = 2R / (R + Z_B)$ . В частности, в режиме холостого хода ( $R = \infty$ )  $\alpha = 2$ , в режиме к.з. ( $R = 0$ )  $\alpha = 0$ . Коэффициент отражения и связан с коэффициентом преломления соотношением:

$$\beta = \frac{w}{v} = \frac{u - v}{v} = \alpha - 1.$$

Для схемы (см. рис. 2.47) коэффициент  $\beta = (R - Z_B) / (R + Z_B)$ . В частности, при  $R = \infty$  —  $\beta = 1$ , при  $R = 0$  —  $\beta = -1$ .

В случае включения в узел элемента с отношением между током и падением напряжения, выраженным дифференциальным уравнением, также можно пользоваться коэффициентами  $\alpha$  и  $\beta$ . Например, если в узел линии вместо  $R$  будет включена емкость величиной  $C$  (см. рис. 2.47), то коэффициент преломления в операторной форме будет иметь вид  $\alpha(p) = 2 / (1 + pCZ_B)$  и тогда для нахождения напряжения  $u(t)$  в узле необходимо в соответствии с (2.83) найти оригинал выражения  $U(p) = v(p) \cdot \alpha(p)$ , где  $v(p)$  — изображение падающей волны.

Менее удобно использование коэффициентов  $\alpha$ ,  $\beta$  в узлах линий, где включены источники переменных э.д.с. или тока, в этом случае коэффициенты также будут меняться во времени.

Если время расчета переходного процесса  $T_p$  в узле  $m$ , считая от момента прихода в узел волны  $v_i(t)$  по самой короткой линии, больше двойного пробега волны по этой линии  $2 \cdot \tau_{\ell_i}$ , то прямые волны от начала линии будут меняться. Здесь можно применить правило эквивалентной волны и к этому узлу линии. Удобно пользоваться терминами падающая и отраженная волны применительно к каждому узлу линии (включая ее начало и конец).

**Пример 1.** Прямоугольная волна набегает по линии без потерь с волновым сопротивлением  $Z_B$  на подстанцию, на шинах которой имеется сосредоточенная емкость  $C$  и  $n$  отходящих длинных линий с волновым сопротивлением  $Z_B$  (рис. 2.48).

Определить напряжение на шинах подстанции (в долях от падающей волны), отраженную и преломленную волны, а также постоянную времени заряда емкости для:

$$C = 1 \text{ нФ}; Z_B = 400 \text{ Ом}; n = 1.$$

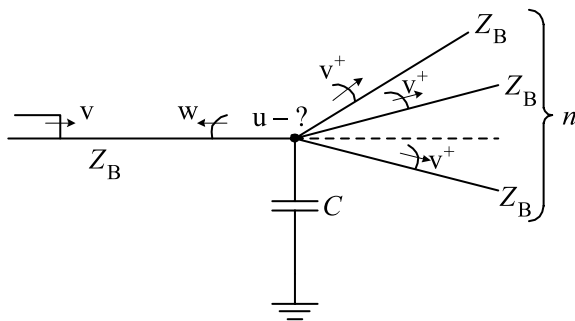


Рис. 2.48

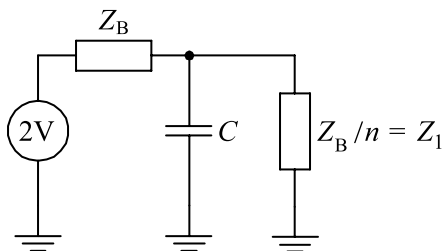


Рис. 2.49

Согласно правилу эквивалентной волны получаем схему замещения (рис. 2.49):

Напряжение  $u(t)$  в этой схеме определим операторным методом:

$$U(p) = \frac{2v}{p} \cdot \frac{Z_1 \parallel (1/pC)}{Z_B + Z_1 \parallel (1/pC)} =$$

$$= \frac{2v}{Z_B C} \cdot \frac{1}{p \cdot \left[ p + \frac{Z_1 + Z_B}{Z_1 Z_B C} \right]}.$$

Переходя к оригиналам, получим

$$u(t) = 2 \cdot v \cdot \frac{Z_1}{Z_1 + Z_B} \cdot \left( 1 - e^{-t/T} \right),$$

где постоянная времени  $T = Z_1 \cdot Z_B \cdot C / (Z_1 + Z_B)$  и  $Z_1 = Z_B / n$ .

В нашем случае  $T = 1 \cdot 10^{-9} \cdot 200 = 0,2$  мкс.

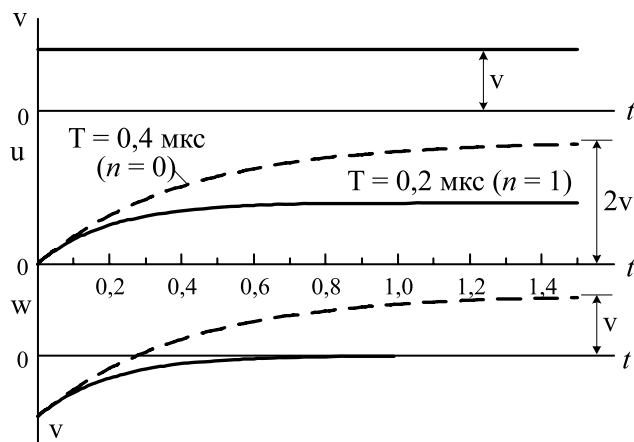


Рис. 2.50

Графики падающей  $v$ , отраженной  $w$ , преломленной  $v^+ = u$  волн показаны на рис. 2.50 для случая проходной и тупиковой подстанций ( $n=1; 0$ ). Отраженная волна  $w$  определена на основании (2.82):  $w = u - v$ . Преломленные волны  $v^+$  одинаковы и равны напряжению  $u$ , т. к. по условиям задачи падающие волны по линиям со стороны подстанции отсутствуют. В случае  $n = 0$  постоянная времени  $T = 0,4$  мкс, напряжение на шинах подстанции вдвое выше. Емкость  $C$  сглаживает фронт падающей волны, а увеличение числа отходящих линий на подстанции уменьшает амплитуду напряжения на шинах подстанции.

**Пример 2.** Падающая волна  $v$  (условия примера 1) набегают по линии, последовательно с которой включена индуктивность  $L = 4$  мГн (рис. 2.51).

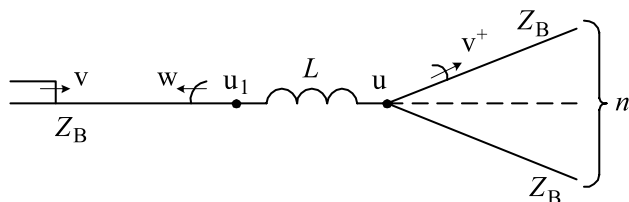


Рис. 2.51

Определить напряжение  $u$ , отраженную и преломленную волны  $w$ ,  $v^+$  и постоянную времени изменения напряжений  $u$  и  $u_1$ .

Согласно правилу эквивалентной волны получаем расчетную схему замещения рис. 2.52.

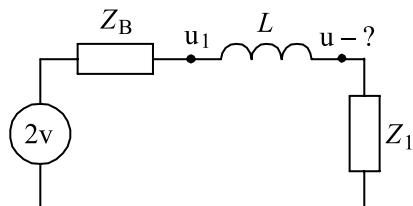


Рис. 2.52

Напряжение на подстанции  $u(t)$  аналогично предыдущему также можно определить операторным методом. Однако, учитывая, что расчетное воздействие  $2 \cdot v$  представляет собой источник постоянного напряжения, определить  $u(t)$  можно иначе, рассмотрев начальный ( $t = 0$ ) и конечный ( $t = \infty$ ) моменты времени переходного процесса в схеме. В момент  $t = 0$  ток в индуктивности не может измениться скачком:  $u(0) = 0$ . В установившемся режиме падение напряжения на индуктивности  $L$  равно нулю, следовательно,  $u(\infty) = 2 \cdot v \cdot Z_1 / (Z_1 + Z_B)$ . Постоянную времени изменения напряжения  $u(t)$  от его начального до установившегося значения найдем, замкнув накоротко источник, тогда сопротивления  $Z_B$  и  $Z_1$  соединятся последовательно:  $T = L / (Z_1 + Z_B)$ .

Графики искомых волн и напряжений изображены на рис. 2.53.

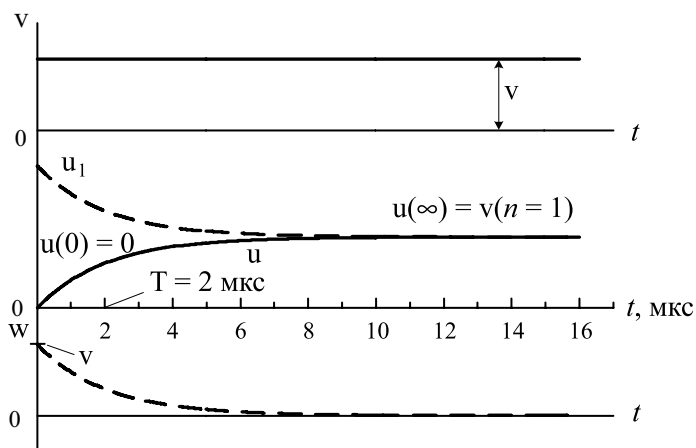


Рис. 2.53



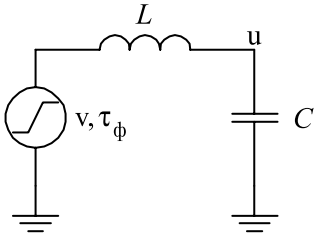


Рис. 2.54

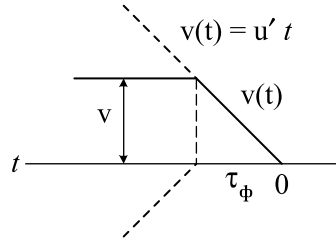


Рис. 2.55

При одной отходящей линии  $n = 1$  постоянно  $T|_{n=1} = 2$  мкс, т. е. происходит сглаживание падающей волны — действие, аналогичное поперечной емкости. При  $n = 0$  (тупиковая подстанция) сглаживания не происходит,  $T|_{n=0} = 0$ .

Отраженная волна  $w$  определяется с помощью напряжения  $u_1$  (см. рис. 2.51, 2.52:  $u_1(0) = 2 \cdot v$ ,  $u_1(\infty) = u(\infty) = 2 \cdot v \cdot Z_1 / (Z_1 + Z_B)$ ) и  $w = u_1 - v$  (см. рис. 2.53).

**Пример 3.** Определить максимальное напряжение на емкости при воздействии на колебательный контур напряжения косоугольной формы с амплитудой  $v$  и длиной фронта  $\tau_\phi$  (рис. 2.54, 2.55) для случаев  $\tau_\phi \ll T$ ,  $\tau_\phi = n \cdot T$  ( $T$  — период свободных колебаний контура,  $n = 1, 2, \dots$ ).

Определим напряжение на емкости при включении в контур напряжения  $v(t) = u' \cdot t$  (см. пунктир на рис. 2.55). Воспользуемся операторным методом для получения изображения напряжения на емкости

$$U_C(p) = \frac{V(p)}{\left(pL + \frac{1}{pC}\right) \cdot pC} = \frac{u'}{p^2 \cdot (p^2 LC + 1)} = \frac{u' \cdot \beta^2}{p^2 \cdot (p^2 + \beta^2)},$$

где изображение  $V(p) = u' / p^2 \cdot v(t)$ ;  $\beta = 1 / \sqrt{L \cdot C}$  — круговая частота собственных колебаний.

Оригинал выражения для  $U_C(p)$  имеет вид

$$u_c(t) = u' \cdot \left( t - \frac{1}{\beta} \cdot \sin(\beta t) \right).$$

Окончательное выражение для  $u_c(t)$  при включении в контур напряжения с косоугольным фронтом выводим, прибавляя к оригиналу, справедливому для времен  $0 \leq t \leq \tau_\phi$ , аналогичное выражение, полученное от включения такого же напряжения в момент времени  $t = \tau_\phi$  с обратным знаком (см. пунктир на рис. 2.55). Тогда для  $\tau_\phi \leq t < \infty$

$$u_c(t) = u' \cdot \left( t - \frac{1}{\beta} \cdot \sin(\beta \cdot t) \right) - u' \cdot \left( t - \tau_\phi - \frac{1}{\beta} \cdot \sin(\beta \cdot (t - \tau_\phi)) \right)$$

или с учетом  $u' \cdot \tau_\phi = v$  имеем

$$u_c(t) = v \cdot \left( 1 - \frac{\sin \frac{\beta \tau_\phi}{2}}{\frac{\beta \tau_\phi}{2}} \cdot \cos \left[ \beta \cdot \left( t - \frac{\tau_\phi}{2} \right) \right] \right).$$

Максимальное напряжение на емкости отвечает моменту времени, когда  $\beta \cdot \left( t - \frac{\tau_\phi}{2} \right) = \pi$ :

$$\frac{u_{c\max}}{v} = 1 + \frac{\sin (\pi \cdot \tau_\phi / T)}{\pi \cdot \tau_\phi / T}, \quad \text{где } \beta = 2 \cdot \pi / T.$$

Случай  $\tau_\phi \ll T$  (прямоугольная волна). Заменяя  $\sin (\pi \cdot \tau_\phi / T)$  его аргументом, получим  $u_{c\max} / v = 1 + 1 = 2$ .

Случай  $\tau_\phi = n \cdot T$   $u_{c\max} / v = 1$ .

Следовательно, учет конечной длины фронта волны при ее соизмеримости с периодом свободных колебаний приводит к снижению напряжения переходного процесса. При длинах фронта, кратных периоду свободных колебаний  $\tau_\phi = T, 2 \cdot T, \dots$ , напряжение на емкости равно напряжению источника.

**Пример 4.** Определить, при каком максимальном расстоянии от ограничителя перенапряжений (ОПН), расположенного по ходу набегающей волны, может располагаться защищаемый объект с емкостью  $C$  (рис. 2.56), чтобы наибольшее напряжение на нем не превышало остающееся напряжение ОПН  $U_{\text{ост}}$ , которое можно принять постоянным, независимым от величины тока (рис. 2.57). Крутизна падающей волны равна  $U'$ .

Заменим участок линии П-схемой замещения с погонными параметрами  $L'$ ,  $C'$ , а ограничитель — источником напряжения косоугольной формы с амплитудой  $U_{\text{ост}}$  и фронтом  $\tau_\phi = U_{\text{ост}} / U'$  (рис. 2.58). Тогда на основании результатов предыдущего примера необходимое условие  $\tau_\phi = T$ :

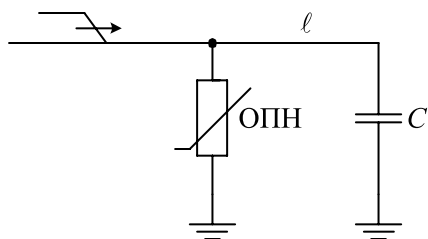


Рис. 2.56

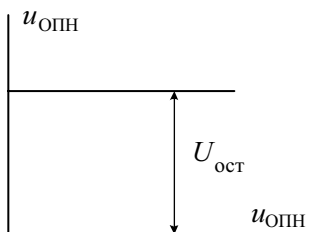


Рис. 2.57

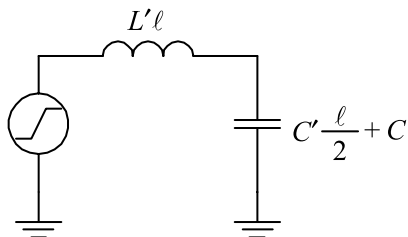


Рис. 2.58

$$T = 2 \cdot \pi / \beta = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L' \ell \cdot \left( C' \frac{\ell}{2} + C \right)} = \tau_{\Phi} = U_{\text{ост}} / U'.$$

С его помощью можно определить искомую длину  $\ell$ .

**Пример 5.** Рассчитать процесс многократных отражений при включении однопроводной ненагруженной линии на источник постоянного напряжения  $E = 1$  (рис. 2.59). Определить напряжение в конце линии в установившемся режиме.

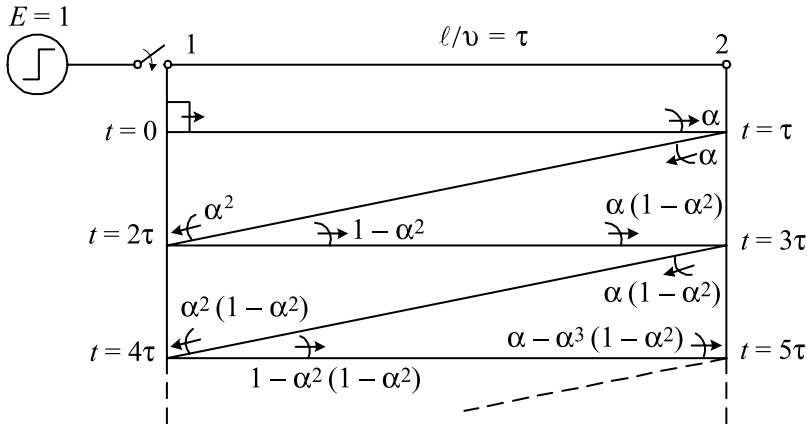


Рис. 2.59

Решать пример удобно с помощью характеристической сетки, представляющей собой мнемоническую схему, на которой можно наглядно изобразить отраженные и преломленные волны в узлах расчетной схемы, возникающие в различные моменты времени. Суммирование соответствующих волн дает возможность определить требуемые напряжения и токи в различные моменты времени. Волны, условно обозначенные на линиях, соединяющих вертикальные границы, отличаются по времени на  $\tau = \ell / u$ .

В момент  $t = 0$  и при отсутствии волн, падающих на узел со стороны линии в узел 1 возникает падающая волна, численно равная напряжению источника (см. рис. 2.59). В узел 2 спустя время  $t = \tau$  приходит волна меньшей величины в соответствии с коэффициентом затухания  $\alpha = e^{-(R/L) \cdot \tau}$ . Волна, отраженная от узла 2, равна падающей ( $\beta = 1$ ), т. к. линия здесь разомкнута. Еще через промежуток времени  $t = \tau$  эта волна приходит к узлу 1 в виде падающей на него ( $\alpha^2$ ). Учитывая, что напряжение в узле 1 задано и равно единице, отраженная от него волна теперь равна  $1 - \alpha^2$ . Дальнейший ход процесса см. на рис. 2.59. Напряжение в конце линии равно сумме падающей и отраженной волн в данный момент времени. Например, в момент времени  $t = 5 \cdot \tau$  напряжение в конце  $u = 2 \cdot (\alpha - \alpha^3 + \alpha^5)$ .

Полученное выражение дает возможность получить формулу для любого момента времени  $u = 2 \cdot (\alpha - \alpha^3 + \alpha^5 - \alpha^7 + \alpha^9 - \dots)$ .

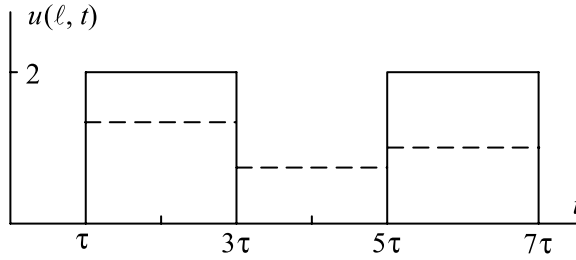


Рис. 2.60

Учитывая, что  $\alpha < 1$ , получим сходящуюся геометрическую прогрессию со знаменателем  $q = -\alpha^2$ . В установившемся режиме ( $t = \infty$ ) сумма членов такой бесконечной прогрессии приводит к формуле

$$u = \frac{2\alpha}{1-q} = \frac{2\alpha}{1+\alpha^2}. \quad (2.84, a)$$

На рис. 2.60 показан результат расчета напряжения в конце линии при включении постоянной э.д.с. для линии без потерь  $\alpha = 1$  (сплошные линии) и  $\alpha = 0,67$  (пунктир):

**Пример 6.** Используя (2.84 а) из предыдущего примера определить напряжение в конце линии в установившемся режиме и проверить правильность ответа по схеме замещения линии. Длина линии  $\ell = 600$  км; погонные параметры:  $R = 0,1$  Ом/км,  $L = 5 \cdot 10^{-4}$  Гн/км, скорость распространения волны  $v = 3 \cdot 10^5$  км/с.

Коэффициент, учитывающий затухание волны в линии,  $\alpha = e^{-R\tau/L} = 0,67$ , где  $\tau = \ell/v = 2 \cdot 10^{-3}$  с.

Напряжение в конце линии в установившемся режиме (в долях от приложенного напряжения  $E = 1$ )  $u = 2 \cdot \alpha / (1 + \alpha^2) = 0,925$ .

Напряжение  $u(\ell, t)$  в конце линии при включении постоянной э.д.с.  $E = 1$  в ее начало не равно единице вследствие того, что при  $R \neq 0$  и принятом условии неискажающей линии и  $G \neq 0$ . При этом погонная проводимость ли-

$$nии \quad G = C \cdot \frac{R}{L} = 2,2 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{0,1}{5 \cdot 10^{-4}} = 4,4 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{км}}, \text{ где погонная емкость}$$

$$C = \frac{1}{v^2 \cdot L} = \frac{1}{9 \cdot 10^{10} \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 2,2 \cdot 10^{-8} \text{ Ф/км.}$$

Для проверки правильности полученного решения с использованием схемы замещения, определим вначале ее параметры. Продольное сопротивление П-схемы замещения на нулевой частоте  $R_{\text{л}} = \sqrt{R/G} \cdot \text{sh}(\sqrt{R \cdot G} \cdot \ell)$ . Поперечная проводимость одного плеча П-схемы  $G_{\text{л}} = \sqrt{G/R} \cdot \text{th}\left(\frac{\sqrt{R \cdot G}}{2} \cdot \ell\right)$ , где

$\sqrt{R \cdot G} \cdot \ell$ ,  $\sqrt{R/G}$  — постоянная распространения и волновое сопротивление линии:  $\sqrt{R \cdot G} \cdot \ell \cong 0,4$ ;  $\sqrt{R/G} = 150$  Ом.

Откуда параметры П-схемы:  $R_{\text{л}} = 61,6$  Ом;  $G_{\text{л}} = 1,3 \cdot 10^{-3}$  1/Ом;  $1/G_{\text{л}} = 7,69 \cdot 10^2$  Ом.

Искомая величина  $u$  определяется как падение напряжения на сопротивлении  $1/G_{\text{л}}$  делителя, образованного последовательным соединением  $R_{\text{л}}$  и  $1/G_{\text{л}}$  и подключенного к э.д.с.  $E = 1$ :

$$u|_{t=\infty} = \frac{7,69 \cdot 10^2}{7,69 \cdot 10^2 + 61,6} = 0,925,$$

что совпадает с ответом (2.84 а) примера 5.

**Пример 7.** Построить алгоритм расчета волнового процесса включения однопроводной линии на постоянную э.д.с.  $e(t) = E$  через активное сопротивление  $R_1$  в узле 1. С другого конца линия (узел 2) замкнута на активное сопротивление  $R_2$ .

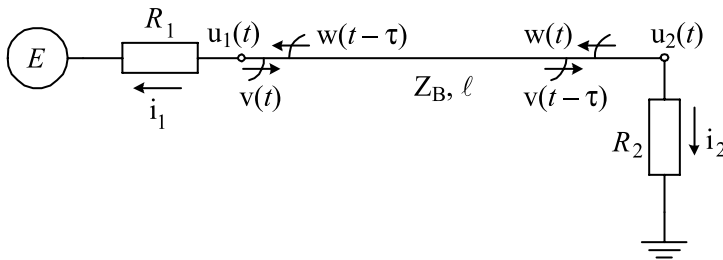


Рис. 2.61

Определим напряжение во втором узле  $u_2(t)$  (рис. 2.61). В узлы 1 и 2 приходит одна линия, поэтому  $Z_{\text{э}} = Z_{\text{в}}$  и согласно (2.81) для каждого из узлов 1, 2 в правую часть входит удвоенная падающая волна, образованная  $\tau$  времени назад у противоположного конца линии, для которого она является отраженной. Следовательно, для первого узла:

$$\begin{aligned} u_1(t) + Z_{\text{в}} \cdot i_1(t) &= 2 \cdot w(t - \tau); \\ e(t) + R_1 \cdot i_1(t) &= u_1(t); \\ v(t) &= u_1(t) - w(t - \tau), \end{aligned}$$

для второго узла:

$$\begin{aligned} u_2(t) + Z_{\text{в}} \cdot i_2(t) &= 2 \cdot v(t - \tau); \\ R_2 \cdot i_2(t) &= u_2(t); \\ w(t) &= u_2(t) - v(t - \tau). \end{aligned}$$

Здесь волна  $w$  является падающей для первого узла;  $v$  — для второго.

На рис. 2.62 приведен алгоритм расчета при  $E = 2$ ;  $R_1 = Z_{\text{в}} = 1$ ;  $R_2 = 2$ . Согласно указанным числовым значениям параметров получаем систему уравнений для определения  $u_2(t)$ :

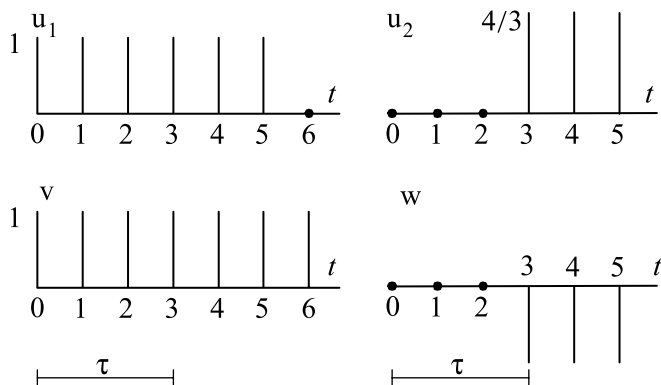


Рис. 2.62

$$\begin{aligned}
 u_1(t) - 1 &= w(t - \tau); \\
 v(t) &= u_1(t) - w(t - \tau); \\
 1,5 \cdot u_2(t) &= 2 \cdot v(t - \tau); \\
 w(t) &= u_2(t) - v(t - \tau).
 \end{aligned}$$

### § 3.3. Решение уравнений многопроводной длинной линии с учетом потерь

Телеграфные уравнения  $n$ -проводной линии при отсутствии короны на проводах в матричной форме имеют вид:

$$-\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} = \mathbf{L} \cdot \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial t} + \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}; \quad -\frac{\partial \mathbf{i}}{\partial x} = \mathbf{\beta} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{G} \cdot \mathbf{u},$$

где  $\mathbf{u}, \mathbf{i}$  — столбцы напряжений и токов;  $\mathbf{L}, \mathbf{\beta}$  — квадратные матрицы погонных параметров. Элементами матрицы  $\mathbf{L}$  являются коэффициенты самоиндукции  $L_{kk}$  и взаимной индукции  $L_{ki}$  между  $k$ -м и  $i$ -м проводами ( $k = 1, 2, \dots, n$ ;  $i = 1, 2, \dots, n$ ), определенные по формулам § 1.1 для фиксированного значения частоты  $\omega$ . Аналогично определяются собственные  $R_{kk}$  и взаимные  $R_{ki}$  погонные активные сопротивления, являющиеся элементами матрицы  $\mathbf{R}$ . Элементами матрицы  $\mathbf{\beta}$  являются собственные  $\beta_{kk}$  и взаимные  $\beta_{ki}$  коэффициенты электростатической индукции, определенные для линии без учета потерь.

Введем операторные изображения для напряжения  $U_k = U_k(p, x) \doteq u_k(t, x)$  и тока  $I_k = I_k(p, x) \doteq i_k(t, x)$  на  $k$ -м проводе и обозначим столбец напряжений через  $\mathbf{U}$ , столбец токов — через  $\mathbf{I}$ . При нулевых начальных условиях:

$$-\frac{d\mathbf{U}}{dx} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{I}; \quad -\frac{d\mathbf{I}}{dx} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{U}, \quad (2.85)$$

где элементы квадратных матриц операторных сопротивлений  $\mathbf{Z}$  и проводимостей  $\mathbf{Y}$  связаны с элементами матриц погонных параметров соотношениями:

$$z_{ki} = p \cdot L_{ki} + R_{ki}; \quad y_{ki} = p \cdot \beta_{ki} + g_{ki}. \quad (k = \overline{1, n}; i = \overline{1, n})$$

Матричные уравнения (2.85) могут быть преобразованы дифференцированием по  $x$  одного из уравнений и подстановкой в него другого уравнения:

$$\frac{d^2 \mathbf{U}}{dx^2} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{U}; \quad \frac{d^2 \mathbf{I}}{dx^2} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{I}. \quad (2.86)$$

Для решения каждого из матричных уравнений (2.86) удобно переходить к модальным координатам. При использовании модальных координат определяются не сами векторы  $\mathbf{U}(x)$  и  $\mathbf{I}(x)$ , а некоторые другие  $\mathbf{U}_S(x)$  и  $\mathbf{I}_S(x)$ , известным образом связанные с реальными и обладающие тем свойством, что напряжения и токи каждого  $s$ -го канала (однопроводной линии) в точке  $x$  зависят только от напряжений и токов по концам этого же  $s$ -го канала, т. е. отвечают однопроводной линии (волновому каналу). Для этого необходимо, чтобы каждое матричное уравнение (2.86) отвечало не системе из  $n$  уравнений, а  $n$  независимым уравнениям, т. е. необходимо знать такую модальную матрицу  $\mathbf{H}_U$  и обратную ей  $\mathbf{H}_U^{-1}$ , чтобы матрица  $\mathbf{\Lambda}_U = \mathbf{H}_U^{-1} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{H}_U$  становилась диагональной [21]:

$$\mathbf{H}_U^{-1} \cdot \frac{d^2 \mathbf{U}}{dx^2} = \mathbf{H}_U^{-1} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{H}_U^{-1} \cdot \mathbf{\Gamma}_U \cdot \mathbf{H}_U \cdot \mathbf{H}_U^{-1} \cdot \mathbf{U}$$

или 
$$\frac{d^2 \mathbf{U}_S}{dx^2} = \mathbf{\Lambda}_U \cdot \mathbf{U}_S, \quad (2.87)$$

где  $\mathbf{\Gamma}_U = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y}$ ;  $\mathbf{U}_S = \mathbf{H}_U^{-1} \cdot \mathbf{U}$ ;  $\mathbf{U} = \mathbf{H}_U \cdot \mathbf{U}_S$ .

Аналогично для второго уравнения (2.86) получим

$$\frac{d^2 \mathbf{I}_S}{dx^2} = \mathbf{\Lambda}_I \cdot \mathbf{I}_S,$$

где  $\mathbf{I}_S = \mathbf{H}_I^{-1} \cdot \mathbf{I}$ ;  $\mathbf{\Lambda}_I = \mathbf{H}_I^{-1} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{H}_I$ ;  $\mathbf{I} = \mathbf{H}_I \cdot \mathbf{I}_S$ .

Собственные числа матриц  $\mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y}$  и  $\mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z}$  одинаковы, что следует из свойств преобразований подобия:

$$\mathbf{Z}^{-1} \cdot (\mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y}) \cdot \mathbf{Z} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z}.$$

Следовательно и рассматриваемое модальное преобразование с помощью матриц  $\mathbf{H}_U$  и  $\mathbf{H}_I$  не меняет собственных чисел:  $\mathbf{\Lambda}_U = \mathbf{\Lambda}_I = \mathbf{\Lambda}$ .

Решение (2.87) имеет вид, аналогичный (2.79), т. е. для  $s$ -го волнового канала

$$U_s = e^{-\gamma_s \cdot x} \cdot V_s + e^{\gamma_s \cdot x} \cdot W'_s, \quad (2.88)$$

где  $\gamma_s = \sqrt{\lambda_s}$  — постоянная распространения  $s$ -го волнового канала;  $\lambda_s$  ( $s = \alpha, \beta, \dots, \delta$ ) — элементы диагональной матрицы  $\mathbf{\Lambda}$  порядка  $n$ ;  $V_s$  и  $W'_s$  — элементы матриц  $\mathbf{V}_S$ ,  $\mathbf{W}'_S$  постоянных интегрирования  $s$ -го волнового канала, определенные из граничных условий. Таким образом, мы получили то же решение, что и для линии без потерь (2.71), хотя постоянные распространения  $\gamma_s$  в каждом канале различны.

Найдем решение для тока  $I_S(x)$  в модальных координатах. Умножим первое уравнение (2.85) слева на  $\mathbf{H}_U^{-1}$ , а в правой части введем единичную матрицу  $\mathbf{H}_I \cdot \mathbf{H}_I^{-1}$ :

$$-\mathbf{H}_U^{-1} \cdot \frac{d\mathbf{U}}{dx} = \mathbf{H}_U^{-1} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{H}_I \cdot \mathbf{H}_I^{-1} \cdot \mathbf{I}$$

или

$$-\frac{d\mathbf{U}_S}{dx} = \mathbf{Z}_S \cdot \mathbf{I}_S, \quad (2.89)$$

где  $\mathbf{Z}_S = \mathbf{H}_U^{-1} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{H}_I$ .

Подставляя в (2.89) полученное решение для  $U_S$  (2.88):

$$Z_{BS} \cdot I_S = e^{-\gamma_S \cdot x} \cdot V_S - e^{\gamma_S \cdot x} \cdot W'_S, \quad (2.90)$$

где  $Z_{BS} = \frac{Z_S}{\gamma_S} = \sqrt{\frac{Z_S}{Y_S}}$  — волновое сопротивление  $s$ -го канала.

Решение (2.90) для тока  $s$ -го канала получено исходя из условия, что матрица  $\mathbf{Z}_S$  в (2.89) диагональная, что следует из соотношений:

$$\begin{aligned} \Lambda_U &= \mathbf{H}_U^{-1} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{H}_U = \mathbf{Z}_S \cdot \mathbf{Y}_S; \\ \Lambda_I &= \mathbf{H}_I^{-1} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{H}_I = \mathbf{Y}_S \cdot \mathbf{Z}_S. \end{aligned}$$

$\Lambda_U = \Lambda_I = \Lambda$ , поэтому  $\mathbf{Z}_S \cdot \mathbf{Y}_S = \mathbf{Y}_S \cdot \mathbf{Z}_S$ . Таким образом, матрицы  $\mathbf{Z}_S$  и  $\mathbf{Y}_S$  являются диагональными, т. к. они перестановочны.

Матрицы преобразования  $\mathbf{H}_U$  и  $\mathbf{H}_I$  вследствие равенств  $\Lambda_U = \Lambda_I$  связаны между собой:

$$\mathbf{H}_I^{-1} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{H}_I = \mathbf{H}_U^{-1} \cdot \alpha \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y} \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \mathbf{H}_U = \left( \mathbf{H}_U^{-1} \cdot \alpha \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y} \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \mathbf{H}_U \right)^T,$$

где  $\alpha$  — произвольный скаляр;  $T$  — символ транспозиции.

Тогда

$$\mathbf{H}_I^{-1} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{H}_I = \mathbf{H}_U^T \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z} \cdot \alpha \cdot \left( \mathbf{H}_U^{-1} \right)^T$$

или

$$\mathbf{H}_I^{-1} = \frac{1}{\alpha} \cdot \mathbf{H}_U^T; \quad \mathbf{H}_I = \alpha \cdot \left( \mathbf{H}_U^{-1} \right)^T.$$

И, наконец, докажем, что если матрица  $\mathbf{H}^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{H} = \Lambda$  диагональная, то матрица преобразования  $\mathbf{H}$  может быть образована из собственных векторов  $\mathbf{A}$ .

Из равенства  $\mathbf{H}^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{H} = \Lambda$  следует, что  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{H} = \mathbf{H} \cdot \Lambda$ . Представим матрицу  $\mathbf{H}$  в виде векторов-столбцов  $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_n]$ .

Тогда

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{H} = [\mathbf{A} \cdot \mathbf{h}_1, \mathbf{A} \cdot \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{A} \cdot \mathbf{h}_n] = \mathbf{H} \cdot \Lambda = [\lambda_1 \cdot \mathbf{h}_1, \lambda_2 \cdot \mathbf{h}_2, \dots, \lambda_n \cdot \mathbf{h}_n].$$

Приравнявая столбцы, получаем:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{h}_1 = \lambda_1 \cdot \mathbf{h}_1; \quad \mathbf{A} \cdot \mathbf{h}_2 = \lambda_2 \cdot \mathbf{h}_2; \quad \dots; \quad \mathbf{A} \cdot \mathbf{h}_n = \lambda_n \cdot \mathbf{h}_n$$

или  $(\mathbf{A} - \lambda_1 \cdot \mathbf{E}) \cdot \mathbf{h}_1 = 0; (\mathbf{A} - \lambda_2 \cdot \mathbf{E}) \cdot \mathbf{h}_2 = 0; \dots; (\mathbf{A} - \lambda_n \cdot \mathbf{E}) \cdot \mathbf{h}_n = 0.$



Однородные алгебраические уравнения с неизвестными собственными векторами  $\mathbf{h}_1$  ( $i = \overline{1, n}$ ) имеют нетривиальные решения, если определитель  $\det(\mathbf{A} - \lambda \cdot \mathbf{E}) = 0$ , раскрытие которого дает собственные числа матрицы  $\mathbf{A}$ . Таким образом, матрица преобразования  $\mathbf{H}$  состоит из собственных векторов, вычисленных с точностью до постоянного множителя, а матрица  $\Lambda$  — из собственных чисел матрицы  $\mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y}$  (или  $\mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z}$ ).

**Матрицы преобразования для трехфазных линий.** Рассмотрим трехфазную нетранспонированную линию электропередачи. Найдем модальную матрицу  $\mathbf{H}$ . Прежде определим собственные числа матрицы  $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y}$ , для чего составим характеристическое уравнение, приравнявая нулю определитель характеристической матрицы  $\lambda \cdot \mathbf{E} - \mathbf{\Gamma}$ :

$$\det(\lambda \cdot \mathbf{E} - \mathbf{\Gamma}) = \begin{vmatrix} \lambda - \gamma_{11} & -\gamma_{12} & -\gamma_{13} \\ -\gamma_{21} & \lambda - \gamma_{22} & -\gamma_{23} \\ -\gamma_{31} & -\gamma_{32} & \lambda - \gamma_{33} \end{vmatrix} = 0,$$

где  $\gamma_{ij}$  — элементы матрицы  $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y}$  ( $i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3$ ).

Раскрывая определитель, получаем корни  $\lambda_{1,2,3}$ . В общем случае определитель не симметричен, а все корни характеристического уравнения  $\det(\lambda \cdot \mathbf{E} - \mathbf{\Gamma}) = 0$  простые. Здесь собственные векторы  $\mathbf{h}_1$  можно найти как столбцы алгебраических дополнений (или пропорциональные им) элементов какой-либо строки матрицы  $(\lambda \cdot \mathbf{E} - \mathbf{\Gamma})^T$  (или как столбцы присоединенной матрицы). Алгебраические дополнения элементов первой строки:

$$\Delta_{11}(\lambda) = \begin{vmatrix} \lambda - \gamma_{22} & -\gamma_{23} \\ -\gamma_{32} & \lambda - \gamma_{33} \end{vmatrix}; \quad \Delta_{12}(\lambda) = - \begin{vmatrix} -\gamma_{21} & -\gamma_{23} \\ -\gamma_{31} & \lambda - \gamma_{33} \end{vmatrix}; \quad \Delta_{13}(\lambda) = - \begin{vmatrix} -\gamma_{21} & \lambda - \gamma_{22} \\ -\gamma_{31} & -\gamma_{32} \end{vmatrix}.$$

Подставляя в определителях  $\lambda_i$  вместо  $\lambda$  и раскрывая их, получим собственные векторы:

$$\mathbf{h}_1 = K_1 \cdot \begin{vmatrix} \Delta_{11}(\lambda_1) \\ \Delta_{12}(\lambda_1) \\ \Delta_{13}(\lambda_1) \end{vmatrix}; \quad \mathbf{h}_2 = K_2 \cdot \begin{vmatrix} \Delta_{11}(\lambda_2) \\ \Delta_{12}(\lambda_2) \\ \Delta_{13}(\lambda_2) \end{vmatrix}; \quad \mathbf{h}_3 = K_3 \cdot \begin{vmatrix} \Delta_{11}(\lambda_3) \\ \Delta_{12}(\lambda_3) \\ \Delta_{13}(\lambda_3) \end{vmatrix},$$

где  $K_i$  — произвольные числа. Далее из столбцов  $\mathbf{h}_i$  составляем матрицу  $\mathbf{H}$  и находим обратную ей  $\mathbf{H}^{-1}$ . Найденная матрица преобразования будет справедлива только для данной линии электропередачи, т. к. определяется соотношением погонных параметров и будет зависеть от частоты.

Рассмотрим широко распространенный случай трехфазной многократно транспонированной линии электропередачи с одинаковыми погонными сопротивлениями  $z_{11} = z_{22} = z_{33} = z$ , проводимостями  $y_{11} = y_{22} = y_{33} = y$  и равными взаимными параметрами  $z_{ki} = z_m$ ,  $y_{ki} = y_m$  ( $k \neq i$ ).

Матрица  $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y}$  для этого случая имеет вид:

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y} = \begin{vmatrix} \gamma & \gamma_m & \gamma_m \\ \gamma_m & \gamma & \gamma_m \\ \gamma_m & \gamma_m & \gamma \end{vmatrix}; \quad \begin{aligned} \gamma &= z \cdot y + 2 \cdot z_m \cdot y; \\ \gamma_m &= z_m \cdot y_m + z \cdot y_m + z_m \cdot y. \end{aligned}$$

Характеристическая матрица:

$$\lambda \cdot \mathbf{E} - \mathbf{\Gamma} = \begin{vmatrix} \lambda - \gamma & -\gamma_m & -\gamma_m \\ -\gamma_m & \lambda - \gamma & -\gamma_m \\ -\gamma_m & -\gamma_m & \lambda - \gamma \end{vmatrix}.$$

Характеристическое уравнение

$$\Delta(\lambda) = (\lambda - \gamma)^3 + 3 \cdot \gamma_m^2 \cdot (\lambda - \gamma) - 2 \cdot \gamma_m^3.$$

Собственные числа  $\lambda_1 = \gamma + 2 \cdot \gamma_m$ ;  $\lambda_2 = \lambda_3 = \gamma - \gamma_m$ .

Один модальный столбец для простого корня находим из присоединенной матрицы

$$\mathbf{A}^+(\lambda) = \begin{vmatrix} (\lambda - \gamma)^2 - \gamma_m^2 & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ (\lambda - \gamma) \cdot \gamma_m + \gamma_m^2 & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ (\lambda - \gamma) \cdot \gamma_m + \gamma_m^2 & \gamma_{32} & \gamma_{33} \end{vmatrix},$$

причем  $\gamma_{11} = \gamma_{22} = \gamma_{33}$ ;  $\gamma_{12} = \gamma_{13} = \gamma_{23} = \gamma_{32}$ .

Подставив в первый столбец  $\mathbf{A}^+(\lambda)$   $\lambda = \lambda_1$ , получим один модальный столбец  $\mathbf{h}_1$  модальной матрицы  $\mathbf{H}$ . Элементы этого столбца одинаковы и равны  $3 \cdot \gamma_m^2$ . Выбирая в качестве произвольного числа  $K_1 = (1/3) \cdot \gamma_m^2$ , получим первый модальный столбец, состоящий из единиц.

Два других модальных столбца для кратного корня  $m=2$  найдем с помощью матрицы [21]:

$$\mathbf{B}(\lambda) = \left[ \frac{d^{m-1}}{d\lambda^{m-1}} \mathbf{A}^+(\lambda) \right]_{\lambda=\lambda_1}.$$

В нашем случае

$$\mathbf{B}(\lambda) = \begin{bmatrix} 2 \cdot (\lambda - \gamma) & \gamma_m & \gamma_m \\ \gamma_m & 2 \cdot (\lambda - \gamma) & \gamma_m \\ \gamma_m & \gamma_m & 2 \cdot (\lambda - \gamma) \end{bmatrix}.$$

Модальные столбцы, соответствующие корню второй кратности, можно выбирать из любых трех независимых столбцов  $\mathbf{B}(\lambda)$ . Линейные комбинации независимых столбцов, вычисленные при одном и том же значении  $\lambda_i$ , также могут быть приняты в качестве модальных столбцов. Для второго корня  $\lambda_2$  выберем столбец, равный разности третьего и второго, для третьего корня  $\lambda_3$  — столбец, равный разности третьего и первого. Соответствующим выбором произвольных чисел  $K_{2,3}$  можно получить искомые столбцы матрицы  $\mathbf{H}$ , а затем — матрицу  $\mathbf{H}^{-1}$ :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{H}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Полученные матрицы преобразования и связанная с ними система координат названа системой  $\gamma, \delta, 0$ :

$$\lambda_\gamma = \lambda_\delta = \gamma - \gamma_m; \quad \lambda_0 = \gamma + 2 \cdot \gamma_m.$$

Если второй столбец матрицы  $\mathbf{H}$  умножить на  $\sqrt{3}/2$ , а в качестве первого — принять первый столбец  $\mathbf{B}(\lambda)$ , то получим известное преобразование  $\alpha, \beta, 0$  [36]:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & 1 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{H}^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.91)$$

естественно, с теми же собственными числами  $\lambda_\alpha = \lambda_\beta = \gamma - \gamma_m$ ,  $\lambda_0 = \gamma + 2 \cdot \gamma_m$ . Очевидно, возможно бесконечно большое число «развязывающих» координатных систем, позволяющих диагонализировать матрицу  $\mathbf{G} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y}$ .

В случае идеально транспонированной линии модальные преобразования не зависят ни от параметров линии, ни от частоты, кроме того,  $\mathbf{H}_U = \mathbf{H}_I = \mathbf{H}$ .

**Определение погонных параметров линии в координатах  $\alpha, \beta, 0$ .** Погонное операторное продольное сопротивление фазы линии электропередачи можно определить приближенно [1]:

$$z = r_n + r_\beta + p \cdot \left( \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \right) \cdot \ln \left( \frac{D_\beta}{r_\beta} \right),$$

где  $D_\beta$ ,  $r_\Pi$ ,  $r_\beta$  вычислены на какой-либо частоте, например, на частоте  $f_0 = 50$  Гц. Взаимное индуктивное сопротивление между фазами со средним геометрическим расстоянием между ними  $d_{cp}$

$$z_m = r_\beta + p \cdot \left( \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \right) \cdot \ln \left( \frac{D_\beta}{d_{cp}} \right).$$

Для преобразованной матрицы

$$\mathbf{Z}_S = \mathbf{H}^{-1} \times \begin{bmatrix} z & z_m & z_m \\ z_m & z & z_m \\ z_m & z_m & z \end{bmatrix} \times \mathbf{H} = \begin{bmatrix} z - z_m & & \\ & z - z_m & \\ & & z + 2 \cdot z_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_\alpha & & \\ & z_\beta & \\ & & z_0 \end{bmatrix},$$

где погонные индуктивные сопротивления каналов  $\alpha, \beta, 0$  определяются по формулам:

$$z_\alpha = z_\beta = r_n + p \cdot \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \ln (d_{cp}/r_\beta); \quad z_0 = r_n + 3 \cdot r_\beta + p \cdot \frac{3 \cdot \mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \ln \left( D_\beta / \sqrt[3]{d_{cp}^2 \cdot r_\beta} \right).$$

Преобразованная матрица  $\mathbf{Y}_S = \mathbf{H}^{-1} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{H}$  без учета активных проводимостей имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_S &= p \mathbf{H}^{-1} \boldsymbol{\alpha}^{-1} \mathbf{H} = p \mathbf{H}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \alpha & \alpha_m & \alpha_m \\ \alpha_m & \alpha & \alpha_m \\ \alpha_m & \alpha_m & \alpha \end{bmatrix}^{-1} \cdot \mathbf{H} = \\ &= p \cdot \begin{bmatrix} \alpha - \alpha_m & & \\ & \alpha - \alpha_m & \\ & & \alpha + 2\alpha_m \end{bmatrix}^{-1} = p \cdot \begin{bmatrix} C_\alpha & & \\ & C_\beta & \\ & & C_0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Таким образом, погонные емкости по каналам:

$$C_\alpha = C_\beta = 1/(\alpha - \alpha_m); \quad C_0 = 1/(\alpha + 2 \cdot \alpha_m),$$

с учетом усреднения параметров после транспозиции:

$$C_\alpha = C_\beta = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}{\ln(d_{cp}/r_\varepsilon)}; \quad C_0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}{3 \cdot \ln\left(D_{cp}/\sqrt[3]{d_{cp}^2 \cdot r_\varepsilon}\right)}.$$

Активные проводимости по каналам:  $g_\alpha = g_\beta = g - g_m$ ;  $g_0 = g + 2 \cdot g_m$ .

Операторные постоянные распространения:

$$\gamma_s = \sqrt{(R_s + p \cdot L_s) \cdot (g_s + p \cdot C_s)}; \quad s = \alpha, \beta, 0.$$

Операторные волновые сопротивления:  $Z_{B_s} = \sqrt{(R_s + p \cdot L_s)/(g_s + p \cdot C_s)}$ ;

$s = \alpha, \beta, 0$ .

**Нахождение оригиналов решения уравнений линии с потерями.** Решение (2.88), (2.90) во временной области достаточно просто лишь для линий без учета активных сопротивлений и неискажающих линий. Для линии без потерь:

$$\gamma_s = p \cdot \sqrt{L_s \cdot C_s} = p \cdot \tau_s; \quad Z_{B_s} = \sqrt{L_s/C_s}.$$

Для неискажающей линии  $R_s/L_s = g_s/C_s = m_s$ :

$$\gamma_s(p) = \sqrt{L_s \cdot C_s} \cdot (p + m_s); \quad Z_{B_s} = \sqrt{L_s/C_s}.$$

Для неискажающей линии  $R_s/L_s = g_s/C_s = m_s$ :

$$\gamma_s(p) = \sqrt{L_s \cdot C_s} \cdot (p + m_s); \quad Z_{B_s} = \sqrt{L_s/C_s}.$$

Иногда при расчете переходных процессов считают, что  $R_s$  мало, тогда можно линеаризовать выражения для  $\gamma_s(p)$  и  $Z_{B_s}(p)$  [22]:

$$\gamma_s(p) \cong \gamma_s(p)|_{R_s=0} + R_s \left. \frac{\partial \gamma_s}{\partial R_s} \right|_{R_s=0} = (p + \sigma_s)/v_s,$$

где  $v_s = 1/\sqrt{L_s \cdot C_s}$  — скорости распространения электромагнитных волн в каналах  $s = \alpha, \beta, 0$ . Коэффициент затухания волн  $\sigma_s = R_s/(2 \cdot Z_{B_s})$ .

Во всех этих случаях оригиналы (2.88) и (2.90) также находят по теореме запаздывания:

$$u(t, x) = (v(t - \tau_x) + w'(t - \tau_x)) \cdot e^{-\sigma_s \cdot x},$$

$$Z_B \cdot i(t, x) = (v(t - \tau_x) - w'(t - \tau_x)) \cdot e^{-\sigma_s \cdot x},$$

где для неискажающей линии экспоненциальный множитель должен иметь вид  $e^{-m_s \cdot \tau_x}$ , а для линии без потерь он равен единице. В отличие от линии без потерь (2.76), здесь, кроме перемещения волн, необходимо учитывать их затухание.

**Пример.** Используя операторные уравнения длинной линии в координатах  $\alpha, \beta, 0$ , составить систему уравнений относительно любого фазного тока или напряжения в линии при однофазном к.з. в ее конце на фазе **a**.

В начале линии (без учета потерь) включен трехфазный уравновешенный источник синусоидального напряжения частотой  $\omega_0$  и амплитудой  $E_m$ .

Используем операторные уравнения (2.75) для каналов  $s = \alpha, \beta, 0$ :

$$\begin{aligned}\bar{U}_{H_S} &= \text{ch}(p \cdot \tau_s) \cdot \bar{U}_{K_S} + \text{sh}(p \cdot \tau_s) \cdot Z_{B_S} \cdot \bar{I}_{K_S}; \\ Z_{B_S} \cdot \bar{I}_{H_S} &= \text{sh}(p \cdot \tau_s) \cdot \bar{U}_{K_S} + \text{ch}(p \cdot \tau_s) \cdot Z_{B_S} \cdot \bar{I}_{K_S}.\end{aligned}\quad (2.91 a)$$

Граничные условия в начале и конце линии в фазной системе координат:  $u_{H_a} = E_m \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)$ ;  $u_{H_b} = E_m \cdot \sin(\omega_0 \cdot t - 2 \cdot \pi/3)$ ;

$$u_{H_c} = E_m \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + 2 \cdot \pi/3); u_{K_a} = 0; i_{K_b} = 0; i_{K_c} = 0.$$

Умножим матрицу  $\mathbf{H}^{-1}$  (2.91) справа на столбец фазных э.д.с. Получим напряжения в начале линии в координатах  $\alpha, \beta, 0$ :

$$\begin{bmatrix} u_{H_\alpha} \\ u_{H_\beta} \\ u_{H_0} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_{H_a} \\ u_{H_b} \\ u_{H_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_m \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) \\ -E_m \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Преобразуем граничные условия в конце линии в координаты  $\alpha, \beta, 0$  с помощью той же матрицы  $\mathbf{H}^{-1}$ :  $u_{K_\alpha} + u_{K_0} = 0$ ;  $i_{K_\beta} = 0$ ;  $2 \cdot i_{K_0} - i_{K_\alpha} = 0$ .

Следовательно, искомая система уравнений содержит 6 уравнений (2.91 a) и 6 уравнений граничных условий: 3 заданных изображения напряжений в начале  $\bar{U}_{H_\alpha}$ ,  $\bar{U}_{H_\beta}$ ,  $\bar{U}_{H_0}$  и 3 уравнения связи изображений  $\bar{U}_{K_\alpha} + \bar{U}_{K_0} = 0$ ;  $\bar{I}_{K_\beta} = 0$ ;  $2 \cdot \bar{I}_{K_0} - \bar{I}_{K_\alpha} = 0$ . Мы получили 12 уравнений с 12-ю неизвестными напряжениями по концам  $\bar{U}_{H_S}$ ,  $\bar{U}_{K_S}$  и токами  $\bar{I}_{H_S}$ ,  $\bar{I}_{K_S}$  ( $s = \alpha, \beta, 0$ ). Найдя симметричные составляющие, например, напряжения в конце линии, с помощью обратного преобразования (матрицы  $\mathbf{H}$ ) определим фазные переменные и их оригиналы:

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_{K_a} \\ \bar{U}_{K_b} \\ \bar{U}_{K_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & 1 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{U}_{K_\alpha} \\ \bar{U}_{K_\beta} \\ \bar{U}_{K_0} \end{bmatrix}.$$

### § 3.4. Применение метода стоячих волн при исследовании электромагнитных переходных процессов

В ряде практических случаев оказывается удобным представлять переходный процесс в виде разложения в ряд по стоячим волнам, отвечающим частотам собственных колебаний. Этот метод, как правило, используется в линейных схемах, в расчетах переходных процессов большой длительности. Относительно легко здесь осуществляется учет зависимости параметров от частоты. Рассмотрим некоторые примеры применения этого метода:

**Расчет переходного процесса включения длинной линии на гармоническую э.д.с.** (см. рис. 2.63)

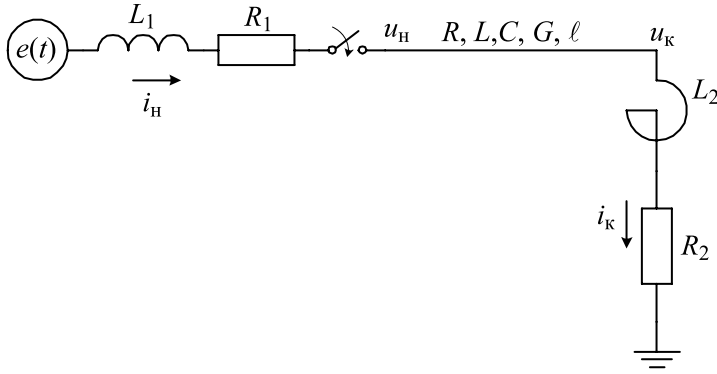


Рис. 2.63

Система операторных уравнений, описывающих переходный процесс в этой схеме:

$$\begin{aligned}
 \bar{U}_H &= \bar{U}_K \operatorname{ch}(\gamma \ell) + Z_B \bar{I}_K \operatorname{sh}(\gamma \ell); \\
 Z_B \bar{I}_H &= \bar{U}_K \operatorname{sh}(\gamma \ell) + Z_B \bar{I}_K \operatorname{ch}(\gamma \ell); \\
 E(p) &= \bar{U}_H + (R_1 + pL_1) \bar{I}_H; \\
 \bar{U}_K &= (R_2 + pL_2) \bar{I}_K; \\
 E(p) &= E_m \cdot \frac{\omega_0 \cos(\varphi) + p \sin(\varphi)}{p^2 + \omega_0^2},
 \end{aligned} \tag{2.92}$$

где уравнения длинной линии использованы в более удобной для дальнейших вычислений форме (2.75), чем форма (2.74). Решение (2.92), например, для напряжения в конце линии

$$\begin{aligned}
 \bar{U}_K &= \frac{E_m \cdot [\omega_0 \cos(\varphi) + p \sin(\varphi)] \cdot (R_1 + pL_1) \cdot (R_2 + pL_2) \cdot Z_B}{(\omega_0^2 + p^2) \cdot \left\{ \left[ (R_1 + pL_1)^2 \cdot (R_2 + pL_2) + Z_B \cdot (R_2 + pL_2) \right] \cdot \operatorname{ch}(\gamma \cdot \ell) + \right.} \dots \\
 &\dots \frac{1}{\left. + \left[ (R_1 + pL_1)^2 \cdot Z_B + (R_1 + pL_1) \cdot (R_2 + pL_2) \cdot Z_B \right] \cdot \operatorname{sh}(\gamma \cdot \ell) \right\}} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}, \tag{2.93}
 \end{aligned}$$

где  $Z_B = \sqrt{(R + pL)/(g + pC)}$ ;  $\gamma = \sqrt{(R + pL) \cdot (g + pC)}$ ;  $R, L, C, g$  — погонные параметры линии электропередачи.

Оригинал напряжения в конце линии по теореме разложения Хевисайда:

$$u_K = \sum_{k=1}^n \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} \cdot e^{p_k \cdot t} = f(t), \tag{2.94}$$

где  $p_k$  — корни характеристического уравнения  $F_2(p) = 0$ . Учитывая, что корни уравнения  $F_2(p) = 0$  могут быть вещественными или комплексно-сопряженными, вместо (2.93) получим

$$f(t) = \sum_{k=1}^s A_k \cdot e^{-\alpha_k \cdot t} + \sum_{k=0}^{n/2} B_k \cdot e^{-\delta_k \cdot t} \cdot \cos(\beta_k \cdot t + \varphi_k), \tag{2.95}$$

где  $s$  — число вещественных корней;  $n$  — число комплексно-сопряженных корней  $p_k = -\delta_k \pm j\beta_k$ . Амплитуды  $B_k$  и фазы  $\varphi_k$  колебательных составляющих процесса определяются из комплексных уравнений

$$\frac{F_1(-\delta_k + j\beta_k)}{F_2'(-\delta_k + j\beta_k)} = \frac{1}{2} B_k e^{j\varphi_k}, \quad (2.96)$$

Основной вычислительной проблемой является определение корней характеристического уравнения. Можно упростить эту задачу [17], сначала определить частоты собственных колебаний  $\beta_k$ , для чего в уравнение  $F_2(p) = 0$  ввести  $p = j\beta_k$ , т. е. пренебречь всеми активными сопротивлениями и проводимостями схемы, затем вычислить декременты затухания

$$\delta_k = \sum_i R_i \cdot \frac{\partial F_2}{\partial R_i} \bigg/ \frac{\partial F_2}{\partial p},$$

где  $R_i = R_1, R_2, R, g$ . Все частные производные должны быть вычислены при равенстве нулю всех активных сопротивлений и проводимостей,  $p = j\beta_k$ . Тем не менее при вычислении частот собственных колебаний необходимо решить систему нелинейных трансцендентных уравнений.

Проиллюстрируем решение (2.93) для упрощенной задачи включения косинусоидальной э.д.с. на линию без потерь, разомкнутую в конце:  $\varphi = 0$ ;  $R_1 = R = g = R_2 = 0$ ;  $L_1 = 0$ ;  $L_2 = \infty$ . В этом случае метод стоячих волн дает аналитическое решение задачи, которое можно использовать для контроля разработанных более сложных алгоритмов. Вместо (2.93)

$$\bar{U}_k = \frac{pE_m}{(p^2 + \omega_0^2) \cdot \text{ch}(\gamma\ell)} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}, \quad (2.97)$$

где  $\gamma\ell = p \cdot \ell \sqrt{LC} = p \cdot \ell / v = p\tau$  ( $\tau$  — время пробега электромагнитной волной расстояния  $\ell$  со скоростью  $v$ );  $F_1(p) = pE_m$ ,  $F_2(p) = (p^2 + \omega_0^2) \cdot \text{ch}(p\tau)$ .

Из (2.97) получаем два сопряженных корня  $p = \pm j\omega_0$ , которые отвечают составляющей напряжения установившегося режима (вынужденной составляющей). Для нахождения корней, определяющих свободные колебания, подставим в  $F_2(p) = 0$  вместо  $p = j\beta_k$ :

$$F_2(p) = \text{ch}(p\tau) \big|_{p=j\beta} = \cos(\beta\tau) = 0,$$

откуда  $\beta_k \tau = (2k-1) \cdot \pi / 2$ ,  $k = 1, 2, \dots \infty$  или  $\beta_k = (2k-1) \cdot \pi / (2\tau)$ .

Аналогично понятию волновой длины линии электропередачи на промышленной частоте  $\lambda = \omega_0 \cdot \ell \cdot \sqrt{L \cdot C} = \omega_0 \tau$  введем волновые длины  $\lambda_k$  на частотах свободных колебаний  $\beta_k$ :

$$\lambda_k = (2k-1) \cdot \pi / 2. \quad (2.98)$$

Для определения амплитуд вынужденной и свободной составляющих напряжения в конце линии найдем производную в (2.97)

$$F_2'(p) = 2p \cdot \text{ch}(p\tau) + (p^2 + \omega_0^2) \tau \cdot \text{sh}(p\tau).$$

Подставляя значения корней  $p = j\omega_0$  и  $p = j\beta_k$  в выражение для  $F_1(p)$  и  $F_2'(p)$ , получаем:

$$F_1(j\omega_0) = j\omega_0 \cdot E_m; \quad F_2'(j\omega_0) = 2 \cdot j\omega_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot \tau);$$

$$F_1(j\beta_k) = j\beta_k \cdot E_m; \quad F_2'(j\beta_k) = (-1)^k \cdot (\beta_k^2 - \omega_0^2) \cdot \tau.$$

Подставляя в (2.96) значения для  $F_1$  и  $F_2'$  ( $\delta_k = 0$ ), получаем амплитуды и фазы вынужденной  $U_{\text{вын}}$  и свободных  $U_k$  составляющих напряжения в конце линии:

$$U_{\text{вын}} = E_m / \cos(\lambda), \quad \varphi = 0;$$

$$U_k = \frac{(-1)^k \cdot 2 \cdot E_m \cdot \beta_k}{(\beta_k^2 - \omega_0^2) \cdot \tau} = \frac{(-1)^k \cdot 2 \cdot E_m \cdot \lambda}{\lambda_k^2 - \lambda^2}, \quad \varphi_k = 0. \quad (2.99)$$

Окончательно получаем напряжение в конце линии в виде суммы бесконечного числа стоячих волн, отвечающих частотам свободных колебаний длинной линии и установившегося напряжения частоты источника:

$$u_k(t) = \frac{E_m}{\cos(\lambda)} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{2 \cdot E_m \cdot \lambda_k}{\lambda_k^2 - \lambda^2} \cdot \cos(\beta_k \cdot t). \quad (2.100)$$

**Пример 1.** Построить зависимость напряжения в конце линии  $u_k(t)$  от времени при включении постоянной э.д.с.  $E_m = 1$  ( $\omega_0 = 1 = 0$ ) и при учете двух составляющих свободных колебаний  $k = 1, 2$  (рис. 2.64).

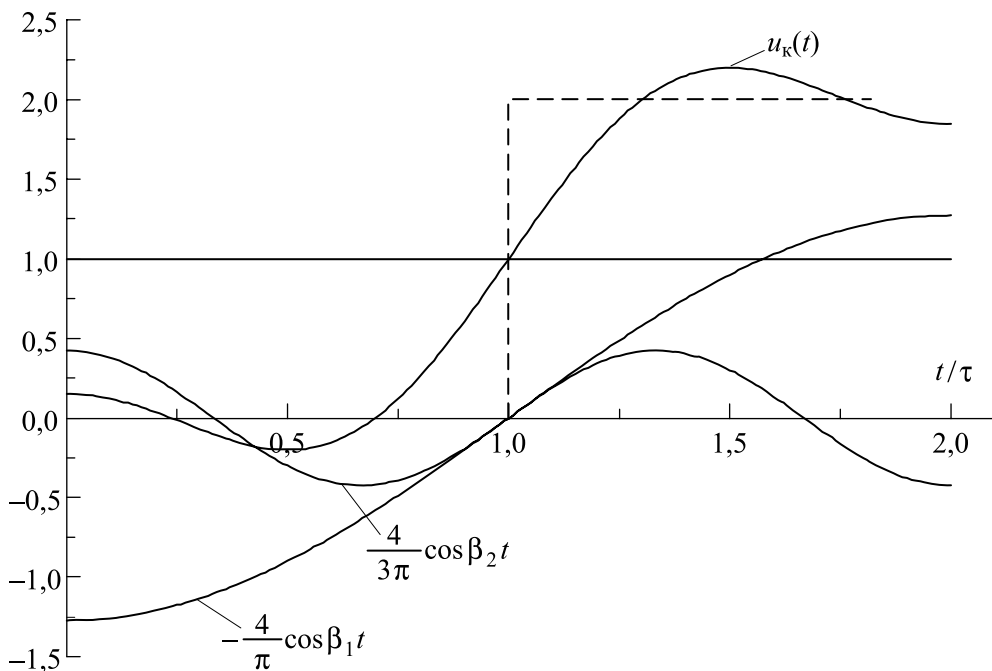


Рис. 2.64



Вместо (2.100)

$$u_k(t) = 1 + 2 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot \cos(\beta_k \cdot t) / \lambda_k.$$

Первая собственная частота колебаний  $f_1$  выражается через время пробега волны  $\tau$  вдоль линии.  $\lambda_1 = \beta_1 \cdot \tau = \pi/2$ , поэтому  $2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot \tau = \pi/2$  и  $f_1 = 1/(4 \cdot \tau)$  ( $T_1 = 4 \cdot \tau$ ) (см. рис. 2.64, пунктиром показан результат, полученный методом бегущих волн).

При расчетах переходных процессов методом стоячих волн с учетом потерь в линиях электропередачи и в концевых устройствах и при известной зависимости параметров от частоты используют тот факт, что амплитуды свободных составляющих с увеличением их номера быстро убывают (например, в (2.100) приблизительно обратно пропорционально номеру  $k$ ) и учет в (2.100) всего двух—трех свободных колебаний часто оказывается достаточным для практических целей.

#### Расчет переходного процесса в цепочечной схеме замещения длинной линии

Из операторных уравнений длинной линии (2.75):

$$\bar{U}_H = \bar{U}_K \cdot \text{ch}(\gamma \cdot \ell) + Z_B \cdot \bar{I}_K \cdot \text{sh}(\gamma \cdot \ell) = \bar{A} \cdot \bar{U}_K + \bar{B} \cdot \bar{I}_K;$$

$$\bar{I}_H = (1/Z_B) \cdot \bar{U}_K \cdot \text{sh}(\gamma \cdot \ell) + \bar{I}_K \cdot \text{ch}(\gamma \cdot \ell) = \bar{C} \cdot \bar{U}_K + \bar{D} \cdot \bar{I}_K$$

следует, что им отвечает известная П- или Т-схема замещения линии, где продольное операторное сопротивление  $Z_{\Pi} = Z_B \cdot \text{sh}(\gamma \cdot \ell)$ , а одна из равных поперечных проводимостей выражается формулой  $Y_{\Pi} = (1/Z_B) \cdot \text{th}(\gamma \cdot \ell/2)$ . Пренебрежем потерями и введем  $p = j\omega$ , после чего получим выражение:

$$Z_{\Pi}(j\omega) = j\sqrt{L/C} \cdot \sin(\omega \cdot \ell \cdot \sqrt{L \cdot C}) = j\sqrt{L/C} \cdot \left( \omega \cdot \ell \cdot \sqrt{L \cdot C} - \frac{(\omega \cdot \ell \cdot \sqrt{L \cdot C})^3}{3!} + \dots \right), \quad (2.101)$$

которое свидетельствует, что характер сопротивления (индуктивное или емкостное) зависит не только от длины, но и от частоты переходного процесса  $\omega$ . Такая же зависимость характерна и для проводимости  $Y_{\Pi}(j\omega)$ .

Однако можно сохранить параметры П-схемы частотно-независимыми (например, в виде продольной индуктивности и поперечной емкости), если для заданной учитываемой наивысшей частоты переходного процесса  $\omega_{\max}$  выбрать участок линии такой длины  $\ell_{\max}$ , чтобы можно было пренебречь всеми слагаемыми в (2.101), начиная со второго. Тогда требуемая длина участка линии должна удовлетворять неравенству

$$(\omega_{\max} \cdot \ell_{\max} \cdot \sqrt{L \cdot C})^3 / 3! \ll \omega_{\max} \cdot \ell_{\max} \cdot \sqrt{L \cdot C}; \quad \omega_{\max} \ll \sqrt{6} \cdot v / \ell_{\max}.$$

Для этого часто приходится линию электропередачи представлять в виде последовательно соединенных П- или Т-схем. Рассмотрим такую цепочечную линию электропередачи (рис. 2.65) и на примере расчета переходного процесса ее включения определим необходимое количество звеньев схемы, обеспечивающих заданную точность переходного процесса.

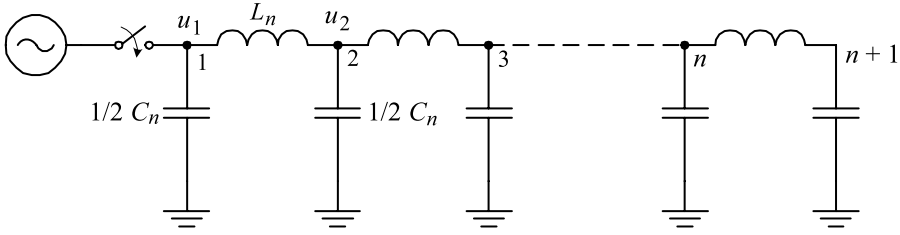


Рис. 2.65

Каждое звено цепочечной схемы представляет собой П-схему замещения линии и характеризуется волновым сопротивлением  $Z_B$  и постоянной распространения  $g$ . Уравнения всей цепной схемы в операторном виде записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} U_1 &= A_{\text{ц}} \cdot U_{n+1} + B_{\text{ц}} \cdot I_{n+1}; \\ I_1 &= C_{\text{ц}} \cdot U_{n+1} + D_{\text{ц}} \cdot I_{n+1}, \end{aligned} \quad (2.102)$$

где  $n$  — число узлов цепной схемы. Постоянные цепной схемы определяются по формулам:

$$\begin{aligned} A_{\text{ц}} &= \text{ch}(n \cdot g); & B_{\text{ц}} &= Z_B \cdot \text{sh}(n \cdot g); \\ C_{\text{ц}} &= (1/Z_B) \cdot \text{sh}(n \cdot g); & D_{\text{ц}} &= A_{\text{ц}}. \end{aligned}$$

Постоянная распространения  $g$  и волновое сопротивление  $Z_B$  являются сложными функциями операторной постоянной  $p$ . Найдем эту связь из двух эквивалентных равенств, написанных для одного звена и режима холостого хода:

$$U_1 = A \cdot U_2;$$

$$U_1 = U_2 + (1/2) \cdot U_2 \cdot p L_n \cdot p C_n, \quad (2.103)$$

где  $A$  — постоянная одного звена;  $L_n$ ,  $C_n$  — параметры одного звена (см. рис. 2.65). Из (2.103)

$$A = \text{ch}(g) = 1 + (1/2) \cdot p^2 \cdot L \cdot C \cdot \ell^2 / n^2, \quad (2.104)$$

где  $\ell$  — длина линии;  $L$ ,  $C$  — погонные параметры линии ( $L_n = L \cdot \ell / n$ ;  $C_n = C \cdot \ell / n$ ).

Для рассматриваемой задачи граничные условия следующие:  $U_1 = E \doteq E_m \cdot \cos(\omega_0 \cdot t)$ ;  $I_{n+1} = 0$ . Тогда, решая (2.102) относительно напряжения в конце цепочечной линии  $U_{n+1} = U_k$ , получим

$$U_k = \frac{E}{A_{\text{ц}}} = \frac{E}{\text{ch}(n \cdot g)} = \frac{p \cdot E_m}{(p^2 + \omega_0^2) \cdot \text{ch}(n \cdot g)} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}, \quad (2.105)$$

$$\text{где } F_1(p) = p \cdot E_m; \quad F_2(p) = (p^2 + \omega_0^2) \cdot \text{ch}(n \cdot g). \quad (2.106)$$

Как и ранее, для нахождения оригинала напряжения необходимо найти корни характеристического уравнения

$$F_2(p) = (p^2 + \omega_0^2) \cdot \text{ch}(n \cdot g) = 0. \quad (2.107)$$

Из (2.107) получаем комплексно-сопряженные корни  $p = \pm j\omega_0$ , отвечающие установившемуся режиму. Определим корни  $p_k = \pm j\beta_k$ , отвечающие свободным колебаниям напряжения, приравнивая нулю сомножитель  $\text{ch}(n \cdot g_k)$  в (2.107). Получим значения  $g_k$ , обращающие в нуль  $F_2(p)$ :

$$g_k = \pm j \left( (2 \cdot k - 1) / n \right) \cdot \pi, \quad k = 1, 2, \dots, \infty.$$

Подставим найденные значения  $g_k$  вместо  $g$  в (2.104), а также заменим  $p = \pm j\beta_k$ . В результате после некоторых преобразований получим частоты свободных колебаний

$$\beta_k = \frac{2 \cdot n}{\ell \cdot \sqrt{L \cdot C}} \cdot \sin \left( \frac{2 \cdot k - 1}{4 \cdot n} \cdot \pi \right). \quad (2.108)$$

Введем, как и ранее, волновые длины  $\lambda_k$  на  $k$ -х собственных частотах колебаний  $\lambda_k = \beta_k \cdot \ell \cdot \sqrt{L \cdot C}$ :

$$\lambda_k = 2 \cdot n \cdot \sin \left( \frac{2 \cdot k - 1}{4 \cdot n} \cdot \pi \right). \quad (2.109)$$

Перейдем к определению амплитуд установившегося напряжения и его свободных составляющих в конце цепочечной схемы. Производная полинома в (2.106)

$$F'_2(p) = (p^2 + \omega_0^2) \cdot n \cdot \text{sh}(n \cdot g) \cdot d g / d p + 2 \cdot p \cdot \text{ch}(n \cdot g), \quad (2.110)$$

где  $d g / d p = p \cdot (L \cdot C \cdot \ell^2 / n^2) \cdot (1 / \text{sh}(g))$  получена дифференцированием по переменной  $p$  (2.104).

Подставляя значения корней  $p = j\omega_0$  и  $p = j\beta_k$  в выражения для  $F_1(p)$  и  $F'_2(p)$  (2.106) и (2.110), а затем в (2.96) для определения амплитуды и фазы установившейся  $U_{\text{вын}}$ ,  $\varphi$  и амплитуд и фаз свободных составляющих напряжения  $u_k$  в конце цепочечной линии  $U_k$ ,  $\varphi_k$  получаем:

$$U_{\text{вын}} = E_m / \text{ch}(n \cdot g) \Big|_{p=j\omega_0} = E_m / \cos(\lambda), \quad \varphi = 0;$$

$$U_k = \frac{(-1)^k \cdot 2 \cdot E_m \cdot n \cdot \sin \left( \frac{2 \cdot k - 1}{2 \cdot n} \right)}{\lambda_k^2 - \lambda}, \quad \varphi_k = 0. \quad (2.111)$$

Таким образом, согласно (2.94), оригинал напряжения в конце цепочечной линии определится суммой вынужденной составляющей напряжения основной частоты  $\omega_0$  и свободными составляющими частот  $\beta_k$ . Число составляющих в сумме зависит от числа звеньев линии:

$$u_k(t) = U_{\text{вын}} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + \sum_{k=1}^n U_k \cdot \cos(\beta_k \cdot t),$$

где  $U_{\text{вын}}$ ,  $U_k$  определяются (2.111).

**Пример 2.** Определить амплитуды свободных составляющих  $U_k$  и волновые длины  $\lambda_k$  для ненагруженной линии длиной 500 км ( $\lambda \approx \pi / 6$ ) при подключении ее к источнику неизменного напряжения и представлении ее различным числом звеньев.

Результаты расчета помещены в таблицу. Для сравнения здесь же приведены волновые длины  $\lambda_k$  и амплитуды свободных колебаний для линии с непрерывно распределенными параметрами ( $n = \infty$ ) (2.98), (2.99).

Волновые длины и амплитуды свободных колебаний в цепочечной схеме замещения линии.

| $n$         | 1          | 2        | 3...     | $\infty$              |
|-------------|------------|----------|----------|-----------------------|
| $\lambda_1$ | $\sqrt{2}$ | 1,53     | 1,55     | $\pi/2 \approx 1,57$  |
| $\lambda_2$ | —          | 3,7      | 4,24     | $3\pi/2 \approx 4,71$ |
| $\lambda_3$ | —          | —        | 5,8      | $5\pi/2 \approx 7,85$ |
| $\vdots$    | $\vdots$   | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$              |
| $U_1$       | -1,16      | -1,37    | -1,41    | -1,43                 |
| $U_2$       | —          | 0,21     | 0,34     | 0,43                  |
| $U_3$       | —          | —        | -0,095   | -0,26                 |
| $\vdots$    | $\vdots$   | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$              |

Прочерки означают, что соответствующая частота (амплитуда) свободного колебания отсутствует.

При замене линии одной П-схемой имеем только одну частоту свободных колебаний  $\beta_1$  ( $\lambda_1$ ), а при замене двумя П-схемами — две  $\beta_1, \beta_2$  ( $\lambda_1, \lambda_2$ ) и т. д.

**Пример 3.** Определить, в каком случае для получения переходного тока в начале линии требуется большее число П- или Т-схем замещения: при включении разомкнутой в конце или короткозамкнутой линии без потерь (рис. 2.66). Сравнение провести для первой собственной частоты.

Для нахождения символических изображений тока в начале линии необходимо изображение э.д.с. разделить на данные входные сопротивления. Следовательно, собственные частоты колебаний определяются из уравнений  $\operatorname{ctg}(\omega \cdot \ell \cdot \sqrt{L \cdot C})$  и  $\operatorname{tg}(\omega \cdot \tau) = 0$ . Первая собственная частота колебаний для разомкнутой линии  $\omega_{1xx} = \pi/(2 \cdot \tau)$ , т. е. меньше, чем в случае короткозамкнутой линии  $\omega_{1кз} = \pi/\tau$ . Таким образом, число П-схем в случае короткозамкнутой линии должно быть больше. Само это число зависит, естественно, еще и от длины линии. В случае короткозамкнутой линии для тока имеется постоянная составляющая ( $\operatorname{tg}(\omega \cdot \tau) = 0$  при  $\omega = 0$ ). Однако по нулевой частоте независимо от длины линии достаточно одной П- (Т-) схемы.

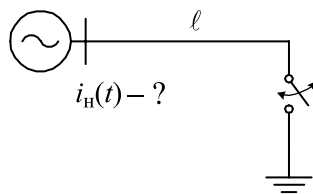


Рис. 2.66

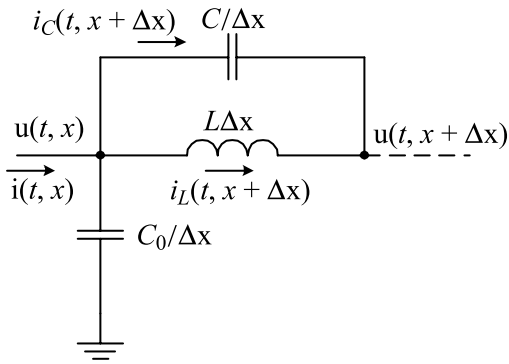


Рис. 2.67

### Расчет переходного процесса при включении прямоугольного импульса напряжения на обмотку трансформатора

Приближенная схема замещения обмотки представлена на рис. 2.67. Здесь параметры  $L$ ,  $C$ ,  $C_0$  — постоянные и отнесены к единице длины обмотки. Обмотка трансформатора представляет собой элемент с непрерывно распределенными параметрами  $L$ ,  $C$ ,  $C_0$ . Для схемы справедлива следующая система дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} L \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial i_L(t, x + \Delta x)}{\partial t} &= u(t, x) - u(t, x + \Delta x); \\ \frac{C}{\Delta x} \cdot \frac{\partial (u(t, x) - u(t, x + \Delta x))}{\partial t} &= i_C(t, x + \Delta x); \\ C_0 \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial u(t, x)}{\partial t} + i_L(t, x + \Delta x) + i_C(t, x + \Delta x) &= i(t, x). \end{aligned} \quad (2.112)$$

Разделим каждое уравнение (2.112) на  $\Delta x$  и найдем предел при  $\Delta x \rightarrow 0$ . Тогда

$$\begin{aligned} L \cdot \frac{\partial i_L(t, x)}{\partial t} &= - \frac{\partial u(t, x)}{\partial x}; \\ C \cdot \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial t \cdot \partial x} &= - i_C(t, x); \\ C_0 \cdot \frac{\partial u(t, x)}{\partial t} &= - \frac{\partial (i_L(t, x) + i_C(t, x))}{\partial x}. \end{aligned} \quad (2.113)$$

Рассмотрим случай включения прямоугольного импульса напряжения в начале обмотки ( $x = 0$ )  $u(t, 0) = E$ , при заземленной  $u(t, \ell) = 0$  или разомкнутой  $i(t, \ell) = 0$  обмотке в ее конце ( $x = \ell$ ) при нулевых начальных условиях.

Решение (2.113) для заданных начальных и граничных условий также представим в виде стоячих волн, однако амплитуды свободных составляющих найдем, используя ряды Фурье, а не по теореме разложения. Определим начальное и конечное распределение напряжения вдоль обмотки:

*Начальное распределение напряжения  $u(0, x)$ :*

Для этого момента времени в (2.113) ток  $i_L(0, x)$  равен нулю, и он не может возникнуть скачком. Тогда вместо второго и третьего уравнения (2.113) получим

$$C \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 u(0, x)}{\partial t \cdot \partial x} \right) = C_0 \cdot \frac{\partial u(0, x)}{\partial t}. \quad (2.114)$$

Интегрируем (2.114) по времени

$$\frac{\partial^2 u(0, x)}{\partial x^2} - \frac{C_0}{C} \cdot u(0, x) = 0. \quad (2.115)$$

Решение (2.115) известно и использовалось ранее в виде

$$u(0, x) = A \cdot e^{\alpha \cdot x} + B \cdot e^{-\alpha \cdot x}, \quad (2.116)$$

где  $\alpha = \sqrt{C_0/C}$ .

Значения постоянных  $A$  и  $B$  определяются граничными условиями:

1. Нейтраль изолирована:  $u(0, 0) = E$ ;  $i(0, \ell) = 0$ .

Вид решения (2.116) и граничные условия те же, что и ранее, когда рассматривалось включение э.д.с. на ненагруженную в конце линию. Следовательно, решение должно иметь вид, аналогичный (2.97), (2.105):

$$u(0, x) = (E/\operatorname{ch}(\alpha \cdot \ell)) \cdot \operatorname{ch}(\alpha \cdot (\ell - x)). \quad (2.117)$$

2. Нейтраль заземлена:  $u(0, 0) = E$ ;  $u(0, \ell) = 0$ .

Находим  $A$  и  $B$  из (2.116), подставляя заданные граничные условия при  $x = 0$ ,  $x = \ell$ :

$$u(0, x) = (E/\operatorname{sh}(\alpha \cdot \ell)) \cdot \operatorname{sh}(\alpha \cdot (\ell - x)). \quad (2.118)$$

При реальных соотношениях параметров обмотки  $\alpha \cdot \ell > 3 \dots 5$ , так что для большей ее части, считая от начала ( $x = 0$ ), распределения (2.117), (2.118) совпадают, т. к.  $e^{-\alpha \cdot \ell} \approx 0$ , и определяются выражением

$$u(0, x) \approx E \cdot e^{-\alpha \cdot \ell}. \quad (2.119)$$

*Конечное распределение напряжения вдоль обмотки трансформатора.*

При приложении к обмотке постоянного напряжения  $E$  из физических соображений следует:

1. Нейтраль изолирована:  $u(\infty, x) = E$ .

2. Нейтраль заземлена:  $u(\infty, x) = E \cdot (\ell - x)/\ell$ .

Используя формулы для начального распределения, можно получить входную емкость трансформатора, которой он может быть представлен в начальные моменты времени. Действительно, входная емкость определяется отношением заряда  $q$  в начале обмотки к напряжению в этой точке  $E$ :  $C_{\text{вх}} = q/E$ . Для определения заряда интегрируем второе уравнение (2.113) по  $t$ ,

т. к.  $q = \int i_C dt$ :

$$-C \cdot \frac{\partial u(0, x)}{\partial x} = q$$

или, используя (2.117) для  $u(0, x)$ :  $C_{\text{вх}} = \alpha \cdot C = \sqrt{C \cdot C_0}$ .

*Переходный процесс изменения напряжения вдоль обмотки трансформатора.*

Для определения напряжения  $u(t, x)$  в любой момент времени дифференцируем вначале третье уравнение (2.113) по времени:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial i_C(t, x)}{\partial x} + \frac{\partial i_L(t, x)}{\partial x} \right) = -C_0 \cdot \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial t^2}.$$

Производную тока  $\partial i_L(t, x)/\partial x$  выразим из первого уравнения (2.113), а производную  $\partial i_C(t, x)/\partial x$  — из второго уравнения, предварительно продифференцировав его по  $x$ :

$$\frac{1}{L} \cdot \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x^2} + \frac{\partial^4 u(t, x)}{\partial t^2 \cdot \partial x^2} = C_0 \cdot \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial t^2}. \quad (2.120)$$

Полученное уравнение решаем с помощью преобразования Лапласа. Введем изображение  $U(p, x) = \mathcal{L}\{u(t, x)\}$ . Учитывая нулевые начальные условия, получим вместо (2.120) дифференциальное уравнение относительно изображения  $U$ :

$$\frac{1}{L} \cdot \frac{d^2 U}{dx^2} + p^2 LC \cdot \frac{d^2 U}{dx^2} - p^2 LC_0 \cdot U = 0$$

или

$$\frac{d^2 U}{dx^2} - \nu^2(p) \cdot U = 0, \quad (2.121)$$

где  $\nu(p) = p^2 LC_0 / (1 + p^2 LC)$ .

Далее рассмотрим случай включения постоянной э.д.с. на обмотку с заземленной нейтралью. Для этих граничных условий решение (2.121) известно (2.118), вместо  $\alpha$  надо подставить  $\nu(p)$ :

$$U = \frac{E}{p} \cdot \frac{\text{sh}(\nu(p) \cdot (\ell - x))}{\text{sh}(\nu(p) \cdot \ell)}. \quad (2.122)$$

Частоты свободных колебаний  $\beta_k$  определим, приравнявая нулю знаменатель (2.122), при известной функциональной связи  $\nu(p) = p^2 LC_0 / (1 + p^2 LC)$ . Окончательно получим

$$\beta_k = \frac{k\pi}{\ell \cdot \sqrt{LC_0 + \left(\frac{k\pi}{\ell}\right)^2 LC}}. \quad (2.123)$$

Решение (2.122) для оригинала

$$u(t, x) = E \cdot \frac{\ell - x}{\ell} + \sum_k U_k \cdot \sin(\mu_k \cdot (\ell - x)) \cdot \cos(\beta_k \cdot t), \quad (2.124)$$

где неизвестными являются амплитуды свободных колебаний  $U_k$ . Наличие множителя  $\sin(\mu_k \cdot (\ell - x))$  в (2.124) следует из (2.122), т. к. значения числителя должны вычисляться при  $\nu_k \cdot \ell = jk \cdot \pi$  или  $\nu_k = jk \cdot \pi / \ell = j\mu_k$ . Амплитуды свободных составляющих напряжения  $U_k$  могут быть определены, если воспользоваться известным начальным распределением напряжения  $u(0, x)$  из (2.118). Тогда из (2.124)

$$E \cdot \frac{\text{sh}(\alpha \cdot (\ell - x))}{\text{sh}(\alpha \cdot \ell)} - E \cdot \frac{\ell - x}{\ell} = \sum_k U_k \cdot \sin(\mu_k \cdot (\ell - x)) = f(\ell - x). \quad (2.125)$$

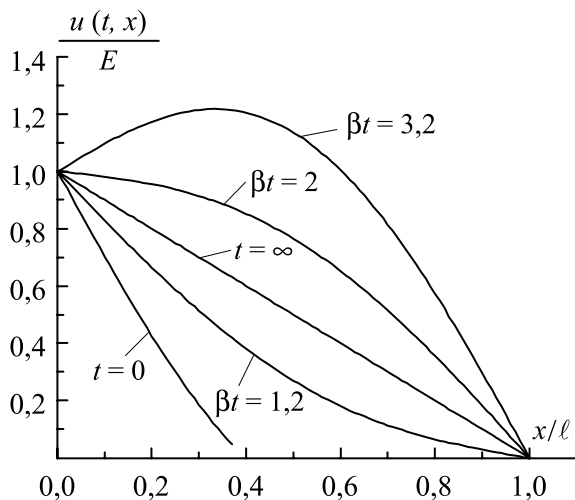


Рис. 2.68

Это выражение представляет собой разложение четной функции  $f(\ell - x)$  в ряд Фурье общего вида:

$$f(t) = \sum_k B_k \cdot \sin(k\omega t). \quad (2.126)$$

где  $B_k = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(t) \cdot \sin(k\omega t) dt$ ,  $\omega = 2 \cdot \pi / T$ .

Выражение (2.125) можно привести к обозначениям (2.126), если  $t = \ell - x$ ;  $\omega = \pi / \ell$ ;  $T = 2 \cdot \ell$ ;  $B_k = U_k$ . Для определения  $U_k$  необходимо вычислить интеграл

$$U_k = \frac{1}{\ell} \cdot E \cdot \int_0^{2\ell} \left( \frac{\text{sh}(\alpha \cdot t)}{\text{sh}(\alpha)} - \frac{t}{\ell} \right) \cdot \sin(k \cdot \pi / \ell) dt.$$

Вычисляя интеграл, после некоторых преобразований

$$U_k = \frac{2 \cdot E}{k \cdot \pi} \cdot \frac{(-1)^k}{1 + (k \cdot \pi / \ell)^2 \cdot C / C_0}. \quad (2.127)$$

Пример графического расчета переходного процесса по (2.124) с амплитудами, вычисленными по (2.127), показан на рис. 2.68 ( $C/C_0 = 0$ ,  $k = 1$ ).



### Часть 3. ДАЛЬНИЕ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

---

#### ВВЕДЕНИЕ

Нормальные и аварийные режимы дальних электропередач переменного тока имеют существенные особенности, которые их отличают от относительно коротких линий длиной 300...400 км. Основными проблемами дальних электропередач переменного тока считаются следующие: трудность достижения достаточно высокого к.п.д. в расчетных режимах; обеспечение допустимого уровня напряжения в промежуточных точках линии в длительных и кратковременных режимах; обеспечение требуемого запаса статической и динамической устойчивости и получение приемлемой величины пропускной способности электропередачи с учетом всех этих ограничений. В последние годы создание мощных дальних и сверхдальних электропередач становится еще более актуальной задачей. Это вызвано, в первую очередь, стремлением использовать экологически относительно чистые источники энергии типа гидроэлектростанций и приливных электрических станций, как правило, находящихся в значительном удалении от основных потребителей (в том числе и на разных континентах). Весьма важной задачей является также образование мощных параллельных связей между энергосистемами различных регионов, стран и континентов для снижения общей установленной мощности электростанций и увеличения надежности систем электроснабжения. Проекты таких сверхдальних электропередач рассматриваются, как правило, на постоянном токе. Электропередачи постоянного тока оказываются весьма дорогостоящими объектами как по сооружению, так и в эксплуатации. Однако, многолетний опыт параллельной работы объединенной электрической системы нашей страны на переменном токе показывает, что возможности переменного тока далеко не исчерпаны. В этой связи в пособии не только рассматриваются проблемы дальних электропередач переменного тока, но и даются идеи ряда новых технических решений, позволяющих преодолеть технические трудности длинных линий переменного тока доступными средствами и создать серьезную конкуренцию электропередачам постоянного тока.

В заключение рассмотрим примеры, иллюстрирующие особенности анализа некоторых режимов длинных линий переменного тока.

**Пример 1.** Найти зависимость тока в начале линии электропередачи  $\dot{I}_H$  от ее длины для схемы (рис. 3.1) при известных погонных первичных параметрах линии  $x = \omega_0 \cdot \ell$ ,  $b = \omega_0 \cdot C$ , вторичных  $Z_B$ ,  $\lambda$ , и напряжении источника питания  $U_H$ .

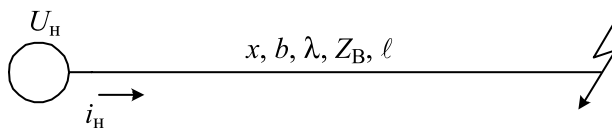


Рис. 3.1

При неучете распределенности параметров линии ее схема замещения имеет вид сосредоточенного индуктивного сопротивления  $X_{\text{л}} = x \cdot \ell$ , включенного между источником  $U_H$  и точкой нулевого потенциала. Тогда ток  $\dot{I}_H$  равен

$$\dot{I}_H = U_H / (jx \cdot \ell), \quad (3.1)$$

т. е. ток в начале линии убывает обратно пропорционально длине линии.

Рассмотрим теперь ту же задачу, но с учетом волновых свойств линии. В этом случае, как известно, входное сопротивление короткозамкнутой линии относительно источника:

$$\dot{Z}_{\text{вх}} = jZ_B \cdot \text{tg}(\lambda),$$

где  $Z_B = \sqrt{L/C}$ ,  $\lambda = \omega_0 \cdot \ell \cdot \sqrt{L \cdot C}$  и искомый ток равен

$$\dot{I}_H = \frac{U_H}{jZ_B \cdot \text{tg}(\lambda)}. \quad (3.2)$$

На основании (3.2) зависимость тока от длины линии отличается от (3.1) количественно и даже качественно. Так из (3.2) следует, что с ростом длины в диапазоне  $0 \leq \ell \leq 1500$  км ( $0 \leq \lambda \leq 90^\circ$ ) ток снижается до нуля, а далее с ростом длины в диапазоне  $1500 \leq \ell \leq 3000$  км ( $90^\circ \leq \lambda \leq 180^\circ$ ) он снова растет. Конечно, в диапазоне длин  $0 \leq \ell \leq 300 \div 400$  км различие между (3.1) и (3.2) не столь велико, что позволяет использовать (3.1) в повседневной практике. Это следует из несложного преобразования при  $\text{tg}(\lambda) \approx \lambda$

$$Z_B \cdot \text{tg}(\lambda) \approx Z_B \cdot \lambda = Z_B \cdot \omega_0 \cdot \ell \cdot \sqrt{L \cdot C} = \sqrt{L/C} \cdot \omega_0 \cdot \ell \cdot \sqrt{L \cdot C} = \omega_0 \cdot L \cdot \ell = x \cdot \ell.$$

Использование для анализа установившихся режимов уравнений длинной линии (и схемы замещения, отвечающей этим уравнениям) физически означает учет конечной скорости распространения электромагнитной волны вдоль линии, что в (3.1) не учитывалось (предполагалась скорость распространения бесконечно большой).

**Пример 2.** С использованием решения уравнений длинной линии в виде «бегущих волн» (справедливого для анализа установившихся и переходных процессов) определить установившийся ток в начале и конце линии в схеме рис. 3.1 для линии длиной  $\ell = 1500$  км.

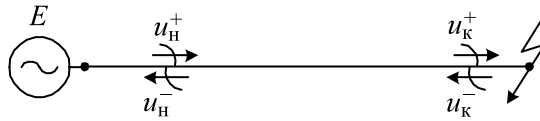


Рис. 3.2

Введем обозначения (см. рис. 3.2):  $u_H^+$ ,  $u_H^-$ ,  $u_K^+$ ,  $u_K^-$  — прямые (+) и обратные (-) волны напряжения в начале и конце линии; прямые и обратные волны токов в начале и конце линии, а также связь между волнами напряжений и токов:  $u_H^+ = Z_B \cdot i_H^+$ ,  $u_H^- = -Z_B \cdot i_H^-$ ,  $u_K^+ = Z_B \cdot i_K^+$ ,  $u_K^- = -Z_B \cdot i_K^-$ .

В качестве волны  $u_H^+$  возьмем произвольной величины синусоидальное напряжение частоты  $\omega_0$ , отвечающей частоте установившегося режима (рис. 3.3).

Волна напряжения  $u_K^+$  повторяет по форме  $u_H^+$ , но запаздывает относительно нее на  $90^\circ$  (время пробега волной от начала линии до к.з. —

$$\tau = \ell/v_c = 1500/300000 = 0,005 \text{ сек}).$$

Волна напряжения  $u_K^-$  равна  $u_K^+$ , но противофазна ей, что следует из граничного условия в конце линии  $u_K^+ + u_K^- = u_K = 0$ . И, наконец, волна напряжения  $u_H^-$  повторяет  $u_K^-$ , но со сдвигом в  $90^\circ$ . Таким образом, получаем  $u_H = u_H^+ + u_H^- = 2 \cdot u_H^+$ , или по заданному напряжению  $u_H$  волну  $u_H^+ = u_H/2$ . Волна тока  $i_H^+$  совпадает по фазе с  $u_H^+$  (рис. 3.3), а волна  $i_H^- = -u_H^-/Z_B$  — в противофазе с  $u_H^-$ . Сумма токов  $i_H^+ + i_H^- = i_H = 0$ , что подтверждает (3.2). Хотя ток в начале линии равен нулю ( $i_H = 0$ ), ток в конце линии —  $i_K = u_H/Z_B \neq 0$ , что невозможно получить по схеме замещения, отвечающей выражению (3.1).

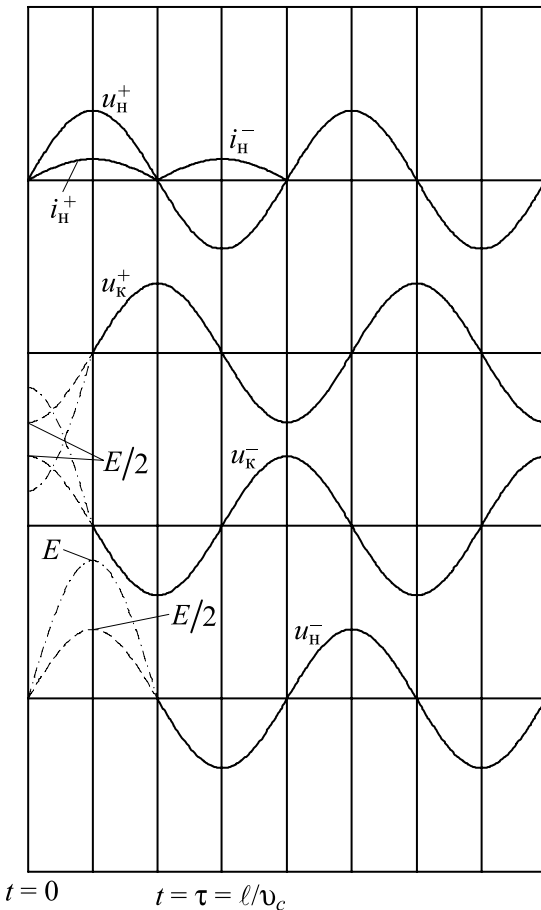


Рис. 3.3

Пунктирными линиями на рис. 3.3 дорисованы волны  $u_K^+$ ,  $u_K^-$ ,  $u_H^-$  т. к. по условию задачи мы анализировали установив-

шийся режим, когда в момент начала рассмотрения ( $t = 0$ ) все волны имели их установившиеся значения.

Заметим, что переходный процесс включения такой линии отличается от установившегося только в начальной части (см. штрих-пунктирные линии). Это следует из рассмотрения условия  $u_H^+ + u_H^- = u_H = E$ , когда  $u_H^-$  в течение времени  $t = 0,01$  сек после включения ( $t = 0$ ) равно нулю и тогда  $u_H^+ = E$ , а не  $0,5E$  как в установившемся режиме.

## Глава 1. ПОТЕРИ АКТИВНОЙ МОЩНОСТИ В ДАЛЬНИХ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧАХ

Коэффициент полезного действия электропередачи

$$\eta = 1 - \frac{\Delta P_R}{P} - \frac{\Delta P_K}{P} - \frac{\Delta P_T}{P},$$

где  $\Delta P_R$ ,  $\Delta P_K$  и  $\Delta P_T$  — потери на нагрев, корону и в трансформаторах;  $P$  — передаваемая мощность.

Относительные потери на нагрев

$$\frac{\Delta P_R}{P} = \frac{3 \cdot I^2 \cdot \ell / F}{3 \cdot I \cdot U_\phi} = \frac{I \cdot \rho \cdot \ell / F}{U_\phi} = \frac{J \cdot F \cdot \rho \cdot \ell / F}{U_\phi} = \frac{J \cdot \rho \cdot \ell}{U_\phi},$$

где  $\rho = 28,3$  Ом·мм<sup>2</sup>/км — удельное активное сопротивление проводов;  $J$  — плотность тока;  $I$  — ток в линии;  $\ell$  — длина линии;  $U_\phi$  — фазовое напряжение. Как видно, относительные потери на нагрев зависят от плотности тока, длины и напряжения воздушной линии.

Таким образом, к.п.д.

$$\eta = 1 - \frac{J \cdot \rho \cdot \ell}{P} - \frac{\Delta P_K}{P} - \frac{\Delta P_T}{P}. \quad (3.3)$$

При правильно выбранной конструкции фаз линии  $\Delta P_K/P$  составляет  $0,005 \div 0,01$  на каждую тысячу километров линии [12] ( $\Delta P_K/P = (0,5 \div 1,0) \cdot 10^{-5} \cdot \ell$ ). Отношение  $\Delta P_T/P \approx 0,01$ . Таким образом, удержать к.п.д. в приемлемых пределах при увеличении длины линии можно лишь путем увеличения номинального напряжения

$$U_{\text{ном}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \rho \cdot J \cdot I}{0,99 - \eta - (0,5 \div 1,0) \cdot 10^{-5} \cdot \ell}.$$

Например, пусть  $\eta = 0,85$ ,  $J = 0,7$  А/мм<sup>2</sup>,  $\Delta P_K/P = 0,005$ . Тогда при  $\ell = 2000$  км —  $U_{\text{ном}} = 490$  кВ, при  $\ell = 3000$  км —  $U_{\text{ном}} = 735$  кВ и при  $\ell = 4000$  км —  $U_{\text{ном}} = 980$  кВ.

Для сверхдальних электропередач переменного тока, как будет видно из дальнейшего, расчетным является режим передачи мощности, близкой к натуральной. Таким образом, расчетная передаваемая мощность может быть оценена из известного соотношения

$$P = \frac{U_{\text{ном}}^2}{Z_B},$$

где  $Z_B$  — волновое сопротивление линии электропередачи, равное для традиционных конструкций ВЛ  $Z_B = 250 \div 400$  Ом. Для компактных ВЛ волновое сопротивление может быть ниже (см. гл. 9 этой части).

Увеличение к.п.д. в (3.3) за счет снижения потерь на нагрев может быть осуществлено как снижением плотности тока, так и повышением рабочего напряжения линии. Однако технически более целесообразным является повышение рабочего напряжения линии, т. к. при этом натуральная (передаваемая) мощность возрастает пропорционально квадрату напряжения. Снижением же плотности тока (увеличением числа проводов в фазе) можно в лучшем случае (см. гл. 9 этой части) добиться увеличения натуральной мощности пропорционально увеличению числа составляющих (снижением волнового сопротивления).

Передача мощности по линиям больших длин наталкивается на ряд серьезных технических проблем. Одной из таких проблем является снижение к.п.д. при передаче малых мощностей. Ниже будет показана перспективность построения схем дальних электропередач с управляемыми шунтирующими реакторами (УШР), установленными в промежуточных точках линии. Покажем, что в таких схемах можно существенно повысить к.п.д. электропередачи в режимах нагрузок меньших натуральной мощности.

Рассмотрим схему электропередачи с одним промежуточным неуправляемым шунтирующим реактором — ШР (рис. 3.4). Будем считать модули напряжений по концам одинаковыми и угловой сдвиг равным нулю  $U_1 = U_2 = U$  (режим нулевой нагрузки). Кроме того, найдем распределение тока и напряжения вдоль нее без учета активных потерь в линии, не будем также учитывать потери в реакторе.

При сделанных допущениях распределения тока и напряжения симметричны относительно средней точки, ток в середине линии  $I_{cp}$  равен половине тока реактора (см. рис. 3.4) и схема с двухсторонним питанием может быть представлена в виде двух с односторонним питанием, каждая из которых нагружена на реактор с проводимостью  $b_p/2$ . Предположим также, что мощность реактора выбрана такой, чтобы напряжение в средней точке линии было бы равно питающему  $U_{cp} = U$ . Для такого случая получена формула

распределения напряжения (см. 3.34), которую мы используем ниже в (3.4):

$$U_x = U \cdot \frac{\cos(\lambda/4 - \lambda_x)}{\cos(\lambda/4)}, \quad (3.4)$$

С помощью соотношения (2.66) можно получить распределение тока

$$i_x = j \frac{U_{cp}}{Z_B} \cdot \frac{\sin(\lambda/4 - \lambda_x)}{\cos(\lambda/4)}. \quad (3.5)$$

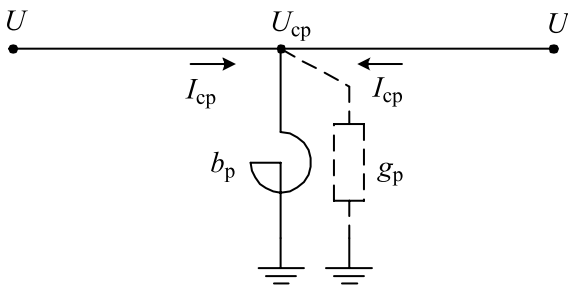


Рис. 3.4

Потери активной мощности на двух участках линии в режиме холостого хода равны

$$\Delta P_{R_{xx}} = 2 \cdot \int_0^{\ell/2} 3 \cdot |\dot{I}_x|^2 \cdot R \cdot d\ell_x = 6 \cdot R \cdot \frac{U_c}{\omega} \cdot \int_0^{\ell/2} |\dot{I}_x|^2 \cdot d\ell_x, \quad (3.6)$$

где  $R$  — погонное активное сопротивление фазы. Подставим в (3.6) выражение модуля тока  $|\dot{I}_x|$  из (3.5). Получим

$$\Delta P_{R_{xx}} = \frac{3 \cdot U^2}{Z_B^2} \cdot R \cdot \ell \cdot \frac{1 - \sin(\lambda/2)/(\lambda/2)}{1 + \cos(\lambda/2)}. \quad (3.7)$$

В режиме передачи натуральной мощности напряжение и ток вдоль линии по модулю одинаковы и равны  $U_x = U$ ,  $I_x = U/Z_B$ , а потери активной мощности (при нулевой реактивной мощности, потребляемой реактором)

$$\Delta P_{R_{нат}} = 3 \cdot I^2 \cdot R \cdot \ell = 3 \cdot \frac{U^2}{Z_B^2} \cdot R \cdot \ell.$$

Таким образом, относительные потери мощности в режиме холостого хода на линии с реактором (по отношению к потерям на нагрев при передаче натуральной мощности) равны

$$\left. \frac{\Delta P_{R_{xx}}}{\Delta P_{R_{нат}}} \right|_{b_p=0} = \frac{1 - \sin(\lambda/2)/(\lambda/2)}{1 + \cos(\lambda/2)}. \quad (3.8)$$

Аналогично можно получить формулу для относительных потерь в линии без реактора, используя формулу для распределения напряжения (3.25). В результате будем иметь

$$\left. \frac{\Delta P_{R_{xx}}}{\Delta P_{R_{ном}}} \right|_{b_p=0} = \frac{1 - \sin(\lambda)/\lambda}{1 + \cos(\lambda)}. \quad (3.9)$$

Например, по формуле (3.9) имеем для  $\ell = 600$  и  $1200$  км (без реактора)  $\Delta P_{R_{xx}} / \Delta P_{R_{нат}}|_{b_p=0} = 0,04$  и  $0,187$ , а по формуле (3.8) (с реактором):  $\Delta P_{R_{xx}} / \Delta P_{R_{ном}}|_{b_p \neq 0} = 0,008$  и  $0,016$ . Для случая реактированной линии длиной  $1200$  км предполагается, что она составлена из двух участков вида рис. 3.4 каждый длиной по  $600$  км. Таким образом, потери холостого хода на нагрев для линии  $1200$  км без реакторов составляют почти  $20\%$  от потерь при передаче натуральной мощности, а при той же длине с двумя реакторами — на порядок меньше.

Наличие потерь активной мощности в реакторах, естественно, снижает их положительное влияние на уменьшение потерь мощности в линии при малых нагрузках электропередачи, однако, это влияние остается существенным.

**Пример 1.** Определить относительные потери холостого хода для линии без реакторов длиной  $\ell = 2000$  км и объяснить полученный результат.

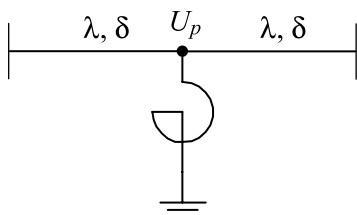
По формуле (3.9) получаем  $\Delta P_{R_{xx}} / \Delta P_{R_{ном}} \big|_{b_p=0} = 1,17$ .

Таким образом, потери активной мощности в режиме холостого хода превышают потери в режиме передачи натуральной мощности. Это объясняется тем, что в режиме холостого хода, осуществляемого путем включения питающих напряжений по концам линии в фазе друг с другом, ток в такой линии в ряде ее точек становится больше натурального тока (и напряжение в средней точке также превышает напряжения по ее концам). Так, ток в начале линии может быть определен по уравнению (через ток и напряжение ее середины)  $I_H = I_{cp} \cdot \cos(\lambda/2) + U_{cp} / Z_B \cdot \sin(\lambda/2) = U_{cp} / Z_B \cdot \sin(\lambda/2)$ , т. к.  $I_{cp} = 0$ . Напряжение в средней точке линии согласно (3.4) при  $\alpha_p = 0$  равно  $U_{cp} = U / \cos(\lambda/2)$ .

Окончательно  $I_H = U / Z_B \cdot \sin(\lambda/2) \cdot \cos(\lambda/2) = 1,73 \cdot U / Z_B = 1,73 \cdot I_{нат}$ .

Как, будет видно из дальнейшего, для однородных линий (без реакторов или других средств компенсации) длиной  $\ell > 1500$  км целесообразным является режим холостого хода при угле между напряжениями по ее концам равным  $180^\circ$ .

**Пример 2.** Сравнить величины потерь активной мощности в схеме электропередачи с реакторами (ШР и УШР) при передаче натуральной мощности и параметрах схемы:



длина участка ВЛ  $l = 250$  км ( $\lambda = 15^\circ$ ), класс напряжения линии — 500 кВ, реакторы выбраны на компенсацию 50 % зарядной мощности обоих участков, напряжения по концам электропередачи равны номинальному значению. Базовые единицы:  $U_6 = U_{ном}$ ,  $z_6 = z_B$  — волновое сопротивление ВЛ.

Определим угол  $\delta$  на участке линии и напряжение в точке подключения реактора  $U_p$  при передаче мощности равной натуральной  $P^* = 1$ , для чего с помощью табл. 3.1 (схема 10), найдем параметр  $\dot{B}_3$ . Получим:

$$\dot{B}_3 = jz_B \sin 2\lambda + jb_p \sin^2 \lambda.$$

Мнимая часть параметра  $\dot{B}_3$  в относительных единицах:

$$B_3^{**} = \sin 2\lambda + b_p^* \sin^2 \lambda,$$

где  $b_p^*$  проводимость реактора в относительных единицах

$$b_p^* = 2 \operatorname{tg} \frac{\lambda}{2} = 2 \operatorname{tg} 7,5^\circ = 0,26.$$

$$B_{\vartheta}^{**} = \sin 2 \cdot 15^{\circ} + 0,26 \sin^2 15^{\circ} = 0,52.$$

Определим угол  $\delta$  на участке:

$$P^* = \sin \frac{2\delta}{B_{\vartheta}^{**}} = \sin \frac{2\delta}{0,52} = 1, \text{ откуда } \delta = 15,7^{\circ}.$$

Определим напряжение в месте установки реактора —  $U_p^*$

$$P^* = 1 = \frac{U_p^*}{\sin \lambda} \sin \delta = \frac{U_p^*}{\sin 15^{\circ}} \sin 15,7^{\circ}, \text{ откуда } U_p^* = 0,955.$$

Найдем реактивную мощность, потребляемую реактором (из угловых характеристик мощности):

$$Q_p^* = 2 \frac{U_p^*}{\sin \lambda} (\cos \delta - U_p^* \cos \lambda) = 2 \frac{0,955}{\sin 15^{\circ}} (\cos 15,7^{\circ} - 0,955 \cdot \cos 15^{\circ}) = 0,29$$

$$(Q_p = 260 \text{ МВАр}).$$

Потери активной мощности на длине  $\lambda$ :

$$\Delta P_p^* = \frac{P^{*2} + (Q_p^*/2)^2}{U_p^{*2}} r_{\lambda}^*,$$

где  $r_{\lambda}^* = \frac{\eta_0}{n} l \frac{1}{z_B} = \frac{0,1}{3} 250 \frac{1}{250} = 0,033$ . Число проводов в фазе  $n$  принято равным 3,

погонное активное сопротивление  $r_0 = 0,1$  Ом/км,  $z_B = 250$  Ом. Тогда

$$\Delta P_p^* = \frac{1^2 + (0,145)^2}{(0,955)^2} 0,033 = 0,037.$$

При установке УШР получим:

$$\Delta P_{\text{УШР}}^* = \frac{1^2 + 0^2}{1^2} 0,033 = 0,033.$$

Различия в потерях в именованных единицах (на длину  $2\lambda$ ):

$$\Delta R_{\text{ШР}} - \Delta R_{\text{УШР}} = 2 \cdot 900 \cdot (0,037 - 0,033) = 7,2 \text{ МВт}.$$

Потери активной мощности в ШР из расчета 0,5 МВт на 3 фазы, потерями в УШР в режиме передачи натуральной мощности пренебрежем. Итак различия в потерях:

$$\Delta R_{\text{ШР}} - \Delta R_{\text{УШР}} = 7,2 + 0,5 = 7,7 \text{ МВт}.$$

## Глава 2. РЕЖИМ ХОЛОСТОГО ХОДА ДАЛЬНИХ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧ

Режимы холостого хода являются, как правило, определяющими при выборе компенсирующих устройств, обеспечивающих на электропередаче заданный режим напряжений, причем не только в конечных точках ее присыкания, но и по всей длине.

**а) Режим одностороннего питания (рис. 3.5).** Для этой схемы воспользуемся общим выражением (2.18)



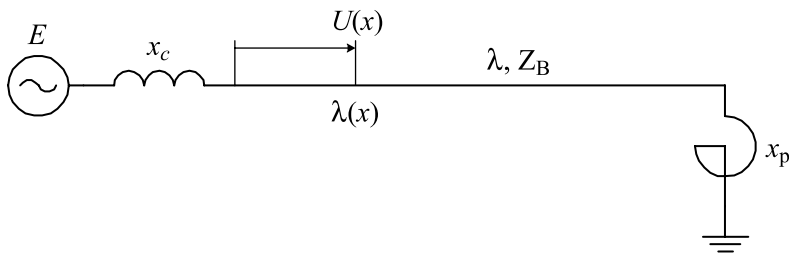


Рис. 3.5

$$U(x) = E \cdot \frac{\cos(\alpha_c) \cdot \sin(\lambda - \lambda_x + \alpha_p)}{\sin(\lambda + \alpha_c + \alpha_p)}, \quad (3.17)$$

но вначале рассмотрим более простой случай  $x_c = 0$  ( $\alpha_c = 0$ ) и  $x_p = \infty$  ( $\alpha_p = \pi/2$ ), вместо (3.17) будем иметь

$$U(x) = E \cdot \frac{\cos(\lambda - \lambda_x)}{\cos(\lambda)}. \quad (3.18)$$

Из выражения (3.18) следует, что наибольшее напряжение на линии с волновой длиной  $\lambda$   $I_H = U/Z_B \cdot \sin(\lambda/2) \cdot \cos(\lambda/2) = 1,73 \cdot U/Z_B = 1,73 \cdot I_{\text{нат}}$  будет в ее конце, что следует из следующих соотношений:

$$\cos(\lambda - \lambda_{x_{\max}}) = 1, \quad \lambda - \lambda_{x_{\max}} = 0 \quad \text{или} \quad \lambda_{x_{\max}} = \lambda. \quad (3.19)$$

Величина наибольшего значения напряжения определяется выражением

$$U|_{\lambda_{x_{\max}}} = \frac{E}{\cos(\lambda)}. \quad (3.20)$$

Для линий длиной  $\pi \leq \lambda \leq 2\pi$  наибольшее значение напряжения будет в точках  $\lambda_{x_{\max}}$ , определенных следующими соотношениями

$$\cos(\lambda - \lambda_{x_{\max}}) = -1, \quad \lambda - \lambda_{x_{\max}} = \pi \quad \text{или} \quad \lambda_{x_{\max}} = \lambda - \pi. \quad (3.21)$$

Величина этого напряжения также находится по формуле, аналогичной (3.20)

$$U|_{\lambda_{x_{\max}}} = E \cdot \frac{\cos(\lambda - \lambda + \pi)}{\cos(\lambda)} = -\frac{E}{\cos(\lambda)}. \quad (3.22)$$

На рис. 3.6 приведена зависимость наибольшего значения напряжения в конце линии от ее длины, где с ростом длины в диапазоне  $0 \leq \lambda \leq \pi/2$  напряжение растет, а далее в диапазоне длин  $\pi/2 \leq \lambda \leq \pi$  — падает. Здесь характерными являются две длины линии  $\ell_1 = 1500$  км ( $\lambda_1 = \pi/2$ ) и  $\ell_2 = 3000$  км ( $\lambda_2 = \pi$ ). В первом случае имеет место, так называемый, четвертьволновый резонанс, когда напряжение в конце линии достигает бесконечно большого значения. С ростом волновой длины линии сверх  $\lambda = \pi/2$  напряжение в конце меняет фазу на противоположную по отношению к напряжению в начале и уменьшается вплоть до  $U_k/E = -1$  (для случая полуволновой линии  $\lambda = \pi$ ).

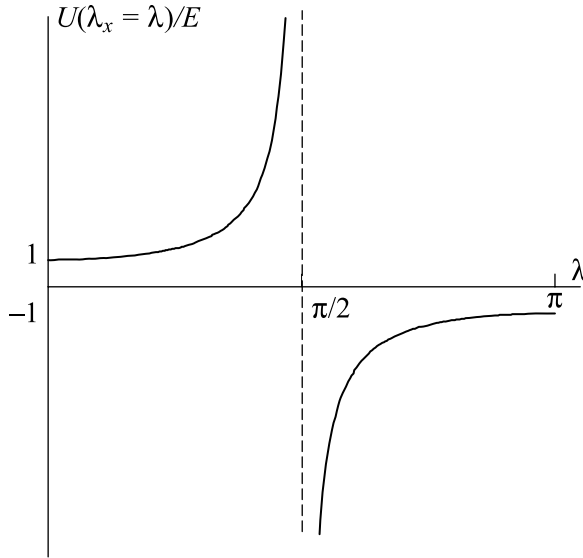


Рис. 3.6

Нули распределения напряжения  $U(x)$  определяются следующим образом

$$\cos(\lambda - \lambda_{x_0}) = 0, \quad \lambda - \lambda_{x_0} = \pi/2 \quad \text{или} \quad \lambda_{x_0} = \lambda - \pi/2, \quad (3.23)$$

т. е. нули имеют место только для линий длиной  $\lambda > \pi/2$ .

**б) Режим двухстороннего питания (рис. 3.7).** Воспользуемся формулой (2.21), предварительно преобразовав ее для двух значений угла  $\delta$  на линии  $\delta = 0, \delta = \pi$ . Оба этих угла при данных условиях отвечают режиму передачи нулевой активной мощности, однако более благоприятные распределения напряжения и тока вдоль линии имеют место для длин линии в диапазоне  $0 \leq \lambda < \pi/2$ , если  $\delta = 0$ , и для линий в диапазоне  $\pi/2 < \lambda \leq (3/2) \cdot \pi$ , если  $\delta = \pi$ .

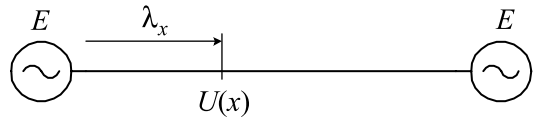


Рис. 3.7

Таким образом, после несложных преобразований получим:

$$1) \text{ случай } \delta = 0 \text{ — } U(x) = E \cdot \frac{\cos(\lambda/2 - \lambda_x)}{\cos(\lambda/2)}; \quad (3.25)$$

$$2) \text{ случай } \delta = \pi \text{ — } U(x) = E \cdot \frac{\sin(\lambda/2 - \lambda_x)}{\sin(\lambda/2)}; \quad (3.26)$$

Очевидно, в обоих случаях распределение напряжения будет симметрично относительно середины линии.

Вернемся к случаю  $\delta = 0$ . Наибольшее напряжение будет в середине линии, т. к. из (3.25) следует

$$\lambda/2 - \lambda_{x_{\max}} = 0 \quad \text{или} \quad \lambda_{x_{\max}} = \lambda/2. \quad (3.27)$$

Величина этого напряжения

$$U_{\lambda/2} = \frac{E}{\cos(\lambda/2)}. \quad (3.28)$$

Нуль распределения будет иметь место, когда  $\lambda/2 - \lambda_{x_0} = \pi/2$  или

$$\lambda_{x_0} = \lambda/2 - \pi/2. \quad (3.29)$$

Таким образом, линии длиной  $0 \leq \ell \leq 1500$  км ( $\lambda \leq \pi/2$ ), работающие в режиме холостого хода при  $\delta = 0$ , нулей распределения напряжения не имеют.

Для линий длиной  $\lambda > \pi/2$  распределение напряжения следует рассматривать по (3.26) ( $\delta = \pi$ ). Максимальное значение распределения имеет место, когда

$$\sin(\lambda/2 - \lambda_{x_{\max}}) = 1, \quad \lambda/2 - \lambda_{x_{\max}} = \pi/2 \quad \text{или} \quad \lambda_{x_{\max}} = \lambda/2 - \pi/2 \quad (3.30)$$

(ввиду симметрии распределения относительно середины, второй максимум находится из соотношения  $\lambda/2 - \lambda_{x_{\max}} = -\pi/2$ ,  $\lambda_{x_{\max}} = \lambda/2 + \pi/2$ ). Наибольшее значение напряжения в этих точках по модулю

$$\left| U_{\lambda_{x_{\max}}} \right| = \left| \frac{E}{\sin(\lambda/2)} \right|. \quad (3.31)$$

При  $\lambda_{x_{\max}} < 0$  распределение максимумов не имеет (см. рис. 3.10 для  $\ell = 2000$  км). Таким образом, для линий в диапазоне длин ( $\pi/2 < \lambda \leq \pi$ ) на-

пряжение вдоль них всюду меньше напряжения источников ( $\frac{U/\lambda_{x_{\max}}}{E} < 1$ , рис. 3.10). Для длин  $\lambda > \pi$  напряжение в промежуточных точках снова растет (рис. 3.10).

Для линий в диапазоне длин  $\pi/2 < \lambda < (3/2) \cdot \pi$  нуль распределения имеет место при

$$\lambda_{x_0} = \lambda/2. \quad (3.32)$$

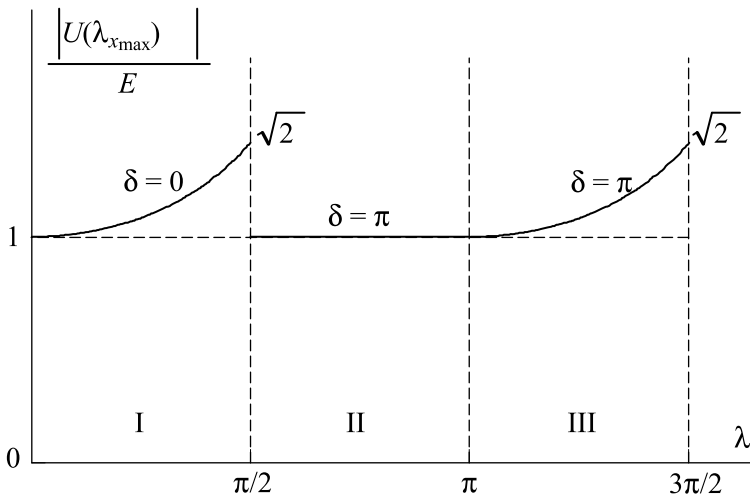


Рис. 3.8

Зависимость напряжения в той точке линии, где напряжение достигает максимума от длины приведена на рис. 3.8.

Здесь, в интервале длин I, максимум напряжений имеет место в середине линии, нулей нет; во II интервале максимумов нет, нуль в середине; в III интервале максимумы в точках  $\lambda_{x_{\max}} = \lambda/2 \pm \pi/2$ , нуль в середине.

**в) Режим одностороннего питания с реактором на конце** (см. рис. 3.5). Для этой схемы положим в формуле (3.17)  $x_p \neq \infty$  ( $\alpha_p \neq \pi/2$ ), но  $x_c = 0$  ( $\alpha_c = 0$ ), получим

$$U(x) = E \cdot \frac{\sin(\lambda - \lambda_x + \alpha_p)}{\sin(\lambda + \alpha_p)}. \quad (3.33)$$

Рассмотрим частный случай, когда необходимо выбрать такой реактор, который обеспечит  $U(x = \ell)/E = 1$ , т. е. напряжение в конце линии, равное напряжению источника питания  $E$ . Имеем из (3.33)  $\sin(\alpha_p) = \sin(\lambda + \alpha_p)$  или  $2 \cdot \cos((\alpha_p + \lambda + \alpha_p)/2) \cdot \sin((\alpha_p - \lambda - \alpha_p)/2) = 0$ , откуда  $\cos(\alpha_p + \lambda/2) = 0$  и  $\alpha_p = \pi/2 - \lambda/2$ . Подставив выражение для  $\alpha_p$  в (3.33), имеем

$$U(x) = E \cdot \frac{\sin(\lambda - \lambda_x + \pi/2 - \lambda/2)}{\sin(\lambda + \pi/2 - \lambda/2)} = E \cdot \frac{\cos(\lambda/2 - \lambda_x)}{\cos(\lambda/2)}, \quad (3.34)$$

т. е. получаем в точности такое же распределение напряжения, как в линии с двухсторонним питанием (3.25). Аналогично можно показать, что для линий длиной  $\lambda > \pi/2$ , для которых в режиме холостого хода  $\delta = \pi$  ( $U(x = \ell)/E = -1$ ), выбор реактора, обеспечивающего указанное напряжение в конце линии, можно произвести по формуле

$$\alpha_p = \pi - \lambda/2, \quad (3.35)$$

при этом распределение напряжения в точности совпадает с (3.26), как для линии с двухсторонним питанием и  $\delta = \pi$ ,

$$U(x) = E \cdot \frac{\sin(\lambda/2 - \lambda_x)}{\sin(\lambda/2)}. \quad (3.36)$$

Рассмотрим ряд примеров, иллюстрирующих приведенные выше закономерности распределения напряжений вдоль длинных линий.

**Пример 1.** Построить распределения напряжения вдоль линий длиной  $\ell_1, \dots, \ell_5 = 500, 1000, 2000, 3000, 4000$  км ( $\lambda_1, \dots, \lambda_5 = 30, 60, 120, 180, 240^\circ$ ) при их одностороннем питании в режиме холостого хода.

Распределения напряжения для всех длин строим по (3.18). Для линий длиной  $\ell_1, \dots, \ell_4$  максимальное напряжение согласно (3.19) будет в ее конце, и оно определяется формулой (3.20). Нули распределений будут для длин  $\ell_3, \dots, \ell_5$  равны соответственно (3.23):  $\lambda_{x_0} = 30^\circ$  ( $1/4 \cdot \lambda_3$ );  $\lambda_{x_0} = 90^\circ$  ( $1/2 \cdot \lambda_4$ ) и  $\lambda_{x_0} = 150^\circ$  ( $0,625 \cdot \lambda_5$ ). Для линии длиной  $\lambda_5 = 240^\circ$  ( $\lambda_5 > 180^\circ$ ) согласно (3.21) максимальное напряжение будет в точке  $\lambda_{x_{\max}} = 240 - 180 = 60^\circ$  ( $1/4 \cdot \lambda_5$ ). Величина этого напряжения из (3.23) равна

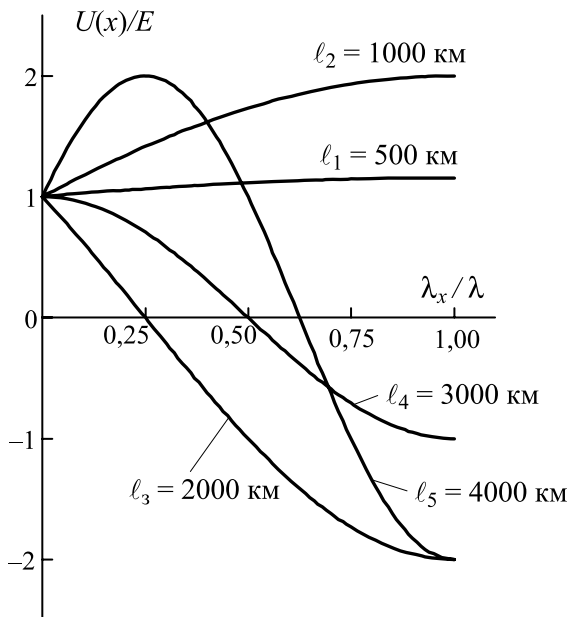


Рис. 3.9

длиной  $\ell_1 = 1000$  км максимальное напряжение будет в ее середине (3.27), и оно определяется по (3.28). Максимальные значения напряжения для линий длиной  $\ell_2, \dots, \ell_4$  будут иметь место в точках линии, определяемых (3.30), их величины — по (3.31). Например, одна из

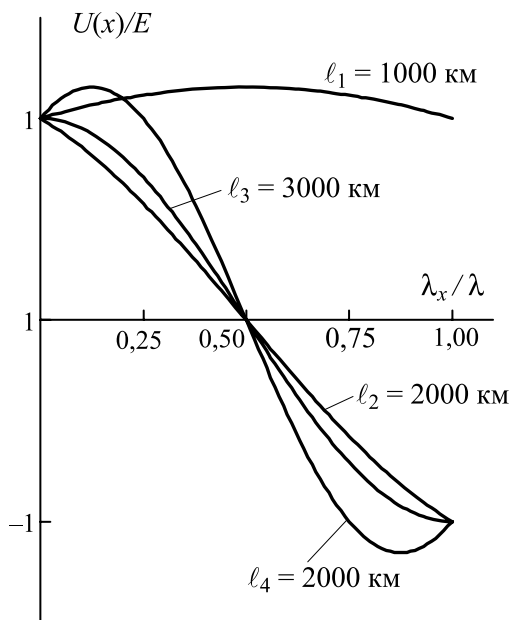


Рис. 3.10

$U(\lambda_x = \lambda_{x_{\max}})/E = -1/\cos(\lambda) = 2$ . Распределения  $U(x)$ , построенные по (3.18), проходят через указанные выше характерные точки (см. рис. 3.9). Использование этих точек позволяет ускорить получение эпюры распределения напряжения.

**Пример 2.** Построить распределения напряжения вдоль линий длиной  $\ell_1, \dots, \ell_4 = 1000, 2000, 3000, 4000$  км ( $\lambda_1, \dots, \lambda_4 = 60, 120, 180, 240^\circ$ ) при их двустороннем питании в режиме холостого хода.

Распределение напряжения для линии  $\ell_1 = 1000$  км строим по (3.25), для остальных — по (3.26). Для линии

длиной  $\ell_4$  будет:  $\lambda_{x_{\max}} = 30^\circ$  ( $0,125 \cdot \lambda_4$ ). «Нуль» всех распределений (3.32) для линий длиной  $\ell_2, \dots, \ell_4$  будет расположен в серединах линий ( $\lambda_{x_0} = 1/2 \cdot \lambda$ ) (рис. 3.10).

**Пример 3.** Построить зависимость напряжения в конце линий длиной  $\ell_1 = 1000$  км и  $\ell_2 = 2000$  км от мощности реактора  $x_p = 0 \dots \infty$  ( $\alpha_p = 0 \dots \pi/2$ ) при  $x_c = 0$ .

Искомую зависимость строим, варьируя в формуле (3.33) величину  $\alpha_p$  при  $\lambda_x = \lambda$ , т. е.  $U(x = \ell)/E = \sin(\alpha_p)/\sin(\lambda + \alpha_p)$ .

Построенные по этой формуле зависимости показаны на рис. 3.11.

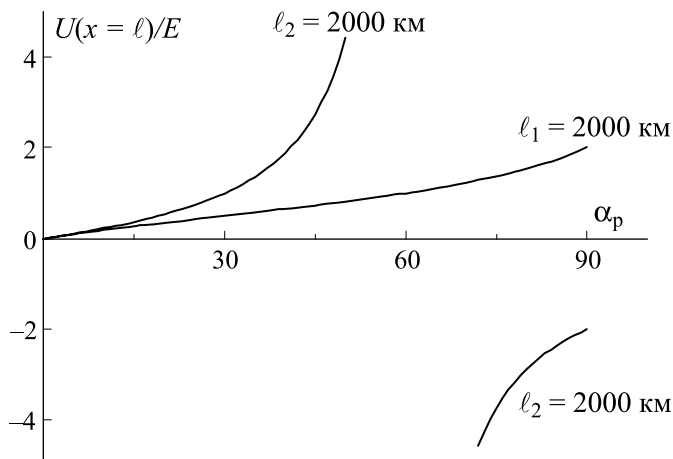


Рис. 3.11

Включение реактора в одну точку линии длиной 2000 км (в данном случае в ее конец) имеет особенность, связанную с тем, что при увеличении его мощности (начиная с нулевой при  $\alpha_p = \pi/2$ ) напряжение сначала растет, и только пройдя через резонансный разрыв, начинает снижаться.

**Пример 4.** В условиях предыдущего примера построить распределения напряжения вдоль линий для случая  $U(x=l)/E=1$  для обеих линий и определить мощность установленных реакторов.

Имеем для  $l_1 = 1000$  км из (3.34)  $U(x)/E = \cos(30^\circ - \lambda_x)/\cos(30^\circ)$ , а для линии  $l_2 = 2000$  км распределение имеет вид  $U(x)/E = \cos(60^\circ - \lambda_x)/\cos(60^\circ)$ .

Полученные распределения построены на рис. 3.12 и идентичны распределениям напряжения вдоль линии при ее двухстороннем питании и  $\delta = 0$ . Несмотря на наличие реактора, получим повышение напряжения в средних точках линии, особенно значительные для линии длиной 2000 км. Мощность реакторов определяется формулой  $Q_p^* = (U^2/x_p)/(U^2/Z_B) = \text{ctg}(\alpha_p)$ . Для линии длиной 1000 км имеем  $Q_p^* = \text{ctg}(60^\circ) = 0,58$ , для линии длиной 2000 км —  $Q_p^* = \text{ctg}(30^\circ) = 1,73$ .

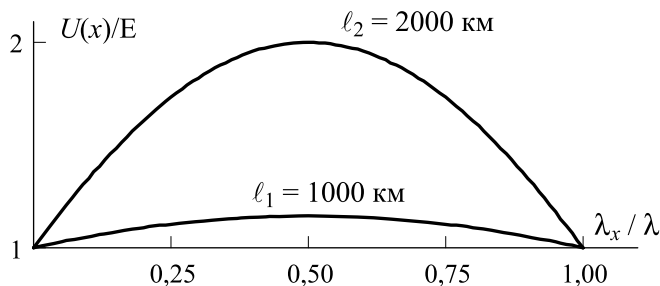


Рис. 3.12

**Пример 5.** Определить места установки и мощность компенсирующих устройств, обеспечивающих для линии длиной  $\ell = 2000$  км распределение напряжения в режиме холостого хода ни в одной точке не превышающее максимальное значение, которое имеет место для линии длиной  $\ell = 1000$  км.

Таким образом, необходимо обеспечить  $U(x) \leq 1,15 \cdot E$ . Здесь возможны два варианта.

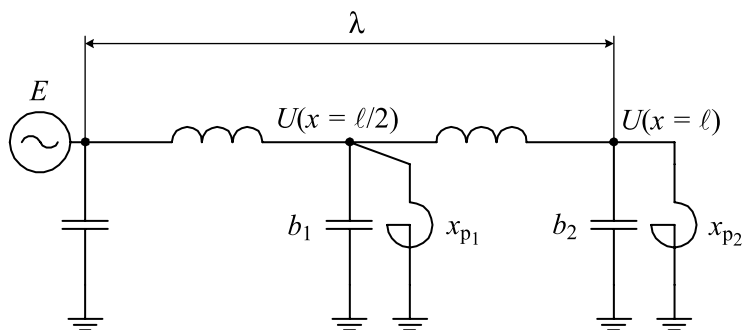


Рис. 3.13

**Вариант 1.** Можно, как в примере 4, использовать шунтирующие реакторы, но для выполнения поставленного условия они должны быть размещены, по крайней мере, в двух точках на линии (см. схему замещения рис. 3.13). Из схемы замещения, составленной из двух П-схем (каждая для участка линии длиной по 1000 км) видно, что для того, чтобы напряжение в середине и конце линии не превосходило  $E$ , необходимо, чтобы  $x_{p1} = (Z_B/2) \cdot \operatorname{ctg}(\lambda/4)$  и  $x_{p2} = Z_B \cdot \operatorname{ctg}(\lambda/4)$ . Суммарная мощность реакторов в этом случае  $Q_{p\Sigma}^* = 1,73$ . Повышение напряжения будет только в серединах каждого из двух участков как на линии длиной 1000 км, т. е.  $U(x) \leq 1,15 \cdot E$ .

**Вариант 2.** На основании (3.36) уровень напряжения в конце линии равный  $U(x = \ell)/E = -1$  (в противофазе с напряжением питания  $E$ ) можно обеспечить с помощью компенсирующего устройства с параметром  $\alpha_p = \pi - \lambda/2 = 180 - 60 = 120^\circ$ . Откуда  $x_p/Z_B = \operatorname{tg}(\alpha_p) = \operatorname{tg}(120^\circ) = -1,73$ , т. е. с помощью конденсаторной батареи мощностью  $Q_{КБ} = 0,58$ . В этом случае распределение напряжения будет совпадать с распределением при двухстороннем питании линии  $\ell = 2000$  км (см. пример 2 и рис. 3.10) и всюду  $|U(x)| \leq 1$ .

### Глава 3. НАГРУЗОЧНЫЕ РЕЖИМЫ ДАЛЬНИХ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧ

Рассмотрим вначале наиболее простой случай, когда линия электропередачи примыкает к шинам неизменного напряжения (рис. 3.14). Как известно, например из [6], а также по формуле (1.55) часть 1, выражение для

активной мощности, передаваемой по линии без учета потерь в ней, имеет вид

$$P = \frac{U^2}{Z_B \cdot \sin(\lambda)} \cdot \sin(\delta)$$

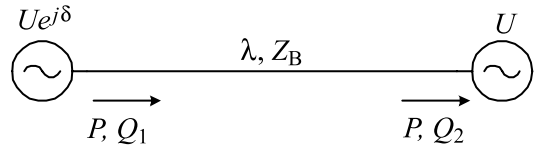


Рис. 3.14

или в относительных единицах

$$P^* = P/P_0 \quad (\text{при базисной мощности равной натуральной } P_0 = P_{\text{нат}} = U^2/Z_B)$$

$$P^* = \frac{\sin(\delta)}{\sin(\lambda)}. \quad (3.37)$$

Зависимость максимально возможной передаваемой активной мощности, достигаемой при  $\sin(\delta) = 1$ , от волновой длины линии  $\lambda$

$$P_{\text{max}}^* = 1/\sin(\lambda), \quad (3.38)$$

показана на рис. 3.15.

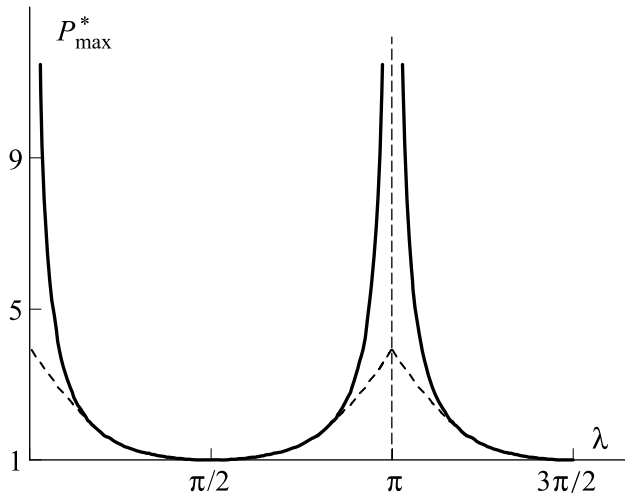


Рис. 3.15

Как видно,  $P_{\text{max}}^*$  теоретически очень велика для линии малой длины  $\lambda \rightarrow 0$  и далее для длин линий, кратных  $\pi$ , т. е. максимальная передаваемая мощность по длинной полуволновой линии может быть также очень велика (в действительности, как показано ниже, реализация передачи максимальной мощности, сколько-нибудь существенно отличающейся от натуральной, трудно осуществима вне зависимости от длины). Рассмотрим ряд ограничений, приводящих к снижению максимальной передаваемой мощности по сравнению с данными рис. 3.15.

#### а) Распределение напряжения вдоль линии в нагрузочных режимах.

Напряжение в средней точке линии при одинаковых модулях напряжений по ее концам ( $U$ ) определяется формулой (2.23)

$$\frac{U_{\lambda/2}}{U} = \frac{\cos(\delta/2)}{\cos(\lambda/2)}, \quad (3.39)$$



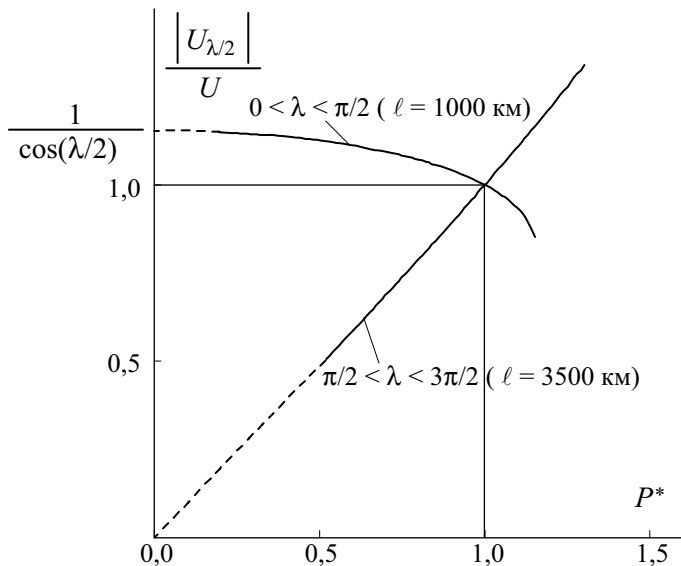


Рис. 3.16

откуда видно, что только при  $\delta = \lambda$  (режим натуральной мощности) напряжение в средней точке линии не отличается от напряжений источников питания, а при  $\delta \neq \lambda$  напряжение в средней точке может быть как ниже  $U$ , так и выше (рис. 3.16). Для линий в диапазоне длин  $0 < \lambda < \pi/2$  характерно снижение напряжения с ростом нагрузки свыше натуральной и повышение — при снижении  $P^* < 1$ . Для длинных линий свыше четвертьволновых  $\pi/2 < \lambda < 3\pi/2$  с ростом нагрузки, начиная с режима холостого хода, характерно увеличение напряжения, причем длительные режимы с передаваемой мощностью  $P^* > 1$  становятся практически невозможными из-за необходимости иметь повышенный уровень изоляции в промежуточных точках линии (см. пример 1).

Рост  $U_{\lambda/2}^* > 1$  (при  $P^* > 1$ ) для длин линий  $\lambda > \pi/2$  следует из 3.39 вследствие того, что режим холостого хода ( $P^* = 0$ ) для этих линий осуществляется при  $\delta = \pi$  ( $U_{\lambda/2}^* = 0$ ), а увеличение нагрузки линии осуществляется не увеличением угла  $\delta$  как в обычных линиях, а его уменьшением ( $\delta < \pi$ ), что приводит к росту числителя в 3.39.

#### б) Источники реактивной мощности в примыкающих системах.

Для обеспечения передачи заданной активной мощности, включая ее максимальное значение  $P_{\max}^*$  (см. рис. 3.15), необходимо располагать источниками реактивной мощности  $Q_1, Q_2$  в отправной и приемной системах. Их мощность определяется формулой (1.55)

$$Q_1 = \frac{U^2}{Z_B \cdot \sin(\lambda)} \cdot (\cos(\lambda) - \cos(\delta)),$$

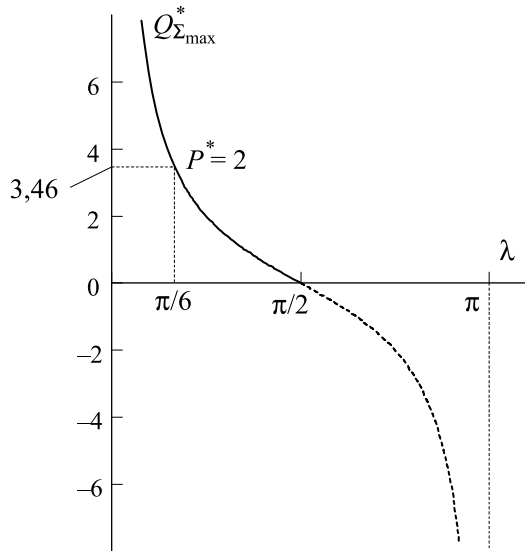


Рис. 3.17

или в относительных единицах

$$Q_1^* = \frac{\cos(\lambda) - \cos(\delta)}{\sin(\lambda)} \quad \text{и} \quad Q_2^* = -Q_1^*. \quad (3.40)$$

Таким образом, суммарная, требуемая в обеих системах реактивная мощность  $Q_\Sigma^* = 2 \cdot Q_1^*$ . Ее величина зависит от длины линии и активной мощности, определяемой углом  $\delta$ . Для случая максимальной мощности  $P_{\max}^*$  (3.38) имеем

$$Q_{\Sigma \max}^* = 2 \operatorname{ctg}(\lambda). \quad (3.41)$$

Например, зависимость (3.41), приведенная на рис. 3.17, показывает, что для передачи максимальной мощности  $P_{\max}^* = 2$  по линии длиной 500 км требуется суммарная реактивная мощность ее источников, равная  $3,46 \cdot P_{\text{нат}}$ . Для линии длиной  $\lambda = \pi/2$  режим передачи максимальной мощности совпадает с натуральным, и поэтому в этом режиме источников реактивной мощности не требуется. Для реализации передачи максимальных мощностей для линий в диапазоне длин  $\pi/2 < \lambda < \pi$  требовалось бы потребление реактивной мощности по концам линии (пунктирная кривая на рис. 3.17), нарастающее с приближением длины линии к  $\lambda = \pi$ . Однако, как мы уже выяснили в п. а), перегрузка этих линий, существенно превышающая величину  $P^* = 1$ , практически неосуществима из-за повышения напряжения в средней точке линии. Однако даже в том случае, когда максимальная нагрузка линии не превышает натуральную, нужны устройства, регулирующие реактивную мощность в точках примыкания длинной линии в зависимости от величины активной мощности. Это видно из (3.40), если вместо учета  $\delta$  подставить его выражение (3.37). Получим

$$Q_1^* = -Q_2^* = \frac{1}{\sin(\lambda)} \cdot \left\{ \cos(\lambda) - \cos \left[ \arcsin \left( P^* \cdot \sin(\lambda) \right) \right] \right\}. \quad (3.42)$$

Не всегда генераторы электрической станции могут взять на себя функции поддержания требуемой реактивной мощности. Это зависит от возможных диапазонов регулирования реактивной мощности, которые могут быть различными для реактивных мощностей разных знаков. В случае если генераторы электрических станций не обеспечивают баланс реактивных мощностей при заданном напряжении, то требуется установка специальных устройств компенсации реактивной мощности и (или) генерации реактивной мощности (как регулируемых, так и дискретно коммутируемых).

### в) Влияние схемы электропередачи на максимальную мощность.

Кроме однородной линии (или участков однородных линий) схема электропередачи в общем случае содержит продольные и поперечные индуктивные сопротивления, может иметь в своем составе продольную или поперечную конденсаторные батареи и т. д. (рис. 3.18). Для определения влияния этих элементов на величину максимальной передаваемой мощности можно воспользоваться формулами из [6] для обобщенных коэффициентов четырехполюсников  $\dot{A}_3, \dot{B}_3, \dot{C}_3, \dot{D}_3$ , включающих как саму линию, так и другие элементы электропередачи. Способ получения последних заключается в перемножении матриц коэффициентов каждого из последовательно соединенных элементов электропередачи. Определим, например, коэффициенты  $\dot{A}_3$  и  $\dot{B}_3$  для схемы рис. 3.18, а. Имеем

$$\begin{bmatrix} \dot{A}_3 & \dot{B}_3 \\ \dot{C}_3 & \dot{D}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & jx \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\lambda) & jZ_B \cdot \sin(\lambda) \\ j(1/Z_B) \cdot \sin(\lambda) & \cos(\lambda) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\cos(\lambda) - (x/Z_B) \cdot \sin(\lambda)}{\dot{A}_3 = \dot{A}'_3} & \frac{jZ_B \cdot \sin(\lambda) + jx \cdot \cos(\lambda)}{\dot{B}_3 = j\dot{B}''_3} \\ \dots & \dots \end{bmatrix},$$

где элементы матрицы первого сомножителя взяты из таблицы 3.1 в конце данной главы (схема 1). Там же приведены параметры эквивалентных четырехполюсников  $\dot{A}_3, \dot{B}_3, \dot{C}_3, \dot{D}_3$  для некоторых наиболее типичных схем, встречающихся в практике анализа режимов дальних электропередач.

Выражения для активной и реактивной мощностей при представлении электропередачи параметрами эквивалентного четырехполюсника имеют

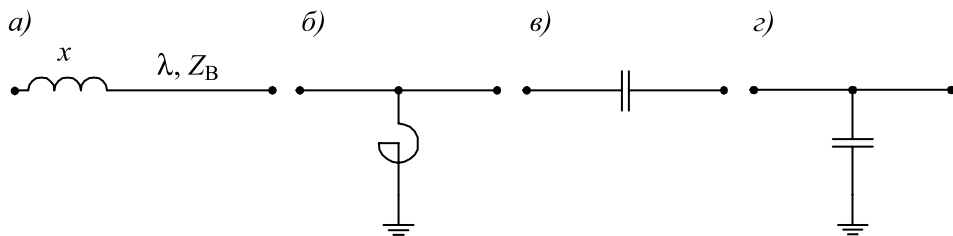


Рис. 3.18

вид, похожий на (3.37), (3.40) (случай электропередачи без учета потерь и одинаковых модулях напряжения по концам [6])

$$P = \frac{U^2}{B_3''} \cdot \sin(\delta);$$

$$Q_1 = -Q_2 = \frac{D_3'}{B_3''} \cdot U^2 - \frac{U^2}{B_3''} \cdot \cos(\delta), \quad (3.43)$$

где  $B_3'' = \text{Im}(\dot{B}_3 = jB_3)$ ,  $D_3' = \text{Re}(\dot{D}_3 = D_3)$ .

Заметим, что с помощью коэффициента  $\dot{A}_3$  можно анализировать режим холостого хода. Так в режиме одностороннего питания и напряжении питания  $U_n = E$  имеем:

$$E = \dot{A}_3 \cdot \dot{U}_K \quad \text{или} \quad \frac{\dot{U}_K}{E} = \frac{1}{\dot{A}_3}.$$

Можно убедиться, что формула для определения напряжения в конце линии в схеме рис. 3.18, а  $U_K/E = 1/\cos(\lambda) - (x/Z_B) \cdot \sin(\lambda)$  полностью идентична (3.1) для  $\lambda_x = \lambda$ ,  $\alpha_p = \pi/2$ ,  $\text{tg}\alpha_c = x/Z_B$ .

Однако вернемся к (3.43). Видно, что учет предвключенной реактивности  $x \neq 0$  ограничивает максимальную мощность для линий длиной  $0 < \lambda < \pi/2$ , т. к.  $B_3'' = Z_B \cdot \sin(\lambda) + x \cdot \cos(\lambda) > B_{3L}'' = Z_B \cdot \sin(\lambda)$ , т. е. зависимости  $P_{\max}^* = f(\lambda)$  приобретают вид пунктирных кривых (см. рис. 3.15).

#### г) Статическая устойчивость режимов дальних электропередач.

Предполагаем, что по концам электропередачи (см. рис. 3.14) обеспечено поддержание напряжения и частоты в «малом» (мощность электрических станций, примыкающих к концам ВЛ, много больше мощности, передаваемой по этой линии). Используем один из простейших критериев статической (апериодической) устойчивости нерегулируемой системы (п. 3.4, ч. 4): положительность производной активной мощности по углу —  $dP^*/d\delta > 0$ . Используем выражение (3.37) и получим

$$\frac{dP^*}{d\delta} = \frac{\cos(\delta)}{\sin(\lambda)} > 0.$$

Рассмотрим область длин линий  $0 < \lambda < \pi/2$ . Здесь  $\sin(\lambda) > 0$  во всем диапазоне длин. Угол нагрузки  $\delta$  изменяется от  $\delta = 0$  (режим холостого хода) до  $\delta = \pi/2$  (режим передачи максимальной мощности). При этом диапазон изменения угла  $\delta$  —  $\cos(\delta) > 0$  и, следовательно,  $dP^*/d\delta > 0$ , т. е. все режимы работы электропередачи от холостого хода до максимальной мощности статически устойчивы.

Рассмотрим вторую область длин линий  $\pi/2 < \lambda < \pi$ . Здесь  $\sin(\lambda) > 0$  для всех длин  $\lambda$  из этого диапазона. Угол  $\delta$  изменяется от  $\delta = \pi$  (режим холостого хода) до  $\delta = \pi/2$  (режим передачи максимальной мощности). Во всем диапазоне изменения угла  $\delta$  —  $\cos(\delta) < 0$  и, следовательно,  $dP^*/d\delta < 0$ . Это

означает, что все режимы электропередач с линиями в таком диапазоне длин статически неустойчивы.

Третья область длин линий  $\pi < \lambda < (3/2) \cdot \pi$ . Здесь  $\sin(\lambda) < 0$ , диапазон изменения угла  $\delta$  —  $\pi < \delta < (3/2) \cdot \pi$  и  $\cos(\delta) < 0$ , т. е.  $dP^*/d\delta > 0$ , и все режимы вновь статически устойчивы.

**Пример 1.** Определить напряжение в средней точке линии  $U_{\lambda/2}$  в нагрузочном режиме в зависимости от угла  $\delta$  на электропередаче (от передаваемой активной мощности) для длин линий  $\ell_1 = 1000$  км,  $\ell_2 = 2000$  км,  $\ell_3 = 2500$  км ( $\lambda_1 = 60^\circ$ ,  $\lambda_2 = 120^\circ$ ,  $\lambda_3 = 150^\circ$ ).

Напряжение в средней точке линии при одинаковых модулях напряжений по ее концам ( $U$ ) определяется формулой (3.39)

$$\frac{U_{\lambda/2}}{U} = \frac{\cos(\delta/2)}{\cos(\lambda/2)}.$$

Результаты расчетов по формуле приведены на рис. 3.19. Отметим характерные точки на кривых: 1) напряжение в средней точке линии независимо от ее длины всегда равно напряжению источника при передаче натуральной мощности  $U_{\lambda/2}/U = 1$ , (при  $\delta = 60, 120, 150^\circ$  для соответствующих длин); 2) напряжение  $U_{\lambda/2} = 0$  при  $\delta = \pi$  для всех линий. Как видно из результатов расчетов для каждой линии в соответствии с формулой для передаваемой активной мощности  $P^*$  (в долях натуральной)  $P^* = \sin(\delta)/\sin(\lambda)$  существует два режима холостого хода при  $\delta = 0$  и  $\delta = \pi$ , причем в первом случае для длин  $\lambda > \pi/2$  он сопровождается тем большими перенапряжениями в средней точке, чем ближе длина линии к  $\lambda = \pi$ , поэтому режимы холостого хода здесь осуществляются при  $\delta = \pi$ .

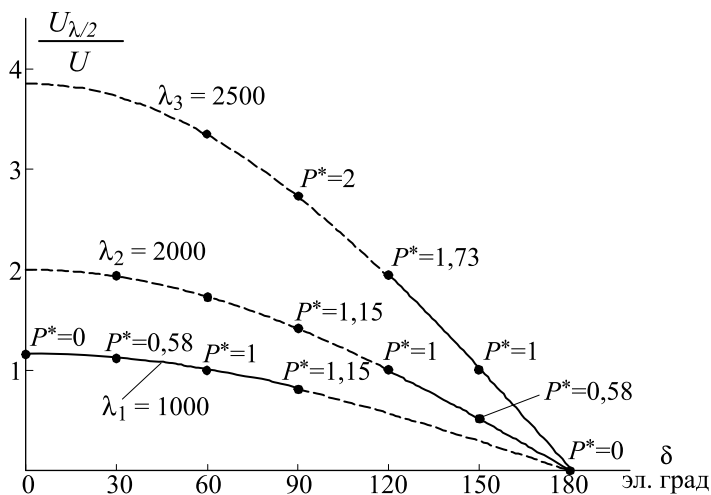


Рис. 3.19

Одним из важных выводов является то, что для линий  $\lambda > \pi/2$  с ростом нагрузки (уменьшение угла  $\delta < 180^\circ$ ) напряжение в средней точке растет, а не падает как для линий  $\lambda < \pi/2$  (см. рис. 3.19 для  $\ell_1 = 1000$  км, когда при росте нагрузки угол  $\delta$  растет).

Длительные нагрузочные режимы возможны только для части кривых, изображенных сплошными линиями.

**Пример 2.** Исходя из условия самобаланса по реактивной мощности линии электропередачи в диапазоне передаваемых мощностей  $0 \leq P^* \leq 1$  определить наибольшую мощность реакторов, установленных по ее концам для линий длиной  $\ell_1 = 750$  км ( $\lambda_1 = 60^\circ$ ) и  $\ell_2 = 3500$  км ( $\lambda_2 = 210^\circ$ ).

Иными словами, требуется обеспечить потребление реакторами полной реактивной мощности, генерируемой линией. Как известно, наибольшее значение этой мощности имеет место в режиме холостого хода (при  $\delta = 0$  и  $\delta = \pi$  для указанных линий соответственно). Таким образом, имеем для реакторов:

$$Q_{p_{\max}}^* = -2 \cdot (\cos(45^\circ) - 1) / \sin(45^\circ) = 0,83 \quad (\lambda_1 = 45^\circ);$$

$$Q_{p_{\max}}^* = -2 \cdot (\cos(210^\circ) + 1) / \sin(210^\circ) = 0,54 \quad (\lambda_2 = 210^\circ).$$

Максимальная мощность реакторов для более длинной линии оказалась меньше, т. к. она длиннее полуволновой всего на 500 км, и реакторы требуются для потребления зарядной мощности, генерируемой лишь участком линии длиной 500 км (полуволновая линия сбалансирована по реактивной мощности см. главу 7 данной части). Полученные значения мощностей реакторов отвечают режиму холостого хода линий электропередачи, и для обеспечения самобаланса линии во всех других заданных режимах ( $0 \leq P^* \leq 1$ ) мощность реакторов должна регулироваться в диапазоне  $0 < Q_p^* < Q_{p_{\max}}^*$ .

**Пример 3.** Определить максимальное значение активной мощности, которую можно передать по линиям длиной  $\ell_1 = 500$  км ( $\lambda_1 = 30^\circ$ ) и  $\ell_2 = 3000$  км ( $\lambda_2 = 180^\circ$ ) с учетом концевых реактивностей  $x_{c_1}^* = x_{c_2}^* = x = 0,2$ .

Используем формулы таблицы 3.1 для схемы 5. Получим

$$B_3''^* = \sin(\lambda) \cdot (1 - x^2) + 2 \cdot x \cdot \cos(\lambda) \quad (B_3''^* = B_3'' / Z_B).$$

Имеем для каждой из линий

$$\lambda_1 = 30^\circ, \quad B_3''^* = 0,83, \quad P_{\max}^* = 1 / B_3''^* = 1,21 \quad (\text{при } x = 0 \text{ и } P_{\max}^* = 2);$$

$$\lambda_2 = 180^\circ, \quad B_3''^* = -0,4, \quad P_{\max}^* = 2,5 \quad (\text{при } x = 0 \text{ и } P_{\max}^* = \infty).$$

**Пример 4.** Определить максимальное значение активной мощности, которую можно передать по линии длиной  $\ell = 1500$  км с продольной емкостью  $x_k^* = 0,2$ , расположенной в середине линии, и определить, устойчив ли режим передачи натуральной мощности.

Используем формулы таблицы 3.1 для схемы 9. Имеем для  $B_3^*$  формулу  $B_3^{**} = \sin(\lambda) - x_k^* \cdot \cos^2(\lambda/2) = 1 - 0,2 \cdot 0,5 = 0,9$  и максимальное значение мощности  $P_{\max}^*$  равно  $P_{\max}^* = 1,1$  (при  $x_k^* = 0$  —  $P_{\max}^* = 1$ ).

Условие устойчивости

$$\left. \frac{dP^*}{d\delta_\Sigma} \right|_{P^*=1} = \frac{\cos(\delta_\Sigma)}{B_3^{**}} = \frac{\cos(64^\circ)}{0,9} > 0,$$

где  $\delta_\Sigma = \arcsin(B_3^* \cdot P^*) = \arcsin(0,9) = 64^\circ$ .

Таким образом, режим с УПК статически устойчив, а без УПК был бы на границе устойчивости.

**Пример 5.** Существует и устойчив ли режим передачи натуральной мощности для электропередачи с воздушной линией длиной  $\ell = 1000$  км ( $\lambda = 60^\circ$ ) с промежуточным реактором в средней точке ( $b_p^* = 0,5$ ).

Имеем формулу 10 для  $B_3^*$  из таблицы 3.1  $B_3^{**} = \sin(\lambda) + b_p^* \cdot \sin^2(\lambda/2) = 0,866 + 0,125 = 0,99$ , откуда  $P_{\max}^* = 1,01$ , и значит режим (без учета запаса) существует. Из выражения для мощности  $P^* = (1/B_3^{**}) \cdot \sin(\delta_\Sigma)$  и при заданной мощности  $P^* = 1$  следует, что угол  $\delta_\Sigma = 81,9^\circ$  и, следовательно, режим  $P^* = 1$  находится близко к границе статической устойчивости (без реактора был бы запас статической устойчивости).

Таким образом, продольная емкость уменьшает угол на линии (пример 4), поперечная индуктивность — увеличивает (пример 5).

**Пример 6.** Сравнить уровни статической устойчивости электропередачи с линией  $\ell_1 = 3500$  км ( $\lambda_1 = 210^\circ$ ) и с линией  $\ell_2 = 500$  км ( $\lambda_2 = 30^\circ$ ) при передаче мощности  $P^* = 1$  (по величине  $dP^*/d\delta$ ).

Расчетные углы на линиях:

$$\delta_1 = 180^\circ - \arcsin(P^* \cdot \sin(\lambda_1)) = 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ; \quad \delta_2 = 30^\circ.$$

Сравниваем величины производных  $dP^*/d\delta$  для этих линий

$$\frac{dP_1}{d\delta_1} = \frac{\cos(\delta_1)}{\sin(\lambda_1)} = \frac{\cos(210^\circ)}{\sin(210^\circ)} = \operatorname{ctg}(210^\circ) = 1,73;$$

$$\frac{dP_2}{d\delta_2} = \operatorname{ctg}(30^\circ) = 1,73.$$

Таким образом, несмотря на существенное различие длин линий, уровни статической устойчивости, оцениваемые по величине производной  $dP^*/d\delta$ , одинаковы.

Таблица 3.1

| №<br>П/П | Схема | $\dot{A}_9$                                                           | $\dot{B}_9$                                                                 | $\dot{C}_9$                                                                 | $\dot{D}_9$                                                           |
|----------|-------|-----------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| 1.       |       | 1                                                                     | $\dot{Z}$                                                                   | 0                                                                           | 1                                                                     |
| 2.       |       | 1                                                                     | 0                                                                           | $\dot{Y}$                                                                   | 1                                                                     |
| 3.       |       | $\dot{A} + \dot{Z}\dot{C}$                                            | $\dot{B} + \dot{Z}\dot{D}$                                                  | $\dot{C}$                                                                   | $\dot{D}$                                                             |
| 4.       |       | $\dot{A}$                                                             | $\dot{B} + \dot{Z}\dot{A}$                                                  | $\dot{C}$                                                                   | $\dot{D} + \dot{Z}\dot{C}$                                            |
| 5.       |       | $\dot{A} + \dot{Z}_1\dot{C}$                                          | $\dot{B} + \dot{Z}_1\dot{D} + \dot{Z}_2\dot{A} + \dot{Z}_1\dot{Z}_2\dot{C}$ | $\dot{C}$                                                                   | $\dot{D} + \dot{Z}_2\dot{C}$                                          |
| 6.       |       | $\dot{A}$                                                             | $\dot{B}$                                                                   | $\dot{C} + \dot{Y}\dot{A}$                                                  | $\dot{D} + \dot{Y}\dot{B}$                                            |
| 7.       |       | $\dot{A} + \dot{Y}\dot{B}$                                            | $\dot{B}$                                                                   | $\dot{C} + \dot{Y}\dot{D}$                                                  | $\dot{D}$                                                             |
| 8.       |       | $\dot{A} + \dot{Y}_2\dot{B}$                                          | $\dot{B}$                                                                   | $\dot{C} + \dot{Y}_1\dot{A} + \dot{Y}_2\dot{D} + \dot{Y}_1\dot{Y}_2\dot{B}$ | $\dot{D} + \dot{Y}_1\dot{B}$                                          |
| 9.       |       | $\dot{A}_1\dot{A}_2 + \dot{B}_1\dot{C}_2 + \dot{A}_1\dot{C}_2\dot{Z}$ | $\dot{A}_1\dot{B}_2 + \dot{B}_1\dot{D}_2 + \dot{A}_1\dot{D}_2\dot{Z}$       | $\dot{A}_2\dot{C}_1 + \dot{C}_2\dot{D}_1 + \dot{C}_1\dot{C}_2\dot{Z}$       | $\dot{B}_2\dot{C}_1 + \dot{D}_1\dot{D}_2 + \dot{C}_1\dot{D}_2\dot{Z}$ |
| 10.      |       | $\dot{A}_1\dot{A}_2 + \dot{B}_1\dot{C}_2 + \dot{A}_2\dot{B}_1\dot{Y}$ | $\dot{A}_1\dot{B}_2 + \dot{B}_1\dot{D}_2 + \dot{B}_1\dot{B}_2\dot{Y}$       | $\dot{A}_2\dot{C}_1 + \dot{C}_2\dot{D}_1 + \dot{A}_2\dot{D}_1\dot{Y}$       | $\dot{B}_2\dot{C}_1 + \dot{D}_1\dot{D}_2 + \dot{B}_2\dot{D}_1\dot{Y}$ |



## Глава 4. КОМПЕНСАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ВОЗДУШНЫХ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ

Как правило, основной целью компенсации параметров линии является снижение ее волновой длины  $\lambda$  ( $\lambda_{\text{э}} < \lambda$ ). В этом случае в благоприятную сторону изменяются коэффициенты  $A_{\text{э}}, D_{\text{э}}$  ( $A_{\text{э}} < A, D_{\text{э}} < D$ ), определяющие режим напряжений на линии в режиме холостого хода. Кроме того, при некоторых видах компенсации уменьшение волновой длины линии ( $\lambda_{\text{э}} < \lambda$ ) ведет к снижению коэффициента  $B_{\text{э}} < B$ , что увеличивает величину предельной передаваемой мощности (или снижает угол на электропередаче при сохранении передаваемой мощности на исходном уровне).

Рассмотрим продольную емкостную компенсацию с помощью распределенного емкостного сопротивления  $x_{\text{к}} = -x_{\text{с}}$  и поперечную индуктивную компенсацию с помощью распределенной индуктивной проводимости  $b = -b_{\text{Л}}$ . Тогда эквивалентная волновая длина  $\lambda_{\text{э}}$  будет определяться выражением

$$\lambda_{\text{э}} = \ell \cdot \sqrt{(x + x_{\text{к}}) \cdot (b + b_{\text{к}})} = \ell \cdot \sqrt{(x - x_{\text{с}}) \cdot (b - b_{\text{Л}})} = \ell \cdot \sqrt{x \cdot b} \cdot \sqrt{(1 - x_{\text{с}}/x) \cdot (1 - b_{\text{Л}}/b)};$$
 или

$$\lambda_{\text{э}} = \lambda \cdot \sqrt{(1 - K_{\text{с}}) \cdot (1 - K_{\text{Л}})}, \quad (3.44)$$

где  $K_{\text{Л}} = b_{\text{Л}}/b$ ,  $K_{\text{с}} = x_{\text{с}}/x$  — коэффициенты, показывающие степень компенсации поперечной емкостной проводимости линии  $b$  индуктивной проводимостью  $b_{\text{к}} = -b_{\text{Л}}$  и продольного индуктивного сопротивления  $x$  емкостным сопротивлением  $x_{\text{к}} = -x_{\text{с}}$ . Величины  $x, b$  — погонные индуктивное сопротивление и емкостная проводимость некомпенсированной линии. Из (3.44) видно, что  $\lambda_{\text{э}} < \lambda$  при  $0 < K_{\text{Л}} \leq 1$  и (или)  $0 < K_{\text{с}} \leq 1$ .

При компенсации любого вида одновременно с изменением эквивалентной волновой длины  $\lambda_{\text{э}}$  изменяется и эквивалентное волновое сопротивление  $Z_{\text{Вэ}}$

$$Z_{\text{Вэ}} = Z_{\text{В}} \cdot \sqrt{\frac{1 - K_{\text{с}}}{1 - K_{\text{Л}}}}. \quad (3.45)$$

Так, например, при применении только продольной емкостной компенсации ( $K_{\text{с}} > 0, K_{\text{Л}} = 0$ ) волновая длина уменьшается  $\lambda_{\text{э}} < \lambda$ , уменьшается и волновое сопротивление линии, а натуральная мощность ее растет  $P_{\text{Нэ}} = U^2/Z_{\text{Вэ}}$ . Поперечная компенсация ( $K_{\text{с}} = 0, K_{\text{Л}} > 0$ ) тоже уменьшает волновую длину, но увеличивает волновое сопротивление  $Z_{\text{Вэ}}$ . Совместная компенсация может как увеличить, так и уменьшить  $Z_{\text{Вэ}}$ , это зависит от степени компенсации  $K_{\text{Л}}, K_{\text{с}}$ .

В общем случае может иметь место компенсация (изменение) параметров линии реактивными сопротивлениями разных знаков  $x_{\text{к}} > (<)0$ ,  $b_{\text{к}} > (<)0$  (или  $K_{\text{с}} < (>)0$ ,  $K_{\text{Л}} > (<)0$ ).

Определим мощность компенсирующих устройств для продольной и поперечной компенсации.

**Продольная компенсация.** Эквивалентная натуральная мощность линии  $P_{H\Omega}$  определяется формулами

$$P_{H\Omega} = \frac{U^2}{Z_{B\Omega}} = \frac{U^2}{\sqrt{(x+x_K)/b}} = \frac{U^2}{\sqrt{x_\Omega/b}}. \quad (3.46)$$

Преобразуем (3.46) к следующему виду:

$$\frac{P_{H\Omega}^2}{U^2} \cdot \frac{x+x_K}{b} = U^2.$$

Введем реактивную мощность устройств продольной компенсации на единицу длины  $Q_{dK}/\ell = I^2 \cdot x_K = (P_{H\Omega}^2/U^2) \cdot x_K$ . Получим

$$\frac{P_{H\Omega}^2}{U^2} \cdot x + \frac{Q_{dK}}{\ell} = b \cdot U^2. \quad (3.47)$$

Заметим, что если продольная компенсация емкостная, то  $x_K < 0$  и  $Q_{dK} < 0$ , если индуктивная, то  $x_K > 0$  и  $Q_{dK} > 0$ .

Погонные параметры  $x$  и  $b$  можно выразить через волновую длину линии и волновое сопротивление некомпенсированной линии  $\lambda$ ,  $Z_B$ , а далее — и через натуральную мощность  $P_H = U^2/Z_B$

$$x = Z_B \cdot \lambda/\ell, \quad b = \lambda/(\ell \cdot Z_B). \quad (3.48)$$

Таким образом, вместо (3.47) получим

$$\frac{P_{H\Omega}^2}{P_H} \cdot \frac{\lambda}{\ell} + \frac{Q_{dK}}{\ell} = \frac{\lambda}{\ell} \cdot P_H.$$

Или окончательно, суммарная мощность устройств продольной компенсации, являющаяся функцией параметров  $\lambda$ ,  $P_H$ ,  $P_{H\Omega}$ , может быть записана в виде

$$Q_{dK} = P_{H\Omega} \cdot \lambda \cdot \left( \frac{P_H}{P_{H\Omega}} - \frac{P_{H\Omega}}{P_H} \right). \quad (3.49)$$

Эта формула удобна для получения  $Q_{dK}$  по заданной  $P_{H\Omega}$ .

В выражение для мощности  $Q_{dK}$  можно ввести эквивалентную волновую длину с помощью соотношения

$$\frac{P_{H\Omega}}{P_H} = \frac{Z_B}{Z_{B\Omega}} = \sqrt{\frac{x \cdot b_\Omega}{b \cdot x_\Omega}} = \sqrt{\frac{x \cdot b}{b \cdot x_\Omega}} = \frac{\lambda}{\lambda_\Omega}. \quad (3.50)$$

Тогда вместо (3.49) получим другое выражение для мощности продольных компенсирующих устройств, которое является функцией параметров  $\lambda$ ,  $P_H$ ,  $\lambda_\Omega$  и удобно для получения  $Q_{dK}$  при заданной  $\lambda_\Omega$

$$Q_{dK} = P_H \cdot \lambda \cdot \left( 1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_{H\Omega}^2} \right). \quad (3.51)$$

Естественно, что мощность  $Q_{dk}$  может быть выражена и через другие комбинации параметров  $\lambda$ ,  $P_H$ ,  $\lambda_\varnothing$ ,  $P_{H\varnothing}$ .

**Поперечная компенсация.** Эквивалентная натуральная мощность  $P_{H\varnothing}$  в этом случае может быть выражена формулами

$$P_{H\varnothing} = \frac{U^2}{Z_{B\varnothing}} = \frac{U^2}{\sqrt{x/(b+b_k)}} = \frac{U^2}{\sqrt{x/b_\varnothing}}, \quad (3.52)$$

где  $b_\varnothing$  — погонная проводимость компенсированной линии.

Преобразуем (3.52) к виду

$$\frac{U^2 \cdot (b+b_k)}{P_{H\varnothing}^2} = \frac{x}{U^2}.$$

Введем реактивную мощность поперечной компенсации на единицу длины  $-Q_{qk}/\ell = U^2 \cdot b_k$ , а также заменим  $x$  и  $b$  в соответствии с (3.48). Получим

$$\frac{P_H \cdot \lambda}{P_{H\varnothing}^2} + \frac{Q_{qk}}{P_{H\varnothing}^2} = \frac{\lambda}{P_H}.$$

Заметим, что если поперечная компенсация индуктивная, то  $b_k < 0$  и  $Q_{qk} < 0$ , если емкостная, то  $b_k > 0$  и  $Q_{qk} > 0$ .

Окончательно суммарная мощность устройств поперечной компенсации может быть записана в виде  $Q_{qk} = f(\lambda, P_H, P_{H\varnothing})$ :

$$-Q_{qk} = P_{H\varnothing} \cdot \lambda \cdot \left( \frac{P_{H\varnothing}}{P_H} - \frac{P_H}{P_{H\varnothing}} \right). \quad (3.53)$$

Аналогично соотношению (3.50) можно и для поперечной компенсации найти связь натуральных мощностей  $P_H$ ,  $P_{H\varnothing}$ , и волновых длин  $\lambda$ ,  $\lambda_\varnothing$

$$\frac{P_{H\varnothing}}{P_H} = \frac{Z_B}{Z_{B\varnothing}} = \sqrt{\frac{x \cdot b_\varnothing}{b \cdot x_\varnothing}} = \sqrt{\frac{x \cdot b_\varnothing}{x \cdot b}} = \frac{\lambda_\varnothing}{\lambda}. \quad (3.54)$$

Используя (3.54), можно получить выражение  $Q_{qk} = f(\lambda, \lambda_\varnothing, P_H)$ :

$$-Q_{qk} = P_H \cdot \lambda \cdot \left( \frac{\lambda_\varnothing^2}{\lambda^2} - 1 \right). \quad (3.55)$$

Формулы (3.53), (3.55) как и (3.49), (3.51) — равносильны и их применение зависит от условий, поставленных в задаче.

**Пример 1.** Определить относительное значение мощности устройств продольной и поперечной компенсации для линии длиной  $\ell = 1000$  км, обеспечивающих снижение ее волновой длины вдвое (снижение вдвое угла на линии в эквивалентном натуральном режиме).

С помощью (3.50) преобразуем (3.51) и получим мощность  $Q_{dk}^*$

$$Q_{dk}^* = \frac{Q_{dk}}{P_H} = \lambda \cdot \left( 1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_\varnothing^2} \right) = -\pi.$$

Теперь с помощью (3.54) преобразуем (3.55) и получим  $Q_{dk}^*$

$$-Q_{qk}^* = \frac{-Q_{qk}}{P_H} = \frac{\lambda_{\varnothing}^2}{\lambda} - \lambda = \lambda \cdot \left( \frac{\lambda_{\varnothing}^2}{\lambda^2} - 1 \right) \approx -\pi/4, \quad \text{при } \lambda \approx \pi/3, \quad \lambda_{\varnothing}/\lambda = 0,5.$$

Таким образом, сократить электрическую длину линии вдвое можно либо с помощью устройств продольной емкостной компенсации мощностью  $Q_{dk} \approx 3,1 \cdot P_H$ , либо с помощью поперечной индуктивной компенсации с суммарной мощностью реакторов намного меньшей, чем в предыдущем случае:  $Q_{qk} \approx 0,75 \cdot P_H$ .

**Пример 2.** При условиях примера 1 определить эквивалентную натуральную мощность линии  $P_{H\varnothing}$ .

Используя формулу (3.50) для продольной компенсации, имеем  $P_{H\varnothing}^* = 2$  помощью (3.54) для поперечной компенсации получим  $P_{H\varnothing}^* = 0,5$ .

Таким образом, продольная емкостная компенсация позволяет не только уменьшить угол на передаче, но и увеличить вдвое натуральную мощность линии. Поперечная индуктивная компенсация вдвое уменьшает натуральную мощность линии.

**Пример 3.** Определить мощность устройств компенсации для снижения волновой длины линии  $\ell = 1000$  км вдвое  $\lambda_{\varnothing} = 0,5 \cdot \lambda$  и повышения ее натуральной мощности вдвое  $P_{H\varnothing}^* = 2$ .

Применим формулы (3.51) и (3.55). Получим

$$Q_{dk}^* = 2 \cdot \lambda \cdot (1/2 - 2) = -3 \cdot \lambda = -3 \cdot \pi/3 = -\pi.$$

Согласно (3.54) поставленную задачу невозможно выполнить ни при каком значении  $Q_{qk}$ , следовательно,  $Q_{qk} = 0$ .

Таким образом, необходима только продольная компенсация. Заметим, однако, что кроме режима заданной максимальной нагрузки должны проходить без технических ограничений режимы нулевой нагрузки (по режиму напряжений), и как раз эти режимы потребуют установки устройств поперечной компенсации — реакторов.

**Пример 4.** Определить приближенно мощность УПК для передачи «естественной» натуральной мощности по линии длиной 1000 км (при угле  $\delta = \pi/6$ ).

Условие задачи можно записать в виде равенства:

$$P^* = \frac{\sin \delta}{Z_{B\varnothing}^* \sin \lambda_{\varnothing}} = 1$$

или при  $\delta = \pi/6$  получим уравнение относительно эквивалентных параметров линии:  $2 \cdot Z_{B\varnothing}^* \sin \lambda_{\varnothing} = 1$ . Используя формулу (3.50)  $P_{H\varnothing}^* = 1/Z_{B\varnothing}^* = 1/\lambda_{\varnothing}^*$ , получим уравнение относительно эквивалентной длины  $\lambda_{\varnothing}$ :  $2 \cdot \lambda_{\varnothing}^* \sin \lambda_{\varnothing} = 1$  или  $\lambda_{\varnothing} \sin \lambda_{\varnothing} = \lambda/2$ . Подбором можно найти решение для  $\lambda_{\varnothing}$ , оно равно  $\lambda_{\varnothing} \approx 0,76$ .

**Пример 5.** Определить суммарную мощность реакторов, обеспечивающих 100%-ную компенсацию емкости линии длиной  $\ell = 1000$  км.

Заданному условию при непрерывно распределенной компенсации согласно (3.52) отвечает условие  $b_{\Sigma} = 0$  или  $Z_{B_{\Sigma}} = \infty$ , или  $P_{H_{\Sigma}} = 0$ . Раскрывая формулу (3.55), мы получим:  $Q_{qк}^* = -\lambda$ .

$$|Q_{qк}^*| = \lambda \approx \pi/3 = 1,05.$$

**Пример 6.** Определить суммарную мощность трех сосредоточенных реакторов, расположенных в начале, середине и конце односторонне включенной линии длиной  $\ell = 1000$  км, обеспечивающих одинаковое напряжение во всех трех точках линии (рис. 3.20).

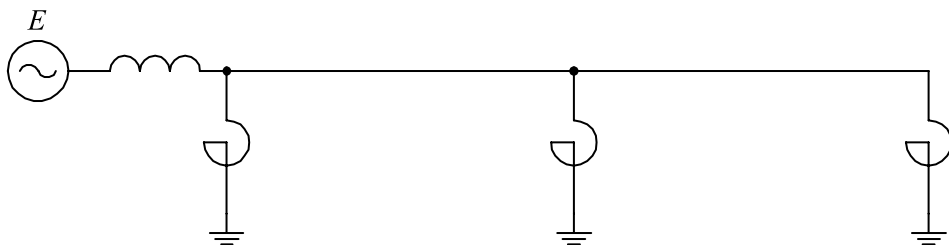


Рис. 3.20

Схема замещения сети представлена на рис. 3.21.

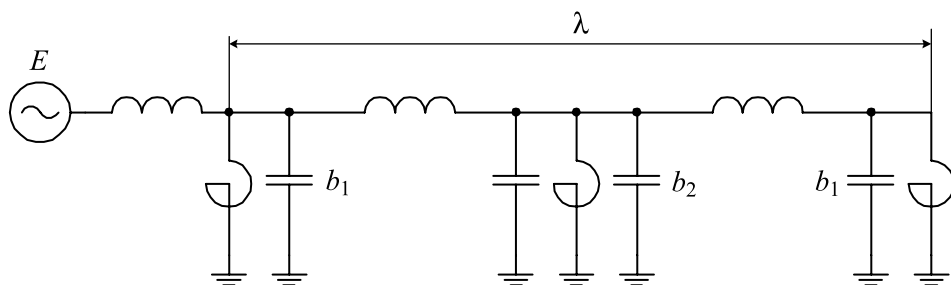


Рис. 3.21

Как видно из этого рисунка, указанный режим напряжений будет в случае равенства проводимостей реакторов соответствующим емкостным проводимостям линии. Таким образом:

$$b_1 = \frac{1}{Z_B} \cdot \operatorname{tg}(\lambda/4), \quad b_2 = 2 \cdot \frac{1}{Z_B} \cdot \operatorname{tg}(\lambda/4);$$

$$\sum Q_{qк} / P_H = 4 \cdot \operatorname{tg}(\lambda/4) = 4 \cdot \operatorname{tg}(\pi/12) = 1,07.$$

Как видно, результат весьма близок к тому, что дают формулы, предполагающие распределенную компенсацию (пример 5).

## Глава 5. УПРАВЛЯЕМАЯ ПОПЕРЕЧНАЯ КОМПЕНСАЦИЯ

Идея повышения предела передаваемой мощности на дальних линиях электропередачи путем поддержания напряжения в промежуточных точках линии за счет регулирования реактивной мощности в этих точках известна достаточно давно [23, 24 и др.]. В качестве таких регулирующих устройств реактивной мощности в настоящее время используются генераторы промежуточных станций, синхронные компенсаторы, статические тиристорные компенсаторы. Кажется достаточно перспективным относительно новое направление: применение оригинальных по конструкции управляемых реакторов, которые удачно сочетаются с новым типом линий электропередачи повышенной натуральной мощности [25, 28]. Это направление рассмотрим несколько подробнее.

Представим линию электропередачи длиной  $\lambda$ , разделенную на  $n$  одинаковых участков длиной  $\lambda/n$ , по концам каждого из которых предполагается установка регулируемого устройства компенсации реактивной мощности (УКРМ, рис. 3.22).

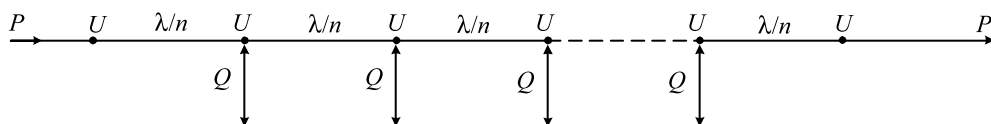


Рис. 3.22

Предположим, что регулировочный диапазон изменения реактивной мощности устройств по величине и знаку достаточен для поддержания заданного напряжения  $U$  во всех этих точках во всем диапазоне заданного изменения передаваемой активной мощности  $P$ . В этих условиях выражение для активной мощности по линии, справедливое для любого  $\lambda/n$  участка линии, имеет вид

$$P = \frac{U^2}{Z_B \cdot \sin(\lambda/n)} \cdot \sin(\delta/n) \quad \text{или в о.е.} \quad P^* = \frac{\sin(\delta/n)}{\sin(\lambda/n)}, \quad (3.56)$$

где  $\delta$  — полный угол на электропередаче (между напряжениями по концам линии),  $\delta/n$  — угол между векторами напряжений по концам любого участка.

Из формулы (3.56) видно, что максимальное значение мощности достигается при угле  $\delta/n = 90^\circ$  (а не  $\delta = 90^\circ$ ) и оно равно

$$P_{\max}^* = \frac{1}{\sin(\lambda/n)}. \quad (3.57)$$

Максимальную передаваемую мощность из (3.57) можно сделать сколь угодно большой независимо от длины линии за счет увеличения числа участков, на которых сосредоточены УКРМ. Для того чтобы обеспечить передачу

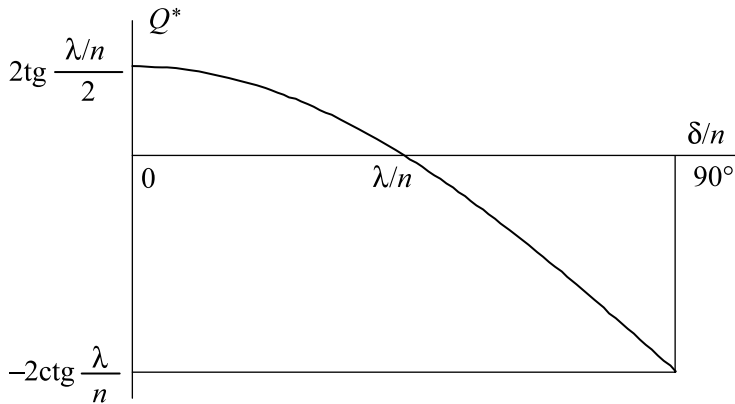


Рис. 3.23

активной мощности в соответствии с (3.56) при заданных напряжениях  $U$ , устройства компенсации реактивной мощности должны регулироваться в соответствии с выражением:

$$Q^* = 2 \cdot \frac{\cos(\delta/n) - \cos(\lambda/n)}{\sin(\lambda/n)}. \quad (3.58)$$

Характер зависимости  $Q^*(\delta/n)$  приведен для  $\delta/n < \pi/2$  на рис. 3.23, где показано, что для обеспечения режимов передачи активной мощности в диапазоне  $0 < P^* < 1$  (от холостого хода до натуральной мощности) требуются относительно небольшие по мощности устройства потребления реактивной мощности (в каждой точке деления), равные  $Q^* = 2 \cdot \text{tg}(\lambda/(2 \cdot n))$ , регулируемые от указанного значения до нуля. В случае же реализации режимов передачи мощности, большей натуральной, кроме указанного регулируемого потребления реактивной мощности требуется регулируемая ее генерация в каждой точке деления линии вплоть до мощности  $Q^* = 2 \cdot \text{ctg}(\lambda/n)$  (если  $P^* = P_{\text{max}}^*$ ), т. е. во много раз большей (при малом  $\lambda/n$ ).

Ниже будет показано, что натуральная мощность линий электропередачи может быть конструктивно существенно увеличена по сравнению с традиционными. Это значит, что существует другой альтернативный способ повышения пропускной способности линий электропередачи, связанный не с увеличением мощности генерации УКРМ, а с созданием линий повышенной натуральной мощности (ПНМ). При этом становится возможным осуществлять все рабочие режимы в зоне мощностей меньших натуральной  $0 < P < P_{\text{н}}^{\text{ПНМ}}$ , углы на участках будут в диапазоне  $0 < \delta/n \leq \lambda/n$  и  $P_{\text{max}}^* = P_{\text{н}}^{\text{ПНМ}}/P_{\text{н}}$ . Таким образом, от устройств компенсации реактивной мощности в этом случае понадобится только функция потребления реактивной мощности. Однако регулируемость таких устройств (управляемых реакторов) чрезвычайно важна, так как нерегулируемая поперечная индуктивная компенсация всегда уменьшает эквивалентную натуральную мощность

линии (см. гл. 4) и эффект повышения пропускной способности длинной линии за счет повышения ее натуральной мощности может быть существенно ослаблен. Кроме того, регулируемые реакторы здесь решают и другую важную задачу дальних электропередач — задачу поддержания статической и динамической устойчивости режимов, близких к режиму передачи натуральной мощности.

Получим выражение для простейшего критерия статической устойчивости, в первом приближении считая управляемую индуктивную поперечную компенсацию непрерывно распределенной ( $n = \infty$ ). Вопрос о статической устойчивости режимов линий с сосредоточенным управляемым реактором рассмотрен ниже.

Итак, имеем компенсацию емкостной проводимости линии  $b$  с помощью распределенных компенсационных реакторов  $b_K = -b_L$ , коэффициент компенсации  $K_L = b_L/b$ .

Передаваемая активная мощность равна

$$P = \frac{U^2}{Z_{B_3} \cdot \sin(\lambda_3)} \cdot \sin(\delta), \quad (3.59)$$

где  $\lambda_3 = \lambda \cdot \sqrt{1 - K_L}$ ,  $Z_{B_3} = Z_B \cdot \sqrt{1/(1 - K_L)}$ .

Формула (3.59) использует те же параметры эквивалентной линии  $Z_{B_3}$  и  $\lambda_3$ , что были введены в гл. 4. Однако при рассмотрении серии режимов (например, связанных с изменением передаваемой мощности  $P$ ) в общем случае эти параметры следует считать переменными, как и коэффициент компенсации  $K_L$ , меняющийся вследствие изменения проводимости реактора  $b_L$ .

Регулирование реакторов, направленное на поддержание заданного напряжения  $U$  во всех точках линии при изменении передаваемой активной мощности в диапазоне  $0 < P < P_H$ , ведет к изменению ее эквивалентной емкостной поперечной проводимости в диапазоне  $b - b_p = 0 \leq b_3 \leq b$ . Так как при каждом значении  $b_3$  на линии обеспечивается режим постоянного по модулю напряжения вдоль ее длины, то любой такой режим является искусственным натуральным с параметрами линии  $Z_{B_3}$ ,  $\lambda_3$ , и параметром режима  $P_{H_3} = U^2/Z_{B_3}$ . При непрерывном регулировании реакторов на линии, связанном с непрерывным изменением передаваемой активной мощности, имеем на линии переход через бесконечное число натуральных мощностей (непрерывное изменение эквивалентной натуральной мощности) в диапазоне  $0 \leq P_{H_3} \leq P_H$ . Левая граница этого неравенства достигается в режиме нулевой нагрузки на линии  $P = 0$  (реакторы полностью введены и компенсируют распределенную емкость линии), правая — в режиме равенства искусственной натуральной мощности  $P_{H_3}$  ее естественному значению  $P_H$  (здесь реакторы полностью выведены,  $b_L = 0$  и  $P_{H_3} = P_H$ ).

Так как в режиме натуральной мощности угол на линии равен ее волновой длине, имеем



$$\delta = \lambda_{\vartheta}. \quad (3.60)$$

Подставим (3.60) в (3.59), получим

$$P = \frac{U^2}{Z_{B_{\vartheta}}}. \quad (3.61)$$

Эквивалентное волновое сопротивление  $Z_{B_{\vartheta}}$  можно выразить через эквивалентную волновую длину  $\lambda_{\vartheta}$  и на основании (3.60) — через угол  $\delta$

$$Z_{B_{\vartheta}} = Z_B \cdot \sqrt{1/(1-K_L)} = Z_B \cdot \lambda/\lambda_{\vartheta} = Z_B \cdot \lambda/\delta.$$

Окончательно вместо (3.61) будем иметь

$$P = \frac{U^2}{Z_B \cdot \lambda} \cdot \delta. \quad (3.62)$$

Из формулы (3.62) видно, что в случае автоматического поддержания напряжения на линии с помощью регулирования реакторов ликвидируется проблема статической аperiodической устойчивости, т. к. согласно простейшему критерию

$$\frac{dP}{d\delta} = \frac{U^2}{Z_B \cdot \lambda} = \text{const} > 0, \quad (3.63)$$

т. е. производная мощности по углу положительна всегда, вне зависимости от длины линии и ее нагрузки в пределах  $0 < P < P_H$ .

Заметим, что выражение (3.63) справедливо, если отклонения напряжения в любой точке линии в «малом» будут равны нулю ( $\Delta U = 0$ ). Последнее оказывается возможным лишь при теоретически больших коэффициентах усиления регуляторов реакторов. Например, если регулятор реализует пропорциональное регулирование по отклонению напряжения вида  $\Delta b_L = K_p \cdot \Delta U$ , то  $\Delta U$  будет стремиться к нулю при стремлении  $K_p$  к бесконечности.

Закон регулирования проводимости реактора от угла (или от величины передаваемой активной мощности) можно получить следующим образом. Так как

$$K_L = b_L/b = -(\lambda_{\vartheta}/\lambda)^2 + 1 = 1 - (\delta/\lambda)^2 \quad (3.64)$$

или

$$b_L = b \cdot (1 - (\delta/\lambda)^2). \quad (3.65)$$

Следующим приближением к анализу статической аperiodической устойчивости является схема электропередачи с двумя участками линии и управляемым реактором в ее середине (рис. 3.24).

Расчетная схема рис. 3.24 содержит электрическую станцию „Г», два участка линии волновой длиной  $\lambda$  каждый, и шины бесконечной мощной системы „С». Будем предполагать, что по концам линии модули напряжений одинаковы ( $U_{\Gamma} = U_C = U$ ) и неизменны в «малом» ( $\Delta U_{\Gamma} = 0$ ,  $\Delta U_C = 0$ ), а в средней точке напряжение равно  $U_p$ . Пренебрежем активными потерями в

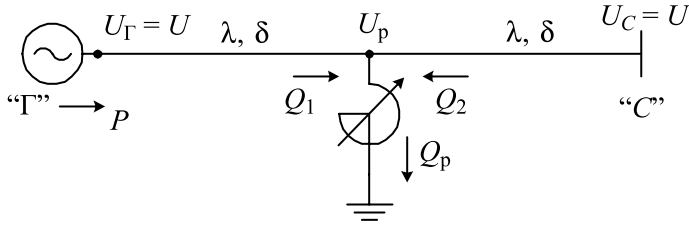


Рис. 3.24

линии и реакторе. При этих предположениях углы сдвига между напряжениями по концам линии и напряжением в ее середине будут одинаковыми и равны  $\delta$ . Некоторые дополнительные допущения будут введены ниже.

Критерием нарушения аperiodической устойчивости считаем изменение знака определителя системы линеаризованных уравнений установившегося режима, наступающее в процессе утяжеления режима из заведомо устойчивого (величина определителя пропорциональна свободному члену характеристического уравнения системы).

Уравнения установившегося режима электропередачи рис. 3.24 имеют вид

$$P = \frac{U \cdot U_p}{Z_B \cdot \sin(\lambda)} \cdot \sin(\delta),$$

$$Q_1 = \frac{U \cdot U_p}{Z_B \cdot \sin(\lambda)} \cdot \cos(\delta) - \frac{U_p^2}{Z_B \cdot \sin(\lambda)} \cdot \cos(\lambda) = Q_2,$$

где  $P, Q_1, Q_2$  — активная и реактивные мощности в конце первого и в начале второго участка линии.

Уравнение баланса реактивных мощностей

$$2 \cdot Q_1 = Q_p.$$

Перепишем уравнения в относительных единицах при  $U_{\text{баз}} = U$ ,  $P_{\text{баз}} = P_H = U^2 / Z_B$ , получим

$$\left. \begin{aligned} P^* &= \frac{K}{\sin(\lambda)} \cdot \sin(\delta) \\ Q_1^* &= \frac{K}{\sin(\lambda)} \cdot (\cos(\delta) - K \cdot \cos(\lambda)) \\ 2 \cdot Q_1^* &= Q_p^* \end{aligned} \right\}, \quad (3.66)$$

где  $K = U_p / U$  — перепад напряжений.

На основании (3.66) составим систему линеаризованных уравнений, справедливую для малых отклонений вблизи любого установившегося режима (переменные этого режима имеют индекс “0»). Используем формулы полных приращений:

$$\Delta P^* = \frac{\partial P^*}{\partial K} \cdot \Delta K + \frac{\partial P^*}{\partial \delta} \cdot \Delta \delta; \quad \Delta Q_p^* = \frac{\partial Q_p^*}{\partial K} \cdot \Delta K + \frac{\partial Q_p^*}{\partial \delta} \cdot \Delta \delta.$$

Тогда

$$\left. \begin{aligned} \Delta P^* &= \Delta K \cdot \sin(\delta_0) + \Delta \delta \cdot K_0 \cdot \cos(\delta_0) = 0 \\ \Delta Q_p^* &= \frac{2 \cdot \Delta K}{\sin(\lambda)} \cdot (\cos(\delta_0) - 2 \cdot K_0 \cdot \cos(\lambda)) - \frac{2 \cdot \Delta \delta}{\sin(\lambda)} \cdot K_0 \cdot \sin(\delta_0) \end{aligned} \right\}, \quad (3.67)$$

где  $\Delta P^*$ ,  $\Delta Q_p^*$ ,  $\Delta K$ ,  $\Delta \delta$  — малые отклонения параметров режима ( $P^*$ ,  $\Delta Q_p^*$ ,  $K$ ,  $\delta$ ) от их установившихся значений  $P_0^*$ ,  $Q_{p0}^*$ ,  $K_0$ ,  $\delta_0$  в проверяемом на апериодическую устойчивость режиме. Равенство  $\Delta P^* = 0$  следует из предположений постоянства мощности турбин  $P_T = \text{const}$  и отсутствия движения ротора в установившемся режиме. Тогда из уравнения движения  $(T_j / \omega_0) \cdot p^2 \cdot (2 \cdot \delta) = P_T^* - P^*$  следует, что приращение  $\Delta P^* = 0$ .

Реактивная мощность управляемого реактора

$$Q_p = U_p^2 \cdot b_p,$$

где  $b_p$  — проводимость реактора. В относительных единицах  $Q_p^* = K^2 \cdot b_p^*$ , где  $b_p^* = b_p \cdot Z_B$ .

Линеаризованное уравнение управляемого реактора

$$\Delta Q_p^* = \frac{\partial Q_p^*}{\partial K} \cdot \Delta K + \frac{\partial Q_p^*}{\partial b_p^*} \cdot \Delta b_p^* = 2 \cdot K_0 \cdot b_{p0}^* \cdot \Delta K + K_0^2 \cdot \Delta b_p^*.$$

С учетом уравнения регулятора реактора пропорционального действия, действующего по отклонению напряжения  $\Delta K$  с коэффициентом усиления  $K_p$ ,

$$\Delta b_p^* = K_p \cdot \Delta K,$$

окончательно имеем

$$\Delta Q_p^* = (2 \cdot b_{p0}^* + K_0 \cdot K_p) \cdot K_0 \cdot \Delta K. \quad (3.68)$$

Получили три уравнения (3.67) и (3.68) с неизвестными  $\Delta Q_p^*$ ,  $\Delta K$ ,  $\Delta \delta$ . Определитель  $D$  этой системы с учетом равенства

$$b_{p0}^* = \frac{Q_{p0}^*}{K_0^2} = \frac{2}{K_0 \cdot \sin(\lambda)} \cdot (\cos(\delta_0) - K_0 \cdot \cos(\lambda))$$

имеет вид

$$D = 2 \cdot K_0 \cdot \cos(2 \cdot \delta_0) + K_0^3 \cdot K_p \cdot \sin(\lambda) \cdot \cos(\delta_0). \quad (3.69)$$

Как видим из (3.69) в заведомо устойчивом режиме, например, в режиме холостого хода ( $\delta_0 = 0$ ), при отсутствии регулирования на реакторе ( $K_p = 0$ ) и при поддержании на нем напряжения  $U_p = U$  ( $K_0 = 1$ ) определитель  $D = 2 > 0$ . С ростом нагрузки (с увеличением угла  $\delta_0$ ) определитель уменьшается и проходит через нуль при  $\delta_0 = 45^\circ$ , т. е. при нагрузках по линии, отвечающих углам  $\delta_0 > 45^\circ$  ( $90^\circ$  на линии), происходит нарушение апериодической устойчивости. Как видно из (3.69), можно “задержать» переход определителя через нуль, т. е. увеличить допустимый угол  $\delta_0$  на линии введением автоматиче-

ского регулирования реактивной мощности на реакторе  $K_p > 0$ , по крайней мере, до углов на участке  $\delta_0 < 90^\circ$  ( $180^\circ$  на линии).

Таким образом, при рассмотренной схеме компенсации сосредоточенным реактором (два участка линии) апериодическая устойчивость обеспечивается при угле на участке линии  $\delta < 45^\circ$  при  $K_p = 0$  (нерегулируемый реактор) и  $\delta < 90^\circ$  при  $K_p \rightarrow \infty$  (автоматически регулируемый реактор). Можно показать, что при любом числе участков, равном  $n$ , апериодическая устойчивость обеспечивается, если угол на участке  $\delta < 90^\circ/n$  ( $K_p = 0$ ) и  $\delta < 90^\circ$  ( $K_p \rightarrow \infty$ ). При реальном значении коэффициента регулирования реактора  $K_p$  угол на участке линии будет находиться в пределах  $90^\circ/n < \delta < 90^\circ$  в зависимости от величины  $K_p$ .

**Пример.** Возможна ли по условию апериодической устойчивости режима передача мощности  $P^* = 0,9$  (90 % от натуральной мощности) по электропередаче рис. 3.24 с участками  $\lambda = 60^\circ$  при следующих условиях: а) наличии нерегулируемого и неотключаемого реактора, выбранного из условия компенсации 50 % емкости линии; б) наличии управляемого реактора, регулируемого «вручную» на поддержание напряжения  $U_p = U$  ( $K_0 = 1$ ) во всех режимах вплоть до  $P_{0\max}^* = 0,9$ ; в) наличии управляемого реактора с автоматической системой регулирования по отклонению напряжения с целью его поддержания на уровне  $U_p = U$  ( $K = 1$ ) во всех режимах  $0 \leq P^* \leq 0,9$ . Определить  $P_{\max}^*$  для всех случаев.

а) Эквивалентная постоянная  $B_3''^*$  схемы 10 табл. гл. 3

$$B_3''^* = \sin(2 \cdot \lambda) + b_{p0}^* \cdot \sin^2(\lambda).$$

Из условия задачи следует, что при 50 % компенсации емкости линии реактором напряжение в средней точке в режиме холостого хода должно быть равно 1 ( $K_0 = 1$ ), откуда согласно (3.66) мощность реактора равна

$$Q_{p0}^* = \frac{2}{\sin(\lambda)} \cdot (1 - \cos(\lambda)) = 1,15.$$

Значит  $b_{p0}^* = Q_{p0}^* = 1,15$ .

Таким образом, имеем  $B_3''^* = 1,73$ , и предельная передаваемая мощность равна

$$P^* = \frac{\sin(2 \cdot \delta)}{B_3''^*} \bigg|_{\delta=45^\circ} = 0,58 < 0,9.$$

б) Согласно (3.69) для определения значения  $\delta_0$ , отвечающего предельному по апериодической устойчивости режиму, для схемы реактора без системы автоматического регулирования следует положить  $K_p = 0$  (и  $K_0 = 1$  по условию задачи). Имеем уравнение предельного по условию апериодической устойчивости режима

$$2 \cdot \cos(2 \cdot \delta_0) = 0,$$

откуда для обеспечения устойчивости угол  $\delta_{0\text{пред}}$  на участке линии должен быть  $\delta_{0\text{пред}} < 45^\circ$ .

Реактивная мощность реактора в этом предельном режиме

$$Q_{p0}^* = b_{p0}^* = \frac{2}{\sin(\lambda)} \cdot (\cos(45^\circ) - \cos(\lambda)) = 0,48$$

и предельная мощность

$$P_{\text{пред}}^* = \frac{\sin(90^\circ)}{\sin(2 \cdot \lambda) + b_{p0}^* \cdot \sin^2(\lambda)} = 0,82 < 0,9,$$

т. е. передача расчетной мощности здесь также невозможна.

в) При напряжениях по концам участков  $U = 1$  угол на участке при  $P^* = 0,9$  равен

$$\delta_0 = \arcsin(P_0^* \cdot \sin(\lambda)) = 51,2^\circ.$$

На основании (3.69) имеем необходимое значение коэффициента усиления  $K_p$ , которое обращает в нуль определитель  $D$ ,

$$K_p = -\frac{2 \cdot \cos(2 \cdot \delta_0)}{\sin(\lambda) \cdot \cos(\delta_0)} = -\frac{2 \cdot \cos(2 \cdot 51,2^\circ)}{\sin(60^\circ) \cdot \cos(51,2^\circ)} = 0,8.$$

Таким образом, все режимы передачи мощности  $0 \leq P^* \leq 0,9$  будут апериодически устойчивы, если коэффициент регулятора реактора будет (3.68) не меньше  $K_p \geq 0,8$ .

## Глава 6. ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ С ПРОДОЛЬНОЙ ЕМКОСТНОЙ КОМПЕНСАЦИЕЙ ИНДУКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ЛИНИЙ

Продольная емкостная компенсация используется в следующих случаях: для увеличения пропускной способности одноцепной линии; для увеличения пропускной способности каждой цепи в случае многоцепных линий, когда одна или более цепей выведены из эксплуатации; для получения желаемого деления нагрузки между параллельными цепями; для увеличения передаваемой мощности по условию устойчивости путем уменьшения угла между напряжениями по концам линии.

Альтернативными решениями являются: сооружение дополнительных параллельных линий; использование более высокого напряжения; создание промежуточных переключательных пунктов; использование электропередач постоянного тока; применение линий переменного тока с повышенной натуральной мощностью. Выбор того или иного типа электропередачи должен осуществляться на основании технико-экономического сопоставления различных вариантов.

Стоимость установок продольной компенсации (УПК) составляет существенную часть стоимости электропередачи и зависит от степени компенсации и длины линии. Наиболее просто оценить мощность конденсаторной батареи УПК можно на основании гл. 4, предполагая компенсацию непрерывно распределенной. Однако эффект компенсации и ряд технико-экономических

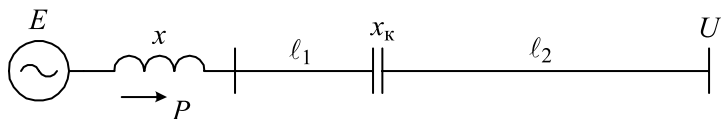


Рис. 3.25

показателей в реальном случае сосредоточенной УПК зависит от ее местонахождения на линии. Рассмотрим схему рис. 3.25 и получим для нее коэффициент  $\dot{B}_3$ , который определяет максимальное значение передаваемой мощности  $P_{\max}$  согласно выражению (без учета потерь в элементах электропередачи)

$$P = \frac{E \cdot U}{B_3} \cdot \sin(\delta) = P_{\max} \cdot \sin(\delta),$$

где  $\dot{B}_3 = jB_3''$ .

Воспользуемся данными таблицы 3.1 (гл. 3, схема 9) и для простоты положим  $x = 0$ . Получим

$$B_3'' = Z_B \cdot \sin(\lambda) - x_k \cdot \cos(\lambda_1) \cdot \cos(\lambda_2).$$

Найдем минимальное значение  $B_3''$  путем изменения положения УПК на линии, т. е. вычислим

$$\frac{\partial B_3''}{\partial \lambda_1} = (x_k \cdot \cos(\lambda_1) \cdot \cos(\lambda - \lambda_1))' = 0$$

или  $-\cos(\lambda - \lambda_1) \cdot \sin(\lambda_1) + \sin(\lambda - \lambda_1) \cdot \cos(\lambda_1) = 0$ . Используя формулу приведения, имеем  $\sin(\lambda - \lambda_1 - \lambda_1) = 0$  или окончательно  $\lambda_1 = \lambda/2$ , т. е. минимальному значению  $B_3''$  (при  $x = 0$ ) отвечает положение УПК в середине линии. При  $x \neq 0$  минимум имеет место при положении УПК ближе к началу линии.

Однако расположение УПК на электропередаче может быть подчинено другим техническим требованиям. Например, в схеме рис. 3.26, а после аварийного отключения одного из участков ВЛ, ток в другом УПК на параллельной линии увеличивается, что по условиям этого послеаварийного режима (ПАР) требует выбора мощности каждой из УПК с запасом. Этого недостатка нет в схеме двухцепной электропередачи с УПК на переключательном пункте (рис. 3.26, б). Однако, здесь, в свою очередь, уменьшается степень компенсации индуктивного сопротивления линии в ПАР, что не происходит в схеме рис. 3.26, а, где имеет место постоянная степень компенсации, одинаковая в нормальном и послеаварийном режиме. Вариант схемы рис. 3.26, в удобнее схемы рис. 3.26, а, т. к. при разбиении конденсаторов на две части установки оказываются на подстанциях. Эта схема применена на двухцепной межсистемной связи 500 кВ (Pacific Intertie) в США длиной около 1,5 тыс. км с 20 УПК суммарной мощностью 4500 МВАр [34]. Каждая установка продольной компенсации состоит из большого числа единичных конденсаторов, соединенных и параллельно, и последовательно. Так на подстанции «Table Mountain» трехфазная УПК мощностью 160 МВАр состоит из 2300 конденсаторов. Каждый участок этой межсистемной связи

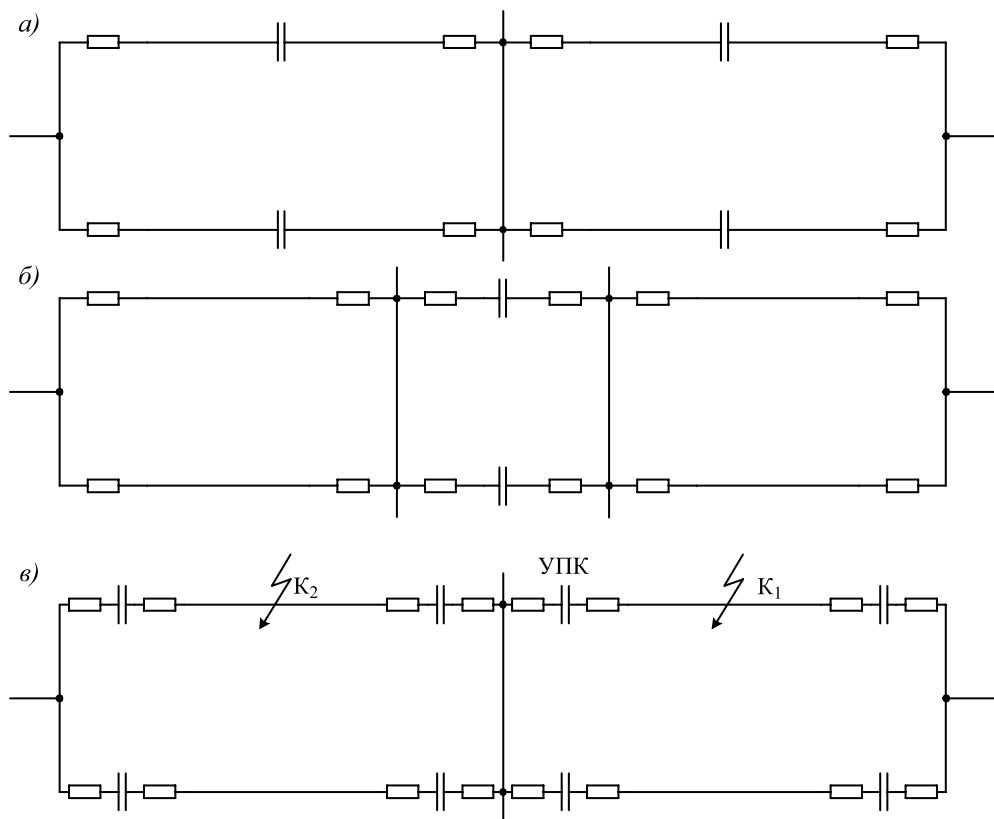


Рис. 3.26

(из общего числа 9) имеет очень высокую степень компенсации — до 70 % (обычно степень компенсации ниже: 30...35 %). Длительный расчетный ток каждой цепи 1200 А, номинальный ток с учетом нагрузки при качаниях — 1800 А, кратковременная аварийная перегрузка (при отключении одного из участков) допускается до 2400 А в течение 30 минут. Первая УПК на подстанции «Tesla» была введена в действие в 1968 г.

Одной из серьезных проблем, требующей для своего решения сложного и дорогостоящего оборудования, является защита конденсаторных батарей (КБ) УПК от токов к.з. [33]. При возникновении к.з. напряжение на КБ может превысить свое номинальное значение во столько раз, во сколько ток к.з. больше номинального. Поэтому конденсаторные батареи оборудованы системой защиты от перенапряжений (рис. 3.27), представляющей собой комбинацию ОПН, искровых промежутков (ИП) и шунтирующего выключателя (ШВ).

В том случае, если к.з. «внутреннее» по отношению к данной УПК (например, при к.з. в точке  $K_1$  по отношению к выделенной УПК, см. рис. 3.26, в), может быть допущено шунтирование ОПН (а, следовательно, и КБ) с помощью ИП, а затем замыкание шунтирующего выключателя ШВ. Это

возможно, т. к. участок линии с к.з. все равно должен быть отключен. Шунтирование ОПН также производится при превышении рассеиваемой энергии в нем допустимой величины. В случае же «внешних» к.з. (для той же УПК, но при к.з. в точке  $K_2$  на рис. 3.26, в) все УПК, находящиеся вне поврежденного участка линии, должны быть в работе как можно быстрее после отключения повреждения для повышения пропускной способности сети в ПАР и повышения

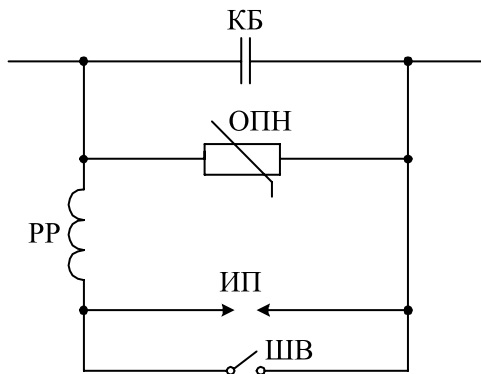


Рис. 3.27

предела динамической устойчивости. Этого можно добиться в схеме рис. 3.27 путем ограничения перенапряжений на КБ с помощью ОПН, работающего до отключения к.з. В этом случае ИП и ШВ не работают. В результате КБ в послеаварийном режиме оказывается не зашунтированной, что существенно увеличивает пропускную способность электропередачи.

В контуре разряда КБ—ИП (ШВ) включен разрядный реактор (РР), ограничивающий разрядный ток. Этот ток не должен превышать значения, допустимого для каждого конденсатора и не вызывать срабатывания плавкого предохранителя, которым снабжается каждый конденсатор. Искровой промежуток не должен работать при кратковременной перегрузке электропередачи (например, при качаниях), и пока энергия, выделяющаяся в ОПН в аварийных режимах, не превзойдет допустимое для него значение 100...200 МДж. Защитный уровень искровых промежутков обычно составляет  $(2 \div 2,5) \cdot U$  о.е. (относительно номинального напряжения КБ). Выделяемая в ОПН энергия зависит от вида и места к.з., расположения УПК, времени работы линейных выключателей, времени до шунтирования УПК, числа допустимых включений при АПВ и др.

В заключение отметим, что по условию ограничения номинальных напряжений отдельных элементов системы защита УПК может состоять из двух и более последовательных частей, каждая из которых имеет полный комплект защиты (рис. 3.27).

**Пример 1.** Приблизненно определить мощность конденсаторных батарей (КБ) УПК для схем электропередачи рис. 3.28, а, б при значениях  $X_k^*$ , обеспечивающих снижение угла на электропередаче вдвое при  $P^*=1$  для линий длиной 1000 км (500 км), базисные единицы  $Z_6 = Z_B$ ,  $U_6 = U$ . Не учитывать реактивную мощность линии, протекающую через КБ.

Угол на электропередаче можно определить из выражения для активной мощности компенсированной ВЛ

$$P^* = \frac{1}{B_3''^*} \cdot \sin(\delta) = 1.$$





Рис. 3.28

Для снижения угла вдвое, когда в исходной схеме однородной линии при  $P^*=1$  он был бы равен волновой длине  $\delta = \lambda = 60^\circ$  ( $30^\circ$ ), необходимая величина  $B_3^*$  равна для  $\delta = 30^\circ$  ( $15^\circ$ )  $B_3^* = 0,5$  ( $0,26$ ).

Для схемы рис. 3.28, а имеем (см. табл. 3.1 гл. 3, схема 9)

$$B_3^* = \sin(\lambda) - X_K^* \cdot \cos^2(\lambda/2) = \sin(60^\circ) - X_K^* \cdot \cos^2(30^\circ) = 0,5 \quad (30^\circ) \quad (15^\circ) \quad (0,26)$$

Откуда  $X_K^* = 0,49$  ( $0,26$ ).

Для схемы рис. 3.28, б  $B_3^* = \sin(\lambda) - X_K^* \cdot \cos(\lambda) = 0,5$  ( $0,26$ ). Откуда  $X_K^* = 0,73$  ( $0,28$ ).

Приближенно мощность КБ в относительных единицах (без учета реактивной мощности линии):

$$Q_{KB}^* = \frac{Q_{KB}}{P_{нат}} = I^2 \cdot \frac{X_K}{P_{нат}} = \frac{P^2}{U^2} \cdot \frac{X_K}{P_{нат}} = \frac{P^2 \cdot X_K}{P_{нат} \cdot Z_B \cdot P_{нат}} = (P^*)^2 \cdot X_K^*,$$

т. е. при  $P^*=1$  мощность  $Q_{KB}^* = X_K^*$ , т. е., например, для схемы рис. 3.28, а  $Q_{KB}^* = 0,49$ , для схемы рис. 3.28, б  $Q_{KB}^* = 0,73$  ( $\ell = 1000$  км).

Таким образом, во второй схеме мощность КБ УПК для длинной линии оказывается в 1,49 раза больше. При более коротких участках это различие меньше.

**Пример 2.** Определить ток трехфазного к.з. в точках  $K_1, K_2, K_3, K_4$ , показанных на рис. 3.29, для односторонне включенной ВЛ длиной 500 км,  $X_c^* = 0,3$  и реактивных сопротивлений  $X_K^*$  КБ, полученных в примере 1 (в схеме 3.29, б емкость разнести по концам ВЛ).

Для схемы рис. 3.29, а

$$I_{K_2}^* \Big|_{K_1} \approx \frac{E^*}{X_c^* + \sin(\lambda/2) - X_K^*} = \frac{1}{0,3 + 0,26 - 0,26} \approx 3,3;$$

$$I_{K_2}^* \Big|_{K_2} = \frac{E^*}{X_c^*} = \frac{1}{0,3} = 3,3.$$

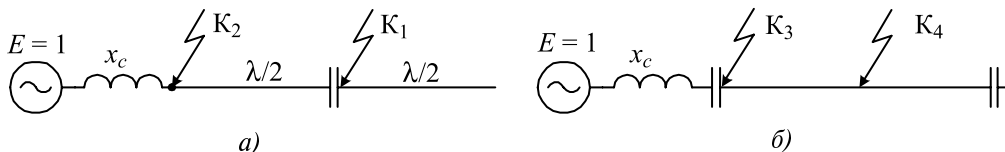


Рис. 3.29

Для схемы рис. 3.29, б предполагаем КБ, разделенные на две равные части, включенные по концам линии. Получим

$$I_{K_3}^* |_{K_3} = \frac{E^*}{X_c^* - X_K^*/2} = \frac{1}{0,3-0,14} = 6,25;$$

$$I_{K_3}^* |_{K_4} = \frac{E^*}{X_c^* - X_K^*/2 + \sin(\lambda/2)} = \frac{1}{0,3-0,14+0,26} = 2,4.$$

Видно, что вынесение УПК с линии на ее концы может существенно увеличить ток к.з. (так в схеме рис. 3.29, б без разделения КБ по концам линии, т. е. как в схеме рис. 3.28, б, ток к.з. был бы  $I_{K_3}^* = 1/(0,3-0,28) = 50$ ).

**Пример 3.** Выбрать мощность реактора (проводимость  $b_p^*$ ) в схеме рис. 3.30 компенсированной линии длиной 1000 км при  $X_K^* = 0,49$ , обеспечивающего в режиме одностороннего питания напряжение в конце линии  $U_K = 1$ . Сравнить с мощностью реактора в некомпенсированной линии.

На основании формул таблицы 3.1 для схемы 9 найдем значения  $\dot{A}_{\Sigma 1}^*$  и  $\dot{B}_{\Sigma 1}^*$  схемы, включающей участки линии и КБ. Получим

$$A_{\Sigma 1}^* = \cos(\lambda) + (1/2) \cdot X_K^* \cdot \sin(\lambda); \quad B_{\Sigma 1}^* = \sin(\lambda) - X_K^* \cdot \cos^2(\lambda/2).$$

Далее с помощью формул таблицы для схемы 7 получим коэффициент  $A_{\Sigma 1}^*$  с учетом  $b_p^* \neq 0$ . Имеем

$$A_{\Sigma 1}^* = \cos(\lambda) + (1/2) \cdot X_K^* \cdot \sin(\lambda) + b_p^* \cdot (\sin(\lambda) - X_K^* \cdot \cos^2(\lambda/2)).$$

Из выражения  $U_K = E / A_{\Sigma 1}^* = 1$  определим относительную проводимость реактора

$$b_p^* = \frac{1 - \cos(\lambda) - (1/2) \cdot X_K^* \cdot \sin(\lambda)}{\sin(\lambda) - X_K^* \cdot \cos^2(\lambda/2)}.$$

При отсутствии УПК

$$b_p^* = \frac{1 - \cos(\lambda)}{\sin(\lambda)} = \operatorname{tg}(\lambda/2)$$

и мощность реакторов оказывается практически одинаковой.

В нашем примере

$$b_p^* |_{X_K \neq 0} = b_p^* |_{X_K = 0} = 0,58.$$

Полученный результат можно объяснить в предположении непрерывной емкостной продольной компенсации тем, что в данном случае снижается и эквивалентное волновое сопротивление  $Z_{B_3}$ , и эквивалентная

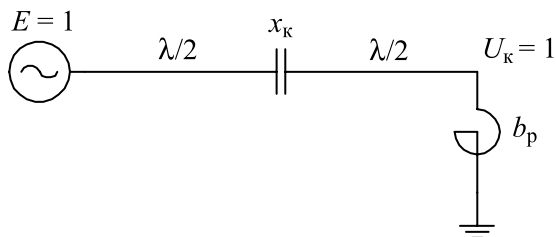


Рис. 3.30

волновая длина  $\lambda_3$ , а проводимость  $\dot{Y}$  в П-схеме замещения определяется выражением  $\dot{Y} = j(1/Z_{B3}) \cdot \operatorname{tg}(\lambda_3/2)$ . При относительно малых длинах  $\lambda_3$  и степенях компенсации проводимость остается примерно на прежнем уровне, а значит, проводимость реактора для компенсации емкостного тока практически не меняется (в данном примере  $\lambda_3 \approx 44,6^\circ$ ,  $Z_{B3} = 0,74 \cdot Z_B$ ).

## Глава 7. ПОЛУВОЛНОВЫЕ ЛИНИИ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ

Однородные линии электропередачи с волновой длиной  $\lambda = 180^\circ$  ( $\ell = 3000$  км при частоте 50 Гц) обладают рядом замечательных свойств, некоторые из которых уже отмечались выше (примеры 1, 2 гл. 2). Эти свойства следующие.

1) Благоприятные режимы распределения напряжения в режиме холостого хода (т. к.  $A'_L = D'_L = \cos(\lambda) = -1$ ); при одностороннем питании  $U(x) = E \cdot \cos(\lambda - \lambda_x) / \cos(\lambda)$ , а при двухстороннем питании  $U(x) = E \cdot \sin(\lambda/2 - \lambda_x) / \sin(\lambda/2)$ , т. е. ни в одной из точек линии напряжение  $U(x)$  не превышает напряжения источников питания  $E$ . В этом режиме (режиме синхронизации) полуволновую линию можно заземлить в средней точке, что не связано с появлением тока к.з. в питающих системах, т. к. входное сопротивление линии с обеих сторон  $Z_{Bx} = jZ_B \cdot \operatorname{tg}(\lambda/2) \rightarrow \infty$ . Способ включения линии, короткозамкнутой в середине, снижает уровень коммутационных перенапряжений вдоль нее, а в квазиустановившемся режиме удобен для определения момента окончания синхронизации — по нулю тока в короткозамыкающем выключателе. При отклонении длины линии от полуволновой на некоторую величину ( $\Delta$ )  $\lambda = \pi + \Delta$  напряжение в конце ее, например, в режиме холостого хода имеет такое же значение, как в случае линии длиной  $\lambda = \Delta$ .

2) Максимальное значение передаваемой мощности формально достигает очень большой величины, т. к.  $P_{\max}^* = 1/\sin(\lambda)$  и при  $\lambda \rightarrow \pi$   $P_{\max}^* \rightarrow \infty$ . С учетом концевых реактивностей и одинаковых модулей напряжений за ними имеем

$$P_{\max}^* \Big|_{x_1=x_2=x} = - \frac{1}{(1-x^{*2}) \cdot \sin(\lambda) + 2 \cdot x^* \cdot \cos(\lambda)} \Big|_{\lambda \rightarrow \pi} \rightarrow \frac{1}{2 \cdot x^*}.$$

Кроме того, что более важно, мощность  $P_{\max}^*$  должна быть существенно ограничена из-за повышения напряжения в промежуточных точках линии при  $P_{\max}^* > 1$  (подробнее см. ниже).

3) Линии электропередачи с волновой длиной, не сильно отличающейся от  $\pi$ :  $\lambda = \pi + \Delta$  ( $\Delta > 0$ ), имеют большой естественный запас передаваемой мощности по условию статической устойчивости. Так производная  $dP^*/d\delta = \cos(\delta)/\sin(\lambda)$  положительна при изменении угла  $180^\circ < \delta < 270^\circ$  ( $\cos(\delta) < 0$ ) от режима холостого хода до режима передачи максимальной мощности и одновременно  $\sin(\lambda) < 0$ .

4) Линии электропередачи полуволнового типа не требуют установки в промежуточных точках относительно сложного и дорогостоящего оборудования (за исключением систем ограничения внутренних перенапряжений), и потому они дешевле компенсированных электропередач переменного тока, причем последние тем дороже, чем более их естественная волновая длина отличается от  $\pi$ .

5) Линии электропередачи полуволнового типа не требуют сколько-нибудь значительных по мощности концевых устройств компенсации реактивной мощности (см. формулы 3.74) независимо от нагрузки линии. Это можно объяснить следующим образом. Напряжение в средней точке линии как бы «самонастраивается» к нагрузке линии: при холостом ходе  $U(\lambda/2) = 0$ ,  $I^*(\lambda/2) = 1$ , т. е. емкостная мощность, генерируемая емкостью линии и источниками напряжения возле ее концов, потребляется в индуктивности линии в центральной ее части. При нагрузке линии, скажем, мощностью  $P^* = 2$  напряжение  $U(\lambda/2) = 2$ ,  $I^*(\lambda/2) = 1$ . Здесь реактивная мощность генерируется линией в средней ее части и потребляется индуктивностью линии у ее концов, где  $I_N^* = I_K^* = 2$ .

Однако полуволновые линии обладают рядом недостатков, которые необходимо иметь в виду при рассмотрении других альтернативных вариантов.

1) Ограничение передаваемой мощности по уровню напряжения в средней точке. Напряжение в середине линии пропорционально току в ее конце. Действительно, из уравнений длинной линии [см. глава 1, формулы (1.32\*)] для напряжения в ее середине имеем (в о.е.)

$$U_{\lambda/2} = \cos(\lambda/2) + jI_K^* \cdot \sin(\lambda/2) \quad (3.70)$$

или при  $\lambda = \pi$  получим

$$|\dot{U}_{\lambda/2}| = |\dot{I}_K^*|. \quad (3.71)$$

Из уравнений длинной линии для тока в ее середине имеем (в о.е.)

$$I_{\lambda/2} = I^* \cos \lambda/2 + j \sin \lambda/2$$

$$|\dot{I}_{\lambda/2}| = |\dot{U}_K| = 1, \quad (3.72)$$

т. е. напряжение в средней точке линии пропорционально (в о.е. равно) току в конце линии, а ток в средней точке линии пропорционален (в о.е. равен) напряжению в конце. Из (3.71) следует главное ограничение для полуволновых линий, связанное с практической невозможностью длительных режимов с передачей мощности большей натуральной ( $I_K^* > 1$ ), т. к. пропорционально увеличению передаваемой мощности  $P^* > 1$  будет расти напряжение в средней точке  $U_{\lambda/2} > 1$ . Заметим также, что с этой точки зрения должен быть специально проанализирован режим, связанный с качанием роторов

генераторов электрических станций, работающих на эту линию, возникающих после типовых расчетных возмущений в системе. Как правило, для ограничения таких кратковременных перенапряжений требуется усложнение обычной системы ограничения коммутационных перенапряжений.

2) Снижение к.п.д. полуволновой электропередачи при нагрузках  $P^* < 1$ .

Это следует из одновременного рассмотрения (3.71) и (3.72), т. к. пропорционально снижению нагрузки  $I_K^* < 1$  падает напряжение  $U_{\lambda/2}$ , а ток в середине линии вне зависимости от режима постоянен ( $I_{\lambda/2}^* = 1$ ).

3) Сложность управления нормальными режимами полуволновых электропередач.

Как следует из угловой характеристики мощности (при  $U_{\text{баз}} = U_K$ ,  $Z_{\text{баз}} = Z_B$ )

$$P^* = \frac{U_H^*}{\sin(\lambda)} \cdot \sin(\delta), \quad (3.73)$$

при длине линии, равной точно  $\pi$  ( $\lambda = \pi$ ), все режимы от холостого хода до натуральной мощности осуществляются при угле  $\delta = \pi$ , т. е. управление величиной передаваемой мощности практически невозможно. Поэтому реально рассматриваются линии с длиной немного большей  $\pi$ :  $\lambda = \pi + \Delta$  (где  $\Delta \approx 10 \dots 20^\circ$ ). Тогда вместо (3.73) имеем

$$P^* = \frac{U_H^*}{-\sin(\Delta)} \cdot \sin(\delta),$$

где углу  $\delta = \pi$  отвечает режим холостого хода, а углу  $\delta = \pi + \Delta$  — режим  $P^* = 1$ . В этом случае, например, для реактивной мощности  $Q_H^*$  в начале линии имеем

$$Q_H^* = \frac{U_H^*}{\sin(\Delta)} \cdot (U_H^* \cdot \cos(\Delta) + \cos(\delta)), \quad (3.74)$$

откуда видно, что при работе без перепада  $U_H^* = 1$ , малом  $\Delta$  и небольшом диапазоне изменения угла  $\delta$   $Q_H^*$  мало (аналогично  $Q_K^*$ ). Однако, если есть перепад  $U_H^* > 1$ , реактивная мощность меняется очень сильно при изменениях угла  $\delta$ . И, наконец, как будет видно из примера 1 ниже, работа полуволновой электропередачи практически невозможна (по режиму напряжений) при коэффициенте мощности нагрузки, отличающемся от 1 ( $\cos(\varphi) \neq 1$ ).

4) Проблема резонансных перенапряжений при коротких замыканиях на полуволновой линии и в примыкающих системах.

Рассмотрим вначале к.з. на линии («внутреннее» к.з., рис. 3.31).

Ток в начале линии при к.з. на расстоянии  $l_K$  определяется следующим образом:

$$I_H = \frac{E}{j(x + Z_B \cdot \operatorname{tg}(\lambda_K))}.$$

Ток в месте к.з. равен

$$I_K = I_H / \cos(\lambda_K).$$

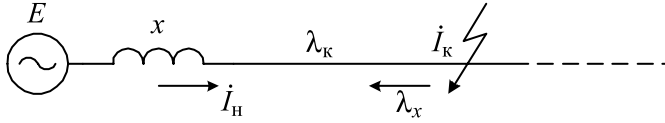


Рис. 3.31

Распределение напряжения вдоль короткозамкнутого участка линии определяется формулой

$$\dot{U}_x = jZ_B \cdot \sin(\lambda_x) \cdot \dot{I}_K = \frac{E \cdot \sin(\lambda_x)}{x^* \cdot \cos(\lambda_K) + \sin(\lambda_K)},$$

где  $x^* = x/Z_B$ .

Знаменатель последнего выражения может быть преобразован к виду

$$x^* \cdot \cos(\lambda_K) + \sin(\lambda_K) = \sqrt{(x^*)^2 + 1} \cdot \sin(\lambda_K + \arctg(x^*))$$

и окончательно

$$U_x = \frac{E \cdot \sin(\lambda_x)}{\sqrt{(x^*)^2 + 1} \cdot \sin(\lambda_K + \arctg(x^*))}. \quad (3.75)$$

Из (3.75) видно, что наибольшие перенапряжения возникают в центральной части линии, а их величина зависит от места к.з. и реактивности системы  $x^*$ . При  $x^* = 0$  наиболее опасны к.з. по концам линии, а при  $x^* \neq 0$  область опасных мест к.з. перемещается к середине линии.

Рассмотрим теперь «внешнее» к.з. вне линии (рис. 3.32) за реактивностью  $x$ , длину линии предполагаем равной  $\lambda = \pi$ .

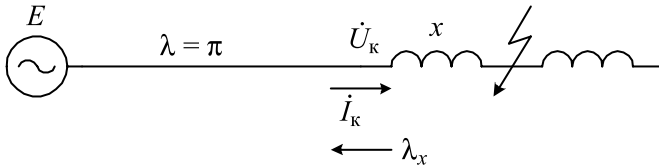


Рис. 3.32

Распределение напряжения вдоль линии будет:

$$\dot{U}_x = U_K \cdot \cos(\lambda_x) + jZ_B \cdot \dot{I}_K \cdot \sin(\lambda_x) = U_K \cdot \cos(\lambda_x) + \frac{Z_B}{x} \cdot U_K \cdot \sin(\lambda_x),$$

где  $\dot{U}_K = jx \cdot \dot{I}_K$  и  $\dot{U}_K$  определяется из уравнения (при  $E = -U_K$  вне зависимости от режима):

$$E = \dot{U}_K \cdot \cos(\lambda) + jZ_B \cdot \dot{I}_K \cdot \sin(\lambda) = \dot{U}_K \cdot \cos(\lambda) = -U_K$$

и окончательно

$$U_x = -E \cdot \left( \cos(\lambda_x) + \frac{1}{x^*} \cdot \sin(\lambda_x) \right), \quad (3.76)$$

откуда видно, что максимальные перенапряжения и точка их появления на линии зависят от реактивности к.з.  $x^*$ . При малом  $x^*$  самые большие

перенапряжения имеют место вблизи середины линии. В действительности, потери на корону существенно снижают эти перенапряжения до уровня  $(2 \div 2,5) \cdot U_{\text{ф}}$  и, тем не менее, для линий высших классов напряжений они требуют серьезного удорожания системы защиты от перенапряжений.

5) Проблемы настройки, компенсации, невозможность промежуточных присоединений.

В практических условиях при волновой естественной длине линии  $\lambda > \pi$  требуется компенсация, уменьшение длины  $\lambda_3 < \lambda$  до эквивалентной полу-волновой (или обычно несколько больше:  $\lambda_3 = \pi + \Delta$ ), в случае  $\lambda < \pi$  требуется настройка, увеличение длины  $\lambda_3 > \lambda$ .

Настроенную линию можно создать с помощью продольных реакторов мощностью (см. 3.51):

$$Q_{\text{дк}}^* = \left( 1 - \frac{\lambda^2}{(\pi + \Delta)^2} \right) \cdot \lambda$$

или с помощью поперечных конденсаторов по (3.55) суммарной мощностью:

$$Q_{\text{qк}}^* = \frac{(\pi + \Delta)^2}{\lambda} - \lambda.$$

Однако, как это уже известно из предыдущего, эквивалентная натуральная мощность такой линии в первом случае будет меньше. Очевидно, что экономически более целесообразными являются случаи, когда естественная волновая длина близка к требуемой  $\lambda \rightarrow (\pi + \Delta)$ . Наиболее простым способом является настройка концевыми индуктивными элементами, которыми могут являться реактивности трансформаторов (так, например, если длина линии  $\lambda = \pi$ , то с учетом типовых параметров трансформаторов дополнительной настройки не потребуются).

В заключение заметим, что теоретические и экспериментальные исследования в области полуволновых линий электропередачи проводились в нашей стране [31], имеются публикации зарубежных специалистов [32].

**Пример 1.** Определить максимальное напряжение на полуволновой линии при передаче мощности  $|S^*| = 1$  при а)  $\cos(\varphi) = 1$  и б)  $\cos(\varphi) = 0,8$ .

а) Распределение напряжения вдоль линии в о.е.

$$\dot{U}_x = \cos(\lambda_x) + jI_K \cdot \sin(\lambda_x).$$

При  $\cos(\varphi) = 1$  имеем  $S = P = I_K = \dot{I}_K = 1$ , тогда  $\dot{U}_x = \cos(\lambda_x) + j \sin(\lambda_x) = e^{j\lambda_x}$  или  $|U_x| = 1$ , т. е. напряжение во всех точках линии по модулю равно единице.

б) Из выражения для мощности в конце линии  $\dot{S}_K = \dot{U}_K \cdot \dot{I}_K^*$  и  $\dot{U}_K = U = 1$

в относительных единицах получим  $\dot{I}_K = \dot{S}_K^* = 0,8 - j0,6$ .

Распределение напряжения по линии  $\dot{U}_x = \cos(\lambda_x) + j(0,8 - j0,6) \cdot \sin(\lambda_x)$ .  
Модуль напряжения на линии

$$|\dot{U}_x| = \sqrt{(\cos(\lambda_x) + 0,6 \cdot \sin(\lambda_x))^2 + (0,8 \cdot \sin(\lambda_x))^2},$$

откуда получаем максимальное напряжение в точке  $\lambda_x = 45^\circ$ , и оно равно

$$|\dot{U}_{x_{\max}}| = 1,26.$$

**Пример 2.** Определить максимальные перенапряжения на полувольтной линии при к.з. на ней и  $x^* = 0,3$  и при к.з. за трансформатором  $X_T^* = 0,1$ .

В первом случае используем формулу (3.75), откуда видно, что максимальное напряжение будет в точке  $\lambda_x$ , отстоящей от места к.з. на  $\lambda_x = \pi/2$ . Место к.з., отвечающее максимальным перенапряжениям, будет в точке линии  $\lambda_K + \arctg(x^*) = \pi$ . Откуда  $\lambda_K = 2,85$ .

Во втором случае используем формулу (3.76). Наибольший максимум будет вблизи середины линии  $\lambda_K = \pi/2$ , и он равен  $|\dot{U}_{x_{\max}}| \approx 10 \cdot E$ .

**Пример 3.** Определить концевые реактивности ( $X$ ), настраивающие линию длиной  $\ell = 2500$  км ( $\lambda = 2,62$ ) на полуволновую длину (рис. 3.33) и определить напряжение в средней точке линии при передаче мощности  $P^* = 1$  (в однородной полувольтной линии это напряжение было бы равно 1).

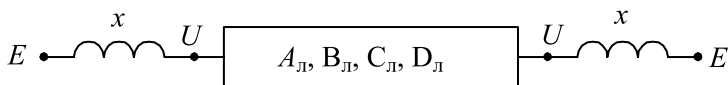


Рис. 3.33

Искомые реактивности можно определить по эквивалентному параметру  $A_3$  из условия  $A_3 = \cos(\lambda_3) = \cos(\pi) = -1$  с помощью табл. гл. 3, схема 5

$$A_3 = \cos(\lambda) - X \cdot (1/Z_B) \cdot \sin(\lambda) = -1.$$

Откуда  $X^* = X/Z_B = (1 + \cos(\lambda))/\sin(\lambda) = 0,268$ .

Искомое напряжение

$$U_{\lambda/2}^* = \frac{\cos(\delta/2)}{\cos(\lambda/2)}.$$

Определим угол  $\delta$  на линии, найдя сначала углы  $\delta_c$  на реактивностях  $X$ . Имеем два уравнения в о.е.

$$\frac{E^*}{X^*} \cdot \sin(\delta_c) = P^* = 1; \quad \frac{(E^*)^2 - E^* \cdot \cos(\delta_c)}{X^*} = Q^* = 0.$$

Откуда  $\delta_c = 0,3$ .

Угол на линии —  $\delta_l = \pi - 0,6 = 2,54$  и напряжение —  $U_{\lambda/2}^* = \cos(1,27)/\cos(1,31) = 1,14$ .

Полученный результат ( $U_{\lambda/2}^* > 1$ ) объясняется тем, что эквивалентная натуральная мощность настроенной с помощью продольных реакторов линии оказывается меньшей единицы, а значит, при передаче заданной  $P^* = 1$  на линии напряжение должно быть выше 1.



## Глава 8. ДВУХЦЕПНЫЕ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ СО СБЛИЖЕННЫМИ ФАЗАМИ ЦЕПЕЙ

В таких электропередачах [30] (рис. 3.34) предполагается возможным регулирование фазового сдвига  $\theta$  между напряжениями одноименных сближенных фаз. Это позволяет менять величину эквивалентной натуральной мощности двухцепной электропередачи в широких пределах и тем самым повысить ее самосбалансированность по реактивной мощности в большом диапазоне нагрузочных режимов, снизить потери активной мощности и др.

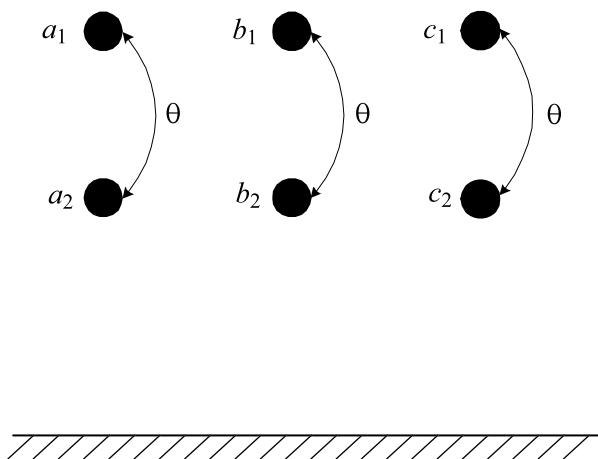


Рис. 3.34

Возможность регулирования фазового сдвига напряжений цепей позволяет уменьшать влияние электропередачи путем снижения напряженности электрического поля вблизи линии.

Предполагая многократную попарную транспозицию фаз ВЛ и пренебрегая потерями в земле и проводах, мы можем перейти к двухпроводной линии (рис. 3.35) и воспользоваться решением телеграфных уравнений в виде [см. глава 1, (1.32\*)]:

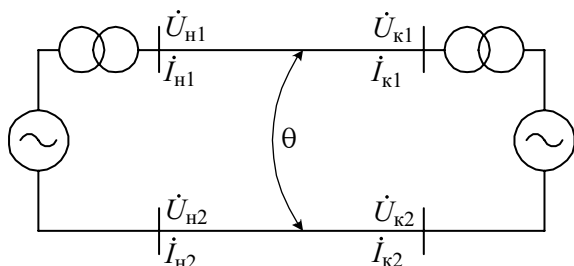


Рис. 3.35

$$\begin{aligned} \dot{U}_H &= \dot{U}_K \cdot \cos(\lambda) + \\ &+ jZ_B \cdot \dot{I}_K \cdot \sin(\lambda), \\ \dot{I}_H &= \dot{I}_K \cdot \cos(\lambda) + \\ &+ jY_B \cdot \dot{U}_K \cdot \sin(\lambda), \end{aligned} \quad (3.77)$$

где  $Z_B = \nu_c \cdot \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix}$ ;  $Y_B = Z_B^{-1}$ ;  
 $L_1, L_2, M$  — погонные средние

по фазам рабочие индуктивности первой и второй цепей и взаимная индуктивность между ними.

Используем (3.77) для получения значения мощности в начале электропередачи при угловом сдвиге между напряжениями  $\delta$  по концам каждой из цепей, равному волновой длине  $\lambda$ , т. е. получим выражение для натуральной мощности электропередачи. Угол между напряжениями цепей обозначим через  $\theta$ , а модули напряжений по концам примем одинаковыми, т. е. будем иметь  $\dot{U}_H = \dot{U}_K \cdot e^{j\lambda}$ ;  $\dot{U}_{H1} = \dot{U}_{H2} \cdot e^{j\theta}$ ;  $\dot{U}_{K1} = \dot{U}_{K2} \cdot e^{j\theta}$  и  $|\dot{U}_{H1}| = |\dot{U}_{H2}| = |\dot{U}_{K1}| = |\dot{U}_{K2}| = U$ . Выразим из первого уравнения (3.77) ток  $\dot{I}_K$  и подставим его во второе. После преобразования:

$$\begin{aligned} S_{H1} &= (Y_{B1} + Y_{BM} \cdot e^{j\theta}) \cdot U^2, \\ S_{H2} &= (Y_{B2} + Y_{BM} \cdot e^{-j\theta}) \cdot U^2, \end{aligned} \quad (3.78)$$

где  $Y_{B1}$ ,  $Y_{B2}$ ,  $Y_{BM}$  — элементы матрицы волновых проводимостей, причем взаимная волновая проводимость  $Y_{BM} = -Z_{BM} / (Z_{B1} \cdot Z_{B2} - Z_{BM}^2) < 0$ , а  $Y_{B1} > 0$ ,  $Y_{B2} > 0$ .

Выделим вещественную и мнимую составляющие в (3.78), получим активные и реактивные мощности по цепям (при  $\delta = \lambda$ ):

$$\begin{aligned} P_{H1} &= (Y_{B1} + Y_{BM} \cdot \cos(\theta)) \cdot U^2, \\ P_{H2} &= (Y_{B2} + Y_{BM} \cdot \cos(\theta)) \cdot U^2, \\ Q_{H1} &= U^2 \cdot Y_{BM} \cdot \sin(\theta), \\ Q_{H2} &= -Q_{H1}. \end{aligned} \quad (3.79)$$

Суммы мощностей по цепям:

$$\begin{aligned} P_H &= P_{H1} + P_{H2} = (Y_{B1} + Y_{B2} + 2 \cdot Y_{BM} \cdot \cos(\theta)) \cdot U^2, \\ Q_H &= Q_{H1} + Q_{H2} = 0. \end{aligned} \quad (3.80)$$

Как следует из (3.80), натуральную мощность двухцепной электропередачи можно регулировать в диапазоне

$$P_{H\min} = U^2 \cdot (Y_{B1} + Y_{B2} - 2 \cdot Y_{BM}) \leq P_H \leq U^2 \cdot (Y_{B1} + Y_{B2} + 2 \cdot Y_{BM}) = P_{H\max}$$

при изменении углового сдвига между цепями в пределах  $0 \leq \theta \leq 180^\circ$ . Если оценить натуральную мощность традиционной двухцепной электропередачи как  $P_{H\text{трад}} = 2 \cdot Y_B \cdot U^2$  ( $Y_{B1} \approx Y_{B2} = Y_B$ ), то из (3.80) видно, что при  $\theta = 0^\circ$  натуральная мощность управляемой электропередачи меньше традиционной, а при  $\theta = 180^\circ$  — больше. Если ориентировочно принять  $Y_{BM} \approx 0,4 \cdot Y_B$ , то

$$0,6 \cdot P_{H\text{трад}} < P_H < 1,4 \cdot P_{H\text{трад}}.$$

Как следует из (3.80), при любом угле  $\theta$  реактивная мощность  $Q_H$  в начале и в конце электропередачи отсутствует, однако из (3.79) следует, что отдельно по цепям она отсутствует только при фазовом сдвиге  $\theta = 0^\circ$  и  $\theta = 180^\circ$ .

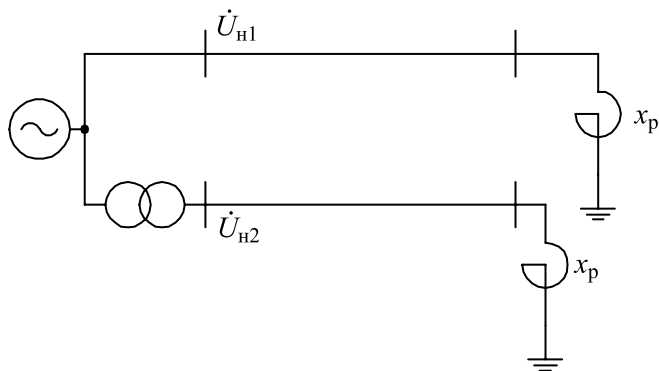


Рис. 3.36

При всех остальных значениях угла между цепями протекает уравнивающая реактивная мощность, что приводит к дополнительным потерям.

Рассмотрим режим холостого хода такой электропередачи и выявим особенности этого режима в управляемой электропередаче с точки зрения выбора необходимой мощности реактора. Схема включенной с одной стороны ненагруженной электропередачи представлена на рис. 3.36.

Вначале рассмотрим схему без реакторов, положив в уравнениях (3.77)  $I_K = 0$ . Тогда получим

$$U_{K1}/U_{H1} = 1/\cos(\lambda) = U_{K1}/U_{H2},$$

т. е. взаимное влияние цепей отсутствует.

Напротив, при  $X_p \neq \infty$  (см. рис. 3.36) с помощью уравнений (3.77) и граничных условий  $\dot{U}_{K1} = jX_p \cdot \dot{I}_{K1}$ ,  $\dot{U}_{K2} = jX_p \cdot \dot{I}_{K2}$  получим ( $b_p = 1/X_p$ )

$$\frac{U_{K1}}{U_{H1}} = \frac{\cos(\lambda) + b_p \cdot (Z_B - Z_{BM} \cdot e^{j\theta}) \cdot \sin(\lambda)}{(\cos(\lambda) + b_p \cdot (Z_B - Z_{BM}) \cdot \sin(\lambda)) \cdot (\cos(\lambda) + b_p \cdot (Z_B + Z_{BM}) \cdot \sin(\lambda))}. \quad (3.81)$$

Формула (3.81) существенно упрощается при предельных значениях угла  $\theta$ :

$$\text{при } \theta = 0^\circ \quad \frac{U_{K1}}{U_{H1}} = \frac{1}{\cos(\lambda) + b_p \cdot (Z_B + Z_{BM}) \cdot \sin(\lambda)},$$

$$\text{при } \theta = 180^\circ \quad \frac{U_{K1}}{U_{H1}} = \frac{1}{\cos(\lambda) + b_p \cdot (Z_B - Z_{BM}) \cdot \sin(\lambda)},$$

откуда видно, что при  $\theta = 0^\circ$  напряжение в конце линии (при одной и той же мощности реактора) меньше по сравнению со случаем отсутствия электромагнитной связи между цепями ( $Z_{BM} = 0$ ), когда  $U_{K1}/U_{H1} = 1/\cos(\lambda)$  и больше, когда  $\theta = 180^\circ$ .

Выбор мощности реакторов, необходимых для ограничения перенапряжений одностороннего питания, можно сделать с помощью (3.81), задав-

шись допустимым отношением  $U_{к1}/U_{н1}$ . Например, задавая  $U_{к1}/U_{н1} = 1$ , получим для  $\theta = 0^\circ$

$$Q_{p1} = Q_{p2} = P_{H_{\min}} \cdot \operatorname{tg}(\lambda/2),$$

где  $P_{H_{\min}} = U^2 \cdot (Y_{B1} + Y_{B2})$ .

Таким образом, осуществляя включение линии с углом  $\theta = 0^\circ$ , можно уменьшить установленную мощность шунтирующих реакторов, обеспечивающих заданное напряжение в конце линии, по сравнению с ВЛ без электромагнитной связи.

## Глава 9. ЛИНИЯ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ ПОВЫШЕННОЙ НАТУРАЛЬНОЙ МОЩНОСТИ КОМПАКТНОЙ КОНСТРУКЦИИ

### § 9.1. Выбор конструкции воздушных линий переменного тока [27-29]

Для ограничения потерь энергии от коронного разряда наибольшее рабочее напряжение на линии  $U_{н.р.}$  должно быть, по крайней мере, на 10 % ниже начального напряжения короны  $U_{н.р.}$ , т. е.  $U_{н.р.} \leq 0,9 \cdot U_H$  и

$$U_H = \frac{n \cdot q}{C \cdot K_H} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot n \cdot r_0 \cdot E_H}{C \cdot K_H}, \text{ кВ} \quad (3.82)$$

где  $q = 2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r_0 \cdot E_H$  — заряд на проводе;  $n$  — число проводов в фазе;  $r_0$  — радиус провода;  $E_H$  — начальная напряженность коронного разряда на проводе;  $C$  — рабочая емкость линии;  $K_H$  — коэффициент, учитывающий неравномерность распределения напряженности электрического поля по поверхности составляющих.

Начальная напряженность  $E_H$  зависит от радиуса  $r_0$ , плотности воздуха  $\delta = 0,00289 \cdot p / (273 + t)$  (где  $p$  — давление в Па,  $t$  — температура в  $^\circ\text{C}$ ) и коэффициента негладкости провода  $m_H \approx 0,82$

$$E_H = 17 \cdot m_H \cdot \delta \cdot \left( 1 + \frac{0,62}{\delta^{0,3} \cdot r_0^{0,38}} \right), \text{ кВ/см}. \quad (3.83)$$

Рабочая емкость транспонированной линии  $C$  при расположении проводов равномерно по окружностям с радиусом расщепления  $r_p$  и при среднем геометрическом расстоянии между фазами  $d_{ср.г}$

$$C = 2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{1}{\ln(d_{ср.г}/r_\Sigma)}, \quad (3.84)$$

где 
$$r_\Sigma = r_p \cdot (n \cdot r_0 / r_p)^{1/n}. \quad (3.85)$$

В реальных условиях проектирования  $K_H$ , а также  $r_0$  и, следовательно,  $E_H$  имеют малые диапазоны численных изменений, и потому могут считаться

постоянными. При традиционных конструкциях опор ВЛ заданными являются и расстояния между фазами, т. е. —  $d_{\text{ср.г}}$ . Таким образом, для получения необходимого значения  $U_{\text{н}}$  требуется увеличить число составляющих  $n$  (при неизменном расстоянии  $a$  между составляющими). Заметим, что при увеличении  $n$  и росте радиуса расщепления  $r_{\text{р}}$  одновременно растет и числитель, и знаменатель в (3.82), последний — из-за роста рабочей емкости  $C$  (3.84). Практика проектирования, к сожалению, повсеместно сложилась так, что расстояния между составляющими в фазах оказались фиксированными и равными  $a = 0,4 \div 0,6$  м. Это обстоятельство, по всей видимости, объясняется тем, что для предотвращения механических колебаний проводов расщепленной фазы, их истирания и разрушения дистанционных распорок необходимо иметь расстояния между проводами не меньше  $a = (20 \div 30) \cdot r_0$ , однако это ограничение снизу стало трактоваться как ограничение сверху и все конструкции расщепленных фаз стали выполняться в основном с  $a = 0,4$  м.

Так как радиус расщепления связан с числом проводов  $n$  и расстоянием между ними  $a$  формулой

$$r_{\text{р}} = a / 2 \sin(\pi / n), \quad (3.86)$$

то по существу остался искомым лишь один параметр: или  $n$ , или  $r_{\text{р}}$ . Такой подход, естественно, привел к выбору фазы с минимальным числом составляющих или с минимальным размером фазы (минимальный радиус  $r_{\text{р}}$ ).

Теперь остановимся на существующей практике выбора междуфазного расстояния на ВЛ. Согласно ПУЭ нормируются минимально допустимые изоляционные расстояния между фазами, обеспечивающие надежную работу линии при рабочем напряжении и перенапряжениях с учетом приближения соседних фаз друг к другу под влиянием ветра. Например, наименьшие допустимые расстояния между фазами ВЛ—500 в зависимости от стрелы провеса составляют  $d = 7 \div 7,5$  м. Эти расстояния могут быть значительно сокращены при жестком фиксировании фаз в пролете (с помощью изоляционных распорок), а также при глубоком ограничении внутренних перенапряжений (при снижении расчетной кратности перенапряжений  $K_{\text{п}} = U_{\text{max}} / U_{\text{н.р.}}$ ). Так, например, при  $K_{\text{п}} = 2,5$  расстояние между фазами может быть снижено до 4,2 м, при  $K_{\text{п}} = 1,8$  — до 3,3 м, при  $K_{\text{п}} = 1$  — до 1,9 м. Однако реально для ВЛ—500 реализовано расстояние между фазами  $d \approx 12$  м и  $d_{\text{ср.г}} \approx 12 \div 14$  м, т. е., чтобы обеспечить минимальное число проводов (в данном случае  $n = 3$ ) при  $a = 0,4$  м междуфазное расстояние пришлось даже увеличить по сравнению с допустимым ПУЭ ( $7 \div 7,5$  м), в противном случае было бы невыполнено условие  $U_{\text{н.р.}} \leq 0,9 \cdot U_{\text{н}}$  (или для сохранения уменьшенного междуфазного расстояния необходимо было бы принять число составляющих  $n = 4$ ). Дополнительным ограничивающим фактором на пути создания ВЛ с уменьшенными междуфазными расстояниями является неудачная конструкция опор ВЛ, в которых заземленные элементы конструкций (стойки опоры) находятся между фазами, в результате чего сумма изоляционных расстояний оказывается существенно больше необходимых.

При таком традиционном подходе к проектированию оправдать целесообразность увеличения числа составляющих сверх минимального значения, требуемого по условию коронного разряда, очень сложно. Другое дело, если это увеличение дает существенное улучшение параметров линии (уменьшение ее волнового сопротивления, а, следовательно, и индуктивного).

В случае расщепленной фазы при любом междофазном расстоянии может быть обеспечено требование ограничения коронного разряда путем изменения числа составляющих и расстояний между ними. Таким образом, дополнительной степенью свободы, не использовавшейся ранее, является расстояние между составляющими, которое можно принимать и большим, чем  $a = 0,4$  м, а также не обязательное постоянство этого параметра для всех расстояний внутри каждой из фаз.

Сближение и дополнительное расщепление фаз ведет к снижению  $d_{\text{ср.Г}}$  и росту  $r_p$ , что увеличивает рабочую емкость  $C$  в (3.84), снижает волновое сопротивление линии  $Z_B = 1/(C \cdot v_c)$  ( $v_c$  — скорость света) и увеличивает натуральную мощность линии.

Для иллюстрации влияния на параметры линий перечисленных выше факторов рассмотрим пример создания линий повышенной натуральной мощности 500 кВ. Примем радиус провода  $r_0 = 0,01$  м, расстояние между составляющими  $a = 0,4$  м, среднее геометрическое расстояние между центрами фаз  $d_{\text{ср.Г}} = 12$  м. При неизменных указанных параметрах проварьируем число составляющих в фазе. Последовательность вычислений следующая: по заданному  $a$  и  $n$  с помощью (3.86) вычисляется  $r_p$  и по (3.85, 3.84) —  $r_z$  и  $C$ . Далее, учитывая, что заряд на проводе приближенно определяется формулой ( $K_H = 1$ )

$$q = E_H \cdot 2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r_0,$$

получим из (3.82) (при  $U_H = U_\Phi$ ) отношение

$$\frac{q}{U_\Phi} \approx \frac{C}{n},$$

т. е. величину, характеризующую заряд на проводе. Кроме того, вычислим изоляционное расстояние  $d_{u_z} = d - 2 \cdot r_p$ . Данные сведем в таблицу 3.2 (первые три столбца).

**Таблица 3.2**

|               | <b>n</b> |           |           |            |           |           |
|---------------|----------|-----------|-----------|------------|-----------|-----------|
|               | <b>3</b> | <b>10</b> | <b>20</b> | <b>...</b> | <b>10</b> | <b>10</b> |
| $r_p$ , м     | 0,23     | 0,65      | 1,28      | ...        | 25        | 2,5       |
| $C$ , пФ/м    | 12       | 17,9      | 23,9      | ...        | 38,3      | 37,4      |
| $q/U_\Phi$    | 12/3     | 17,9/10   | 23,9/20   | ...        | 38,3/10   | 37,4/10   |
| $d_{u_z}$ , м | 11,5     | 10,9      | 9,7       | ...        | 11,5      | 3         |

Из полученных результатов видно, что при сохранении неизменными расстояния между центрами фаз ( $d_{\text{ср.г}}$ ) и расстояния ( $a$ ) между составляющими рост числа проводов увеличивает радиус расщепления (размеры фаз), несколько увеличивает рабочую емкость линии  $C$ , но существенно медленнее, чем растет число составляющих, и очень резко снижает величину заряда на составляющих фазы. В связи с этим можно говорить о недоиспользовании проводов ВЛ по условию коронного разряда (т. к. относительную величину заряда  $q/U_{\text{ф}} = 12/3$  при  $n = 3$  считаем близкой к допустимой). Можно сохранить заряд на каждом проводе на уровне, близком к допустимому (при  $d_{u_{\text{ж}}} \approx 11,5 \div 12$  м) за счет увеличения расстояния ( $a$ ) между составляющими (см. предпоследний столбец таблицы 3.2). Видно, что таким образом удастся увеличить емкость линии практически прямо пропорционально увеличению числа составляющих в фазе (в 3,3 раза). Однако при этом радиус расщепления достигает гигантских размеров  $r_p = 25$  м, что совершенно неприемлемо. И, наконец, четвертый столбец таблицы показывает, что желаемое увеличение емкости линии при приемлемых размерах фаз  $r_p = 2,5$  м может быть получено только при уменьшении междофазного расстояния (в данном примере  $d_{u_{\text{ж}}}$  должно быть равно  $d_{u_{\text{ж}}} \approx 3$  м). Таким образом, повышение натуральной мощности ВЛ путем глубокого расщепления фаз при одновременном получении компактных конструкций (в поперечном сечении) возможно при одновременном сближении фаз ВЛ. Это приводит к новым конструкциям опор «охватывающего» типа, когда все заземленные элементы опоры охватывают одновременно все три фазы ВЛ.

Результат, полученный в примере, может быть теоретически обоснован следующим образом. Так, при передаче по линии натуральной мощности ток в линии

$$I_{\text{н}} = \frac{U_{\text{ф}}}{Z_{\text{в}}} = \frac{U_{\text{ф}}}{\sqrt{L \cdot C}} = U_{\text{ф}} \cdot v_c \cdot C = v_c \cdot q,$$

где заряд для ВЛ с одиночными проводами определяется формулой

$$q = 2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r_0 \cdot E \quad \text{при} \quad E \leq E_{\text{доп}}.$$

И, наконец, натуральная мощность линии с  $n$  проводами в фазе выражается следующей формулой

$$P_{\text{н}} = 3 \cdot U_{\text{ф}} \cdot I_{\text{н}} = 6 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot v_c \cdot n \cdot r_0 \cdot U_{\text{фн}} \cdot E_{\text{доп}} / K_{\text{н}}, \quad (3.87)$$

откуда видно, что, если обеспечить на всех проводах ВЛ напряженность электрического поля  $E$  близкой к допустимой  $E_{\text{доп}}$ , натуральная мощность будет расти пропорционально числу составляющих в фазе. Полученное выражение для  $P_{\text{н}}$  противоречит реальной практике проектирования, при которой параметры линии  $L$ ,  $C$  мало зависят от числа составляющих в фазе, например, рабочее погонное индуктивное сопротивление фазы в зависимости от числа составляющих равно (Ом/км):  $x = 0,4$  ( $n = 1$ );  $x = 0,33$  ( $n = 2$ );  $x = 0,3$  ( $n = 3$ );  $x = 0,28$  ( $n = 4$ ). Отсутствие пропорционального роста  $P_{\text{н}}$  от

числа составляющих объясняется снижением  $E < E_{\text{доп}}$  с ростом  $n$ , которое, в свою очередь, происходит из-за постоянства расстояния  $a$  между составляющими и больших среднегеометрических расстояний между фазами. Заметим, что в реальных конструкциях коэффициент неравномерности  $K_n$  отражает неравномерность распределения напряженности по поверхности каждого составляющего,

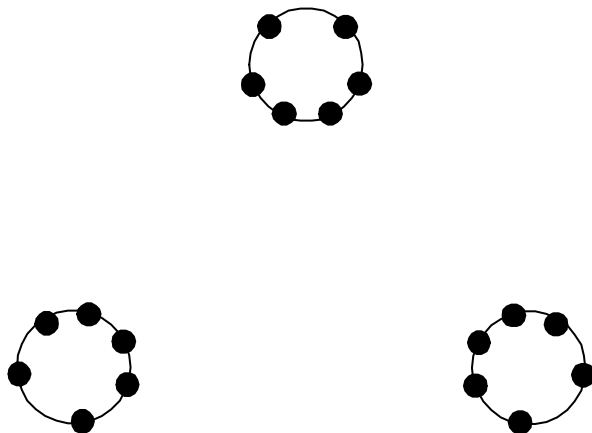


Рис. 3.37

вызванную действием полей от остальных проводников всех фаз. Точный расчет  $E_{\text{max}}$  на каждом составляющем и проверка условия  $E_{\text{max}_i} < E_{\text{доп}}$  ( $i = 1 \dots 3 \cdot n$ ) проводится с помощью специальных компьютерных программ. Имеются также оптимизационные программы, осуществляющие автоматический поиск такого расположения проводов фаз ВЛ в пространстве, что для каждого провода  $E_{\text{max}_i} < E_{\text{доп}}$ . Оптимальные в таком понимании конструкции ВЛ могут иметь неравномерное расположение проводников по окружности.

## § 9.2. Эффективность применения линий повышенной натуральной мощности

Наиболее важными областями применения линий повышенной натуральной мощности является их использование в качестве транспортных электропередач в схемах выдачи мощности крупных электрических станций, а также создания межсистемных или внутрисистемных связей при передаче больших потоков мощности. Такие линии позволяют уменьшить число цепей сверх того числа, которое достаточно по условиям надежности, а также обеспечить большие перетоки мощности, не переходя к более высокому классу напряжения (особенно в случае относительно коротких линий).

Однако, эффективность внутрисистемных и питающих ВЛ также может быть повышена даже в том случае, если они предназначены для относительно небольших потоков мощности.

Покажем это вначале для внутрисистемной линии электропередачи. Потребление реактивной мощности индуктивным сопротивлением такой линии можно определить по следующему выражению:

$$Q_L = 3 \cdot I^2 \cdot X_H \approx 3 \cdot I^2 \cdot Z_B \cdot \sin(\lambda),$$



где приближенно считаем ток в индуктивном сопротивлении линии равным току нагрузки  $\dot{I}$ . Генерацию реактивной мощности линии примем

$$Q_c = 3 \cdot U^2 \cdot b_{\text{л}} \approx 3 \cdot U^2 \cdot \frac{1}{Z_{\text{В}}} \cdot \sin(\lambda),$$

где считаем напряжения в начале и конце линии равными  $|U_{\text{Н}}| = |U_{\text{К}}| = U$  и  $2 \cdot \text{tg}(\lambda/2) \approx \sin(\lambda)$ . Получим отношение

$$\frac{Q_L}{Q_c} = \frac{3 \cdot I^2 \cdot Z_{\text{В}}^2 \cdot \sin(\lambda)}{3 \cdot U^2 \cdot \sin(\lambda)} = \frac{3 \cdot I^2 \cdot Z_{\text{В}}^2 \cdot P_{\text{Н}}^2}{3 \cdot U^2 \cdot P_{\text{Н}}^2} = \frac{3 \cdot I^2 \cdot Z_{\text{В}} \cdot 3 \cdot U^2}{Z_{\text{В}} \cdot P_{\text{Н}}^2} = \left( \frac{S}{P_{\text{Н}}} \right)^2,$$

где полная передаваемая мощность определяется соотношением  $S = \sqrt{3} \cdot U_{\text{НОМ}} \cdot F \cdot J$  и  $J$  — плотность тока.

Отношение потребляемой мощности  $Q_L$  к полной передаваемой  $S$

$$\frac{Q_L}{S} = \frac{3 \cdot I^2 \cdot X_{\text{л}}}{3 \cdot U \cdot I} = \frac{3 \cdot U \cdot I \cdot X_{\text{л}}}{3 \cdot U^2 \cdot Z_{\text{В}} / Z_{\text{В}}} = \frac{S}{P_{\text{Н}}} \cdot \sin(\lambda).$$

Относительная реактивная мощность, генерируемая линией,

$$\frac{Q_c}{S} = \frac{3 \cdot U^2 \cdot b_{\text{л}}}{S} = \frac{3 \cdot U^2 \cdot \sin(\lambda)}{Z_{\text{В}} \cdot S} = \frac{P_{\text{Н}}}{S} \cdot \sin(\lambda).$$

В итоге, полная относительная реактивная мощность, потребляемая линией,

$$\frac{Q_{\text{л}}}{S} = \frac{Q_L - Q_c}{S} = \left( \frac{S}{P_{\text{Н}}} - \frac{P_{\text{Н}}}{S} \right) \cdot \sin(\lambda),$$

откуда видно, что при  $S/P_{\text{Н}} < 1$  линия генерирует реактивную мощность, при  $S/P_{\text{Н}} > 1$  — потребляет, при  $S/P_{\text{Н}} = 1$  линия сбалансирована по реактивной мощности. Если линия спроектирована для работы при соотношении  $S/P_{\text{Н}} > 1$ , то для обеспечения баланса реактивных мощностей требуется ее источник: генератор, синхронный компенсатор, конденсаторная батарея. При недостаточной их мощности пропускная способность электропередачи снижается.

Так, например, для ВЛ—220 кВ в зависимости от сечения фазы  $F$  отношение  $S/P_{\text{Н}}$ , вычисленное при  $J = 1$  А/мм<sup>2</sup>, равно:  $S/P_{\text{Н}} > 1$  (при  $F = 240$  мм<sup>2</sup>); 0,92 (300 мм<sup>2</sup>); 1,22 (400 мм<sup>2</sup>); 1,5 (500 мм<sup>2</sup>); 1,77 (600 мм<sup>2</sup>). Откуда видно, что электропередачи с большим сечением фазы  $F$  имеют меньшую относительную пропускную способность в условиях ограничения по реактивной мощности, чем электропередачи с малым сечением. Таким образом, улучшить показатели ВЛ с большим сечением фазы, выполненной одиночным проводом большого сечения  $F$ , (допустимым по условию короны) можно путем расщепления фазы на несколько составляющих  $n$  единичным сечением  $F_0$ . При этом суммарное сечение  $F = n \cdot F_0$  может остаться таким же, как и исходное в случае одного провода.

Рассмотрим далее случай питающей ВЛ (обычно класса напряжения 35–220 кВ), рис. 3.38.

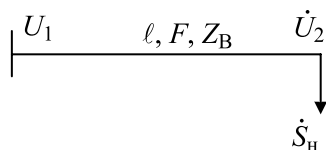


Рис. 3.38

Заданными основными величинами при проектировании таких линий обычно являются: напряжение центра питания  $U_1$ ; мощность, потребляемая нагрузкой  $\dot{S}_H$ ; длина линии  $\ell$ ; плотность тока  $J$ . Общее сечение фазы  $F$  ВЛ определяется расчетной нагрузкой  $S_H$ , плотностью тока  $J$ , номинальным фазным напряжением  $U_{\text{фн}}$  и находится из выражения

$$S_H = \sqrt{3} \cdot U_{\text{ном}} \cdot I = 3 \cdot U_{\text{фн}} \cdot F \cdot J = 3 \cdot U_{\text{фн}} \cdot n \cdot F_0 \cdot J.$$

Последняя формула для  $S_H$  показывает, что общее сечение фазы  $F$  может быть всегда представлено в виде многопроводной конструкции с числом проводов  $n$  и сечением каждого составляющего  $F_0$ . Минимальное значение  $F_0$  определяется механической прочностью провода, длиной пролета, гололедными условиями, предпочтительной шкалой сечений проводов и др.

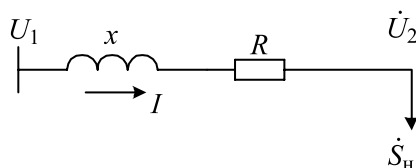


Рис. 3.39

Примем для простоты  $S_H = P$  ( $\cos(\varphi_H) = 1$ ) и положим равными нулю активное сопротивление линии и емкостную проводимость (рис. 3.39). Ток в линии  $I = P/(3 \cdot U_2) = 3 \cdot U_{\text{фн}} \cdot F \cdot J / (3 \cdot U_2)$ . Напряжение в начале линии  $U_1$  равно  $U_1 = U_2 + jX \cdot I$ , модуль напряжения  $|\dot{U}_1| = U_1$ :

$$U_1 = \sqrt{U_2^2 + \left[ \frac{U_{\text{фн}}}{U_2} \cdot F \cdot J \cdot X \right]^2}. \quad (3.88)$$

Решая (3.88) относительно перепада  $U_2/U_1$ , получим

$$\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{0,5 + \sqrt{0,25 - \left[ \frac{U_{\text{фн}}}{U_1^2} \cdot F \cdot J \cdot X \right]^2}}, \quad (3.89)$$

откуда видно, что напряжение у потребителя снижается не только с ростом длины ВЛ (растет индуктивное сопротивление линии  $X$ ), плотности тока  $J$ , но и сечения  $F$ . Иными словами, использование больших сечений уменьшает пропускную способность питающих линий электропередачи (максимальное значение передаваемой мощности будет ограничено допустимым перепадом напряжений).

Введем отношение передаваемой мощности  $S$  к натуральной  $P_H$ :

$$\frac{S}{P_H} = \frac{3 \cdot U_{\text{фн}} \cdot F \cdot J \cdot Z_B}{3 \cdot U_{\text{фн}}^2} = \frac{Z_B \cdot F \cdot J}{U_{\text{фн}}}. \quad (3.90)$$

Используем (3.90) для преобразования (3.89) к другому виду с учетом соотношения  $X = \omega_0 \cdot Z_B \cdot \ell / v_c$ . Получим

$$\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{0,5 + \sqrt{0,25 - \left[ \frac{U_{\text{фн}}}{U_1^2} \cdot F \cdot J \cdot \omega_0 \cdot Z_B \cdot \frac{\ell}{v_c} \right]^2}}.$$

Видно, что для увеличения пропускной способности необходимо с ростом сечения  $F$  снижать волновое сопротивление ВЛ. Или, как следует из (3.90), лучшими показателями режима (меньшим перепадом напряжений и потерями мощности) обладают линии с минимальным отношением  $S/P_H$ . Многие из существующих ВЛ 35–220 кВ работают с отношением  $S/P_H > 1$ , и лишь при использовании проводов минимальных сечений у них  $S/P_H \approx 1$ .

Кроме увеличения пропускной способности и дальности электропередачи повышение натуральной мощности при прочих равных условиях ведет к снижению потерь активной мощности, что следует из формулы

$$\Delta P = 3 \cdot I^2 \cdot R = 3 \cdot \left[ (U_{\text{фн}}/U_2) \cdot F \cdot J \right]^2 \cdot R,$$

т. к. напряжение  $U_2$  ВЛ с повышенной натуральной мощностью всегда выше, чем в традиционных линиях (при том же токе  $I$ ).

Недостаточную пропускную способность питающих линий традиционных конструкций в нормальных и послеаварийных режимах (при отключении, например, одной из двух цепей питающих линий) компенсируют источниками реактивной мощности, что, как правило, оказывается дороже повышения натуральной мощности линий.

## Часть 4. ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ

---

Электромеханические переходные процессы — часть общей теории и практики переходных процессов в электроэнергетических системах связаны с изменением из-за тех или иных причин относительного положения роторов электрических машин. Вследствие механической инерции роторов электрических машин (и связанных с ними маховых масс турбин или приводных механизмов) новые относительные значения положений роторов достигаются в результате некоторых переходных процессов того или иного вида и интенсивности.

Запасаемая или расходуемая в течение переходного процесса кинетическая энергия механических масс передается в сеть в виде изменяющейся во времени электромагнитной мощности, вызывая колебания токов и напряжений в сети.

Способность электрической системы выдерживать различные расчетные возмущения — основа нормального ее функционирования, основа надежности энергоснабжения потребителей.

### Глава 1. ОБЩЕЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ О СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ

#### § 1.1. Простейший критерий статической устойчивости

Рассмотрим простую схему электропередачи, в которой генераторы отправной электростанции (Г) работают через трансформатор (Т) и линию электропередачи (Л) на шины (U) с неизменным напряжением  $U$  и частотой  $\omega_0$  («шины бесконечной мощности») — рис. 4.1.

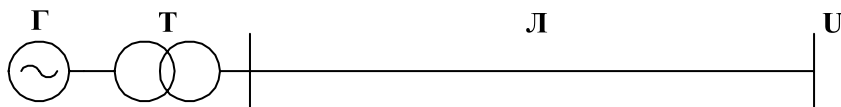


Рис. 4.1

В этом пункте не будем учитывать явнополюсность эквивалентного генератора ( $x_d = x_q = x_\Gamma$ ), емкость линии, активные сопротивления элементов. На рис. 4.2 приведена расчетная схема замещения, где  $x = x_\Gamma + x_\Gamma + x_\Delta$ ;

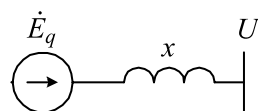


Рис. 4.2

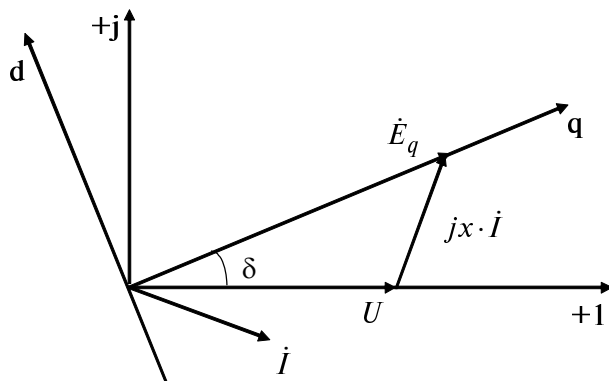


Рис. 4.3

$x_{\Gamma}, x_{\Gamma}, x_{\text{л}}$  — индуктивные сопротивления соответствующих элементов: генератора, трансформатора, линии электропередачи.

Вектор э.д.с.  $\dot{E}_q$  направлен вдоль поперечной оси генератора и опережает вектор напряжения шин  $\dot{U}$  на угол  $\delta$  (рис. 4.3).

При вращении ротора с постоянной скоростью  $\omega_0$  угол  $\delta$  между э.д.с.  $\dot{E}_q$  и напряжением шин  $\dot{U}$  остается неизменным; при изменении скорости вращения ротора соответственно изменяется относительная скорость вращения вектора  $\dot{E}_q$  (вектор напряжения шин  $\dot{U} = U$  совмещен с вещественной осью и неподвижен). Следовательно, угол  $\delta$  меняется вследствие изменения в пространстве положения поперечной оси ротора  $\mathbf{q}$ . Для схемы рис. 4.2 известно выражение (4.1) для угловой характеристики активной мощности (при постоянной э.д.с.  $E_q$ , пропорциональной току в обмотке возбуждения ротора)

$$P = \frac{E_q \cdot U}{x} \cdot \sin \delta = P_m \cdot \sin \delta. \quad (4.1)$$

Уравнение движения ротора синхронного генератора (П.7)

$$\frac{T_j}{\omega_0} \cdot \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_{\Gamma} - P \quad (4.2)$$

или

$$T_j \cdot \frac{ds}{dt} = P_{\Gamma} - P, \quad (4.3)$$

где  $T_j$  — инерционная постоянная,  $P_{\Gamma}$  — механическая мощность, развиваемая турбиной,  $s = (\omega - \omega_0)/\omega_0$  — скольжение,  $d\delta/dt = \omega_0 \cdot s$ .

В исходном установившемся режиме ротор вращается с постоянной скоростью  $\omega = \omega_0$  ( $s = 0$ ) вследствие баланса моментов (мощностей) на валу синхронной машины (4.3)  $P_{\Gamma} = P = P_0$ . Как видно из рис. 4.4, равенство  $P_{\Gamma} = P$  может иметь место при значениях угла  $\delta$ :  $\delta_0$  и  $\pi - \delta_0$  или в двух точках (а, в) пересечения синусоиды угловой характеристики  $P = P_m \cdot \sin \delta$  и прямой  $P_{\Gamma} = \text{const}$  (принятой независимой от угла  $\delta$ ).

Далее под термином статическая устойчивость будем понимать способность системы восстанавливать исходный режим после малого его возмущения или режим близкий к исходному (если возмущение не снято). Иными словами, будем считать статически устойчивым режимом такой, малое отклонение от которого приводит в системе к возникновению сил, стремящихся восстановить исходный режим.

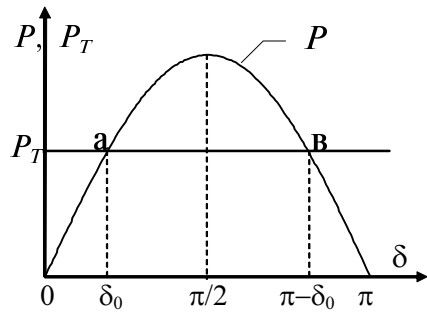


Рис. 4.4

Из двух возможных режимов (см. рис. 4.4) устойчивым является только один — в точке **а**. Это можно пояснить следующим образом. Пусть система работает в режиме, характеризующемся углом  $\delta = \delta_0$  (точка **а**). Дадим углу  $\delta$  малое приращение  $\Delta\delta > 0$ ; при этом электромагнитная мощность возрастает на величину  $\Delta P > 0$ . Вследствие этого на валу машины появляется избыточный тормозной момент, который замедляет движение ротора. Угол  $\delta = \delta_0 + \Delta\delta$  уменьшается, стремясь принять значение  $\delta_0$ , отвечающее исходному невозмущенному режиму.

В случае, если исходный режим характеризуется углом  $\pi - \delta_0$  (точка **в**), малое приращение угла  $\Delta\delta > 0$  приводит к снижению электромагнитной мощности машины на величину  $\Delta P < 0$ . На валу машины появляется избыточный крутящий момент, ротор получает дополнительное ускорение, что приводит к дальнейшему росту угла. В точке **в** генератор (при  $\Delta\delta > 0$ ) теряет устойчивость параллельной работы. Аналогично рассуждая, получим, что при возмущении  $\Delta\delta < 0$  в точке **а** угол будет так же стремиться к исходному значению  $\delta = \delta_0$ , а в точке **в** угол от своего исходного значения  $\delta = \pi - \delta_0$  будет стремиться к значению  $\delta = \delta_0$ .

Таким образом, в этом простейшем случае статически устойчивыми режимами будут те, малые возмущения которых приводят к изменениям электромагнитной мощности, совпадающим по знаку с приращением угла  $\Delta P / \Delta\delta > 0$ . Для бесконечно малых изменений угла и мощности имеем условие статической устойчивости режима

$$\frac{\partial P}{\partial \delta} > 0, \quad (4.4)$$

которое называют простейшим критерием устойчивости. При постоянстве э.д.с. возбуждения  $E_q = \text{const}$ , условие устойчивости заданного режима имеет вид

$$\frac{E_{q_0} \cdot U}{x} \cdot \cos \delta_0 > 0. \quad (4.5)$$

Производную  $dP/d\delta$  называют синхронизирующей мощностью (в зарубежной литературе она носит название «synchronizing torque» или «stiffness coefficient»). Как видно из (4.5), для генератора статически устойчивыми будут режимы в диапазоне углов  $0^\circ \leq \delta_0 \leq 90^\circ$ . Критическое значение угла

$\delta_0 = 90^\circ$  отвечает предельному по статической устойчивости режиму передачи мощности. Максимально возможная передаваемая мощность  $P_{\max} = E_{q0} \cdot U/x$  в данном случае совпадает с предельной по статической устойчивости ( $E_q = \text{const}$ ).

## § 1.2. Малые колебания в системе генератор-шины бесконечной мощности

При изменении угла  $\delta$  на величину  $\Delta\delta$  ( $\delta = \delta_0 + \Delta\delta$ ) электромагнитная мощность генератора изменяется по закону  $P = P_m \cdot \sin(\delta_0 + \Delta\delta)$  и в предположении, что мощность турбины остается постоянной  $P_T = \text{const} = P_0$  (см. рис. 4.4) получаем избыточную мощность (момент  $M = P/\omega$ ) на валу генератора. Появление избыточной мощности приведет к движению ротора, описываемому уравнением

$$\frac{T_j}{\omega_0} \cdot \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_T - P_m \cdot \sin \delta. \quad (4.6)$$

При малых колебаниях угла  $\Delta\delta$  уравнение (4.6) можно упростить. Разложим функцию  $P = P_m \cdot \sin \delta$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $\delta_0$ :  $P = P_m \cdot \sin \delta_0 + \partial P / \partial \delta|_{\delta=\delta_0} \cdot \Delta\delta + \dots$ , где  $\Delta\delta = \delta - \delta_0$ . Ограничиваясь в разложении первыми двумя членами ряда, запишем (4.6) в виде

$$\frac{T_j}{\omega_0} \cdot \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_T - P_m \cdot \sin \delta_0 - \frac{\partial P}{\partial \delta} \Big|_{\delta=\delta_0} \cdot \Delta\delta.$$

Поскольку в исходном режиме  $P_T = P_0 = P_m \cdot \sin \delta_0$ , а производная  $\partial P / \partial \delta = dP/d\delta$ , получим

$$\frac{T_j}{\omega_0} \cdot p^2 \cdot \Delta\delta + \frac{dP}{d\delta} \Big|_{\delta=\delta_0} \cdot \Delta\delta = 0, \quad (4.7)$$

где  $p = d/dt$ .

При учете переходных процессов в обмотке возбуждения, в демпферных обмотках и в системе регулирования возбуждения генератора, возникающих при малых колебаниях ротора вблизи установившегося режима, уравнение (4.7) принимает более сложный вид, однако в ряде случаев (см. подробнее § 4.1) эти изменения можно приближенно учесть дополнительными слагаемыми, пропорциональными отклонению угла  $\Delta\delta$  с коэффициентом пропорциональности  $P_d$ , называемым демпферным. Таким образом, вместо (4.7) в более общем виде имеем уравнение малых колебаний угла

$$\frac{T_j}{\omega_0} \cdot p^2 \cdot \Delta\delta + P_d \cdot p \cdot \Delta\delta + \frac{dP}{d\delta} \Big|_{\delta=\delta_0} \cdot \Delta\delta = 0. \quad (4.8)$$

В уравнении (4.8)  $P_d > 0$  означает, что при росте угла (скорость ротора  $\omega > \omega_0$ ) синхронный генератор может отдавать в сеть дополнительную мощность, т. е. тормозиться.

Характеристическое уравнение (4.8) имеет вид

$$\frac{T_j}{\omega_0} \cdot p^2 + P_d \cdot p + a = 0, \quad (4.9)$$

где  $a = \frac{dP}{d\delta} \Big|_{\delta=\delta_0}$ . Корни характеристического уравнения

$$p_{1,2} = \omega_0 \cdot \frac{-P_d \pm \sqrt{P_d^2 - 4 \cdot T_j \cdot a / \omega_0}}{2 \cdot T_j} = \alpha \pm j\omega, \quad (4.10)$$

где коэффициент  $\alpha = -\omega_0 \cdot \frac{P_d}{2 \cdot T_j}$  носит название декремента затухания, а коэффициент  $\omega = \omega_0 \cdot \sqrt{4 \cdot T_j \cdot a / \omega_0 - P_d^2} / (2 \cdot T_j)$  дает круговую частоту колебаний, где  $a = dP/d\delta$ .

Анализ корней характеристического уравнения (4.10) показывает, что: 1) при  $P_d > 0$  и  $a = dP/d\delta > 0$  система всегда устойчива, корни характеристического уравнения либо комплексные сопряженные с отрицательной вещественной частью ( $\alpha < 0$ ) (малые возмущения режима сопровождаются затухающими колебаниями, см. точку 1 рис. 4.5), либо вещественные отрицательные (апериодическое затухание приращения угла, см. точку 2 рис. 4.5). Как видно, анализ корней подтверждает вывод об устойчивости режима при положительном знаке  $dP/d\delta > 0$ , сделанном в предыдущем пункте на основании качественных рассуждений; 2) при  $P_d > 0$  и  $a < 0$  система неустойчива, характеристическое уравнение имеет два вещественных корня — один положительный, другой отрицательный (апериодическое нарастание приращения угла (см. точку 4, рис. 4.5); 3) при  $P_d > 0$  и  $a = 0$  имеем критический случай, когда система находится на границе устойчивости, т. к. один корень характеристического уравнения равен нулю (см. точку 3, рис. 4.5); 4) при  $P_d = 0$  и  $a > 0$  система находится на границе устойчивости, характеристическое уравнение дает два сопряженных мнимых корня (малые возмущения режима сопровождаются незатухающими гармоническими колебаниями). Круговая частота собственных колебаний в этом случае определяется формулой

$$\omega = \sqrt{\omega_0 \cdot (dP/d\delta) / T_j},$$

период колебаний  $T = 2\pi/\omega$ , где  $T, T_j$  — в секундах,  $dP/d\delta$  — в относительных единицах. В случае  $a < 0$  имеет место апериодическое нарастание угла (апериодическая неустойчивость); 5) при  $P_d < 0$  (даже при  $a > 0$ ) возможно

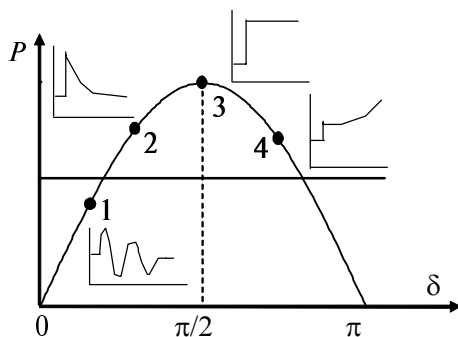


Рис. 4.5



(в зависимости от соотношения коэффициентов характеристического уравнения) колебательное нарастание угла (колебательная неустойчивость).

Заметим, в заключение, что возможность судить об устойчивости того или иного режима по знаку свободного члена  $a = dP/d\delta|_{\delta=\delta_0}$  характеристического уравнения (4.9) (при  $P_d > 0$ ) очень удобна для практики, так как в этом случае для анализа устойчивости нет необходимости записывать уравнения переходных процессов элементов электропередачи, а этот анализ может быть сделан только на основании линеаризованных уравнений установившегося режима. Обеспечить для электропередачи положительность свободного члена характеристического уравнения  $a > 0$  означает гарантировать от явления апериодической неустойчивости режима. Выявление отсутствия колебательной неустойчивости требует анализа всех корней характеристического уравнения второго [вида (4.9)] или большего порядка.

**Пример 1.** Определить максимальную мощность, которую можно выдать от двух станций в систему, и убедиться в устойчивости режима (рис. 4.6). Исходные данные:  $U_1 = U_2 = U_3 = 1$ ;  $x_1 = x_3 = 0,5$ ;  $x_2 = 1$ .

Преобразуем заданную схему к схеме рис. 4.7, используя формулы преобразования звезда  $\rightarrow$  треугольник:  $Z_{12} = D/Z_3$ ,  $Z_{23} = D/Z_1$ ,  $Z_{31} = D/Z_2$ ,  $D = Z_1 \cdot Z_2 + Z_2 \cdot Z_3 + Z_3 \cdot Z_1$ .

$$x_{13} = (x_1 \cdot x_3 + x_3 \cdot x_2 + x_2 \cdot x_1)/x_2 = (0,5 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 1,0 + 1,0 \cdot 0,5)/1,0 = 1,25;$$

$$x_{12} = D/x_3 = 1,25/0,5 = 2,5.$$

Суммарная мощность, выдаваемая станциями в систему  $P = P_1 + P_2$ . Для вычисления  $P_1$ ,  $P_2$  воспользуемся формулой

$$P_i = U_i^2 \cdot Y_{ii} \cdot \sin \alpha_{ii} + \sum_j U_i \cdot U_j \cdot Y_{ij} \cdot \sin(\delta_{ij} - \alpha_{ij}), \quad (4.11)$$

где  $Y_{ii} = |\sum \dot{Y}_{ij}|$ ,  $\dot{Y}_{ij} = \dot{Y}_{ji} = 1/\dot{Z}_{ij}$  — проводимость ветви,  $\delta_{ij}$  — угол между векторами напряжений  $U_i$  и  $U_j$ ,  $\alpha_{ij} = \arctg(r_{ij}/x_{ij}) = -\arctg(g_{ij}/b_{ij})$  — угол потерь. В случае схемы рис. 4.7:  $Y_{13} = 1/1,25 = 0,8$ ;  $Y_{23} = Y_{21} = 1/2,5 = 0,4$ ;  $\alpha_{ij} = 0$ ;

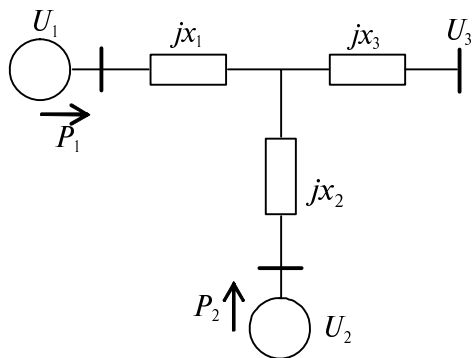


Рис. 4.6

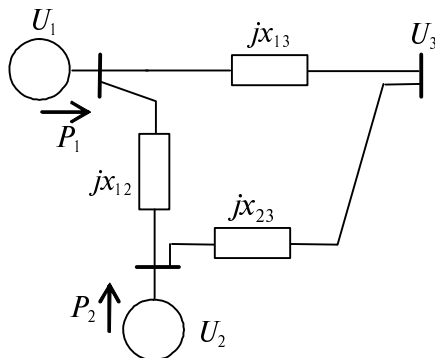


Рис. 4.7

$$\delta_{21} = -\delta_{12}; \delta_{23} = \delta_{13} - \delta_{12}; P_1 = 0,8 \cdot \sin\delta_{13} + 0,4 \cdot \sin\delta_{12}; P_2 = -0,4 \cdot \sin\delta_{12} + 0,4 \cdot \sin(\delta_{13} - \delta_{12}); P = 0,8 \cdot \sin\delta_{13} + 0,4 \cdot \sin(\delta_{13} - \delta_{12}) = f(\delta_{12}, \delta_{13}).$$

Определим максимальное значение мощности  $P$ , дифференцируя последнее выражение по  $\delta_{12}$ ,  $\delta_{13}$  и приравнявая полученные выражения нулю

$$\begin{aligned} \partial P / \partial \delta_{12} &= 0,8 \cdot \cos\delta_{13} - 0,4 \cdot \cos(\delta_{13} - \delta_{12}) = 0, \\ \partial P / \partial \delta_{13} &= 0,4 \cdot \cos(\delta_{13} - \delta_{12}) = 0. \end{aligned}$$

Из полученной системы уравнений легко определить значения переменных:  $\delta_{12} = 0$ ,  $\delta_{13} = 90$ . Соответственно, максимальное значение мощности  $P_{\max} = 1,2$  или  $P_1 = 0,8$ ;  $P_2 = 0,4$ .

Заметим, что передать мощность  $P_{1\max} = 1,2$  от первой станции в случае отключенной второй станции невозможно (т. к. при  $x_1 + x_3 = 1$   $P_{1\max} = 1,0$ ).

Для проверки устойчивости режима можно воспользоваться простейшим критерием (4.4), полученным для одномашинной схемы т. к. в предельном режиме по мощности ветвь 1–2 может быть разомкнута и две станции станвятся независимыми. При этом для каждой станции в рассмотренном режиме максимальной мощности углы будут  $\delta_{13} = 90^\circ$  и  $\delta_{23} = 90^\circ$ , т. е. будут отвечать предельному по апериодической устойчивости режиму.

**Пример 2.** Определить максимальную мощность, передаваемую в систему от станции, на шинах которой имеется местная нагрузка. Проверить устойчивость максимального режима. Модель нагрузки принять в виде активного сопротивления. Исходные данные рис. 4.8:  $P_H = 0,5$ ;  $x_T = 0,2$ ;  $E_T = 1,15$ ;  $x = x_T + x_L = 1,1$ .

Как в предыдущем примере, воспользуемся формулой активной мощности, записанной через собственные и взаимные проводимости ветвей «П» схемы. Преобразование исходной «Т» схемы рис. 4.9 в «П» схему рис. 4.10 выполняется по приведенным выше формулам преобразования звезда → треугольник.

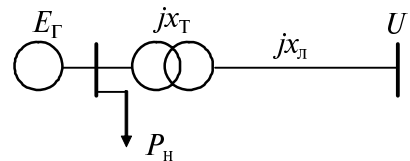


Рис. 4.8

Активная мощность, отдаваемая генератором, определяется по формуле  $P_T = E_T^2 \cdot Y_{11} \cdot \sin \alpha_{11} + E_T \cdot U \cdot Y_{12} \cdot \sin(\delta - \alpha_{12})$ . Сопротивления ветвей «П» схемы

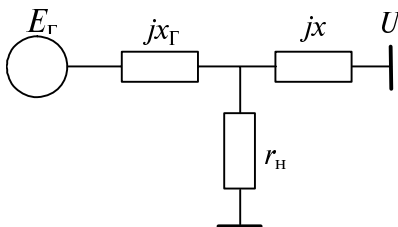


Рис. 4.9

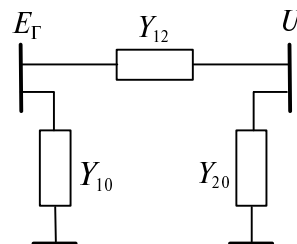


Рис. 4.10

$$\dot{Z}_{12} = \frac{1}{\dot{Y}_{12}} = \frac{jx_{\Gamma} \cdot jx + jx \cdot r_{\text{H}} + r_{\text{H}} \cdot jx_{\Gamma}}{r_{\text{H}}} = \frac{j0,2 \cdot j1,1 + j1,1 \cdot 2,0 + 2,0 \cdot j0,2}{2,0} = -0,11 + j1,3;$$

$$\dot{Y}_{12} = 0,77 \cdot e^{j94,8^\circ};$$

$$\dot{Z}_{10} = \frac{1}{\dot{Y}_{10}} = \frac{jx_{\Gamma} \cdot jx + jx \cdot r_{\text{H}} + r_{\text{H}} \cdot jx_{\Gamma}}{jx} = \frac{j0,2 \cdot j1,1 + j1,1 \cdot 2,0 + 2,0 \cdot j0,2}{j1,1} = 2,36 + j0,2;$$

$$\dot{Z}_{20} = \frac{1}{\dot{Y}_{20}} = \frac{jx_{\Gamma} \cdot jx + jx \cdot r_{\text{H}} + r_{\text{H}} \cdot jx_{\Gamma}}{jx_{\Gamma}} = \frac{j0,2 \cdot j1,1 + j1,1 \cdot 2,0 + 2,0 \cdot j0,2}{j0,2} = 13,0 + j1,1;$$

$$\dot{Y}_{11} = \dot{Y}_{12} + \dot{Y}_{10} = -0,07 - j0,76 + 0,42 - j0,04 = 0,35 - j0,8 = 0,87 \cdot e^{-j66,4^\circ};$$

$$\alpha_{12} = \arctg(-0,11/1,3) = 90^\circ - 94,8^\circ = -4,8^\circ;$$

$$\alpha_{11} = \arctg(0,35/0,8) = 90^\circ - 66,4^\circ = 23,6^\circ.$$

Максимальное значение мощности будет иметь место при угле, определяемом из уравнения для мощности,  $\delta - \alpha_{12} = 90^\circ$ ; откуда  $\delta = 90^\circ + \alpha_{12} = 85,2^\circ$ . Таким образом  $P_{\text{max}} = 1,15^2 \cdot 0,87 \cdot \sin 23,6^\circ + 1,15 \cdot 1,0 \cdot 0,77 \cdot \sin(85,2^\circ - 4,8^\circ) = 1,35$ . Этот режим является предельным и по условию устойчивости, т. к. находится после взятия производной и приравнивания ее нулю  $\partial P / \partial \delta = \cos(\delta - \alpha_{12}) = 0$ , т. е. соответствует режиму максимальной мощности. Однако в отличие от предыдущего примера этот режим имеет место при  $\delta = 85,2^\circ$  (а не  $90^\circ$ ).

## Глава 2. ВНЕШНЯЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МОЩНОСТИ ГЕНЕРАТОРА, РАБОТАЮЩЕГО ЧЕРЕЗ СЕТЬ НА ШИНЫ БЕСКОНЕЧНОЙ МОЩНОСТИ ПРИ ПОСТОЯНСТВЕ НАПРЯЖЕНИЯ НА ЗАЖИМАХ ГЕНЕРАТОРА

Внутреннее сопротивление генераторов электрических станций ( $x_d, x_q$ ) составляет значительную величину, и жесткие требования к возможным отклонениям напряжения на зажимах генератора при изменении нагрузки удовлетворяются путем регулирования возбуждения генераторов с помощью разнообразных, в основном автоматических систем регулирования возбуждения. Рассмотрим в связи с этим особенности расчета режимов (в том числе предельных по статической устойчивости) в схеме генератор—линия—шины и возможность расширения понятия угловой характеристики мощности генератора (внешняя характеристика мощности) при учете системы регулирования возбуждения, работающей на поддержание напряжения на заданном уровне в заданной точке электропередачи.

Расчетная схема электропередачи показана на рис. 4.11. Здесь  $U, U_{\Gamma}$  — напряжения шин бесконечной мощности и генератора,  $x_c$  — внешнее реактивное сопротивление сети. Воспользуемся уравнениями установившегося режима синхронного генератора (П.8—П.9) при номинальной скорости вращения ротора  $\omega = \omega_0$  и неучете активных сопротивлений его статорных

обмоток. Во внешней сети не будем учитывать ее емкостную проводимость и активные сопротивления.

Итак, имеем уравнения статорных контуров

$$x_d \cdot i_d + E_q = u_{q\Gamma} = U_\Gamma \cdot \cos \delta_\Gamma, \quad (4.12)$$

$$x_q \cdot i_q = -u_{d\Gamma} = U_\Gamma \cdot \sin \delta_\Gamma, \quad (4.13)$$

где  $x_d, x_q$  — синхронные индуктивные сопротивления в продольной и поперечной осях машины;  $E_q$  — э.д.с. возбуждения;  $U_\Gamma, u_{d\Gamma}, u_{q\Gamma}$  — модуль напряжения на зажимах генератора  $U_\Gamma = \sqrt{u_{d\Gamma}^2 + u_{q\Gamma}^2}$  и его  $d, q$  — составляющие;  $\delta_\Gamma$  — угол между векторами напряжения  $\dot{U}_\Gamma$  и поперечной осью машины (рис. 4.12).

Как известно, синхронный генератор для установившегося режима работы может быть представлен несколькими э.д.с.:  $E', E_Q, E'_q, E_q$ . Связь между ними дается векторной диаграммой рис. 4.12 или уравнениями

$$E'_q = E_q + (x_d - x'_d) \cdot i_d = E_q + \mu_d \cdot x_d \cdot i_d, \quad (4.14)$$

где  $\mu_d = 1 - x'_d / x_d = 1 - \sigma_d$ ;

$$E_Q = E_q + (x_d - x_q) \cdot i_d. \quad (4.15)$$

Заметим, что  $E'_q < E_q, E_q \leq E_Q$  при  $i_d > 0$  (см. рис. 4.12).

Из приведенных уравнений синхронного генератора и векторной диаграммы следует две схемы замещения вида «э.д.с. за реактивностью»:  $E_Q \leftrightarrow x_q$

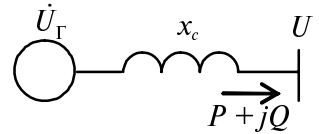


Рис. 4.11

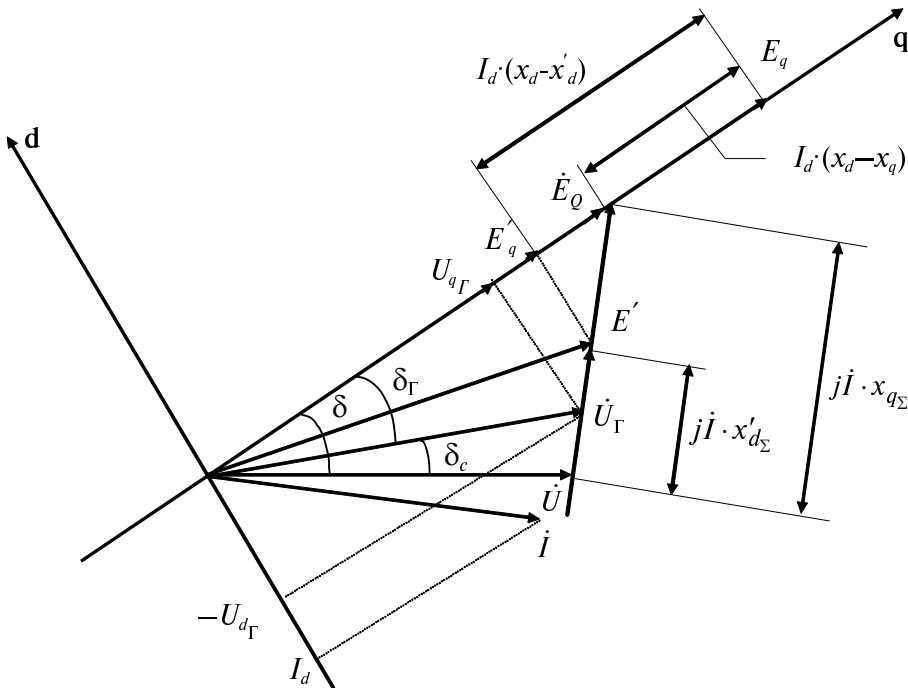


Рис. 4.12

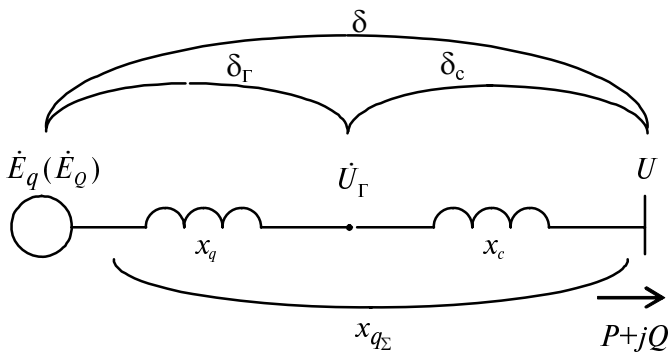


Рис. 4.13

или  $E_q \leftrightarrow x_q$  (если  $x_d = x_q$ ) и  $E' \leftrightarrow x'_d$  или  $E'_q \leftrightarrow x'_d$  (если  $x_q \approx x'_d$ ), первая из которых показана на рис. 4.13.

Как видно из схемы замещения рис. 4.13, при увеличении передаваемой активной мощности  $P$  и при отсутствии регулирования тока возбуждения, т. е. при  $E_q = \text{const}$ , напряжение на зажимах генератора и во всех точках электропередачи снижается, что приводит к снижению предела передаваемой мощности, снижению к.п.д. и т. д. Регулированием э.д.с. возбуждения  $E_q$  возможно поддерживать напряжение на зажимах генератора  $U_\Gamma$  при изменении передаваемой мощности. Поддержание постоянства  $U_\Gamma$  (или даже постоянства напряжения на стороне высокого напряжения, за повышающим трансформатором) осуществляется автоматически регулятором возбуждения.

На основании расчетной схемы замещения рис. 4.13 выражение активной мощности можно записать в виде

$$P = \frac{E_Q \cdot U}{x_{q\Sigma}} \cdot \sin \delta, \quad (4.16)$$

где  $x_{q\Sigma} = x_q + x_c$ .

С помощью (4.12), (4.15) выразим э.д.с.  $E_Q$  через эдс возбуждения  $E_q$ , предварительно сделав в этих уравнениях замены  $x_d \rightarrow x_{d\Sigma}$ ,  $x_q \rightarrow x_{q\Sigma}$ ,  $U_\Gamma \rightarrow U$ ,  $\delta_\Gamma \rightarrow \delta$ . Получим угловую характеристику явнополюсного синхронного генератора

$$P = \frac{E_q \cdot U}{x_{d\Sigma}} \cdot \sin \delta + \frac{U^2 \cdot (x_{d\Sigma} - x_{q\Sigma})}{2 \cdot x_{d\Sigma} \cdot x_{q\Sigma}} \cdot \sin(2 \cdot \delta), \quad (4.17)$$

где  $x_{d\Sigma} = x_d + x_c$ .

Заметим, что в полученном выражении появилась составляющая мощности как функция угла  $2 \cdot \delta$ . По этой причине максимум угловой характеристики сместился в область углов  $\delta < 90^\circ$  (при  $E_q = \text{const}$ ).

Определим далее закон регулирования  $E_q$  в (4.17), обеспечивающий постоянство  $U_\Gamma$  при изменении мощности  $P$ . Для этого уравнения (4.12), (4.13) напишем дважды: один раз с использованием суммарного угла  $\delta$ , суммарных индуктивностей  $x_{d\Sigma}$ ,  $x_{q\Sigma}$  и напряжения шин  $U$ ; другой — как это

сделано в (4.12), (4.13), т. е. с использованием внутреннего угла  $\delta_\Gamma$ , индуктивных сопротивлений машины  $x_d, x_q$  и напряжения на зажимах генератора  $U_\Gamma$ . В первом случае имеем

$$\begin{aligned} x_{d_\Sigma} \cdot i_d + E_q &= U \cdot \cos \delta; \\ x_{q_\Sigma} \cdot i_q &= U \cdot \sin \delta, \end{aligned} \quad (4.18)$$

во втором — перепишем (4.12), (4.13)

$$\begin{aligned} x_d \cdot i_d + E_q &= U_\Gamma \cdot \cos \delta_\Gamma; \\ x_q \cdot i_q &= U_\Gamma \cdot \sin \delta_\Gamma. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Возведем левые и правые части уравнений (4.19) в квадрат и сложим их

$$U_\Gamma^2 = x_q^2 \cdot i_q^2 + (E_q + x_d \cdot i_d)^2.$$

Исключим в последнем уравнении токи  $i_d, i_q$  с помощью (4.18)

$$U_\Gamma^2 = x_q^2 \cdot \frac{U^2 \cdot \sin^2 \delta}{x_{q_\Sigma}^2} + \left( E_q + x_d \cdot \frac{U \cdot \cos \delta - E_q}{x_{d_\Sigma}} \right)^2.$$

Обозначим  $h_d = x_d / x_{d_\Sigma}$ ,  $h_q = x_q / x_{q_\Sigma}$  и после преобразований получим

$$E_q = \frac{-h_d \cdot U \cdot \cos \delta + \sqrt{U_\Gamma^2 - (h_q \cdot U \cdot \sin \delta)^2}}{1 - h_d}. \quad (4.20)$$

Внутренний угол генератора  $\delta_\Gamma$  можно найти из уравнения  $\sin \delta_\Gamma = h_q \cdot (U / U_\Gamma) \cdot \sin \delta$ . В случае неявноплюсового синхронного генератора ( $x_d = x_q$ ) эдс  $E_Q = E_q$  и в формуле (4.17) остается только первое слагаемое, причем э.д.с.  $E_q$ , входящая в него вычисляется по (4.20) при  $h_d = h_q = h$ .

Вид внешней характеристики мощности  $P = f(\delta)$ , получаемой по (4.17) при изменении  $E_q$  согласно (4.20) для поддержания неизменным заданного значения  $U_\Gamma$ , показан на рис. 4.14. Максимум угловой характеристики достигается не при  $\delta = 90^\circ$ , а при  $\delta_C = 90^\circ$ , т. е. тогда, когда полный угол  $\delta = \delta_{\max}$  превышает значение  $90^\circ$ . Угловую характеристику мощности  $P(\delta)$  при  $E_q = \text{var}$ , полученную при постоянстве напряжения на зажимах генератора, можно построить, используя семейство

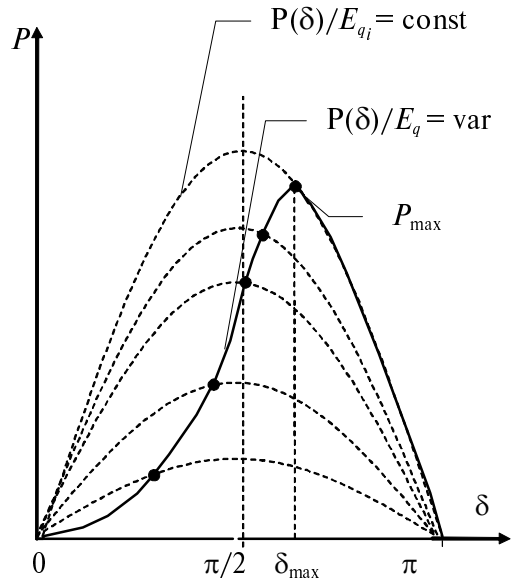


Рис. 4.14

угловых характеристик, каждая из которых построена при постоянстве эдс возбуждения генератора  $E_{qi}$  [ $P(\delta)/E_{qi} = \text{const}$  — пунктирные кривые на рис. 4.14]. Точка внешней характеристики мощности (при данном угле  $\delta$ ) будет лежать на той угловой характеристике, э.д.с. возбуждения которой  $E_{qi}$  при данном угле  $\delta$  отвечает данному значению  $U_\Gamma$  (рис. 4.14).

Как это отмечалось в предыдущей гл. 1, решение задачи о статической устойчивости данного установившегося режима основывается на анализе поведения системы при малом отклонении параметров вблизи этого режима. При применении автоматических регуляторов возбуждения необходимо также учитывать поведение регулятора при малых отклонениях режима. Например, ниже будет показано, что при автоматическом регулировании возбуждения пропорционального типа в определенных условиях регулятор может обеспечить постоянство э.д.с.  $E'_q$  в малом, т. е.  $\Delta E'_q = 0$  (постоянство потокосцепления с обмоткой возбуждения). В этом случае при анализе устойчивости внешнюю характеристику мощности генератора целесообразно выразить через э.д.с.  $E'_q$ . Для этого с помощью (4.14), (4.15) получим связь  $E_Q$  и  $E'_q$

$$E_Q = E'_q + (x'_d - x_q) \cdot i_d,$$

а далее формально получим внешнюю угловую характеристику мощности [вида (4.17)], заменив в ней э.д.с.  $E_q$  на  $E'_q$  и  $x_{d\Sigma}$  на  $x'_{d\Sigma}$ ,

$$P = \frac{E'_q \cdot U}{x'_{d\Sigma}} \cdot \sin \delta + \frac{U^2 \cdot (x'_{d\Sigma} - x_{q\Sigma})}{2 \cdot x'_{d\Sigma} \cdot x_{q\Sigma}} \cdot \sin(2 \cdot \delta). \quad (4.21)$$

Аналогично вместо (4.20) получим зависимость э.д.с.  $E'_q$  от параметров схемы и режима, необходимую для поддержания заданного  $U_\Gamma$ ,

$$E'_q = \frac{-h'_d \cdot U \cdot \cos \delta + \sqrt{U_\Gamma^2 - (h_q \cdot U \cdot \sin \delta)^2}}{1 - h'_d}, \quad (4.22)$$

где  $h'_d = x'_d / x'_{d\Sigma}$ .

При применении автоматических регуляторов «сильного» типа (см. п. 3.4.3) можно с некоторым приближением считать  $U_\Gamma = \text{const}$  в малом, т. е.  $\Delta U_\Gamma = 0$ . Тогда угловая характеристика мощности для электропередачи не будет зависеть от параметров генератора, а определится только индуктивным сопротивлением сети  $x_c$

$$P = \frac{U_\Gamma \cdot U}{x_c} \cdot \sin \delta_c. \quad (4.23)$$

Проверка аperiodической устойчивости режимов при отсутствии автоматических регуляторов возбуждения, «ручном» регулировании [ $\Delta E_q = 0$ , формулы (4.17), (4.20)], «пропорциональном» [ $\Delta E'_q = 0$ , формулы (4.21), (4.22)], «сильном» [при  $\Delta U_\Gamma = 0$ , формула (4.23)] осуществляется по критерию положительности производной  $dP/d\delta > 0$  от соответствующего выражения мощности (4.17), (4.21) или (4.23) с учетом формул для  $E_q$ ,  $E'_q$  (4.20), (4.22). Для нахождения предела мощности по аperiodической устойчивости

ти, отвечающего условию  $dP/d\delta = 0$ , очевидно достаточно найти максимумы внешних угловых характеристик (4.17), (4.21), (4.23) с учетом э.д.с., меняющихся по (4.20), (4.22). В последнем случае «сильного» регулирования предел передаваемой мощности по условию статической аperiodической устойчивости наступает при  $\delta_C = 90^\circ$ . Заметим, что во всех трех случаях предел передаваемой мощности совпадает с пределом, достигаемым по условию статической устойчивости.

**Пример.** Можно ли выдать заданную (номинальную) мощность генераторов от электрической станции в систему при  $x_c = 0,4; 0,8; 1,15$ ? Необходимо ли автоматическое регулирование возбуждения (АРВ) и какого типа («пропорциональное» или «сильное»? Параметры генератора  $x_d = x_q = 1,5$ ;  $x'_d = 0,3$ ;  $U_\Gamma = U = 1$ ;  $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,87$  ( $S_{\text{баз}} = S_{\text{ном}}$ ). Учесть ограничение по току возбуждения ротора  $E_q \leq E_{q\text{ном}}$ .

Номинальная активная  $P$  и реактивная  $Q$  мощности синхронного генератора в о.е. равны:  $P = P_{\text{ном}}/S_{\text{баз}} = 0,87$ ;  $Q = P_{\text{ном}} \cdot \tan\varphi_{\text{ном}} = 0,49$ . Номинальная эдс возбуждения

$$E_{q\text{ном}} = \sqrt{(U_\Gamma + \Delta U')^2 + \Delta U''^2} = 2,18,$$

где  $\Delta U' = Q \cdot x/U_\Gamma = 0,74$ ;  $\Delta U'' = P \cdot x/U_\Gamma = 1,31$ .

**а) Рассмотрим случай индуктивного сопротивления сети  $x_c = 0,4$  без АРВ (или при «ручном» регулировании —  $E_q = \text{const}$ ).**

Для заданной активной мощности  $P_0 = 0,87$  и э.д.с.  $E_{q0}$ , обеспечивающей в этом режиме  $U_\Gamma = 1$ , из формул (4.17), (4.20) найдем угол  $\delta_0$  на электропередаче, решая совместно два уравнения ( $x_{d\Sigma} = x_\Sigma = 1,9$ ),

$$P_0 = \frac{E_{q0} \cdot U}{x_\Sigma} \cdot \sin \delta_0 = 0,87,$$

$$E_{q0} = \frac{-h \cdot U \cdot \cos \delta_0 + \sqrt{U_\Gamma^2 - (h \cdot U \cdot \sin \delta_0)^2}}{1 - h} \Big|_{h=1,5/1,9=0,79}.$$

Получаем  $\delta_0 \approx 67^\circ$ ;  $E_{q0} = 1,8 < E_{q\text{ном}}$  и  $dP/d\delta|_{E_q=\text{const}, \delta=\delta_0=67^\circ} > 0$ .

Таким образом, режим передачи мощности  $P_0 = 0,87$  с учетом ограничения  $E_{q0} < E_{q\text{ном}}$  в заданной схеме сети статически устойчив в принципе даже при «ручном» регулировании возбуждения синхронного генератора.

**б) Рассмотрим вариант  $x_c = 0,8$ .** Если предположить вначале отсутствие АРВ, то при  $h = 1,5/2,3 = 0,65$  можно аналогично тому, как это сделано в предыдущем пункте, определить  $E_{q0} = 2,02 < E_{q\text{ном}}$  и  $\delta_0 = 85^\circ$ , т. е. при таком внешнем реактивном сопротивлении система находится вблизи границы аperiodической устойчивости ( $\delta_{0\text{пред}} = 90^\circ$ ).

Введем АРВ пропорционального типа, при котором внешняя характеристика мощности определяется по формулам (4.21), (4.22) при  $E'_q = \text{const}$ . Заметим предварительно, что э.д.с.  $E_{q0} = E_{q\text{ном}} = 2,17$  достигается при  $\delta_0 = 90^\circ$ .



Определим для простоты именно для этого случая величину передаваемой мощности и устойчивость этого режима. Имеем

$$P_0 = \frac{E_{q0} \cdot U}{x_\Sigma} \cdot \sin \delta_0 = \frac{2,17}{2,3} = 0,94 > 0,87.$$

Переходная э.д.с.  $E'_{q0}$  для этого режима равна

$$E'_{q0} \big|_{\delta_0=90^\circ} = \frac{-h'_d \cdot U \cdot \cos \delta_0 + \sqrt{U_\Gamma - (h_q \cdot U \cdot \sin \delta_0)^2}}{1 - h'_d} = \frac{\sqrt{1 - 0,65^2}}{0,73} = 1,04,$$

где  $h'_d = x'_d / x'_{d\Sigma} = 0,3/1,1 = 0,27$ ;  $h_q = x_q / x_{q\Sigma} = 1,5/2,3 = 0,65$ .

Устойчивость этого режима проверим по знаку производной  $dP/d\delta \big|_{E'_q=\text{const}, \delta_0=90^\circ}$ , которая равна

$$\frac{dP}{d\delta} = \frac{E'_{q0} \cdot U}{x'_{d\Sigma}} \cdot \cos \delta_0 + \frac{U^2 \cdot (x'_{d\Sigma} - x_{q\Sigma})}{x'_{d\Sigma} \cdot x_{q\Sigma}} \cdot \cos(2 \cdot \delta_0) = -\frac{1,1 - 1,5}{1,1 \cdot 1,15} = 0,24 > 0.$$

Таким образом, режим передачи заданной мощности  $P = 0,87$  ( $x_c = 0,8$ ) с учетом ограничения  $E_q \leq E_{q\text{ном}}$  статически устойчив при использовании АРВ пропорционального типа. Заметим, что регулятор, обеспечивающий  $E'_q = \text{const}$  позволяет получить  $dP/d\delta > 0$  при  $\delta \geq 90^\circ$  за счет слагаемого во внешней характеристике мощности, пропорционального  $\sin(2 \cdot \delta)$ .

**в) Рассмотрим случай  $x_c = 1,1$ .** Пропускная способность сети в этом случае больше требуемой величины передаваемой мощности  $P = 1 \cdot 1/1,1 = 0,91 \geq P_0 = 0,87$ , и в принципе при «сильном» регулировании возбуждения режим передачи мощности  $P_0 = 0,87$  мог бы быть реализован. Однако заданное ограничение  $E_q \leq E_{q\text{ном}}$  не позволяет реализовать этот режим.

Отметим в заключении, что в данных примерах решался вопрос об устойчивости заданного режима без учета необходимости иметь определенный запас устойчивости (как это обычно имеет место на практике).

### Глава 3. ОБЩИЙ МЕТОД АНАЛИЗА СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

#### § 3.1. Линеаризованные уравнения системы, характеристическое уравнение

Рассмотрим, как и прежде, простейшую схему электропередачи (рис. 4.15), сохраняя представление сети только индуктивным сопротивлением  $x_c$ . Что касается синхронного генератора, то здесь мы дополнительно введем уравнение переходных процессов обмотки возбуждения (П.10) и

возможность регулирования возбуждения синхронного генератора за счет изменения напряжения, приложенного к обмотке возбуждения —  $u_f$ . При записи статорных уравнений генератора опустим индекс  $\Sigma$  в обозначениях результирующих сопротивлений сети ( $x_{d\Sigma} \rightarrow x_d$ ,  $x_{q\Sigma} \rightarrow x_q$ ), а сами уравнения запишем относительно напряжения шин  $U$ . Таким образом исходная система уравнений имеет вид (П.7–П.10)

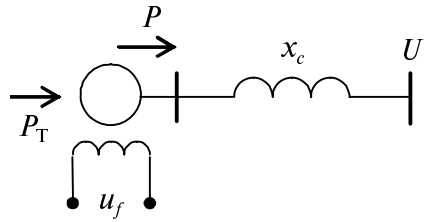


Рис. 4.15

$$x_d \cdot i_d + E_q = U \cdot \cos \delta, \quad (4.24)$$

$$x_q \cdot i_q = U \cdot \sin \delta, \quad (4.25)$$

$$p \cdot T_f \cdot (\mu_d \cdot x_d \cdot i_d + E_q) + E_q = u_f, \quad (4.26)$$

$$\frac{1}{\omega_0} \cdot T_j \cdot \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_T - P. \quad (4.27)$$

Для анализа поведения системы вблизи некоторого установившегося режима зададим параметрам этого режима малые приращения. Так, например, в уравнении (4.24) примем значения угла  $\delta = \delta_0 + \Delta\delta$ , тока  $i_d = i_{d0} + \Delta i_d$ , э.д.с.  $E_q = E_{q0} + \Delta E_q$ , где  $\Delta\delta$ ,  $\Delta i_d$ ,  $\Delta E_q$  — малые приращения переменных относительно их значений в установившемся режиме  $\delta_0$ ,  $i_{d0}$ ,  $E_{q0}$ . Получим

$$x_d \cdot (i_{d0} + \Delta i_d) + E_{q0} + \Delta E_q = U \cdot \cos(\delta_0 + \Delta\delta), \quad (4.28)$$

где принято  $\Delta U = 0$ , т. к. мы рассматриваем работу машины на шины бесконечной мощности при  $U = \text{const}$  в «малом».

Используем формулы приведения и ограничимся первым приближением

$$\cos(\delta_0 + \Delta\delta) = \cos \delta_0 \cdot \cos \Delta\delta - \sin \delta_0 \cdot \sin \Delta\delta \approx \cos \delta_0 - \sin \delta_0 \cdot \Delta\delta,$$

где  $\cos \Delta\delta \approx 1$ ,  $\sin \Delta\delta \approx \Delta\delta$ .

На основании (4.24), имея следующее равенство для параметров установившегося режима  $x_d \cdot i_{d0} + E_{q0} = U \cdot \cos \delta_0$ , получим вместо (4.28) одно из статорных уравнений синхронного генератора, записанного относительно малых возмущений режима  $\Delta i_d$ ,  $\Delta E_q$ ,  $\Delta\delta$ :

$$x_d \cdot \Delta i_d + \Delta E_q + U \cdot \sin \delta_0 \cdot \Delta\delta = 0. \quad (4.29)$$

Уравнения малых возмущений могут быть получены другим способом. Запишем (4.24) в символьном виде  $F(i_d, E_q, \delta) = 0$  и возьмем от этого выражения полный дифференциал

$$\frac{\partial F}{\partial i_d} \cdot \Delta i_d + \frac{\partial F}{\partial E_q} \cdot \Delta E_q + \frac{\partial F}{\partial \delta} \cdot \Delta\delta = 0.$$

Непосредственным дифференцированием можно убедиться, что полный дифференциал от (4.24) дает (4.29). Используем этот прием для нахождения

линейного приближения для второго статорного уравнения (4.25). С помощью дифференцирования получим

$$x_q \cdot \Delta i_q - U \cdot \cos \delta_0 \cdot \Delta \delta = 0. \quad (4.30)$$

Получим далее линейное приближение для уравнения переходных процессов обмотки возбуждения (4.26)

$$p \cdot T_f \cdot (\mu_d \cdot x_d \cdot i_d + \Delta E_q) + \Delta E_q = \Delta u_f.$$

С помощью (4.29) можно исключить приращение  $\Delta i_d$  из последнего уравнения. Окончательно получим линеаризованное уравнение обмотки возбуждения синхронного генератора

$$p \cdot T_f \cdot (\sigma_d \cdot \Delta E_q - \mu_d \cdot U \cdot \sin \delta_0 \cdot \Delta \delta) + \Delta E_q = \Delta u_f, \quad (4.32)$$

где  $\mu_d = 1 - x'_d / x_d$ ,  $\sigma_d = 1 - \mu_d$ .

И, наконец, линейное приближение уравнения движения ротора (4.27) имеет вид:

$$\frac{1}{\omega_0} \cdot T_j \cdot p^2 \cdot \Delta \delta + \frac{\partial P}{\partial \delta} \cdot \Delta \delta + \frac{\partial P}{\partial E_q} \cdot \Delta E_q = 0, \quad (4.32)$$

где производные  $\partial P / \partial \delta$  и  $\partial P / \partial E_q$  должны быть вычислены в точке заданного установившегося режима. Кроме того, в (4.32) предполагается, что мощность турбины  $P_T = \text{const}$  в «малом», т. е.  $\Delta P_T = 0$ .

Система уравнений (4.31), (4.32) относительно неизвестных  $\Delta \delta$ ,  $\Delta E_q$  (при отсутствии регулирования возбуждения  $\Delta u_f = 0$ ) представляет собой линейную систему дифференциальных уравнений третьего порядка и описывает поведение электрической системы в области малых отклонений от установившегося режима. В этих условиях система оказывается однородной, и переходный процесс, описываемый ею, будет иметь ненулевые решения при мгновенном изменении (приложении) внешних сил.

Заметим, что исходная система уравнений (4.24)–(4.27) является нелинейной и лишь ее линеаризация позволяет получить линейную систему с тем, чтобы в дальнейшем судить об устойчивости режима в этом линейном приближении. Обоснованием такой возможности служат две теоремы Ляпунова.

**Теорема 1** утверждает, что при характеристическом уравнении первого приближения, имеющем корни только с отрицательными вещественными частями, невозмущенное\* движение устойчиво и притом асимптотически, каковы бы ни были нелинейные функции в правой части исходного уравнения.

---

\* Если на систему кроме заданных сил (турбина, тормозной момент) подействуют дополнительные внешние силы, которые затем перестанут действовать, то под их влиянием система перейдет в новое возмущенное движение. Заданное невозмущенное движение называется устойчивым в том случае, если возмущенное движение со временем войдет в некоторую заданную область, определяемую величиной  $\varepsilon_i = x_i(t) - x_{i_0}(t)$ .

**Теорема 2** утверждает, что, если в числе корней характеристического уравнения первого приближения имеются корни, вещественная часть которых больше нуля, то невозмущенное движение неустойчиво, каковы бы ни были правые части.

Составим характеристическое уравнение системы (4.31), (4.32), приравняв нулю ее определитель  $D(p)$ . Однако прежде, предполагая в дальнейшем анализ устойчивости, в том числе и регулируемой системы, приращение напряжения возбуждения  $\Delta u_f$  в (4.31) запишем как величину, пропорциональную отклонению угла  $\Delta\delta$  и его производной  $p(\Delta\delta)$ ,

т. е. 
$$\Delta u_f = K \cdot \Delta\delta + K' \cdot p(\Delta\delta). \quad (4.33)$$

Заметим, что пропорциональное регулирование возбуждения по (4.33), естественно, не является единственно возможным. В реально действующих регуляторах вводят сигналы по отклонению напряжения  $\Delta U$  и производной  $p(\Delta U)$ , частоты  $\Delta\omega$  и др.

Итак, определитель системы (4.31), (4.32) с учетом (4.33) равен

$$D(p) = \begin{vmatrix} 1 + p \cdot T_f \cdot \sigma_d & -(p \cdot T_f \cdot \mu_d \cdot U \cdot \sin \delta_0 + K + p \cdot K') \\ \frac{\partial P}{\partial E_q} & p^2 \cdot \frac{1}{\omega_0} \cdot T_j + \frac{\partial P}{\partial \delta} \end{vmatrix}.$$

Характеристическое уравнение системы (4.31), (4.32) равно

$$D(p) = a_0 \cdot p^3 + a_1 \cdot p^2 + a_2 \cdot p + a_3 = 0, \quad (4.34)$$

где коэффициенты при различных степенях  $p$  определяются формулами

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{\omega_0} \cdot T_j \cdot T_f \cdot \sigma_d, \\ a_1 &= \frac{1}{\omega_0} \cdot T_j, \\ a_2 &= T_f \cdot \sigma_d \cdot \frac{\partial P}{\partial \delta} + (T_f \cdot \mu_d \cdot U \cdot \sin \delta_0 + K') \cdot \frac{\partial P}{\partial E_q}, \\ a_3 &= \frac{\partial P}{\partial \delta} + K \cdot \frac{\partial P}{\partial E_q}. \end{aligned} \right\} \quad (4.35)$$

### § 3.2. Алгебраические критерии статической устойчивости

Общее решение любой системы  $n$  линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами имеет вид

$$y_i = \sum_{k=1}^n y_{ik} = \sum_{k=1}^n C_{ik} \cdot e^{p_k \cdot t},$$

где  $y_i$  — переменная;  $y_{ik}$  — составляющие данной переменной, отвечающие корням  $p_k$ ;  $C_{ik}$  — некоторые постоянные;  $p_k = \alpha_k \pm j\beta_k$  — корни характеристического уравнения системы. Характер изменения во времени отдельных составляющих  $y_{ik}$  в зависимости от значения корней  $p_k$  показан на рис. 4.16.

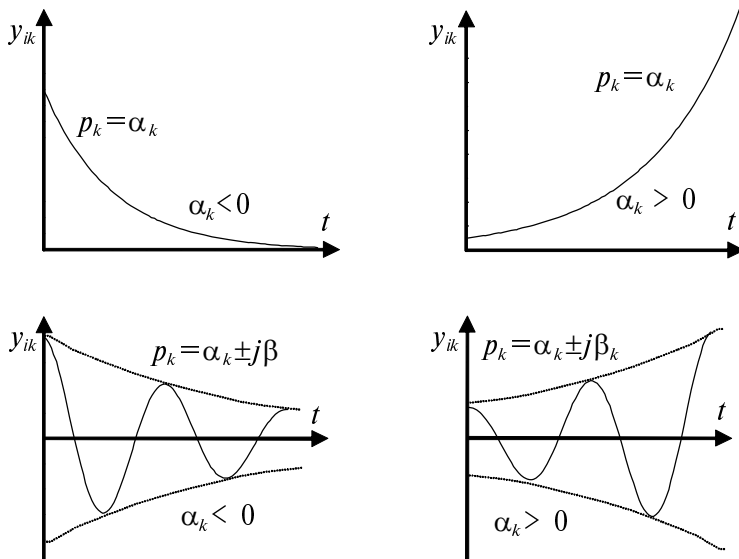


Рис. 4.16

Если для всех корней  $\alpha_k < 0$ , то это означает убывание начальных отклонений параметров режима во времени до нуля при  $t \rightarrow \infty$ . В этом случае данный установившийся режим можно считать статически устойчивым. Если хотя бы один из корней имеет  $\alpha_k > 0$ , то система после возмущения не сможет вернуться к исходному установившемуся режиму (невозмущенному режиму), поэтому этот режим длительно существовать не может — он статически неустойчив.

В зависимости от того, какой корень определяет статическую неустойчивость, различают ее два вида: аperiodическая неустойчивость, если  $p_k = \alpha_k$  и  $\alpha_k > 0$  и колебательную неустойчивость, если  $p_k = \alpha_k \pm j\beta_k$  и  $\alpha_k > 0$ . Предельными режимами при аperiodической и колебательной устойчивости являются режимы при  $p_k = 0$  и  $p_k = \pm j\beta_k$ .

Существует правило, с помощью которого, зная коэффициенты характеристического уравнения  $a_i$  ( $i = 0, \dots, n$ )

$$a_0 \cdot p^n + a_1 \cdot p^{n-1} + \dots + a_n = 0, \quad (4.36)$$

можно определить, являются ли все корни этого уравнения левыми без непосредственного вычисления значений этих корней. Это известное правило Гурвица [35]. Согласно этому критерию все корни (4.36) будут левыми при выполнении следующих неравенств

$$a_0 > 0, \quad \Delta_1 = a_1 > 0, \\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix} > 0, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{vmatrix} > 0 \quad \text{и т. д.}$$

Однако, если хотя бы один из коэффициентов  $a_i < 0$  (при  $a_0 > 0$ ), то необходимость в вычислении указанных определителей отпадет, т. к. характеристическое уравнение (4.36) наверняка имеет хотя бы один правый корень. Это, в частности, следует из записи характеристического уравнения через его корни в виде

$$a_0 \cdot (p - p_1) \cdot (p - p_2) \dots (p - p_n) = 0, \quad (4.37)$$

откуда следует, что, если все корни вещественные и левые, то при  $a_0 > 0$  и все коэффициенты этого характеристического уравнения будут положительными ( $a_i > 0$ ). Аналогично, если среди корней есть комплексные сопряженные, то их попарное произведение согласно (4.37) тоже даст все  $a_i > 0$ . Заметим, что обратное утверждение, конечно, не всегда верно: т. е. из условий  $a_i > 0$  ( $i = 0, \dots, n$ ) не всегда следует утверждение об отсутствии правых корней. В общем случае это утверждение справедливо только при выполнении всех неравенств Гурвица.

### § 3.3. Анализ статической устойчивости режима методом его утяжеления из заведомо устойчивого

Другие два критерия, широко используемые на практике, позволяют просто определить границы, разделяющие устойчивые и неустойчивые режимы. Один из этих критериев основан на теореме Виета, согласно которой произведение корней можно представить в виде

$$\frac{a_n}{a_0} = (-1)^n \cdot \prod_{i=1}^n p_i.$$

Тогда на границе аperiодической устойчивости при переходе какого-либо из вещественных корней через нулевое значение (при  $a_0 > 0$ ) меняет

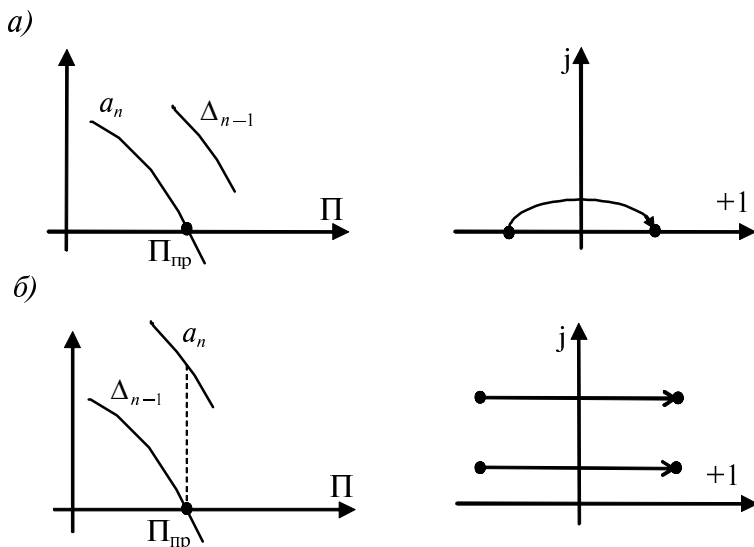


Рис. 4.17

знак свободный член характеристического уравнения  $a_n$ . Отправляясь из заведомо устойчивого режима, в котором все вещественные корни  $p_k = \alpha_k < 0$ , путем утяжеления режима (в смысле устойчивости) с некоторым шагом по какой-либо из переменных  $\Pi$  (например при увеличении угла  $\delta$ , мощности  $P$ ), можно по изменению знака  $a_n$  (с  $a_n > 0$  на  $a_n < 0$ ) найти границу этого режима по апериодической устойчивости (рис. 4.17, а).

Вторым критерием, позволяющим найти границу колебательной устойчивости, является переход через нулевое значение предпоследнего определителя Гурвица  $\Delta_{n-1}$  [35,36].

Если, аналогично предыдущему, отправиться из заведомо устойчивого режима при  $p_k = \alpha_k \pm j\beta_k$  (при  $\alpha_k < 0$ ), то переход через нуль определителя  $\Delta_{n-1}$  (с  $\Delta_{n-1} > 0$  на  $\Delta_{n-1} < 0$ ) означает переход к колебательно неустойчивому режиму (рис. 4.17, б).

### § 3.4. Применение общего критерия к исследованию статической устойчивости регулируемого и нерегулируемого синхронного генератора

#### 3.4.1. Нерегулируемый синхронный генератор ( $K = K' = 0$ )

Отсутствие апериодической неустойчивости заданного установившегося режима определяется по знаку свободного члена ( $a_3$ ) характеристического уравнения (4.34), который должен быть положительным  $a_3 > 0$  (при  $a_0 > 0$ ). Из (4.35) имеем для  $a_3$  выражение

$$a_3 = \frac{\partial P}{\partial \delta} + K \cdot \frac{\partial P}{\partial E_q} > 0.$$

С учетом  $K = 0$  получим  $a_3 = \frac{\partial P}{\partial \delta} = \frac{E_{q0} \cdot U}{x} \cdot \cos \delta_0 > 0$ , где использовано выражение для активной мощности  $P = (E_q \cdot U/x) \cdot \sin \delta$ . Таким образом, как уже было получено в § 1.1, 1.2, отсутствие апериодической неустойчивости для электропередачи с нерегулируемым синхронным генератором будет в режимах, которые характеризуются углами  $0 \leq \delta_0 \leq \pi/2$  (для неявнополюсного синхронного генератора,  $x_d = x_q = x$ ).

Условие, при котором отсутствует колебательная неустойчивость, дается неравенством  $\Delta_2 > 0$ . Из выражений для коэффициентов (4.35) найдем:

$$\Delta_2 = a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3 = \frac{1}{\omega_0} \cdot T_j \cdot \left[ T_f \cdot \sigma_d \cdot \frac{\partial P}{\partial \delta} + (T_f \cdot \mu_d \cdot U \cdot \sin \delta_0 + K') \cdot \frac{\partial P}{\partial E_q} \right] - \\ - \frac{1}{\omega_0} \cdot T_j \cdot T_f \cdot \sigma_d \cdot \left( \frac{\partial P}{\partial \delta} + K \cdot \frac{\partial P}{\partial E_q} \right)$$

откуда следует

$$\Delta_2 = (T_f \cdot \mu_d \cdot U \cdot \sin \delta_0 + K' - K \cdot T_f \cdot \sigma_d) \cdot \frac{\partial P}{\partial E_q} > 0. \quad (4.38)$$

С учетом выражения для производной  $\partial P / \partial E_q = (U/x) \cdot \sin \delta_0$  и  $K = K' = 0$  имеем условие отсутствия колебательной неустойчивости

$$T_f \cdot \mu_d \cdot U^2 \cdot \sin^2 \delta_0 > 0.$$

Таким образом, в случае отсутствия регулятора определитель  $\Delta_2 > 0$  всегда, кроме режима при  $\delta_0 = 0$ , где  $\Delta_2 = 0$ . Особенности режимов малых нагрузок ( $\delta_0 \approx 0$ ), в которых генераторы склонны к колебательной неустойчивости даже при отсутствии регуляторов, будут рассмотрены ниже в § 3.5.

### 3.4.2. Регулируемый синхронный генератор ( $K \neq 0$ , $K' = 0$ )

Рассмотрим вначале случай автоматического *пропорционального регулирования* по отклонению угла  $d K \neq 0$  (без учета коэффициента стабилизации  $K' = 0$ ), т. е.

$$\Delta u_f = K \cdot \Delta \delta. \quad (4.39)$$

Построим границу области аperiодической устойчивости при изменении коэффициента регулирования  $K$ , приравнявая свободный член характеристического уравнения к нулю ( $a_3 = 0$ )

$$a_3 = \frac{\partial P}{\partial \delta} + K \cdot \frac{\partial P}{\partial E_q} = \frac{E_{q0} \cdot U}{x} \cdot \cos \delta_0 + K \cdot \frac{U}{x} \cdot \sin \delta_0 = 0,$$

откуда  $K = K_{\min} = -E_{q0} \cdot \operatorname{ctg} \delta_0$ .

Таким образом, чтобы обеспечить аperiодическую устойчивость режимов, необходимо в этих режимах иметь  $K > K_{\min}$  (рис. 4.18).

Найдем границу колебательной устойчивости, приравнявая нулю определитель  $\Delta_2 = 0$ ,

$$\Delta_2 = T_f \cdot \mu_d \cdot U \cdot \sin \delta_0 - K \cdot T_f \cdot \sigma_d = 0,$$

откуда  $K_{\max} = \mu_d \cdot U \cdot \sin \delta_0 / \sigma_d$ .

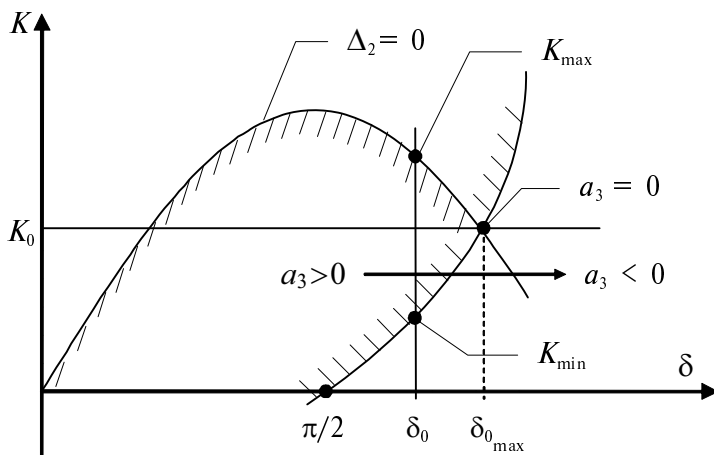


Рис. 4.18



Искомая граница показана на рис. 4.18. Заметим, что, если  $K = 0$ , то предельному режиму по апериодической устойчивости будет соответствовать угол  $\delta_0 = \pi/2$  — одна точка плоскости рис. 4.18, колебательной неустойчивости здесь не будет. С введением регулирования  $K > 0$  становится возможной работа при углах  $\delta_0 > \pi/2$ . Однако, здесь величина коэффициента  $K$  не должна выходить за пределы  $K \geq K_{\max}$ , так как в противном случае возникает колебательная неустойчивость. Для расширения области возможных режимов вплоть до точки  $\delta_0 = \delta_{0\max}$  необходимо иметь строго определенное значение коэффициента регулирования  $K = K_0$  (рис. 4.18). Этому коэффициенту соответствует точка пересечения границ  $a_3 = 0$  и  $\Delta_2 = 0$ . Этой точке соответствует равенство  $a_3 = 0$ , что следует из выражения, связывающего определители Гурвица:  $\Delta_2 = a_2 \cdot \Delta_1$ , откуда  $a_2 = 0$ . Из (4.35) имеем выражение для  $a_2$

$$a_2 = T_f \cdot \sigma_d \cdot \frac{E_{q0} \cdot U}{x} \cdot \cos \delta_0 + T_f \cdot \mu_d \cdot U \cdot \sin \delta_0 \cdot \frac{U}{x} \cdot \sin \delta_0 = 0$$

или  $\frac{x'_d}{x} \cdot E_{q0} \cdot U \cdot \cos \delta_0 + \left(1 - \frac{x'_d}{x}\right) \cdot U^2 \cdot \sin^2 \delta_0 = 0$ .

Полученное выражение ( $x_d = x_q = x$ ) совпадает со следующим  $\left. \frac{\partial P}{\partial \delta} \right|_{E'_q = \text{const}} = 0$ .

Покажем это. Продифференцируем формулу мощности (4.21) по  $\delta$

$$\frac{\partial P}{\partial \delta} = \frac{E'_q \cdot U}{x'_d} \cdot \cos \delta + \frac{U^2 \cdot (x'_d - x_q)}{2 \cdot x'_d \cdot x_q} \cdot 2 \cdot \cos(2 \cdot \delta).$$

Подставим вместо  $E'_q$  ее выражение через  $E_q$

$$E'_q = E_q \cdot \frac{x'_d}{x_d} + U \cdot \cos \delta \left(1 - \frac{x'_d}{x_d}\right)$$

и после преобразований получим искомое выражение

$$\frac{\partial P}{\partial \delta} = \frac{E_q \cdot U}{x_d} \cdot \cos \delta + U^2 \cdot \frac{x_d - x'_d}{x_d \cdot x'_d} \cdot \sin^2 \delta = 0.$$

Таким образом, при коэффициенте регулирования  $K = K_0$ , определенном указанным способом, передаваемая мощность и устойчивость может быть оценена при постоянстве потокосцепления с обмоткой ротора  $E'_q = \text{const}$  ( $x_d = x_q$ ) и при этом угол  $\delta = \delta_{0\max} > \pi/2$ . Возможность апериодической устойчивости при углах  $\delta_0 > \pi/2$  обусловлена положительностью производной  $\partial P / \partial \delta$ , вычисленной при  $E'_q = \text{const}$  в этой зоне углов ( $\pi/2 < \delta_0 < \delta_{0\max}$ ) из-за слагаемого, пропорционального синусу двойного угла (4.21). Дальнейшее повышение передаваемой мощности (увеличение угла  $\delta_0 > \delta_{0\max}$ ) с ростом коэффициента  $K$  оказывается невозможным, так как возникает колебательная неустойчивость.

### 3.4.3. Регулируемый синхронный генератор ( $K \neq 0$ , $K' \neq 0$ )

В данном случае кроме сигнала, пропорционального отклонению угла  $K \cdot \Delta \delta$ , введем в регулятор сигнал, пропорциональный производной этого

отклонения (или сигнал стабилизации). Регулирование, содержащее сигналы, пропорциональные производным параметров режима, называют **сильным регулированием**.

Как видно из (4.35) граница аperiodической устойчивости, определяемая уравнением  $a_3 = 0$ , не зависит от коэффициента  $K'$  и, следовательно, остается той же, что и в предыдущем случае. Равенство нулю предпоследнего

определителя Гурвица  $\Delta_2 = 0$  дает новую границу для  $K = K_{\max}$ , зависящую от величины коэффициента  $K'$ , что непосредственно следует из выражения

$$T_f \cdot \mu_d \cdot U \cdot \sin \delta_0 + K' - K \cdot T_f \cdot \sigma_d = 0,$$

откуда  $K_{\max}|_{K' \neq 0} = \frac{T_f \cdot \mu_d \cdot U \cdot \sin \delta_0 + K'}{\sigma_d \cdot T_f}$ .

Таким образом, за счет регулирования по производной отклонения угла  $p \cdot \Delta \delta$  удастся поднять верхнюю границу области устойчивых режимов (рис. 4.19), приближаясь к пропускной способности сети  $P_C$ , которая определяется максимумом угловой характеристики мощности при  $U_\Gamma = \text{const}$ , т. е.  $P_C = U \cdot U_\Gamma / x_C$ .

На рис. 4.19 качественно показаны предельные значения мощностей, достигаемые при неавтоматическом (ручном) регулировании возбуждения ( $P_{\text{ручн}}$ ), автоматическом пропорциональном ( $P_{\text{проп}}$ ) и при сильном регулировании с использованием сигналов стабилизации ( $P_{\text{сильн}}$ ).

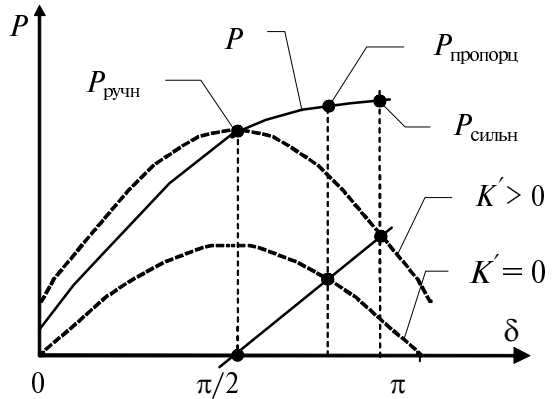


Рис. 4.19

### § 3.5. Колебательная неустойчивость синхронного генератора в режимах малых нагрузок

При определении в п. 3.4.1. границы колебательной устойчивости было получено, что при  $\delta_0 = 0$  предпоследний определитель Гурвица  $\Delta_2 = 0$ , т. е. в режиме холостого хода генератора в отсутствие автоматического регулирования возбуждения генератора ( $K = K' = 0$ ) система находится на границе колебательной устойчивости. Попробуем уточнить полученный результат, введя в уравнения малых возмущений активные сопротивления сети, которыми ранее пренебрегли. На основании исходной системы уравнений (§ 1.2) при  $r \neq 0$  имеем вместо (4.29), (4.30) статорные уравнения относительно малых возмущений режима

$$x_d \cdot \Delta i_d - r \cdot \Delta i_q + \Delta E_q + U \cdot \sin \delta_0 \cdot \Delta \delta = 0,$$

$$x_q \cdot \Delta i_q + r \cdot \Delta i_d - U \cdot \cos \delta_0 \cdot \Delta \delta = 0.$$

Аналогично выводу, проведенному в § 3.1, выразим из первого уравнения  $\Delta i_q$  и подставим во второе

$$\left(x_d + \frac{r^2}{x_q}\right) \cdot \Delta i_d + \Delta E_q + U \cdot \left(\sin \delta_0 - \frac{r}{x_q} \cdot \cos \delta_0\right) \cdot \Delta \delta = 0.$$

Отсюда найдем выражение для приращения тока в продольной оси  $\Delta i_d$ , которое используем для исключения  $\Delta i_d$  в уравнении обмотки возбуждения (пренебрежем малым слагаемым  $r^2/x$ ). Получим аналогично (4.31)

$$p \cdot T_f (\sigma_d \cdot \Delta E_q - \mu_d \cdot U \cdot f(\delta_0) \cdot \Delta \delta) + \Delta E_q = 0,$$

где  $f(\delta_0) = \sin \delta_0 - (r/x_q) \cdot \cos \delta_0$ .

Легко убедиться, что из коэффициентов характеристического уравнения  $a_0, \dots, a_3$  (4.35) изменится только  $a_2$ , и его новое значение будет

$$a_2 = T_f \cdot \sigma_d \cdot \frac{\partial P}{\partial \delta} + (T_f \cdot \mu_d \cdot U \cdot f(\delta_0) + K') \cdot \frac{\partial P}{\partial E_q}.$$

Предпоследний определитель Гурвица  $\Delta_2$  получается из (4.38) заменой  $\sin \delta_0$  на  $f(\delta_0) = \sin \delta_0 - (r/x_q) \cdot \cos \delta_0$ , т. е.

$$\Delta_2 = \frac{U}{x} \cdot \sin \delta_0 \cdot (T_f \cdot \mu_d \cdot U \cdot f(\delta_0) + K' - T_f \cdot \sigma_d \cdot K)$$

$$\text{или } \Delta_2 = \frac{U}{x} \cdot \sin \delta_0 \left[ T_f \cdot \mu_d \cdot U \cdot \left( \sin \delta_0 - \frac{r}{x_q} \cdot \cos \delta_0 \right) + K' - T_f \cdot \sigma_d \cdot K \right]. \quad (4.40)$$

При отсутствии регулирования ( $K = K' = 0$ )

$$\Delta_2 = T_f \cdot \mu_d \cdot \frac{U^2}{x} \cdot \sin \delta_0 \cdot \left( \sin \delta_0 - \frac{r}{x_q} \cdot \cos \delta_0 \right).$$

Как видно из полученного решения, при  $r \neq 0$  есть область малой нагрузки (небольших значений углов  $\delta_0$ ), когда  $\Delta_2 < 0$ , т. е. в этих режимах возникает колебательная неустойчивость. Например, при  $r/x_q = 0,1$  неустойчивость режимов имеет место в диапазоне углов  $0 < \delta < 5 \dots 7^\circ$ . С ростом нагрузки (угла  $\delta_0$ ) определитель  $\Delta_2$  становится положительным, и неустойчивость исчезает. Видно также, что увеличение активного сопротивления в статорных цепях  $r$  неблагоприятно влияет на зону неустойчивости, увеличивая диапазон углов, где это явление имеет место. Из (4.40) следует, что колебательная неустойчивость устраняется (исключая режим  $\delta_0 = 0$ ) введением коэффициента стабилизации  $K' > 0$ . Подчеркнем еще раз (см. п. 3.4.2.), что увеличение коэффициента регулирования по отклонению угла  $K$  неблагоприятно влияет на колебательную неустойчивость. Видно из (4.40), что увеличение коэффициента  $K$ , как и увеличение активного сопротивления в цепи статора, может привести к отрицательным величинам для  $\Delta_2$ , т. е. к появлению неустойчивости. Реально в таких режимах, однако, она не приводит к нарушению синхронизма, т. к. система при увеличении размаха колебаний не может считаться линейной, и ее нелинейные свойства приводят лишь к возникновению автоколебаний, когда их размах ограничивается

определенной величиной. Наличие демпферных обмоток у синхронных генераторов весьма эффективно способствует демпфированию колебаний. Более подробно об этом сказано в следующем пункте.

### § 3.6. Анализ аperiodической устойчивости с помощью уравнений малых возмущений установившегося режима

Используем то обстоятельство, что анализ аperiodической устойчивости может быть сделан на основании знака свободного члена характеристического уравнения  $a_n$  (при этом предполагаем, что при изменении режима коэффициент при старшем члене характеристического уравнения не может зависеть от режима вообще и менять знак в частности, т. е.  $a_0 > 0$  всегда), а тогда определитель системы линеаризованных уравнений может составляться для системы линеаризованных уравнений, отвечающих установившемуся режиму. Следовательно, в уравнениях (4.31), (4.32), (4.33) следует положить  $p = 0$ , после чего получим

$$\left. \begin{aligned} \Delta E_q &= \Delta u_f, \\ \frac{\partial P}{\partial \delta} \cdot \Delta \delta + \frac{\partial P}{\partial E_q} \cdot \Delta E_q &= 0, \\ \Delta u_f &= K \cdot \Delta \delta. \end{aligned} \right\}$$

Составляя определитель  $D$  приведенной системы, получим

$$D = \frac{\partial P}{\partial \delta} + K \cdot \frac{\partial P}{\partial E_q},$$

что в точности совпадает с выражением для  $a_3$  (4.35).

**Пример.** Синхронный генератор работает на шины бесконечной мощности с напряжением  $U = 1$  через внешнее сопротивление сети  $x_C = 0,8$ . Определить частоты и декремент затухания переменных режима при малых колебаниях вблизи режима  $\delta_0 = 90^\circ$  при: 1) ручном регулировании возбуждения; 2) пропорциональном автоматическом регулировании  $K = 1$  (4.33); 3) ненулевом значении коэффициента стабилизации  $K' = 1$  (4.33). Параметры генератора:  $x_d = x_q = 1,5$ ;  $x'_d = 0,3$ ;  $T_j = 10$  с;  $T_f = 5$  с;  $\sigma_{d\Sigma} = \sigma_d = x'_{d\Sigma} / x_{d\Sigma} = 0,48$ ;  $\mu_{d\Sigma} = \mu_d = 0,52$ ;  $x = x_{d\Sigma} = 2,3$ .

1) Согласно (4.35) в этом расчетном режиме свободный член  $a_3$  характеристического уравнения равен нулю

$$a_3 = \frac{\partial P}{\partial \delta} \Big|_{\delta_0=90^\circ} + K \cdot \frac{\partial P}{\partial E_q} = \frac{E_{q0} \cdot U}{x} \cdot \cos \delta_0 \Big|_{\delta_0=90^\circ} + 0 \cdot \frac{\partial P}{\partial E_q} = 0.$$

Тогда один из корней равен нулю  $p_1 = 0$ , и характеристическое уравнение приобретает вид

$$a_0 \cdot p^2 + a_1 \cdot p + a_2 = 0,$$

где  $a_0 = \frac{1}{\omega_0} \cdot T_j \cdot T_f \cdot \sigma_d = \frac{1}{314} \cdot 10 \cdot 5 \cdot 0,48 = 0,076$ ;  $a_1 = \frac{1}{\omega_0} \cdot T_j = \frac{1}{314} \cdot 10 = 0,032$ ;

$$a_2 = T_f \cdot \sigma_d \cdot \frac{\partial P}{\partial \delta} + (T_f \cdot \mu_d \cdot U \cdot \sin \delta_0 + K') \cdot \frac{\partial P}{\partial E_q} = 5 \cdot 0,52 \cdot \frac{1}{2,3} = 1,13.$$

Два других корня — комплексные сопряженные и равны

$$p_{2,3} = \frac{-0,032 \pm \sqrt{0,032^2 - 4 \cdot 0,076 \cdot 1,13}}{2 \cdot 0,076} = -0,21 \pm j3,85.$$

Таким образом, на границе апериодической устойчивости имеем один нулевой корень, означающий наличие в решении постоянной незатухающей составляющей возмущения, и два комплексных сопряженных, дающих затухающую колебательную составляющую с декрементом  $\alpha = -0,21$  1/с и частотой  $\beta = 3,85$  1/с = 3,85 Гц.

Можно показать, что при  $T_f \rightarrow \infty$  декремент затухания пары корней также становится нулевым. То есть при отсутствии регулирования возбуждения, неучете демпферных контуров синхронного генератора затуханию электро-механических колебаний способствует только обмотка возбуждения.

2) Решим ту же задачу, но при условии  $K = 1$ . В исходном характеристическом уравнении третьего порядка коэффициенты  $a_0, a_1, a_2$  остаются теми же, что и выше. Коэффициент  $a_3$  равен

$$a_3 = K \cdot \left. \frac{\partial P}{\partial E_q} \right|_{\delta_0=90^\circ} = 1 \cdot \frac{1}{2,3} = 0,43.$$

Итак, характеристическое уравнение

$$0,076 \cdot p^3 + 0,032 \cdot p^2 + 1,13 \cdot p + 0,43 = 0.$$

По последним двум слагаемым можно найти приближенное значение первого корня  $p_1 \approx -0,43/1,13 = -0,38$ , а далее по формуле Виета можно понизить порядок уравнения, сведя его ко второму

$$\begin{array}{r} p^3 + 0,42 \cdot p^2 + 14,9 \cdot p + 5,66 \quad | p + 0,38 \\ \hline p^3 + 0,38 \cdot p^2 \quad p^2 + 0,04 \cdot p + 14,88 \\ \hline 0,04 \cdot p^2 + 14,9 \cdot p \\ 0,04 \cdot p^2 + 0,02 \cdot p \\ \hline 14,88 \cdot p + 5,66 \\ 14,88 \cdot p + 5,65 \\ \hline \sim 0 \end{array}$$

Откуда вторая пара корней определится

$$p_{2,3} = \frac{-0,04 \pm \sqrt{0,04^2 - 4 \cdot 14,88}}{2} = -0,02 \pm j3,86.$$

Введение регулирования делает заданный режим устойчивым, однако декремент затухания пары комплексных корней снижается.

3) Решим ту же задачу, но при введении коэффициента стабилизации по производной угла  $K' = 1$ . Для новой задачи нужно заново вычислить только коэффициент

$$a_2^* = a_2 + K' \cdot \frac{\partial P}{\partial E_q} = 1,13 + 1 \cdot \frac{1}{2,3} = 1,56.$$

Имеем характеристическое уравнение

$$p^3 + 0,42 \cdot p^2 + 20,53 \cdot p + 5,66 = 0.$$

Приближенное значение вещественного корня  $p_1 = -0,28$ . Понижаем порядок характеристического уравнения

$$\begin{array}{r} p^3 + 0,42 \cdot p^2 + 20,53 \cdot p + 5,66 \quad | p + 0,28 \\ \underline{p^3 + 0,28 \cdot p^2} \phantom{+ 20,53 \cdot p + 5,66} \\ 0,14 \cdot p^2 + 20,53 \cdot p \phantom{+ 5,66} \\ \underline{0,14 \cdot p^2 + 0,04 \cdot p} \phantom{+ 5,66} \\ 20,5 \cdot p + 5,66 \\ \underline{20,5 \cdot p + 5,74} \\ \sim 0 \end{array}$$

Откуда два других корня находятся

$$p_{2,3} = \frac{-0,14 \pm \sqrt{0,14^2 - 4 \cdot 20,5}}{2} = -0,07 \pm j4,53.$$

Видно, что режим по прежнему остается устойчивым, частота колебаний несколько возросла, а демпферные свойства системы улучшились (возрос декремент затухания).

## Глава 4. ДЕМПФИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧЕ: СИНХРОННЫЙ ГЕНЕРАТОР–СЕТЬ–ШИНЫ БЕСКОНЕЧНОЙ МОЩНОСТИ

### § 4.1. Синхронный генератор с системой АРВ (без учета демпферных обмоток)

Уравнение маловозмущенного режима автоматически регулируемой системы было получено в (§ 3.1) (4.32):

$$\frac{1}{\omega_0} \cdot T_j \cdot \frac{d^2 \Delta \delta}{dt^2} + \frac{\partial P}{\partial \delta} \cdot \Delta \delta + \frac{\partial P}{\partial E_q} \cdot \Delta E_q = 0. \quad (4.41)$$

Последнее слагаемое в (4.41) учитывает свободные колебания э.д.с. возбуждения вследствие переходных процессов в обмотке возбуждения и в элементах системы регулирования, а также вынужденные колебания, вызванные работой АРВ. Как было показано ранее, без учета этих процессов третье слагаемое в (4.41) равно нулю, корни характеристического уравнения, отвечающего (4.41), чисто мнимые, и система не имеет демпфирования.

Проведем упрощенный анализ демпферных свойств рассматриваемой системы, учитывая вначале уравнение переходных процессов обмотки возбуждения и регулятора АРВ, с помощью которых можно найти для (4.41) связь  $\Delta E_q = f(\Delta \delta)$ .

Воспользуемся линеаризованным уравнением обмотки возбуждения (4.31). Перепишем его в операторном виде, введя изображения:  $\Delta \bar{E}_q = \Delta E_q$ ;  $\Delta \bar{u}_f = \Delta u_f$ ;  $\Delta \bar{\delta} = \Delta \delta$ . Получим

$$p \cdot T_f (\sigma_d \cdot \Delta \bar{E}_q - \mu_d \cdot U \cdot \sin \delta_0 \cdot \Delta \bar{\delta}) + \Delta \bar{E}_q = \Delta \bar{u}_f.$$

Найдем из последнего уравнения приращение  $\Delta \bar{E}_q$

$$\Delta \bar{E}_q = \frac{\Delta \bar{u}_f + p \cdot T_f \cdot \mu_d \cdot U \cdot \sin \delta_0 \cdot \Delta \bar{\delta}}{1 + p \cdot T_f \cdot \sigma_d}. \quad (4.42)$$

И, наконец, используя линеаризованное уравнение регулятора АРВ (4.33) в изображениях

$$\Delta \bar{u}_f = K \cdot \Delta \bar{\delta} + K' \cdot p \cdot \Delta \bar{\delta}, \quad (4.43)$$

получим операторное уравнение связи  $\Delta \bar{E}_q = f(\Delta \bar{\delta})$ , решение которого в оригиналах требуется для уравнения (4.41)

$$\Delta \bar{E}_q = \frac{K + p \cdot K' + p \cdot T_f \cdot \mu_d \cdot U \cdot \sin \delta_0}{1 + p \cdot T_f \cdot \sigma_d} \cdot \Delta \bar{\delta}. \quad (4.44)$$

Будем искать решение (4.42) [с учетом (4.43)] в оригиналах только для периодической составляющей, пренебрегая его переходной компонентой. Положим, что мы находимся вблизи границы колебательной неустойчивости, когда при малых возмущениях режима можно считать вариации переменных и, в частности  $\Delta \delta$ , синусоидальными функциями времени, т. е. положим  $\Delta \delta = \Delta \delta_m \cdot \sin \omega t$  (где частота свободных колебаний  $\omega$  будет определена ниже). Переходя к символическому изображению временной функции  $\Delta \delta(t)$ , получим  $\Delta \dot{\delta} = \Delta \delta_m$ . Перейдем теперь к символическому изображению переменной  $\Delta \dot{E}_q$ , которое может быть получено подстановкой в (4.44)  $p = j\omega$ ,

$$\Delta \dot{E}_q = \frac{K + a \cdot p}{1 + b \cdot p} \Big|_{p=j\omega} \cdot \Delta \delta_m, \quad (4.45)$$

где  $a = K' + T_f \cdot \mu_d \cdot U \cdot \sin \delta_0$ ,  $b = \sigma_d \cdot T_f = T_f'$ ,  $K$  — коэффициент регулятора в (4.43). Преобразуем (4.45) к более удобному виду:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{E}_q &= \frac{K + j\omega \cdot a}{1 + j\omega \cdot b} \cdot \Delta \delta_m = \frac{(K + j\omega \cdot a)(1 - j\omega \cdot b)}{1 + b^2 \cdot \omega^2} \cdot \Delta \delta_m = \\ &= \left( \frac{K + a \cdot b \cdot \omega^2}{1 + b^2 \cdot \omega^2} + j \frac{a \cdot \omega - K \cdot b \cdot \omega}{1 + b^2 \cdot \omega^2} \right) \cdot \Delta \delta_m \Big|_{b^2 \cdot \omega^2 \gg 1} \approx \\ &\approx \left( \frac{K + a \cdot b \cdot \omega^2}{b^2 \cdot \omega^2} + j\omega \frac{a - K \cdot b}{b^2 \cdot \omega^2} \right) \cdot \Delta \delta_m = (A + j\omega \cdot B) \cdot \Delta \delta_m, \end{aligned}$$

где  $A = (K + a \cdot b \cdot \omega^2) / (b^2 \cdot \omega^2)$ ,  $B = (a - K \cdot b) / (b^2 \cdot \omega^2)$ .

Возвращаясь к изображениям, получим вместо (4.44)

$$\Delta \bar{E}_q \approx A \cdot \Delta \bar{\delta} + p \cdot B \cdot \Delta \bar{\delta}.$$

Таким образом, получаем для уравнения движения ротора в маловозмущенном режиме (4.41) дифференциальное уравнение второго порядка, характеристическое уравнение которого имеет вид

$$\frac{T_j}{\omega_0} \cdot p^2 + p \cdot B \cdot \frac{\partial P}{\partial E_q} + \left( \frac{\partial P}{\partial \delta} + A \cdot \frac{\partial P}{\partial E_q} \right) = 0. \quad (4.46)$$

Коэффициент при  $p$  мы назвали в § 1 демпферным коэффициентом  $P_d$ . Он равен

$$P_d = B \cdot \frac{\partial P}{\partial E_q}.$$

Коэффициент затухания  $\alpha$  при комплексных корнях квадратного уравнения (4.46)  $p = \alpha \pm j\omega$  и  $x_d = x_q = x$  равен

$$\alpha = -\frac{P_d \cdot \omega_0}{2 \cdot T_j} = -\frac{\omega_0}{2 \cdot T_j} \cdot \frac{U}{x} \cdot \sin \delta_0 \cdot \left( \frac{\mu_d \cdot T_f \cdot U \cdot \sin \delta_0 + K' - K \cdot T_f'}{T_f'^2 \cdot \omega^2} \right). \quad (4.47)$$

Заметим, коэффициент  $\alpha$  может быть выражен через предпоследний определитель Гурвица  $\Delta_2$  (4.40) при  $r = 0$ , т. е.

$$\alpha = -\frac{\omega_0}{2 \cdot T_j} \cdot \Delta_2 \cdot \frac{1}{T_f'^2 \cdot \omega^2}.$$

и, действительно, при  $\Delta_2 = 0$  дает границу колебательной устойчивости:  $\alpha = 0$ .

Из (4.47) следует, что демпфирование отсутствует в режимах  $\delta_0 = 0, \pi$  и его нельзя ввести изменением коэффициентов регулятора  $K$  и  $K'$ . Трудно обеспечить хорошее демпфирование переходных процессов ( $|\alpha| \geq 0,5$ ) при больших постоянных  $T_f$ , т. к. для этого требуются большие значения коэффициентов регулятора. Вообще введение больших коэффициентов регулирования  $K$  уменьшает демпфирование и может привести к колебательной неустойчивости ( $\alpha > 0$ ). Однако с помощью коэффициента стабилизации  $K' > 0$  можно скомпенсировать снижение демпферных свойств системы (уменьшение  $\alpha$ ). И, наконец, из (4.47) видно, что чем мощнее связь станции с системой ( $x \rightarrow 0$ ), т. е. чем больше жесткость связи, тем  $\alpha$  больше.

Угловая частота колебаний  $\omega$  в маловозмущенном движении приближенно может быть найдена как квадратный корень из свободного члена характеристического уравнения (4.46):

$$\omega^2 \approx \frac{\omega_0}{T_j} \cdot \left[ \frac{E_{q_0} \cdot U}{x} \cdot \cos \delta_0 + \frac{U \cdot \sin \delta_0}{x} \cdot \left( \frac{K}{T_f'^2 \cdot \omega^2} + \frac{K' + T_f \cdot \mu_d \cdot U \cdot \sin \delta_0}{T_f'} \right) \right]. \quad (4.48)$$

Последнее выражение уточняет частоту колебаний  $\omega$  по сравнению с (§ 1.2) ( $P_d = 0$ ), где было получено  $\omega^2 = \frac{\omega_0}{T_j} \cdot \frac{E_{q_0} \cdot U}{x} \cdot \cos \delta_0$ . Как видно, уточнение имеет место вследствие учета переходных процессов в обмотке возбуждения и работы регулятора АРВ.



## § 4.2. Синхронный генератор с учетом демпферной обмотки

В данном случае к общей системе уравнений (4.24)–(4.26) добавим уравнение переходных процессов только поперечного демпферного контура (П.6). Будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} x_d \cdot i_d + E_q &= u_q = U \cdot \cos \delta; \\ x_q \cdot i_q + E_{rd} &= -u_d = U \cdot \sin \delta; \\ p \cdot T_f \cdot (\mu_d \cdot x_d \cdot i_d + E_q) + E_q &= u_f; \\ p \cdot T_{rq} (\mu_q \cdot x_q \cdot i_q + E_{rd}) + E_{rd} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (4.49)$$

где  $T_{rq} = x_{rq} / (\omega_0 \cdot R_{rq})$  — постоянная времени демпферного контура.

Напомним, что, как было сказано в § 3.1, параметры  $x_d$ ,  $x_q$ ,  $\mu_d$  отвечают результирующим сопротивлениям синхронного генератора и сети, т. е. индекс  $\Sigma$  здесь для простоты опущен (например  $x_{d\Sigma} \rightarrow x_d$ ). Однако, в обозначении для коэффициента  $\mu_d$ , входящего в четвертое уравнение, полное обозначение целесообразно сохранить, т. е.  $\mu_q = x_{dq}^2 / (x_{rq} \cdot x_{q\Sigma})$ .

В уравнениях (4.49) по сравнению с системой (4.24)–(4.26) введена э.д.с.  $E_{rd}$  (во второе уравнение), а также добавлено дополнительное четвертое уравнение самого демпферного контура.

Аналогично предыдущему, можно выразить в (4.49) э.д.с.  $E_{rd}$  через угол  $\delta$ , для чего необходимо во втором и четвертом уравнениях исключить ток  $i_q$ . Далее переходим к операторным изображениям переменных и линеаризуем полученное уравнение. В результате окончательно получим

$$\Delta \bar{E}_{rd} = - \frac{p \cdot T_{rq} \cdot \mu_q \cdot U \cdot \cos \delta_0 \cdot \Delta \bar{\delta}}{1 + p \cdot T_{rq} \cdot \sigma_q}.$$

Как видно, мы получаем выражение, аналогичное (4.42), но при  $\Delta u_f = 0$  и с заменой  $\sin \delta_0$  на  $\cos \delta_0$ .

Таким образом, при учете демпферной обмотки в выражение для коэффициента затухания  $\alpha$  в (4.47) войдет дополнительное слагаемое  $\alpha_{\text{доп}}$ :

$$\alpha_{\text{доп}} = - \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega_0}{T_j} \cdot \frac{\partial P}{\partial E_{rd}} \cdot B_{\text{доп}},$$

где  $B_{\text{доп}} = a_{\text{доп}} / (b_{\text{доп}}^2 \cdot \omega^2) = \frac{T_{rq} \cdot \mu_q \cdot U \cdot \cos \delta_0}{(T_{rq} \cdot \sigma_q)^2 \cdot \omega^2}$  или в окончательном виде ( $x_d = x_q = x$ )

$$\alpha_{\text{доп}} = \frac{\omega_0}{2 \cdot T_j} \cdot \frac{U^2}{x} \cdot \cos^2 \delta_0 \cdot \frac{T_{rq} \cdot \mu_q}{(T_{rq} \cdot \sigma_q)^2 \cdot \omega^2},$$

где производная  $\partial P / \partial E_{rd} = -U \cdot \cos \delta_0 / x$ .

Видно, что составляющая  $\alpha_{\text{доп}}$  в декременте затухания будет иметь ненулевое значение и при  $\delta_0 = 0$ , т. е. демпферная обмотка будет способствовать затуханию колебаний в системе генератор—сеть—шины при малых значениях передаваемых мощностей.

$$P = u_q \cdot i_q + u_d \cdot i_d,$$

а с помощью первых двух уравнений системы (4.49) получаем

а с помощью первых двух уравнений системы (4.49) получаем

или при  $x_d = x_q = x$

$$P = \frac{1}{x} \cdot (U \cdot \sin \delta \cdot E_q - U \cdot \cos \delta \cdot E_{rd}).$$

## Глава 5. АНАЛИЗ СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМ СИНХРОННЫМ КОМПЕНСАТОРОМ

Анализ статической устойчивости проведем для схемы электропередачи рис. 4.20, *a*.

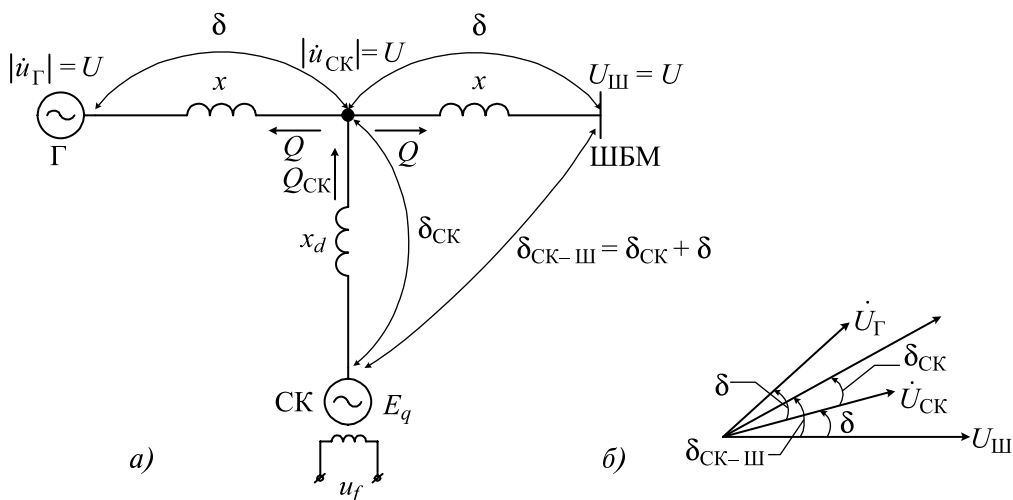


Рис. 4.20

Электропередача содержит электрическую станцию, представленную эквивалентным генератором  $\Gamma$ , работающим через индуктивное сопротивление сети  $x_c = 2 \cdot x$  на шины бесконечной мощности (ШБМ). В средней точке сети включен синхронный компенсатор (СК). Будем считать, что модули напряжений на шинах генератора ( $\dot{U}_\Gamma$ ), в точке подключения СК ( $\dot{U}_{СК}$ ) и на шинах ( $U_{Ш}$ ) одинаковы  $|\dot{U}_\Gamma| = |\dot{U}_{СК}| = U_{Ш} = U$ . Пренебрежем активными потерями в сети и компенсаторе. В этих предположениях углы сдвига между напряжениями на участках сети будут одинаковыми и равными  $\delta$  (рис. 4.20, а, б).

### § 5.1. Уравнения малых возмущений синхронного компенсатора

Уравнение обмотки возбуждения СК совпадает с таковым для синхронного генератора (4.24), (4.26):

$$p \cdot T_f \cdot (\sigma_d \cdot E_q + \mu_d \cdot U \cdot \cos \delta_{СК}) + E_q = u_f, \quad (4.50)$$

где  $\sigma_d = x'_d / x_d$ ,  $\mu_d = 1 - \sigma_d$ , причем все параметры и переменные относятся к синхронному компенсатору.

Уравнение движения ротора СК

$$\frac{T_{jСК}}{\omega_0} \cdot p^2 \cdot \delta_{СК-Ш} = -P_{СК}, \quad (4.51)$$

где  $\delta_{СК-Ш} = \delta_{СК} + \delta$  (рис. 4.20, а, б);  $T_{jСК}$  — постоянная инерции ротора СК;  $P_{СК}$  — электромагнитная мощность на валу СК, имеющая место в переходных процессах колебания угла ротора СК  $\delta_{СК-Ш}$  относительно шин системы. В отличие от уравнения движения синхронного генератора здесь мощность турбины  $P_{ТСК} = 0$ .

Уравнение активной мощности СК (примем  $x_d = x_q$ )

$$P_{СК} = \frac{E_q \cdot U}{x_d} \cdot \sin \delta_{СК}. \quad (4.52)$$

Уравнение регулятора АРВ синхронного компенсатора пропорционального типа запишем в виде

$$(1 + p \cdot T_b) \cdot u_f = u_{f0} - K_{0u} \cdot (u - U_{уст}), \quad (4.53)$$

где  $U_{уст}$  — напряжение уставки;  $T_b$  — постоянная апериодического звена регулятора, отображающая электромагнитную инерцию измерительных, преобразовательных и усилительных цепей регулятора.

Используем уравнения (4.50)–(4.53) для получения системы линеаризованных уравнений СК. Вместо (4.50) получим

$$\Delta E_q \cdot (1 + p \cdot T'_f) = \Delta u_f - p \cdot T_f \cdot \mu_d \cdot (-U \cdot \sin \delta_{СК0} \cdot \Delta \delta_{СК} + \cos \delta_{СК0} \cdot \Delta U),$$

где  $T'_f = T_f \cdot \sigma_d$ . Напомним, что в уравнении (4.50)  $U = |\dot{U}_{СК}|$ . Это напряжение является объектом регулирования, а, следовательно, в общем случае  $\Delta U \neq 0$ , что учтено в последнем уравнении при вычислении частных произ-

водных в (4.50). Кроме того, учитываем, что **СК** в установившемся режиме не выдает и не потребляет активной мощности и, следовательно, согласно (4.52)  $\delta_{СК0} = 0$ . Тогда последнее уравнение переписывается в виде

$$\Delta E_q \cdot (p \cdot T_f' + 1) = \Delta u_f - p \cdot T_f \cdot \mu_d \cdot \Delta U. \quad (4.54)$$

Уравнение малых возмущений согласно (4.51)–(4.52)

$$\begin{aligned} \frac{T_{jСК}}{\omega_0} \cdot p^2 \cdot (\Delta \delta_{СК} + \Delta \delta) + \frac{E_{q0} \cdot U}{x_d} \cdot \cos \delta_{СК0} \cdot \Delta \delta_{СК} + \\ + \frac{U}{x_d} \cdot \sin \delta_{СК0} \cdot \Delta E_q + \frac{E_q}{x_d} \cdot \sin \delta_{СК0} \cdot \Delta U = 0. \end{aligned}$$

С учетом  $\delta_{СК0} = 0$  имеем

$$\frac{T_{jСК}}{\omega_0^2} \cdot p^2 \cdot (\Delta \delta_{СК} + \Delta \delta) + \frac{E_{q0} \cdot U}{x_d} \cdot \Delta \delta_{СК} = 0. \quad (4.55)$$

И, наконец, исключив с помощью уравнения малых возмущений регулятора АРВ [полученного по (4.53)] переменную  $\Delta u_f$ , будем окончательно иметь для **СК** систему уравнений (4.55), (4.56)

$$\Delta E_q \cdot (p \cdot T_f' + 1) = -\frac{K_{0u} \cdot \Delta U}{1 + p \cdot T_b} - p \cdot T_f \cdot \mu_d \cdot \Delta U. \quad (4.56)$$

Эта система из двух уравнений содержит неизвестные  $\Delta \delta_{СК}$ ,  $\Delta \delta$ ,  $\Delta E_q$ ,  $\Delta U$  и должна быть дополнена недостающими уравнениями, следующими из расчетной схемы рис. 4.20, а.

## § 5.2. Уравнения малых возмущений синхронного генератора

Для упрощения задачи не будем учитывать уравнения статорных цепей, обмотки возбуждения и ее регулятора. Оставим в рассмотрении только уравнение движения ротора синхронного генератора, которое имеет вид

$$\frac{T_{jГ}}{\omega_0} \cdot p^2 \cdot 2 \cdot \delta = P_T - P_C,$$

где  $P_C = \frac{U_{Г} \cdot U}{x} \cdot \sin \delta$ ;  $T_{jГ}$  — постоянная инерции ротора синхронного генератора.

Уравнение движения ротора относительно малых возмущений

$$\frac{T_{jГ}}{\omega_0} \cdot p^2 \cdot 2 \cdot \Delta \delta + \frac{U_{Г}}{x} \cdot \sin \delta_0 \cdot \Delta U + \frac{U_{Г} \cdot U}{x} \cdot \cos \delta_0 \cdot \Delta \delta = 0$$

или 
$$\frac{T_{jГ}}{\omega_0} \cdot p^2 \cdot 2 \cdot \Delta \delta + \frac{U}{x} \cdot \sin \delta_0 \cdot \Delta U + \frac{U^2}{x} \cdot \cos \delta_0 \cdot \Delta \delta = 0. \quad (4.57)$$

### § 5.3. Уравнения малых возмущений, следующие из баланса реактивных мощностей в узле включения СК

Реактивные мощности  $Q$  (рис. 4.20, а) при одинаковых сопротивлениях сети  $x$  и модулях напряжений  $|U_{\text{ш}}| = U = |\dot{U}_Г|$  также равны друг другу и, следовательно,

$$Q_{\text{СК}} = \frac{2}{x} \cdot (U^2 - U \cdot U_{\text{ш}} \cdot \cos \delta). \quad (4.58)$$

С другой стороны согласно схеме замещения СК (рис. 4.21) реактивная мощность на его зажимах  $Q_{\text{СК}}$  находится через его параметры ( $x_d = x_q$ )

$$Q_{\text{СК}} = \frac{1}{x_d} \cdot (E_q \cdot U - U^2).$$

Приравнивая друг другу последние выражения, получим уравнение баланса реактивных мощностей

$$\frac{2}{x} \cdot (U - U_{\text{ш}} \cdot \cos \delta) = \frac{1}{x_d} \cdot (E_q - U).$$

Уравнение малых возмущений на основании уравнения баланса имеет вид

$$\frac{2}{x} \cdot (\Delta U + U \cdot \sin \delta_0 \cdot \Delta \delta) = \frac{1}{x_d} \cdot (\Delta E_q - \Delta U). \quad (4.59)$$

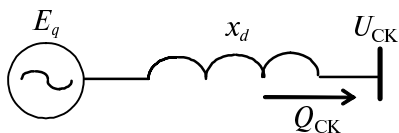


Рис. 4.21

Таким образом, получим систему 4-х уравнений (4.55), (4.56), (4.57), (4.59) с четырьмя неизвестными. Приравнивая к нулю определитель этой системы, получим характеристическое уравнение 6-го порядка, корни которого дадут возможность судить об устойчивости заданного режима. Заметим, что учет переходных

процессов в обмотке возбуждения генератора и, например, учет электромагнитной инерции в регуляторе возбуждения дали бы 8-й порядок характеристического уравнения.

Ограничимся далее в решении задачи о статической устойчивости режимов электропередачи с промежуточным СК анализом только аperiodической устойчивости, предполагая, что колебательную устойчивость можно обеспечить введением в регулятор сигналов, пропорциональных некоторым дополнительным стабилизирующим параметрам.

Как было показано в § 3.6 для этой цели достаточно привлечь только линеаризованные уравнения, отвечающие установившемуся режиму. Таким образом, необходимо в уравнениях (4.55), (4.56), (4.57), (4.59) положить  $p = 0$ , тогда получим три уравнения ( $\Delta \delta_{\text{СК}} = 0$ ):

$$\left. \begin{aligned} \Delta E_q + K_{0u} \cdot \Delta U &= 0; \\ \sin \delta_0 \cdot \Delta U + U \cdot \cos \delta_0 \cdot \Delta \delta &= 0; \\ \left( \frac{2}{x} + \frac{1}{x_d} \right) \cdot \Delta U + \frac{2}{x} \cdot U \cdot \sin \delta_0 \cdot \Delta \delta - \frac{1}{x_d} \cdot \Delta E_q &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Определитель этой системы, равный свободному члену характеристического уравнения  $a_n$ , равен

$$a_n = \left[ 1 + \frac{x}{2 \cdot x_d} \cdot (1 + K_{0u}) \right] \cdot \cos \delta_0 - \sin^2 \delta_0. \quad (4.60)$$

Равенство нулю  $a_n$  означает нахождение на границе аperiodической устойчивости.

**Пример 1.** Определить возможность выдачи в систему мощности  $P^* = 1$  при  $x^* = 0,5$ . Какова при этом мощность СК ( $x_{СК} = 1$  о.е.)? Необходимо ли автоматическое регулирование на СК? (Базисная мощность  $P_{баз} = P_{нат} = U^2 / Z_B$  равна натуральной мощности линии;  $U_{баз} = U$ ; мощность станции равна  $P_{нат}$ ).

С помощью формулы для мощности находим угол на участке  $\delta_0$  ( $P = U_\Gamma \cdot U / x \cdot \sin \delta$ )

$$P_0^* = \frac{\sin \delta_0}{x^*} = 1, \quad (4.61)$$

откуда  $\delta_0 = 30^\circ$ . Из формулы (4.58) в о.е. при данных базисных единицах находим мощность СК  $Q_{СК0}^*$

$$Q_{СК0}^* = 2 \cdot (1 - \cos \delta_0) / x^* = \frac{2}{0,5} \cdot (1 - \cos 30^\circ) = 0,52. \quad (4.62)$$

Входящий в (4.59) параметр  $x_d^*$  определим следующим образом

$$x_d^* = \frac{x_{СК \text{ о.е.}} \cdot U^2}{|Q_{СК_{НОМ}}|} \cdot \frac{S_{баз}}{U^2}.$$

Полагая  $|Q_{СК_{НОМ}}| = Q_{СК0}$ , т. е., что номинальная мощность СК  $|Q_{СК_{НОМ}}|$  равна требуемой мощности СК в проверяемом на устойчивость режиме  $|Q_{СК0}|$ , получим

$$x_d^* = \frac{x_{СК \text{ о.е.}}}{|Q_{СК0}^*|} = \frac{1}{0,52} = 1,92. \quad (4.63)$$

Запишем выражение для свободного члена (5.11)

$$a_n = \left[ 1 + \frac{x^*}{2 \cdot x_d^*} \cdot (1 + K_{0u}) \right] \cdot \cos \delta_0 - \sin^2 \delta_0 = 1,13 \cdot \cos \delta_0 - \sin^2 \delta_0 = 0,73 > 0, \quad (4.64)$$

откуда видно, что в расчетном режиме  $\delta_0 = 30^\circ$  аperiodическая устойчивость не нарушается т. к.  $a_n > 0$  даже при  $K_{0u} = 0$ .

**Пример 2.** При условиях предыдущего примера определить максимальную мощность  $P_0^*$ , которую можно передать при отсутствии автоматического регулирования на СК. Определить мощность СК.

Варьируем в (4.62) угол  $\delta_0$ , вычисляем мощность  $Q_{СК0}^*$  и параметр  $x_d^*$  (4.63) до получения нулевого значения  $a_n$  по (4.64). Полученный режим и будет предельным. Получим  $\delta_0 = 60^\circ$ ;  $Q_{СК0}^* = 2$ ;  $x_d^* = 0,5$ ;  $P_0^* = 1,74$ .

**Пример 3.** В каком случае обеспечивается апериодическая устойчивость режима  $P_0^* = 1,9$ ? Какая мощность СК?

Имеем  $P_0^* = 1,9 = \frac{1}{0,5} \cdot \sin \delta_0$ , откуда  $\delta_0 = 71,8^\circ$ . Мощность СК и параметр  $x_d^*$

$$Q_{СК0}^* = \frac{2}{0,5} \cdot (1 - \cos 71,8^\circ) = 2,75; \quad x_d^* = \frac{1}{2,75} = 0,36.$$

Решаем уравнение  $a_n = 0$  (4.64) относительно  $K_{0u}$

$$(1 + 0,69 \cdot (1 + K_{0u})) \cdot \cos 71,8^\circ - \sin^2 71,8^\circ = 0,$$

откуда  $K_{0u} \approx 1,74$ .

Устойчивость режима передачи мощности  $P_0^* = 1,9$  обеспечивается при наличии пропорционального автоматического регулирования возбуждения СК по отклонению напряжения с  $K_{0u} = 1,7$ .

**Пример 4.** Найти предельную по апериодической устойчивости передаваемую мощность: а) при замене СК на нерегулируемую конденсаторную батарею той же мощности; б) при отсутствии источника реактивной мощности в узле.

Предельная активная мощность:

$$\text{а) } P_{0\text{пред}}^* = \frac{\sin 45^\circ}{x^*} \approx 1,4; \quad \text{б) } P_{0\text{пред}}^* = \frac{\sin 90^\circ}{2 \cdot x^*} = 1.$$

## Глава 6. СТАТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ РЕЖИМОВ РАБОТЫ АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ

Асинхронные электродвигатели представляют собой основную и, как правило, весьма важную нагрузку в электрических сетях. При проектировании систем электроснабжения должны быть обеспечены условия их пуска, требуемые режимы напряжения в номинальных условиях, обеспечивающие наивысшие технико-экономические показатели их работы, а также — допустимые уровни кратковременных снижений напряжения, не приводящие к потере устойчивости их параллельной работы с сетью. Рассмотрим некоторые из этих практически важных режимов работы асинхронных электродвигателей.

Запишем уравнения установившегося режима работы асинхронного электродвигателя при постоянном скольжении, воспользовавшись уравнениями переходных процессов (П.11, П.12, П.15—П.18, П.21, П.22) в «синхронных» осях и положив в них  $p = 0$ . Для простоты пренебрежем в них активными сопротивлениями в статорных цепях. Использование такой формы записи уравнений (оси  $\mathbf{d}_c$ ,  $\mathbf{q}_c$  вместо осей  $\mathbf{d}$ ,  $\mathbf{q}$ ) в данном случае удобнее, т. к. все переменные при скольжении  $s \neq 0$  не меняются во времени и, кроме того, при работе электродвигателя от ШБМ одна из проекций напряжения может быть положена равной нулю (например, задание  $u_{dc} = 0$  соответствует

заданию напряжения фазы «а» в виде  $u_a = U_m \cdot \cos(\omega_0 \cdot t)$ , а остальных фаз — с соответствующим сдвигом). Итак, имеем систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} \psi_{d_c} &= u_{q_c}, \\ \psi_{q_c} &= -u_{d_c}, \\ E_{rq_c} - T_{rd} \cdot \omega_0 \cdot s \cdot \psi_{rq_c} &= 0, \\ E_{rd_c} + T_{rq} \cdot \omega_0 \cdot s \cdot \psi_{rd_c} &= 0, \end{aligned} \right\}$$

где  $\psi_{d_c} = x_d \cdot I_{d_c} + E_{rq_c}$ ;  $\psi_{q_c} = x_q \cdot I_{q_c} + E_{rd_c}$ ;  $\psi_{rd_c} = \frac{x_{ad}^2}{x_{rd}} \cdot I_{d_c} + E_{rq_c}$ ;

$\psi_{rq_c} = \frac{x_{aq}^2}{x_{rq}} \cdot I_{q_c} + E_{rd_c}$ , в которой предполагается полная симметрия машины в осях **d, q**, т. е.:  $x_{ad} = x_{aq}$ ,  $x_{rd} = x_{rq}$ ,  $x_d = x_q$ ,  $T_{rd} = T_{rq}$ .

Введем обозначение  $\mu_{rd} = x_{ad}^2 / (x_{rd} \cdot x_d)$ , а также используем равенства:  $u_{q_c} = U$ ,  $u_{d_c} = 0$  (см. пример 2 Приложения). Получим вместо исходной системы уравнений следующую:

$$\left. \begin{aligned} x_d \cdot I_{d_c} + E_{rq_c} &= u_{q_c} = U, \\ x_q \cdot I_{q_c} + E_{rd_c} &= -u_{d_c} = 0, \\ E_{rq_c} - T_{rd} \cdot \omega_0 \cdot s \cdot (\mu_{rq} \cdot x_q \cdot I_{q_c} + E_{rd_c}) &= 0, \\ E_{rd_c} + T_{rq} \cdot \omega_0 \cdot s \cdot (\mu_{rd} \cdot x_d \cdot I_{d_c} + E_{rq_c}) &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Исключим в этой системе э.д.с.  $E_{rq_c}$ ,  $E_{rd_c}$  и положим  $x_d = x_q$ ,  $\sigma_{rd} = \sigma_{rq}$ ,  $T_{rd} = T_{rq}$

$$\left. \begin{aligned} U - x_d \cdot I_{d_c} + T_{rd} \cdot \omega_0 \cdot s \cdot \sigma_{rd} \cdot x_d \cdot I_{q_c} &= 0, \\ -x_d \cdot I_{q_c} + T_{rd} \cdot \omega_0 \cdot s \cdot (U - \sigma_{rd} \cdot x_d \cdot I_{d_c}) &= 0, \end{aligned} \right\}$$

где  $\sigma_{rd} = 1 - \mu_{rd} = x'_d / x_d$ .

Решаем последнюю систему уравнений относительно токов  $I_{q_c}$ ,  $I_{d_c}$ . В результате найдем, например, для составляющей  $I_{q_c}$  следующее выражение:

$$I_{q_c} = \frac{U \cdot T_{rd} \cdot \omega_0 \cdot s \cdot \mu}{x_d \cdot \left[ 1 + (T_{rd} \cdot \sigma \cdot \omega_0 \cdot s)^2 \right]}.$$

Обозначим через  $\rho = R_{rd} / x_{rd} = 1 / (\omega_0 \cdot T_{rd})$ , тогда

$$I_{q_c} = \frac{U}{x_d} \cdot \frac{s \cdot \mu \cdot \rho}{\rho^2 + s^2 \cdot \sigma^2}.$$

Выражение для продольной составляющей тока может быть получено в виде

$$I_{d_c} = \frac{U}{x_d} \cdot \frac{\rho^2 + s^2 \cdot \sigma}{\rho^2 + s^2 \cdot \sigma^2}.$$



Модуль пускового тока (при заторможенном электродвигателе  $s = -1$ ) равен

$$I_{\text{пуск}} = \sqrt{I_{d_c}^2 + I_{q_c}^2} \Big|_{s=-1} = \frac{U}{x_d} \cdot \frac{\sqrt{(\rho^2 + \sigma)^2 + (\mu \cdot \rho)^2}}{\rho^2 + \sigma^2} \Big|_{\rho^2 \approx 0} \approx \frac{U}{x_d} \cdot \frac{1}{\sigma} = \frac{U}{x'_d}.$$

Модуль номинального тока ( $s = s_{\text{НОМ}}$ )

$$I_{\text{НОМ}} = \sqrt{I_{d_c}^2 + I_{q_c}^2} \Big|_{s=s_{\text{НОМ}}, U=U_{\text{НОМ}}} = \frac{U_{\text{НОМ}}}{x_d} \cdot \frac{\sqrt{(\rho^2 + s_{\text{НОМ}}^2 \cdot \sigma)^2 + (\rho \cdot \mu \cdot s_{\text{НОМ}})^2}}{\rho^2 + s_{\text{НОМ}}^2 \cdot \sigma^2}.$$

В последнем выражении пренебрежем первым слагаемым под корнем, т. к. оно определяется четвертыми степенями малых величин  $\rho$  и  $s_{\text{НОМ}}$ . Получим

$$I_{\text{НОМ}} \approx \frac{U_{\text{НОМ}}}{x_d} \cdot \frac{\rho \cdot \mu \cdot s_{\text{НОМ}}}{\rho^2 + s_{\text{НОМ}}^2 \cdot \sigma^2}. \quad (4.65)$$

Кратность пускового тока  $K = I_{\text{пуск}}/I_{\text{НОМ}}$  равна

$$K = \frac{\rho^2 + s_{\text{НОМ}}^2 \cdot \sigma^2}{\rho \cdot \sigma \cdot \mu \cdot s_{\text{НОМ}}}. \quad (4.66)$$

Выражение для активной мощности, потребляемой электродвигателем, найдем из выражения:

$$P = u_{q_c} \cdot I_{q_c} + u_{d_c} \cdot I_{d_c} = u_{q_c} \cdot I_{q_c}$$

или

$$P = \frac{U^2}{x_d} \cdot \frac{s \cdot \mu \cdot \rho}{\rho^2 + s^2 \cdot \sigma^2}. \quad (4.67)$$

Реактивная мощность определяется формулой

$$Q = u_{d_c} \cdot I_{q_c} - u_{q_c} \cdot I_{d_c}$$

или

$$Q = -\frac{U^2}{x_d} \cdot \frac{\rho^2 + s^2 \cdot \sigma}{\rho^2 + s^2 \cdot \sigma^2}, \quad (4.68)$$

причем за положительное направление для мощностей  $P, Q$  принято направление электродвигатель—сеть.

Максимальное значение активной мощности, развиваемой электродвигателем, найдем по (4.65), взяв производную мощности по скольжению  $dP/ds$  и приравняв ее к нулю. Получим

$$\frac{dP}{ds} = \frac{\mu \cdot \rho \cdot (\rho^2 + s^2 \cdot \sigma^2) - s \cdot \mu \cdot \rho \cdot 2 \cdot s \cdot \sigma^2}{(\rho^2 + s^2 \cdot \sigma^2)^2} = 0$$

$$\text{или } \mu \cdot \rho^3 + \mu \cdot \rho \cdot s^2 \cdot \sigma^2 - \mu \cdot \rho \cdot 2 \cdot s^2 \cdot \sigma^2 = 0,$$

откуда получаем, так называемое, критическое скольжение  $s = s_{\text{кр}}$

$$s = s_{\text{кр}} = \rho / \sigma, \quad (4.69)$$

отвечающее максимуму характеристики  $P(s)$ , при превышении которого имеет место «опрокидывание» (останов) электродвигателя — потеря устойчивости его параллельной работы с сетью (здесь  $dP/ds < 0$ ).

Величина максимального значения мощности  $P = P_{кр} = P(s)$  равна

$$P = P_{кр} = \frac{U^2}{x_d} \cdot \frac{\mu}{2 \cdot \sigma} = P_{\max} = \frac{U^2 \cdot \mu}{2 \cdot x_d'} \quad (4.70)$$

Из последнего выражения можно получить критическое напряжение  $u_{кр}$ , при достижении которого для электродвигателя, развивающего мощность  $P_0$ , имеет место критический режим, когда производная  $dP/ds$  становится равной нулю ( $dP/ds = 0$ ):

$$u_{кр} = \sqrt{2 \cdot P_0 \cdot \frac{x_d'}{\mu}} \quad (4.71)$$

В заключение отметим, что можно убедиться в том, что приведенным выше уравнениям отвечает схема замещения рис. 4.22, параметры которой:  $x_{ad}$ ,  $x_{srd}$  можно найти по известным величинам:  $\rho = R_{rd} / x_{rd}$ ,  $\sigma = x_d' / x_d$ ,  $x_s$  с помощью следующих формул  $x_d = x_{ad} + x_s$ ,  $x_d - x_d' = x_{ad}^2 / x_{rd}$ ,  $x_{rd} = x_{ad} + x_{srd}$ .

**Пример 1.** Асинхронный электродвигатель имеет следующие параметры:  $U_{ном} = 6$  кВ;  $P_{ном} = 200$  кВт;  $\cos \phi_{ном} = 0,87$ ;  $s_{ном} = 1$  %; кратность пускового тока  $K = 8,5$ ; сопротивление рассеяния  $x_s = 0,1$ . Определить параметры  $\rho$  и  $\sigma$  и параметры схемы замещения рис. 4.22.

Из выражения для  $\tan \phi_{ном}$  и формул (4.67), (4.68) для  $P = P_{ном}$  и  $Q = Q_{ном}$  (при  $s = s_{ном}$ ) имеем уравнение, связывающее неизвестные параметры  $\rho$  и  $\sigma$ :

$$\tan \phi_{ном} = \frac{Q_{ном}}{P_{ном}} = \frac{\rho^2 + s_{ном}^2 \cdot \sigma}{s_{ном} \cdot \mu \cdot \rho} = 0,57.$$

Из формулы для кратности пускового тока (4.66) получаем второе уравнение относительно  $\rho$  и  $\sigma$ :

$$K = \frac{\rho^2 + s_{ном}^2 \cdot \sigma^2}{\rho \cdot \sigma \cdot \mu \cdot s_{ном}} = 8,5.$$

На основании этих двух уравнений находим параметры электродвигателя  $\rho$  и  $\sigma$ :  $\rho = 0,004$ ;  $\sigma = 0,05$ .

Используя формулу (4.67) для номинального значения  $P = P_{ном}$ , получим параметр  $x_d$ :

$$P = 0,2 = \frac{6^2}{x_d} \cdot \frac{0,01 \cdot 0,95 \cdot 0,004}{0,004^2 + (0,01 \cdot 0,05)^2},$$

откуда  $x_d = 421$  Ом или в о.е.  $x_d = 421 \cdot 0,2 / 6^2 = 2,34$ , где  $Z_{баз} = U_{ном}^2 / P_{ном}$ .

Определим параметры схемы замещения:  $x_{ad} = x_d - x_s = 2,34 - 0,1 = 2,24$ ;

$x_{rd} = \frac{2,24^2}{2,34 - 0,05 \cdot 2,34} = 2,26$ ;  $x_{srd} = 2,26 - 2,24 = 0,02$ ;  $R_{rd} = 0,004 \cdot 2,26 = 9 \cdot 10^{-3}$ ;

$x_d' = x_d \cdot \sigma = 2,34 \cdot 0,05 = 0,118$ .

**Пример 2.** Определить снижение напряжения на зажимах электродвигателей ( $U_{\text{ном}} = 6 \text{ кВ}$ ) при их групповом пуске через токоограничивающий реактор  $x_p = 0,2 \text{ Ом}$  и трансформатор мощностью  $12,5 \text{ МВА}$  ( $u_k = 10 \%$ ). Мощность единичного электродвигателя  $200 \text{ кВт}$ , число электродвигателей  $n = 5$ , остальные параметры электродвигателей взять из примера 1.

Базисное сопротивление  $Z_{\text{баз}}$  для пяти двигателей (при  $U_{\text{баз}} = 6 \text{ кВ}$ ,  $P_{\text{баз}} = P_{\text{ном}}$ )

$$Z_{\text{баз}} = U_{\text{баз}}^2 / (n \cdot 0,2) = 6^2 = 36 \text{ Ом}.$$

Относительное значение индуктивного сопротивления токоограничивающего реактора и трансформатора

$$x_c = \frac{0,2}{36} + 0,1 \cdot \frac{6^2}{12,5} \cdot \frac{1}{36} = 0,014.$$

Расчет можно выполнить итерационным путем. Предположим, что напряжение на электродвигателях снизится до  $0,85 \cdot U_{\text{ном}}$ . Тогда потребляемая активная и реактивная мощности согласно (4.67, 4.68) при  $s = -1$  будет:

$$P = -\frac{0,85^2}{2,34} \cdot \frac{0,95 \cdot 0,004}{0,004^2 + 0,05^2} = -0,47;$$

$$Q = -\frac{0,85^2}{2,34} \cdot \frac{0,004^2 + 0,05}{0,004^2 + 0,05^2} = -6,14.$$

Будем считать, что **ШБМ** с неизменным напряжением  $U_{\text{ШБМ}} = 1$  находится за трансформатором и токоограничивающим реактором, т. е. отделены от зажимов электродвигателя индуктивным сопротивлением  $x_c$ . Тогда, зная мощность  $P$ ,  $Q$  и напряжение на зажимах электродвигателя ( $U_{\text{д}} = 0,85$ ), определим напряжение шин  $u_{\text{ШБМ}}$ . Если оно с заданной точностью совпадает с  $U_{\text{ШБМ}} = 1$ , то предположение о величине напряжения на электродвигателе сделано верно. В противном случае его можно уточнить.

$$\text{После первой итерации имеем } u_{\text{ШБМ}} = \sqrt{(U_{\text{д}} - \Delta u')^2 + \Delta u''^2},$$

$$\text{где } \Delta u' = \frac{Q \cdot x_c}{U_{\text{д}}} = \frac{-6,14 \cdot 0,014}{0,85} = -0,1; \quad \Delta u'' = \frac{P \cdot x_c}{U_{\text{д}}} = \frac{-0,47 \cdot 0,014}{0,85} = -0,008 \approx 0$$

и  $u_{\text{ШБМ}} \approx 0,85 + 0,1 = 0,95$ .

Вторую итерацию следует выполнить с  $U_{\text{д}} > 0,85$ .

**Пример 3.** Определить критическое значение напряжения, при котором имеет место «опрокидывание» электродвигателя (момент на валу считать равным номинальному).

Из формулы (4.71) имеем

$$u_{\text{кр}} = \sqrt{2 \cdot P_0 \cdot \frac{x'_d}{\mu}} = \sqrt{2 \cdot 1 \cdot \frac{0,12}{0,95}} = 0,5.$$

**Пример 4.** Определить критическое значение напряжения, при котором имеет место «опрокидывание» электродвигателя, если внешнее сопротивление сети  $x_c = 0,2$  (в случае аварии во внешней сети, при включении электродвигателей через резервный трансформатор меньшей мощности и т. д.).

На основании схемы замещения рис. 4.22 видно, что учет внешнего сопротивления  $x_c \neq 0$  можно выполнить, изменив параметры схемы замещения электродвигателя. Получим:

$$x_s^H = x_s + x_c = 0,1 + 0,2 = 0,3; \quad x_d^H = x_{ad} + x_s^H = 2,24 + 0,3 = 2,54;$$

$$x_d'^H = x_d^H - x_{ad}^2 / x_{rd} = 2,54 - 2,24^2 / 2,26 = 0,32;$$

$$\mu_d^H = 1 - x_d'^H / x_d^H = 1 - 0,32 / 2,54 = 0,874.$$

Искомое напряжение

$$u_{кр} = \sqrt{2 \cdot 1 \cdot \frac{0,32}{0,874}} = 0,86.$$

Видно, что увеличение сопротивления сети  $x_c$  существенно влияет на величину  $u_{кр}$ , увеличивая опасность «опрокидывания» электродвигателей.

**Пример 5.** Определить возможность пуска максимального числа электродвигателей при  $x_c = 0,05$  и моменте сопротивления  $M_T / M_{ном} = 0,3 = \text{const}$  (поршневой компрессор при пуске вхолостую).

Преобразуем формулу мощности (4.67) с учетом формулы (4.69) для критического скольжения  $s_{кр}$ . Получим:

$$P = \frac{U^2}{x_d} \cdot \frac{s \cdot \mu \cdot \rho}{\rho^2 + s^2 \cdot \sigma^2} = \frac{U^2}{x_d'} \cdot \frac{s \cdot \mu \cdot s_{кр}}{s_{кр}^2 + s^2}.$$

Заданное отношение  $P / P_{ном} = 0,3$  можно выразить в следующем виде:

$$\frac{P}{P_{ном}} = \frac{x_d'}{x_{d\sum}} \cdot \frac{\mu_{\sum}}{\mu} \cdot \frac{s_{кр} / s_{ном} + s_{ном} / s_{кр}}{s_{кр} / s + s / s_{кр}} = 0,3.$$

Определим параметры, входящие в последнее выражение, используя данные примера 1. Имеем для одного электродвигателя:

$$s_{кр} = \rho / \sigma = 0,004 / 0,05 = 0,08; \quad s_{ном} = 0,01; \quad x_d' = 0,12;$$

$$\mu_{\sum} = 1 - x_{d\sum}' / x_{d\sum} = 1 - 0,17 / 2,37 = 0,93; \quad \mu = 1 - \sigma = 0,88.$$

Искомое число электродвигателей  $n$  найдется из уравнения

$$\frac{P}{P_{ном}} = \frac{0,12 / n}{0,05 + 0,12 / n} \cdot \frac{0,93}{0,88} \cdot \frac{0,08 / 0,01 + 0,01 / 0,08}{0,08 / 1 + 1 / 0,08} = 0,68 \cdot \frac{0,12 / n}{0,05 + 0,12 / n} = 0,3,$$

откуда  $n \approx 3$ .

**Пример 6.** Определить время достижения критического скольжения при трехфазном к.з. на зажимах электродвигателя при постоянной механической мощности, подводимой к валу  $P_{мех} = 1$  ( $T_j = 1$  с).

Уравнение движения ротора электродвигателя при  $P_{эл} = 0$  имеет вид

$$T_j \cdot \frac{ds}{dt} = P_{мех} - P_{эл} = P_{мех}.$$

Интегрируя уравнение при  $P_{мех} = \text{const}$ , получим  $s = (P_{мех}/T_j) \cdot t = t$ . Критическое значение скольжения  $s_{кр} = \rho/\sigma = 0,08$ . Таким образом, время достижения критического скольжения  $t = 0,08$  с.

## Глава 7. АСИНХРОННЫЙ РЕЖИМ СИНХРОННОГО ГЕНЕРАТОРА

Асинхронный режим работы синхронного генератора наступает, как правило, после потери устойчивости его параллельной работы с системой. Упрощенная методика оценки параметров режима, приведенная ниже, дает возможность оценить эти параметры и сравнить их с допустимыми с учетом длительности их воздействия. Таким образом, несмотря на то, что асинхронный режим, вообще говоря, считается аварийным, в ряде случаев допустимая длительность его воздействия на оборудование электропередачи может быть различной. Кроме того, оценка асинхронного момента, развиваемого синхронным генератором в этом квазиустановившемся режиме асинхронного хода, может служить основанием для проведения автоматической ресинхронизации генераторов электрической станции без их отключения от сети путем соответствующей настройки систем противоаварийной автоматики, действующей на разгрузку турбины.

Рассмотрим установившийся режим синхронного генератора, работающего на систему с неизменным напряжением  $U$  и частотой  $\omega_0$  (ШБМ) через индуктивное сопротивление сети  $x_c$  при вращении ротора с постоянной угловой скоростью  $\omega \neq \omega_0$  (или при постоянном скольжении  $s$ ). Обмотка возбуждения предполагается замкнутой накоротко или через добавочное активное сопротивление  $R_d$ . Тогда постоянная времени обмотки возбуждения будет равна  $T_f = L_f / (R_f + R_d)$ .

Воспользуемся уравнениями синхронного генератора (П.1–П.3, Приложение 3). Пренебрежем в них слагаемыми с множителем  $(1+S)$  для малого скольжения  $S$  и положим равными нулю:  $E_{rq} = E_{rd} = E_d = 0$ ; производные в П.1, П.2 и  $r = 0$ .

$$\left. \begin{aligned} x_d \cdot i_d + E_q &= u_q = U \cdot \cos \delta, \\ x_q \cdot i_q &= -u_d = U \cdot \sin \delta, \\ \frac{d}{d\tau} (\mu_d \cdot x_d \cdot i_d + E_q) + \rho_f \cdot E_q &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (4.72)$$

где декремент  $\rho_f = (R_f + R_d) / x_f = 1 / (T_f \cdot \omega_0)$ , а производная  $d/d\tau$  показывает дифференцирование по, так называемому, «синхронному» времени  $\tau = \omega_0 \cdot t$ . Заметим, что как и ранее, параметры  $x_d$ ,  $x_q$  включают в себя индуктивные сопротивления сети  $x_c$ .

В установившемся асинхронном режиме ( $s \neq 0$ ) при  $s = \text{const}$  угол  $\delta$  непрерывно меняется, т. к.

$$\delta = \omega_0 \cdot \int_0^t s \cdot dt = \omega_0 \cdot s \cdot t.$$

В этом случае функции  $\sin \delta$  и  $\cos \delta$ , входящие в (4.72), становятся гармоническими функциями времени, что позволяет решить систему (4.72) символическим методом, используемым в расчетах установившихся режимов в цепях переменного тока. Введем символические изображения переменных:  $\dot{I}_d \doteq i_d$ ,  $\dot{I}_q \doteq i_q$  и т. д., получим

$$\left. \begin{aligned} x_d \cdot \dot{I}_d + \dot{E}_q &= \dot{U}_q = jU, \\ x_q \cdot \dot{I}_q &= -\dot{U}_d = U, \\ js \cdot (\mu_d \cdot x_d \cdot \dot{I}_d + \dot{E}_q) + \rho_f \cdot \dot{E}_q &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.73)$$

Умножим первое уравнение на  $(\rho_f + js)$  и вычтем третье, т. е. исключим э.д.с.  $\dot{E}_q$ :

$$x_d \cdot \dot{I}_d \cdot (\rho_f + js) - js \cdot \mu_d \cdot x_d \cdot \dot{I}_d = jU \cdot (\rho_f + js).$$

Далее для простоты опустим индексы у параметров:  $\rho = \rho_f$ ,  $x = x_d$ ,  $\mu = \mu_d$  и запишем выражение для продольной составляющей тока

$$\dot{I}_d = j \frac{U \cdot (\rho + js)}{x \cdot (\rho + js \cdot \sigma)} \cdot \frac{(\rho - js \cdot \sigma)}{(\rho - js \cdot \sigma)} = j \frac{U \cdot (\rho^2 + s^2 \cdot \sigma + js \cdot \mu \cdot \rho)}{x \cdot (\rho^2 + s^2 \cdot \sigma^2)}$$

или

$$\dot{I}_d = \frac{U}{x \cdot (\rho^2 + s^2 \cdot \sigma^2)} \cdot (a + jb), \quad (4.74)$$

где  $\sigma = 1 - \mu$ ,  $a = -s \cdot \mu \cdot \rho$ ,  $b = \rho^2 + s^2 \cdot \sigma$ .

Оригинал  $i_d \doteq \dot{I}_d$  равен

$$i_d = I_d \cdot \sin(\delta + \psi), \quad (4.75)$$

где  $\psi = \arctg(b/a)$  и  $I_d$  — модуль выражения (4.74).

Выражение (4.75) можно представить в виде

$$i_d = I_d \cdot \sin(\delta + \psi) = I_d \cdot (\sin \delta \cdot \cos \psi + \cos \delta \cdot \sin \psi) = I_d' \cdot \sin \delta + I_d'' \cdot \cos \delta,$$

где  $I_d'$ ,  $I_d''$  — вещественная и мнимая составляющие (4.74), т. к.  $\dot{I}_d = I_d \cdot e^{j\psi} = I_d' + jI_d''$ , а  $i_d = J_m \cdot \dot{I}_d \cdot e^{j\delta}$ .

Таким образом, получим

$$\left. \begin{aligned} i_d &= I_d' \cdot \sin \delta + I_d'' \cdot \cos \delta, \\ i_q &= I_d' \cdot \sin \delta, \end{aligned} \right\} \quad (4.76)$$

причем второе уравнение (4.76) непосредственно следует из второго уравнения (4.73).

Заметим, что если учитывать, например, поперечный демпферный контур [система уравнений (4.49)], то во второе уравнение (4.73) попадает

слагаемое  $\dot{E}_{rd}$ , а также добавляется четвертое уравнение с неизвестными  $\dot{I}_q$  и  $\dot{E}_{rd}$ . При нахождении  $\dot{I}_q$  из этих уравнений можно убедиться, что в (4.76) появляется и мнимая составляющая  $I_q''$ . При учете же продольного демпферного контура (П.5) в первое уравнение (4.73) добавляется э.д.с.  $\dot{E}_{rq}$  [она, кроме того войдет в третье уравнение (4.73)], а также добавится в (4.73) пятое уравнение, содержащее неизвестные  $\dot{E}_q$ ,  $\dot{E}_{rq}$ ,  $\dot{I}_d$ . Совместное их решение даст, конечно, более громоздкое решение, чем (4.74), но оно также может быть записано в виде (4.76) и будет содержать обе составляющие:  $I_d'$  и  $I_d''$ .

Выражение для мощности, отдаваемой в сеть, имеет вид:

$$P = u_q \cdot i_q + u_d \cdot i_d, \quad (4.77)$$

причем  $u_d = -U \cdot \sin \delta$ ,  $u_q = U \cdot \cos \delta$ .

Подставим в (4.77)  $u_d$ ,  $u_q$  и выражения для токов  $i_d$ ,  $i_q$  из (4.76), получим

$$P = U \cdot \cos \delta \cdot I_q' \cdot \sin \delta - U \cdot \sin \delta \cdot (I_d' \cdot \sin \delta + I_d'' \cdot \cos \delta). \quad (4.78)$$

В выражении (4.78) первое и третье слагаемые представляют собой знакопеременные составляющие мощности, меняющиеся с двойной частотой ( $2 \cdot \delta$ ) и со средним значением, равным нулю. Второе слагаемое в (4.78) может быть преобразовано:

$$P = -U \cdot I_d' \cdot \sin^2 \delta = -0,5 \cdot U \cdot I_d' \cdot (1 - \cos(2 \cdot \delta)).$$

И, наконец, выражение

$$P_{ac} = -\frac{1}{2} \cdot U \cdot I_d'$$

представляет асинхронную мощность, выдаваемую генератором в сеть при заданном скольжении  $s \neq 0$ . Подставляя выражение для  $I_d'$  из (4.74), получим

$$P_{ac} = \frac{U^2}{2 \cdot x} \cdot \frac{s \cdot \mu \cdot \rho}{\rho^2 + s^2 \cdot \sigma^2}. \quad (4.79)$$

Как уже указывалось, при наличии поперечного демпферного контура в (4.79) будет иметь место еще одна составляющая асинхронной мощности

$$P_{ac1} = \frac{1}{2} \cdot U \cdot I_q'',$$

что даст такое же (по структуре) выражение (4.79), но при других численных значениях параметров:  $\rho = \rho_{rq}$ ,  $\mu = \mu_{rq}$ , отвечающих параметрам демпферного контура и индуктивного сопротивления  $x_q$ . При одинаковых параметрах выражение для  $P_{ac}$  было бы удвоено по сравнению с (4.79).

Как видно, выражение для мощности с точностью до множителя совпадает с (4.67), определенного для асинхронного электродвигателя. Следовательно, имеем то же значение критического скольжения  $s_{кр}$ , что было получено в (4.69), т. е.

$$s_{кр} = \rho / \sigma.$$

Таким образом, максимальная асинхронная мощность, развиваемая синхронным генератором при замкнутой обмотке возбуждения согласно (4.79) будет

$$P_{ac\max} = \frac{U^2 \cdot \mu}{4 \cdot x \cdot \sigma}. \quad (4.80)$$

Как видно, изменением величины добавочного сопротивления  $R_d$ , на которое замкнута обмотка возбуждения, максимальное значение составляющей асинхронной мощности в этой оси не меняется, изменяется только величина критического скольжения.



## Приложение 1. ПОГОННЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВОЗДУШНЫХ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ

### Уравнения электромагнитного поля

Для определения электромагнитных полей в воздухе, земле и проводах необходимо решить следующую систему уравнений Максвелла и удовлетворить граничным условиям на поверхностях раздела сред [1]:

$\text{rot} \dot{H} = \dot{\delta} + j\omega \epsilon \dot{E} = \lambda \dot{E} + j\omega \epsilon \dot{E} = j\omega \epsilon \dot{E}$ ,  $\text{rot} \dot{E} = -j\omega \mu \dot{H}$ ,  $\text{div} \dot{H} = 0$ ,  $\text{div} \dot{E} = 0$ , (П.1)

где  $\dot{H}$ ,  $\dot{E}$  — векторы комплексных амплитуд напряженности магнитного и электрического полей,  $\dot{\delta}$  — вектор плотности тока;

$$\dot{\epsilon} = \epsilon - j\lambda / \omega;$$

$\mu$ ,  $\epsilon$  и  $\omega$  — абсолютные магнитная и диэлектрическая проницаемости и удельная проводимость среды.

Решим уравнения (П.1) относительно  $\dot{E}$ . Для этого возьмем ротор от второго уравнения:  $\text{rot} \text{rot} \dot{E} = -j\omega \mu \text{rot} \dot{H} = \omega^2 \epsilon \mu \dot{E}$ .

Учтем, что в выражении  $\text{rot} \text{rot} \dot{E} = \text{grad} \text{div} \dot{E} - \nabla^2 \dot{E}$   $\text{div} \dot{E} = 0$  (отсутствуют свободные заряды). Тогда получим:

$$\nabla^2 \dot{E} + \dot{K}^2 \dot{E} = 0, \quad (\text{П.2})$$

где  $\dot{K}^2 = \omega^2 \epsilon \mu$ .

Далее рассматриваются только поверхностные волны [1], для которых поле имеет экспоненциальную зависимость от продольной координаты, т. е. любая из составляющих вектора  $\dot{E}$  (а также и  $\dot{H}$ ) удовлетворяет решению уравнения

$$\partial^2 \dot{E} / \partial x^2 = \dot{\gamma}^2 \dot{E}, \quad (\text{П.3})$$

где  $\dot{\gamma}$  — постоянная распространения.

Уравнение (П.2) наиболее просто решается, если каждая составляющая вектора  $\dot{E}$  зависит только от одной координаты (такое решение получено Рюденбергом [2]). Это произойдет, если действительное расположение провода относительно поверхности земли заменить расположением его по оси кругового цилиндра, образованного землей, радиус которого равен действительной высоте провода над землей

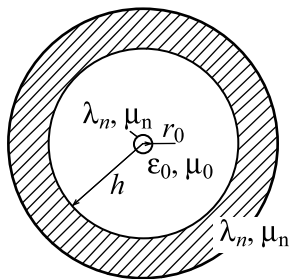


Рис. П.1

(рис. П.1). Более точное решение для «горизонтальной» земли в декартовых координатах и многопроводной конструкции линии выполнено Карсоном [3].

В [4] показано, что для частот коммутационных перенапряжений порядка 1 кГц погрешность формул Рюденберга не превышает 10 %. Решение уравнений (П.2) в декартовых координатах можно найти в [5], [6].

Окончательные формулы для вычислений погонных параметров в этом случае приведены в конце этого Приложения. Еще более точное решение (для очень высоких частот) получено в [7], где учитываются токи смещения и поперечные токи проводимости в земле.

В данном Приложении решение (П.2) и получение погонных параметров рассматриваются для самого простого случая цилиндрической симметрии (рис. П.1). Решать (П.2) будем в цилиндрической системе координат.

После раскрытия лапласиана  $\nabla^2 \dot{E}$  в (П.2) в цилиндрической системе координат любая составляющая вектора  $\dot{E}(E_x, \dot{E}_r, \dot{E}_\alpha)$  определяется из решения уравнения Лапласа

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \dot{E}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{E}}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}}{\partial x^2} + \dot{K}^2 \dot{E} = 0. \quad (\text{П.4})$$

С учетом цилиндрической симметрии всех трех сред: провод, воздух, земля  $\partial \dot{E} / \partial \alpha = 0$ .

## Расчет электромагнитного поля в проводе и определение внутреннего сопротивления провода

Здесь дополнительно можно пренебречь токами смещения на фоне токов проводимости, т. е. положить  $\dot{\epsilon}_n = -j\lambda_n / \omega$ .

Используя (П.3), (П.4) пренебрегаем в проводнике постоянной  $|\dot{\gamma}^2| \ll |\dot{K}^2|$ . Тогда осевая составляющая напряженности электрического поля  $\dot{E}_x$  определится из уравнения

$$\frac{d^2 \dot{E}_x}{d(\dot{K}_n r)^2} + \frac{1}{\dot{K}_n r} \frac{d \dot{E}_x}{d(\dot{K}_n r)} + \dot{E}_x = 0. \quad (\text{П.5})$$

Уравнение (П.5) является уравнением Бесселя нулевого порядка первого рода от комплексного аргумента  $\dot{K}_n r$ , где

$$\dot{K}_n = \sqrt{-j\lambda_n \omega \mu}.$$

Решение (П.5) удобнее записать через функции  $J_0(\dot{K}_n r)$  (функция Бесселя нулевого порядка первого рода) и  $N_0(\dot{K}_n r)$  (функция Неймана [8]):

$$\dot{E}_x = \dot{A} J_0(\dot{K}_n r) + \dot{B} N_0(\dot{K}_n r). \quad (\text{П.6})$$

Функция  $N_0(\dot{K}_n r)$  при  $r=0$  обращается в бесконечность и, исходя из физических соображений, не может быть решением (П.6), так как поле на

оси проводника конечно. Следовательно, постоянная  $B = 0$ . Определим постоянную  $\dot{A}$ . В цилиндрической системе координат имеем ( $l_r, l_\alpha, l_x$  — орты):

$$\text{rot} \dot{E} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial \alpha} - \frac{\partial \dot{E}_\alpha}{\partial x} \right) l_r + \left( \frac{\partial \dot{E}_r}{\partial x} - \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial r} \right) l_\alpha + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \dot{E}_\alpha) - \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{E}_r}{\partial \alpha} \right) l_x = -j\omega\mu \dot{H}. \quad (\text{П.7})$$

Из условий осевой симметрии имеем  $\dot{H}_x = \dot{H}_r = 0$  (кроме того,  $\partial \dot{E}_r / \partial x = 0$ ). Следовательно, получаем связь напряженности магнитного поля  $\dot{H}_\alpha$  с составляющей электрического поля в виде

$$\frac{\partial \dot{E}_x}{\partial r} = j\omega\mu \dot{H}_\alpha. \quad (\text{П.8})$$

Дифференцируя (П.6) с использованием (П.8), получаем:

$$\dot{A} \frac{d}{dr} [J_0(\dot{K}_n r)] = j\omega\mu \dot{H}_\alpha.$$

Используем граничное условие  $\dot{H}_\alpha / r = r_0 = \dot{I} / 2\pi r_0$ , где  $r_0$  — радиус провода,  $\dot{I}$  — полный ток провода. Постоянную  $\dot{A}$  определим из выражения

$$\dot{A} = \frac{j\omega\mu \dot{I}}{2\pi r_0 J'_0(\dot{K}_n r_0)},$$

а продольную составляющую напряженности электрического поля в проводе  $\dot{E}_x$  из выражения

$$\dot{E}_x = \frac{j\omega\mu \dot{I}}{2\pi r_0} \frac{J_0(\dot{K}_n r)}{J'_0(\dot{K}_n r_0)}. \quad (\text{П.8 а})$$

Внутреннее сопротивление единицы длины провода будет равно отношению комплексной амплитуды продольной составляющей напряженности поля ( $\dot{E}_x$ ) на поверхности провода к току провода:

$$\dot{Z}_{\text{внутр.}} = \frac{\sqrt{-j\omega\mu\rho_n}}{2\pi r_0} \frac{J_0(\dot{K}_n r_0)}{J_1(\dot{K}_n r_0)}, \quad (\text{П.9})$$

где  $J_1(\dot{K}_n r_0) = -J'_0(\dot{K}_n r) / \dot{K}_n$  — функция Бесселя первого рода первого порядка;  $\rho_n = 1/\lambda_n$ . Радиальная составляющая электрического поля  $\dot{E}_r = 0$ , так как мы не учитываем токи смещения и поперечные токи проводимости.

### Расчет электромагнитного поля в земле и определение внутреннего сопротивления земли

Осевая составляющая электрического поля в земле  $\dot{E}_x$  определится из решения уравнения (П.5), где вместо  $\dot{K}_n$  следует ввести другой коэффициент  $\dot{K}_3$ , равный

$$\dot{K}_3 = \sqrt{-j\omega\lambda_3\mu},$$

где  $\lambda_3$  — удельная проводимость земли (токи смещения в земле не учитываем).

Решение (П.5) в этом случае будем искать через функции Ганкеля  $H_0^{(1)}, H_0^{(2)}$  нулевого порядка, так как они обращаются в нуль при бесконечных значениях аргументы, что должно удовлетворяться исходя из физических соображений (поле на бесконечности равно нулю).

$$\dot{E}_x = \dot{D}_1 H_0^{(1)}(\dot{K}_3 r) + \dot{D}_2 H_0^{(2)}(\dot{K}_3 r).$$

Кроме того, обращается в нуль на бесконечности та из функций Ганкеля\*, у которой мнимая часть аргумента  $(\dot{K}_3 r)$  положительна [8]. Таким образом, в нашем случае решение надо искать в виде

$$\dot{E}_x = \dot{D}_1 H_0^{(1)}(\dot{K}_3 r) = \dot{D}_1 H_0(\dot{K}_3 r).$$

При нахождении постоянной  $\dot{D}_1$ , используем граничное условие

$$\dot{H}_\alpha / r=h = \dot{I} / 2\pi h.$$

Приближения для функций Ганкеля при  $|z| \ll 1$ . Так как

$$N_0(z) \approx \frac{2}{\pi} \ln \frac{cz}{2}, \quad J_0(z) \approx 1,$$

то

$$N_0(z) \approx \frac{2}{\pi} \left[ \ln c \sqrt{\lambda_3 \omega \mu} r / 2 + j \frac{3}{4} \pi \right] = \frac{2}{\pi} \left( \ln p + j \frac{3}{4} \pi \right),$$

$$H_0^{(1)}(z) = 1 + j \frac{2}{\pi} \left( \ln p + j \frac{3}{4} \pi \right) = -\frac{1}{2} + j \frac{2}{\pi} \ln p,$$

где  $p = 0,5c\sqrt{\lambda_3 \omega \mu} r$ ,  $\ln c \approx 0,577$  — постоянная Эйлера ( $c \approx 1,78$ ).

\*) Функции Ганкеля

$$H_0^{(1)}(z) = J_0(z) + jN_0(z), \quad H_0^{(2)}(z) = J_0(z) - jN_0(z),$$

$$\text{где } z = \dot{K}_3 r = \sqrt{-j\lambda_3 \omega \mu} r = \frac{\sqrt{2}}{2} (-1 + j) \sqrt{\lambda_3 \omega \mu} r.$$

Следовательно, нашим решением будет только  $H_0^{(1)}(z)$ , так как  $J_m(z) > 0$ .

Заметим, что производная  $\partial H_0^{(1)}(z) / \partial r = j2 / \pi r$ .

В остальном получение решения для  $\dot{E}_x$  выполняется аналогично проведенному для провода и в окончательном виде равно:

$$\dot{E}_x = \frac{j\omega \mu \dot{I}}{2\pi h} \frac{H_0(\dot{K}_3 r)}{H_0'(\dot{K}_3 h)}, \quad \dot{E}_r = 0. \quad (\text{П.10})$$

Используем далее приближения для функции Ганкеля (при  $|\dot{K}_3 r| \ll 1$ , что справедливо до достаточно высоких частот).

Тогда с использованием (П.10) выражение для внутреннего погонного сопротивления земли будет иметь вид

$$\dot{Z}_3 = \frac{\dot{E}_x / r = h}{-j} = \frac{\omega\mu}{8} + j \frac{\omega\mu}{2\pi} \ln \frac{2}{c\sqrt{\lambda_3}\omega\mu h}, \quad (\text{П.11})$$

где учтено направление тока в земле, обратное направлению тока в проводе.

### **Расчет электромагнитного поля в воздухе, определение внешней индуктивности системы провод–земля и поперечной проводимости**

Для поля в воздухе, созданного током в проводе, можно положить  $\dot{\epsilon} = \epsilon$ , и тогда с учетом (П.3) уравнение (П.4) может быть сведено к уравнению вида (П.5), в котором вместо волнового числа  $\dot{K}_n$  следует подставить параметр  $\dot{m}$ , определяемый с помощью выражения  $\dot{m}^2 = k^2 + \gamma^2$ , где  $k^2 = \omega^2\epsilon\mu$ . Таким образом, имеем

$$\dot{E}_x = \dot{C}_1 H_0(\dot{m}r) + \dot{C}_2 J_0(\dot{m}r). \quad (\text{П.12})$$

Используем уравнение (П.7) и найдем связь между составляющими электрического и магнитного полей:

$$\dot{H}_\alpha = -\frac{1}{j\omega\mu} \left[ \frac{\partial \dot{E}_r}{\partial x} - \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial r} \right].$$

Первое уравнение (П.1) после раскрытия ротора по формуле (П.7) даст еще одно уравнение связи

$$\dot{E}_r = -\frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{\partial \dot{H}_\alpha}{\partial x}. \quad (\text{П.13})$$

Таким образом имеем

$$\dot{H}_\alpha = -\frac{1}{j\omega\mu} \left[ -\frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{\partial^2 \dot{H}_\alpha}{\partial x^2} - \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial r} \right].$$

Используя условие поверхностных волн  $\partial^2 \dot{H}_\alpha / \partial x^2 = \dot{\gamma}^2 \dot{H}_\alpha$ , получаем

$$\dot{H}_\alpha = \frac{k^2}{m^2} \frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial r}. \quad (\text{П.14})$$

Продифференцируем (П.12) по  $r$  и подставим найденную производную в (П.14). Далее используем граничное условие  $\dot{H}_{\alpha/r=r_0} = \dot{I} / 2\pi r_0$ , полагая  $J'_0(\dot{m}r_0) \approx 0$  (так как  $|\dot{m}r_0| \ll 1$ ). Получим выражение для постоянной  $\dot{C}_1$ :

$$\dot{C}_1 = j \frac{\dot{m}^2}{\omega\epsilon} \frac{\dot{I}}{2\pi r_0 H'_0(\dot{m}r_0)}.$$

Подставим найденное значение постоянной  $\dot{C}_1$  в (П.12), с помощью (П.14) определим  $\dot{H}_\alpha$  и далее —  $\dot{E}_r$ , используя уравнение (П.13). Таким об-

разом, радиальная составляющая электрического поля  $\dot{E}_r$  определяется выражением

$$\dot{E}_r = -\frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{H'_0(\dot{m}r)}{2\pi r_0 H'_0(\dot{m}r_0)} \frac{d\dot{I}}{dx}.$$

Потенциал провода относительно земли найдем следующим образом:

$$\dot{U} = \int_{r_0}^h \dot{E}_r dr = -\frac{d\dot{I}}{dx} \frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{1}{2\pi} \ln r / r_0 = -\frac{d\dot{I}}{dx} \frac{1}{j\omega\epsilon} \frac{1}{2\pi} \ln \frac{h}{r_0}, \quad (\text{П.15})$$

где использовано приближение для функции  $H'_0(\dot{m}r)$  (см. сноску \*).

Поперечная проводимость  $\dot{Y}$ , входящая в телеграфное уравнение длинной линии  $-\frac{d\dot{I}}{dx} = \dot{Y}\dot{U}$ , определяется из уравнения (П.15)

$$\dot{Y} = j \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{h}{r_0}} \omega \quad (\text{П.16a})$$

и отвечает емкости провода системы провод–цилиндр, получаемой в условиях электростатического поля.

Для определения продольного сопротивления  $\dot{z}$ , входящего во второе телеграфное уравнение длинной линии

$$-\frac{d\dot{U}}{dx} = \dot{Z}\dot{I}.$$

Составим линейный интеграл напряженности электрического поля по контуру  $abcd$  (рис. П.2), составленному для элемента  $dx$  системы провод–земля. Имеем:

$$\int \dot{E} dl = -\dot{U} + \dot{Z}_{\text{внутр}} \dot{I} dx + \dot{U} + \dot{U} + \frac{\partial \dot{U}}{\partial x} dx + \dot{Z}_{\dot{I}} + \dot{I} dx = -j\omega \dot{\Phi}_{\text{внешн}} = -j\omega L_{\text{внешн}} \dot{I} dx,$$

где  $\dot{\Phi}_{\text{внешн}}$  – внешний магнитный поток, сцепляющийся с контуром. Подставляя вместо внешней индуктивности известное ее значение для коаксиальной системы, получим:

$$\dot{Z} = \dot{Z}_{\text{внутр}} + \dot{Z}_{\dot{I}} + j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{h}{r}. \quad (\text{П.16 б})$$

Заметим, что в случае «плоской» земли, как известно [1], в формулах для проводимости  $\dot{y}$  и внешней индуктивности необходимо  $h$  заменить на  $2h$ .

Таким образом, с учетом (П.9), (П.11) окончательно имеем погонные емкостную проводимость (П.16a) и индуктивное сопротивление (П.16б) однопроводной системы в виде

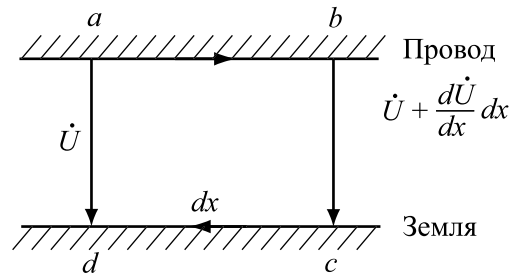


Рис. П.2

$$\dot{Z} = \frac{\sqrt{-\omega\mu\rho_n}}{2\pi\varepsilon} \frac{J_0(\dot{K}_n r_0)}{J_1(\dot{K}_n r_0)} + \frac{\omega\mu}{8} + j \frac{\omega\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2,24}{\sqrt{\lambda_\beta \omega\mu_0 r_0}},$$

$$\dot{Y} = j\omega \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln \frac{2h}{r_0}}, \quad \dot{\gamma} = \sqrt{\dot{Z}\dot{Y}}. \quad (\text{П.17})$$

При расчетах коммутационных перенапряжений, сопровождающихся частотами до нескольких килогерц, в первом приближении можно не учитывать внутреннюю индуктивность провода и зависимость его активного сопротивления от частоты, а также можно принимать упрощенные зависимости собственных и взаимных индуктивных сопротивлений проводов от частоты. Так, собственное погонное индуктивное сопротивление провода в системе провод–земля (Ом/м) можно определить по формуле (рис. П.3)

$$\dot{Z}_{ii} = R_{ii} + \frac{\omega\mu_0}{8} + j \frac{\omega\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_\beta}{r_{0i}}, \quad (\text{П.18})$$

где  $R_{ii}$  — погонное активное сопротивление провода, Ом/м;  $r_{0i}$  — радиус провода, м;  $D_\beta = 2,24 / \sqrt{\lambda_\beta \omega\mu}$ , м.

Взаимное погонное индуктивное сопротивление можно в этом случае принимать равным

$$\dot{Z}_{ik} = \frac{\omega\mu_0}{8} + j \frac{\omega\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_\beta}{d_{ik}}. \quad (\text{П.19})$$

При учете частотных зависимостей погонных параметров по Карсону собственные и взаимные индуктивные сопротивления должны вычисляться по формулам [4, 9].

$$\dot{Z}_{ii} = R_{ii} + j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2h_i}{r_{0i}} + j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \int_0^\infty (\sqrt{v^2 + j} - v) e^{-vr} dv, \quad (\text{П.20})$$

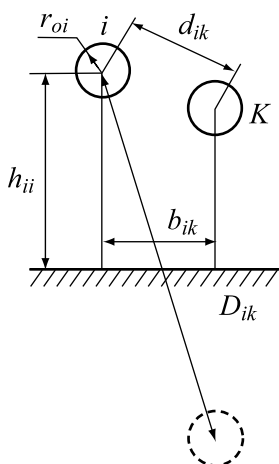


Рис. П.3

$$\dot{Z}_{ik} = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_{ki}}{d_{ki}} + j\omega \frac{\mu_0}{\pi} \int_0^\infty (\sqrt{v^2 + j} - v) e^{vr \cos \theta} \cos(vr \sin \theta) dv, \quad (\text{П.21})$$

где первые слагаемые в (П.20), (П.21) представляют собой погонные собственные и взаимные индуктивные сопротивления проводов линии при «идеальной» земле ( $\lambda_\beta = \infty$ ). Интегралы в этих выражениях учитывают явление поверхностного эффекта в земле. Параметры  $r$ ,  $\theta$ , входящие в интегралы Карсона, исчисляются по формулам (см. рис. П.3):

$$r = \sqrt{[(h_{ii} + h_{kk})^2 + b_{ik}^2] \omega\mu_0 \lambda_\beta}, \quad \theta = \arctg \frac{b_{ik}}{h_{ii} + h_{kk}}.$$

В [4] можно найти таблицы интегралов Карсона.

До очень высоких частот погонные емкостные проводимости  $\dot{Y}_{ii}$ ,  $\dot{Y}_{ik}$  пропорциональны частоте и являются элементами матрицы  $\dot{Y}$ , равной

$$Y = j\omega\beta = j\omega\alpha^{-1},$$

где элементы матрицы потенциальных коэффициентов  $\alpha$ , м/ф, вычисляются по формулам

$$\alpha_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h_{ii}}{r_{0i}}, \quad (\text{П.22})$$

$$\alpha_{ik} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_{ik}}{d_{ik}}. \quad (\text{П.23})$$

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ К ПРИЛОЖЕНИЮ 1

1. Бикфорд Дж. П., Мюлине Н., Рид Дж. Р. Основы теории перенапряжений в электрических сетях. — М. : Энергоиздат, 1981. — 162 с.
2. Гринберг Г. А., Бонштедт Б. Э. Основы точной теории волнового поля линии передачи // КТФ. — 1954. — Т. 24, вып. 1. — С. 67–95.
3. Костенко М. В., Перельман Л. С., Шкарин Ю. П. Волновые процессы и электрические помехи в многопроводных линиях высокого напряжения. — М. : Энергия, 1973. — 270 с.
4. Теоретические основы электротехники : учебник : в 3 т. Т. 3 / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровкин, В. Л. Чечурин. — 4-е изд. — СПб. : Питер, 2003. — 377 с.
5. Техника высоких напряжений / Под ред. М. В. Костенко. — М.: Высшая школа, 1973. — 527 с.
6. Рюденберг Р. Переходные процессы в электроэнергетических системах / под. ред. В. Ю. Ломоносова. — М.: Иностранная литература, 1955. — 714 с.
7. Поссе А. В. Схемы и режимы электропередач постоянного тока. — Л. : Энергия, 1973. — 302 с.
8. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. — М. : Наука, 1977. — 342 с.
9. Carson J. R. Wave propagation in overhead wires with ground return. — Bell. Syst. Techn. Journ. — 1926. — # 4, vol. 5.



## Приложение 2. УРАВНЕНИЯ И СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ ТРАНСФОРМАТОРОВ И АВТОТРАНСФОРМАТОРОВ

### Однофазные трансформаторы

#### Однофазный двухобмоточный трансформатор

При решении ряда задач, связанных с расчетами внутренних перенапряжений и переходных токов к.з., часто бывает удобно пользоваться схемами замещения трехфазных трансформаторов и автотрансформаторов с различными группами соединений.

Рассмотрим дифференциальные уравнения однофазного двухобмоточного трансформатора. Пользуясь обозначениями рис. П.1 а, имеем для трансформатора систему уравнений:

$$\begin{aligned} U_1 &= r_1 \cdot i_1 + \frac{x_{11}}{\omega_c} \cdot \frac{di_1}{dt} + \frac{x_{12}}{\omega_c} \cdot \frac{di_2}{dt} = r_1 \cdot i_1 + x_{11} \cdot p \cdot i_1 + x_{12} \cdot p \cdot i_2 \\ U_2 &= r_2 \cdot i_2 + \frac{x_{22}}{\omega_c} \cdot \frac{di_2}{dt} + \frac{x_{12}}{\omega_c} \cdot \frac{di_1}{dt} = r_2 \cdot i_2 + x_{22} \cdot p \cdot i_2 + x_{12} \cdot p \cdot i_1, \end{aligned} \quad (\text{П.1})$$

где  $r_1, r_2, x_{11}, x_{22}$  — активные и собственные индуктивные сопротивления обмоток трансформатора;  $x_{12}$  — взаимное индуктивное сопротивление обмоток;  $p = \frac{d}{d\tau}$ ,  $\tau = \omega_c \cdot t$ ,  $x = \omega_c \cdot L$ .

Используя закон полного тока, дополнительно можно написать еще одно уравнение:

$$w \cdot i_0 = w_1 \cdot i_1 + w_2 \cdot i_2, \quad (\text{П.2})$$

где  $w \cdot i_0$  — полный ток обеих обмоток;  $w$  — произвольное число, обычно принимаемое равным  $w = w_1$  или  $w = w_2$  в зависимости от того, к какой обмотке

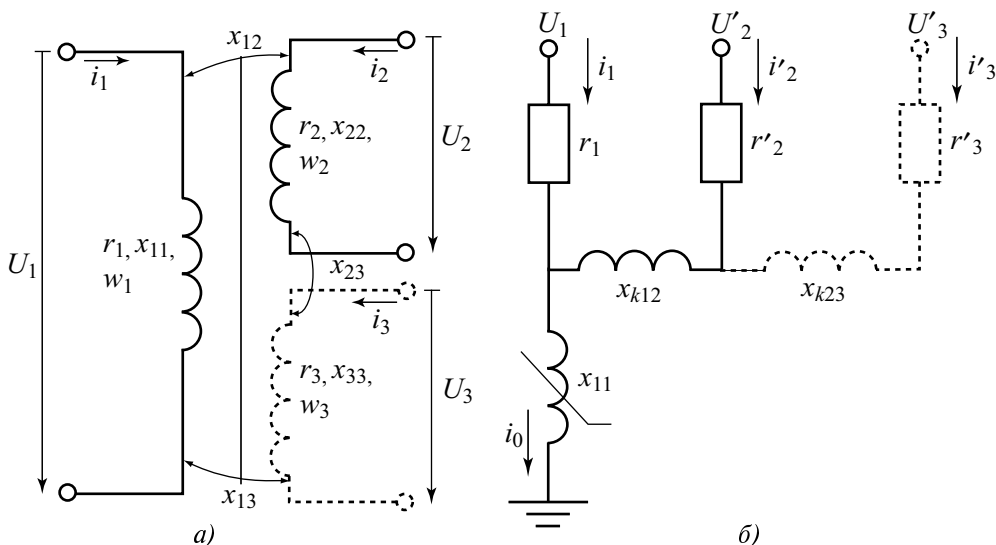


Рис. П.1

осуществляется приведение параметров. Примем здесь и далее приведение к обмотке, параметры которой имеют индекс единицу ( $w = w_1$ ), и введем коэффициент приведения, равный отношению чисел витков обмоток  $k_{12} = \frac{w_1}{w_2}$  ( $k_{21} = \frac{w_2}{w_1}$ ). Учитывая сказанное, получим вместо (П.1), (П.2) систему уравнений трансформатора в «приведенных» единицах:

$$\begin{aligned} U_1 &= r_1 \cdot i_1 + x_{11} \cdot p \cdot i_1 + x'_{12} \cdot p \cdot i_2' \\ U'_2 &= r'_2 \cdot i_2' + x'_{22} \cdot p \cdot i_2' + x'_{12} \cdot p \cdot i_1, \end{aligned} \quad (\text{П.3})$$

где обозначено  $U'_2 = U_2 \cdot k_{12}$ ;  $i_2' = \frac{i_2}{k_{12}} = i_2 \cdot k_{21}$ ;  $r'_2 = r_2 \cdot k_{12}^2$ ;  $x'_{12} = x_{12} \cdot k_{12}$ .

Определим сопротивление рассеяния (сопротивление короткого замыкания) трансформатора из режима «противонамагничивания»\*, в котором сумма намагничивающих сил его обмоток равна нулю, т. е. когда  $i_1 + i_2' = 0$  или  $i_1 = -i_2'$ . Вычитая из первого уравнения (П.3) второе, получим выражение, из которого находится реактивное сопротивление рассеяния трансформатора  $x_{k12}$  (и активное  $r_{12}$ ):

$$U_1 - U'_2 = (r_1 + r'_2) \cdot i_1 + (x_{11} + x'_{22} - 2 \cdot x'_{12}) \cdot p \cdot i_1 = r_{12} \cdot i_1 + x_{k12} \cdot p \cdot i_1, \quad (\text{П.4})$$

где  $x_{k12} = x_{11} + x'_{22} - 2 \cdot x'_{12}$ ;  $r_{12} = r_1 + r'_2$ .

Реактивное сопротивление рассеяния можно определить как расчетным, так и опытным путем, например, из опыта короткого замыкания (к.з.) одной из обмоток при отсутствии насыщения его магнитной системы. В этом опыте ток намагничивания близок к нулю ( $i_0 \approx 0$ ) и полученное при этом значение  $x_{k12}$  весьма близко к ее значению из опыта противонамагничивания, в котором  $i_0 = 0$ .

Так как определение реактивности  $x_{k12}$ , а также активного сопротивления  $r_{12}$  осуществляется из установившегося режима к.з. трансформатора при синхронной частоте  $\omega_0$ , то (П.4) может быть переписано в комплексной форме (например, для к.з. обмотки 2):

$$U_1 = r_{12} \cdot I_1 + j \cdot x_{k12} \cdot I_1 = z_{k12} \cdot I_1.$$

Параметры  $r_{12}$ ,  $x_{k12}$ , определенные из установившегося режима к.з., при частоте  $\omega_0$  могут быть использованы в уравнениях переходных процессов в том диапазоне частот, пока невелика погрешность от такой замены.

Заметим, что при к.з. обмотки (2) сопротивление короткого замыкания  $z_{k12}$  получается из опыта сразу приведенным к стороне обмотки (1).

---

\* Пинцов А. М. Уравнения и схемы замещения трансформаторов с учетом тока намагничивания. — Электричество, 1976, № 4, с. 29.

Лейтес Л. В., Пинцов А. М. Схемы замещения многообмоточных трансформаторов. — М.: Энергия, 1974.

Из (П.4) можно найти сопротивление взаимной индукции, равное:

$$x'_{12} = \frac{1}{2} \cdot (x_{11} + x'_{22} - x_{k12}), \quad (\text{П.5})$$

а затем исключить его из (П.3). Если считать обмотку (1), ближайшей к стержню (обычно этой обмоткой является обмотка низкого напряжения), а обе обмотки — концентрическими и равной высоты, то можно принять (см. ссылку \*):

$$x_{11} + x_{k12} \cong x'_{22}, \quad (\text{П.6})$$

где реактивность  $x_{11}$  может быть определена из опыта холостого хода трансформатора при  $i_2 = 0$ . Допущение (П.6) подтверждается как расчетными, так и опытными данными. После исключения  $x'_{12}$  из (П.3) с помощью (П.5) и, учитывая (П.6), получим:

$$\begin{aligned} U_1 &= r_1 \cdot i_1 + x_{11} \cdot p \cdot i_0 \\ U'_2 &= r'_2 \cdot i'_2 + x_{k12} \cdot p \cdot i'_2 + x_{11} \cdot p \cdot i_0 \\ i_0 &= i_1 + i'_2. \end{aligned} \quad (\text{П.7})$$

Если приведение осуществляется к обмотке (2), то в (П.2) следует положить  $w = w_2$  и система уравнений двухобмоточного трансформатора примет вид:

$$\begin{aligned} U'_1 &= r'_1 \cdot i'_1 + x'_{11} \cdot p \cdot i_0 \\ U_2 &= r_2 \cdot i_2 + x^*_{k12} \cdot p \cdot i_2 + x'_{11} \cdot p \cdot i_0 \\ i_0 &= i'_1 + i_2, \end{aligned} \quad (\text{П.7 а})$$

где приведенные величины связаны с реальными следующими соотношениями:  $U'_1 = U_1 \cdot k_{21}$ ;  $i'_1 = i_1 \cdot k_{12}$ ;  $r'_1 = r_1 \cdot k_{21}^2$ ;  $x'_{11} = x_{11} \cdot k_{21}^2$ .

Приведенное к стороне (2) сопротивление короткого замыкания получается из опыта к.з. на стороне (1):

$$\frac{U_2}{I_2} = r^*_{12} + j \cdot x^*_{k12} = (r'_1 + r_2) + j \cdot x^*_{k12} \quad (U'_1 = 0).$$

Схема замещения, отвечающая системе уравнений (П.7), показана на рис. 13, б. Таким образом, переходные процессы в двухобмоточном трансформаторе описываются системой уравнений, параметрами которой являются собственная индуктивность обмотки, ближайшей к стержню, реактивность рассеяния и активные сопротивления обмоток. Разделение суммарного активного сопротивления, получаемого в опыте к.з.  $r_{12} = r'_1 + r_2$  на  $r'_1$  и  $r_2$  может быть осуществлено пропорционально отношению сопротивлений, измеренных на постоянном токе.

В современных мощных трансформаторах ток намагничивания  $i_0$  (практически равен току холостого хода) при номинальном напряжении составляет менее 1 % номинального тока и поэтому в ряде задач им можно пренебречь. Тогда в системе (П.7) следует исключить слагаемые  $x_{11} \cdot p \cdot i_0$  и положить  $i_0 = 0$ . После этого вместо (П.7) будем иметь:

$$\begin{aligned} U_1 - U'_2 &= (r_1 + r'_2) \cdot i_1 + x_{k12} \cdot p \cdot i_1 \\ i_1 &= -i'_2. \end{aligned}$$

## Однофазный трехобмоточный трансформатор

Система уравнений, описывающих переходные процессы в трехобмоточном трансформаторе, третья обмотка которого показана на рис. П.1, *a* пунктиром, выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} U_1 &= r_1 \cdot i_1 + x_{11} \cdot p \cdot i_1 + x_{12} \cdot p \cdot i_2 + x_{13} \cdot p \cdot i_3 \\ U_2 &= r_2 \cdot i_2 + x_{22} \cdot p \cdot i_2 + x_{21} \cdot p \cdot i_1 + x_{23} \cdot p \cdot i_3 \\ U_3 &= r_3 \cdot i_3 + x_{33} \cdot p \cdot i_3 + x_{31} \cdot p \cdot i_1 + x_{32} \cdot p \cdot i_2 \\ w \cdot i_0 &= w_1 \cdot i_1 + w_2 \cdot i_2 + w_3 \cdot i_3. \end{aligned} \quad (\text{П.8})$$

Приведем токи, напряжения и сопротивления к обмотке (1) ( $w = w_1$ )

$$\begin{aligned} U'_2 &= U_2 \cdot k_{12}; \quad i'_2 = i_2 \cdot k_{21}; \quad r'_2 = r_2 \cdot k_{12}^2; \quad x'_{12} = x_{12} \cdot k_{12} \\ U'_3 &= U_3 \cdot k_{13}; \quad i'_3 = i_3 \cdot k_{31}; \quad r'_3 = r_3 \cdot k_{13}^2; \quad x'_{13} = x_{13} \cdot k_{13} \\ x'_{23} &= x_{23} \cdot k_{12} \cdot k_{13}; \quad k_{13} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{1}{k_{31}}. \end{aligned} \quad (\text{П.9})$$

Общий путь преобразования уравнений (П.8) и получения схемы замещения остается тем же, что и в первом случае. Отличие заключается лишь в том, что здесь необходимо использовать данные двух опытов противонамагничивания (опытов к.з.) между любыми парами обмоток для определения индуктивных сопротивлений рассеяния и трех опытов для определения активных сопротивлений обмоток.

$$\begin{aligned} \frac{U_1 - U'_2}{I_1} &= r_{12} + j \cdot x_{k12}; & (I_1 + I'_2 = 0, I'_3 = 0); \\ \frac{U_1 - U'_3}{I_1} &= r_{13} + j \cdot x_{k13}; & (I_1 + I'_3 = 0, I'_2 = 0); \\ \frac{U'_2 - U'_3}{I'_2} &= r_{23} + j \cdot x_{k23}; & (I'_2 + I'_3 = 0, I'_1 = 0). \end{aligned}$$

Имея в виду, что  $r_{12} = r_1 + r'_2$ ;  $r_{13} = r_1 + r'_3$ ;  $r_{23} = r'_2 + r'_3$  найдем:

$$r_1 = \frac{1}{2} \cdot (r_{12} + r_{13} - r_{23}), \quad r'_2 = \frac{1}{2} \cdot (r_{12} + r_{23} - r_{13}), \quad r'_3 = \frac{1}{2} \cdot (r_{13} + r_{23} - r_{12}).$$

Далее, с помощью известных реактивностей  $x_{k12}$ ,  $x_{k13}$ ,  $x_{k23}$  можно в (П.8) с учетом (П.9) исключить приведенные сопротивления взаимной индукции  $x'_{12}$ ,  $x'_{13}$ ,  $x'_{23}$ . Полагая обмотки концентрическими и равновысокими, расположенными в порядке удаления от стержня (1-2-3), дополнительно имеем приближенные соотношения:

$$x_{22}' \cong x_{11} + x_{k12}; \quad x_{33}' \cong x_{22}' + x_{k23},$$

с использованием которых получим систему уравнений трехобмоточного трансформатора:

$$\begin{aligned}
 U_1 &= r_1 \cdot i_1 + x_{11} \cdot p \cdot i_0 \\
 U_2' &= r_2' \cdot i_2' + x_{k12} \cdot p \cdot (i_2' + i_3') + x_{11} \cdot p \cdot i_0 \\
 U_3' &= r_3' \cdot i_3' + x_{k12} \cdot p \cdot (i_2' + i_3') + x_{k23} \cdot p \cdot i_3' + x_{11} \cdot p \cdot i_0 \\
 i_0 &= i_1 + i_2' + i_3'.
 \end{aligned}
 \tag{П.10}$$

Схема замещения, отвечающая системе уравнений (П.10), изображена на рис. П.1, б вместе с дополнительным лучом, показанным пунктиром. На основании вышеизложенного легко сделать обобщения на случай трансформатора с числом обмоток больших трех.

## Однофазные автотрансформаторы

### Однофазный автотрансформатор без третичной обмотки

Используя обозначения рис. П.2, а, имеем для автотрансформатора (АТ) следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}
 U_1 &= r_1 \cdot i_{o6} + x_{11} \cdot p \cdot i_{o6} + x_{12} \cdot p \cdot i_2 \\
 U_{II} &= r_2 \cdot i_2 + x_{22} \cdot p \cdot i_2 + x_{12} \cdot p \cdot i_{o6} \\
 w \cdot i_0 &= w_1 \cdot i_{o6} + w_2 \cdot i_2,
 \end{aligned}
 \tag{П.11}$$

где  $r_1, r_2, x_{11}, x_{22}$  — активные и собственные индуктивные сопротивления общей и последовательной обмоток;  $x_{12}$  — взаимное индуктивное сопротивление обмоток.

Принимая  $w = w_1$  и вводя коэффициенты приведения, получим вместо (П.11) следующую систему уравнений, в которой приведенные величины отмечены двумя штрихами:

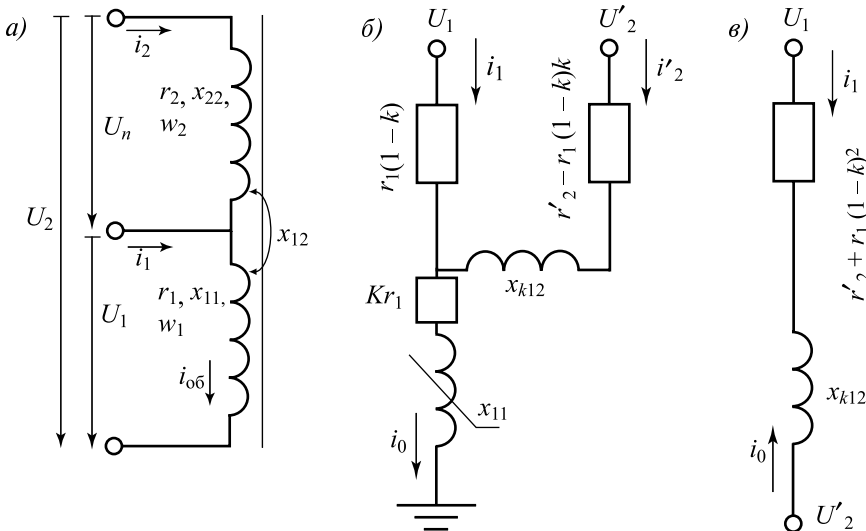


Рис. П.2

$$U_1 = r_1 \cdot i_{06} + x_{11} \cdot p \cdot i_{06} + x_{12}'' \cdot p \cdot i_2''$$

$$U_{\Pi}'' = r_2'' \cdot i_2'' + x_{22}'' \cdot p \cdot i_2'' + x_{12}'' \cdot p \cdot i_{06}$$

$$i_0 = i_{06} + i_2'',$$

где обозначено  $U_{\Pi}'' = U_{\Pi} \cdot k_{12}$ ;  $i_2'' = i_2 \cdot k_{21}$ ;  $r_2'' = r_2 \cdot k_{12}^2$ ;  $x_{12}'' = x_{12} \cdot k_{12}$ ;  
 $k_{12} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{1}{k_{21}}$ .

Таким образом, система уравнений переходных процессов автотрансформатора, записанная относительно токов и напряжений его последовательной и общей обмоток ( $i_2, U_{\Pi}, i_{06}, U_1$ ) имеет тот же вид, что и система (П.3) для двухобмоточного трансформатора. Если общая обмотка, для которой принят индекс единица — ближайшая к стержню, а внешняя последовательная обмотка концентрическая и равновысокая с первой, то:

$$x_{22}'' \cong x_{11} + x_{k12}'$$

и заменяя в (П.7)  $i_1$  на  $i_{06}$  и  $U_2'$  на  $U_{\Pi}''$ , получим:

$$U_1 = r_1 \cdot i_{06} + x_{11} \cdot p \cdot i_{06}$$

$$U_{\Pi}'' = r_2'' \cdot i_2'' + x_{k12}' \cdot p \cdot i_2'' + x_{11} \cdot p \cdot i_0 \quad (\text{П.12})$$

$$i_0 = i_{06} + i_2'',$$

где реактивность  $x_{k12}'$  и сумма активных сопротивлений  $(r_1 + r_2'')$  определяются из опыта противонамагничивания ( $I_{06} + I_2'' = 0$ ):

$$(r_1 + r_2'') + j \cdot x_{k12}' = \frac{(U_{\Pi}'' - U_1)}{I_2''}.$$

При составлении математического описания АТ совместно с другими элементами электрической системы более удобна система уравнений АТ относительно токов и напряжений  $i_1, i_2, U_1, U_2$  (рис. П.2, а). Дополним (П.12) соотношениями, ясными из обозначения рис. П.2, а:

$$i_{06} = i_1 + i_2, \quad U_2 = U_{\Pi} + U_1$$

с помощью которых из (П.12) исключим переменные  $i_{06}, U_{\Pi}$ . В результате получим:

$$U_1 = \frac{k_{21}}{1 + k_{21}} \cdot r_1 \cdot i_1 + \frac{k_{12}}{1 + k_{12}} \cdot r_1 \cdot i_0 + x_{11} \cdot p \cdot i_0$$

$$U_2' = k_{12} \cdot r_1 \cdot i_0 + (r_2'' - k_{12} \cdot r_1) \cdot i_2'' + x_{k12}' \cdot p \cdot i_2'' + (1 + k_{12}) \cdot x_{11} \cdot p \cdot i_0 \quad (\text{П.13})$$

$$i_0 = i_1 + (1 + k_{12}) \cdot i_2''.$$

Разделим второе уравнение (П.13) на  $(1 + k_{12})$  и введем новый коэффициент приведения  $k = \frac{w_1}{w_1 + w_2}$ , равный коэффициенту трансформации АТ. Тогда будем иметь:

$$\begin{aligned}
 U_1 &= (1-k) \cdot r_1 \cdot i_1 + k \cdot r_1 \cdot i_0 + x_{11} \cdot p \cdot i_0 \\
 U_2' &= (r_2' + k \cdot (k-1) \cdot r_1) \cdot i_2' + k \cdot r_1 \cdot i_0 + x_{k12} \cdot p \cdot i_2' + x_{11} \cdot p \cdot i_0 \quad (\text{П.14}) \\
 i_0 &= i_1 + i_2',
 \end{aligned}$$

где  $i_2' = \frac{i_2}{k}$ ;  $U_2' = U_2 \cdot k$ ;  $r_2' = r_2 \cdot k^2$ .

Реактивное сопротивление рассеяния  $x_{k12}$  и суммарное активное сопротивление  $r_2' + k \cdot (k-1) \cdot r_1$ , входящее в (П.14), определяются из опыта противонамагничивания ( $I_1 + I_2' = 0$ ):

$$r_2' + k \cdot (k-1) \cdot r_1 + j \cdot x_{k12} = \frac{(U_2' - U_1)}{I_2'},$$

где  $x_{k12} = x_{k12}' \cdot (1-k)^2$ .

Схема замещения, отвечающая системе (П.14), приведена на рис. П.2, б. При неучете тока намагничивания следует пользоваться схемой рис. П.2, в.

### Однофазный трехобмоточный автотрансформатор

Рассмотрим случай, когда автотрансформатор имеет третью обмотку, электромагнитно связанную с первыми двумя (рис. П.3, а, обмотка 3). По аналогии с предыдущим пунктом воспользуемся уравнениями трехобмоточного трансформатора (П.10), в которых для упрощения выкладок пренебрежем током намагничивания  $i_0$ . Кроме того, учитывая, что у автотрансформатора обмотка (3), как правило, — обмотка низкого напряжения, будем полагать, что обмотки расположены в следующем порядке удаления от стержня 3-1-2, поэтому в системе (П.10) следует соответственно изменить индексы  $1 \rightarrow 3, 2 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 2$ . Отмечая приведенные величины последовательной обмотки двумя штрихами, а третичной, как обычно, — одним штрихом, имеем

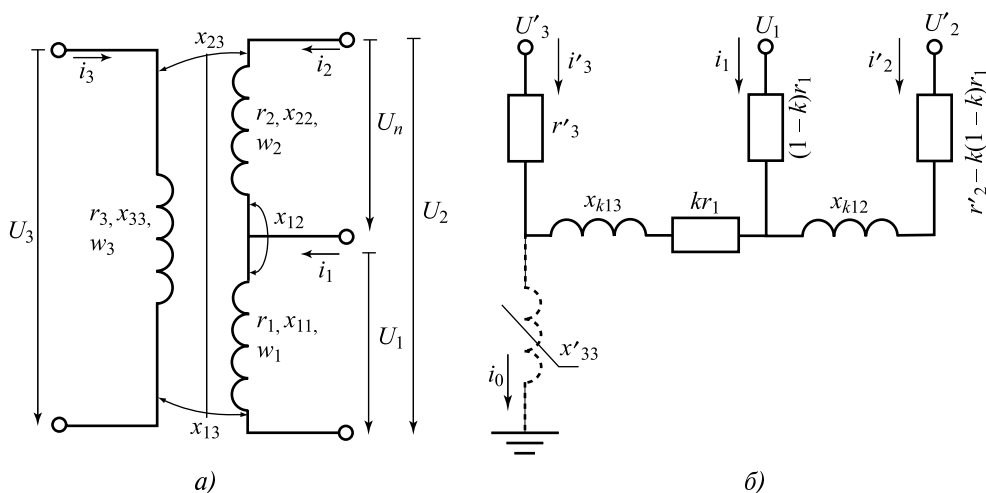


Рис. П.3

систему уравнений трехобмоточного автотрансформатора относительно токов и напряжений  $i_{06}$ ,  $U_1 - i_2$ ,  $U_{II} - i_3$ ,  $U_3$  общей, последовательной и третьей обмоток.

$$\begin{aligned} U_1 - U_3' &= r_1 \cdot i_{06} - r_3' \cdot i_3' + x_{k13}' \cdot p \cdot (i_{06} + i_2'') \\ U_{II}'' - U_3' &= r_2'' \cdot i_2'' - r_3' \cdot i_3' + x_{k13}' \cdot p \cdot (i_{06} + i_2'') + x_{k12}' \cdot p \cdot i_2'' \\ i_{06} + i_2'' + i_3' &= 0, \end{aligned} \quad (\text{П.15})$$

где  $i_2'' = i_2 \cdot k_{21}$ ;  $U_{II}'' = U_{II} \cdot k_{12}$ ;  $r_2'' = r_2 \cdot k_{12}^2$ ;

$$i_3' = i_3 \cdot k_{31}; \quad U_3' = U_3 \cdot k_{13}; \quad r_3' = r_3 \cdot k_{13}^2; \quad k_{12} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{1}{k_{21}}; \quad k_{13} = \frac{w_1}{w_3} = \frac{1}{k_{31}}.$$

Параметры, входящие в (П.15), находятся из трех опытов противонамагничивания обмоток:

$$\begin{aligned} \frac{U_1 - U_{II}''}{I_{06}} &= r_{12} + j \cdot x_{k12}'; & (I_{06} + I_2'' = 0, \quad I_3' = 0); \\ \frac{U_1 - U_3'}{I_{06}} &= r_{13} + j \cdot x_{k13}'; & (I_{06} + I_3' = 0, \quad I_2'' = 0); \\ \frac{U_{II}'' - U_3'}{I_2''} &= r_{23} + j \cdot x_{k23}'; & (I_2'' + I_3' = 0, \quad I_{06} = 0). \end{aligned}$$

и затем можно найти активные сопротивления обмоток

$$r_1 = \frac{1}{2} \cdot (r_{12} + r_{13} - r_{23}), \quad r_2'' = \frac{1}{2} \cdot (r_{12} + r_{23} - r_{13}), \quad r_3' = \frac{1}{2} \cdot (r_{13} + r_{23} - r_{12}). \quad (\text{П.16})$$

Исключим в (П.15) переменные  $U_{II}''$ ,  $i_{06}$  с помощью соотношений:

$$i_{06} = i_1 + i_2, \quad U_{II} = U_2 - U_1. \quad (\text{П.17})$$

Тогда получим:

$$\begin{aligned} U_1 \cdot (1 + k_{12}) - U_2'' &= r_1 \cdot i_1 - (r_2'' - k_{12} \cdot r_1) \cdot i_2'' - x_{k12}' \cdot p \cdot i_2'' \\ U_1 - U_3' &= r_1 \cdot i_1 + k_{12} \cdot r_1 \cdot i_2'' - r_3' \cdot i_3' + x_{k13}' \cdot p \cdot (i_1 + (1 + k_{12}) \cdot i_2'') \\ i_1 + (1 + k_{12}) \cdot i_2'' + i_3' &= 0. \end{aligned}$$

Разделим первое уравнение полученной системы на  $(1 + k_{12})$  и введем для величин  $i_2$ ,  $U_2$ ,  $r_2$  коэффициент приведения, равный коэффициенту трансформации  $k = \frac{w_1}{w_1 + w_2}$ , т. е. будем иметь  $U_2' = U_2 \cdot k$ ,  $i_2' = \frac{i_2}{k}$ ,  $r_2' = r_2 \cdot k^2$ . Тогда систему уравнений автотрансформатора можно переписать в окончательном виде:

$$\begin{aligned} U_1 - U_2' &= (1 - k) \cdot r_1 \cdot i_1 - (r_2' - k \cdot (1 - k) \cdot r_1) \cdot i_2' - x_{k12} \cdot p \cdot i_2' \\ U_1 - U_3' &= (1 - k) \cdot r_1 \cdot i_1 + k \cdot r_1 \cdot (i_1 - i_2') - r_3' \cdot i_3' + x_{k13} \cdot p \cdot (i_1 + i_2') \\ i_1 + i_2' + i_3' &= 0 \end{aligned} \quad (\text{П.18})$$

где  $x_{k12} = x_{k12}' (1 - k)^2$ ,  $x_{k13} = x_{k13}'$ .



Полученной системе уравнений отвечает схема замещения рис. П.3, б. Если учитывать ток намагничивания, то в схеме замещения рис. П.3, б должен, очевидно, появиться луч, показанный пунктиром (это следует из сравнения схем рис. П.2, б и П.3, б).

Реактивности рассеяния  $x_{k12}$ ,  $x_{k13}$ , входящие в (П.18), а также некоторые эквивалентные активные сопротивления находятся из трех опытов противонамагничивания:

$$\frac{U_1 - U_2'}{I_1} = r_{12}' + j \cdot x_{k12}; \quad (I_1 + I_2' = 0, I_3' = 0);$$

$$\frac{U_1 - U_3'}{I_1} = r_{13}' + j \cdot x_{k13}; \quad (I_1 + I_3' = 0, I_2' = 0);$$

$$\frac{U_2' - U_3'}{I_2'} = r_{23}' + j \cdot x_{k23}; \quad (I_2' + I_3' = 0, I_1 = 0).$$

Для того, чтобы найти активные сопротивления в лучах схемы замещения рис.15, б, следует решить систему уравнений относительно  $r_1$ ,  $r_2'$ ,  $r_3'$  вида:

$$(1-k) \cdot r_1 + r_2' - k \cdot (1-k) \cdot r_1 = (1-k)^2 \cdot r_1 + r_2' = r_{12}'$$

$$(1-k) \cdot r_1 + k \cdot r_1 + r_3' = r_1 + r_3' = r_{13}'$$

$$r_3' + k \cdot r_1 + r_2' - k \cdot (1-k) \cdot r_1 = r_2' + r_3' + k^2 r_1 = r_{23}'.$$

## Трехфазные трансформаторы и автотрансформаторы

### Трехфазный трансформатор

Уравнения трехфазных трансформаторов получаются из систем (П.7) или (П.10), если каждую из них рассматривать как записанную для какой-либо одной фазы. Тогда следует понимать под  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  — напряжения, приложенные к обмоткам отдельных фаз, а под  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$  — токи, текущие в фазных обмотках. К полученным уравнениям следует добавить уравнения граничных условий, обусловленных схемами соединений обмоток. Покажем это на примерах. Пусть имеем групповой двухобмоточный трансформатор II-группы соединений с нейтралью, заземленной через резистор  $R_H$  (рис. П.4, а). На основании (П.7) и рис.П.4, а, получим (считаем, что соединение треугольником выполнено для обмотки НН):

$$U_a - U_c = r_1 i_a + p \Psi_a,$$

$$U_b - U_a = r_1 i_b + p \Psi_b,$$

$$U_c - U_b = r_1 i_c + p \Psi_c,$$

$$\begin{aligned}
U'_A - R_H(i'_A + i'_B + i'_C) &= r'_2 i'_A + p\Psi_a + x_{\kappa 12} p i'_A, \\
U'_B - R_H(i'_A + i'_B + i'_C) &= r'_2 i'_B + p\Psi_b + x_{\kappa 12} p i'_B, \\
U'_C - R_H(i'_A + i'_B + i'_C) &= r'_2 i'_C + p\Psi_c + x_{\kappa 12} p i'_C, \\
i_{oa} &= i_a + i'_A, & i_{aл} &= i_a + i_b \\
i_{ob} &= i_b + i'_B, & i_{bл} &= i_b + i_c \\
i_{oc} &= i_c + i'_C, & i_{cл} &= i_c + i_a.
\end{aligned} \tag{П.19}$$

В (П.19) введены обозначения  $\Psi_a = x_{11} i_{oa}$ ;  $\Psi_b = x_{11} i_{ob}$ ;  $\Psi_c = x_{11} i_{oc}$  имеющие смысл основных потокосцеплений каждой фазы трансформатора. В соответствии с рис. П.4,  $a$ , токи и напряжения, относящиеся к обмотке, соединенной треугольником, имеют индексами — строчные буквы; величины, относящиеся к обмотке, соединенной в звезду, имеют индексами прописные буквы.

Если в (П.19) перейти от фазных координат к координатной системе  $\alpha, \beta, 0$  (§ 2.5) то можно снизить порядок системы уравнений, подлежащих решению, за счет выделения системы уравнений, содержащих только «0» — составляющие напряжений, токов, потокосцеплений.

Уравнения (П.19) в координатной системе  $\alpha, \beta, 0$  запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned}
\frac{3}{2} U_\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} U_\beta &= r_1 i_\alpha + p\Psi_\alpha, \\
-\frac{\sqrt{3}}{2} U_\alpha + \frac{3}{2} U_\beta &= r_1 i_\beta + p\Psi_\beta, \\
0 &= r_1 i_0 + p\Psi_0, \\
U'_\alpha &= r'_2 i'_\alpha + p\Psi_\alpha + x_{\kappa 12} p i'_\alpha, \\
U'_\beta &= r'_2 i'_\beta + p\Psi_\beta + x_{\kappa 12} p i'_\beta, \\
U'_0 &= (r'_2 + 3R'_H) i'_0 + p\Psi_0 + x_{\kappa 12} p i'_0, \\
i_{0\alpha} &= i_\alpha + i'_\alpha, & i_{\alpha л} &= \frac{3}{2} i_\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} i_\beta, \\
i_{0\beta} &= i_\beta + i'_\beta, & i_{\beta л} &= \frac{3}{2} i_\beta + \frac{\sqrt{3}}{2} i_\alpha, \\
i_{00} &= i_0 + i'_0, & i_{0 л} &= 0.
\end{aligned} \tag{П.20}$$

Еще один пример. Если изменить группу соединения обмоток трансформатора с 2-й на 3-ю (рис. П.4,  $a$ , обозначения в скобках), то в системе (П.19) меняется первая и последняя тройки уравнений. Эти уравнения следует переписать таким образом:

$$\begin{aligned}
U_c - U_b &= r_1 i_a + p\Psi_a, & i_{aл} &= i_b - i_c, \\
U_a - U_c &= r_1 i_b + p\Psi_b, & i_{bл} &= i_c - i_a, \\
U_b - U_a &= r_1 i_c + p\Psi_c, & i_{cл} &= i_a - i_b.
\end{aligned} \tag{П.21}$$

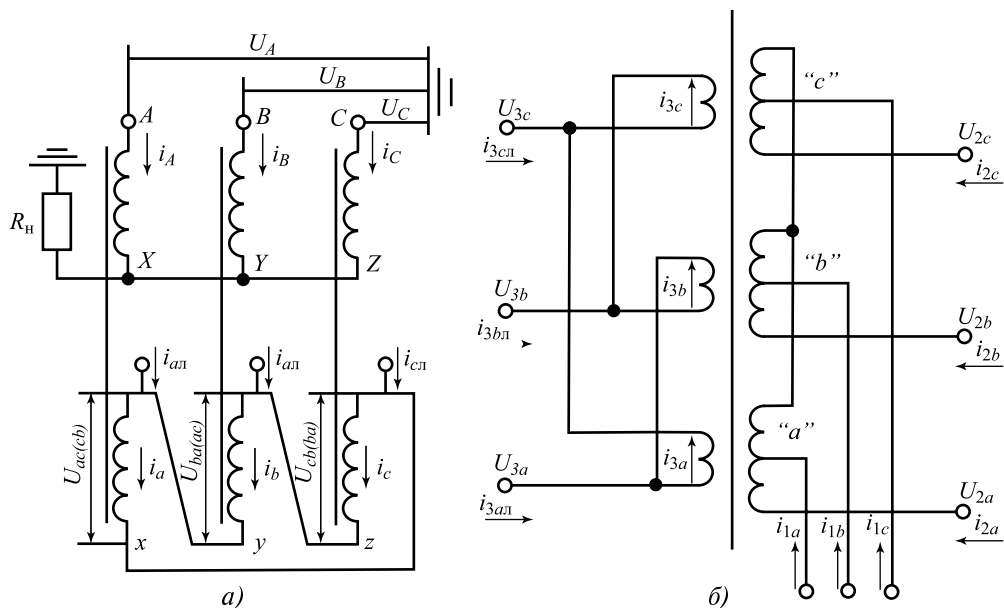


Рис. П.4

Перепишем уравнения (П.21) в координатной системе  $\alpha, \beta, 0$

$$\begin{aligned} -\sqrt{3}U_\beta &= r_1 i_\alpha + p\Psi_\alpha, & i_{\alpha l} &= \sqrt{3} \cdot i_\beta, \\ \sqrt{3}U_\alpha &= r_1 i_\beta + p\Psi_\beta, & i_{\beta l} &= -\sqrt{3} \cdot i_\alpha, \\ 0 &= r_1 i_0 + p\Psi_0, & i_{0 l} &= 0. \end{aligned}$$

При такой группе соединений и при заданных напряжениях  $U_\alpha, U_\beta$  (например, при подключении со стороны треугольника к источнику заданного напряжения) система уравнений (П.19) с учетом изменений (П.21), записанная в координатах  $\alpha, \beta, 0$ , распадается на три независимые системы, каждая из которых содержит переменные только одной из составляющих  $\alpha, \beta$  или  $0$ .

### Трехфазный автотрансформатор

Покажем еще пример записи системы уравнений трехфазного трехобмоточного автотрансформатора, обмотка низкого напряжения которого соединена в треугольник. Обычно группа соединения такого автотрансформатора  $Y_{\text{авт}0} / \Delta - 0 - 11$  (см. рис. П.4, б). Обращаясь к системе уравнений (П.18) и рис. П.3, а, после введения соответствующих обозначений фазных величин, получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} U_{1a} - U'_{2a} &= (1-k)r_1 i_{1a} - [r'_2 - (1-k)kr_1] i'_{2a} - x_{k12} p i'_{2a}, \\ U_{1b} - U'_{2b} &= (1-k)r_1 i_{1b} - [r'_2 - (1-k)kr_1] i'_{2b} - x_{k12} p i'_{2b}, \\ U_{1c} - U'_{2c} &= (1-k)r_1 i_{1c} - [r'_2 - (1-k)kr_1] i'_{2c} - x_{k12} p i'_{2c}, \end{aligned}$$

$$U_{1a} - (U'_{3a} - U'_{3c}) = (1-k)r_1 i_{1a} - r'_3 i'_{3a} + k r_1 (i_{1a} + i'_{2a}) + x_{k13} p i'_{3a},$$

$$U_{1b} - (U'_{3b} - U'_{3a}) = (1-k)r_1 i_{1b} - r'_3 i'_{3b} + k r_1 (i_{1b} + i'_{2b}) + x_{k13} p i'_{3b},$$

$$U_{1c} - (U'_{3c} - U'_{3b}) = (1-k)r_1 i_{1c} - r'_3 i'_{3c} + k r_1 (i_{1c} + i'_{2c}) + x_{k13} p i'_{3c},$$

$$i_{1a} + i'_{2a} + i'_{3a} = 0,$$

$$i_{1b} + i'_{2b} + i'_{3b} = 0,$$

$$i_{1c} + i'_{2c} + i'_{3c} = 0.$$

Применяя к полученной системе преобразование  $a, b, c \rightarrow \alpha, \beta, 0$ , можно получить уравнения автотрансформатора в координатах  $\alpha, \beta, 0$  подобно тому, как это сделано в (П.20).

## Приложение 3

### Уравнения переходных процессов синхронной машины в осях **d**, **q** в относительных единицах **А. А. Горева**

Уравнения статорных контуров

$$(1+s) \cdot \Psi_d - \frac{1}{\omega_0} \cdot \frac{d\Psi_q}{dt} - r \cdot i_q = u_q,$$
$$\frac{1}{\omega_0} \cdot \frac{d\Psi_d}{dt} + (1+s) \cdot \Psi_q + r \cdot i_d = -u_d.$$

Уравнения обмоток возбуждения (при двух одинаковых обмотках в осях **d** и **q**)

$$T_f \cdot \frac{d\Psi_{fd}}{dt} + E_q = u_{fd},$$
$$T_f \cdot \frac{d\Psi_{fq}}{dt} + E_d = u_{fq}.$$

Уравнения демпферных обмоток (при двух обмотках в осях **d** и **q**)

$$T_{rd} \cdot \frac{d\Psi_{rd}}{dt} + E_{rq} = 0 \quad \text{— продольный демпферный контур;}$$
$$T_{rq} \cdot \frac{d\Psi_{rq}}{dt} + E_{rd} = 0 \quad \text{— поперечный демпферный контур.}$$

Уравнения потокосцеплений

$$\Psi_d = x_d \cdot i_d + E_q + E_{rq},$$
$$\Psi_q = x_q \cdot i_q + E_d + E_{rd},$$
$$\Psi_{fd} = \frac{x_{ad}^2}{x_f} \cdot i_d + E_q + \frac{x_{ad}}{x_f} \cdot E_{rq},$$
$$\Psi_{fq} = \frac{x_{aq}^2}{x_f} \cdot i_q + E_d + \frac{x_{aq}}{x_f} \cdot E_{rd},$$
$$\Psi_{rd} = \frac{x_{ad}^2}{x_{rd}} \cdot i_d + E_{rq} + \frac{x_{ad}}{x_{rd}} \cdot E_q,$$
$$\Psi_{rq} = \frac{x_{aq}^2}{x_{rq}} \cdot i_q + E_{rd} + \frac{x_{aq}}{x_{rq}} \cdot E_d.$$

В уравнениях обозначены:  $x_{ad}$ ,  $x_{aq}$  — индуктивные сопротивления взаимной индукции;  $x_f$  — индуктивное сопротивление обмотки возбуждения;  $x_d$ ,  $x_q$  — синхронные индуктивные сопротивления;  $x_{rd}$ ,  $x_{rq}$  — индуктивные сопротивления демпферных контуров;  $r$  — активное сопротивление обмоток статора;  $R_f$  — активное сопротивление обмотки возбуждения;  $R_{rd}$ ,  $R_{rq}$  — актив-

ные сопротивления демпферных контуров;  $T_f = x_f / (\omega_0 \cdot R_f)$  — постоянная времени обмотки возбуждения;  $T_{rd} = x_{rd} / (\omega_0 \cdot R_{rd})$ ,  $T_{rq} = x_{rq} / (\omega_0 \cdot R_{rq})$  — постоянные времени демпферных контуров;  $u_d$ ,  $u_q$  — d, q-составляющие напряжения на выводах статорных контуров;  $u_{fd}$ ,  $u_{fq}$  — напряжения, приложенные к обмоткам возбуждения;  $s = (\omega - \omega_0) / \omega_0$  — скольжение.

Полная система приведенных выше уравнений после исключения потосцеплений имеет вид:

уравнения статорных контуров:

$$(1+s) \cdot (x_d \cdot i_d + E_q + E_{rq}) - \frac{1}{\omega_0} \cdot \frac{d}{dt} (x_q \cdot i_q + E_d + E_{rd}) - r \cdot i_q = u_q, \quad (\text{П.1})$$

$$\frac{1}{\omega_0} \cdot \frac{d}{dt} (x_d \cdot i_d + E_q + E_{rq}) + (1+s) \cdot (x_q \cdot i_q + E_d + E_{rd}) + r \cdot i_d = -u_d; \quad (\text{П.2})$$

уравнения обмоток возбуждения:

$$T_f \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{x_{ad}^2}{x_f} \cdot i_d + E_q + \frac{x_{ad}}{x_f} \cdot E_{rq} \right) + E_q = u_{fd}, \quad (\text{П.3})$$

$$T_f \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{x_{aq}^2}{x_f} \cdot i_q + E_d + \frac{x_{aq}}{x_f} \cdot E_{rd} \right) + E_d = u_{fq}; \quad (\text{П.4})$$

уравнения демпферных обмоток:

продольный контур

$$T_{rd} \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{x_{ad}^2}{x_{rd}} \cdot i_d + \frac{x_{ad}}{x_{rd}} \cdot E_q + E_{rq} \right) + E_{rq} = 0, \quad (\text{П.5})$$

поперечный контур

$$T_{rq} \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{x_{aq}^2}{x_{rq}} \cdot i_q + \frac{x_{aq}}{x_{rq}} \cdot E_d + E_{rd} \right) + E_{rd} = 0; \quad (\text{П.6})$$

уравнение движения ротора:

$$\frac{T_j}{\omega_0} \cdot \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_T - P, \quad (\text{П.7})$$

где  $\delta$  — угол между синхронной осью системы (осью, вращающейся с синхронной угловой скоростью  $\omega_0$ ) и поперечной осью ротора;  $T_j$  — инерционная постоянная;  $P_T$  — мощность турбины. Электромагнитная мощность  $P$  на валу определяется выражением

$$P = u_d \cdot i_d + u_q \cdot i_q.$$

При расчете установившегося режима работы синхронного генератора ( $\omega = \omega_0$ ,  $s = 0$ ), при наличии одной обмотки возбуждения и отсутствии регулирования возбуждения, а также при неучете потерь в статорных цепях

имеем вместо (П.1)–(П.6) систему уравнений ( $E_d = E_{rd} = E_{rq} = 0$ ,  $E_q = \text{const}$ ,  $i_d = \text{const}$ ,  $i_q = \text{const}$ ):

$$x_d \cdot i_d + E_q = u_q, \quad (\text{П.8})$$

$$x_q \cdot i_q = -u_d, \quad (\text{П.9})$$

$$E_q = u_{fd} = u_f.$$

При отсутствии демпферного контура в поперечной оси уравнение переходных процессов в обмотке возбуждения вместо (П.3) имеет вид

$$T_f \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{x_{ad}^2}{x_f} \cdot i_d + E_q \right) + E_q = u_f$$

или 
$$T_f \cdot \frac{d}{dt} (\mu_d \cdot x_d \cdot i_d + E_q) + E_q = u_f, \quad (\text{П.10})$$

где  $\mu_d = x'_d / x_d$ ,  $x'_d = x_{ad}^2 / x_f$ .

Напомним некоторые соотношения, связывающие различные параметры электрических машин:

$$x_d = x_{ad} + x_s,$$

$$x_q = x_{aq} + x_s,$$

$$x_f = x_{ad} + x_{sf},$$

$$x_{rd} = x_{ad} + x_{srd},$$

$$x_{rq} = x_{aq} + x_{srq},$$

$$\mu_d = \frac{x_{ad}^2}{x_f \cdot x_d} = 1 - \frac{x'_d}{x_d}; \quad \mu_{rd} = \frac{x_{ad}^2}{x_{rd} \cdot x_d},$$

где  $x_s$ ,  $x_{sf}$ ,  $x_{srd}$ ,  $x_{srq}$  — сопротивления рассеяния соответствующих контуров.

### Уравнения переходных процессов электрической машины в «синхронных» осях $d_c$ , $q_c$ в относительных единицах А. А. Горева

При симметрии электрической машины в осях  $d$ ,  $q$  и наличии в сети источника неизменного напряжения и частоты ( $\omega = \omega_0$ ) удобно использовать уравнения переходных процессов не в осях  $d$ ,  $q$ , жестко связанных с ротором, а во взаимно перпендикулярных осях  $d_c$ ,  $q_c$ , вращающихся с синхронной скоростью  $\omega_0$ .

Эти уравнения имеют вид:

уравнения статорных контуров:

$$\Psi_{d_c} - \frac{1}{\omega_0} \cdot p \cdot \Psi_{q_c} - r \cdot i_{q_c} = u_{q_c}, \quad (\text{П.11})$$

$$\Psi_{q_c} + \frac{1}{\omega_0} \cdot p \cdot \Psi_{d_c} + r \cdot i_{d_c} = -u_{d_c}; \quad (\text{П.12})$$

уравнения обмоток возбуждения (при двух одинаковых обмотках в осях **d** и **q**):

$$T_f \cdot p \cdot \Psi_{fd_c} + E_{q_c} - T_f \cdot \omega_0 \cdot s \cdot \Psi_{fq_c} = u_{fd_c}, \quad (\text{П.13})$$

$$T_f \cdot p \cdot \Psi_{fq_c} + E_{d_c} + T_f \cdot \omega_0 \cdot s \cdot \Psi_{fd_c} = u_{fq_c}; \quad (\text{П.14})$$

уравнения демпферных обмоток (при двух обмотках в осях **d**, **q**):

продольный демпферный контур

$$T_{rd} \cdot p \cdot \Psi_{rd_c} + E_{rq_c} - T_{rd} \cdot \omega_0 \cdot s \cdot \Psi_{rq_c} = 0, \quad (\text{П.15})$$

поперечный демпферный контур

$$T_{rq} \cdot p \cdot \Psi_{rq_c} + E_{rd_c} + T_{rq} \cdot \omega_0 \cdot s \cdot \Psi_{rd_c} = 0; \quad (\text{П.16})$$

уравнения потокосцеплений:

$$\Psi_{d_c} = x_d \cdot i_{d_c} + E_{q_c} + E_{rq_c}, \quad (\text{П.17})$$

$$\Psi_{q_c} = x_q \cdot i_{q_c} + E_{d_c} + E_{rd_c}, \quad (\text{П.18})$$

$$\Psi_{fd_c} = \frac{x_{ad}^2}{x_f} \cdot i_{d_c} + E_{q_c} + \frac{x_{ad}}{x_f} \cdot E_{rq_c}, \quad (\text{П.19})$$

$$\Psi_{fq_c} = \frac{x_{aq}^2}{x_f} \cdot i_{q_c} + E_{d_c} + \frac{x_{aq}}{x_f} \cdot E_{rd_c}, \quad (\text{П.20})$$

$$\Psi_{rd_c} = \frac{x_{ad}^2}{x_{rd}} \cdot i_{d_c} + E_{rq_c} + \frac{x_{ad}}{x_{rd}} \cdot E_{q_c}, \quad (\text{П.21})$$

$$\Psi_{rq_c} = \frac{x_{aq}^2}{x_{rq}} \cdot i_{q_c} + E_{rd_c} + \frac{x_{aq}}{x_{rq}} \cdot E_{d_c}. \quad (\text{П.22})$$

**Пример 1.** Покажем преобразование уравнений обмоток возбуждения, записанных в осях **d, q** в уравнение, записанное в «синхронных» осях **d<sub>c</sub>, q<sub>c</sub>**.

На основании рис. П.1, при повороте на угол  $\phi$  против часовой стрелки координатных осей **d, q**, вращающихся с угловой скоростью  $\omega$  относительно координатных осей **d<sub>c</sub>, q<sub>c</sub>**, которые вращаются с угловой скоростью  $\omega_0$ , получим связь проекций точки на оси

$$\left. \begin{aligned} x &= x' \cdot \cos \phi - y' \cdot \sin \phi, & x' &= x \cdot \cos \phi + y \cdot \sin \phi, \\ y &= x' \cdot \sin \phi + y' \cdot \cos \phi, & y' &= -x \cdot \sin \phi + y \cdot \cos \phi. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П.23})$$

Уравнения обмоток возбуждения (П.3)–(П.4) (без учета демпферных обмоток) имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} p \cdot T_f \cdot (\mu_d \cdot x_d \cdot i_d + E_q) + E_q &= u_{fd}, \\ p \cdot T_f \cdot (\mu_q \cdot x_q \cdot i_q + E_d) + E_d &= u_{fq}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П.24})$$



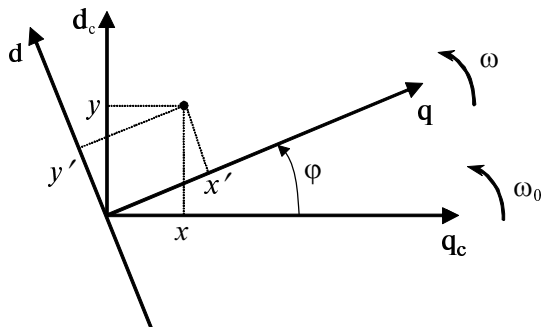


Рис. П.1

Подставим в первое уравнение (П.24) вместо переменных  $i_d, E_q, u_{fd}$  (проекции  $x', y'$ ) их значения, связывающие с переменными  $i_{d_c}, E_{q_c}, u_{fd_c}$  (проекции  $x, y$ ):

$$i_d = i_{d_c} \cdot \cos \varphi - i_{q_c} \cdot \sin \varphi,$$

$$E_q = E_{q_c} \cdot \cos \varphi + E_{d_c} \cdot \sin \varphi,$$

$$u_{fd} = u_{fd_c} \cdot \cos \varphi - u_{fq_c} \cdot \sin \varphi.$$

Получим

$$\begin{aligned} p \cdot T_f \cdot \mu_d \cdot x_d \cdot (i_{d_c} \cdot \cos \varphi - i_{q_c} \cdot \sin \varphi) + (1 + p \cdot T_f) \cdot (E_{d_c} \cdot \sin \varphi + E_{q_c} \cdot \cos \varphi) = \\ = u_{fd_c} \cdot \cos \varphi - u_{fq_c} \cdot \sin \varphi. \end{aligned}$$

Выполним дифференцирование

$$\begin{aligned} T_f \cdot \mu_d \cdot x_d \cdot (-p \cdot i_{q_c} \cdot \sin \varphi - i_{q_c} \cdot \cos \varphi \cdot \varphi' + p \cdot i_{d_c} \cdot \cos \varphi - i_{d_c} \cdot \sin \varphi \cdot \varphi') + E_{q_c} \cdot \cos \varphi + \\ + E_{d_c} \cdot \sin \varphi + T_f \cdot (p \cdot E_{q_c} \cdot \cos \varphi - E_{q_c} \cdot \sin \varphi \cdot \varphi' + p \cdot E_{d_c} \cdot \sin \varphi + E_{d_c} \cdot \cos \varphi \cdot \varphi') = \\ = -u_{fq_c} \cdot \sin \varphi + u_{fd_c} \cdot \cos \varphi. \end{aligned} \quad (\text{П.25})$$

Аналогичные преобразования выполним для уравнения второй обмотки возбуждения

$$p \cdot T_f \cdot (\mu_q \cdot x_q \cdot i_q + E_d) + E_d = u_{fq}.$$

Подставим формулы преобразования. Получим

$$\begin{aligned} p \cdot T_f \cdot \mu_q \cdot x_q \cdot (i_{q_c} \cdot \cos \varphi + i_{d_c} \cdot \sin \varphi) + (1 + p \cdot T_f) \cdot (-E_{q_c} \cdot \sin \varphi + E_{d_c} \cdot \cos \varphi) = \\ = u_{fq_c} \cdot \cos \varphi + u_{fd_c} \cdot \sin \varphi. \end{aligned}$$

После выполнения в последнем уравнении дифференцирования, учета равенств  $x_d = x_q, \mu_d = \mu_q$  умножим обе его части на  $\sin \varphi$ , а уравнение (П.25) — на  $\cos \varphi$  и сложим. В результате получим искомые уравнения, которые совпадают с (П.13), (П.14)

$$p \cdot T_f \cdot (\mu \cdot x \cdot i_{q_c} + E_{d_c}) + E_{d_c} + T_f \cdot s \cdot \omega_0 \cdot (\mu \cdot x \cdot i_{d_c} + E_{q_c}) = u_{fq_c},$$

$$p \cdot T_f \cdot (\mu \cdot x \cdot i_{d_c} + E_{q_c}) + E_{q_c} - T_f \cdot s \cdot \omega_0 \cdot (\mu \cdot x \cdot i_{q_c} + E_{d_c}) = u_{fd_c}.$$

При этом использовались равенства

$$\varphi = \omega \cdot t - \omega_0 \cdot t, \quad s = (\omega - \omega_0) / \omega_0 \quad \text{и} \quad \varphi' = \omega - \omega_0 = s \cdot \omega_0.$$

**Пример 2.** Для заданной трехфазной системы напряжений  $u_a = U_m \cdot \cos(\omega_0 \cdot t), u_b = U_m \cdot \cos(\omega_0 \cdot t - 120^\circ), u_c = U_m \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + 120^\circ)$  определить составляющие  $u_{d_c}, u_{q_c}$  и  $u_d, u_q$  при установившейся угловой скорости вращения ротора  $\omega$ .

Составляющие  $u_d, u_q$  удобно найти, предварительно преобразовав трехфазную симметричную систему к двухфазной, с помощью преобразования  $\alpha, \beta$ :

$$u_\alpha = u_a, \quad u_\beta = (u_b - u_c) / \sqrt{3}.$$

Получим  $u_\alpha = U_m \cdot \cos(\omega_0 \cdot t), \quad u_\beta = U_m \cdot \sin(\omega_0 \cdot t).$

Искомые составляющие  $u_d, u_q$  найдутся по формулам

$$\begin{aligned} u_d &= u_\beta \cdot \cos \gamma - u_\alpha \cdot \sin \gamma = U_m \cdot (\sin(\omega_0 \cdot t) \cdot \cos \gamma - \cos(\omega_0 \cdot t) \cdot \sin \gamma) = \\ &= U_m \cdot \sin(\omega_0 \cdot t - \gamma) = U_m \cdot \sin(\omega_0 \cdot t - \omega \cdot t) = -U_m \cdot \sin(s \cdot \omega_0 \cdot t); \\ u_q &= u_\alpha \cdot \cos \gamma + u_\beta \cdot \sin \gamma = U_m \cdot \cos(s \cdot \omega_0 \cdot t). \end{aligned}$$

Видно, что в установившемся режиме вращения ротора с угловой частотой  $\omega$  проекции d,q-составляющих напряжения **ШБМ**, имеющего частоту  $\omega_0$ , представляют собой гармонические функции частоты скольжения.

Найдем теперь составляющие заданной трехфазной системы в осях **d<sub>c</sub>, q<sub>c</sub>**.

Имеем формулы преобразования ( $\varphi = \omega \cdot t - \omega_0 \cdot t = s \cdot \omega_0 \cdot t$ )

$$\begin{aligned} u_{d_c} &= u_q \cdot \sin \varphi + u_d \cdot \cos \varphi = U_m \cdot \cos(s \cdot \omega_0 \cdot t) \cdot \sin(s \cdot \omega_0 \cdot t) - \\ &- U_m \cdot \sin(s \cdot \omega_0 \cdot t) \cdot \cos(s \cdot \omega_0 \cdot t) = 0; \end{aligned}$$

$$u_{q_c} = u_q \cdot \cos \varphi - u_d \cdot \sin \varphi = U_m,$$

т. е. в этом случае одна из проекций не зависит от времени, другая равна нулю.

Заметим в заключение, что легко показать, что выражения для активных и реактивных мощностей одинаковы в обеих системах координат

$$P = u_q \cdot i_q + u_d \cdot i_d = u_{q_c} \cdot i_{q_c} + u_{d_c} \cdot i_{d_c}, \quad Q = u_d \cdot i_q - u_q \cdot i_d = u_{d_c} \cdot i_{q_c} - u_{q_c} \cdot i_{d_c}.$$

## Приложение 4. ПЕРЕХОДНЫЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ ПРОЦЕСС ПРИ КОРОТКОМ ЗАМЫКАНИИ В СЕТИ С СИНХРОННЫМ ГЕНЕРАТОРОМ

При внезапном трехполюсном коротком замыкании синхронной машины (СМ) возникает электромагнитный переходный процесс, характеризующийся появлением нескольких составляющих в токе к.з., обусловленных взаимодействием статорных и роторных контуров. Выполним ниже анализ этого процесса без учета изменения скорости вращения ротора при следующих допущениях:

- 1) СМ не имеет демпферных контуров;
- 2) скольжение  $s = 0$  (механическая инерционная постоянная настолько велика, что скольжение в течение времени к.з. не изменяется);
- 3) исходный режим работы — режим холостого хода СМ;
- 4) регулирование возбуждения в процессе к.з. отсутствует, то есть  $u_f = \text{const}$  [38, 22]

Уравнения переходных процессов статорных цепей (см. Приложение 3):

$$\frac{1}{\omega_0} \cdot \frac{d\psi_d}{dt} + (1+s) \cdot \psi_q + r \cdot i_d = -u_d,$$

$$(1+s) \cdot \psi_d - \frac{1}{\omega_0} \cdot \frac{d\psi_q}{dt} - r \cdot i_q = u_q,$$

$$\psi_d = x_d \cdot i_d + E_q, \quad \psi_q = x_q \cdot i_q.$$

Уравнение обмотки возбуждения:

$$\frac{dE_q'}{dt} = \frac{1}{T_f} \cdot (u_f - E_q),$$

где  $E_q' = \frac{x_{ad}^2}{x_f} i_d + E_q = E_q + (x_d + x_d') i_d$ .

Обозначим  $\frac{1}{\omega_0} \cdot \frac{d}{dt} = p$  — оператор дифференцирования по синхронному времени.

$$\text{Тогда} \begin{cases} p \cdot x_d \cdot i_d + p \cdot E_q + x_q \cdot i_q + r \cdot i_d = -u_d; \\ x_d \cdot i_d + E_q - p \cdot x_q \cdot i_q - r \cdot i_q = u_q \\ p \cdot E_q' = \frac{1}{\omega_0 \cdot T_f} \cdot (u_f - E_q); \end{cases}$$

Введем в рассмотрение декременты затухания контуров:

$$\rho_d = \frac{r}{x_d}; \rho_q = \frac{r}{x_q}; \rho'_d = \frac{r}{x'_d}; \rho_f = \frac{r_f}{x_f};$$

$$T_f = \frac{x_f}{\omega_0 \cdot r_f} \quad T_f = \frac{1}{\rho_f}.$$

$$\text{Тогда} \begin{cases} p \cdot x_d \cdot i_d + \rho_d \cdot x_d \cdot i_d + x_q \cdot i_q + p \cdot E_q = -u_d; \\ x_d \cdot i_d - p \cdot x_d \cdot i_d - \rho_q \cdot x_q \cdot i_q + E_q = u_q; \\ p \cdot E'_q = \rho_r \cdot (u_f - E_q). \end{cases}$$

Введем  $\mu_d$  — коэффициент магнитной связи контуров и  $\sigma_d$  — коэффициент рассеяния:

$$\mu_d = \frac{x_d - x'_d}{x_d} \quad \text{и} \quad \sigma_d = \frac{x'_d}{x_d}; \quad \mu_d = 1 - \sigma_d.$$

Таким образом, учитывая, что  $E'_q = E_q + (x_d - x'_d) \cdot i_d$ , получим:

$$\begin{cases} x_d \cdot i_d \cdot (p + \rho_d) + x_q \cdot i_q + p \cdot E_q = -u_d; \\ x_d \cdot i_d - x_q \cdot i_q \cdot (p + \rho_q) + E_q = u_q; \\ p \cdot (x_d \cdot \mu_d \cdot i_d + E_q) + \rho_f \cdot E_q = \rho_f \cdot U_f. \end{cases}$$

Определитель характеристического уравнения

$$D(p) = \begin{vmatrix} (p + \rho_d) \cdot x_d & x_q & p \\ x_d & -(p + \rho_q) \cdot x_q & 1 \\ p \cdot \mu_d \cdot x_d & 0 & p + \rho_f \end{vmatrix} = 0.$$

После раскрытия этого определителя, получим:

$$D(p) = x_d \cdot x_q \cdot \left[ (p + \rho_d) \cdot (p + \rho_q) \cdot (p + \rho_f) - p^2 \cdot \mu_d \cdot (p + \rho_q) - p \cdot \mu_d + p + \rho_f \right] = 0.$$

$$D(p) = a_0 \cdot p^3 + a_1 \cdot p^2 + a_2 \cdot p + a_3 = 0,$$

где  $a_0 = 1 - \mu_d$ ;  $a_1 = \rho_d + \rho_f + \sigma_d \cdot \rho_q$ ;  $a_2 = \rho_d \cdot \rho_q + \rho_d \cdot \rho_f + \rho_q \cdot \rho_r + \sigma_d$ ;  $a_3 = \rho_f \cdot (1 + \rho_d \cdot \rho_q)$ .

Найдем корни характеристического уравнения путем последовательных приближений.

В нулевом приближении будем считать, что все  $\rho = 0$ :

$$\sigma_d \cdot p^3 + \sigma_d \cdot p = 0,$$

$$\text{т. е. } p(p^2 + 1) = 0,$$

откуда получаем:

$$p_1 = 0, \quad p_{2,3} = \pm j;$$

(на этом основании можно предположить, что  $p_1$  — малый вещественный корень, определяющий затухающий аperiodический процесс с показателем  $\alpha$ , а корни  $p_{2,3}$  — определяют колебания с частотой  $\omega_0$ , затухающие с показателем  $\delta$ .

$$p_1 = -\alpha, \quad p_{2,3} = -\delta \pm j.$$

Используем формулы Виета

$$p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 = -\frac{a_3}{a_0}; \quad p_1 + p_2 + p_3 = -\frac{a_1}{a_0},$$

найдем для произведения корней:

$$p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 = -\frac{\rho_f \cdot (1 + \rho_d \cdot \rho_q)}{\sigma_d} \cong (-\alpha) \cdot (\delta^2 + 1);$$

и пренебрегая произведением малых величин  $\delta^2$  и  $\rho_d \rho_q$ , получим:

$$p_1 = -\frac{\rho_f}{\sigma_d} = -\rho'_f.$$

Выполним подобные преобразования для суммы корней

$$p_1 + p_2 + p_3 = -\frac{\rho_f}{\sigma_d} + (-\delta + j) + (-\delta - j) = -\frac{\rho_d + \rho_r + \rho_q \cdot \sigma_d}{\sigma_d}.$$

Получим:

$$2 \cdot \delta = \frac{\rho_d}{\sigma_d} + \rho_q = \rho'_d + \rho_q;$$

$$p_{2,3} = -\left(\frac{\rho'_d + \rho_q}{2}\right) \pm j.$$

Таким образом, корни характеристического уравнения имеют вид

$$p_1 = -\frac{\rho_d}{\sigma_d} = -\rho'_r;$$

$$p_{2,3} = -\left(\frac{\rho'_d + \rho_q}{2}\right) \pm j.$$

Найдем постоянную времени затухания процессов в статорных контурах  $T_a$ . Поскольку декремент затухания связан с соответствующей постоянной времени соотношением  $\rho_i = \frac{1}{\omega_0 \cdot T_i}$ , то  $T_a$  можно определить следующим образом:

$$T_a = \frac{1}{\omega_0 \cdot \left(\frac{\rho'_d + \rho_q}{2}\right)} = \frac{2}{\omega_0 \left(\frac{r}{x_d} + \frac{r}{x_q}\right)} = \frac{2 \cdot x'_d \cdot x_q}{\omega_0 \cdot r \cdot (x'_d + x_q)}.$$

Следует также иметь в виду, что

$$T_f' = \frac{x_d'}{x_d} \cdot T_f = \sigma_d \cdot T_f; \quad \rho_f' = \frac{1}{T_f'}.$$

Для синхронного генератора с параметрами:

$$x_d = 2,0 \text{ о.е.} \quad r = 0,005 \text{ о.е.}$$

$$x_q = 1,0 \text{ о.е.} \quad r_f = 0,00064 \text{ о.е.} \quad (T_f = 10\text{с})$$

$$x_d' = 0,3 \text{ о.е.}$$

Корни характеристического уравнения равны:

$$p_1 = -0,666, \quad p_{2,3} = -3,406 \pm j \cdot 314.$$

Используя полученные значения корней характеристического уравнения, на основании теоремы разложения [22] запишем составляющие решения исходной системы дифференциальных уравнений:

$$i_q = -\frac{E_{q0}}{x_q} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) \cdot e^{\frac{t}{T_a}};$$

$$i_d = -\frac{E_{q0}}{x_d} + \left( \frac{E_{q0}}{x_d} - \frac{E_{q0}'}{x_d} \right) \cdot e^{\frac{t}{T_f}} + \frac{E_{q0}'}{x_d} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) \cdot e^{\frac{t}{T_a}};$$

$$E_q = E_{q0} \cdot \left( 1 + \frac{x_d - x_d'}{x_d} \cdot \left( e^{\frac{t}{T_f}} - e^{\frac{t}{T_a}} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) \right) \right).$$

Ток  $i_q$  содержит только составляющую, обусловленную протеканием по статору апериодических слагающих токов. Эта составляющая затухает с постоянной времени  $T_a$ .

Ток возбуждения (э.д.с.  $E_q$ ) содержит следующие составляющие:

1) установившуюся составляющую, обусловленную приложенным к контуру возбуждения напряжением;

2) свободную апериодическую составляющую (затухает с постоянной времени  $T_f'$ ), обусловленную переходным процессом в контуре возбуждения;

3) свободную периодическую составляющую, затухающую с постоянной времени  $T_a$ , обусловленную протеканием по статору апериодических слагающих токов.

Максимальную величину  $E_q$  можно оценить (пренебрегая затуханием) с помощью выражения:

$$E_{q,\max} = E_{q0} \cdot \left( 1 + 2 \cdot \frac{x_d - x_d'}{x_d} \right).$$

Ток  $i_d$  содержит три составляющие:

1) установившуюся, обусловленную наличием возбуждения:

2) свободную аperiodическую  $\left( \frac{E_{q0}}{x_d} \cdot e^{-\frac{t}{T_f}} \right)$ , обусловленную переходными процессами в контуре возбуждения;

3) свободную периодическую, затухающую с постоянной времени  $T_a$ , являющуюся отражением аperiodической слагающей статорного контура. Максимальную (по модулю) величину тока  $i_d$  можно оценить следующим образом:

$$|i_{d,\max}| = \frac{2 \cdot E_{q0}}{x_d}.$$

Исходя из известных  $q, d$  – составляющих статора найдем ток фазы  $a$ . Для этого нужно использовать формулу преобразования  $q, d, o \rightarrow a, b, c$ , содержащую  $\gamma = \omega_c \cdot t + \gamma_0$ , где угол  $\gamma_0$  (начальная фаза) определяет положение вектора э.д.с. в момент возникновения к.з.:

$$i_a = i_q \cdot \cos \gamma - i_d \cdot \sin \gamma.$$

После преобразований выражение для тока приобретает вид:

$$i_a = \frac{E_{q0}}{x_d} \cdot (\omega_c \cdot t + \gamma_0) + \left( \frac{E_{q0}}{x_d} - \frac{E_{q0}}{x_d} \right) \cdot e^{-\frac{t}{T_f}} \cdot \sin(\omega_c \cdot t + \gamma_0) - \\ - \frac{1}{2} \cdot E_{q0} \cdot \left( \frac{1}{x_d} + \frac{1}{x_q} \right) \cdot e^{-\frac{t}{T_a}} \cdot \sin \gamma_0 - \frac{1}{2} \cdot E_{q0} \cdot \left( \frac{1}{x_d} - \frac{1}{x_q} \right) \cdot e^{-\frac{t}{T_a}} \cdot \sin(2 \cdot \omega_0 \cdot t + \gamma_0)$$

Оценим максимальное мгновенное значение фазного тока статора при коротком замыкании:

$$i_{y,\max} = |i_{a,\max}| \cong \frac{2 \cdot E_{q0}}{x_d}.$$

При учете затухания

$$i_y = \frac{E_{q0}}{x_d} \cdot \left( 1 + e^{-\frac{t}{T_a}} \right), \text{ при } t = 0,01 \text{ с.}$$

Похожий результат дает возможность отразить влияние на токи к.з. СМ переходного процесса в ее роторном контуре. Важным результатом является обоснование появления составляющей тока двойной частоты при несимметрии ротора в магнитном отношении.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Александров Г. Н.* Установки сверхвысокого напряжения и охрана окружающей среды : учеб. пособие. — Л. : Энергоатомиздат, 1989. — 358 с.
2. *Александров Г. Н., Евдокунин Г. А., Подпоркин Г. В.* Параметры воздушных линий электропередачи компактных конструкций. — Электричество. — 1982. — № 4. — С. 3–7.
3. *Астахов Ю. Н., Веников В. А., Постолатий В. М.* и др. Основные принципы создания и технические характеристики управляемых самокомпенсирующихся линий электропередачи. — Электричество, 1977, № 12. — С. 37–44.
4. *Базуткин В. В., Ларионов В. П., Пинталь Ю. С.* Техника высоких напряжений. Изоляция и перенапряжения в электрических системах : учебник / под общ. ред. Ларионова В. П. — 3-е изд., перераб. и доп. — М. : Энергоатомиздат, 1986. — 455 с.
5. *Брянцев А. М., Долгополов А. Г., Евдокунин Г. А., Лунатов Ю. А., Лурье А. И., Маклецова Е. Е.* Управляемые подмагничиванием шунтирующие реакторы для сетей 35–500 кВ // Электротехника. — 2003. — № 1. — С. 5–13.
6. *Веников В. А.* Переходные электромеханические процессы в электрических системах : учебник. — 4-е изд., перераб. и доп. — М. : Высшая школа, 1985. — 536 с.
7. *Веников В. А.* Электрические системы : учеб. пособие : в 2 т. Т. 2. Электрические сети. — М. : Высшая школа, 1971. — 440 с.
8. *Веников В. А.* Электрические системы : учеб. пособие : в 2 т. Т. 1. Математические задачи электроэнергетики. — М. : Высшая школа, 1981. — 287 с.
9. *Вульф А. А.* Проблема передачи электрической энергии на сверхдальние расстояния по компенсированным линиям. — М.-Л. : Госэнергоиздат, 1941. — 98 с.
10. *Гашение открытых дуг при однофазном разрыве ВЛ 750 кВ / В. А. Гамилко, Г. А. Евдокунин, М. Б. Кегелес, М. Л. Фельдман* // Электрические станции. — 1990. — № 5.
11. *Евдокунин Г. А., Титенков С. С.* Резистивное заземление нейтрали сетей 6–10 кВ. — СПб. : Терция, 2009. — 256 с.
12. *Жданов П. С.* Вопросы устойчивости электрических систем / под ред. Л. А. Жукова. — М. : Энергия, 1979. — 455 с.
13. *Кадомская К. П., Лавров Ю. А., Рейхердт А. А.* Перенапряжения в электрических сетях различного назначения и защита от них : учебник. — Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2004. — 364 с.
14. *Кадомская К. П., Тихонов А. А.* Процессы восстановления напряжения на контактах линейных выключателей при отключении коротких замыканий : конспект лекций. — Новосибирск : Изд-во НЭТИ, 1988. — 52 с.
15. *Комплексные испытания полуволновой электропередачи в сети 500 кВ ЕЭС Европейской части СССР / В. А. Вершков, К. Т. Нахапетян, О. В. Ольшевский, С. А. Совалов, В. П. Фотин, В. К. Щербаков* // Электричество. — 1968. — № 8. — С. 10–16.



16. *Левинштейн М. Л.* Операционное исчисление в задачах электротехники. — Л. : Энергия, 1972. — 358 с.
17. *Левинштейн М. Л., Щербачев О. В.* Статическая устойчивость электрических систем : учеб. пособие. — СПб. : Изд-во СПбГТУ, 1994. — 264 с.
18. *Мельников Н. А.* Электрические сети и системы : учебник. — М. : Энергия, 1975. — 463 с.
19. Новые средства передачи электрической энергии в электрических системах // Г. Н. Александров, Г. А. Евдокунин, Т. В. Лисочкина, Г. В. Подпоркин, Ю. Г. Селезнев ; под ред. Г. Н. Александрова. — Л. : ЛГУ, 1987. — 230 с.
20. Оптимизация воздушных линий повышенной натуральной мощности // Г. Н. Александров // Электричество. — 1991. — № 1. — С. 2–9.
21. Основы переходных процессов электроэнергетических систем : конспект лекций / сост.: А. Н. Беляев, С. В. Смоловик, Р. В. Огороков и др. — СПб. : СПбГПУ, 2004. — 109 с.
22. Правила устройства электроустановок. — 7-е изд. — М.: ЭНАС, 2008. — 549 с.
23. Проектирование линий электропередачи сверхвысокого напряжения / Г. Н. Александров, А. В. Горелов, В. В. Ершевич и др. ; под ред. Г. Н. Александрова. — 2-е изд., перераб. и доп. — СПб. : Энергоатомиздат, 1993. — 560 с.
24. *Рапхес В. С.* Обобщение эксплуатационных данных эффективности ОАПВ ВЛ СВН и опытных данных времени гашения дуги подпитки // Электрические станции. — 1989. — № 3.
25. *Рыжов Ю. П.* Дальние электропередачи сверхвысокого напряжения : учебник. — М.: Изд. дом МЭИ, 2007. — 486 с.
26. *Сигорский В. П.* Математический аппарат инженера. — Киев : Техника, 1975.
27. Справочник по проектированию электрических сетей / под ред. Д. Л. Файбисовича. — 3-е изд. — М. : Энас, 2009. — 385 с.
28. Справочник по проектированию электроэнергетических систем / под ред. С. С. Рокотяна, И. М. Шапиро. — 3-е изд. — М.: Энергоатомиздат, 1986. — 349 с.
29. Справочник по электрическим установкам высокого напряжения / под ред. И. А. Баумштейна, С. А. Баженова. — М. : Энергоатомиздат, 1989.
30. Теоретические основы электротехники : учебник : в 3 т. Т. 3 / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровкин, В. Л. Чечурин. — 4-е изд. — СПб. : Питер, 2003. — 377 с.
31. Техника высоких напряжений / под ред. М. В. Костенко. — М. : Высшая школа, 1973.
32. Управляемые подмагничиванием электрические реакторы / под ред. А. М. Брянцева. — М. : Знак, 2004. — 262 с.

33. Управляемая поперечная компенсация электропередачи переменного тока / А. А. Крюков, М. С. Либкинд, В. М. Сорокин ; под ред. М. С. Либкинда. — М. : Энергоатомиздат, 1981. — 184 с.

34. Щербачев О. В. , Зейлингер А. Н., Кадомская К. П. и др. Применение цифровых вычислительных машин в электроэнергетике : учеб. пособие. — Л. : Энергия, 1980. — 240 с.

35. *Anderson P. M., Farmer R. G.. Series Compensation of Power Systems.* Published by PBLSH Inc. USA.

36. *Dmitriev M. V., Evdokunin G. A., Gamilko V. A.* EMTP Simulation of the Secondary Arc Extinction at Overhead Transmission lines under Single Phase Automatic Reclosing. 2005 IEEE St.Peterburg Power Tech. Proceed in CD-ROM.

37. *Iligeto F., Cinieri E.* Analysis of half-wave length transmission lines with simulation of corona losses. IEEE Trans. on Power Delivery. — October, 1988. — № 4, vol. 3. — Pp. 2081—2090.

38. *Manectis J. A., Rothenbuhler W.N.* 500 kV series capacitor installation in California. IEEE Trans. on PAS. — May/June, 1971. — № 3, vol. PAS—90. — Pp.1138—1149.