

На правах рукописи



АБДУЛХАЛИКОВА Лира Хамзевна

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОНАПРЯЖЕНИЙ
В МНОГОСЛОЙНЫХ КОНСТРУКЦИЯХ**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Санкт-Петербург – 2013

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Оренбургский государственный педагогический университет»

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор

АКИМОВ Иван Алексеевич

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор

МАКСИМОВ Василий Васильевич,

кандидат физико-математических наук, доцент

АНУФРИЕВ Игорь Евгеньевич

Ведущая организация: ФГБОУ ВПО «Оренбургский государственный университет»

Защита состоится «26» декабря 2013 г. в 16 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д 212.229.10 при ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет» по адресу: 194021, Санкт-Петербург, Политехническая ул., д. 21, 9 учебный корпус (институт информационных технологий и управления), ауд. 121.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет».

Отзывы на автореферат в 2 экз., заверенные гербовой печатью, просьба присылать по адресу: 194021, Санкт-Петербург, Политехническая ул., д. 21, 9 учебный корпус (институт информационных технологий и управления), ауд. 525, ученому секретарю совета Д 212.229.10.

Автореферат разослан «__» _____ 201_ г.

Ученый секретарь

диссертационного совета,

к.т.н., доцент



БОГАЧ Наталья Владимировна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Развитие технологических процессов изготовления изделий из многослойных композиционных материалов (КМ), многочисленные области применения таких материалов (авиакосмическая область, вертолетостроение, судостроение, производство скоростных автомобилей, медицина и т.д.) требуют ясного понимания закономерностей формирования конечного продукта с заданными физико-механическими и структурными характеристиками. Важной составляющей этой проблемы является понимание эволюционных процессов изменения свойств материала в ходе технологического процесса. Понимание физических процессов, происходящих на этапах технологического процесса формования изделий из полимерных КМ с учетом широкого спектра тепловых, диффузионных, кинетических и реологических изменяющихся факторов является весьма актуальным в связи с развитием технологических процессов.

Представленная работа находится в русле современных исследований, охватывает круг математических моделей горячего прессования, отверждения или полимеризации изделий полый цилиндрической формы из названных материалов. Многие аспекты этого сложного процесса, связанные с учетом многослойности КМ и наличия фронта полимеризации, остаются нерешенными. Правильное понимание и математическое моделирование термонапряжений в полимерных КМ являются весьма актуальным в связи с необходимостью формирования конечного продукта с требуемыми физико-механическими характеристиками, с заданным уровнем внутренних напряжений. Такие модели открывают широкую возможность регулирования напряженного состояния в изделии и направленного влияния на эксплуатационные свойства формируемых изделий.

Целью диссертационной работы является разработка математических моделей, методов и программных средств, обеспечивающих решение задач анализа и оценки термонапряжений в многослойных полых цилиндрических конструкциях.

Для достижения поставленной цели решались следующие **задачи**:

1. Построить математическую модель, допускающую аналитическое решение исходных дифференциальных уравнений в частных производных при заданных граничных условиях в виде полей температуры, глубины полимеризации и напряженно-деформированного состояния КМ;
2. Разработать методы численного расчета пространственно-временных распределений теплонапряженного состояния КМ на этапах полимеризации;
3. Выявить определяющие параметры разработанной модели, влияющие на формирование и характер термонапряжений;
4. Создать программный комплекс, предназначенный для анализа термонапряжений на всех этапах полимеризации полого цилиндрического изделия из многослойного материала.

Научную новизну работы составляют разработанная математическая модель взаимосвязанных процессов теплообмена, полимеризации и термонапряжений в многослойных конструкциях; комплексы программ, реализующие разработанные автором модели, методы и алгоритмы и позволяющие проводить анализ термонапряжений на этапах производства полых цилиндрических изделий из многослойного материала.

Практическая значимость. Предложенные математические модели позволяют определять не только уровень внутренних остаточных напряжений, но и контролировать, регулировать сам процесс формования, выбирать необходимый режим проведения полимеризации с целью повышения производительности и качества выпускаемых изделий. Результаты работы могут быть использованы, например, при производстве лонжеронов лопастей вертолетов в пресс-формах.

Достоверность полученных результатов обеспечивается строгостью методов построения модели; корректностью использования математического аппарата, современных методов численного решения; качественным совпадением полученных результатов с экспериментальными данными.

Положения, выносимые на защиту:

1. Математические модели определения теплонапряженного состояния

- формируемого полого цилиндрического изделия в ходе фронтальной полимеризации многослойного композиционного материала;
2. Аналитическое определение напряженно-деформированного состояния композиционного материала на основе комплексной модели процесса полимеризации;
 3. Результаты численного расчета пространственно-временных распределений полей температуры и термонапряжений в процессе фазового перехода методом простой итерации с использованием прогоночных алгоритмов;
 4. Определение параметров разработанной модели, влияющие на формирование и характер термонапряжений на этапах полимеризации изделий из многослойного композиционного материала;
 5. Алгоритмы и комплекс программ, реализующие полученные результаты в работе.

Апробация работы. Основные положения и результаты работы докладывались и обсуждались на научных и учебно-методических семинарах и занятиях кафедры математического анализа ФГБОУ ВПО «Оренбургский государственный педагогический университет», а также в форме докладов и статей на 5 международных, всероссийских и межвузовских научно-практических конференциях: на 3-й международной научно-практической конференции «Проблемы устойчивости биоресурсов: теория и практика», г. Оренбург, 2010 г.; всероссийской научно-практической конференции «Интеграция науки и практики в профессиональном развитии педагога», г. Оренбург, 2010 г.; IV Международной научно-технической конференции молодых специалистов, аспирантов и студентов «Математическое и компьютерное моделирование естественнонаучных и социальных проблем», г. Пенза, 2010 г.; I международной научно-практической конференции молодых ученых, г. Москва, 2011 г.

Публикации. Основные теоретические и практические результаты диссертации опубликованы в 10 статьях, в том числе 3 статьи в журналах, одобренных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертационных ис-

следований.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, библиографического списка использованной литературы, четырех приложений. Работа изложена на 114 страницах, содержит 15 иллюстраций и 2 таблицы. Список литературы содержит 99 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность исследуемой проблемы, сформулирована цель и задачи диссертационного исследования. Показана научная новизна и практическая значимость исследования. Приведены основные положения, выносимые автором на защиту, и описана структура диссертации.

В первой главе дан краткий обзор существующих подходов к математическому моделированию напряженно-деформированного состояния при отверждении КМ, методов решения задач с фазовыми переходами, приведены физическая постановка задачи, анализ проблем и задач исследования.

Общим вопросам этой проблемы были посвящены работы Н.Н.Лебедева и В.М.Майзеля. Вопросы стационарных и нестационарных температурных задач нашли свое отражение в работах Н.Н.Безухова, Биргера И.А. и Шорра Б.Ф., Гольденבלата И.И. и Николаенко Н.А., Н.С.Ениколопяна, Исаченко В.П., Осипова В.А., и Сукомела А.С., Коваленко Л.Д., Коренева Б.Г. и Ванюшенкова М.Г., Лыкова А.В., Огибалова П.М. и Грибанова В.Ф., Боли Б. и Уэйнера Д., Гейтвуда Б.Е., И.И.Бугакова, В.В.Москвитина, В.В.Болотина и других авторов. По аналитическим методам решения рассматриваемых задач следует отметить работы А.В. Лыкова, Ю.А. Михайлова, Е.Н. Туголукова, Э.М. Карташова и др. Среди работ по численным методам решения многомерных задач следует отметить работы А.А. Самарского, Г.И. Марчука, Е.Г. Дьяконова, Н.Д. Сафронова, Д. Писмена и Х. Рэчфорда, Дж. Дугласа и Дж. Е. Гана.

Полимеризация многослойной композиционной конструкции производится в специальной прессформе из алюминиевого сплава, рабочая поверхность которой образует внешний контур изделия (рис. 1). Пространство между пли-

тами прессформы и пресскамерой заполняется многослойной стеклотканью, пропитанной связующими жидкими материалами. Во внутренний канал изделия помещается эластичная пресскамера и размещается разжимное устройство, фиксирующее размер камеры по хорде. Давление прессования создается путем подачи сжатого азота в пресскамеру, а также разжимным устройством до $8 \pm 0,5 \text{ кгс/см}^2$. В процессе отверждения контакт азота с КМ не допускается.

Температурный процесс полимеризации разделяется на 3 этапа: этап предварительного разогрева до температуры полимеризации, полимеризация, этап остывания (рис. 2). Выделяют три зоны, в которых наиболее часто наблюдаются отклонения температурного режима. Зоны 1-2 характеризуются началом и ростом скорости реакций полимеризации, 3 зона — переходом к этапу выдержки при температуре полимеризации.

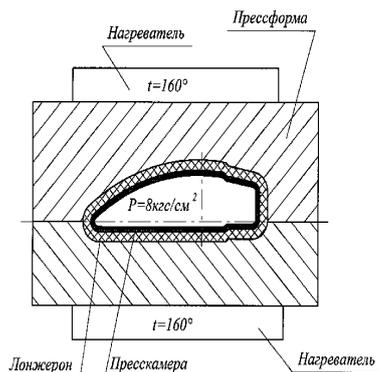


Рис. 1. Прессформа для изготовления лонжерона лопасти вертолета в разрезе

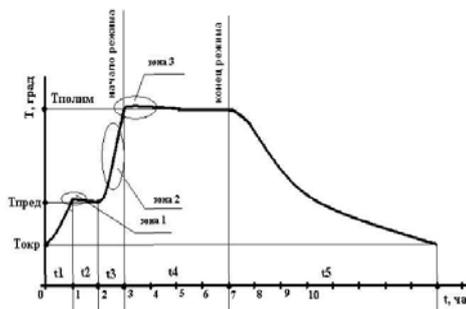


Рис. 2. Температурный режим процесса полимеризации

При полимеризации происходит интенсивное повышение молекулярной массы материала (упорядочивание структуры), которое сопровождается выделением испаряющихся веществ и определенного тепла, что приводит к значительному саморазогреву изделий и уменьшению объема материала.

Во второй главе на основе выполненного обзора предложена математическая модель для описания термонапряжений в многослойном полом цилиндрическом теле. В комплексной модели описываются процессы теплообмена, термонапряжений и полимеризации. Уравнение теплопроводности содержит

наряду с источниками тепла слагаемое, обусловленное тепловыделениями за счет химических реакций полимеризации и дополнено соответствующим уравнением:

$$\frac{1}{a_k} \frac{\partial t_k(r_k, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 t_k(r_k, \tau)}{\partial r_k^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t_k(r_k, \tau)}{\partial r_k} + Q \frac{\partial \beta_k(r_k, \tau)}{\partial r} + f_k(r_k, \tau) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \beta_k(r_k, \tau)}{\partial \tau} = k_\beta \exp[-E/R \cdot t_k] (1 - \beta_k) (\beta_0 + \beta_k) \quad (2)$$

$$\frac{d^2 \sigma_{rk}}{dr_k^2} + \frac{3}{r_k} \frac{d\sigma_{rk}}{dr_k} = - \frac{E_k \alpha_k}{(1 - \nu_k) r_k} \frac{dt_k}{dr_k} \quad (3)$$

$$r_{k-1} < r_k < r_k, \quad k = \overline{1, n}$$

при начальных условиях

$$t_k(r_k, 0) = t_0; \quad (4)$$

$$\beta_k(r_k, 0) = 0; \quad (5)$$

$$\sigma_{rk}(r_k, 0) = 0 \quad (6)$$

и при граничных условиях:

– между внутренней поверхностью плит прессформы с внешней поверхностью n - слойной конструкции

$$t_n(r_n, \tau) + \frac{\lambda_n}{\alpha_n} \frac{\partial t_n(r_n, \tau)}{\partial n} = P_1(\tau); \quad (7)$$

– между слоями n - слойной конструкции

$$t_{k-1}(r_{k-1}, \tau) = t_k(r_{k-1}, \tau) \quad (8)$$

$$\sigma_{rk-1}(r_{k-1}, \tau) = \sigma_{rk}(r_k, \tau) \quad (9)$$

– между технологическим мешком и первым внутренним слоем n - слойной конструкции

$$t_1(r_0, \tau) - \frac{\lambda_1}{\alpha_1} \frac{\partial t_1(r_0, \tau)}{\partial n} = P_0(\tau); \quad (10)$$

потоки тепла на границе слоев

$$\lambda_{k-1} \frac{\partial t_{k-1}(r_{k-1}, \tau)}{\partial n} = \lambda_k \frac{\partial t_k(r_{k-1}, \tau)}{\partial n}. \quad (11)$$

В математической модели (1)-(11) приняты следующие обозначения: нижний индекс k обозначает соответствующую характеристику k -го слоя, $k = \overline{1, n}$; τ - вре-

мя; $t_k(r_k, \tau)$ – температура; $\beta_k(r_k, \tau)$ – глубина полимеризации; $\sigma_{rk}(r_k, \tau)$ – нормальное напряжение в радиальном направлении; a_k, λ_k – коэффициенты температуропроводности, теплопроводности соответственно; E_k, ν_k, α_k – соответственно модуль упругости, коэффициент Пуассона, коэффициент теплового расширения вещества; R – универсальная газовая постоянная, Q – тепловой эффект реакций полимеризации; k_β – скорость реакций полимеризации (отверждения); E – энергия активации реакции; R – универсальная газовая постоянная; β_0 – некоторая «равновесная» степень структурирования, при которой при отсутствии силового воздействия, напряжения и деформации в среде равны нулю, $f_k(r, \tau)$ – источник тепла; t_0 – начальная температура.

Сформулированная задача является несвязанной — распределение $t_k(r_k, \tau)$, $\beta_k(r_k, \tau)$ отыскивается независимо от напряженно-деформированного состояния.

Решение задачи теплопроводности получено методом конечных интегральных преобразований [3]. Для перехода к изображениям используется формула:

$$U(\mu, \tau) = \sum_{m=1}^n \frac{\lambda_m}{a_m^2} \int_{R_{m-1}}^{R_m} r_m P_m(r_m, \tau) W_m(r_m, \mu) dr_m,$$

где $W_m(r_m, \mu) = C_{m,n} J_0\left(\frac{\mu_n r_m}{a_m}\right) + D_{m,n} Y_0\left(\frac{\mu_n r_m}{a_m}\right)$ – ядро интегрального преобразования, определяемое из задачи Штурма-Лиувилля с соответствующими однородными граничными условиями с точностью до постоянного множителя.

Обратный переход осуществляется по формуле:

$$P_m(r_m, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U(\mu_n, \tau) W_m(r_m, \mu_n)}{Z_{m,n}}.$$

Решение задачи примет вид:

$$t_i(r_i, \tau) = A_i + B_i \ln(r_i) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{Z_{m,n}} \left(C_{i,n} J_0\left(\frac{\mu_n r_i}{a_i}\right) + D_{i,n} Y_0\left(\frac{\mu_n r_i}{a_i}\right) \right) \times \quad (12)$$

$$\times e^{-\mu_n^2 t} \sum_{m=1}^n \frac{\lambda_m}{a_m^2} \int_{R_{m-1}}^{R_m} r_m (t_0 - A_m - B_m \ln(r_m)) \times \left(C_{m,n} J_0 \left(\frac{\mu_n r_m}{a_m} \right) + D_{m,n} Y_0 \left(\frac{\mu_n r_m}{a_m} \right) \right) dr_m,$$

где J_0, J_1, Y_0, Y_1 – функции Бесселя первого и второго рода, нулевого и первого порядка соответственно,

$$C_{1,n} = 1,$$

$$D_{1,n} = \frac{\frac{\lambda_1 \mu_n}{a_1} J_1 \left(\frac{\mu_n R_0}{a_1} \right) - h_1 J_0 \left(\frac{\mu_n R_0}{a_1} \right)}{h_1 Y_0 \left(\frac{\mu_n R_0}{a_1} \right) - \frac{\lambda_1 \mu_n}{a_1} Y_1 \left(\frac{\mu_n R_0}{a_1} \right)},$$

$$C_{j+1,n} = \frac{C_{j,n} J_0 \left(\frac{\mu_n R_j}{a_j} \right) + D_{j,n} Y_0 \left(\frac{\mu_n R_j}{a_j} \right) - D_{j+1,n} J_0 \left(\frac{\mu_n R_j}{a_{j+1}} \right)}{Y_0 \left(\frac{\mu_n R_j}{a_{j+1}} \right)}, \quad j = \overline{1, n-1}$$

$$D_{j+1,n} = \frac{C_{j,n} J_0 \left(\frac{\mu_n R_j}{a_j} \right) + D_{j,n} Y_0 \left(\frac{\mu_n R_j}{a_j} \right) - D_{j+1,n} J_0 \left(\frac{\mu_n R_j}{a_{j+1}} \right)}{Y_0 \left(\frac{\mu_n R_j}{a_{j+1}} \right)}, \quad j = \overline{1, n-1}$$

$$D_{j+1,n} = \frac{\lambda_j a_{j+1}}{\lambda_{j+1} a_j} \times$$

$$\times \frac{J_0 \left(\frac{\mu_n R_j}{a_{j+1}} \right) \left(C_{j,n} J_1 \left(\frac{\mu_n R_j}{a_j} \right) + D_{j,n} Y_1 \left(\frac{\mu_n R_j}{a_j} \right) \right) - J_1 \left(\frac{\mu_n R_j}{a_{j+1}} \right) \left(C_{j,n} J_0 \left(\frac{\mu_n R_j}{a_j} \right) + D_{j,n} Y_0 \left(\frac{\mu_n R_j}{a_j} \right) \right)}{J_0 \left(\frac{\mu_n R_j}{a_{j+1}} \right) Y_1 \left(\frac{\mu_n R_j}{a_{j+1}} \right) - J_1 \left(\frac{\mu_n R_j}{a_{j+1}} \right) Y_0 \left(\frac{\mu_n R_j}{a_{j+1}} \right)},$$

$$Z_n = \sum_{m=1}^n \frac{\lambda_m}{a_m^2} \int_{R_{m-1}}^{R_m} r_m W_m^2(r_m, \mu_n) dr_m =$$

$$= \sum_{m=1}^n \frac{\lambda_m}{a_m^2} \left(\frac{R_m^2 C_{m,n}^2}{2} \left(J_0^2 \left(\frac{\mu_n R_m}{a_m} \right) + J_1^2 \left(\frac{\mu_n R_m}{a_m} \right) \right) + \right.$$

$$\left. + R_m^2 C_{m,n} D_{m,n} \left(J_0 \left(\frac{\mu_n R_m}{a_m} \right) Y_0 \left(\frac{\mu_n R_m}{a_m} \right) + J_1 \left(\frac{\mu_n R_m}{a_m} \right) Y_1 \left(\frac{\mu_n R_m}{a_m} \right) \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{R_m^2 D_{m,n}^2}{2} \left(Y_0^2 \left(\frac{\mu_n R_m}{a_m} \right) + Y_1^2 \left(\frac{\mu_n R_m}{a_m} \right) \right) - \frac{R_{m-1}^2 C_{m,n}^2}{2} \left(J_0^2 \left(\frac{\mu_n R_{m-1}}{a_m} \right) + J_1^2 \left(\frac{\mu_n R_{m-1}}{a_m} \right) \right) \right) -$$

$$-R_{m-1}^2 C_{m,n} D_{m,n} \left(J_1 \left(\frac{\mu_n}{a_m} R_{m-1} \right) Y_1 \left(\frac{\mu_n}{a_m} R_{m-1} \right) + J_1 \left(\frac{\mu_n}{a_m} R_{m-1} \right) Y_1 \left(\frac{\mu_n}{a_m} R_{m-1} \right) \right) -$$

$$- \frac{R_{m-1}^2 D_{m,n}^2}{2} \left(Y_0^2 \left(\frac{\mu_n}{a_m} R_{m-1} \right) + Y_1^2 \left(\frac{\mu_n}{a_m} R_{m-1} \right) \right),$$

μ_n – n -ый положительный корень уравнения

$$C_n \left(J_0 \left(\frac{\mu R_n}{a_n} \right) - \frac{\mu \lambda_n}{a_n h_n} J_1 \left(\frac{\mu R_n}{a_n} \right) \right) + D_n \left(Y_0 \left(\frac{\mu R_n}{a_n} \right) - \frac{\mu \lambda_n}{a_n h_n} Y_1 \left(\frac{\mu R_n}{a_n} \right) \right) = 0.$$

Задача о фронтальной полимеризации осесимметричного полого изделия решается с точки зрения непрерывно наращиваемого твердого тела. В ходе полимеризации наблюдаются химическая, физическая и температурная усадки связующего, в связи с этим деформация рассматривается как сумма его составляющих $\varepsilon^k = \varepsilon^{*k} + \varepsilon^{tk} + \varepsilon^{xk}$: температурной $\varepsilon^{tk} = \alpha_k (t_k - t_0)$, химической $\varepsilon^{xk} = \alpha_{xk} \beta_k$ и вязко-упругой ε^{*k} , где α_{xk} – коэффициент полимеризационной усадки [2, 4].

Вязкоупругая компонента деформации зависит от степени структурирования материала, т.е. от степени его заполимеризованности. Фронт реакций $\tau^*(r)$ движется от внешней поверхности полого цилиндра к внутренней. Фронт полимеризации $\tau^*(r)$ делит систему на две области: $\Omega_I (\tau < \tau^*(r))$ – неотвердевшая часть, $\Omega_{II} (\tau > \tau^*(r))$ – затвердевшая часть. Под растущим телом будем понимать затвердевшую фазу системы и рассматривать процессы непрерывного наращивания с границей раздела фаз $\tau^*(r)$. Растущая поверхность $r = r^*(\tau)$ движется по закону: $r^*(\tau) = R_n - V\tau$ [6] и на растущей поверхности заданы условия: $\sigma_r(r^*(\tau)) = \sigma_{r^*}(\tau)$, $\sigma_\varphi(r^*(\tau)) = \sigma_{\varphi^*}(\tau)$.

Напряженное состояние затвердевшей части Ω_{II} при условии $\tau > \tau^*(r)$ рассматривается независимо от состояния неотвердевшей части $\Omega_I (\tau < \tau^*(r))$. Элемент растущего тела в окрестности какой-либо точки (r) деформируется совместно с другими элементами, лишь начиная с момента его отверждения ($\tau^*(r)$), совпадающего с моментом присоединения этого элемента к затвердевшей области $\Omega_{II} (\tau > \tau^*(r))$. Чтобы соблюсти корректность постановки задачи и учесть динамический характер протекающего процесса отверждения, уравнение (3) запи-

сано в продифференцированном по времени виде[4]:

$$\frac{d^2 \dot{\sigma}_{rk}}{dr_k^2} + \frac{3}{r_k} \frac{d \dot{\sigma}_{rk}}{dr_k} = - \frac{E_k \alpha_k}{(1-\nu_k)r_k} \frac{dt_k}{dr_k}, \quad (13)$$

Понижение порядка дифференциального уравнения (13), с учетом условий $r = r^*(\tau)$, $\dot{\sigma}_r(r^*(\tau)) = \dot{p}(\tau)$ и так как на поверхности $r = R_n$ задано давление $p_1(\tau)$, приводит к решению:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_r(r, \tau) = & \dot{p}(\tau) \frac{r^{*2}(R_n^2 - r^2)}{r^2(R_n^2 - r^{*2})} - \\ & - \frac{R_n^2(r^2 - r^{*2})}{r^2(R_n^2 - r^{*2})} \left(\dot{p}_1(\tau) - \int_{r^*}^{R_n} \left(\int_r^{R_n} \dot{\chi}(r, \tau) r^2 dr \right) \frac{1}{r^3} dr \right) - \\ & - \int_r^{R_n} \left(\int_r^{R_n} \dot{\chi}(r, \tau) r^2 dr \right) \frac{1}{r^3} dr. \end{aligned} \quad (14)$$

Для нахождения производной окружной компоненты напряжений получим:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_\varphi(r, \tau) = & \dot{p}(\tau) \frac{r^{*2}(3R_n^2 - r^2)}{r^2(R_n^2 - r^{*2})} + \\ & + \frac{R_n^2(r^2 - 3r^{*2})}{r^2(R_n^2 - r^{*2})} \left(\dot{p}_1(\tau) - \int_{r^*}^{R_n} \left(\int_r^{R_n} \dot{\chi}(r, \tau) r^2 dr \right) \frac{1}{r^3} dr \right) - \\ & - \int_r^{r^*} \left(\int_r^{R_n} \dot{\chi}(r, \tau) r^2 dr \right) \frac{1}{r^3} dr - \frac{1}{r^2} \int_r^{R_n} \dot{\chi}(r, \tau) r^2 dr. \end{aligned} \quad (15)$$

Выражения (14) и (15) являются дифференциальными соотношениями для определения радиальной и окружной компонент вязкоупругих напряжений.

Третья глава посвящена численному анализу термонапряжений в многослойных полимерных конструкциях. Для численного решения сформулирована краевая задача типа Стефана для квазилинейного параболического уравнения с разрывными коэффициентами. В математических моделях данной работы для аппроксимации использованы линейная зависимость для коэффициента теплопроводности и параболическая для теплоемкости в окрестности фазового превращения (метод сглаживания коэффициентов Самарского-Моисеенко). Сформулированная задача – нелинейная и ее численное решение найдено методом

простой итерации с использованием прогоночных алгоритмов. От выбора интервала сглаживания зависит, будет ли учтено выделение (поглощение) теплоты на фронте. Необходимо, чтобы на каждом временном шаге интервал сглаживания определялся значениями температур хотя бы в двух соседних узлах, между которыми находится фронт фазового превращения.

В результате численного анализа установлен характер изменения во времени интенсивностей деформаций ε , напряжений σ , среднего напряжения σ_{cp} и относительного изменения объёма θ композиционного материала. На первой стадии процесса значения ε , σ возрастают. Вторая стадия характеризуется незначительным увеличением интенсивности деформаций, сдвиговые напряжения релаксируют. На третьей стадии процесса, пока разность между реализуемой температурой и равновесной уменьшается, значения ε , σ также уменьшаются. Скорость охлаждения невелика и разгрузка происходит в квазистатически равновесных условиях. При дальнейшем охлаждении изделия до температуры эксплуатации полимеризационные напряжения и деформации вновь возрастают. Изолинии интенсивностей деформаций и напряжений, среднего напряжения, относительного изменения объёма и глубины полимеризации в изделии на этапах технологического процесса приведены в диссертационной работе.

Относительно поведения объёмных характеристик термонапряжений отметим следующее. Характер распределений среднего напряжения σ_{cp} , относительного изменения объёма при заданном распределении температуры и степени структурирования определяются жёсткостью корпуса и сжимаемостью полимерного материала, их способностью к температурному расширению-сжатию, полимеризационной усадкой системы. Предсказать качественный характер объёмного поведения нетрудно только при охлаждении изделия, когда знаки температурной и полимеризационной усадки совпадают. Когда знаки этих составляющих противоположны, даже качественный предварительный анализ затруднен.

В **четвертой главе** приведены технологические требования и рекомендации к системе управления процессом полимеризация. Система управляет

разностью температур, продолжительностью каждого этапа полимеризации, скоростью нагрева и охлаждения в соответствии с технологическими рекомендациями.

Так например, для повышения качества изготавливаемых лонжеронов лопастей вертолетов на основе эпоксидного связующего марки 5-211Б в пределах каждого слоя композиционного материала необходимо обеспечить следующую скорость изменения температуры: от начальной температуры до 93-96°C со скоростью 0,8-1,2°C/мин, выдерживать при этой температуре 28-32 мин, затем нагревание до 150±2°C со скоростью 1,8 - 2,2°C/мин (связующее марки 5-211Б).

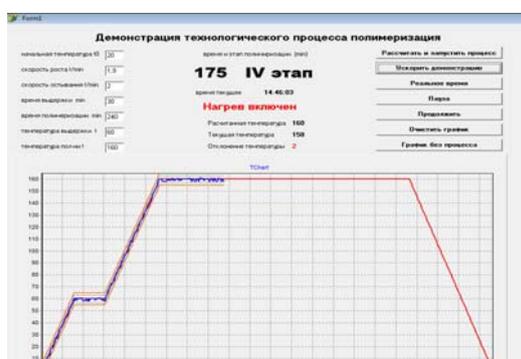


Рис. 3. Технологический процесс полимеризации (один нагреватель)

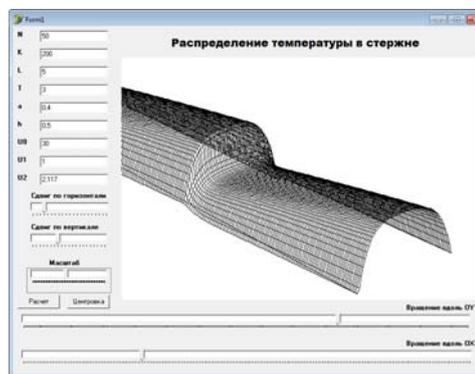


Рис. 4. Окно программы TermoTensions

Также необходим контроль давления для предупреждения расслоения стеклопластика. Установлено, что при повышении давления от 1 до 25кг/см² наблюдается увеличение адгезионных связей, снижение пористости стеклопластика, в результате повышается прочность и водостойкость композиционных материалов. При дальнейшем повышении давления от 25 до 200кг/см² происходит незначительное уплотнение стеклопластика. Свыше 700кг/см² наблюдается заметное снижение механических свойств из-за разрушения стекловолокна.

Разработаны программы расчета температурного поля на третьем этапе технологического процесса «TermoTensions» и «Демонстрация технологического процесса полимеризация», осуществляющая управление разностью температур, продолжительностью каждого этапа полимеризации, скоростью нагрева и

охлаждения в соответствии заданными технологическими рекомендациями (рис. 3-4).

В **заключении** приведены основные результаты диссертации:

1. Разработана физико-математическая модель отверждения полых цилиндрических изделий из многослойных композиционных материалов, учитывающая закономерности кинетических процессов при протекании реакции полимеризации. Указанная модель позволяет определять реальное распределение температуры, глубины полимеризации и напряженно-деформированного состояния композиционного материала в процессе отверждения и, тем самым, направленно влиять на свойства получаемого изделия;
2. Разработаны методы численного расчета пространственно-временных распределений температуры, глубины полимеризации и напряженно-деформированного состояния КМ;
3. Выявлены определяющие параметры разработанной модели, влияющие на формирование и характер термонапряжений. Определены критические условия, при которых возникает существенное напряженно-деформированное состояние изделий в ходе процесса полимеризации;
4. Создан программный комплекс анализа термонапряжений на этапах полимеризации полого цилиндрического изделия из многослойного материала в инструментальной системе Mathcad и среде программирования Delphi.

С помощью проведенных вычислительных экспериментов проведена верификация решения и проведен анализ формирования термонапряжений в зависимости от определяющих параметров модели. Показано, что структурные изменения в отверждаемом материале влияют на теплонапряженное состояние материала. Определены области температурного режима полимеризации изделия, влияющие на его эксплуатационные свойства, установлена зависимость распределения термонапряжений в формируемом изделии от реализуемого режима полимеризации. На основе сравнения с экспериментальными данными установлено, что построенные модели позволяют качественно и количественно описать зависимость

термонапряжений от теплофизических свойств материала слоя, его термоупругих характеристик, соотношением толщин отдельных слоев, а также рядом других технологических факторов.

Основные положения и результаты диссертационного исследования отражены в следующих публикациях.

Публикации в научных изданиях и журналах, рекомендуемых ВАК РФ:

1. Абдулхаликова Л.Х. Решение одной задачи теплопроводности методом интегрального преобразования Ханкеля. // Научно-технический вестник Поволжья. №4 2011г. – С. 89-93.
2. Абдулхаликова Л.Х. Оценка влияния технологических факторов и термонапряжений на механические характеристики лопасти из стеклоластика. // Научно-технический вестник Поволжья. №1 2012г. – С. 63-70.
3. Абдулхаликова Л.Х. Решение одной задачи термоупругости для многослойных конструкций. // Научно-технический вестник Поволжья. №2 2012г. – С. 53-57.

Научные статьи и материалы выступлений на конференциях:

4. Абдулхаликова Л.Х., Трофимов П.А. Термонапряжение в композиционных материалах. // Проблемы устойчивости биоресурсов: теория и практика: материалы 3-й международной научно-практической конференции / под общей редакцией В.В. Каракулева, Г.В. Петровой, Н.Н. Дубачинской. — Оренбург: Издательский центр ОГАУ, 2010. — С. 428-433.
5. Абдулхаликова Л.Х. Решение краевых задач уравнения теплопроводности методом тепловых потенциалов. // Проблемы устойчивости биоресурсов: теория и практика: материалы 3-й международной научно-практической конференции / под общей редакцией В.В. Каракулева, Г.В. Петровой, Н.Н. Дубачинской. — Оренбург: Издательский центр ОГАУ, 2010. — С. 438-446.
6. Абдулхаликова Л.Х. Термонапряжения в многослойных конструкциях с фазовыми переходами (электр). // Интеграция науки и практики в про-

фессиональном развитии педагога. Материалы всероссийской научно-практической конференции. Оренбург, 3–5 февраля 2010г. – С. 1435-1440.

7. Абдулхаликова Л.Х. Решение задачи типа Стефана. // Математическое и компьютерное моделирование естественнонаучных и социальных проблем: сборник статей IV Международной научно-технической конференции молодых специалистов, аспирантов и студентов. — Пенза: Приволжский Дом знаний, 2010. — С. 32-36.

8. Трофимов П.А., Абдулхаликова Л.Х. Массообмен в многослойных конструкциях. // Наука и образование: исследования молодых ученых: сборник статей аспирантов ОГПУ / под общ. ред. В.А. Лабузова. — Оренбург: ГУ «РЦРО», 2010. — С. 58-61.

9. Абдулхаликова Л.Х. Исследование термонапряжений на этапах технологического процесса полимеризации композиционных материалов. // I международная научно-практическая конференция молодых ученых (30 января 2011 г.): Сборник научных трудов / Под ред. Г.Ф. Гребенщикова. — М.: Издательство «Спутник+», 2011. – С. 251-256.

10. Абдулхаликова Л.Х. Системы автоматизации и оценки качества технологического процесса полимеризации. // Наука и образование: исследования молодых ученых: сборник статей аспирантов ОГПУ / под общ. ред. В.А. Лабузова. — Оренбург: ГУ «РЦРО», 2011. — С. 63-66.