

На правах рукописи



ТРОФИМОВ Павел Александрович

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ
НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОМАССОБМЕНА
В МНОГОСЛОЙНЫХ КОНСТРУКЦИЯХ**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Санкт-Петербург – 2013

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетного образовательном учреждении высшего профессионального образования «Оренбургский государственный педагогический университет»

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
АКИМОВ Иван Алексеевич

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор
МАКСИМОВ Василий Васильевич,
кандидат физико-математических наук, доцент
АНУФРИЕВ Игорь Евгеньевич

Ведущая организация: ФГБОУ ВПО «Уфимский государственный
авиационный технический университет»

Защита состоится «26» декабря 2013 г. в 15 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д 212.229.10 при ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет» по адресу: 194021, Санкт-Петербург, Политехническая ул., д. 21, 9 учебный корпус (институт информационных технологий и управления), ауд. 121.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет».

Отзывы на автореферат в 2 экз., заверенные гербовой печатью, просьба присылать по адресу: 194021, Санкт-Петербург, Политехническая ул., д. 21, 9 учебный корпус (институт информационных технологий и управления), ауд. 525, ученому секретарю совета Д 212.229.10.

Автореферат разослан «__» _____ 201_ г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
к.т.н., доцент



БОГАЧ Наталья Владимировна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Работа посвящена изучению взаимосвязанных процессов тепло- и массообмена в слоистых телах при нестационарных режимах применительно к изготовлению многослойных композитов, а также применению методов расчета диффузионных процессов для многослойных конструкций (МК) с учетом полимеризационных превращений.

Актуальность работы. Композиционные материалы (КМ) представляют собой сплошной неоднородный материал, состоящий из двух или более составляющих. Среди составляющих выделяют армирующие элементы, придающие необходимые механические свойства, и связующее (матрицу), соединяющее армирующий материал. КМ представляют собой систему, которая обладает всеми свойствами компонентов в нее входящих или даже превосходящих ее.

Применение КМ в различных областях обусловлено их высокими показателями на удельную прочность, жесткость, легкость, износостойкость и др. В частности, в авиационной промышленности применение композитов (лонжероны лопастей вертолетов и ветроэнов, детали корпусов, целые корпуса) позволяет создавать более легкие и надежные летательные аппараты. Однако, в связи с возрастающими требованиями к характеристикам композитов становятся актуальными детальные исследования физико-химических процессов, происходящих при их изготовлении, для выработки рекомендаций по повышению качества производимых деталей, усовершенствованию процессов производства и др.

В данной работе **предметом исследования** были выбраны полые полимерные многослойные КМ, изготавливаемые в пресс-формах (ПФ).

ПФ предназначена для формовки изделий (например, лонжерона лопасти). Она представляет собой горизонтально расположенную полую конструкцию в виде параллелепипеда, состоящего из нижней и верхней частей. Ее полость повторяет форму лонжерона. В результате формовки происходит отверждение связующего.

Очевидно, что для получения высококачественного продукта необходимо соблюдать оптимальные режимы работы ПФ. Но во многих случаях регулировка технологических условий на производстве осуществляется вручную, что требует от оператора, обслуживающего ПФ, высокой квалификации и опыта. Сложности связаны с тем, что физико-химические процессы, происходящие в связующем, могут иметь экзотермический характер, перегрев связующего может привести к его деструкции, следствием недостаточной температуры будет низкая степень полимеризации. Понимание внутренних процессов, происходящих при изготовлении композитов, является необходимым условием получения качественного материала.

Цель диссертационного исследования состоит в разработке математических моделей взаимосвязанных тепломассообменных процессов в многослойных конструкциях с полимеризационными эффектами и получении решения краевых задач аналитическими и численными методами.

Основные задачи исследования:

1. Разработать математические модели тепломассообмена в цилиндрических МК с учетом полимеризационных эффектов.
2. Найти аналитические решения поставленных краевых задач.
3. Построить конечно-разностные схемы и алгоритмы, основанные на них, для расчета диффузионных полей в МК.
4. Создать программы, реализующие полученные алгоритмы на ПК, и выполнить расчеты пространственно-временных распределений температурных полей.

В работе аналитически и численно решены с учетом перекрестных эффектов задачи для каждого этапа производства полимерных МК. С помощью численных методов также осуществлены расчеты пространственно-временных зависимостей тепловых полей в многослойных конструкциях с конкретными теплофизическими свойствами. **Практическая значимость** работы заключается в том, что на основе проведенных исследований разработаны программы расчета температурных полей многослойного изделия.

Научная новизна исследования состоит в том, что в отличие от большинства работ, посвященных исследованию многослойных конструкций, рассматриваются *взаимосвязанные* процессы теплообмена в МК. Впервые получены аналитические и численные решения этих задач применительно к производству полимерных цилиндрических МК с учетом полимеризации связующего.

Достоверность результатов, полученных в ходе исследований, определяется тем, что в основу положены уравнения тепло- и массообмена, полученные на основе проверенных законов сохранения, а также сопоставлениями теоретических результатов с экспериментальными исследованиями других авторов.

На защиту выносятся:

1. Обобщение аналитического метода конечных интегральных преобразований для решения краевых диффузионных задач с дополнительными источниками в МК.
2. Аналитические решения методом конечных интегральных преобразований краевых задач взаимосвязанного теплообмена с перекрестными эффектами в МК для каждого этапа производства.
3. Модификация метода прогонки в цилиндрической системе координат для решения диффузионных задач в МК с межслоевыми граничными условиями.
4. Численные решения методом конечных разностей линейных и нелинейных краевых задач для МК с условиями сопряжения.
5. Алгоритмы метода прогонки для каждого этапа производства МК, включая случай полимеризации.
6. Программы для расчета теплообменных полей.

Апробация диссертационного исследования. Материалы исследования обсуждались на научных и учебно-методических семинарах и занятиях кафедры математического анализа ФГБОУ ВПО «Оренбургский государственный педагогический университет», а также в форме докладов на конференциях: «Математика. Информационные технологии. Образование»

(Оренбург, 2008), «Проблемы устойчивости биоресурсов: теория и практика» (Оренбург, 2010), «Наука и образование: исследования молодых ученых» (Оренбург, 2010 и 2011 гг).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 15 работ, в том числе 5 статей в журналах, одобренных ВАК РФ для публикации основных результатов диссертационных исследований.

Внедрение результатов исследования. Результаты исследования были использованы при разработке оптимальной установки электрического обеспечения ООО «Спецэлектромонтаж» для производства композиционных материалов. В результате был составлен акт о внедрении в производство с годовым экономическим эффектом в сумме 2 237 тыс. рублей.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, библиографического списка использованной литературы, пяти приложений. Объем работы составляет 156 страниц машинописного текста, 24 рисунка, список литературы содержит 116 ссылок.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность диссертационного исследования, выбор цели и задач исследования, сформулированы положения, выносимые на защиту.

В **первой главе** описывается история появления КМ, их совершенствование с древнейших времен до наших дней, проведена их классификация. Для полимерных КМ детально разобран процесс их становления, история развития. Рассмотрены физико-химические особенности их производства. Описаны различные матрицы композитов.

Наибольшее распространение получили *терморреактивные* синтетические связующие (эпоксидная, полиэфирная, фенолформальдегидная и др. смолы) и *термопластичные* полимеры (полистирол, полиэтилен и др.). Последние уже являются полимерными веществами, в то время как связующие переходят в полимерное состояние, формируя *реактопласт*, непосредственно в процессе изготовления ПКМ, это сокращает производственную цепочку

(получение полимера и его использование осуществляется за одну операцию). Реактопласты в отличие от термопластов имеют развитую пространственную структуру и не могут существовать в вязко-текучем состоянии.

Рассматривается принцип действия термореактивных связующих. Так для эпоксидных смол, молекулы которых содержат не менее одной глицидиловой $-\text{CH}-\text{O}-\text{CH}_2$ и/или эпоксидной $>\text{C}-\text{O}-\text{C}<$ функциональных групп, под действием специальных веществ отвердителей происходит раскрытие, так называемого, «эпоксидного» цикла и связывание структур. Далее рассматриваются различные способы формования изделий.

Также в первой главе проведен обзор отечественных и зарубежных источников по исследуемой проблематике. В отечественной литературе заслуживают внимание следующие исследования. А.В. Лыков и Ю.А. Михайлов применением интегрального преобразования Лапласа получили решения нестационарной теплопроводности для простейших областей (два полуограниченных тела, ограниченное и полуограниченное тела). С применением метода разделения переменных получены решения задачи теплопроводности у Н.М. Беляева, А.А. Рядно, П.В. Булавина, В.М. Кашеева, М.Г. Когана; с использованием функций Грина (метод функций источников) у В.В. Власова. Комбинированием интегральных преобразований и метода функций Грина найдено температурное распределение для двухслойной пластины (Г.Ф. Мучник, И.Б. Рубашов) и для трехслойных тел (А.В. Лыков и Ю.А. Михайлов).

Заслуживает также внимания метод конечных интегральных преобразований, разработанный Н.С. Кошляковым и др. Свое развитие он получил в работах Э.М. Карташова и других ученых. В работах Е.Н. Туголукова метод конечных интегральных преобразований был обобщен на случай многослойных систем. Для приближенных аналитических решений большой вклад сделан А.А. Кудиновым и его учениками.

Во второй главе на основе выполненного обзора поставлены математические модели тепломассообменных процессов, происходящий в многослойных конструкциях при изготовлении композитов для каждого режима изготовления КМ.

Принцип действия ПФ показан на рис. 1. Нагревательные элементы, находящиеся на внешней поверхности ПФ 1, нагревают ее части. В свою очередь они кондуктивно передают тепло МК 3, находящейся в полости ПФ, в процессе изготовления. Одновременно в технологический мешок 2

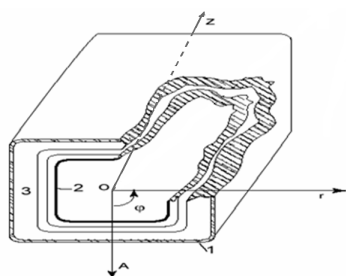


Рис. 1

Формовка лонжерона в пресс-форме

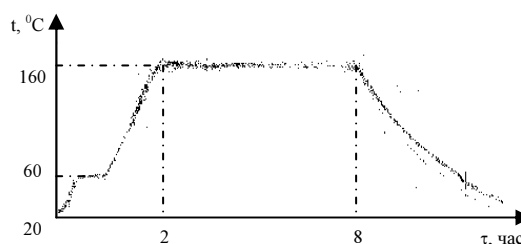


Рис. 2. Обобщенный экспериментальный график зависимости температуры от времени в установках ПФ: τ – время, 20^0 – начальная температура, 60^0 – температура предварительного разогрева, 160^0 – температура режима нагревания.

подается давление. Отметим, что верхнюю часть ПФ фиксируют таким образом, чтобы зазор с нижней частью составлял 0,3 мм, что необходимо для вытекания избыточного связующего. С торцов ПФ закрыта заглушками, и связующее с торцов практически не выходит.

Полный цикл (нагревание, режим, остывание – см. рис. 2) в зависимости от температуры в цехе (от времени года) может составлять до суток.

Моделируя нагрев ПФ, интегральным методом Ханкеля, предварительно построенном на основе бесселевых функций первого и третьего рода [1], решена задача диффузии полого цилиндра

$$T(r, \tau) = T_0 - 2R_1^2 (T_0 - T_c) \sum_i \frac{\bar{1} \cdot \xi_i^2 e^{-\xi_i^2 Fo} + Bi \frac{R_0}{R_1} L_0 \left(\xi_i \frac{R_0}{R_1} \right) \left[1 - e^{-\xi_i^2 Fo} \right]}{R_1^2 - R_0^2 L_0^2 \left(\xi_i \frac{R_0}{R_1} \right) (\xi_i^2 + Bi^2)} L_0 \left(\xi_i \frac{r}{R_1} \right). \quad (1)$$

Здесь a – коэффициент температуропроводности, α – коэффициент теплоотдачи, λ – коэффициент теплопроводности τ – время, R_0 – внутренний

радиус ПФ, R_1 – ее внешний радиус $Fo = \frac{\alpha\tau}{R_1^2}$ – критерий Фурье, $Bi = \frac{\alpha R_1}{\lambda}$ – критерий Био, T_c – температура среды, T – искомая температура.

Построен график (см. рис. 3) для следующих краевых условий: внутренний и внешний радиусы $R_0 = 0,1$ м, $R_1 = 0,2$ м, теплопроводность $\lambda = 240$ Вт/(м·К), удельная теплоемкость $c_p = 896$ Дж/(кг·К), плотность $\rho = 2700$ кг/м³, температуропроводность $a = \frac{\lambda}{\rho C_p} = 9,92 \cdot 10^{-5}$ м²/с, теплоотдача $\alpha = 30$ Вт/(м²·К), температура среды $T_c = 20^\circ$ С, температура внешней поверхности $T_0 = 50^\circ$ С. На нижних осях отложены время (в сек.) и величина радиуса (в м.) в данном случае от 0,1 м до 0,2 м, третья ось – температура в градусах Цельсия.

Изображенная поверхность показывает быстрый рост температуры в направлении от внешней поверхности цилиндра к его внутренней границе вплоть до достижения температуры T_0 . Для выбранных значений нагрев до 48° С произошел за 100 сек. Следовательно, можно сделать вывод, что нагрев происходит достаточно быстро.

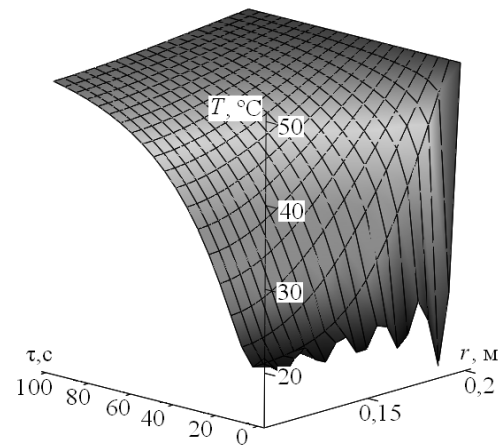


Рис. 3
График температуры при прогреве пресс-формы

Таким образом, принимая металлическую ПФ за идеальный проводник теплоты, была поставлена общая математическая модель взаимосвязанного теплообмена непосредственно только для нагреваемых слоев МК

$$c_{qi}\rho_i \frac{\partial T_i}{\partial \tau} = \text{div}(\lambda_{qi} \nabla T_i) + c_{mi}\rho_i L \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{b_i}{1-b_i} \theta_i \right), \quad (2)$$

$$c_{mi}\rho_i \frac{\partial \theta_i}{\partial \tau} = \text{div}(\lambda_{mi} (1-b_i) \nabla \theta_i), \quad (3)$$

где индекс i означает номер слоя многослойной среды ($i = 1, 2, \dots, n$), τ – время, L – теплота полимеризации, b_i – степень полимеризации i -го слоя, с

начальными условиями равными $T|_{\tau=0} = f(M_0)$, $\theta|_{\tau=0} = g(M_0)$ и для общего потенциала $U = \begin{cases} T \\ \theta \end{cases}$ граничными условиями конструкции на внешней и внутренней поверхностях соответственно

$$\lambda_{U1} \frac{\partial U_1(R_0, \tau)}{\partial r_1} - \alpha_{U1} (U_1(R_0, \tau) - U_{c1}) = 0 \text{ и } \lambda_{UN} \frac{\partial U_N(R_N, \tau)}{\partial r_N} + \alpha_{UN} (U_N(R_N, \tau) - U_{cN}) = 0.$$

На границах слоев взяты условия сопряжения для идеального контакта

$$\begin{cases} T_i|_{M=\Gamma_i^+0} = T_{i+1}|_{M=\Gamma_i^-0}, \\ \lambda_i \nabla T_i|_{M=\Gamma_i^+0} = \lambda_{i+1} \nabla T_{i+1}|_{M=\Gamma_i^-0}, \end{cases} \quad \begin{cases} \theta_i|_{M=\Gamma_i^+0} = \theta_{i+1}|_{M=\Gamma_i^-0}, \\ \lambda_i^\theta \nabla \theta_i|_{M=\Gamma_i^+0} = \lambda_{i+1}^\theta \nabla \theta_{i+1}|_{M=\Gamma_i^-0}. \end{cases} \quad (4)$$

Указанная система учитывает теплоту, выделившуюся от полимеризующегося связующего, начиная с температуры начала образования олигомера/полимера (температура ликвидуса T_{liquid}) до температуры, при которой происходит полная полимеризация связующего (температура солидуса T_{solid}).

Таким образом, ведется учет полимеризации связующего в спектре температур от T_{liquid} до T_{solid} , происходящих в так называемой зоне полимеризации.

До достижения температуры ликвидуса на первом этапе («предварительный нагрев») система рассматривается без дополнительного массообменного слагаемого в уравнении теплопроводности ($b_i = 0$), далее производится учет теплоты полимеризационных переходов до конца второго этапа («режим»), для третьего этапа («остывание») полимеризация завершена и решается только задача теплообмена для однородного полого тела (см. рис. 2).

Описанная система дифференциальных уравнений в совокупности с краевыми условиями полностью определяют основные особенности рассматриваемого единичного процесса. Поставленные математические модели решены аналитически с использованием метода конечных интегральных преобразований

$F(\xi_n, \tau) = \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i}{a_i^2} \int_{R_{i-1}}^{R_i} r_i f_i(r_i, \tau) W_0 \left(\frac{\xi_n}{a_i} r_i \right) dr_i$ (Е.Н. Туголуков, 2004), где

ядро преобразования представляет собой линейную комбинацию функций Бесселя первого и второго родов. Для обобщения этого метода на задачи с дополнительными источниками были вычислены

- ядра интегрального преобразования $W_0\left(\frac{\xi_n}{a_i} r_i\right) = C_i^n J_0\left(\frac{\xi_n}{a_i} r_i\right) + D_i^n Y_0\left(\frac{\xi_n}{a_i} r_i\right)$, где коэффициенты C_i^n , D_i^n и ξ_n для i -й области определены из граничных условий задачи,

- формула обращения $f_i(r_i, \tau) = \frac{\sum_{n=1}^N \bar{f}_i(\xi_n, \tau) W_0\left(\frac{\xi_n}{a_i} r_i\right)}{\sum_{n=1}^N \left\| W_0\left(\frac{\xi_n}{a_i} r_i\right) \right\|^2}$,

- найдены коэффициенты в разложении функции в ряд Фурье-Бесселя.

Применением метода конечных интегральных преобразований получены решения для каждого из трех этапов производства.

Для первого этапа до температуры ликвидуса характерны невязаносвязанные процессы. Следовательно, имеет место общее уравнение

потенциала
$$\frac{\partial U_i(r_i, \tau)}{\partial \tau} = a_i^2 \left(\frac{\partial^2 U_i(r_i, \tau)}{\partial r_i^2} + \frac{1}{r_i} \frac{\partial U_i(r_i, \tau)}{\partial r_i} \right).$$
 Выделив в решении

стационарную и нестационарную часть $U_i(r_i, \tau) = S_i(r_i) + P_i(r_i, \tau)$, получены решения

$$S_i(r_i) = A_i + B_i \ln(r_i), \quad (5)$$

$$P_i(r_i, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{c_n} W_0\left(\frac{\xi_n}{a_i} r_i\right) \left[\sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i}{a_i^2} \int_{R_{i-1}}^{R_i} r_i (f_i(r_i) - S_i(r_i)) W_0\left(\frac{\xi_n}{a_i} r_i\right) dr_i \right] \exp(-\xi_n^2 \tau), \quad (6)$$

где постоянные коэффициенты вычисляются из граничных условий.

Далее, при достижении температуры ликвидуса для задачи МК с полимеризационными эффектами (2)-(4) получено общее решение

$$T_i(r_i, \tau) = A_{qi} + B_{qi} \ln(r_i) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{W_0\left(\frac{\xi_{qn}}{a_{qi}} r_i\right)}{c_{qn}} \left\{ \left[\sum_{i=1}^N \frac{\lambda_{qi}}{a_{qi}^2} \int_{R_{i-1}}^{R_i} r_i (f_i(r_i) - S_{qi}(r_i)) W_0\left(\frac{\xi_{qn}}{a_{qi}} r_i\right) dr_i + \int \bar{H}(\xi_{qn}, \tau) \exp(\xi_{qn}^2 \tau) d\tau \right] \exp(-\xi_{qn}^2 \tau) \right\}, \quad (7)$$

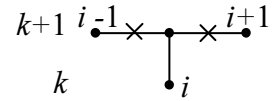
$$\theta_i(r_i, \tau) = A_{mi} + B_{mi} \ln(r_i) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{c_{mn}} W_0 \left(\frac{\xi_{mn}}{A_{mi}} r_i \right) \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_{mi}}{A_{mi}^2} \int_{R_{i-1}}^{R_i} r_i (g_i(r_i) - S_{mi}(r_i)) W_0 \left(\frac{\xi_{mn}}{A_{mi}} r_i \right) dr_i \cdot \exp(-\xi_{mn}^2 \tau), \quad (8)$$

где $H_i(r_i, \tau) = L \frac{c_{mi}}{c_{qi}} \frac{b_i}{1-b_i} \frac{\partial \theta_i}{\partial \tau}$ и $\bar{H}(\xi_{qn}, \tau)$ – образ этой функции, A и B с соответствующими индексами – коэффициенты, получаемые из граничных условий.

И, наконец, для последнего третьего этапа получено решение задачи для единого полого цилиндра $\frac{\partial T_{III}}{\partial \tau} = a_{qIII}^2 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{III}}{\partial r} \right)$ в виде

$$T_{III}(r, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{c_{nIII}} \left\{ W_0^{III} \left(\frac{\xi_{nIII}}{a_{qIII}}, r \right) \int_{R_0}^{R_1} r f_{III}(r) W_0^{III} \left(\frac{\xi_{nIII}}{a_{qIII}}, r \right) dr \cdot \exp(-\xi_{nIII}^2 \tau) \right\}. \quad (9)$$

В третьей главе краевые задачи технологического процесса были решены численными методами. Для решения был выбран метод конечных разностей, сочетающий в себе относительную простоту реализации для рассматриваемой задачи и достаточную точность решения для тел классической формы.



Используя неявную схему, где для сетки k – шаг по времени, i – шаг по радиусу, общее уравнение диффузии в цилиндрической системе координат $c\rho U_\tau = 1/r(\lambda(U)rU_r)_r$ было переписано в виде

$$A_i U_{i-1}^{k+1} - B_i U_i^{k+1} + C_i U_{i+1}^{k+1} = -F_i, \quad \text{где} \quad A_i = \frac{\lambda_{i-0,5}^{k+1} r_{i-0,5}}{r_i h^2 \rho c} \Delta \tau, \quad C_i = \frac{\lambda_{i+0,5}^{k+1} r_{i+0,5} + \lambda_{i-0,5}^{k+1} r_{i-0,5}}{r_i h^2 \rho c} \Delta \tau + 1,$$

$$B_i = \frac{\lambda_{i+0,5}^{k+1} r_{i+0,5}}{r_i h^2 \rho c} \Delta \tau, \quad F_i = U_i^k. \quad \text{Здесь} \quad r_{i+0,5} = 1/2(r_{i+1} + r_i), \quad \lambda_{i+0,5}^{k+1} = 1/2(\lambda_{i+1}^{k+1} + \lambda_i^{k+1}), \quad \text{где}$$

$\lambda_i^{k+1} = \lambda(U_i^{k+1})$. Полученная система решена с помощью метода прогонки, модифицированного

- для учета особенностей на границах слоев (условия сопряжения), а также
- учета нелинейности коэффициента диффузии

$$c_{mj} \rho_j \partial \theta_j / \partial \tau = 1/r_j (\Lambda_{mj} r_j \partial \theta_j / \partial r_j)_{r_j},$$

где $\Lambda_{mj} = \lambda_{mj}(T_j)(1-b_j)$ и j – номер слоя.

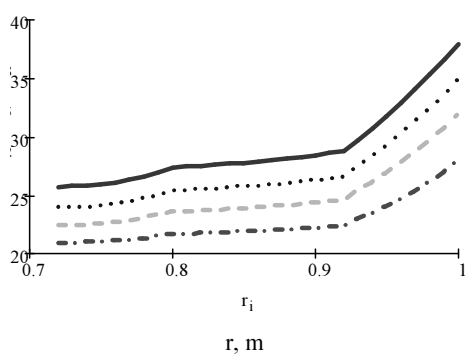


Рис. 4 Графики температуры трехслойной конструкции (снизу вверх) на 8-й, 12-й, 15-й и 18-й минуты с начала нагрева

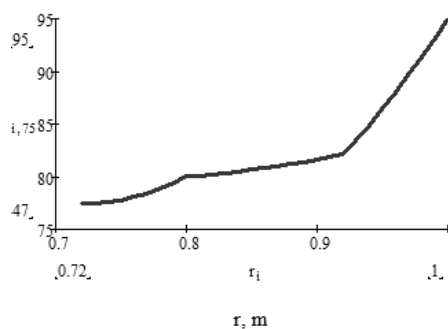


Рис. 5 График температуры трехслойной конструкции после 75-й минуты с начала нагрева

В четвертой главе рассматривается методика решения задач диффузии на практике. С помощью созданных расчетных программ строятся графики отражающие динамику развития теплообменных процессов.

Комплекс программ в инструментальной системе MathCAD составлен для расчета теплообменных полей МК при изготовлении методом формования в ПФ, учитывающий экзотермический характер полимеризации. Приведены тексты основных программ. Блок-схема (см. рис. 6) обозначает основные моменты, использованные в программном комплексе (ввод начальных данных, вычисление прогоночных коэффициентов, послойное вычисление температуры). На рис. 4 показана кривая изменения температуры трехслойной конструкции Сталь – Углеткань – Сталь с толщинами 10 см, 12 см, 8 см соответственно.

Изгибы обусловлены различными теплофизическими характеристиками слоев. С течением времени изгибы становятся более характерными (рис. 5).

В заключении приведены основные результаты диссертации:

1. Разработаны математические модели тепломассообмена цилиндрических МК с учетом полимеризации связующего.
2. Обобщен метод конечных интегральных преобразований на класс задач диффузии в МК с полимеризационными эффектами.

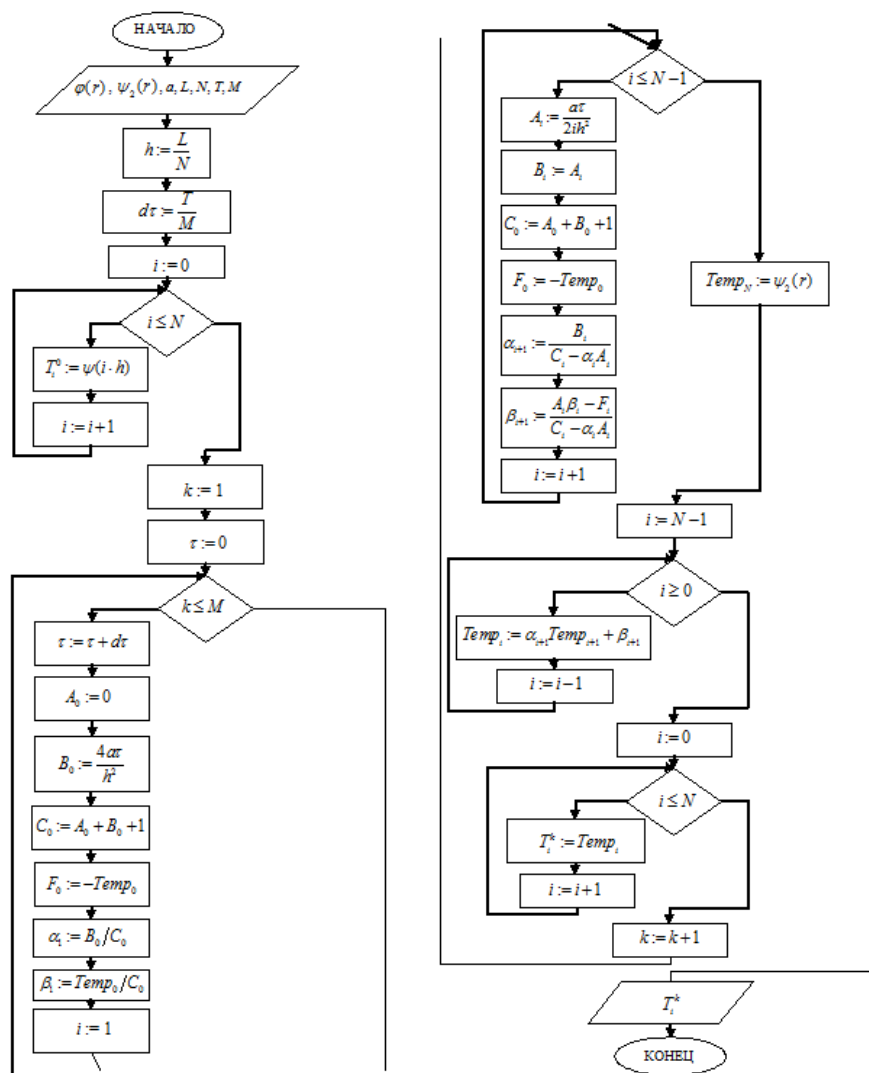


Рис. 6 Блок-схема основного алгоритма расчета диффузионных полей

3. Усовершенствованным методом интегральных преобразований получены решения краевых задач для всех этапов производства.
4. Для МК построены конечно-разностные схемы и алгоритмы для метода прогонки, учитывающей межслоевые граничные особенности.
5. Выполнены расчеты на ПК пространственно-временных температурных распределений.
6. Результаты исследований использованы при разработке оптимального электрического обеспечения установки по формованию композиционных материалов. Получен Акт о внедрении в производство. (*Акт о внедрении в производство ООО «Спецэлектромонтаж» результатов научных исследований и разработок, выполненных в диссертационной работе Трофимова П.А., 2008 г.*).

Таким образом, цель диссертационного исследования, состоящая в разработке математических моделей взаимосвязанных тепломассообменных процессов в многослойных конструкциях с полимеризационными эффектами и получении решения краевых задач аналитическими и численными методами, достигнута. Проведены исследования и расчеты процесса тепломассообмена в многослойных конструкциях из композиционного материала. Разработаны методы расчета тепломассообмена в многослойных конструкциях из композиционного материала и программы MathCAD для получения решения тепломассообменных задач в МК. Разработанные и развитые в работе аналитические и численные методы исследования процессов тепломассообмена в многослойных конструкциях из композиционного материала представляют интерес для инженерной практики расчета и проектирования теплообменных установок различного назначения.

**Основные положения и результаты диссертационного исследования
отражены в следующих публикациях:**

Публикации в научных изданиях и журналах, рекомендуемых ВАК РФ:

1. *Трофимов, П.А.* Обратное преобразование Ханкеля для смешанной краевой задачи на конечном интервале / В.Н. Козлов, П.А. Трофимов, А.И. Акимов // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. – СПб, 2011. – №1(116). – с. 71-77
2. *Трофимов, П.А.* Моделирование прогрева промышленной установки используемой при изготовлении лонжеронов / В.Н. Козлов, П.А. Трофимов, А.И. Акимов // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. – СПб, 2011. – №3(129). – с. 57-60
3. *Трофимов, П.А.* Особенности выделения связующих материалов в многослойных конструкциях / П.А. Трофимов // Известия ЮФУ. Технические науки. – Таганрог, 2012. – №1 январь. – с. 48-52
4. *Трофимов, П.А.* Решение сопряженной задачи тепломассообмена методом интегральных преобразований / И.А Акимов, С.А. Саратов, А.А. Аносов, П.А. Трофимов // Инженерная физика. – М., 2009. – №4. – с. 7-8

5. *Трофимов, П.А.* Расчет температурного поля цилиндрического тела на основе улучшенной сходимости рядов Фурье-Бесселя / П.А. Трофимов, А.И. Акимов // Вестник ОГУ. – Оренбург, 2011. – №17/декабрь. – с.366-368

Научные статьи и материалы выступлений на конференциях:

6. *Трофимов, П.А.* Массообмен в многослойных конструкциях / П.А. Трофимов, Л.Х. Абдулхаликова // Наука и образование: исследования молодых ученых : сборник статей аспирантов ОГПУ. – Оренбург: Изд-во ГУ РЦРО, 2010. – с. 58-60
7. *Трофимов, П.А.* Преобразование Ханкеля на основе цилиндрических функций I и III рода / П.А. Трофимов, С.А. Саратов // Наука и образование: исследования молодых ученых: сборник статей аспирантов ОГПУ. – Оренбург: Изд-во ГУ РЦРО, 2011. – с. 96-98
8. *Трофимов, П.А.* Применение метода изотермических поверхностей для решения задач тепломассообмена в многослойных конструкциях с изменяющимся агрегатным состоянием материалов / А.И. Акимов, С.А. Саратов, И.Р. Мурзагулов, П.А. Трофимов // Математика. Информационные технологии. Образование : сборник научных трудов. – Оренбург: Изд-во ОГУ, 2008. – с. 23-30
9. *Трофимов, П.А.* Механический контроль крутки лонжерона лопастей ветроэнов изготавливаемых методом полимеризации и расчет показателей надежности / А.И. Акимов, И.Р. Мурзагулов, С.А. Саратов, П.А. Трофимов // Проблемы устойчивости биоресурсов: теория и практика: материалы 3-й международной научно-практической конференции. – Оренбург: Изд. центр ОГАУ, 2010. – с. 413-416
10. *Трофимов, П.А.* Термонапряжение в композиционных материалах / Л.Х. Абдулхаликова, П.А. Трофимов // Проблемы устойчивости биоресурсов: теория и практика : материалы 3-й международной научно-практической конференции. – Оренбург: Изд. центр ОГАУ, 2010. – с. 428-433

11. *Трофимов, П.А.* Испытания на межслоевой сдвиг композиционных материалов / А.И. Акимов, И.Р. Мурзагулов, С.А. Саратов, П.А. Трофимов // Проблемы устойчивости биоресурсов: теория и практика : материалы 3-й международной научно-практической конференции. – Оренбург: Изд. центр ОГАУ, 2010. – с. 433-437
12. *Трофимов, П.А.* О некоторых свойствах интегрального преобразования Ханкеля для смешанной краевой задачи в конечных пределах / П.А. Трофимов, А.И. Акимов // Вестник ОГПУ. – Оренбург, 2011. – №2(58). – с. 8-12
13. *Трофимов, П.А.* Математические модели надежности технических объектов / П.А. Трофимов, А.И. Акимов, Ю.А. Мироненко // Вестник ОГПУ. – Оренбург, 2011. – №4(60). – с. 4-7
14. *Трофимов, П.А.* Математическое моделирование теплообмена и термоупругости в пористой среде / С.А. Саратов, П.А. Трофимов // Вестник ОГПУ, №2(58) Оренбург, Изд-во ОГПУ, 2011 с. 5-8
15. *Трофимов, П.А.* Изготовление композиционных материалов для летательных аппаратов / П.А. Трофимов// Вестник ОГПУ. – Оренбург, 2011. – №3(59). – с. 17-20