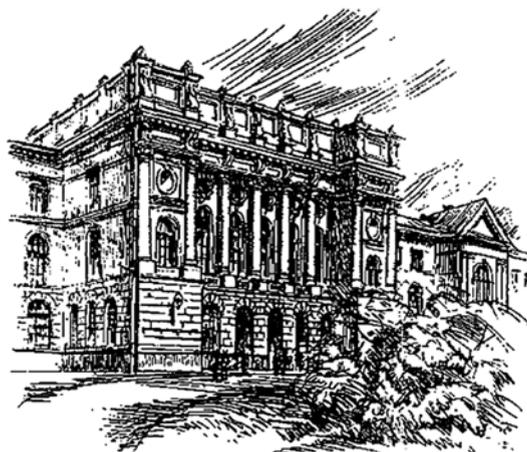


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ



НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Физико-математические
науки

4-1(182) 2013

Издательство Политехнического университета
Санкт-Петербург
2013

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

Васильев Ю.С., академик РАН, Президент СПбГПУ – председатель;
Алферов Ж.И., академик РАН – зам. председателя; *Костюк В.В.*, академик РАН;
Лагарьков А.Н., академик РАН; *Лопота В.А.*, чл.-кор. РАН; *Окрепилов В.В.*, академик РАН;
Патон Б.Е., академик РАН и НАН Украины; *Примаков Е.М.*, академик РАН;
Рудской А.И., чл.-кор. РАН; *Федоров М.П.*, академик РАН.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Васильев Ю.С., академик РАН, Президент СПбГПУ – главный редактор;
Арсеньев Д.Г., д-р техн. наук, профессор; *Бабкин А.В.*, д-р экон. наук, профессор – зам. гл. редактора;
Боронин В.Н., д-р техн. наук, профессор; *Глухов В.В.*, д-р экон. наук, профессор;
Детярева Р.В., д-р истор. наук, профессор; *Иванов А.В.*, д-р техн. наук, профессор;
Иванов В.К., д-р физ.-мат. наук, профессор; *Козловский В.В.*, д-р физ.-мат. наук, профессор;
Райчук Д.Ю. – зам. гл. редактора; *Юсупов Р.М.*, чл.-кор. РАН.

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ ЖУРНАЛА

Алферов Ж.И., академик РАН — председатель;
Боровков А.И., проректор по перспективным проектам;
Варшалович Д.А., академик РАН;
Глухих В.А., академик РАН;
Жуков А.Е., чл.-кор. РАН — зам. председателя;
Иванов В.К., д-р физ.-мат. наук, профессор;
Индейцев Д.А., чл.-кор. РАН;
Рудской А.И., чл.-кор. РАН — зам. председателя;
Рутберг Ф.Г., академик РАН;
Сулис Р.А., академик РАН.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА

Иванов В.К., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбГПУ, СПб., Россия – председатель;
Антонов В.И., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбГПУ, СПб., Россия;
Блинов А.В., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбГПУ, СПб., Россия;
Капралова В.М., канд. физ.-мат. наук, доцент, СПбГПУ, СПб., Россия – ответственный секретарь;
Кожевников Н.М., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбГПУ, СПб., Россия;
Козловский В.В., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбГПУ, СПб., Россия;
Остряков В.М., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбГПУ, СПб., Россия;
Самойлов В.О., чл.-кор. РАН, профессор, СПбГПУ, СПб., Россия;
Соловьёв А.В., д-р физ.-мат. наук, профессор, Франкфуртский ун-т им. И.В. Гёте,
Франкфурт-на-Майне, Германия;
Таганцев А.К., д-р физ.-мат. наук, профессор, Швейцарский федеральный институт технологий,
Лозанна, Швейцария;
Топтыгин И.Н., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбГПУ, СПб., Россия;
Тропп Э.А., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбГПУ, СПб., Россия;
Фирсов Д.А., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбГПУ, СПб., Россия;
Фотиади А.Э., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбГПУ, СПб., Россия – зам. председателя

Журнал с 1995 года издается под научно-методическим руководством Российской академии наук.

Журнал с 2002 г. входит в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук.

Сведения о публикациях представлены в Реферативном журнале ВИНТИ РАН, в международной справочной системе «Ulrich's Periodical Directory».

С 2008 года выпускается в составе сериального периодического издания «Научно-технические ведомости СПбГПУ» ISSN 1994-2354.

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор). Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-52144 от 11 декабря 2012 г.

Подписной индекс **71823** в каталоге «Газеты. Журналы» Агентства «Роспечать».

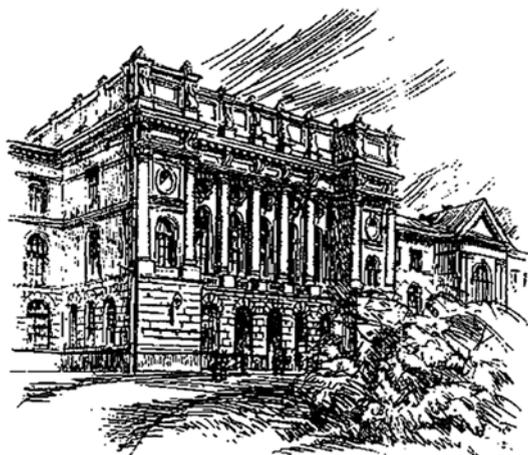
Журнал включен в базу данных «Российский индекс научного цитирования» (РИНЦ), размещенную на платформе Научной электронной библиотеки на сайте <http://www.elibrary.ru>

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

Точка зрения редакции может не совпадать с мнением авторов статей.

Адрес редакции и издательства: Россия, 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.
Тел. редакции (812) 294-22-85.

THE MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF THE RUSSIAN FEDERATION



ST. PETERSBURG STATE
POLYTECHNICAL UNIVERSITY
JOURNAL

Physics
and Mathematics

4-1(182) 2013

Polytechnical University Publishing House
Saint Petersburg
2013

ST. PETERSBURG STATE POLYTECHNICAL UNIVERSITY JOURNAL

EDITORIAL COUNCIL

Yu.S. Vasiliev – full member of RAS, President of St. Petersburg State Polytechnical University, editor-in-chief;
Zh.I. Alferov – full member of RAS; *V.V. Kostjuk* – full member of RAS;
A.N. Lagarkov – full member of RAS;
V.A. Lopota – corresponding member of RAS; *V.V. Okrepilov* – full member of RAS;
B.E. Paton – full member of RAS and NAS of Ukraine; *E.M. Primakov* – full member of RAS;
A.I. Rudskoy – corresponding member of RAS;
M.P. Fedorov – full member of RAS.

EDITORIAL BOARD

Yu.S. Vasiliev – full member of RAS, President of St. Petersburg State Polytechnical University, editor-in-chief;
D.G. Arseniev – Dr.Sc.(tech.), prof.;
A.V. Babkin – Dr.Sc. (econ.), prof., deputy editor-in-chief; *V.N. Boronin* – Dr.Sc.(tech.), prof.;
V.V. Glukhov – Dr.Sc. (econ.), prof.;
R.V. Degtyareva – Dr.Sc. (history), prof.;
A.V. Ivanov – Dr.Sc.(tech.), prof.; *V.K. Ivanov* – Dr.Sc.(phys.-math.), prof.;
V.V. Kozlovsky – Dr.Sc.(phys.-math.), prof.; *D.Yu. Raychuk* – deputy editor-in-chief;
R.M. Yusupov – corresponding member of RAS.

PHYSICS AND MATHEMATICS

JOURNAL EDITORIAL COUNCIL

Zh.I. Alferov – full member of RAS, head of the editorial council;
A.I. Borovkov – vice-rector for perspective projects;
D.A. Varshalovich – full member of RAS; *V.A. Glukhikh* – full member of RAS;
A.Ye. Zhukov – corresponding member of RAS, deputy head of the editorial council;
V.K. Ivanov – Dr.Sc.(phys.-math.), prof.; *D.A. Indeitsev* – corresponding member of RAS;
A.I. Rudskoy – corresponding member of RAS, deputy head of the editorial council;
Ph.G. Rutberg – full member of RAS;
R.A. Suris – full member of RAS.

JOURNAL EDITORIAL BOARD

V.K. Ivanov – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbSPU, St. Petersburg, Russia – head of the editorial board;
V.I. Antonov – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbSPU, St. Petersburg, Russia;
A.V. Blinov – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbSPU, St. Petersburg, Russia;
D.A. Firsov – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbSPU, St. Petersburg, Russia;
A.E. Fotiadi – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbSPU, St. Petersburg, Russia – deputy head of the editorial board;
V.M. Kapralova – Candidate of Phys.-Math. Sc., associate prof., SPbSPU, St. Petersburg, Russia – executive secretary;
N.M. Kozhevnikov – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbSPU, St. Petersburg, Russia;
V.V. Kozlovsky – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbSPU, St. Petersburg, Russia;
V.M. Ostryakov – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbSPU, St. Petersburg, Russia;
V.O. Samoilov – corresponding member of RAS, prof., SPbSPU, St. Petersburg, Russia;
A.V. Solovyev – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., Johann Wolfgang Goethe University Frankfurt am Main, Germany;
A.K. Tagantsev – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne, Switzerland;
I.N. Toptygin – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbSPU, St. Petersburg, Russia;
E.A. Tropp – Dr. Sc. (phys.-math.), prof., SPbSPU, St. Petersburg, Russia

The journal is published under the scientific and methodical guidance of RAS since 1995.

The journal is included in the List of leading peer-reviewed scientific journals and other editions to publish major findings of theses for the research degrees of Doctor of Sciences and Candidate of Sciences.

The publications are presented in the VINITI RAS Abstract Journal and Ulrich's Periodical Directory International Database.

The journal is published since 2008 as part of the periodical edition 'Nauchno-tehnicheskie vedomosti SPb-GPU' (ISSN 1994-2354).

The journal is registered with the Federal Service for Supervision in the Sphere of Telecom, Information Technologies and Mass Communications (ROSKOMNADZOR). Certificate ПИ № ФС77-52144 issued December 11, 2012.

Subscription index **71823** in the «Journals and Magazines» catalogue, Rospechat agency.

The journal is in the Russian Science Citation Index (RSCI) database.

© Scientific Electronic Library (<http://www.elibrary.ru>).

No part of this publication may be reproduced without clear reference to the source.

The views of the authors may not represent the views of the Editorial Board.

Address: 195251 Politekhnicheskaya St. 29, St. Petersburg, Russia.

Phone: (812) 294-22-85.

© St. Petersburg State Polytechnical University, 2013

Содержание

Физика конденсированного состояния

- Ильинский А.В., Кастро Р.А., Набиуллина Л.А., Пашкевич М.Э., Шадрин Е.Б.** *Магнитооптические эффекты в нелегированных кристаллах силиката висмута*..... 9
- Родный П.А., Черненко К.А., Климова О.Г., Горохова Е.И.** *Влияние термообработки на зеленую рентгенолюминесценцию порошков оксида цинка*..... 21
- Корнышов Г.О., Сахаров А.В., Николаев А.Е.** *Влияние концентрации алюминия в барьерном слое на свойства светодиодов зеленого диапазона на основе нитрида индия-галлия-алюминия* 31

Атомная физика, физика кластеров и наноструктур

- Ракчеева Л.П., Сердобинцев П.Ю., Беляева А.А., Шевкунов И.А., Пастор А.А., Ходорковский М.А.** *Электронная структура возбужденных молекул аргон-ксенон в спектральной области вблизи возбужденных состояний ксенона*..... 37

Приборы и техника физического эксперимента

- Агроскин В.Я., Бравый Б.Г., Васильев Г.К., Каштанов С.А., Макаров Е.Ф., Сотниченко С.А., Чернышев Ю.А.** *Конечный DF-CO₂-усилитель мультитераваттной пикосекундной десятимикронной лазерной системы* 48
- Вощула И.В., Длугунович В.А., Жумарь А.Ю.** *Обратное рассеяние поляризованного лазерного излучения терморегулирующими покрытиями и конструкционными материалами*..... 56
- Лебедева Ж.С., Шуракова Ю.Б.** *Выбор системы коллимации и рассеяния протонной офтальмологии с целью гарантии ее качества* 66
- Маковецкий А.А., Замятин А.А., Иванов Г.А., Шилов И.П.** *Вытяжка капилляров и оптических волокон с использованием высокотемпературной печи с азимутально-неоднородным профилем температурного поля*..... 72

Физическая электроника

- Лапшин В.Ф., Пелли А.В.** *Анализ применимости диффузионного приближения для расчета радиационных характеристик газовых разрядов высокого давления*..... 83
- Голиков Ю.К., Соловьёв К.В.** *Аналитическое свивание элементов ионно-оптических систем с идеальной пространственно-временной фокусировкой*..... 88

Физическая оптика

- Князьков А.В., Кукуричкин В.А.** *Влияние температуры на когерентность излучения полупроводниковых лазеров*..... 93
- Князьков А.В.** *Измерение наведенного двулучепреломления электрооптических материалов по модуляции коэффициента отражения света* 100
- Журихина В.В., Садриева З.Ф.** *Формирование канальных оптических волноводов при поляризации стекол*..... 105

Физика молекул

- Степанова Т.П., Карпенко Е.Д., Капралова В.М.** Дипольные моменты *N*-метилпирролидона в жидком состоянии и в разбавленном водном растворе..... 112

Ядерная физика

- Бердников Я.А., Ребякова В.А., Спирин Д.О.** Фоновые процессы при регистрации событий когерентного фоторождения J/ψ -мезонов в ультрапериферических столкновениях протонов..... 117
- Бердников А.Я., Головин А.В., Иванищев Д.А., Котов Д.О., Рябов В.Г., Рябов Ю.Г.** Измерение факторов ядерной модификации для электронов от полупертоновых распадов частиц, содержащих тяжелые кварки..... 123

Математика

- Зяц О.И.** Применение уравнения Пугачёва – Свешникова к исследованию кусочно-линейных стохастических систем, линейных в полупространствах..... 128
- Козлов В.Н.** Операторы минимизации нормы на компактных множествах евклидова пространства 143

Астрофизика

- Чариков Ю.Е., Шабалин А.Н., Кудрявцев И.В.** Жесткое рентгеновское излучение ускоренных электронов в петлевой структуре магнитного поля во время солнечных вспышек..... 154

Семинар «Фундаментальные проблемы интенсивной пластической деформации кристаллических твердых тел»

- Рыбин В.В.** Фундаментальные проблемы интенсивной пластической деформации кристаллических твердых тел..... 166
- Дегтярев М.В., Чащухина Т.И., Воронова Л.М.** Эволюция структуры металлов и сплавов при деформации в наковальнях Бриджмена..... 170
- Клевцов Г.В., Ганеев А.В., Семенова И.П., Валиев Р.З.** Особенности ударного разрушения ультрамелкозернистых материалов, полученных при интенсивной пластической деформации 182
- Мулюков Р.Р., Имаев Р.М., Назаров А.А.** Принципы получения ультрамелкозернистых материалов 190
- Утяшев Ф.З.** Особенности интенсивной пластической деформации и структурообразования металла..... 204
- Бродова И.Г., Петрова А.Н.** Структурообразование в алюминиевых сплавах при взрывной деформации 213

Contents

Condensed Matter Physics

Ilinskiy A.V., Kastro R.A., Nabiullina L.A., Pashkevich M.E., Shadrin E.B. <i>Magneto-optical effects in undoped bismuth silicate crystals</i>	9
Rodnyi P.A., Chernenko K.A., Klimova O.G., Gorokhova E.I. <i>The annealing effect on green X-ray luminescence of zinc oxide powders</i>	21
Kornyshev G.O., Sakharov A.V., Nikolaev A.E. <i>Influence of aluminum content in blocking layer on properties of green InGaAlN LEDs</i>	31

Atom Physics and Physics of Clusters and Nanostructures

Rakcheeva L.P., Serdobintsev P.Yu., Beliaeva A.A., Shevkunov I.A., Pastor A.A., Khodorkovskii M.A. <i>The electronic structure of excited argon-xenon molecules in the spectral region near xenon excited states</i>	37
---	----

Experimental Technique and Devices

Agroskin V.Ya., Bravy B.G., Vasiliev G.K., Kashtanov S.A., Makarov E.F., Sotnichenko S.A., Chernyshev Yu.A. <i>A final DF-CO₂ amplifier of the multi-terawatt picosecond 10 micrometer laser system</i>	48
Voschula I.V., Dlugunovich V.A., Zhumar A.Yu. <i>Backscattering of polarized laser radiation by thermal control coatings and constructional materials</i>	56
Lebedeva Zh.S., Shurakova Yu.B. <i>Quality assurance of proton ophthalmology: selection of collimation and scattering systems</i>	66
Makovetskii A.A., Zamyatin A.A., Ivanov G.A., Shilov I.P. <i>Drawing of capillaries and optical fibers using high-temperature furnace with nonuniform azimuthal profile of temperature field</i>	72

Physical Electronics

Lapshin V.F., Pelli A.V. <i>Applicability analysis of diffusion approach for calculation of radiative characteristics of the high pressure gas discharge</i>	83
Golikov Yu.K., Solovyev K.V. <i>Analytical connection of ideal space-time focusing ion system elements</i> ..	88

Physical Optics

Kniazkov A.V., Kukurichkin V.A. <i>Temperature effects upon coherence of semiconductor lasers emission</i>	93
Kniazkov A.V. <i>The measurement of the induced birefringence of electrooptic materials through the modulation of light reflection coefficient</i>	100
Zhurikhina V.V., Sadrieva Z.F. <i>Formation of channel optical waveguides under the glass poling</i>	105

Physics of Molecules

Stepanova T.P., Karpenko E.D., Kapralova V.M. <i>Dipole moments of N-methylpyrrolidone in liquid state and in dilute aqueous solution</i>	112
--	-----

Nuclear Physics

Berdnikov Ya.A. , Rebyakova V.A., Spirin D.O. <i>Background processes while monitoring coherent J/ψ-mesons photoproduction events in ultraperipheral proton-proton collisions</i>	117
Berdnikov A.Ya., Golovin A.V., Ivanishchev D.A., Kotov D.O., Ryabov V.G., Ryabov Yu.G. <i>Nuclear modification factors for electrons from decays of particles containing heavy quarks</i>	123

Mathematics

Zayats O.I. <i>Analysis of piecewise linear stochastic systems in half-spaces by means of the Pugachev – Sveshnikov equation</i>	128
Kozlov V.N. <i>Norm minimization operators for compact sets in Euclidean space</i>	143

Astrophysics

Charikov Yu.E., Shabalin A.N., Kudryavtsev I.V. <i>Hard X-rays in solar flaring loops from accelerated electron beams</i>	154
--	-----

«Fundamental Problems of Intensive Plastic Deformation of Crystalline Solids» Seminar

Rybin V.V. <i>Fundamental problems of intensive plastic deformation of crystalline solids</i>	166
Degtyarev M.V., Chashchukhina T.I., Voronova L.M. <i>Structure evolution of metals and alloys under deformation in Bridgeman anvils</i>	170
Klevtsov G.V., Ganeev A.V., Semenova I.P., Valiev R.Z. <i>Shock deformation of ultrafine-grained materials under intensive plastic deformation</i>	182
Muliukov R.R., Imaev R.M., Nazarov A.A. <i>Principles of fabrication of ultrafine-grained materials</i>	190
Utiashev F.Z. <i>Intensive plastic deformation and structure formation of metal</i>	204
Brodova I.G., Petrova A.N. <i>Structure formation in aluminum alloys under explosive deformation</i>	213

УДК 537.632.3

*А.В. Ильинский, Р.А. Кастро, Л.А. Набиуллина,
М.Э. Пашкевич, Е.Б. Шадрин***МАГНИТООПТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В НЕЛЕГИРОВАННЫХ
КРИСТАЛЛАХ СИЛИКАТА ВИСМУТА***A.V. Ilinskiy¹, R.A. Kastro², L.A. Nabiullina²,
M.E. Pashkevich³, E.B. Shadrin¹*¹ Ioffe Physical Technical Institute of the Russian Academy of Sciences,
26 Polytekhnicheskaya St., St. Petersburg, 194021, Russia.² Herzen State Pedagogical University of Russia,
48 Moyka Emb., St. Petersburg, 191186, Russia.³ St. Petersburg State Polytechnical University,
29 Polytekhnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia**MAGNETOOPTICAL EFFECTS IN UNDOPED BISMUTH SILICATE CRYSTALS**

Исследованы эффект Фарадея и полярный магнитооптический эффект Керра в нелегированном нецентросимметричном кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$. Установлено, что зависимость угла поворота плоскости поляризации от индукции магнитного поля для обоих эффектов нелинейна. Результаты интерпретированы в рамках модели комбинированного электромагнитогирационного эффекта. Электрогирационная часть вклада в угол поворота связывается с формированием продольного внутреннего электрического поля, индуцированного оптической ориентацией спинов. Показано, что в суммарный гириационный эффект вносит вклад магнетизм неподеленных электронных пар (Bi–O)-гептаэдров.

СИЛЛЕНИТЫ, ЭФФЕКТ ФАРАДЕЯ, МАГНИТООПТИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ КЕРРА, ГИРАЦИЯ.

The Faraday and the polar magneto-optical Kerr effects in undoped $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ (BSO) crystals have been investigated. The dependence of a turn angle of polarization plane on magnetic induction for both effects was established to be nonlinear. The results were interpreted within the framework of combined electromagnetogyration model. Electrogyration part of the contribution was due to the formation of the longitudinal internal electric field induced by optical spin orientation. It was shown that magnetism of nonshared electronic pairs of Bi–O heptaedra made the contribution in the total gyration of BSO crystal.

SILLENITES, FARADAY EFFECT, MAGNETOOPTICAL KERR EFFECT, GYRATION.

Данная работа посвящена исследованию эффекта Фарадея и магнитооптического эффекта Керра в специально нелегированных кристаллах силиката висмута $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ (далее

BSO), которые относятся к классу кубических нецентросимметричных оксидов вида $\text{Bi}_{12}\text{MO}_{20}$ (M: Si, Ge, Ti) и по симметрии кристаллической решетки принадлежат к

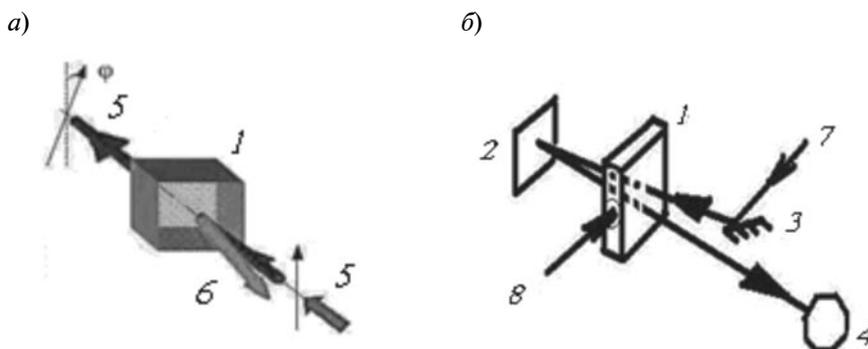


Рис. 1. Оптические схемы наблюдения магнитооптических эффектов:
a – эффекта Фарадея для проходящего зондирующего луча 5 и магнитооптического эффекта Керра для отраженного луча 6 ($\lambda = 633$ нм); *б* – эффекта Фарадея при двойном прохождении образца зондирующим светом 7 при фотоактивной подсветке 8 ($\lambda = 532$ нм); 1 – образец BSO; 2, 3 – зеркала, 4 – призма Волластона

пространственной группе $I 23$ [1].

Образцы и методика эксперимента

Исследование эффекта Фарадея и магнитооптического эффекта Керра проведены на образцах, выращенных методом Чохральского и имеющих размеры $10 \times 10 \times 1$ мм. Зондирующий луч гелий-неонового лазера падал перпендикулярно поверхности $\{100\}$. На рис. 1, *a* представлена принципиальная схема проведенных магнитооптических измерений; на рис. 1, *б* изображен ход лучей в эксперименте по изучению влияния внешней подсветки на эффект Фарадея в BSO.

Угол поворота φ плоскости поляризации (см. рис. 1, *a*) определяется выражением

$$\varphi = (n_+ - n_-) \pi l / \lambda, \quad (1)$$

где n_+ , n_- – коэффициенты преломления право- и левозакрученных компонент линейно-поляризованного света; λ – длина волны лазерного излучения; l – толщина образца вдоль направления распространения света.

При исследовании эффекта Фарадея луч гелий-неонового лазера ($\lambda = 633$ нм) дважды проходил образец: в прямом направлении (когда волновой вектор электромагнитной

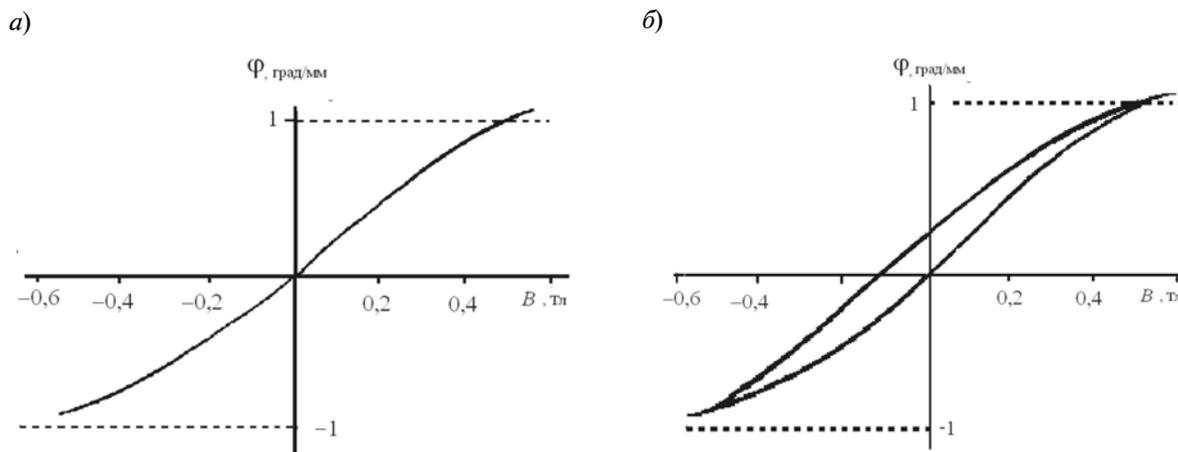


Рис. 2. Эффект Фарадея в кристалле BSO: *a* – зависимость угла поворота плоскости поляризации излучения гелий-неонового лазера от величины индукции магнитного поля B ; полное время регистрации кривой – 30 мин, постоянная времени системы регистрации – 4 мин; *б* – «динамическая» петля гистерезиса; время записи петли – 10 с, постоянная времени системы регистрации – 0,5 с

волны совпадал с направлением вектора индукции магнитного поля) и обратном (для исключения влияния естественной гирации на результаты эксперимента).

Результаты эксперимента

Эффект Фарадея. На рис. 2,а представлена зависимость угла поворота плоскости поляризации зондирующего луча ($\lambda = 633$ нм) от величины индукции магнитного поля для кристалла BSO вдоль направления $\langle 100 \rangle$.

Следует отметить отсутствие статических гистерезисных явлений, а также наличие асимметрии ветвей кривой и их нелинейность.

«Динамическая» петля гистерезиса. На рис. 2, б представлена одна из петель «динамического» (изменяющегося во времени) гистерезиса угла поворота плоскости поляризации. Время записи ветви петли составляло 10 с, постоянная времени регистрирующей системы – 0,5 с. В любой точке петли при остановке сканирования наблюдалось явление релаксации верхней ветви кривой к нижней (время релаксации $\tau = 100$ с), совпадающей с кривой, представленной рис. 2, а.

Влияние подсветки на магнитооптические эффекты. При подсветке образца BSO лазерным излучением с длиной волны из области эффективной генерации фотоэлектронов ($\lambda = 532$ нм, плотность мощности $M = 100$ мВт/мм²) было обнаружено 30-процентное изменение величины угла поворота плоскости поляризации в магнитном поле с индукцией 0,02 Тл. Плотность мощности зондирующего излучения с длиной волны $\lambda = 633$ нм составляла 5 мВт/мм². При совпадении направлений вектора \mathbf{V} индукции магнитного поля и волнового вектора \mathbf{k} электромагнитного излучения подсветка уменьшала угол поворота, в противоположном случае – увеличивала.

При выключении подсветки наблюдалось явление релаксации (с временем $\tau = 100$ с) измененного подсветкой значения угла поворота ϕ к исходному значению. Типичная кинетическая кривая (рис. 3), получена при $|\mathbf{V}| = 0,02$ Тл, плотности мощно-

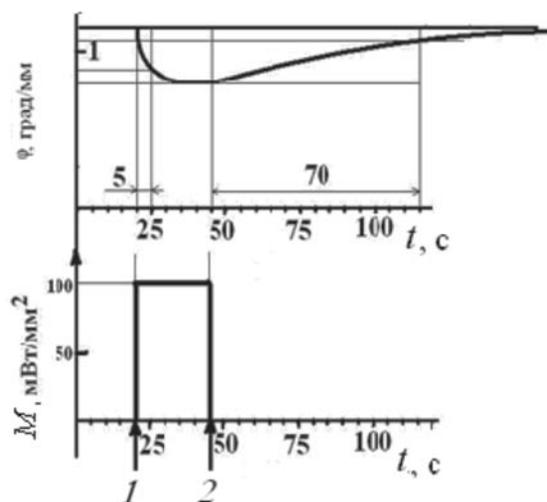


Рис. 3. Кинетика изменения угла поворота плоскости поляризации в эффекте Фарадея кристалла BSO под влиянием подсветки фотоактивным светом с плотностью мощности $M = 100$ мВт/мм² ($\lambda = 532$ нм). Индукция магнитного поля – 0,02 Тл; 1 – подсветка включена, 2 – выключена

сти подсветки $M = 100$ мВт/мм² ($\lambda = 532$ нм). При $|\mathbf{V}| = 0,3$ Тл изменение $\Delta\phi$ угла составляло 10 %.

Четность изменения угла поворота плоскости поляризации во внешнем магнитном поле под влиянием подсветки. Знак изменения угла поворота под влиянием подсветки не зависит от направления вектора \mathbf{V} индукции магнитного поля: облучение при одном направлении магнитного поля приводит к уменьшению, при другом – к увеличению угла ϕ . Отсюда следует, что подсветка действует на некоторый векторный гирационный фактор, направление которого не связано с направлением магнитного поля.

Магнитооптический эффект Керра. На рис. 4 представлена кривая зависимости от $|\mathbf{V}|$ угла поворота плоскости поляризации луча, отраженного от образца BSO, в полярном магнитооптическом эффекте Керра. На упомянутой зависимости имеется горизонтальный участок, присутствуют выраженные асимметрия ветвей кривой и «динамический» гистерезис, а также изменение угла поворота ϕ при наличии фотоактивной подсветки.

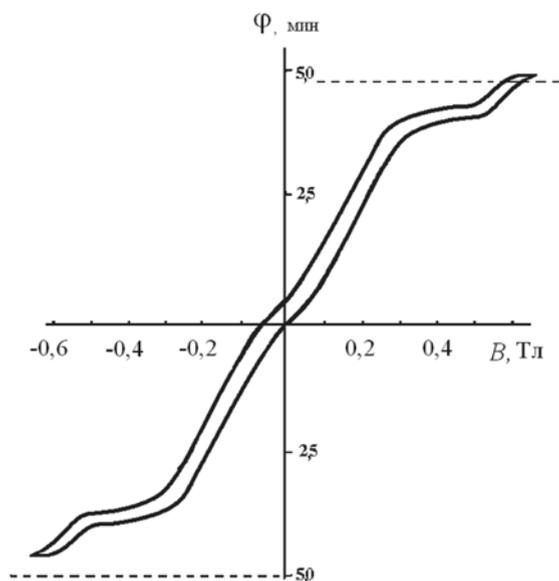


Рис. 4. Магнитооптический эффект Керра на кристалле BSO.

Полное время записи петли гистерезиса – 20 с; постоянная времени регистрирующей системы – 1 с

Основные положения схемы интерпретации результатов

1. В величину угла поворота, помимо киральных свойств кристаллической решетки, дают существенный вклад киральные свойства хромофорных молекулярных групп,

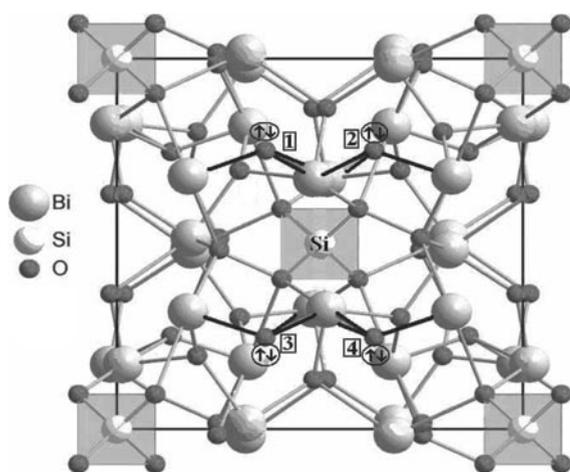


Рис. 5. Элементарная ячейка кристалла BSO ($\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$).

Для четырех гектаэдров с ионами кислорода показаны его неподеленные электронные пары ($\uparrow\downarrow$), не участвующие в образовании химических связей

а именно (Bi–O)-гектаэдров [2] (рис. 5).

2. Атомы кислорода в кристалле BSO расположены в центрах октаэдров (рис. 6 [2]) и находятся в состоянии $2s^2(1)2p^4(3)$ -гибридизации, причем две из четырех гибридных орбиталей содержат по одной неподеленной паре электронов (в скобках указаны числа задействованных в гибридации атомных орбиталей).

Наличие неподеленных электронных пар многократно усиливает магнитный отклик материала и делает его нелинейным. Это обусловлено прецессией в магнитном поле одиночного спина в составе σ -связи кислорода [3]. Прецессия инициирует вовлечение орбитального магнитного момента неподеленных пар в суммарный магнитный момент системы. Принципиальным для такого вовлечения является высокое значение константы Λ спин-орбитальной связи в атоме кислорода [4], дополнительно многократно увеличенной за счет его взаимодействия с висмутом [5].

Действительно, отклонение g -фактора, определяющего магнитный отклик материала, от чисто спинового значения определяется в простейшем случае выражением

$$g = g_s - g_s(a\Lambda/\Delta E), \quad (2)$$

где Λ – константа спин-орбитальной свя-

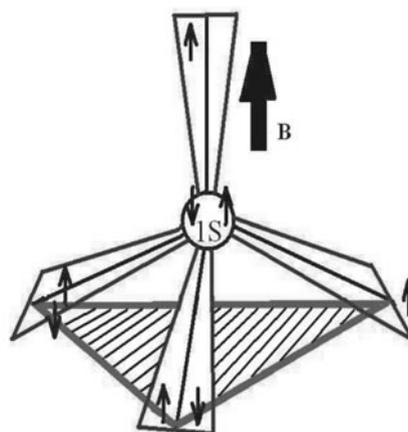


Рис. 6. Схема sp^3 -гибридации орбиталей атома кислорода.

Треугольник выделяет одну из плоскостей, содержащих две неподеленные электронные пары. Данная плоскость перпендикулярна четвертой гибридной орбитали, содержащей один электрон

зи, ΔE – энергетическое расщепление между уровнями основного и ближайшего возбужденного состояния, участвующих в орбитальном движении; a – множитель, зависящий от природы парамагнитного комплекса, а также от величины и ориентации вектора \mathbf{B} индукции внешнего магнитного поля относительно направлений орбиталей комплекса [3].

Из выражения (2) следует, что чем меньше значение ΔE и чем больше Λ , тем больше отклонение эффективного g -фактора от чисто спинового значения, что проявляется в магнитооптическом отклике материала.

Более строгая аргументация данного утверждения сводится к следующему. Из квантовой теории дисперсии известна дисперсионная формула для показателя преломления

$$n^2 = 1 + 8\pi \cdot N \cdot \sum_k \frac{|P_{kl}|^2 \cdot \omega_{kl}}{\hbar \cdot (\omega_{kl}^2 - \omega^2)}, \quad (3)$$

где N – число атомов в единице объема; ω_{kl} – частота кванта, соответствующая переходу с k -го уровня на первый; ω – частота кванта зондирующего излучения; P_{kl} – дипольный момент соответствующего перехода.

Для синглетного уровня значения частот ω_{kl} неодинаковы для право- и левозакрученных компонент зондирующего излучения из-за снятия вырождения по спину в магнитном поле. Это в равной мере относится как к внутрицентровым, так и к зон-зонным переходам в полупроводнике. Так, для двухуровневой системы частоты определяются соотношением

$$\omega_{21} = \omega_0 \pm \Delta\omega_0 g \Delta m, \quad (4)$$

где $\Delta\omega_0 = \mu_B H / \hbar$ (μ_B – магнетон Бора); g – множитель Ланде; m – магнитное квантовое число, причем $\Delta m = \pm 1$.

Подстановка выражения для ω_{21} в выражение (3) для показателя преломления n определяет зависимость показателя преломления право- и левозакрученной компонент от g -фактора и, соответственно, от модуля $|\mathbf{B}|$ вектора индукции магнитного поля. При постоянстве величины g -фактора имеет место линейная по магнитному полю

зависимость угла поворота плоскости поляризации, что соответствует обычному эффекту Фарадея. Если же само значение эффективного g -фактора зависит от $|\mathbf{B}|$, то эта функциональная связь оказывается нелинейной.

Возвращаясь к силлениту, отметим, что его кристаллическая ячейка содержит четыре гептаэдра с атомами кислорода, имеющими свободные неподеленные пары электронов (обозначены на рис. 5 стрелками). Существование неподеленных пар представляется очевидным, так как ионы кислорода (1–4 на рис. 5) имеют три σ -связи с атомами висмута, расположенные не в одной плоскости, но образующие в пространстве трехгранный угол. Согласно теории валентных связей, такое положение возможно лишь для случая sp^3 -гибридизации атома кислорода [$2s^2(1)2p^4(3)$]. При этом одна из гибридных орбиталей обязательно содержит неподеленную пару электронов.

3. Атомы кислорода обладают сильным спин-орбитальным взаимодействием [4], которое в случае силленита в несколько раз больше обычного, поскольку константа спин-орбитальной связи в атомах кислорода, входящих в состав (Bi–O)-гептаэдра, многократно увеличена за счет взаимодействия с атомами висмута (см. рис. 6), имеющими гигантскую константу спин-орбитальной связи. Данный факт установлен теоретически и подтвержден экспериментально в работе [5]. В этой работе показано, что за счет гигантской одноэлектронной константы спин-орбитального взаимодействия $6p$ -орбиталей ионов Bi^{3+} , ковалентно примешивающихся к $2p$ -орбиталям ионов кислорода, происходит резкое возрастание величины циркулярной магнитооптики, поскольку $6p$ -орбитали ионов Bi^{3+} характеризуются гигантскими значениями одноэлектронной константы спин-орбитального взаимодействия ζ_{6p} , равной 17000 см^{-1} [5].

Расчет в работе [5] приводит к эффективному спин-орбитальному взаимодействию $V_{so \text{ eff}}$ на кислороде, определяемому выражением

$$V_{so \text{ eff}} = V_{so} + V_{so \text{ iso}} + V_{so \text{ an}}, \quad (5)$$

где $V_{so} = \Lambda_{2p} \cdot (\mathbf{l}, \mathbf{s})$ – обычное спин-орбитальное взаимодействие в кислороде без вмешательства висмута ((\mathbf{l}, \mathbf{s}) – скалярное произведение векторов орбитального и спинового моментов); $V_{so iso} = \Delta\Lambda_{2p} \cdot (\mathbf{l}, \mathbf{s})$ – изотропная добавка к величине V_{so} за счет висмут-индуцированного приращения $\Delta\Lambda_{2p}$ эффективной константы спин-орбитального взаимодействия для $2p$ -оболочки, причем $\Delta\Lambda_{2p} = \gamma\Lambda_{6p}$ (γ – параметр ковалентности); при $\gamma = 0,4$ имеем $\Delta\Lambda_{2p} = 4000 \text{ см}^{-1}$; $V_{so an}$ – анизотропная добавка к спин-орбитальному взаимодействию.

4. В стандартном выражении для гамильтониана молекулярного комплекса в магнитном поле присутствует член, зависящий от вектор-потенциала \mathbf{A} магнитного поля [6]. Отсюда следует, что если имеются возбужденные состояния молекулярного комплекса, орбитальный момент которых отличен от нуля, то они могут примешиваться к основному состоянию из-за наличия в выражении для гамильтониана члена, линейного по \mathbf{A} . Соответствующий оператор имеет вид

$$(e / 2mc)\mathbf{B}\mathbf{L} = \mathbf{B} \boldsymbol{\mu}_L, \quad (6)$$

где \mathbf{L} – оператор орбитального момента импульса электронов; $\boldsymbol{\mu}_L$ – оператор магнитного момента, который пропорционален \mathbf{L} .

Во втором порядке теории возмущений этот член дает вклад в энергию

$$\delta\xi = \sum_n \frac{|\langle 0 | (\mathbf{B} / \mu_0) \cdot \boldsymbol{\mu}_L | n \rangle|^2}{\xi_n - \xi_0}, \quad (7)$$

который положителен и квадратичен по модулю $|\mathbf{B}|$ вектора индукции магнитного поля. Отсюда возникает, как хорошо известно, постоянный парамагнетизм Ван Флека. Эта формула применима, как показано в работе [6], только к атому, иону, молекуле или молекулярному комплексу. В кристалле орбитальный магнетизм обычно «заморожен» благодаря эффекту Штарка в кристаллическом поле. Однако такое вырождение может быть снято при наличии спин-орбитального взаимодействия [6]. При этом вклад энергетического расщепления δE должен возрастать в случае, когда энергия возбуждения становится

малой, как, например, в случае, когда над заполненной энергетической зоной имеется малая щель или система близко расположенных уровней в запрещенной зоне. Такая ситуация как раз и имеет место в кристаллах силленитов (и, в частности, в $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$), в которых запрещенная зона содержит развитую систему близко расположенных энергетических уровней. Указанная система проявляется в спектрах поглощения в виде широкого плеча в сине-голубой области спектра, что придает кристаллу желто-оранжевый цвет [1]. Детальные сведения о механизме возникновения плеча поглощения в нелегированных силленитах в литературе отсутствуют, однако хорошо известно [1], что легирование силленитов алюминием, то есть трехвалентной примесью Al^{3+} , замещающей трехвалентный ион Bi^{3+} , полностью уничтожает данное плечо поглощения. Кристалл BSO становится прозрачным в видимой области спектра, поскольку ширина его запрещенной зоны соответствует энергии около 3 эВ. Это дает основания предположить, что Bi -гептаэдры с известной долей вероятности являются ответственными за возникновение плеча поглощения.

Таким образом, в предлагаемой схеме постулируется, что ответственным за происхождение плеча поглощения в синезеленой области спектра является система энергетических уровней ($\text{Bi}-\text{O}$)-комплекса. Такое предположение объясняет, почему наведенный внешним магнитным полем орбитальный магнетизм такого комплекса должен принимать непосредственное участие в магнитооптическом отклике материала.

Важно указать, что магнитные поля, обеспечивающие магнитное диполь-дипольное взаимодействие орбитальных магнитных моментов соседних комплексов, являются дальнедействующими и непосредственно зависят от константы Λ спин-орбитального взаимодействия. Так, для кристаллов кубической симметрии, согласно монографии [7], взаимодействие соседних орбитальных моментов пропорционально Λ^4 . В данной книге также показано, что орбитальное движение электронов приводит к появле-

нию эффективного магнитного поля – поля анизотропии (порядка 0,1 – 1 Тл) – даже в материалах кубической симметрии. В результате этого выстраивание орбитальных моментов во внешнем магнитном поле сопровождается тем, что магнитооптический отклик кристалла силленита оказывается нелинейным по величине модуля $|\mathbf{B}|$ вектора индукции магнитного поля.

Отсюда следует принципиальный вывод: в висмут-содержащих материалах и в частности в силленитах, эксперимент должен давать нелинейную по $|\mathbf{B}|$ функцию $\varphi = \varphi(B)$.

5. Для таких нецентросимметричных фотополупроводников, как силлениты, характерно проявление фотогальванических (фотовольтаических) эффектов – возникновения электродвижущей силы на освещаемом образце. Так в работах [8, 9] установлено возникновение аномально большого линейного фотогальванического эффекта, который обусловлен баллистической продольной асимметрией пространственного распределения фотоэлектронов.

Аномальный фотовольтаический эффект (АФЭ) является частным случаем АФЭ, описываемого для кристаллов без центра симметрии тензором третьего ранга α_{ijk} [9]:

$$J_i = \alpha_{ijk} E_j E_k^*, \quad (8)$$

где J_i – плотность фотовольтаического тока; E_j, E_k^* – проекции вектора поляризации света на две взаимно перпендикулярные оси.

При разомкнутых электродах фотовольтаический ток J_i генерирует фотонапряжение

$$U_i = J_i l / (\sigma_t + \sigma_\phi),$$

где σ_t, σ_ϕ – темновая и фото-проводимость соответственно; l – расстояние между электродами.

В кристаллах без центра симметрии, таких как силлениты, генерируемые фотонапряжения имеют величину порядка $10^3 - 10^5$ В [10]. Для силленитов поля настолько велики, что в них наблюдается сильная рефракция (эффект Поккельса) [1], а также явление электромиграции [11].

Отсюда следует, что ввиду высокой фоточувствительности силленитов внутреннее электрическое поле в них может быть частично заэкранировано континуумом свободных фотоносителей заряда, индуцированных равномерной фотоактивной ($\lambda = 470$ нм) засветкой образца [12]. В этом случае максвелловское время релаксации соответствует выражению

$$\tau_M = (\epsilon\epsilon_0) / (en\mu), \quad (9)$$

где произведение $en\mu$ представляет собой проводимость кристалла (e – заряд электрона, n – концентрация носителей, μ – подвижность свободных носителей заряда), которая в силленитах мала.

Поэтому величина τ_M , а, значит, и время экранирования внутреннего поля, достигает в нелегированных силленитах значений в сотни секунд [12].

6. Асимметрия электронных зон в кристаллах без центра инверсии, атомы которых имеют сильное спин-орбитальное взаимодействие, не только приводит к направленному движению носителей заряда с эквивалентной ему эдс, но и дополнительно создает внутреннее магнитное поле при фотовозбуждении кристалла [13]. Таким образом, спин-орбитальное взаимодействие в полупроводниках без центра инверсии (типичные представители GaAs, $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$, $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$, $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$) приводит к расщеплению энергетических зон при отличном от нуля волновом векторе и описывается гамильтонианом Дрессельхауза:

$$\hat{H}_{so} = \hbar\boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{k}),$$

где $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ – спиновые матрицы Паули, а вектор $\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{k})$,

$$\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{k}) = [k_x(k_y^2 - k_z^2), k_y(k_z^2 - k_x^2), k_z(k_x^2 - k_y^2)],$$

представляет собой внутреннее эффективное магнитное поле, зависящее от вектора $\mathbf{k} (k_x, k_y, k_z)$ квазиимпульса электрона.

С учетом вышесказанного становится ясным, что прецессия нескомпенсированного спина в таком внутреннем поле должна приводить (при наличии большого спин-орбитального взаимодействия) к частичному выстраиванию орбитальных моментов неподеленных пар (Bi–O)-гептаэдров даже в

отсутствие внешнего магнитного поля.

Из изложенного в пп. 1 – 6 следует, что при распространении в кристалле силленита линейно-поляризованного зондирующего света, раскладывающегося на две циркулярно-поляризованные компоненты, которые обладают резко различающимися между собой сечениями взаимодействия с кристаллом (подтверждением чему служит естественная гирация), возникает преимущественная оптическая ориентация спинов. А всякая ориентация спинов создает в кристаллах без центра инверсии дополнительное внутреннее тянущее электрическое поле и внутреннее магнитное поле.

Подчеркнем, что описанный комплекс явлений реализуется в кристаллах силленитов вследствие ряда характерных свойств:

киральности решетки;

большого спин-орбитального взаимодействия в атомах решетки;

большого различия сечений взаимодействия лево- и правоциркулярно поляризованного света с кристаллом BSO (естественная гирация).

7. Длина и энергия химических связей в кристаллах силленитов резко изменяются при деформациях сжатия-растяжения и практически не изменяются при действии на кристалл силленита деформации сдвига. Это вызвано легкостью разрыва химических связей при скольжении слоев кристалла силленита друг относительно друга (эффект, хорошо известный в механохимии [14]). Существование данного явления в кристаллах BSO подтверждено результатами исследования спектров комбинационного рассеяния в силленитах [15] и использовано нами при интерпретации экспериментальных данных по магнитооптическому эффекту Керра.

При механической полировке кристаллов абразивами на основе высокотвердых частиц возникают интенсивные сдвиговые деформации поверхностных слоев. Поэтому использование при полировке BSO хром-оксидных абразивов приводит к образованию в нарушенном слое силленита двух типов кислородных гептаэдров: Bi-O и Cr-O . При этом связи Cr-O возникают благодаря реакции замещения ионов

Bi^{3+} ионами Cr^{3+} , что представляет собой типичный эффект, возникающий, согласно данным механохимии [14], в «мягких» кристаллах с низкой энергией связи элементов кристаллической решетки, к которым относятся и силлениты.

Таким образом, можно утверждать, что исследованный в настоящей работе магнитооптический эффект Керра, будучи сугубо поверхностным явлением, целиком разгрызается в нарушенном поверхностном слое кристалла силленита, свойства которого сильно отличаются от объемных. Конкретнее, толщина нарушенного слоя в BSO составляет десятки микрон [14], тогда как область оптической когерентности, в которой формируется отраженное излучение при возникновении магнитооптического эффекта Керра, составляет величину, гораздо меньшую длины световой волны [7], и, по крайней мере, на порядок меньшую толщины нарушенного полировкой приповерхностного слоя кристалла [15]. Действительно, граница раздела между двумя различными средами представляет собой в реальности, согласно [7], не геометрическую поверхность, а тонкий переходный слой. Вывод формул, описывающих явления естественной и индуцированной гираций, основанный на использовании условий на границе раздела кристалл–вакуум, предполагает малость толщины переходного слоя (по сравнению с длиной волны) и вряд ли может подлежать сомнению. Толщина переходного слоя, согласно монографии [7], сравнима с межатомными расстояниями, малыми по сравнению с длиной световой волны, поскольку в противном случае было бы вообще невозможно макроскопическое рассмотрение свойств электромагнитного поля [7].

Из изложенного выше непосредственно следует, что величина магнитооптического эффекта Керра определяется магнитными моментами хромофорных киральных групп двух типов, входящих в состав нарушенного слоя (Bi-O)- и (Cr-O)-гептаэдров. А поскольку, как известно [3], орбитальные магнитные моменты инициируются прецессией одиночных спинов в составе

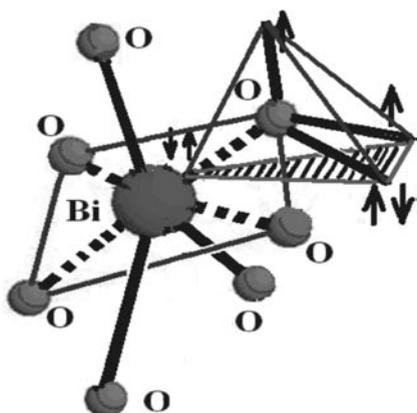


Рис. 7. Связь Bi^{3+} -гептаэдра и O^{2-} -тетраэдра. Пунктиром показаны вакантные орбитали висмута; выделенный треугольник соответствует приведенному на рис. 6

σ -связей, возбуждающих орбитальное движение неподеленных электронных пар в висмут-кислородных гептаэдрах (рис. 7), то инициирование магнитных моментов двух указанных типов должно происходить при сильно различающихся значениях магнитных полей, так как атом хрома не способен подобно атому висмута увеличивать константу спин-орбитального взаимодействия в атоме кислорода.

Интерпретация экспериментальных результатов в рамках предложенной схемы

Ориентация спинов. Кристалл силленита обладает большой естественной гирацией. Отсюда следует, что такой кристалл резко асимметрично взаимодействует с право- и левоциркулярным излучением [16]. В рассматриваемых силленитах при комнатной температуре наблюдаются линейный и циркулярный фотогальванические эффекты [16], то есть возникает продольное внутреннее электрическое поле, и, кроме того, происходит оптическая ориентация спинов, степень которой различна при взаимодействии с право- и левоциркулярным светом. Возникновение электрического поля сопровождается электрооптическими эффектами и явлением электрогирации [11], а оптическая ориентация спинов сопровождается возникновением в кристалле силленита внутреннего оптически индуци-

рованного магнитного поля (см. п. 6 предыдущего раздела), которое описывается гамильтонианом Дрессельхауза [7]. Поэтому вокруг направления возникшего поля начинается прецессия нескомпенсированных спинов атомов кислорода четырех (Bi-O)-гептаэдров, содержащих неподеленные электронные пары.

Отсюда следует, что возникшее при спиновой ориентации магнитное поле способно индуцировать в кристалле дополнительный орбитальный магнетизм неподеленных электронных пар за счет прецессии нескомпенсированных спинов σ -связей вокруг направления магнитного поля Дрессельхауза.

Таким образом, при исследовании магнитооптических эффектов с помощью линейно-поляризованного лазерного луча в кристаллах силленитов должен наблюдаться комбинированный эффект магнитоэлектрогирации, нечетный по магнитному полю и четный по электрическому [11]. Отсюда, в свою очередь, следует, что при внешней подсветке фотоактивным светом однородная фотогенерация свободных электронов, способная экранировать лишь электрическое поле, будет по-разному воздействовать на суммарный поворот плоскости поляризации в комбинированном эффекте магнитоэлектрогирации, уменьшая или увеличивая его в зависимости от взаимной ориентации электрического и магнитного полей.

Таким образом, на основании выполненных в данной работе экспериментов можно утверждать следующее.

1. Наличие сильных магнитооптических явлений в нелегированном кристалле BSO кубической симметрии объясняется общей киральностью материала, причем магнитооптика усилена магнетизмом неподеленных электронных пар (Bi-O)-гептаэдра.

2. Четность эффекта фотоизменений электромагнитогирационного угла поворота и асимметрия кривой зависимости угла поворота плоскости поляризации при реверсе вектора \mathbf{B} (см. рис. 2, а и б) связаны с четностью электрогирационного вклада в суммарный угол поворота плоскости поляризации.

3. Нелинейный ход кривой полевой зависимости угла поворота определяется нелинейной полевой зависимостью числа ориентированных по полю орбитальных моментов в условиях сильного диполь-дипольного взаимодействия. Наличие нелинейности находится в соответствии с предсказаниями теории для подобного рода явлений [17].

4. Наличие релаксирующего остаточного магнетизма в петле гистерезиса (см. рис. 2, б) после быстрого выключения магнитного поля величиной в 0,6 Тл имеет кинетическую природу и связано с большим временем релаксации измененного магнитным полем электрогирационного вклада к своему исходному значению. Величина такого «кинетического» остаточного магнетизма определяется соотношением между временем регистрации t_{reg} кривой и максвелловским временем τ_M релаксации. «Кинетический» гистерезис уверенно регистрируется ввиду медленной (100 с) релаксации электрогирационного вклада к исходному значению после выключения магнитного поля. При величине $t_{reg} \ll \tau_M$ гистерезис уверенно наблюдается, в противоположном же случае он отсутствует.

5. Большое время (100 – 150 с) релаксации фотоизменений магнитооптического эффекта к исходному значению (см. рис. 3) определяется большим временем τ_M максвелловской релаксации в нелегированных кристаллах силленитов, составляющим сотни секунд [1].

Нарушенный приповерхностный слой. Измененный процессом обработки приповерхностный слой силленита изобилует оборванными химическими связями, разрыв которых вызван сдвиговой деформацией поверхностных слоев при полировке кристалла. Обработка образцов BSO в настоящей работе производилась абразивами на основе оксида хрома Cr_2O_3 . Известно [14], что энергия разрыва («прочность») связей $Cr^{3+}-O^{2-}$ приблизительно на порядок выше прочности связей $(Bi^{3+}-O^{2-})$ -гептаэдра. От-

сюда следует, что возбуждение магнетизма неподеленной пары $(Cr^{3+}-O^{2-})$ -гептаэдра требует, ввиду особенностей механизма индукции [3], значительно более высоких значений вектора $|\mathbf{B}|$ индукции магнитных полей, чем $(Bi^{3+}-O^{2-})$ -гептаэдра.

В связи с этим можно утверждать, что наличие двойного нелинейного участка на кривой полевой зависимости магнитооптического эффекта Керра в BSO (см. рис. 4) определяется, во-первых, нелинейностью орбитального магнетизма по магнитному полю, а во-вторых, наличием нарушенного приповерхностного слоя кристалла BSO, где этот эффект развивается. Поэтому дополнительный вклад в магнитооптический эффект Керра, связанный с магнетизмом неподеленных электронных пар $(Cr-O)$ -гептаэдров, формируется в более высоких (0,5 – 0,7 Тл) магнитных полях, существенно больших по сравнению с полями, требуемыми для формирования вклада $(Bi-O)$ -гептаэдров (0,1 – 0,2 Тл). Таким образом, наличие плато на кривой $\Delta\varphi(B)$ (см. рис. 4) подтверждает в рамках предлагаемой схемы наличие значительного вклада магнетизма неподеленных электронных пар в общий магнитооптический эффект в кристаллах силленитов, а дополнительный подъем кривой полевой зависимости магнитооптического эффекта Керра при 0,5 Тл указывает на существование двух типов гептаэдров в нарушенном обработкой приповерхностном слое кристалла.

Подводя итоги, можно констатировать, что результаты исследования эффекта Фарадея и полярного магнитооптического эффекта Керра в нелегированном монокристалле $Bi_{12}SiO_{20}$ удается непротиворечиво интерпретировать в рамках схемы, согласно которой в силленитах имеет место комбинированный магнитоэлектрогирационный эффект. При этом спин-орбитальное взаимодействие в атоме кислорода усилено гигантским спин-орбитальным взаимодействием в атоме висмута.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акустические кристаллы. Справочник. М.: «Наука», 1982. 631 с.

2. Wiehl L., Friedrich A., Haussuh E., Morgenroth W., Grzechnik A., Friese K., Winkler B.,



Refson K., Milman V. Structural compression and vibrational properties of $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ sillenite from experiment and theory // J. Phys.: Condens. Matter. 2010. Vol. 22. P. 505401 (16 p).

3. Эмануэль Н.М., Кузьмин М.Г. Экспериментальные методы химической кинетики. М.: Изд-во Московского университета, 1985. Глава «Электронный парамагнитный резонанс».

4. Минаев Б.Ф., Ящук Л.Б. Спин-орбитальное взаимодействие в молекуле кислорода вблизи предела диссоциации // Оптика и спектроскопия. 2003. Т. 95. № 4. С. 596–602.

5. Москвин А.С., Зенков А.В. Висмут-индуцированное усиление магнитооптики ферритов-гранатов. Теоретический анализ // Физика твердого тела. 2002. Т. 44. Вып. 10. С. 1811–1818.

6. Займан Дж. Принципы теории твердого тела. М.: Наука, 1974. 320 с.

7. Давыдов А.С. Теория твердого тела. М.: Наука, 1976. 637 с.

8. Ивченко Е.Л., Пикус Г.Е. Фотогальванический эффект в средах без центра симметрии // Успехи физических наук. 1980. Т. 130. С. 415–431

9. Стурман Б.И., Фридкин В.М. Фотогальванический эффект в средах без центра симметрии и родственные явления. М.: Наука, 1992. 208 с.

10. Каримов Б.Х. Фотовольтаические и фоторефрактивные эффекты в кристаллах со

структурой силленита // Вестник ЮУрГУ. 2010. № 30. С. 68–73.

11. Deliolanis N.C., Kourmoulis I.M., Asimellis G., Apostolidis A.G., Vanidhis E.D., Vainos N.A. Direct measurement of the dispersion of electrogyration coefficient of photorefractive $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ // J. Appl. Phys. 2005. Vol. 97. P. 023531.

12. Ильинский А.В. Динамика фотоиндуцированных зарядов и полей в высокоомных кристаллах. Дис. ... докт. физ.-мат. наук. СПб.: ФТИ им. А.Ф. Иоффе, 1992. 262 с.

13. Ивченко Е.Л. Циркулярный фотогальванический эффект в наноструктурах // Успехи физических наук. 2002. Т. 172. № 12. С. 1461–1465.

14. Болдырев В.В. Экспериментальные методы в механохимии твердых неорганических веществ. Новосибирск: Наука, 1983. 216 с.

15. Сизов А.С., Спирин Е.А., Чаплыгин А.Н., Булатников Д.В. Методика контроля качества механической обработки кристаллов силленитов // Заводская лаборатория. 2008. Т. 74. № 11. С. 11–15.

16. Ивченко Е.Л. Циркулярный фотогальванический эффект в наноструктурах. PACS numbers: 68.65.-k, 73.50.Mx, 78.30.Fs

17. Аверкиев Н.С., Гуткин А.А., Максимова О.Г., Осипов Е.Б. Влияние центров Mn-Ga в GaAs на эффект Фарадея вблизи края основной полосы поглощения // Физика и техника полупроводников. 1990. Т. 24. Вып. 9. С. 1632–1637.

REFERENCES

1. Akusticheskie kristally. Spravochnik. Moscow, «Nauka», 1982. 631 p. (rus)

2. Wiehl L., Friedrich A., Haussuh E., Morgenroth W., Grzechnik A., Friese K., Winkler B., Refson K., Milman V. Structural compression and vibrational properties of $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ sillenite from experiment and theory. J. Phys.: Condens. Matter. 2010. Vol. 22. P. 505401 (16 p).

3. Emanuel' N.M., Kuz'min M.G. Eksperimental'nye metody khimicheskoi kinetiki. Moscow, Izd-vo Moskovskogo universiteta, 1985. Glava «Elektronnyi paramagnitnyi rezonans». (rus)

4. Minaev B.F., Iashchuk L.B. Spin-orbital'noe vzaimodeistvie v molekule kisloroda vblizi predela dissotsiatsii. Optika i spektroskopii. 2003, Vol. 95, No. 4, pp. 596–602. (rus)

5. Moskvina A.S., Zenkov A.V. Vismut-indutsirovannoe usilenie magnitoptiki ferritov-granatov. Teoreticheskii analiz. Fizika tverdogo tela. 2002, Vol. 44, Vyp. 10, pp. 1811–1818. (rus)

6. Zaiman Dzh. Printsipy teorii tverdogo tela. Moscow, Nauka, 1974. 320 p. (rus)

7. Davydov A.S. Teoriia tverdogo tela. Moscow,

Nauka, 1976. 637 p. (rus)

8. Ivchenko E.L., Pikus G.E. Fotogal'vanicheskii effekt v sredakh bez tsentra simmetrii. Uspekhi fizicheskikh nauk. 1980, Vol. 130, pp. 415–431. (rus)

9. Sturman B.I., Fridkin V.M. Fotogal'vanicheskii effekt v sredakh bez tsentra simmetrii i rodstvennye iavleniia. Moscow, Nauka, 1992. 208 p. (rus)

10. Karimov B.Kh. Fotovol'taicheskie i fotorefraktivnye efekty v kristallakh so strukturoi sillenita. Vestnik IuUrGU. 2010, No. 30, pp. 68–73. (rus)

11. Deliolanis N.C., Kourmoulis I.M., Asimellis G., Apostolidis A.G., Vanidhis E.D., Vainos N.A. Direct measurement of the dispersion of electrogyration coefficient of photorefractive $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$. J. Appl. Phys. 2005. Vol. 97. P. 023531.

12. Il'inskii A.V. Dinamika fotoindutsirovannykh zariadov i polei v vysokoomnykh kristallakh. Dis. dokt. fiz.-mat. nauk. SPb.: FTI im. A.F. Ioffe, 1992. 262 p. (rus)

13. Ivchenko E.L. Tsirkuliarnyi fotogal'vanicheskii effekt v nanostrukturakh. Uspekhi fizicheskikh nauk. 2002, Vol. 172, No. 12, pp. 1461–1465. (rus)

14. **Boldyrev V.V.** Eksperimental'nye metody v mekhanokhimiitverdykh neorganicheskikh veshchestv. Novosibirsk: Nauka, 1983. 216 p. (rus)

15. **Sizov A.S., Spirin E.A., Chaplygin A.N., Bulatnikov D.V.** Metodika kontroliia kachestva mekhanicheskoi obrabotki kristallov sillenitov // Zavodskaiia laboratoriiia. 2008. Vol. 74, No. 11, pp. 11–15. (rus)

16. **Ivchenko E.L.** Tsirkuliarnyiifotogal'vanicheskii effekt v nanostrukturakh. PACS numbers: 68.65.-k, 73.50.Mx, 78.30.Fs. (rus)

17. **Averkiev N.S., Gutkin A.A., Maksimova O.G., Osipov E.B.** Vliianie tsentrov Mn-Ga v GaAs na effekt Faradeia vblizi kraia osnovnoi polosy pogloshcheniia. Fizika i i tekhnika poluprovodnikov. 1990, Vol. 24, Vyp. 9, pp. 1632–1637. (rus)

ИЛЬИНСКИЙ Александр Валентинович – доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе РАН.

194021, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 26
ilinskiy@mail.ioffe.ru

КАСТРО Арата Рене Алехандро – доктор физико-математических наук, профессор кафедры физической электроники Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена.

191186, г. Санкт-Петербург, наб. реки Мойки, 48
recastro@mail.ru

НАБИУЛЛИНА Лилия Ансафовна – аспирантка Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена.

191186, г. Санкт-Петербург, наб. реки Мойки, 48

ПАШКЕВИЧ Марина Эрнстовна – старший преподаватель кафедры высшей математики Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
marpash@yandex.ru

ШАДРИН Евгений Борисович – доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией физики фазовых переходов в твердых телах Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе РАН.

194021, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 26
shadr.solid@mail.ioffe.ru



УДК 535.232.14

*П.А. Родный, К.А. Черненко, О.Г. Климова, Е.И. Горохова***ВЛИЯНИЕ ТЕРМООБРАБОТКИ НА ЗЕЛЕНУЮ
РЕНТГЕНОЛЮМИНЕСЦЕНЦИЮ ПОРОШКОВ ОКСИДА ЦИНКА***P.A. Rodnyi¹, K.A. Chernenko¹, O.G. Klimova¹, E.I. Gorokhova²*¹ St. Petersburg State Polytechnical University,
29 Politekhnikeskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia.²State Unitary Organization "Research and Technological Institute of Optical Materials
All-Russia Scientific Center", S.I. Vavilov State Optical Institute,
Babushkina St. 36/1, St. Petersburg, 192171, Russia.**THE ANNEALING EFFECT ON GREEN X-RAY LUMINESCENCE
OF ZINC OXIDE POWDERS**

Исследовано влияние термообработки на рентгенолюминесценцию порошков оксида цинка. Термообработка производилась в вакууме и в воздушной атмосфере. После этого порошки ZnO были термообработаны в газовой смеси Ar : H₂. В исследуемых образцах регистрировались полосы люминесценции с максимумами 515 нм при термообработке в вакууме и 525 нм при термообработке в воздушной среде. Термообработка в водородосодержащей атмосфере не оказывала влияния на образцы, термообработанные в вакууме. Интенсивность люминесценции образцов, термообработанных в воздухе, значительно снижалась после термообработки в водородосодержащей атмосфере. Все образцы обладали сложными кривыми спада интенсивности люминесценции, которые удалось описать тремя экспонентами.

ОКСИД ЦИНКА, ЗЕЛЕНАЯ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ, ТЕРМООБРАБОТКА, РЕНТГЕНОЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ.

The annealing effects on X-ray luminescence of zinc oxide powders have been investigated. Annealing was performed in vacuum and atmosphere. Thereafter, the samples were annealed in Ar : H₂ gas mixture. The luminescence bands located at 515 nm after vacuum annealing and at 525 nm after air annealing were detected in the samples. Annealing in hydrogenous ambience had no effect on samples annealed previously in the vacuum. Luminescence intensity of air-annealed powders decreased significantly after annealing in hydrogenous ambience. All samples had complex decay time curves with three exponential constants.

ZINC OXIDE, GREEN LUMINESCENCE, ANNEALING, X-RAY LUMINESCENCE.

Оксид цинка ZnO вызывает огромный интерес у исследователей, поскольку его свойства обладают рядом особенностей, сочетающих в себе характеристики полупроводникового материала при значительной доле ионных связей. Порошкообразный ZnO известен как эффективный люминофор, а в виде тонких пленок он используется как детектор частиц в дейтерий-третиевых генераторах [1]. В многообразных формах ZnO, таких как монокристаллы, тонкие

пленки, нити, нанокристаллы, иглы и т. п., под воздействием рентгеновских лучей регистрируются, как правило, две полосы излучения: коротковолновая вблизи края поглощения кристалла (краевая люминесценция) и широкая длинноволновая, максимум которой обычно лежит в зеленой области спектра, а время высвечивания составляет около 1 мкс. Краевая люминесценция (КрЛ) с максимумом при 3,35 эВ и временем спада примерно 0,7 нс имеет эк-

ситонную природу [3]. Природа же зеленой люминесценции (ЗЛ), несмотря на огромное число исследований, все еще остается предметом обсуждений.

В данной работе представлены результаты исследований по воздействию термообработки в различных газовых средах на спектры и кинетику ЗЛ оксида цинка, а также ее связь с природой точечных дефектов в данном соединении.

Состояние проблемы

Источник ЗЛ обычно связывают с собственными дефектами оксида цинка. Рассматривались следующие центры люминесценции, ответственные за ЗЛ: вакансии кислорода V_O [4, 5], вакансии цинка V_{Zn} [6, 7], антикислородные центры Zn_O [8], межузельные ионы цинка Zn_i [9], переходы $Zn_i \rightarrow V_{Zn}$ [10].

Согласно теоретическим расчетам, энергия образования E_f вакансии кислорода V_O , равная 0,15 эВ, существенно ниже энергии образования других точечных дефектов [11, 12]. С другой стороны, в оксиде цинка с избытком кислорода в стехиометрическом составе наименьшую энергию образования имеют вакансии цинка V_{Zn} [13]. В связи с этим, в настоящее время основными центрами, связанными с ЗЛ, считаются вакансии кислорода или вакансии цинка.

К сожалению, отсутствуют достоверные теоретические расчеты энергетического положения и зарядового состояния этих вакансий. Так например, некоторые расчеты указывают на то, что вакансия кислорода — это донор с глубиной залегания примерно 1 эВ [6, 12], а согласно другим расчетам, это акцептор с такой же глубиной залегания [13].

Для того чтобы определить экспериментально, какой тип вакансий связан с ЗЛ, было предпринято большое количество попыток исследования связи ЗЛ со специально вносимыми изменениями в стехиометрический состав исследуемых образцов. В основном эти изменения вызывались воздействием термообработки в восстановительной и окислительной атмосферах.

Так, в работах [14, 15] были изготовлены порошки с избытком цинка

(Zn-rich) или кислорода (O-rich). Образцы Zn-rich были получены отжигом ZnO в парах цинка. Такие образцы содержат большое число (порядка 10^{18} см^{-3}) кислородных вакансий V_O , которые служат центрами люминесценции; ее спектр содержит широкую ($\Delta E_{1/2} = 340 \text{ мэВ}$) полосу с максимумом при 2,52 эВ. Образцы O-rich были получены отжигом ZnO в кислороде или в воздушной среде. В таких образцах центрами люминесценции служат преобладающие вакансии цинка V_{Zn} . Спектр люминесценции образцов O-rich содержит более широкую ($\Delta E_{1/2} = 450 \text{ мэВ}$) полосу с максимумом при 2,30 эВ. Было показано, что концентрация вакансий цинка в образцах O-rich, по крайней мере, на три десятичных порядка меньше концентрации вакансий кислорода в образцах Zn-rich [15]. Считается, что ЗЛ возникает в результате рекомбинации свободных электронов или дырок на центрах V_{Zn} или V_O .

В работе [16] кристаллы оксида цинка имплантировали кислородом или цинком с концентрацией от $1 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ до $5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$, а затем подвергали отжигу в атмосфере кислорода. Авторы пришли к заключению, что в обоих видах кристаллов центрами люминесценции являются вакансии цинка.

В эксперименте, проведенном на тонких (около 300 нм) пленках оксида цинка с добавлением азота (ZnO : N) [17], регистрировалась аномальная температурная зависимость ЗЛ: ее интенсивность возрастала при нагревании образца от 15 до 50 К. Анализ полученных данных позволил авторам предположить, что ЗЛ возникает в результате электронных переходов из основного (D^0) и возбужденного (D^*) состояний мелкого донора (межузельного иона цинка Zn_i) на глубокий акцептор в виде вакансии цинка V_{Zn} .

Информации, получаемой из спектров излучения, оказалось недостаточно для того, чтобы определить природу центров люминесценции и механизмы переноса энергии, связанные с ЗЛ. Ценную информацию о наличии точечных дефектов и их связи с люминесценцией дают методы ЭПР (электронный парамагнитный резонанс) и ОДМР (оптически детектируемый магнит-



ный резонанс). В работе [18] авторы исследовали методом ЭПР порошок оксида цинка. Было изучено воздействие восстановительной атмосферы ($N_2 : H_2$) на порошок с нормальной стехиометрией и окислительной атмосферы (O_2) на порошок с избытком цинка в стехиометрическом составе. Авторы связывают наблюдаемый ими сигнал ($g = 1,966$) с одиночно ионизованными вакансиями кислорода V_O^+ . Показана корреляция интенсивности ЗЛ с количеством вакансий кислорода V_O^+ и количеством свободных носителей в зоне проводимости для обоих порошков. Кроме того, в работе делается вывод о том, что обработка в атмосфере $N_2 : H_2$ не создает новых вакансий кислорода, а лишь изменяет зарядовое состояние уже имеющихся. При этом отжиг в атмосфере кислорода уменьшает количество вакансий кислорода. Таким образом, авторы полагают, что зеленая люминесценция связана с рекомбинацией дырки на V_O^+ . К сожалению, в указанной публикации не дается каких-либо комментариев к своей работе по поводу вакансий цинка.

В пользу той версии, что за ЗЛ ответственны именно V_O^+ , также говорят наблюдения фотолюминесценции в нанокристаллах ZnO [19]: авторы измеряли спектры фотолюминесценции нанокристаллов оксида цинка, помещая их в окружение различных атмосфер и в вакуум. При замене кислородосодержащей атмосферы на инертный газ или вакуум наблюдалось тушение ЗЛ. Авторы объясняют этот результат тем, что кислород атмосферы играет роль акцептора, создавая положительно заряженные вакансии V_O^+ . В отсутствие кислорода все имеющиеся вакансии находятся в нейтральном состоянии V_O^0 и не принимают участия в процессе люминесценции.

Однако имеются сомнения в правильности интерпретации полученных результатов. В статье [20] теоретическими расчетами показано, что однократно ионизованная вакансия кислорода термодинамически нестабильна и не должна наблюдаться в оксиде цинка при отсутствии возбуждения. Кроме того, существуют разногласия по поводу интерпретации сигнала ЭПР с g -фактором $g = 1,96$. Часть исследователей связывают

его с вакансиями кислорода V_O^+ [21–23], тогда как другая часть связывает с вакансиями кислорода другой сигнал ЭПР — с $g = 1,99$, а сигнал с $g = 1,96$ относит к свободным носителям заряда [24–26].

В работе [20] показано, что энергия образования вакансий кислорода в различных зарядовых состояниях значительно зависит от положения уровня Ферми, и в различных материалах в наиболее стабильном состоянии могут существовать различные зарядовые состояния вакансий кислорода. На основе своих расчетов авторы делают вывод, что ЗЛ связана с переходом вакансии из состояния V_O^0 в состояние V_O^+ в материалах с уровнем Ферми, близким к валентной зоне.

Анализируя данные метода ОДМР, авторы статьи [27] показали, что в кристалле оксида цинка происходит перенос энергии от экситона D^0X к вакансии кислорода (V_O -центр). Нейтральная вакансия кислорода, содержащая два электрона, под действием падающего УФ-излучения переходит в возбужденное синглетное состояние, затем релаксирует в возбужденное триплетное состояние ($S = 1$), из которого происходит излучение центра. Экспериментальный факт обнаружения центра с $S = 1$ не может быть подвергнут сомнению, однако интерпретация результата вызвала ряд дискуссий. Стоит отметить, что сигнал, приписываемый вакансиям кислорода, несколько отличается от данных, приведенных выше. Существует мнение, что наблюдавшийся сигнал относится к вакансиям цинка [20].

Кроме того, авторы работы [28], которые исследовали оксид цинка методом ЭПР совместно с фотолюминесценцией, наблюдали при низких температурах люминесценцию и отнесли ее к вакансиям цинка.

Таким образом, на современном этапе исследований отсутствует определенное мнение о природе центров, ответственных за ЗЛ. В качестве основных центров люминесценции рассматриваются вакансии цинка или кислорода. При этом существуют разногласия как в определении степени участия каждого центра в процессе люминесценции, так и зарядового состояния этого центра. Сложность интерпретации

экспериментальных результатов дополняется отсутствием надежных теоретических расчетов.

В данном случае изучение спектров люминесценции не может ответить на вопрос о присутствии тех или иных дефектов, так как максимумы их излучения лежат в одной области. Информацию об этих процессах можно получить путем исследования кривых спада люминесценции. Эти кривые также дают информацию о процессах переноса энергии в веществе.

В данной работе представлены результаты исследования спектров и кривых спада люминесценции в порошках оксида цинка при воздействии различных термообработок.

Методика эксперимента

В работе использовались образцы оксида цинка разной степени очистки: порошок химической чистоты (порошок № 1, 99,9 %, российского производства) и порошок марки ОСЧ (порошок № 2, 99,999 %, американского производства, фирмы Alfa Aesar). Термообработка (ТО) в вакууме и на воздухе производилась при температурах 800 °С и 1050 °С в течение двух часов. После этого порошки проходили термообработку в смеси аргона и водорода, содержащей 85 % Ar и 15 % H₂. Термообработка в аргоно-водородной атмосфере производилась при температуре 800 °С в течение 30 мин.

Измерение спектров люминесценции порошков проводилось при непрерывном рентгеновском (40 кВ, 14 мА) возбуждении. Регистрирующая часть содержала монохроматор МДР-2 с решеткой 1200 штр./мм и фотоприемник ФЭУ-106. Все измеренные спектральные кривые были откорректированы с учетом чувствительности ФЭУ и неравномерности пропускания монохроматора для различных длин волн.

Кинетика люминесценции измерялась с использованием экспериментальной установки, описанной ранее [29]. Для возбуждения люминесценции образцов использовался источник рентгеновского излучения с длительностью импульса менее 1 нс, работающий при напряжении 30 кВ и максимальной амплитуде тока до 500 мА. Регистрирующая схема состояла из ФЭУ-71 и регистрирующей электроники, работающей в режиме счета фотонов. Система позволяет проводить измерения с точностью не хуже чем 400 пс.

Измерение спектров и кинетики люминесценции проводились в геометрии «на отражение»: угол между направлением рентгеновского излучения и ФЭУ составлял 90 град. Все измерения были выполнены при комнатной температуре.

Результаты экспериментов

Спектры рентгенолюминесценции (РЛ)

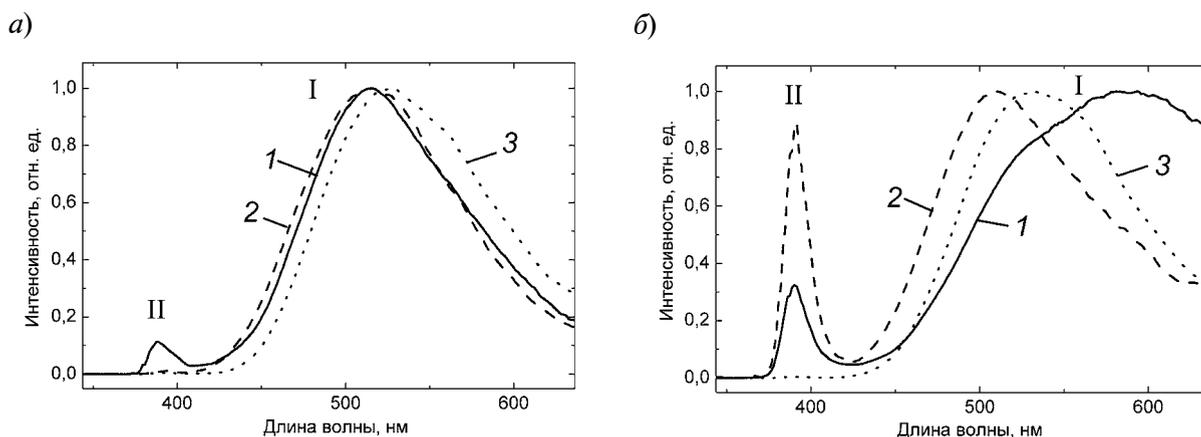


Рис. 1. Спектры рентгенолюминесценции порошков ZnO различной химической чистоты (а – образец № 1, б – образец № 2) до (1) и после (2, 3) их термообработки при температуре 1050 °С в вакууме (2) и на воздухе (3);

I, II – области зеленой и краевой люминесценции соответственно (интенсивности излучения нормализованы)

порошка № 1 представлены на рис. 1, а. Спектр РЛ исходного порошка содержит широкую полосу ЗЛ с максимумом при 513 нм и пик КрЛ при 389 нм. После ТО в вакууме максимум ЗЛ сохраняет свое положение, а ее интенсивность увеличивается примерно в десять раз для ТО при 800 °С и в двадцать раз для ТО при 1050 °С. Интенсивность представленных на рисунке кривых нормирована на единицу. Для обоих порошков, термообработанных на воздухе, максимум ЗЛ смещается в красную область (525 нм), а ее интенсивность примерно в пять раз выше, чем у исходного порошка.

Спектр РЛ порошка № 2 отличается от спектра первого порошка (рис. 1, б): максимум интенсивности ЗЛ находится в области 585 нм, а его КрЛ имеет большую интенсивность, чем у порошка № 1. После ТО в вакууме интенсивность КрЛ значительно возрастает по отношению к ЗЛ. Тем не менее общая светимость порошка существенно не изменяется и остается довольно низкой. Максимум ЗЛ находится на 510 нм. Результат ТО на воздухе совпадает с таковым для порошка № 1: происходит увеличение интенсивности ЗЛ, а ее максимум находится на длине волны 525 нм.

Кривые спада интенсивности РЛ порошка № 1 после различных ТО представлены на рис. 2. Все они имеют сложную структуру, которую можно аппроксими-

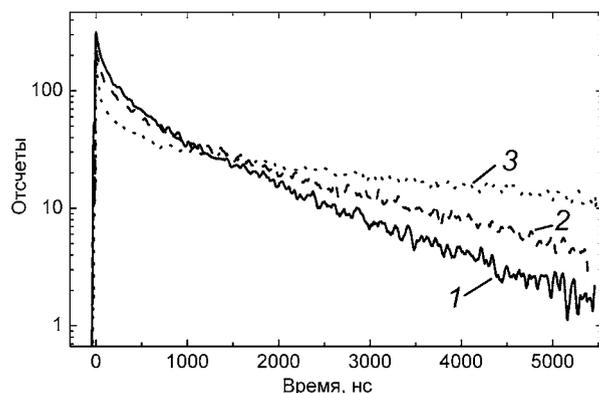


Рис. 2. Кривые спада интенсивности рентгенолюминесценции порошка ZnO (образец № 1) после его термообработки в различных режимах и средах: в вакууме (1, 2) и на воздухе (3). Температуры обработки, °С: 800 (2) и 1050 (1, 3)

ровать несколькими экспоненциальными функциями. Кривые спада для порошков, термически обработанных на воздухе при различных температурах, совпадают. Из рисунка видно, что медленная компонента спада люминесценции порошков, которые прошли ТО в вакууме, ускоряется с увеличением температуры. В кривых спада интенсивности РЛ порошков, термообработанных на воздухе, выделяются три компонента. Времена спада, полученные с помощью аппроксимации тремя экспоненциальными кривыми, составляют 5, 100 – 200 и 4000 – 5000 нс. Кривые спада интенсивности РЛ порошков, термообработанных в вакууме, могли бы быть аппроксимированы с неплохой точностью двумя экспоненциальными спадами, но с учетом предыдущего случая, была выбрана аппроксимация тремя экспоненциальными спадами. Трехкомпонентная аппроксимация дает одинаковые постоянные времена спада для первых двух компонент: 10 – 50, 100 – 200 нс. Медленная компонента отличается для порошков с разной температурой ТО. Для порошка с ТО при 800 °С эта компонента составляет 1600 нс, а для порошка с ТО при 1050 °С она составляет 1100 нс.

Результаты ТО в водородосодержащей атмосфере значительно отличаются для порошков, первоначально прошедших термообработку в вакууме и на воздухе (рис. 3, а). На порошки, которые прошли предварительно ТО в вакууме, термообработка в водородосодержащей среде не оказывает значительного влияния: положение максимума и интенсивность ЗЛ не изменяются. В порошке, термообработанном на воздухе, интенсивность ЗЛ после термообработки в водородосодержащей атмосфере значительно снижается, в то же время относительная интенсивность КрЛ растет.

При сравнении кривых спада интенсивности РЛ образца, который был термообработан в вакууме, до и после термообработки в водородосодержащей атмосфере, видно (рис. 3, б), что кривые имеют одинаковые медленные компоненты и различие в быстрой компоненте, которая тушится под воздействием водорода.

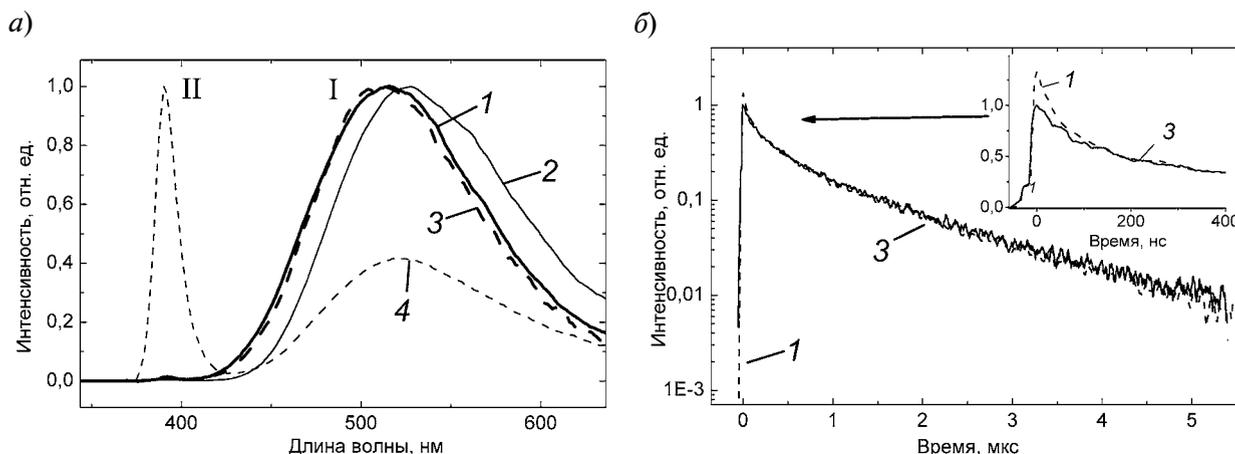


Рис. 3. Спектр рентгенолюминесценции (а) и кривая спада ее интенсивности (б) порошка ZnO (образец № 1) после его однократной (1, 2) и двукратной (3, 4) термообработки в различных средах: в вакууме (1) и на воздухе (2) при температуре 1050 °С и в водородосодержащей атмосфере при температуре 800 °С (3, 4) после первой термообработки; I, II – области зеленой и краевой люминесценции соответственно (интенсивности излучения нормализованы)

Обсуждение экспериментальных результатов

Изменения в спектрах РЛ после воздействия термообработки на образцы оксида цинка можно объяснить, если считать, что ЗЛ с максимумом при 510 – 515 нм связана с вакансиями кислорода, а ЗЛ с максимумом при 520 – 530 нм связана с вакансиями цинка.

Эффект от воздействия термообработки в воздушной среде и вакууме должен быть главным образом вызван созданием собственных дефектов: вакансий цинка и кислорода соответственно. Хотя в оксиде цинка существует большое количество других собственных дефектов, но они имеют достаточно высокую энергию образования [13] и поэтому не могут оказывать заметного влияния на люминесценцию. Исключением является межзельный цинк – дефект, который имеет низкую энергию образования [13] и ведет себя как мелкий донор, поэтому он может принимать участие в процессе переноса энергии.

Термообработка в водородосодержащей атмосфере удаляет избыток кислорода. Расчетами теории функциональной плотности было показано [30], что водород может нейтрализовать вакансии цинка, создавая комплексы $(V_{Zn} - H_2)^0$. Также водород может вести себя как мелкий донор.

Термообработка образцов в вакууме создает вакансии кислорода, увеличивая таким образом интенсивность ЗЛ. После этого ТО в водородной атмосфере не может произвести значительного эффекта. Термообработка оксида цинка в воздухе уменьшает число вакансий кислорода и создает вакансии цинка. Энергия образования вакансий цинка выше [20, 31], поэтому ЗЛ имеет меньшую интенсивность. Последующая ТО образцов в водородосодержащей атмосфере уменьшает избыток кислорода и нейтрализует вакансии цинка. В результате интенсивность ЗЛ заметно снижается.

К такому объяснению природы ЗЛ склоняются и авторы работы [15]. Однако такое предположение, во-первых, не было корректно подтверждено прямыми экспериментальными измерениями количества тех или иных дефектов, и, во-вторых, не может объяснить сложные (многокомпонентные) кривые спада интенсивности РЛ. Наличие двух центров люминесценции должно приводить к двухкомпонентным кривым, а в случае, когда один из центров доминирует – к одной постоянной спада. Полученные нами кривые имеют трехкомпонентную сложную структуру. Кроме того, неясно: почему в порошке № 2 ТО в вакууме не приводит к увеличению интенсивности ЗЛ.

Однако можно предложить другое объ-



яснение наблюдаемых результатов. Воздействие термообработки можно связать не с изменением количества вакансий кислорода или цинка, а с ее влиянием на положение уровня Ферми и, как следствие, с изменением зарядового состояния одной и той же вакансии.

Вакуум и водород играют роль восстановительных сред, их участие в процессе термообработки увеличивает количество свободных носителей в зоне проводимости [18]. Термообработка в водородосодержащей атмосфере может создавать большое количество мелких доноров H^+ и увеличивать количество избыточных ионов цинка, которые, занимая межузельные позиции, также служат мелкими донорами [30]. Такой процесс увеличивает количество свободных носителей в зоне проводимости и сдвигает уровень Ферми в направлении зоны проводимости.

Воздух, содержащий кислород, играет роль окислительной среды, его воздействие уменьшает количество свободных носителей в зоне проводимости [18], опуская уровень Ферми к потолку валентной зоны. Различия в поведении спектров РЛ порошков № 1 и № 2 после ТО в вакууме можно объяснить различием в чистоте исходных порошков (в них могут быть донорные или акцепторные примеси).

Это предположение подкрепляется также результатами введения в порошки оксида цинка трехвалентных примесей алюминия и индия [32, 33], которые, являясь

мелкими донорами, увеличивают проводимость и, сдвигая уровень Ферми ближе к валентной зоне, вызывают тушение ЗЛ.

Итак, в работе исследовано влияние термообработки в вакууме, на воздухе и в водородосодержащей атмосфере на спектры и кривые спада интенсивности РЛ порошков оксида цинка. В исследуемых образцах регистрировалась полосы люминесценции с максимумами 515 и 525 нм при их термообработке в вакууме на воздухе, соответственно. Последующий нагрев в водородосодержащей атмосфере не оказывал влияния на образцы, предварительно термообработанные в вакууме. Интенсивность люминесценции порошков, термообработанных на воздухе, значительно снижается после термообработки в водородосодержащей атмосфере. Все порошки имеют сложные кривые спада интенсивности люминесценции, которые удается описать тремя экспонентами. Полученные результаты можно объяснить, прежде всего, созданием вакансий кислорода или цинка, которые являются центрами люминесценции; однако нельзя исключать из рассмотрения эффект, вызываемый смещением уровня Ферми, в результате которого может изменяться зарядовое состояние центров и характер их участия в процессе люминесценции. Совершенно неправильно было бы связывать ЗЛ с каким-то одним простым дефектным центром, например с изолированной вакансией кислорода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Neal J.S., DeVito D.M., Armstrong B.L., Mei Hong, Kesanli B., Xiaocheng Yang, Giles N.C., Howe J.Y., Ramey J.O., Wisniewski D.J., Wisniewska M., Munir Z.A., Boatner L.A. Investigation of ZnO-based polycrystalline ceramic scintillators for use as alpha-particle detectors // IEEE Trans. on Nuclear Science. 2009. Vol. 56. P. 892–898.
2. Chaari M., Matoussi A., Fakhfakh Z. Structural and dielectric properties of sintering zinc oxide bulk ceramic // Materials Sciences and Application. 2011. Vol. 2. P. 764–769.
3. Meyer B.K., Alves H., Hofmann D.M., Kriegseis W., Forster D., Bertram F., Christen J., Hoffmann A., Straßburg M., Dworzak M., Hübner U., Rodina A.V. Bound exciton and donor-acceptor pair recombinations in ZnO // Phys. Stat. Sol. (b). 2004. Vol. 241. P. 231–260.
4. Shan F.K., Liu G.X., Lee W.J., Lee G.H., Kim I.S., Shin B.C. Aging effect and origin of deep-level emission in ZnO thin film deposited by pulsed laser deposition // Appl. Phys. Lett. 2005. Vol. 86. P. 221910.
5. Leiter F.H., Alves H.R., Pfisterer D., Romanov N.G., Hofmann D.M., Meyer B.K. Oxygen vacancies in ZnO // Physica B. 2003. Vol. 340–342. P. 201–204.
6. Kohan A.F., Ceder G., Morgan D., Chris G. Van de Walle. First-principles study of native point defects in ZnO // Phys Rev. B. 2000. Vol. 61. P. 15019–15027.

7. **Guo B., Qiu Z.R., Wong K.S.** Intensity dependence and transient dynamics of donor–acceptor pair recombination in ZnO thin films grown on (001) silicon // *Appl. Phys. Lett.* 2003. Vol. 82. P. 2290.
8. **Reynolds D.C., Look D.C., Jogai B., Hoelscher J. E., Sherriff R. E., Harris M. T., Callahan M. J.** Time-resolved photoluminescence lifetime measurements of the Γ_5 and Γ_6 free excitons in ZnO // *J. Appl. Phys.* 2000. Vol. 88. P. 2152–2153.
9. **Liu M., Kitai A.H., Mascher P.** Point defects and luminescence centers in zinc oxide and zinc oxide doped with manganese // *J. Luminesc.* 1992. Vol. 54. P. 35–42.
10. **Ozgun U., Alivov Ya.I., Liu C., Teke A., Reshchikov M.A., Doğan S., Avrutin V., Cho S.-J., Morko H.** A comprehensive review of ZnO materials and devices // *J. Appl. Phys.* 2005. Vol. 98. P. 041301.
11. **McCluskey M.D., Jokela S.J.** Defects in ZnO // *J. Appl. Phys.* 2009. Vol. 106. P. 071101.
12. **Oba F., Choi M., Togo A., Tanaka I.** Point defects in ZnO: an approach from first principles // *Sci. Technol. Adv. Mater.* 2011. Vol. 12. P. 034302.
13. **Janotti A., Van de Walle C.G.** Fundamentals of zinc oxide as a semiconductor // *Rep. Prog. Phys.* 2009. Vol. 72. P. 126501.
14. **Moe Berseth T., Svenson B.G., Kuznetsov A.Yu., Klason P., Zhao Q.X., Willander M.** Identification of oxygen and zinc vacancy optical signals in ZnO // *Appl. Phys. Lett.* 2006. Vol. 89. P. 262112.
15. **Ton-That C., Weston L., Phillips M. R.** Characteristics of point defects in the green luminescence from Zn- and O-rich ZnO // *Phys. Rev. B.* 2012. Vol. 86. P. 115205.
16. **Zhao Q.X., Klason P., Willander M.** Deep-level emissions influenced by O and Zn implantations in ZnO // *Appl. Phys. Lett.* 2005. Vol. 87. P. 211912.
17. **Chen H., Gu S., Tang K., Zhu S., Zhu Z., Ye J., Zhang R., Zheng Y.** Origins of green band emission in high-temperature annealed N-doped ZnO // *J. Luminesc.* 2011. Vol. 131. P. 1189–1192.
18. **Vanheusden K., Warren W.L., Seager C.H., Tallant D.R., Voigt J.A., Gnade B.E.** Mechanisms behind green photoluminescence in ZnO phosphor powders // *J. Appl. Phys.* 1996. Vol. 79. P. 7983–7990.
19. **Manoranjan Ghosh, Ningthoujam R.S., Vatsa R.K.** Role of ambient air on photoluminescence and electrical conductivity of assembly of ZnO nanoparticles // *J. Appl. Phys.* 2011. Vol. 110. P. 054309.
20. **Janotti A., Van de Walle C.G.** Oxygen vacancies in ZnO // *Appl. Phys. Lett.* 2005. Vol. 87. P. 122102.
21. **Hausmann A.** Ein «F-Zentrum» als paramagnetischer Donator in Zinkoxid // *Z. Phys.* 1970. Vol. 237. P. 86–97.
22. **Hoffmann K., Hahn D.** Electron spin resonance of lattice defects in zinc oxide // *Phys. Status Solidi a.* 1974. Vol. 24. P. 637–648.
23. **Muller K.A., Schneider J.** Conduction electron spin resonance in group II–VI semiconductors and phosphors // *Phys. Lett.* 1963. Vol. 4. P. 288–291.
24. **Soriano V., Galland D.** Photosensitivity of the EPR spectrum of the F^+ center in ZnO // *Phys. Status Solidi b.* 1976. Vol. 77. P. 739–744.
25. **Smith J.M., Vehse W.E.** ESR of electron irradiated ZnO confirmation of the F^+ center // *Phys. Lett. A.* 1970. Vol. 31. P. 147–148.
26. **Gonzalez C., Galland D., Herve A.** Interactions hyperfines du centre F^+ dans ZnO // *Phys. Status Solidi b.* 1975. Vol. 72. P. 309–320.
27. **Leiter F.H., Alves H.R., Hofstaetter A.** The oxygen vacancy as the origin of a green emission in undoped ZnO // *Phys. Status. Solidi b.* 2001. Vol. 226. No. 1. R4–R5.
28. **Vlasenko L.S., Watkins G.D.** Optical detection of electron paramagnetic resonance for intrinsic defects produced in ZnO by 2.5-MeV electron irradiation in situ at 4.2 K // *Phys. Rev. B.* 2005. Vol. 72. P. 035203.
29. **Rodnyi P.A., Mikhrin S.B., Mishin A.N., Sidorenko A.V.** Small-size pulsed X-ray source for measurements of scintillator decay time constants // *IEEE Transactions Nuclear Science.* 2001. Vol. 48. P. 2340–2343.
30. **Lavrov E., Weber J., Borrner F.** Hydrogen-related defects in ZnO studied by infrared absorption spectroscopy // *Phys. Rev. B.* 2002. Vol. 66. P. 165205.
31. **Richard C., Catlow A., Sokol A., Walsh A.** Microscopic origins of electron and hole stability in ZnO // *Chem. Commun.* 2011. Vol. 47. P. 3386–3388.
32. **Yanagida T., Fujimoto Y., Yoshikawa A., Yokota Y., Miyamoto M., Sekiwa H., Kobayashi J., Tokutake T., Kamada K., Maeo S.** Scintillation properties of In doped ZnO with different In concentrations // *IEEE Transactions Nuclear Science.* 2010. Vol. 57. P. 1325–1328.
33. **Grigorjeva L., Millers D., Smits K., Monty C., Kouam J., Mir L.** The luminescence properties of ZnO:Al nanopowders obtained by sol-gel, plasma and vaporization-condensation methods // *Solid State Phenomena.* 2007. Vol. 128. P. 135–140.

REFERENCES

1. Neal J.S., DeVito D.M., Armstrong B.L., Mei Hong, Kesanli B., Xiaocheng Yang, Giles N.C., Howe J.Y., Ramey J.O., Wisniewski D.J., Wisniewska M., Munir Z.A., Boatner L.A. Investigation of ZnO-based polycrystalline ceramic scintillators for use as alpha-particle detectors. *IEEE Trans. on Nuclear Science*, 2009, vol. 56, pp. 892–898.
2. Chaari M., Matoussi A., Fakhfakh Z. Structural and dielectric properties of sintering zinc oxide bulk ceramic. *Materials Sciences and Application*, 2011, vol. 2, pp. 764–769.
3. Meyer B.K., Alves H., Hofmann D.M., Kriegseis W., Forster D., Bertram F., Christen J., Hoffmann A., Straßburg M., Dworzak M., Haboek U., Rodina A.V. Bound exciton and donor–acceptor pair recombinations in ZnO. *Phys. Stat. Sol. (b)*, 2004, vol. 241, pp. 231–260.
4. Shan F.K., Liu G.X., Lee W.J., Lee G.H., Kim I.S., Shin B.C. Aging effect and origin of deep-level emission in ZnO thin film deposited by pulsed laser deposition. *Appl. Phys. Lett.*, 2005, vol. 86, p. 221910.
5. Leiter F.H., Alves H.R., Pfisterer D., Romanov N.G., Hofmann D.M., Meyer B.K. Oxygen vacancies in ZnO. *Physica B*, 2003, vol. 340–342, pp. 201–204.
6. Kohan A.F., Ceder G., Morgan D., Chris G. Van de Walle. First-principles study of native point defects in ZnO. *Phys. Rev. B*, 2000, vol. 61, p. 15019–15027.
7. Guo B., Qiu Z.R., Wong K.S. Intensity dependence and transient dynamics of donor–acceptor pair recombination in ZnO thin films grown on (001) silicon. *Appl. Phys. Lett.*, 2003, vol. 82, p. 2290.
8. Reynolds D.C., Look D.C., Jogai B., Hoelscher J.E., Sherriff R.E., Harris M.T., Callahan M.J. Time-resolved photoluminescence lifetime measurements of the Γ_5 and Γ_6 free excitons in ZnO. *J. Appl. Phys.*, 2000, vol. 88, pp. 2152–2153.
9. Liu M., Kitai A.H., Mascher P. Point defects and luminescence centers in zinc oxide and zinc oxide doped with manganese. *J. Luminesc.*, 1992, vol. 54, pp. 35–42.
10. Ozgur U., Alivov Ya.I., Liu C., Teke A., Reshchikov M.A., Doğan S., Avrutin V., Cho S.-J., Morkoz H. A comprehensive review of ZnO materials and devices. *J. Appl. Phys.*, 2005, vol. 98, p. 041301.
11. McCluskey M.D., Jokela S.J. Defects in ZnO. *J. Appl. Phys.*, 2009, vol. 106, p. 071101.
12. Oba F., Choi M., Togo A., Tanaka I. Point defects in ZnO: an approach from first principles. *Sci. Technol. Adv. Mater.*, 2011, vol. 12, p. 034302.
13. Janotti A., Van de Walle C.G. Fundamentals of zinc oxide as a semiconductor. *Rep. Prog. Phys.*, 2009, vol. 72, p. 126501.
14. Moe Berseth T., Svenson B.G., Kuznetsov A.Yu. Klason P., Zhao Q. X., Willander M. Identification of oxygen and zinc vacancy optical signals in ZnO. *Appl. Phys. Lett.*, 2006, vol. 89, p. 262112.
15. Ton-That C., Weston L., Phillips M.R. Characteristics of point defects in the green luminescence from Zn- and O-rich ZnO. *Phys. Rev. B*, 2012, vol. 86, p. 115205.
16. Zhao Q.X., Klason P., Willander M. Deep-level emissions influenced by O and Zn implantations in ZnO. *Appl. Phys. Lett.*, 2005, vol. 87, p. 211912.
17. Chen H., Gu S., Tang K., Zhu S., Zhu Z., Ye J., Zhang R., Zheng Y. Origins of green band emission in high-temperature annealed N-doped ZnO. *J. Luminesc.*, 2011, vol. 131, pp. 1189–1192.
18. Vanheusden K., Warren W.L., Seager C.H., Tallant D.R., Voigt J.A., Gnade B.E. Mechanisms behind green photoluminescence in ZnO phosphor powders. *J. Appl. Phys.*, 1996, vol. 79, pp. 7983–7990.
19. Manoranjan Ghosh, Ningthoujam R.S., Vatsa R.K. Role of ambient air on photoluminescence and electrical conductivity of assembly of ZnO nanoparticles. *J. Appl. Phys.*, 2011, vol. 110, p. 054309.
20. Janotti A., Van de Walle C.G. Oxygen vacancies in ZnO. *Appl. Phys. Lett.*, 2005, vol. 87, p. 122102.
21. Hausmann A. Ein «F-Zentrum» als paramagnetischer Donator in Zinkoxid. *Z. Phys.*, 1970, vol. 237, pp. 86–97.
22. Hoffmann K., Hahn D. Electron spin resonance of lattice defects in zinc oxide. *Phys. Status Solidi a*, 1974, vol. 24, pp. 637–648.
23. Muller K.A., Schneider J. Conduction electron spin resonance in group II–VI semiconductors and phosphors. *Phys. Lett.*, 1963, vol. 4, pp. 288–291.
24. Soriano V., Galland D. Photosensitivity of the EPR spectrum of the F^+ center in ZnO. *Phys. Status Solidi b*, 1976, vol. 77, pp. 739–744.
25. Smith J.M., Vehse W.E. ESR of electron irradiated ZnO confirmation of the F^+ center. *Phys. Lett. A*, 1970, vol. 31, pp. 147–148.
26. Gonzalez C., Galland D., Herve A. Interactions hyperfines du centre F^+ dans ZnO. *Phys. Status Solidi b*, 1975, vol. 72, pp. 309–320.
27. Leiter F.H., Alves H.R., Hofstaetter A. The oxygen vacancy as the origin of a green emission in undoped ZnO. *Phys. Status. Solidi b*, 2001, vol. 226, No. 1, R4–R5.
28. Vlasenko L.S., Watkins G.D. Optical detection of electron paramagnetic resonance for intrinsic

sic defects produced in ZnO by 2.5-MeV electron irradiation *in situ* at 4.2 K. *Phys. Rev. B*, 2005, vol. 72, p. 035203.

29. **Rodnyi P.A., Mikhlin S.B., Mishin A.N., Sidorenko A.V.** Small-size pulsed X-ray source for measurements of scintillator decay time constants. *IEEE Transactions Nuclear Science*, 2001, vol. 48, pp. 2340–2343.

30. **Lavrov E., Weber J., Bornert F.** Hydrogen-related defects in ZnO studied by infrared absorption spectroscopy. *Phys. Rev. B*, 2002, vol. 66, p. 165205.

31. **Richard C., Catlow A., Sokol A., Walsh A.** Mi-

croscopic origins of electron and hole stability in ZnO. *Chem. Commun.*, 2011, vol. 47, pp. 3386–3388.

32. **Yanagida T., Fujimoto Y., Yoshikawa A., Yokota Y., Miyamoto M., Sekiwa H., Kobayashi J., Tokutake T., Kamada K., Maeo S.** Scintillation properties of In doped ZnO with different In concentrations. *IEEE Transactions Nuclear Science*, 2010, vol. 57, pp. 1325–1328.

33. **Grigorjeva L., Millers D., Smits K., Monty C., Kouam J., Mir L.** The luminescence properties of ZnO:Al nanopowders obtained by sol-gel, plasma and vaporization-condensation methods. *Solid State Phenomena*, 2007, vol. 128, pp. 135–140.

РОДНЫЙ Петр Александрович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры экспериментальной физики Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.
piotr_rodnyi@mail.ru

ЧЕРНЕНКО Кирилл Александрович – аспирант кафедры экспериментальной физики Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.
nuclearphys@yandex.ru

КЛИМОВА Ольга Геннадьевна – кандидат технических наук, ассистент кафедры технологии и исследования материалов Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.
paniolia@list.ru

ГОРОХОВА Елена Ильинична – кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории функциональных материалов ООО «НИИТИОМ» Всероссийского научного центра «ГОИ им. С.И.Вавилова»

192171, г. Санкт-Петербург, ул. Бабушкина 36/1.
e.gorokhova@rambler.ru



УДК 621.315.592, 621.382

*Г.О. Корнышов, А.В. Сахаров, А.Е. Николаев***ВЛИЯНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ АЛЮМИНИЯ В БАРЬЕРНОМ СЛОЕ
НА СВОЙСТВА СВЕТОДИОДОВ ЗЕЛЕННОГО ДИАПАЗОНА
НА ОСНОВЕ НИТРИДА ИНДИЯ-ГАЛЛИЯ-АЛЮМИНИЯ***G.O. Kornyshov^{1,2}, A.V. Sakharov¹, A.E. Nikolaev¹*¹ Ioffe Physical-Technical Institute,
26 Politekhnikeskaya St., St. Petersburg, 194021, Russia.² St. Petersburg Academic University,
8/3 Khlopina St., St Petersburg, 194021, Russia**INFLUENCE OF ALUMINUM CONTENT IN BLOCKING LAYER
ON PROPERTIES OF GREEN InGaAlN LEDS**

Исследовано влияние барьерного для электронов слоя AlGaN на свойства светодиодов, излучающих свет на длинах волн 520 – 565 нм (зеленый диапазон), на основе InAlGaN. Обнаружено, что изменение содержания алюминия приводит как к изменению эффективности, так и к существенно изменению длины волны излучения исследованных светодиодов.

НИТРИДЫ III ГРУППЫ, СВЕТОИЗЛУЧАЮЩИЕ ДИОДЫ, ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА, ЭПИТАКСИЯ.

The influence of AlGaN blocking layer on properties of green InGaAlN LEDs has been studied. The variation in aluminum content was found to change both LEDs efficiency and emission maximum position.

III-NITRIDES, LIGHT-EMITTING DIODES, OPTICAL PROPERTIES, EPITAXY.

Интенсивное развитие технологии создания эффективных светодиодов позволило расширить диапазон их излучения как в инфракрасную, так и в ультрафиолетовую области [1]. В видимой же области до недавних пор свойства гетероструктур в желто-зеленом диапазоне длин волн были изучены мало, так как существующий уровень технологии не позволял создавать нитридные структуры необходимого качества для данного участка спектра. Развитие технологии эпитаксиального роста и получение новых данных о свойствах указанных диодов позволили существенно повысить их эффективность, и в настоящее время проводятся активные исследования свойств светодиодов желто-зеленой области спектра.

В данной работе исследовалось влияние барьерного для электронов слоя (БС), изготовленного на основе AlGaN, на свойства светодиодов, излучающих свет в диапазоне длин волн 520 – 565 нм.

Экспериментальная часть

Полупроводниковые структуры выращивались методом МОС-гидридной (МОС – металлоорганическое соединение) эпитаксии на сапфировых подложках ориентации (0001). В качестве несущих газов использовались азот, водород и их смеси, а в качестве элементных источников – триметилгаллий (ТМГ), триэтилгаллий (ТЭГ), триметилиндий (ТМИ), триметилалюминий (ТМА), моносилан и биспентациклодиенил магния.

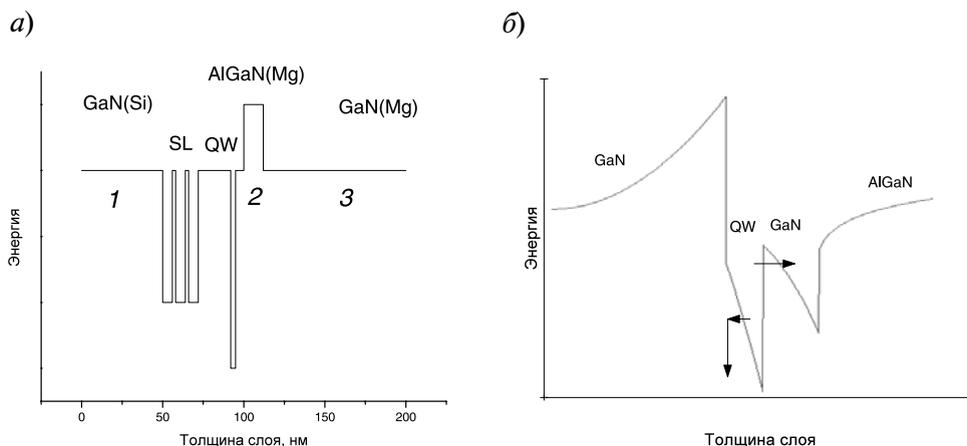


Рис. 1. Энергетические диаграммы исследуемых объектов: *a* – для зоны проводимости всего светодиода, *б* – для квантовой ямы (КЯ) светодиода, с учетом поля от барьерного слоя; SL, QW – сверхрешетка и КЯ, соответственно. Степени легирования, см^{-3} : 1 – $6 \cdot 10^{18}$ (*n*), 2 – $2 \cdot 10^{20}$ (*p*), 3 – 10^{20} (*p*); стрелками показано туннелирование электронов через барьер

Светодиодная структура включала семь слоев: буферный GaN : Si толщиной около 4 мкм; три периода пассивной сверхрешетки InGaIn/GaN, образованной конвертацией InGaIn при прерываниях роста; низкотемпературный слой GaN толщиной 20 нм; одну активную квантовую яму (КЯ) InGaIn толщиной 3 нм; барьерный слой GaN толщиной 5 нм; БС для электронов AlGaIn : Mg толщиной 12 нм и контактный слой GaN : Mg толщиной 180 нм. Детали эпитаксиального роста описаны в статье [2]. Схематичное изображение зоны проводимости представлено на рис. 1, *a*. Структуры различались только величиной потока ТМА (а значит, содержанием алюминия), использованного при их выращивании, а точнее – при росте БС AlGaIn : Mg. Поток варьировали от 0 до 50 стандартных $\text{см}^3/\text{мин}$. Выращенные структуры изучались методами фотолюминесценции (ФЛ), электролюминесценции (ЭЛ) и рентгеновской дифракции.

Оптические свойства исследовались с помощью ФЛ-спектроскопии, причем для возбуждения ФЛ использовались два лазера, излучающих свет в непрерывном режиме: гелий-кадмиевый с мощностью излучения 20 мВт и рабочей длиной волны $\lambda_1 = 325$ нм, а также полупроводниковый ($\lambda_2 = 405$ нм, 100 мВт).

Для регистрации ФЛ использовался монохроматор МДР-23 и фотоэлектронный умножитель ФЭУ-100. Для повышения чувствительности измерений и снижения шумов применялся синхронный детектор SR810-DSP.

Электролюминесцентные (ЭЛ) свойства выращенных структур исследовались в непрерывном режиме на неразделенных пластинах с выводом света через подложку. Спектры ЭЛ регистрировались на специальной установке, включающей монохроматор и фотоэлектронный умножитель. При измерении эффективности светодиодных структур интенсивность ЭЛ измерялась путем сравнения с калиброванным фотодиодом.

Рентгеновская дифрактометрия использовалась для оценки реальной концентрации алюминия в БС, поскольку встраивание ионов алюминия в кристаллическую решетку твердого раствора полупроводника отличалось нелинейной зависимостью от потока ТМА (т. е. уровень потока не мог служить показателем концентрации).

Экспериментальные результаты и их обсуждение

В исследуемых структурах в ходе их выращивания мы варьировали поток ТМА при росте барьерного слоя; это приводит-

Зависимость параметров фото- и электролюминесценции светодиодов от содержания алюминия в барьерном слое

Поток ТМА, см ³ / мин	Содержание Al, %	Положение пика, нм			Полуширина пика, нм		
		ФЛ		ЭЛ	ФЛ		ЭЛ
		$\lambda_1 = 325$ нм	$\lambda_2 = 405$ нм		$\lambda_1 = 325$ нм	$\lambda_2 = 405$ нм	
0	0,00	532,18	518,34	521,48	43,55	30,82	43,59
2,5	6,00	531,45	528,99	537,69	37,46	31,65	39,02
5,0	11,00	546,58	537,77	549,83	36,03	31,35	37,73
15	17,00	553,16	557,88	548,66	36,05	35,58	39,46
30	21,50	559,79	560,47	560,21	34,33	35,42	40,25
50	24,50	553,11	561,65	565,4	39,72	35,80	42,76

Примечания. 1. ФЛ, ЭЛ – фото- и электролюминесценция, ТМА – триметилалюминий (источник алюминия).

2. λ_1, λ_2 – рабочие длины волн гелий-кадмиевого (20 мВт) и полупроводникового (100 мВт) лазеров, возбуждающих ФЛ.

3. Спектры ЭЛ получены при токе инжекционной накачки 50 мА.

4. Все спектры зарегистрированы при комнатной температуре.

ло к изменению в слое содержания алюминия, перестройке зонных структур, и, следовательно, их оптических свойств. Зависимость содержания алюминия от потока ТМА носит нелинейный характер, что связано с паразитными реакциями в газовой фазе [3]. Для выращенных структур были получены спектры электролюминесценции (ЭЛ) при силе тока в 50 мА, а также спектры фотолюминесценции при комнатной температуре.

Полученные результаты представлены в таблице и далее на графиках.

На рис. 2, а приведены зависимости положения пиков ФЛ от процентного содержания алюминия в БС. Все они имеют линейный вид (показан пунктиром), и наклон аппроксимированной прямой составляет $-6,6$ мэВ / %. Таким построением можно определить, насколько искривляется квантовая яма под действием электрического поля, созданного блокирующим сло-

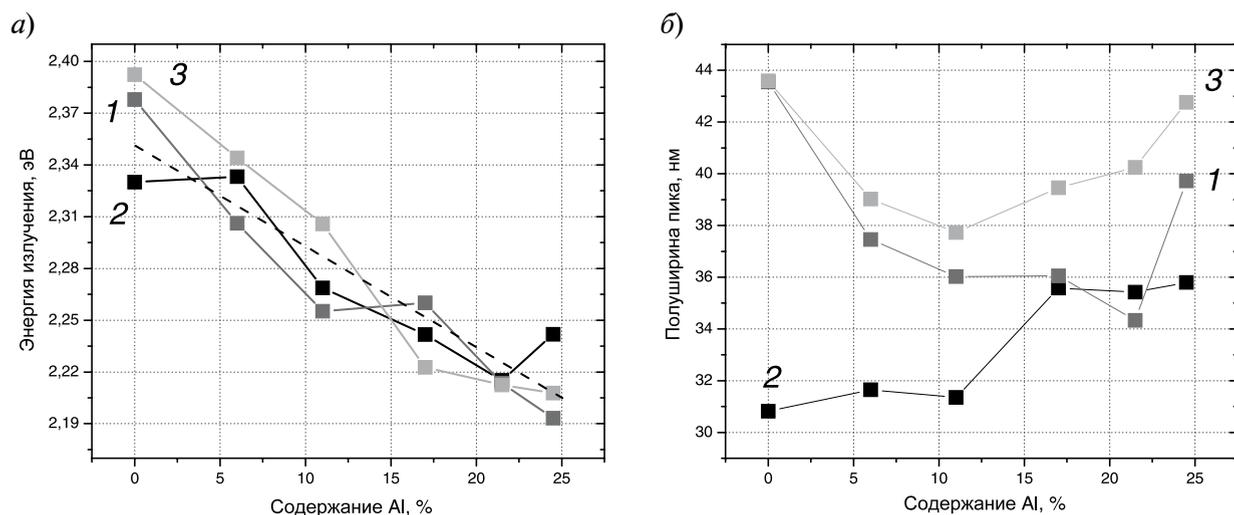


Рис. 2. Зависимости положения (а) и полуширины (б) пиков ФЛ (1, 2) и ЭЛ (3) от содержания алюминия в барьерном слое AlGaIn при возбуждении ФЛ на разных длинах волн: $\lambda_1 = 325$ нм (1) и $\lambda_2 = 405$ нм (2) (см. таблицу). Температура комнатная

ем AlGaIn. При изменении мольной доли алюминия в БС от 0 до 24,5 % энергия перехода в квантовой яме изменяется от 2,38 до 2,19 эВ (что соответствует значениям длины волны излучения от 521 до 565 нм).

Такое небольшое изменение объясняется тем, что при изгибе квантовой ямы зоны проводимости и валентная сближаются настолько, что может происходить туннелирование носителей заряда в запрещенную зону и их последующая рекомбинация (рис. 1, б). Поле создается ионами магния в БС. В отсутствие алюминия акцептор (Mg^{2+}) при комнатной температуре имеет небольшую энергию активации [4], и в итоге реальная концентрация примеси может падать в десятки раз. Помимо этого, ионы магния могут быть пассивированы ионами водорода (протонами), что также уменьшает величину p -легирования в барьере ямы. Акцепторы в барьерном слое необходимы для создания обедненной области заряда и, как следствие, потенциального барьера на границе активной области с барьерным слоем, а это необходимо для увеличения внутреннего квантового выхода. Атомы алюминия, помимо функции создания энергетического барьера, осуществляют также повышение энергии активации магния, что приводит к необходимой концентрации акцепторов ($2 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$).

Таким образом, изменяя концентрацию алюминия в БС, можно варьировать энергию излучения КЯ в пределах 200 мэВ благодаря полю, созданному БС. Если предположить, что расстояние между максимумами волновых функций электрона и дырки в квантовой яме составляет 2 нм, то можно оценить электрическое поле, создаваемое БС с содержанием алюминия 10 %: оно составит 330 кВ/см.

На рис. 2, б приведены зависимости полуширины пиков ФЛ от процентной доли алюминия в БС. Положение максимума ФЛ хорошо воспроизводится для обеих длин волн возбуждающего излучения (см. рис. 1, а), тогда как ширина спектра ЭЛ ближе к ширине спектров ФЛ, измеренных с применением гелий-кадмиевого лазера. При использовании полупроводникового лазера ширина спектра ФЛ су-

щественно меньше, что может быть связано с различными условиями поглощения света. Поскольку энергия излучения полупроводникового лазера меньше ширины запрещенной зоны GaN (этот лазер излучает на большей длине волны), возбуждение происходит главным образом в КЯ и сверхрешетке, из которой электроны при комнатной температуре туннелируют в КЯ. При использовании гелий-кадмиевого лазера возбуждение носителей происходит преимущественно в барьерах (электроны впоследствии захватываются в КЯ), а это ближе к режиму электролюминесценции. Так нами трактуются результаты, представленные на рис. 2, б.

Однако спектры ФЛ, полученные с применением полупроводникового лазера, несут больше информации о процессах, происходящих в КЯ. По ним можно наблюдать, что при концентрации алюминия 15 % происходит перелом в поведении полученных зависимостей: полуширина увеличивается на 11 % (см. рис. 2, б), максимум полосы ФЛ практически перестает смещаться в длинноволновую область (см. рис. 2, а), а эффективность излучения падает (рис. 3). Все это говорит о том, что носители заряда начинают покидать квантовую яму и рекомбинировать вне активной области. Можно предположить, что поле от БС слишком сильно искривляет КЯ и электроны туннелируют через стенку квантовой ямы (см. рис. 1, б). Тот же самый процесс наблюдается и при исследовании фотолюминесценции другими способами. Но на графике рис. 2, б отчетливо видно, что в отсутствие барьерного слоя электроны также покидают активную область, что говорит о его эффективности.

Влияние слоя, блокирующего электроны (БС), на свойства светодиодов исследовалось как теоретически [5], так и экспериментально [5, 6]. Расчеты показывают, что для светодиодов сине-фиолетового диапазона [5] наличие БС приводит к увеличению эффективности светодиодной структуры. Это объясняется уменьшением тока утечки инжектированных носителей, которая происходит из-за большого количества горячих электронов при повышении напряжения на



светодиоде. БС создает дополнительный барьер, не позволяющий носителям покидать активную область. Это было экспериментально показано для светодиодов, излучающих на длине волны 410 нм [6].

В то же время исследования, проведенные для светодиодов зеленого диапазона [6], также говорят об эффективности БС. Он понижает энергию активации магния, что приводит к увеличению концентрации дырок между квантовой ямой и барьерным слоем. Такой эффект приводит к уменьшению тока утечки инжектированных носителей, увеличению излучательной рекомбинации; это было показано теоретически для структур на неполярном GaN [5].

В нашем случае наблюдается максимум эффективности при промежуточных составах AlGaN БС (поток ТМА – 20 см³/мин, содержание алюминия – 18 %); при увеличении же мольной доли алюминия наблюдается снижение эффективности (см. рис. 3). Последняя также падает с увеличением тока инжекции. Аналогичное поведение эффективности наблюдалось при исследованиях, опубликованных в работе [6], и связано с тем, что высоты БС оказывается недостаточно, чтобы задержать инжектированные носители в активной области.

Таким образом, в результате проведенных исследований показано, что уровень содержания алюминия в барьерном слое светодиодов зеленого диапазона может оказывать существенное влияние на эффективность и длину волны излучения при номинально идентичной активной области.

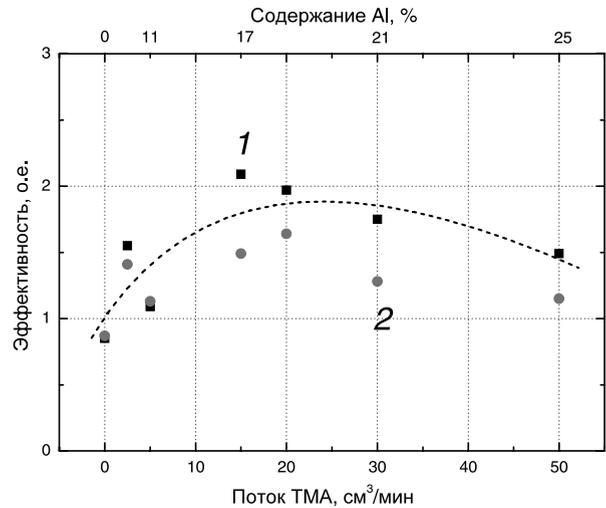


Рис. 3. Зависимость эффективности излучения светодиода от потока ТМА при росте барьерного слоя AlGaN для двух значений тока накачки, мА: 10 (1) и 140 (2)

При этом энергия перехода, ответственного за люминесценцию, линейно зависит от концентрации алюминия в барьерном слое, и ею можно управлять в интервале энергий вплоть до 200 мэВ и менять при этом длину волны излучения. Максимум эффективности излучения исследованных светодиодов зеленого диапазона наблюдается при содержании алюминия в барьерном слое от 15 до 20 %.

Работа проведена при поддержке Государственного контракта с Министерством образования и науки РФ № 12.527.12.3018 от 4 июня 2012г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шуберт Ф. Светодиоды / Пер. с англ. под ред. А.Э. Юновича; 2-е изд. М.: Физматлит, 2008. 496 с.
2. Lundin W.V., Nikolaev A.E., Sakharov A.V., Zavarin E.E., Valkovskiy G.A., Yagovkina M.A., Usov S.O., Kryzhanovskaya N.V., Sizov V.S., Brunkov P.N., Zakgeim A.L., Cherniakov A.E., Cherkashin N.A., Hytch M.J., Yakovlev E.V., Bazarevskiy D.S., Rozhavskaaya M.M., Tsatsulnikov A.F. Single quantum well deep-green LEDs with buried InGa_N/Ga_N short-period superlattice // Journal of Crystal Growth. 2011. Vol. 315. No. 1. P. 267–271.
3. Lundin W.V., Nikolaev A.E., Rozhavskaaya M.M., Zavarin E.E., Sakharov A.V., Troshkov S.I.,

- Yagovkina M.A., Tsatsulnikov A.F. Fast AlGa_N growth in a whole composition range in planetary reactor // Journal of Crystal Growth. 2013. Vol. 370. P. 7–11.
4. Tanaka T., Watanabe A., Amano H., Kobayashi Y., Akasaki I., Yamazaki S., Koike M. *p*-type conduction in Mg-doped Ga_N and Al_{0.08}Ga_{0.92}N grown by metal-organic vapor phase epitaxy // Appl. Phys. Lett. 1994. Vol. 65. P. 593 – 594.
5. Ni X., Li X., Lee J., Liu S., Avrutin V., Цзгыр Б., Моркоз Н., Matulionis A. Hot electron effects on efficiency degradation in InGa_N light emitting diodes and designs to mitigate them // Journ. Appl. Phys. 2010. Vol. 108(03). P. 033112-1–033112-3.
6. Sang-Heon Han, Dong-Yul Lee, Sang-Jun

Lee, Chu-Young Cho, Min-Ki Kwon, S. P. Lee, D. Y. Noh, Dong-Joon Kim, Yong Chun Kim, Seong-Ju Park. Effect of electron blocking layer on efficiency

droop in InGaN/GaN multiple quantum well light-emitting diodes // Appl. Phys. Lett. 2009. Vol. 94. P. 231123-1–231123-3.

REFERENCES

1. **Shubert F.** Svetodiody. Per. s angl. pod red. A.E. Yunovicha; 2-ye izd. M.: Fizmatlit, 2008. 496 s.

2. **Lundin W.V., Nikolaev A.E., Sakharov A.V., Zavarin E.E., Valkovskiy G.A., Yagovkina M.A., Usov S.O., Kryzhanovskaya N.V., Sizov V.S., Brunkov P.N., Zakgeim A.L., Cherniakov A.E., Cherkashin N.A., Hytch M.J., Yakovlev E.V., Bazarevskiy D.S., Rozhavskeya M.M., Tsatsulnikov A.F.** Single quantum well deep-green LEDs with buried InGaN/GaN short-period superlattice // Journal of Crystal Growth. 2011. Vol. 315. No. 1. P. 267–271.

3. **Lundin W.V., Nikolaev A.E., Rozhavskeya M.M., Zavarin E.E., Sakharov A.V., Troshkov S.I., Yagovkina M.A., Tsatsulnikov A.F.** Fast AlGaIn growth in a whole composition range in planetary reactor // Journal of Crystal Growth. 2013. Vol. 370. P. 7–11.

4. **Tanaka T., Watanabe A., Amano H., Kobayashi Y., Akasaki I., Yamazaki S., Koike M.** p-type conduction in Mg-doped GaN and Al_{0.08}Ga_{0.92}N grown by metal-organic vapor phase epitaxy // Appl. Phys. Lett. 1994, Vol. 65, pp. 593–594.

5. **Ni X., Li X., Lee J., Liu S., Avrutin V., Цзгъ Б., Моркоз Н., Matulionis A.** Hot electron effects on efficiency degradation in InGaN light emitting diodes and designs to mitigate them // Journ. Appl. Phys. 2010, Vol. 108(03), pp. 033112-1–033112-3.

6. **Sang-Heon Han, Dong-Yul Lee, Sang-Jun Lee, Chu-Young Cho, Min-Ki Kwon, S. P. Lee, D. Y. Noh, Dong-Joon Kim, Yong Chun Kim, Seong-Ju Park.** Effect of electron blocking layer on efficiency droop in InGaN/GaN multiple quantum well light-emitting diodes // Appl. Phys. Lett. 2009, Vol. 94, pp. 231123-1–231123.

КОРНЫШОВ Григорий Олегович – студент Санкт-Петербургского академического университета.
194021, г. Санкт-Петербург, ул. Хлопина, 8, корп. 3
supergrigoir@gmail.com

САХАРОВ Алексей Валентинович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН.
194021, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 26
val.beam@mail.ioffe.ru

НИКОЛАЕВ Андрей Евгеньевич – научный сотрудник ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН.
194021, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 26
Aen@mail.ioffe.ru



АТОМНАЯ ФИЗИКА, ФИЗИКА КЛАСТЕРОВ И НАНОСТРУКТУР

УДК 535.333; 544.174.2

*Л.П. Ракчеева, П.Ю. Сердобинцев, А.А. Беляева,
И.А. Шевкунов, А.А. Пастор, М.А. Ходорковский*

ЭЛЕКТРОННАЯ СТРУКТУРА ВОЗБУЖДЕННЫХ МОЛЕКУЛ АРГОН-КСЕНОН В СПЕКТРАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ ВБЛИЗИ ВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ КСЕНОНА

*L.P. Rakcheeva¹, P.Yu. Serdobintsev¹, A.A. Beliaeva¹,
I.A. Shevkunov², A.A. Pastor², M.A. Khodorkovskii¹*

¹ St. Petersburg State Polytechnical University,
29 Politehnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia.

² St. Petersburg State University,
7-9 Universitetskaya Emb., St. Petersburg, 199034, Russia.

THE ELECTRONIC STRUCTURE OF EXCITED ARGON-XENON MOLECULES IN THE SPECTRAL REGION NEAR XENON EXCITED STATES

Методом трехфотонного возбуждения молекул с последующей однофотонной ионизацией исследованы фотоионизационные спектры димерных молекул ArXe вблизи возбужденных состояний Xe* 7p, 6d в области от 87500 до 90000 см⁻¹, близкой к энергии ионизации молекул. Эта область содержит 12 состояний Xe*, из них два разрешенных при трехфотонном возбуждении. Сложная картина спектра наблюдается при регистрации молекулярных ионов ArXe⁺. Для двух колебательных систем были определены диссоциационные пределы, к которым они сходятся: ArXe* → Ar¹S₀ + Xe* 7p[5/2]₂ и Ar¹S₀ + Xe* 6d[7/2]₀³. Для соответствующих возбужденных состояний определены молекулярные постоянные и построены потенциальные кривые. Эти данные получены впервые.

РЕЗОНАНСНАЯ МНОГОФОТОННАЯ ИОНИЗАЦИЯ, МОЛЕКУЛА, ИОН, ВОЗБУЖДЕННОЕ СОСТОЯНИЕ, БЛАГОРОДНЫЙ ГАЗ, ЭЛЕКТРОННОЕ СОСТОЯНИЕ, ДИССОЦИАЦИЯ, МАСС-СПЕКТРОСКОПИЯ, ЛАЗЕРНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ.

The photoionization spectra of ArXe dimer molecules near the excited states Xe* 7p, 6d in the high-energy area 87500 – 90000 cm⁻¹ close to the energy of ionization of molecules have been recorded by the method of three-photon excitation of molecules followed by one-photon ionization. There are 12 states of Xe* in this area, two of them are allowed at three-photon excitation. The spectrum recorded by monitoring the molecular ions ArXe⁺ had the complicated image. The dissociation limits of two vibrational systems were measured: ArXe* → Ar¹S₀ + Xe* 7p[5/2]₂ and Ar¹S₀ + Xe* 6d[7/2]₀³. For these excited states the molecular constants and the potential curves were calculated. These data were obtained for the first time.

RESONANCE MULTIPHOTON IONIZATION, MOLECULE, ION, EXCITED STATE, RARE GAS, ELECTRONIC STATE, DISSOCIATION, MASS-SPECTROSCOPY, LASER EXCITATION.

Необходимость исследования электронной структуры молекулярных образований,

состоящих из атомов инертных газов, вызвана их существенным влиянием на свой-

ства газоразрядных источников света. Теоретические расчеты потенциальных кривых для такого типа молекул, находящихся в основном и некоторых возбужденных состояниях, были выполнены в работах [1–4]. Экспериментальные исследования электронной структуры молекул AgXe проводились методами оптического поглощения [5, 6], флуоресценции [7, 8], микроволновой спектроскопии [9] и методами многофотонной лазерной фотоионизации [10–15]. В результате этих исследований было установлено, что некоторые из возбужденных состояний могут быть преддиссоционными, а функции потенциальных кривых могут иметь несколько минимумов и располагаться частично или полностью выше диссоционного предела. Было также показано, что потенциальная кривая основного состояния хорошо описывается функцией Морзе; в работах [16, 17] приведены следующие значения молекулярных постоянных для AgXe X^0+ : частота гармонического колебания $\omega_e'' = 26,09 \text{ см}^{-1}$, постоянная ангармоничности $\omega_e x_e'' = 1,37 \text{ см}^{-1}$, энергия диссоциации $D_e = 131 \text{ см}^{-1}$, равновесное межъядерное расстояние $r_e = 4,09 \text{ \AA}$.

Однако все вышеперечисленные работы содержат сведения о структуре возбужденных молекул AgXe* только в очень ограниченных энергетических областях, а именно в области атомного перехода $\text{Xe}^1S_0 \rightarrow \text{Xe}^*6s[1/2]_1$ ($6845,7 \text{ см}^{-1}$), вблизи атомного перехода $\text{Xe}^1S_0 \rightarrow \text{Xe}^*6s'[1/2]_1$ ($77000 - 77300 \text{ см}^{-1}$), в области возбужденных состояний $\text{Xe}^*5d, 5p$ ($78000 - 80100 \text{ см}^{-1}$) и в области атомного перехода $\text{Xe}^1S_0 \rightarrow \text{Xe}^*5d[3/2]_1^0$ ($83800 - 84000 \text{ см}^{-1}$).

Ранее нами были получены данные об электронной структуре молекулы AgXe методами многофотонной лазерной фотоионизации в областях возбужденных состояний $\text{Xe}^*6s[3/2]_1^0$ ($66500 - 68800 \text{ см}^{-1}$) [18], $\text{Xe}^*6s', 6p, 5d$ ($77000 - 80200 \text{ см}^{-1}$) [19] и $\text{Xe}^*5d, 7s, 6d, 6p'$ ($80300 - 89500 \text{ см}^{-1}$) [20]. В области $67500 - 85000 \text{ см}^{-1}$ были однозначно выделены электронно-колебательные прогрессии, найдены пределы и проведена оценка молекулярных постоянных для возбужденных состояний в приближении потенциальной функции Морзе.

Спектральная область $88500 - 90100 \text{ см}^{-1}$ заслуживает особого внимания, так как в ней расположено большое количество возбужденных состояний и она близка к энергии ионизации молекулы $E_{\text{ион}}(\text{AgXe}^+) = 96515,6 \text{ см}^{-1}$. Для исследования электронной структуры двухатомных молекул благородных газов в этой области представляется существенным использование двух методов: многофотонной резонансной ионизации в сочетании с времяпролетной масс-спектрометрией REMPI-TOF и фотоэлектронной времяпролетной спектроскопии REMPI-PES. Ранее в работе [21] фотоэлектронные спектры AgXe были зарегистрированы только при двухфотонном резонансе с ионизацией третьим фотоном, имеющим длину волны $2501,88 \text{ \AA}$.

В данной статье приведены результаты изучения электронной структуры ридберговских состояний молекул AgXe в спектральном диапазоне $88500 - 88850 \text{ см}^{-1}$ с использованием методов REMPI-TOF и REMPI-PES. Фотоэлектронные спектры позволяют определить каналы диссоциации возбужденных молекул, что дает дополнительную информацию о структуре возбужденных электронных состояний молекул.

Экспериментальная часть

В эксперименте использовалась установка, которая включает в себя источник охлажденных молекул AgXe, перестраиваемый лазер для фотоионизации, времяпролетный масс-спектрометр для регистрации ионов и времяпролетный электронный спектрометр для регистрации фотоэлектронов.

Для формирования молекул AgXe использовался источник сверхзвуковой струи. Газовая смесь, содержащая 5 % ксенона и 95 % аргона, истекала из объема высокого давления (4 атм) в вакуум (10^{-7} Торр) через импульсное сверхзвуковое сопло, испытываемая при этом адиабатическое расширение и охлаждение до температуры ниже 10 К. Длительность газового импульса задавалась пьезоэлектрическим вентилем и составляла 0,5 мс с частотой следования 10 Гц. Периферия сверхзвуковой струи отрезалась коническим скиммером, установленным на

расстоянии 3 см от сопла вдоль по потоку.

Фотоионизация молекул осуществлялась с помощью лазерного комплекса фирмы Quantel, состоящего из Nd-YAG-лазера накачки и лазера на красителе TDL 90. Длительность импульса лазера составляет 6 нс. Сканирование длин волн в диапазоне 219,5 – 226,0 нм (44250 – 45050 см⁻¹) производилось при удвоении основной гармоники лазера на красителе родамин 6G и последующем смещении удвоенной гармоники с излучением $\lambda = 1064,175$ нм Nd-YAG-лазера, стабилизированного иттербиевым волоконным задающим генератором. Энергия выходного УФ лазерного импульса составляла 1 мДж. Калибровка длины волны излучения производилась по оптогальваническому эффекту неоновой лампой с точностью 0,2 см⁻¹. Ширина полосы излучения составляла 0,3 см⁻¹.

Ионы и электроны, образующиеся в зоне пересечения лазерного и молекулярного пучков, анализировались времяпролетным масс-спектрометром Kaesdorf и фотоэлектронным времяпролетным спектрометром типа «магнитная бутылка». Масс-спектрометр обеспечивает разрешение $M/\Delta M \approx 100$ в области исследуемых масс.

Энергетическая шкала фотоэлектронного спектра была прокалибрована с точностью ± 20 мэВ (160 см⁻¹). Для калибровки использовался фотоэлектронный спектр атомов ксенона при резонансной трехфотонной ионизации. Ширина фотоэлектронного пика $\text{Xe}^+ \ ^2P_{3/2}$ на половине максимума составила примерно 30 – 40 мэВ (240 – 320 см⁻¹).

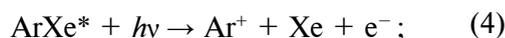
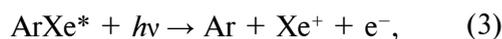
Методика регистрации трехмерных фотоэлектронных спектров состояла в следующем: при сканировании длины волны ионизирующего лазерного излучения записывались энергетические спектры электронов во всем доступном интервале энергий. Соответствующей выборкой из полного массива данных было получено два типа фотоэлектронных спектров: спектр интенсивности фотоэлектронного сигнала как функции кинетической энергии (КЕ) и так называемый «constant-ion-state» (CIS) спектр [22], дающий зависимость интенсивности потока электронов с фиксиро-

ванной энергией от сканируемой лазерной частоты.

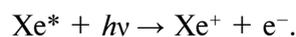
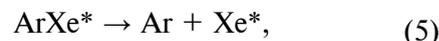
Наблюдаемые спектры в области 88500 – 88850 см⁻¹ и их обсуждение

В области 88500 – 88850 см⁻¹ расположены 10 атомных переходов атомов ксенона, из них при двухфотонном поглощении в дипольном приближении полностью разрешены только два атомных перехода: $\text{Xe}^1S_0 \rightarrow \text{Xe}^*7p[3/2]_2$ и $\text{Xe}^1S_0 \rightarrow \text{Xe}^*7p[1/2]_0$. Все возбужденные состояния атома Xe^* в этой области включены в табл. 1. Там же приведены симметрии молекулярных состояний, возникающих из комбинации атомов Xe^* и Ar^1S_0 . При интерпретации спектров использовалось эмпирическое правило, согласно которому наиболее интенсивные молекулярные полосы должны наблюдаться вблизи разрешенных атомных переходов. При этом также учитывалось, что молекулярные полосы могут появляться и вблизи запрещенных атомных линий.

Фотоэлектронные спектры мы интерпретировали, исходя из того, что молекулы ArXe^* , образовавшиеся в результате резонансного двухфотонного поглощения, могут участвовать в следующих процессах ионизации:



в случае преддиссоциации –



В процессе (2) возникают электроны с энергиями

$$E_e = 3h\nu - D_0(\text{ArXe}) - E(\text{ArXe}^+),$$

где D_0 – теплота диссоциации основного состояния молекулы $\text{ArXe} \ X^+0_g$, равная 118 см⁻¹; $E(\text{ArXe}^+)$ – энергия молекулярного иона; $h\nu$ – энергия одного возбуждающего фотона.

В этом процессе молекулярный ион ArXe^+ может образовываться в состояниях $X1/2$, $A_13/2$ или $A_21/2$ с энергиями дис-

Таблица 1

Молекулярные состояния, образованные из комбинации атомов $\text{Xe}^*(7p, 6d, 6p)$ и Ar^1S_0 в области $87500 - 8900 \text{ см}^{-1}$

Диссоционный предел $\text{Xe}^* + \text{Ar}^1S_0$	Энергия Xe^* , см^{-1}	Симметрия молекулярных состояний Ω
$7p[1/2]_1 + ^1S_0$	87927,131	$0^-, 1$
$7p[5/2]_2 + ^1S_0$	88351,681	$0^+, 1, 2$
$6p[3/2]_1 + ^1S_0$	88379,126	$0^-, 1$
$7p[5/2]_3 + ^1S_0$	88469,213	$0^-, 1, 2, 3$
$6d[1/2]_0 + ^1S_0$	88491,020	0^-
$6d[1/2]_1 + ^1S_0$	88549,775	$0^-, 1, 2$
$7p[3/2]_0 + ^1S_0$	88686,500	$0^+, 1$
$6d[3/2]_2 + ^1S_0$	88708,466	$0^-, 1, 2$
$7p[3/2]_1 + ^1S_0$	88744,560	$0^+, 1$
$7p[1/2]_0 + ^1S_0$	88842,300	0^+

социации $D_0(\text{ArXe}^+)$, равными 1432, 516 и 850 см^{-1} , соответственно [23]. В таком случае энергии регистрируемых электронов могут превышать энергию электронов, получаемых при нерезонансной трехфотонной ионизации атомов ксенона,

$$E_e = 3h\nu - I.P.(Xe),$$

в пределах от $0,163 \text{ эВ}$ (1314 см^{-1}) до $0,049 \text{ эВ}$ (398 см^{-1} , в зависимости от состояния, в котором оказывается молекулярный ион.

В процессе (3) образуются электроны с энергиями

$$E_e \leq 3h\nu - D_0(\text{ArXe}) - I.P.(Xe),$$

где $I.P.(Xe)$ – потенциал ионизации атома Xe.

В процессе (4) образуются электроны с энергиями

$$E_e \leq 3h\nu - D_0(\text{ArXe}) - I.P.(Ar),$$

что в исследуемой области спектра составляет менее 7500 см^{-1} ($0,930 \text{ эВ}$).

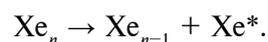
Процесс (5) приводит к образованию дискретного спектра электронов с энергиями

$$E_e = h\nu + E(\text{Xe}^*) - I.P.(Xe),$$

где $E(\text{Xe}^*)$ – энергия возбужденного состояния атома ксенона.

На рис. 1 представлены фотоионные спектры молекул в области $88500 - 88850 \text{ см}^{-1}$, полученные при регистрации молекуляр-

ных и атомных ионов ArXe^+ , Ar^+ , Xe^+ . При регистрации ионов ArXe^+ и Ar^+ спектр состоит из большого числа узких полос. При регистрации иона Xe^+ в спектре наблюдаются две интенсивные полосы, относящиеся к разрешенным в дипольном приближении атомным переходам $\text{Xe}^1S_0 \rightarrow \text{Xe}^*7p[3/2]_2$ при 88686 см^{-1} и $\text{Xe}^1S_0 \rightarrow \text{Xe}^*7p[1/2]_0$ при $88842,3 \text{ см}^{-1}$. Сплошной фон появляется из-за присутствия в молекулярном пучке кластеров Xe_n , которые при возбуждении лазерным излучением диссоциируют на атом Xe^* и остаточный кластер Xe_{n-1} :



При анализе всех спектров, приведенных на рис. 1, нами была выделена колебательная (ν') последовательность A , состоящая из шести полос, которая хорошо видна при регистрации атомных ионов Ar^+ . Самой красной полосе был приписан переход $(0,0)$. В спектре при регистрации Xe^+ видны только три полосы этой прогрессии; им приписаны колебательные квантовые числа $\nu' = 1, 2, 3$.

Волновые числа полос прогрессии A приведены в табл. 2. Построен график зависимости волнового числа ν от колебательного номера ν' , ν'' , и в приближении ангармонического осциллятора для возбужденного состояния прогрессии A методом наименьших квадратов оценены молекулярные постоянные; их значения следующие:

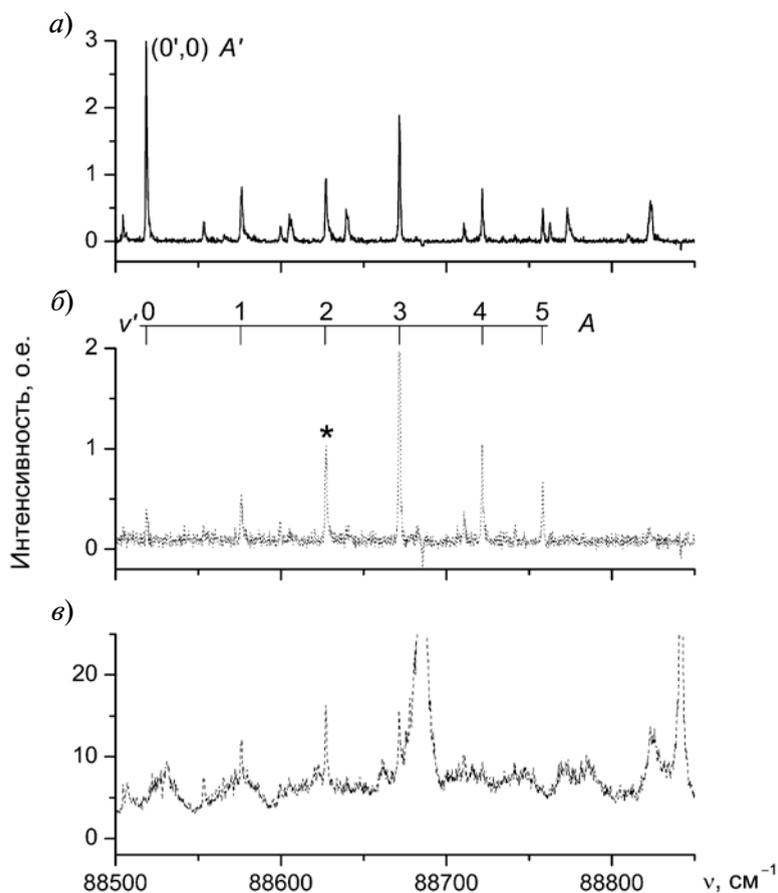


Рис. 1. (2 + 1)REMPI-TOF-спектры молекул AgXe в области атомного состояния $Xe^*7p[3/2]_2$ при регистрации ионов $AgXe^+$ (а), Ag^+ (б), Xe^+ (в). А – колебательная последовательность из шести пиков. Звездочкой отмечена полоса при 88625 см^{-1} (см. рис. 2)

$$\omega_e' = 59,85\text{ см}^{-1}, \omega_e x_e' = 1,97\text{ см}^{-1},$$

$$T_e' = 88489,5\text{ см}^{-1}, D_e' = 454,6\text{ см}^{-1}.$$

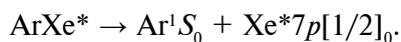
С использованием этих молекулярных постоянных была построена потенциальная кривая Морзе для возбужденного состояния, и на базе принципа Франка – Кондона проведена оценка равновесного расстояния: $r_e' = 3,53\text{ \AA}$. Вычисленная асимптота потенциальной кривой

$$E_{\text{асимп.}} = T_e' + D_e' = 88944,1\text{ см}^{-1}$$

хорошо совпадает с пределом

$$E_{\text{пред.}} = E(Xe^*) + D_e'' = 88973,4\text{ см}^{-1},$$

относящимся к переходу



Этому пределу соответствует только

одно возбужденное состояние симметрии: $\Omega = 0^+$.

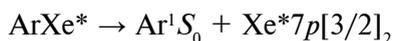
Таблица 2

Результаты анализа спектров на рис. 1

ν', ν''	$\nu, \text{ см}^{-1}$	$\Delta G_{\nu'+1/2}, \text{ см}^{-1}$
0, 0	88518,6	57,9
1, 0	88576,5	50,2
2, 0	88626,7	46,0
3, 0	88672,7	46,0
4, 0	88721,4	37,1
5, 0	88758,5	—

Обозначения : ν – волновое число наблюдаемых полос в колебательной прогрессии А; ν', ν'' – колебательные квантовые числа; $\Delta G_{\nu'+1/2}$ – расстояния между ближайшими полосами.

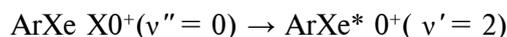
Как видно из рис. 1, относительная интенсивность полосы (0,0) с волновым числом $88518,6 \text{ см}^{-1}$ в прогрессии A при регистрации ионов ArXe^+ на порядок больше, чем при регистрации ионов Ar^+ . Можно предположить, что эта полоса принадлежит сразу двум прогрессиям, A и A' , и что в прогрессии A' она соответствует переходу $(0',0)$, а другие члены этой колебательной последовательности очень слабые. При этом равновесное расстояние минимума потенциальной кривой возбужденного состояния A' примерно такое же, как и для основного: $r_e' \approx r_e''$. Для этого возбужденного состояния предел



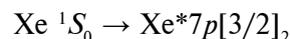
при $88816,5 \text{ см}^{-1}$ является наиболее вероятным. В таком случае энергия диссоциации D_e' молекулы в состоянии A' должна быть больше 300 см^{-1} . Полоса $(0',0)$ системы A' наблюдается только при регистрации молекулярных ионов и не наблюдается при

регистрации атомных ионов Ar^+ и Xe^+ . При этом регистрируемые фотоэлектроны имеют энергию $4,37 \text{ эВ}$ (35230 см^{-1}), что на $0,050 \text{ эВ}$ (400 см^{-1}) больше, чем при нерезонансной трехфотонной ионизации атома ксенона в состояние $\text{Xe}^+ 2P_{3/2}$. Это означает, что возбужденная молекула при поглощении третьего кванта образует молекулярный ион в стабильном основном состоянии $\text{ArXe}^+ X1/2$.

Фотоэлектронный спектр, представленный на рис. 2, был получен при возбуждении полосы электронно-колебательного перехода



при 88625 см^{-1} . На рис. 1 эта полоса отмечена звездочкой. Эта выбранная полоса хорошо отделена от ближайшего атомного перехода



и от молекулярных полос Xe_2 . На рис. 2 также приведен фотоэлектронный спектр,

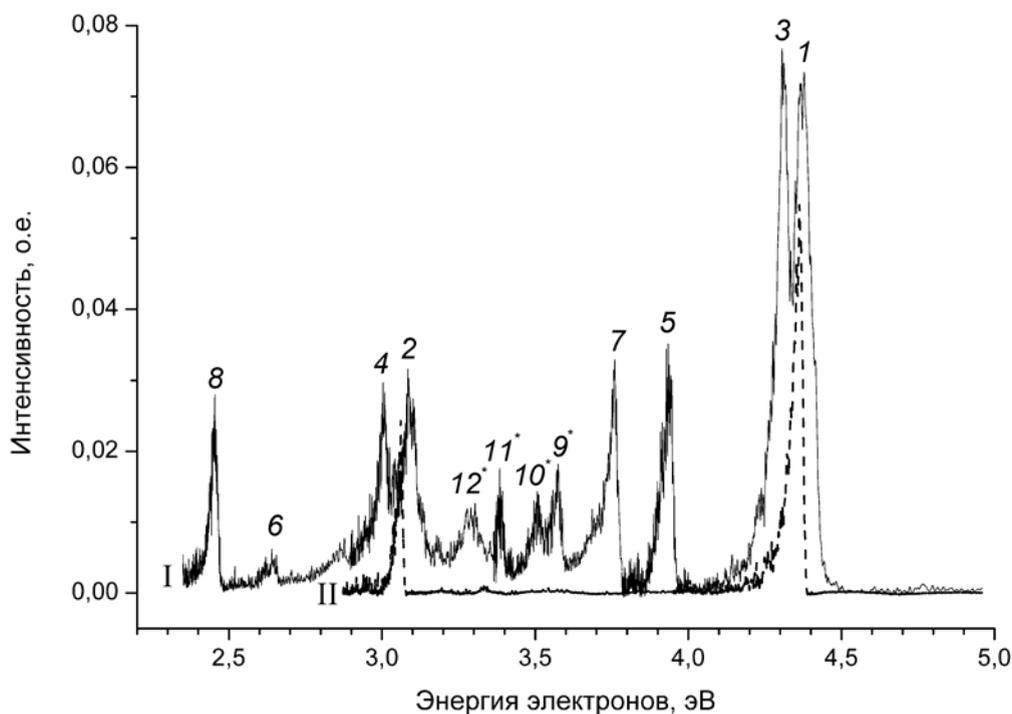
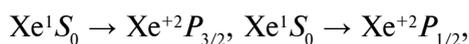


Рис. 2. Энергетические спектры фотоэлектронов, образующихся при двухфотонном резонансе с молекулярным переходом $\text{ArXe } X0^+(v'' = 0) \rightarrow \text{ArXe}^* (v' = 2)$ (I, сплошная линия) и с атомным переходом $\text{Xe}^1S_0 \rightarrow \text{Xe}^* 7p[3/2]_2$ (II, пунктирная линия). Переходам I и II соответствуют волновые числа $88625,0$ и $88686,5 \text{ см}^{-1}$. Номера пиков соответствуют приведенным в табл. 3

полученный при резонансном возбуждении перехода



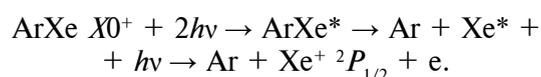
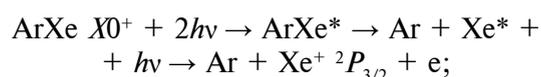
и использованный для калибровки фотоэлектронного спектрометра для этой системы полос. Указанный спектр содержит два пика при энергиях 4,36 эВ и 3,06 эВ, относящихся к переходам



соответственно.

В фотоэлектронном спектре молекул ArXe^* , полученном путем их возбуждения лазерным излучением при 44312 см^{-1} , наблюдается целый ряд пиков, пронумерованных на рис. 2 арабскими цифрами. Со стороны высоких кинетических энергий относительно ожидаемых пиков нерезонансной трехфотонной ионизации атомов ксенона с образованием $\text{Xe}^{+2}P_{3/2}$ и $\text{Xe}^{+2}P_{1/2}$ наблюдаются два интенсивных пика: 1 и 2 при 4,37 и 3,10 эВ соответственно. Эти пики есть результат фотоионизации молекул ArXe^* с образованием связанных состояний молекулярных ионов ArXe^+ , которые

можно отнести к электронному состоянию $X1/2$ или $A_13/2$ и состоянию $A_21/2$ соответственно. Ряд пиков, расположенных со стороны меньших кинетических энергий относительно пиков 1 и 2, следует отнести к атомным ионам, образующимся за счет преддиссоциации возбужденных молекул с последующей ионизацией возбужденных атомов:



Появление этих пиков означает, что потенциальную кривую для возбужденного состояния молекул прогрессии A пересекают отталкивательные потенциальные кривые, приводящие к диссоциации. Отнесение спектральных пиков к соответствующим состояниям и переходам приведено в табл. 3.

В энергетическом спектре (см. рис. 2) наблюдается ряд фотоэлектронных пиков, номера которых помечены звездочками.

Таблица 3

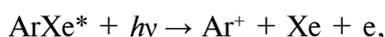
Результаты анализа энергетических спектров фотоэлектронов, приведенных на рис. 2

Переход	Волновое число, см^{-1}	Номер пика	$E_{\text{кин}}, \text{эВ}$	Отнесение пика
I (молекулярный)	88625,0	1	4,37	$\text{ArXe}^+ X1/2$ или $A_13/2$
		2	3,10	$\text{ArXe}^+ A_21/2$
		3	4,32	$\text{Xe}^*7p[5/2]_2 \rightarrow \text{Xe}^{+2}P_{3/2}$
		4	3,01	$\rightarrow \text{Xe}^{+2}P_{1/2}$
		5	3,93	$\text{Xe}^*7s[3/2]_2 \rightarrow \text{Xe}^{+2}P_{3/2}$
		6	2,62	$\rightarrow \text{Xe}^{+2}P_{1/2}$
		7	3,76	$\text{Xe}^*5d[3/2]_1^0 \rightarrow \text{Xe}^{+2}P_{3/2}$
		8	2,46	$\rightarrow \text{Xe}^{+2}P_{1/2}$
		9*	3,58	$\text{Xe}^*5d[5/2]_3^0 \rightarrow \text{Xe}^{+2}P_{3/2}$
		10*	3,52	$\text{Xe}^*5d[5/2]_2 \rightarrow \text{Xe}^{+2}P_{3/2}$
		11*	3,40	$\text{Xe}^*5d[7/2]_3^0 \rightarrow \text{Xe}^{+2}P_{3/2}$
		12*	3,28	$\text{Xe}^*5d[1/2]_1^0 \rightarrow \text{Xe}^{+2}P_{3/2}$
II (атомный)	88686,5		4,36	$\text{Xe}^+(^2P_{3/2})$
			3,06	$\text{Xe}^+(^2P_{1/2})$

Примечание. Пики, номера которых помечены звездочками, связаны с ионизацией возбужденных атомов, вылетающих из кластеров ксенона.

Эти пики были отнесены к атомным ионам, образующимся из кластеров (см. табл. 3). Электронные спектры в условиях преобладания кластеров в настоящее время являются предметом исследований.

Определенный интерес представляет факт образования ионов аргона. Если предположить, что ионы Ar^+ образуются в результате процесса



то должны появляться электроны с энергией не более 0,7 – 1,0 эВ. Однако электроны с такими энергиями в спектре отсутствуют.

Второй возможный путь образования ионов Ar^+ – это фотодиссоциация ионов ArXe^+ , причем эффективность такого процесса может существенно зависеть от электронной конфигурации и степени колебательного возбуждения молекулярного иона. В пользу этого пути свидетельствует факт значительного выхода атомарных ионов аргона при резонансной ионизации ArXe через состояния с энергиями менее

84700 cm^{-1} , где энергии третьего фотона оказывается недостаточно для образования иона Ar^+ [18]. Проведенный нами анализ молекулярных последовательностей указывает на то, что такая диссоциация идет только из основного состояния молекулярного иона $\text{ArXe}^+ X1/2$.

Итак, совокупность экспериментальных данных, полученных методами фотоэлектронной и фотоионной спектроскопии, позволила получить сведения о структуре и каналах релаксации исследованных ридберговских состояний гетеронуклеарных молекул ArXe^* (преддиссоциация с образованием возбужденных атомов ксенона) и о состояниях молекулярного иона ArXe^+ , заселяемых в ходе последующей фотоионизации молекул ArXe^* .

Работа была выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России на оборудовании ЦКП «Аналитический центр нано- и биотехнологий ГОУ СПбГПУ» на базе ФГБОУ ВПО «СПбГПУ».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Lipson R.H., Field R.W.** Toward a global and causal understanding of the unusual Rydberg state potential energy curves of the heteronuclear rare gas dimers // *J. Chem. Phys.* 1999. Vol. 110. No. 22. P. 10653–10656.
2. **Tang K.T., Toennies J.P.** The van der Waals potentials between all the rare gas atoms from He to Rn // *J. Chem. Phys.* 2003. Vol. 118. No. 11. P. 4976–4983.
3. **Hickman A.P., Huestis D.L., Saxon R.P.** Interatomic potentials for excited states of XeHe and XeAr // *J. Chem. Phys.* 1992. Vol. 96. No. 3. P. 2099–2113.
4. **Jonin C., Spiegelmann F.** Pseudopotential hole-particle formalism for excitations in xenon molecules and clusters. II. The electronic structure of Xe_2^* // *J. Chem. Phys.* 2002. Vol. 117. P. 3059–3073.
5. **Freeman D.E., Yoshino K., Tanaka Y.** Vacuum ultraviolet absorption spectra of binary rare gas mixtures and the properties of heteronuclear rare gas van der Waals molecules // *J. Chem. Phys.* 1977. Vol. 67. P. 3462–3481.
6. **Castex M.C.** Absorption spectra of Xe-rare gas mixtures in the far uv region (1150 – 1500 Å): High resolution analysis and first quantitative absorption measurements // *J. Chem. Phys.* 1977. Vol. 66. No. 9. P. 3854–3865.
7. **Tsuchizawa T., Yamanouchi K., Tsuchiya S.** Interatomic potentials of the C1 and D0⁺ states of XeNe, XeAr, and XeKr as studied by tunable vacuum ultraviolet laser spectroscopy // *J. Chem. Phys.* 1990. Vol. 92. No. 3. P. 1560–1567.
8. **Pibel C.D., Ohde K., Yamanouchi K.** Tunable vacuum ultraviolet laser spectroscopy of XeAr and XeNe near 68000 cm^{-1} : Interatomic potentials mediated by a 6s Rydberg electron // *J. Chem. Phys.* 1996. Vol. 105. No. 5. P. 1825–1832.
9. **Jager W., Xu Y., Gerry M.C.L.** Pure rotational spectra of the mixed rare gas van der Waals complexes Ne-Xe, Ar-Xe, and Kr-Xe // *J. Chem. Phys.* 1993. Vol. 99. No. 2. P. 919–927.
10. **Pratt S.T., Dehmer P.M., Dehmer J.L.** Electronic spectra of NeXe, ArXe, and KrXe using resonantly enhanced multiphoton ionization // *J. Chem. Phys.* 1985. Vol. 83. No. 11. P. 5380–5390.
11. **Dimov S.S., Hu X.K., Mao D.M., Cai J.Y., Lipson R.H.** Mass-resolved two-photon spectra of ArXe in the region of $\text{Xe}^*(6p)$ // *J. Chem. Phys.* 1996. Vol. 104. No. 41. P. 1213–1224.
12. **Mao D.M., Hu X.K., Dimov S.S., Lipson R.H.** Electronic symmetry assignments for the ArXe and KrXe band systems in the vicinity of the $\text{Xe}^* 6s'[1/2]_1^0 \leftarrow \text{Xe}(^1S_0)$ resonance line // *J. Phys B: At. Mol. Opt. Phys.* 1996. Vol. 29. P. 89–94.
13. **Mao D.M., Hu X.K., Shi Y.J., Lipson**

R.H. Heteronuclear rare-gas dimer bonding: Understanding the nature of the Rydberg states that dissociate to the highest energy level of the Xe* (5d) manifold // *J. Chem. Phys.* 1999. Vol. 111. № No. P. 2985–2990.

14. **Piticco L., Schäfer M., Merkt F.** Structure and dynamics of the electronically excited C1 and D0⁺ states of ArXe from high-resolution vacuum ultraviolet spectra // *J. Chem. Phys.* 2012. Vol. 136. No. 7. P. 074304/1–074304/15.

15. **Liu S., Hishikawa A., Yamanouchi K.** Mass-resolved VUV laser spectroscopy of XeAr: Two competing predissociation pathways in the C1 state // *J. Chem. Phys.* 1998. Vol. 108. No. 13. P. 5330–5337.

16. **Bobetic M.V., Barker M.V.** Vibrational levels of heteronuclear rare gas van der Waals molecules // *J. Chem. Phys.* 1976. Vol. 64. No. 6. C. 2367–2369.

17. **Piticco L., Merkt F., Cholewinski A.A., McCourt F.R.W., Roy R.J.L.** Rovibrational structure and potential energy function of the XO⁺ ground electronic state of ArXe // *J. Mol. Spectr.* 2010. Vol. 264. P. 83–93.

18. **Ходорковский М.А., Беляева А.А., Ракчеева Л.П., Сердобинцев П.Ю., Пастор А.А., Мельников А.С., Тимофеев Н.А.** Исследование нижних электронных состояний молекул Xe₂, XeKr, XeAr методом резонансной многофотонной ионизации // *Оптика и спектроскопия.* 2008. Т. 104. № 5. С. 674–685.

19. **Khodorkovskii M.A., Murashov S.V., Arta-**

monova T.O., Beliaeva A.A., Rakcheeva L.P., Pastor A.A., Serdobintsev P.Yu., Timofeev N.A., Shevkunov I.A., Dement'ev I.A., Nordgren J. Electronic spectra of ArXe molecules in the region of Xe* (6s', 6p, 5d), 77000 – 80200 cm⁻¹, using resonantly enhanced multiphoton ionization // *J. Phys. B: Atomic, Molecular and Optical Physics.* 2010. Vol. 43. No. 15. P. 155101/1–155101/8.

20. **Khodorkovskii M.A., Murashov S.V., Arta-**
monova T.O., Beliaeva A.A., Rakcheeva L.P., Pastor A.A., Serdobintsev P.Yu., Timofeev N.A., Shevkunov I.A., Dement'ev I.A., Nordgren J. Electronic spectra of ArXe molecules in the region of Xe* (5d, 7s, 7p, 6p'), 80300–89500 cm⁻¹, using resonantly enhanced multiphoton ionization // *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics.* 2010. Vol. 43. P. 235101/1–235101/10.

21. **Pratt S.T., Dehmer P.M., Dehmer J.L.** The photoelectron spectrum of ArXe obtained using resonantly enhanced multiphoton ionization // *J. Chem. Phys.* 1985. Vol. 82. P. 5758–5760.

22. **Hu X.K., Mao D.M., Dimov S.S., Lipson R.H.** Mass-resolved two-photon spectra of Xe₂ in the region of Xe*(5d). II. Dominant ion-core assignments by dispersive photoelectron spectroscopy // *J. Chem. Phys.* 1997. Vol. 106. P. 9419–9426.

23. **Yoshii H., Hayaishi T., Onuma T., Aoto T., Morioka Y., Ito K.** Vibrationally resolved threshold photoelectron-photoion coincidence spectra of ArXe // *J. Chem. Phys.* 2002. Vol. 116. No. 17. P. 7468–7472.

REFERENCES

1. **Lipson R.H., Field R.W.** Toward a global and causal understanding of the unusual Rydberg state potential energy curves of the heteronuclear rare gas dimers. *J. Chem. Phys.* 1999. Vol. 110. No. 22. P. 10653–10656.

2. **Tang K.T., Toennies J.P.** The van der Waals potentials between all the rare gas atoms from He to Rn. *J. Chem. Phys.* 2003. Vol. 118. No. 11. P. 4976–4983.

3. **Hickman A.P., Huestis D.L., Saxon R.P.** Interatomic potentials for excited states of XeHe and XeAr. *J. Chem. Phys.* 1992. Vol. 96. No. 3. P. 2099–2113.

4. **Jonin C., Spiegelmann F.** Pseudopotential hole-particle formalism for excitations in xenon molecules and clusters. II. The electronic structure of Xe₂*. *J. Chem. Phys.* 2002. Vol. 117. P. 3059–3073.

5. **Freeman D.E., Yoshino K., Tanaka Y.** Vacuum ultraviolet absorption spectra of binary rare gas mixtures and the properties of heteronuclear rare gas van der Waals molecules. *J. Chem. Phys.* 1977. Vol. 67. P. 3462–3481.

6. **Castex M.C.** Absorption spectra of Xe-rare gas mixtures in the far uv region (1150 – 1500 Å): High resolution analysis and first quantitative absorption measurements. *J. Chem. Phys.* 1977. Vol. 66. No. 9. P. 3854–3865.

7. **Tsuchizawa T., Yamanouchi K., Tsuchiya S.** Interatomic potentials of the C1 and D0⁺ states of XeNe, XeAr, and XeKr as studied by tunable vacuum ultraviolet laser spectroscopy. *J. Chem. Phys.* 1990. Vol. 92. No. 3. P. 1560–1567.

8. **Pibel C.D., Ohde K., Yamanouchi K.** Tunable vacuum ultraviolet laser spectroscopy of XeAr and XeNe near 68000 cm⁻¹: Interatomic potentials mediated by a 6s Rydberg electron. *J. Chem. Phys.* 1996. Vol. 105. No. 5. P. 1825–1832.

9. **Jager W., Xu Y., Gerry M.C.L.** Pure rotational spectra of the mixed rare gas van der Waals complexes Ne-Xe, Ar-Xe, and Kr-Xe. *J. Chem. Phys.* 1993. Vol. 99. No. 2. P. 919–927.

10. **Pratt S.T., Dehmer P.M., Dehmer J.L.** Electronic spectra of NeXe, ArXe, and KrXe using resonantly enhanced multiphoton ionization. *J.*

Chem. Phys. 1985. Vol. 83. No. 11. P. 5380–5390.

11. **Dimov S.S., Hu X.K., Mao D.M., Cai J.Y., Lipson R.H.** Mass-resolved two-photon spectra of ArXe in the region of Xe*(6p). *J. Chem. Phys.* 1996. Vol. 104. No. 41. P. 1213–1224.

12. **Mao D.M., Hu X.K., Dimov S.S., Lipson R.H.** Electronic symmetry assignments for the ArXe and KrXe band systems in the vicinity of the Xe* $6s'[1/2]_1^0 \leftarrow \text{Xe}(^1S_0)$ resonance line. *J. Phys B: At. Mol. Opt. Phys.* 1996. Vol. 29. P. 89–94.

13. **Mao D.M., Hu X.K., Shi Y.J., Lipson R.H.** Heteronuclear rare-gas dimer bonding: Understanding the nature of the Rydberg states that dissociate to the highest energy level of the Xe* (5d) manifold. *J. Chem. Phys.* 1999. Vol. 111. No. P. 2985–2990.

14. **Piticco L., Schäfer M., Merkt F.** Structure and dynamics of the electronically excited C1 and DO^+ states of ArXe from high-resolution vacuum ultraviolet spectra. *J. Chem. Phys.* 2012. Vol. 136. No. 7. P. 074304/1–074304/15.

15. **Liu S., Hishikawa A., Yamanouchi K.** Mass-resolved VUV laser spectroscopy of XeAr: Two competing predissociation pathways in the C1 state. *J. Chem. Phys.* 1998. Vol. 108. No. 13. P. 5330–5337.

16. **Bobetic M.V., Barker M.V.** Vibrational levels of heteronuclear rare gas van der Waals molecules. *J. Chem. Phys.* 1976. Vol. 64. No. 6. C. 2367–2369.

17. **Piticco L., Merkt F., Cholewinski A.A., McCourt F.R.W., Roy R.J.L.** Rovibrational structure and potential energy function of the XO^+ ground electronic state of ArXe. *J. Mol. Spectr.* 2010. Vol. 264. P. 83–93.

18. **Khodorkovskii M.A., Beliaeva A.A., Rakcheeva L.P., Serdobintsev P.Iu., Pastor A.A., Mel'nikov A.S., Timofeev N.A.** Study of the lowest electron-

ic states of Xe₂, XeKr, and XeAr molecules by the method of multiphoton resonance ionization. *Optika i spektroskopiia*, 2008. Vol. 104, No. 5, pp. 674–685. (rus)

19. **Khodorkovskii M.A., Murashov S.V., Arta-monova T.O., Beliaeva A.A., Rakcheeva L.P., Pastor A.A., Serdobintsev P.Yu., Timofeev N.A., Shevkunov I.A., Dement'ev I.A., Nordgren J.** Electronic spectra of ArXe molecules in the region of Xe* (6s', 6p, 5d), 77000 – 80200 cm⁻¹, using resonantly enhanced multiphoton ionization. *J. Phys. B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. 2010. Vol. 43. No. 15. P. 155101/1–155101/8.

20. **Khodorkovskii M.A., Murashov S.V., Arta-monova T.O., Beliaeva A.A., Rakcheeva L.P., Pastor A.A., Serdobintsev P.Yu., Timofeev N.A., Shevkunov I.A., Dement'ev I.A., Nordgren J.** Electronic spectra of ArXe molecules in the region of Xe* (5d, 7s, 7p, 6p'), 80300–89500 cm⁻¹, using resonantly enhanced multiphoton ionization. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. 2010. Vol. 43. P. 235101/1–235101/10.

21. **Pratt S.T., Dehmer P.M., Dehmer J.L.** The photoelectron spectrum of ArXe obtained using resonantly enhanced multiphoton ionization. *J. Chem. Phys.* 1985. Vol. 82. P. 5758–5760.

22. **Hu X.K., Mao D.M., Dimov S.S., Lipson R.H.** Mass-resolved two-photon spectra of Xe₂ in the region of Xe*(5d). II. Dominant ion-core assignments by dispersive photoelectron spectroscopy. *J. Chem. Phys.* 1997. Vol. 106. P. 9419–9426.

23. **Yoshii H., Hayaishi T., Onuma T., Aoto T., Morioka Y., Ito K.** Vibrationally resolved threshold photoelectron-photoion coincidence spectra of ArXe. *J. Chem. Phys.* 2002. Vol. 116. No. 17. P. 7468–7472.

РАКЧЕЕВА Лидия Павловна — научный сотрудник Научно-исследовательского комплекса «Нанобиотехнологии» Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
lida@nanobio.spbstu.ru

СЕРДОБИНЦЕВ Павел Юрьевич — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Научно-исследовательского комплекса «Нанобиотехнологии» Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

199034, г. Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9.
serdobintsev@rambler.ru

БЕЛЯЕВА Антонина Александровна — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Научно-исследовательского комплекса «Нанобиотехнологии» Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
beliaeva@gmail.com

ШЕВКУНОВ Игорь Александрович — кандидат физико-математических наук, инженер кафедры оптики Санкт-Петербургского государственного университета.

199034, г. Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9.

shevkunov_igor@mail.ru

ПАСТОР Александр Александрович — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры оптики Санкт-Петербургского государственного университета.

199034, г. Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9.

pastor273@gmail.com

ХОДОРКОВСКИЙ Михаил Алексеевич — кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Научно-исследовательского комплекса «Нанобиотехнологии» Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

khodorkovskii@mail.ru

УДК 621.373.826

*В.Я. Агроскин, Б.Г. Бравый, Г.К. Васильев, С.А. Каштанов,
Е.Ф. Макаров, С.А. Сотниченко, Ю.А. Чернышев*

**КОНЕЧНЫЙ DF-CO₂ -УСИЛИТЕЛЬ МУЛЬТИТЕРАВАТТНОЙ
ПИКОСЕКУНДНОЙ ДЕСЯТИМИКРОННОЙ ЛАЗЕРНОЙ СИСТЕМЫ**

*V.Ya. Agroskin, B.G. Bravy, G.K. Vasiliev, S.A. Kashtanov,
E.F. Makarov, S.A. Sotnichenko, Yu.A. Chernyshev*

Institute of Problems of Chemical Physics
1 Academician Semenov Ave., Chernogolovka, Moscow Oblast, 142432, Russia

**A FINAL DF-CO₂ AMPLIFIER OF THE MULTI-TERAWATT PICOSECOND
10 MICROMETER LASER SYSTEM**

В статье представлены результаты измерений коэффициента усиления и энергии усиленной спонтанной люминесценции импульсного химического DF-CO₂-усилителя при давлении активной среды до 2,5 атм. Полученные значения и большая апертура усилителя (100 мм) позволяют его использовать в качестве конечного усилителя мультитераваттной пикосекундной 10-микронной лазерной системы.

DF-CO₂-ЛАЗЕР, КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ, УСИЛЕННАЯ СПОНТАННАЯ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ.

The paper presents the results of measurements of the gain and the energy of the amplified spontaneous luminescence of pulsed chemical DF-CO₂ amplifier at an active medium pressure up to 2.5 atm. The values obtained and the large amplifier aperture (100 mm) allow to use it as a final amplifier of the multiterawatt 10- μ m picosecond laser system.

DF-CO₂ LASER, LINEAR GAIN COEFFICIENT, AMPLIFIED SPONTANEOUS LUMINESCENCE.

В последние годы обострился интерес к разработке и созданию сверхмощных лазерных систем, генерирующих в десятимикронном диапазоне импульсы сверхкороткой длительности с релятивистской интенсивностью [1 – 3]. Известные схемы мощных лазерных систем, генерирующих сверхкороткие импульсы десятимикронного диапазона, включают генератор затравочного сверхкороткого 10-микронного импульса, регенеративный CO₂-усилитель высокого давления и оконечные CO₂-усилители

либо высокого (8 – 10 атм) давления [2], в которых спектр усиления является квазисплошным из-за перекрытия колебательно-вращательных переходов в молекулах CO₂, либо промежуточного (2 – 3 атм) давления, при котором усиление происходит в существенно дискретном спектре [3]. В качестве конечных усилителей обычно используются электроразрядные или электроионизационные CO₂-лазеры. При этом возникают серьезные технические проблемы при организации однородного разряда в ши-

рокоапертурной активной среде повышенного давления. Оптическая однородность активной среды импульсного химического DF-CO₂-лазера, его относительно высокие коэффициенты усиления ($4 - 6 \text{ м}^{-1}$), возможность создания лазеров большой апертуры (более 100 см^2) при повышенном давлении активной среды позволили авторам работы [4] предложить его использование в качестве конечного усилителя мультитераваттной пикосекундной лазерной системы, работающей в 10-микронном диапазоне. Для подтверждения используемых в указанной публикации параметров были проведены измерения энергетических и усилительных характеристик DF-CO₂-лазера с небольшой апертурой при давлении среды до 2,5 атм [5]. Значение коэффициента усиления и его однородность по сечению — это одни из главных характеристик усилителя, поэтому исследование этих параметров DF-CO₂-лазера большой апертуры являлось логическим завершением цикла работ, посвященных возможности использования этого лазера в качестве конечного усилителя мультитераваттной пикосекундной лазерной системы.

Описание DF-CO₂-лазера

Для возможного использования в качестве конечного усилителя 10-микронной пикосекундной лазерной системы был спроектирован и изготовлен DF-CO₂-усилитель со следующими параметрами: диаметр активной среды — 100 мм, ее длина — 100 см; фотоиницирование осуществляется с помощью четырех импульсных ксеноновых ламп диаметром 23 мм. Энергия для инициирования запасалась в четырех конденсаторах емкостью 3 мкФ, которые заряжались до напряжения 35 кВ (общая энергия составляла до 7,35 кДж). Поскольку разработанный DF-CO₂-усилитель был предназначен для исследования его характеристик при давлении активной среды от 1,0 до 2,5 атм, с самого начала было решено не использовать очень дорогостоящие окна на всю апертуру (100 мм), а использовать специальные фланцы, на которые можно устанавливать окна с диаметрами, требуемыми для трехпроходного усиления

с расширением пучка от 8 до 50 мм. На выходном фланце были установлены три окна: два со световыми диаметрами 8 мм и одно со световым диаметром 50 мм. На противоположном фланце были установлены два окна со световыми диаметрами 8 мм и 30 мм. Принципиально новым моментом в конструкции изготовленного DF-CO₂-усилителя являлись окна из селенида цинка с просветлением на 10,6 мкм и защитой от агрессивной среды.

Необходимо отметить, что ранее основной проблемой химических DF-CO₂-лазеров были именно окна. Ни один из известных оптических материалов, прозрачных в 10-микронной области, не обладает стойкостью к агрессивной среде лазера. Исключение составляет только фтористый барий, но у него относительно большое поглощение в области 10,6 мкм (около $0,15 \text{ см}^{-1}$). Для приготовления смеси использовался быстрый динамический напуск с помощью полуавтоматической напускной системы с нейтрализацией отработанной смеси на химическом поглотителе. Полуавтоматический режим работы напускной системы означает, что подготовка к напуску (добавление полусмесей в расходные объемы) делается вручную, а собственно напуск осуществляется электроклапанами, управляемыми программатором. Отметим, что разработанные и опробованные подходы к вытеснительному режиму напуска позволяют сократить время между «выстрелами» до 10 с.

В предварительных экспериментах по отработке методики измерения коэффициента усиления и оптимизации состава смеси использовался DF-CO₂-усилитель меньшего объема (для уменьшения расхода смеси). Реактор этого усилителя изготовлен из тефлоновой трубы с внутренним диаметром 66 мм и длиной 90 см. Для инициирования реакции внутри реактора были установлены две импульсные кварцевые ксеноновые лампы с внешним диаметром 23 мм и длиной между электродами 75 см. Энергия для инициирования запасалась в двух конденсаторах емкостью 3 мкФ, которые заряжались до напряжения 35 кВ (общая энергия — 3,675 кДж). На металлических фланцах, ограничивающих тефлоновую трубу, по оси

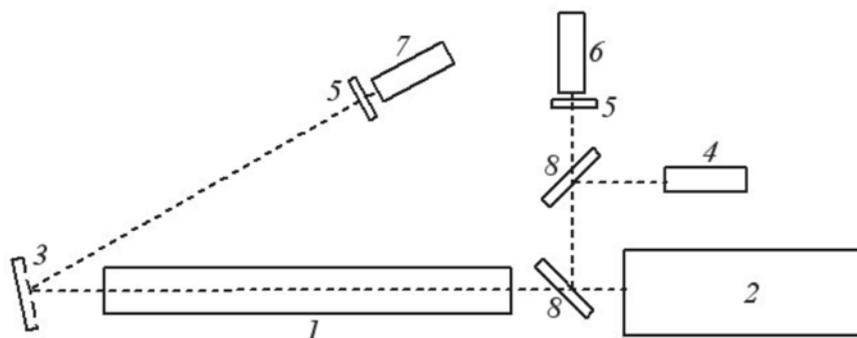


Рис. 1. Схема экспериментальной установки для измерения коэффициента усиления DF-CO₂-лазера (1): 2 – зондирующий лазер TE-CO₂; 3 – плоское зеркало; 4 – пироэлектрический калориметр; 5 – ослабители излучения; 6, 7 – фотоприемники; 8 – светоделители

трубы устанавливались окна из селенида цинка с просветлением на 10,6 мкм и с защитой от химического воздействия среды. Световой диаметр окон составлял 11 мм.

Методика измерения коэффициента усиления

Измерение коэффициента усиления DF-CO₂-лазера осуществлялось на экспериментальной установке, схема которой представлена на рис. 1. Для зондирования использовался электроразрядный TE-CO₂-лазер (2), энергия и форма импульса излучения которого контролировались пироэлектрическим калориметром 4 и фотоприемником 6. Из измерений энергии и формы импульса на входе в усилитель следует, что интенсивность излучения на входе не превышает 1 Вт/см², что даже при самом большом измеренном усилении на проход (220) оставляет интенсивность излучения на выходе усилителя почти на два порядка ниже интенсивности насыщения. На выходе DF-CO₂-лазера регистрировалась фотоприемником 7 только форма импульса излучения. Оба фотоприемника (6, 7) – это охлаждаемые жидким азотом КРТ-фотодиоды (КРТ – теллурид кадмия-ртути) с характерным временем 100 нсек. Перед каждым из них устанавливался ослабитель 5. В TE-CO₂-лазере использовалась смесь CO₂ : N₂ : He = 1 : 12 : 12 при давлении 30 Тор. Резонатор лазера состоял из медного сферического зеркала с радиусом кривизны 8 м и плоского диэлектрического

зеркала с коэффициентом отражения 94 %. Смесь с высоким содержанием газообразного азота и низким давлением была выбрана для того, чтобы получить длинный (свыше 300 мкс по основанию) импульс с плавно спадающим «хвостом». Типичная форма импульса показана на рис. 2.

Генерация TE-CO₂-лазера с неселективным резонатором происходит в основном на переходе P20 10-микронной полосы, что вполне приемлемо для измерения коэффициента усиления DF-CO₂-лазера. Система синхронизации запуска позволяла начинать инициирование химического лазера в любом нужном месте зондирующего импульса.

Отметим, что сигнал с фотоприемника

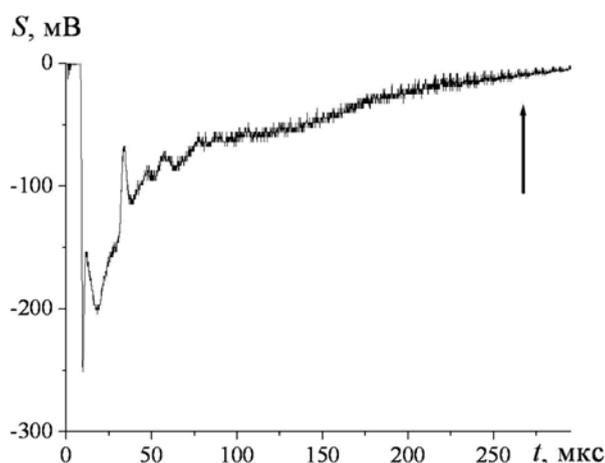


Рис. 2. Типичный импульс TE-CO₂-лазера. Стрелкой показан момент инициирования DF-CO₂-лазера

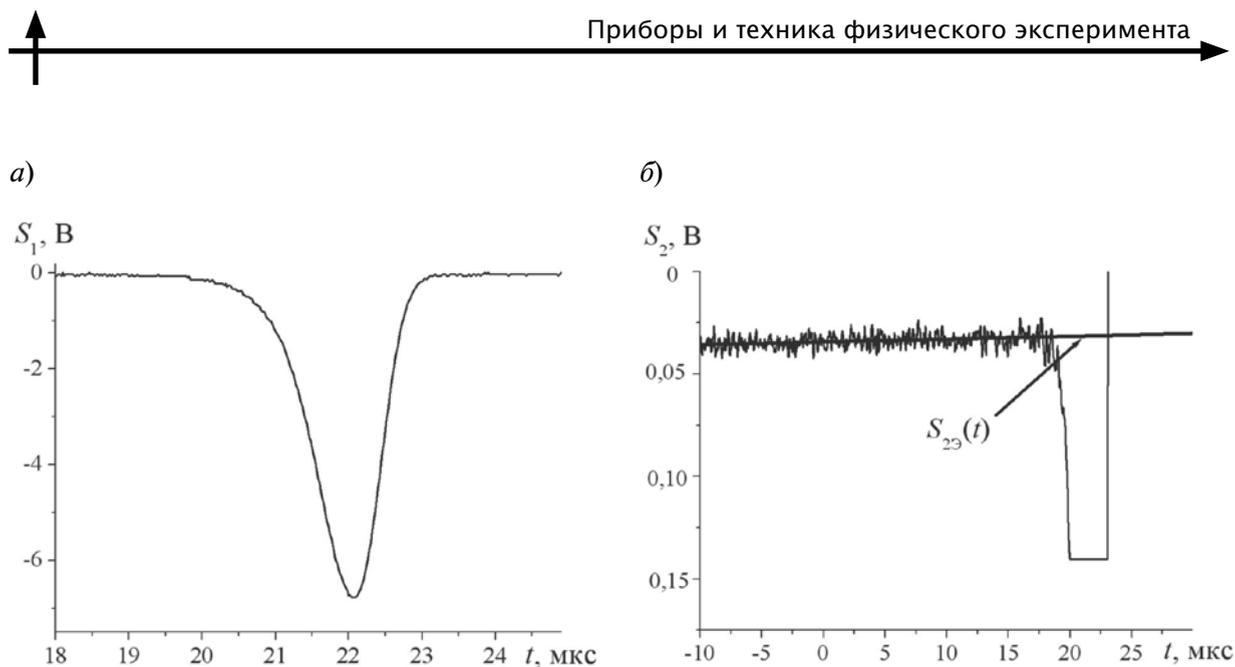
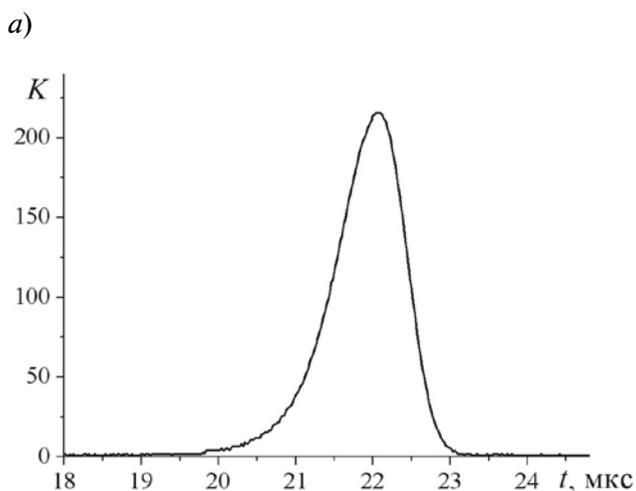


Рис. 3. Сигнал на выходе DF-CO₂-усилителя (с фотоприемника 7 на рис. 1), зарегистрированный двумя каналами осциллографа с разными чувствительностями: 1 В/дел (а) и 20 мВ/дел (б). Стрелкой показана экстраполированная функция осциллограммы $S_{23}(t)$

7 (см. рис. 1) регистрировался на двух каналах осциллографа с разными чувствительностями (рис. 3), что позволяло (благодаря надежной экстраполяции плавно спадающего «хвоста» зондирующего импульса) получать сигнал на входе в усилитель в интервале времени существования инверсии (прямая линия на рис. 3, б).

Таким образом, использование осциллограммы 3, а и экстраполяции осциллограммы 3, б позволяло получать временной профиль усиления на проход за один «выстрел» (рис. 4, а):



$$K(t) = S_1(t) / S_{23}(t), \quad (1)$$

а также временной профиль коэффициента усиления (рис. 4, б):

$$k(t) = (1/L) \ln [K(t)], \quad (2)$$

где L — длина активной среды.

Отметим, что резкая переполюсовка сигнала (см. рис. 3, б) не имеет никакого отношения к регистрируемому процессу. Это реакция усилителя осциллографа на слишком большой (при чувствительности 20 мВ/дел) сигнал. Но после появления инверсии в усилителе, т. е. после начала

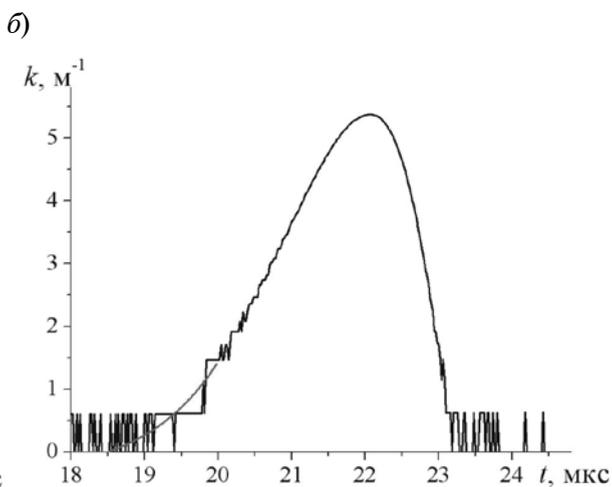


Рис. 4. Результаты обработки осциллограмм (см. рис. 3): временные профили усиления на проход $K(t)$ (а) и коэффициента усиления $k(t)$ (б) — см. формулы (1) и (2)

усиления, сигнал с этого канала уже не обрабатывается.

Результаты измерений

Измерения коэффициента усиления проводились для трех смесей, отличающихся содержанием газообразного фтора: $D_2 : F_2 : CO_2 : He = 5 : 7 : 35 : 53$; $5 : 10 : 35 : 50$ и $5 : 15 : 35 : 45$. Содержание кислорода во всех смесях составляло 0,008 от содержания фтора. Известно [6], что оптимальное отношение для получения большего энергосъема $F_2 : D_2$ близко к $3 : 1$. В наших экспериментах это соотношение газов менялось от $3 : 1$ до $1,4 : 1,0$. Для DF-CO₂-усилителей большой апертуры (100 мм и более) с давлением среды около 2,5 атм большое содержание фтора в смеси может привести к неоднородному инициированию по объему из-за сильного поглощения инициирующего света молекулярным фтором. Именно поэтому и были проведены измерения коэффициента усиления с уменьшенным содержанием фтора.

Результаты измерений коэффициента усиления в максимуме инверсии представлены на рис. 5. Видно, что данные для смесей, содержащих 10 и 15 % F₂, при достигнутой точности измерений неразличимы.

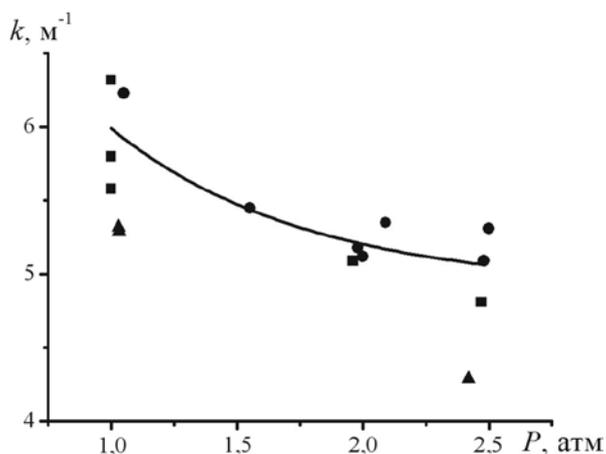


Рис. 5. Результаты измерения коэффициента усиления в максимуме инверсии для газообразных смесей с разным содержанием фтора, %: 7 (треугольники), 10 (кружки), 15 (квадраты). Кривая получена путем усреднения двух последних групп экспериментальных точек

мы. Коэффициент усиления меняется для этих смесей от $6,0 \text{ м}^{-1}$ при давлении в 1 атм до $5,1 \text{ м}^{-1}$ при увеличении давления смеси до 2,5 атм. Для смеси с содержанием фтора 7 % коэффициенты усиления оказываются заметно меньше, и при 2,5 атм полученные значения не превышают $4,3 \text{ м}^{-1}$. Это может быть связано с более медленным протеканием химической реакции.

Отработка методики измерения коэффициента усиления и измерения усиления для смесей с разным содержанием фтора были проведены на DF-CO₂-усилителе меньшего размера (его диаметр – 66 мм). Далее все измерения проводились на DF-CO₂-усилителе диаметром 100 мм, с использованием смеси состава $F_2 : D_2 : CO_2 : He = 5 : 10 : 35 : 50$. Целями этих измерений являлись определение коэффициентов усиления и проверка однородности коэффициента усиления по сечению. Были проведены измерения коэффициентов усиления в разных зонах сечения DF-CO₂-усилителя. Локализация зон определялась расположением и размерами окон.

Как установлено, коэффициент усиления не меняется по сечению усилителя в пределах точности ($\pm 5 \%$), определенной по множеству измерений: при давлении смеси 1 атм он составляет $5,4 \text{ м}^{-1}$. Из полученного же при давлении смеси 2,5 атм значения коэффициента усиления, равного $4,50 \pm 0,09 \text{ м}^{-1}$ (напомним, что измерения проводились в максимуме полосы 10P), следует, что в максимуме полосы 10R коэффициент усиления должен быть равным $4,0 - 4,1 \text{ м}^{-1}$. Значения длительностей на полувысоте временных профилей коэффициентов усиления составляют 1,6 мкс (при 2,5 атм) и 2,2 мкс (при 1 атм).

Собственный шум усилителя

Усиление любой лазерной системы ограничено. Основное ограничение связано с усиленным спонтанным излучением (шумом) и вызванным им истощением инверсной заселенности при приближении плотности энергии к насыщающей. Применительно к активной среде на молекулах CO₂ допустимый показатель полного усиления составляет $kL \approx 35$ (это соответствует

усилению примерно e^{35}), где k – погонный коэффициент ненасыщенного усиления в максимуме полосы усиления, L – длина усиливающего пути [1]. Паразитные обратные связи также ограничивают усиление. Точный анализ этого вопроса затруднен, но в усилителях на углекислом газе по этой причине трудно реализовать большее усиление, чем e^{10} ($kL \approx 10$) на одном проходе через каскад.

Помимо истощения инверсии усиленное спонтанное излучение ухудшает контраст импульса, что может значительно повлиять на физику процессов взаимодействия излучения с веществом. В работе [4] была рассмотрена лазерная система, состоящая из параметрического генератора затравочного импульса, регенеративного CO_2 -усилителя высокого давления (15 атм) с оптической накачкой, промежуточного TE-CO_2 -усилителя с давлением среды 10 атм и конечного DF-CO_2 -усилителя с давлением среды 2,5 атм. В этой расчетной работе было показано, что в ситуации, когда основным источником помех является шум, накопленный в регенеративном усилителе, энергия шума на выходе конечного усилителя может достигать значений 0,5 Дж (при выходной энергии пикосекундного излучения примерно 50 Дж). В связи с этим представляло интерес провести из-

мерения энергии шума исследуемого DF-CO_2 -усилителя.

Схемы измерений энергии шума представлены на рис. 6, где показана регистрация уровня шума после одного (рис. 6, а) и после трех (рис. 6, б) проходов.

Чувствительность (порог срабатывания) используемых пирозлектрических калориметров составляла 150 мкДж. Перед началом измерений, с учетом полученных значений коэффициентов усиления, были рассчитаны ожидаемые энергии шума как после одного, так и после трех проходов. Расчетные значения оказались лежащими значительно ниже порогов измерения: приблизительно 10 нДж для одного прохода и 5 мкДж для трех. Расчетные значения энергии шума получены с помощью системы уравнений, описанной в работе [4].

Проведенные измерения показали существенно более высокие значения: до 3 мДж для одного прохода и до 20 мДж для трех. Необходимо отметить, что первоначальные измерения энергии шума для одного прохода дали значения на уровне 20 мДж, а коэффициента усиления – $2,0 \div 2,5 \text{ м}^{-1}$. Однако затем были тщательно зачернены все участки фланцев, которые могли служить источниками паразитных бликов. Такая мера привела к улучшению параметров: энергия шума на одном проходе оказалась

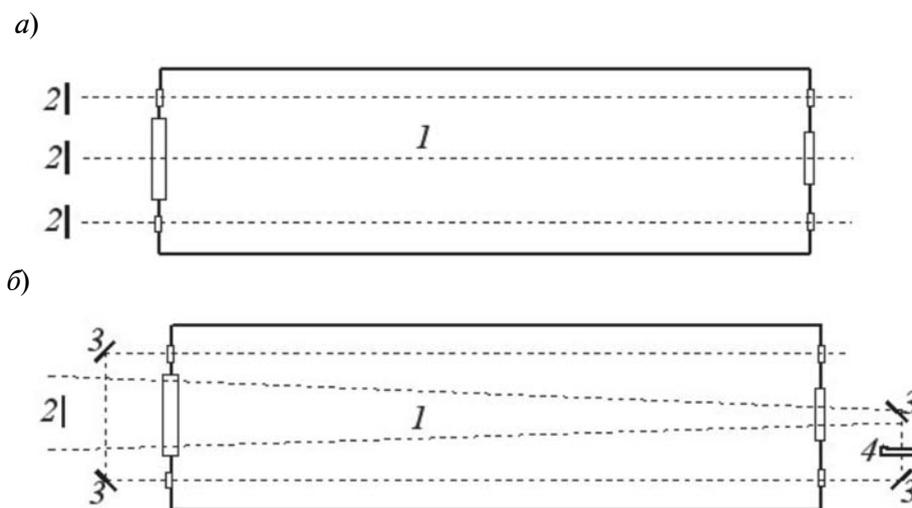


Рис. 6. Схемы измерения энергии собственного усиленного шума после одного (а) и трех (б) проходов;

1 – DF-CO_2 -усилитель; 2 – калориметры; 3 – плоские зеркала; 4 – отрицательная линза

менее 3 мДж, а значение коэффициента усиления выросло до $5,4 \text{ м}^{-1}$.

Воспроизводимость коэффициентов усиления в разных экспериментах была достаточно хорошей ($\pm 5 \%$), в то время как измерения энергии шума давали очень большой разброс значений: от 0,2 до 3 мДж на одном проходе и от 5 до 20 мДж на трех. Более того, при одновременном измерении энергии шума (рис. 6, а) изменения показаний калориметров не воспроизводились от выстрела к выстрелу. Таким образом, большой разброс показаний и значительное превышение измеренных значений энергии шума над расчетными значениями указывают на многократное (много проходов по активной среде за счет оставшихся паразитных обратных связей) усиление шума. Тем не менее, даже максимальное значение энергии шума, полученное после трех про-

ходов (20 мДж), в 25 раз меньше рассчитанного для полной системы [4]. Это означает, что реальный DF-CO₂-усилитель не будет влиять на контраст системы.

Таким образом, достигнутые параметры созданного импульсного химического DF-CO₂-усилителя отвечают требованиям, предъявляемым к его использованию в качестве конечного усилителя мультитераваттной 10-микронной пикосекундной лазерной системы.

Авторы благодарны докторам физико-математических наук В.М. Гордиенко и В.Т. Платоненко (МГУ им. М.В. Ломоносова) за постоянный интерес к работе и полезные обсуждения полученных результатов.

Работа поддержана грантом РФФИ 11-02-12197-ОФИ-М-2011.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bravy B.G., Gordienko V.M., Platonenko V.T., Rykovanov S.G., Vasiliev G.K., Sub-picosecond petawatt class N₂O laser system: mid-IR non-linear optics and new possibilities for high energy physics // *Proceed. SPIE*. 2007. Vol. 6735. P. 67350L1–67350L10.
2. Pogorelsky I., Shkolnikov P., Chen M., Pukhov A., Yakimenko V., McKenna P., Carroll D., Neely D., Najmudin Z., Willingale L., Stolyarov D., Stolyarova E., Flynn G. Proton and ion beams generated with picosecond CO₂ laser pulses // *AIP Conf. Proc.* 2009. Vol. 1086. P. 532.
3. Haberberger D., Tochitsky S., Joshi C. Fifteen terawatt picosecond CO₂ laser system // *Optics Express*. 2010. Vol. 18. No. 17. P. 17865–17875.

4. Bravy B.G., Chernyshev Yu.A., Gordienko V.M., Makarov E.F., Panchenko V.Ya., Platonenko V.T., G.K. Vasil'ev V.T. Multi-terawatt picoseconds 10- μm CO₂ laser system: design and parameters control // *Optics Express*. 2012. P. 25536–25544.

5. Агроскин В.Я., Бравый Б.Г., Васильев Г.К., Каштанов С.А., Макаров Е.Ф., Сотниченко С.А., Чернышев Ю.А. Перспективный DF-CO₂-лазер высокого давления для усиления пикосекундных импульсов излучения // *Квантовая электроника*. 2012. Т. 42. Вып. 10. С. 874–876.

6. Химические лазеры; под ред. Н.Г. Басова. М.: Наука, 1982. 249 с.

REFERENCES

1. Bravy B.G., Gordienko V.M., Platonenko V.T., Rykovanov S.G., Vasiliev G.K., Sub-picosecond petawatt class N₂O laser system: mid-IR non-linear optics and new possibilities for high energy physics. *Proceed. SPIE*, 2007. Vol. 6735, P. 67350L.
2. Pogorelsky I., Shkolnikov P., Chen M., Pukhov A., Yakimenko V., McKenna P., Carroll D., Neely D., Najmudin Z., Willingale L., Stolyarov D., Stolyarova E., and Flynn G. Proton and ion beams generated with picosecond CO₂ laser pulses. *AIP Conf. Proc.*, 2009, Vol. 1086, P. 532.
3. Haberberger D., Tochitsky S., Joshi C. Fifteen terawatt picosecond CO₂ laser system. *Optics*

- Express, 2010, Vol. 18, No. 17, pp. 17865–17875.
4. Bravy B.G., Chernyshev Yu.A., Gordienko V.M., Makarov E.F., Panchenko V.Ya., Platonenko V.T., and G. K. Vasil'ev V.T. Multi-terawatt picoseconds 10- μm CO₂ laser system: design and parameters control. *Optics Express*, 2012, pp. 25536–25544.
5. Agroskin V.Ya., Bravy B.G., Vasil'ev G.K., Kashtanov S.A., Makarov E.F., Sotnichenko S.A., Chernyshev Yu.A. Promising high-pressure DF-CO₂ laser for amplifying picosecond radiation pulses. *Quantum Electronics*, 2012, Vol. 42, No. 10, pp. 874 – 876. (rus)
6. Khimicheskie lazery. Ed. N.G. Basov. Moscow, Nauka, 1982. 249 p. (rus)

АГРОСКИН Владимир Яковлевич – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института проблем химической физики РАН.

142432, Московская область, г. Черноголовка, пр. Академика Семенова, 1.

БРАВЫЙ Борис Григорьевич – кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией химических лазеров Института проблем химической физики РАН.

142432, Московская область, г. Черноголовка, пр. Академика Семенова, 1.

bgbрав@icp.ac.ru

ВАСИЛЬЕВ Герман Константинович – доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией лазерной аналитической спектроскопии Института проблем химической физики РАН.

142432, Московская область, г. Черноголовка, пр. Академика Семенова, 1.

КАШТАНОВ Сергей Александрович – старший научный сотрудник Института проблем химической физики РАН.

142432, Московская область, г. Черноголовка, пр. Академика Семенова, 1.

МАКАРОВ Евгений Федорович – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Института проблем химической физики РАН.

142432, Московская область, г. Черноголовка, пр. Академика Семенова, 1.

makarov@icp.ac.ru

СОТНИЧЕНКО Сергей Антонович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института проблем химической физики РАН.

142432, Московская область, г. Черноголовка, пр. Академика Семенова, 1.

sasotnik@icp.ac.ru

ЧЕРНЫШЕВ Юрий Александрович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института проблем химической физики РАН.

142432, Московская область, г. Черноголовка, пр. Академика Семенова, 1.

chern@icp.ac.ru

УДК 535.36:535.51

И.В. Вощула, В.А. Длугунович, А.Ю. Жумарь

ОБРАТНОЕ РАССЕЯНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННОГО ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ТЕРМОРЕГУЛИРУЮЩИМИ ПОКРЫТИЯМИ И КОНСТРУКЦИОННЫМИ МАТЕРИАЛАМИ

I.V. Voschula, V.A. Dlugunovich, A.Yu. Zhumar

Institute of Physics of the National Academy of Sciences of Belarus,
68 Nezalezhnastsi Ave., Minsk, 220072, Belarus.

BACKSCATTERING OF POLARIZED LASER RADIATION BY THERMAL CONTROL COATINGS AND CONSTRUCTIONAL MATERIALS

Изучены закономерности отражения назад материалами и покрытиями, используемыми в изделиях аэрокосмической техники, которые освещались линейно поляризованным излучением гелий-неонового лазера с длиной волны 632,8 нм. Использована бистатическая схема измерений, т. е. источник излучения и фотоприемник располагались неподвижно. Изменение угла падения излучения на образец осуществлялось поворотом образца. Наблюдается хорошее соответствие между результатами измерений и расчетов.

СТЕПЕНЬ ПОЛЯРИЗАЦИИ, ЛАЗЕРНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДВУНАПРАВЛЕННОГО КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ, ТЕРМОРЕГУЛИРУЮЩЕЕ ПОКРЫТИЕ.

The backscattering of spacecraft materials and coatings illuminated by linearly polarized radiation of He-Ne laser at a wavelength of 632.8 nm has been studied. Bistatic measurement scheme was used, i. e. the laser and a detector were placed stationary. Variation of the incidence angle was carried out by sample rotation. There was a good agreement between the results of measurements and calculations.

DEGREE OF POLARIZATION, LASER RADIATION, BIDIRECTIONAL REFLECTANCE DISTRIBUTION FUNCTION, THERMAL CONTROL COATING.

При разработке и создании поляризационно-чувствительных систем дистанционного зондирования и распознавания аэрокосмических объектов [1 – 3], а также неразрушающего контроля элементов изделий аэрокосмической техники [4, 5] требуются сведения о закономерностях обратного отражения терморегулирующими покрытиями и конструкционными материалами, используемыми в летательных аппаратах, при освещении их поляризованным излучением. Аналитическое описание углового распределения коэффициента двунаправленного отражения данных материалов является очень сложным, так как требует знания оптических констант материала, параметров шероховатости его поверхно-

сти, вида функции затенения микрограней шероховатости и корректного учета одно- и многократного рассеяния излучения на поверхности и в объеме образца [6, 7]. По этой причине для установления закономерностей взаимодействия поляризованного излучения с конструкционными материалами и покрытиями космических аппаратов требуется проведение экспериментальных исследований [3, 6 – 11].

Ранее нами были исследованы угловые зависимости коэффициента зеркального отражения поверхности терморегулирующих покрытий и теплозащитных материалов, освещаемых линейно поляризованным излучением гелий-неонового лазера, что позволило установить их оптические кон-

станты [10]. Исследования рассеяния поляризованного лазерного излучения в диапазоне углов регистрации θ_r от 5 до 80° при неизменном угле падения $\theta_i = -5^\circ$ были проведены в статье [11].

В данной работе изучены закономерности отражения назад материалами и покрытиями, используемыми в изделиях аэрокосмической техники, которые освещались линейно-поляризованным излучением гелий-неонового лазера с рабочей длиной волны 632,8 нм. Использовалась бистатическая схема измерений, т. е. источник излучения и фотоприемник располагались неподвижно. Угол $\alpha = (|\theta_i| + \theta_r)$ между направлением лазерного луча и направлением наблюдения был постоянным и составлял 10°. Такая схема измерений может применяться в активных системах дистанционного зондирования и распознавания аэрокосмических объектов. Изменение угла падения излучения на образец θ_i и угла регистрации θ_r осуществлялось поворотом образца на угол γ вокруг оси, перпендикулярной плоскости падения, которая располагалась горизонтально.

Исследовались образцы терморегулирующих покрытий: серебристой (ВЭ-30), черных (АК-512 и АК-243), белых (КО-5191 и АК-573) эмалей и белого керамического покрытия ТП-15М, нанесенных на алюминиевый сплав АМг6, а также углепластика КМУ-4, зеленой краски АК-512з на поверхности фенольного пластика, химически полированного алюминия и титанового сплава ОТ4. Данные материалы широко применяются в конструкциях космических аппаратов [12 – 15].

Методика измерения поляризационных характеристик излучения, отраженного образцами

Измерения проводились на лазерном гониофотометрическом Стокс-поляриметре, который был собран по одноканальной схеме с вращающейся фазовой пластинкой $\lambda/4$ и неподвижным анализатором (рис. 1) [16]. Источником излучения служил гелий-неоновый лазер ЛГ-126. Диаметр многомодового лазерного пучка составлял примерно 4 мм. Зондирующее лазерное излучение

было поляризовано в плоскости падения либо в ортогональной ей плоскости. Изучаемый образец располагался на столике гониометрического устройства. Телесный угол регистрирующей системы $\Delta\omega$ составлял $7,2 \cdot 10^{-3}$ ср, а угловое разрешение $\Delta\theta_r$ в плоскости наблюдения – около 5°. Изменялись интенсивность I_0 лазерного излучения, падающего на образец, а также интенсивность I_r и нормированные параметры Стокса $\{1, p_1, p_2, p_3\}$ излучения, отраженного исследуемыми материалами в диапазоне углов поворота образцов γ от 5 до 70° (см. рис. 1). Это позволяло определять степень поляризации отраженного излучения P в зависимости от угла поворота образцов γ :

$$P(\gamma) = \sqrt{p_1^2(\gamma) + p_2^2(\gamma) + p_3^2(\gamma)}. \quad (1)$$

В качестве радиометрической величины, характеризующей распределение потока, отраженного по различным направлениям поверхностью при ее направленном освещении, использовали функцию распределения двунаправленного коэффициента отражения [11, 17]:

$$f(\gamma) = \frac{I_r(\gamma)}{I_0 \Delta\gamma \cos \gamma_r} \text{ (ср}^{-1}\text{)}. \quad (2)$$

В отличие от двунаправленного коэффициента отражения, значения которого для

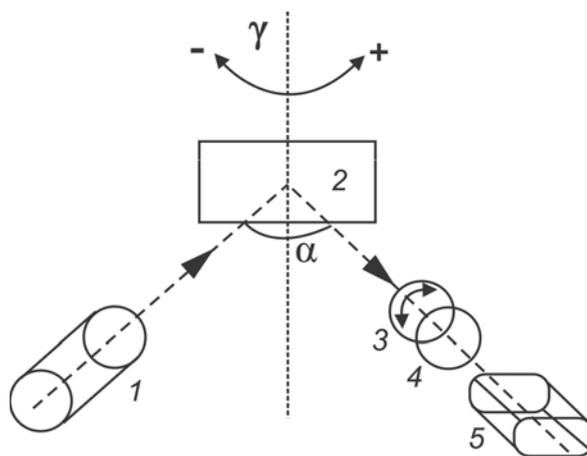


Рис. 1. Схема измерений поляризационных характеристик излучения, отраженного исследуемыми материалами назад при бистатическом угле $\alpha = 10^\circ$: 1 – лазер, 2 – образец, 3 – вращающаяся фазовая пластинка ($\lambda/4$), 4 – поляризатор, 5 – фотоприемник; γ – угол поворота образца

образцов с шероховатой поверхностью зависят не только от материала, но и от телесного угла измерительной системы $\Delta\omega$ (для одного и того же материала чем больше этот телесный угол, тем выше двунаправленный коэффициент отражения), значения функции $f(\gamma)$ не зависят от $\Delta\omega$. Использование указанной функции позволяет сравнивать отражательные свойства материалов, измеренные различными авторами, независимо от телесного угла $\Delta\omega$ применяемой ими регистрирующей системы.

Связь угла падения θ_i и угла регистрации θ_r с углом поворота образца γ задается следующими выражениями (см. рис. 1):

$$\theta_i = -\left(\gamma + \frac{\alpha}{2}\right); \quad (3)$$

$$\theta_r = -\left(\gamma - \frac{\alpha}{2}\right). \quad (4)$$

Модуль абсолютной погрешности измерения степени поляризации отраженного излучения $P(\gamma)$ не превышал 0,03 [16], а относительной погрешности определения $f(\gamma) - 0,07$ [11].

Экспериментальные результаты и их обсуждение

При углах падения $\theta_i = -5^\circ$ и наблюдения $\theta_r = 5^\circ$ (в данных измерениях это

соответствует углу поворота образцов $\gamma = 0^\circ$) излучение, отраженное химически полированным алюминием, сплавом ОТ4, серебристым покрытием ВЭ-30, черными эмалями и углепластиком КМУ-4, практически не деполяризуется. Так, степень поляризации излучения с длиной волны 632,8 нм, отраженного указанными материалами при $\gamma = 0^\circ$, составляет $0,99 \pm 0,01$ (рис. 2). С увеличением угла поворота образцов степень поляризации излучения, отраженного назад металлами, серебристым покрытием, черными эмалями и углепластиком, уменьшается. При этом излучение, отраженное металлами, деполяризуется слабо:

$$P(\gamma) = 0,96 \pm 0,01 \text{ при } \gamma = 40^\circ,$$

а излучение, отраженное серебристым покрытием, черными эмалями, углепластиком, деполяризуется сильнее. Например, степень поляризации излучения, отраженного при $\gamma = 60^\circ$ серебристой эмалью ВЭ-30 и черными покрытиями, составляет $0,85 \pm 0,01$, а отраженного углепластиком — $0,74 \pm 0,02$ (см. рис. 2).

Излучение, отраженное зеленой краской АК-512з при $\gamma = 0^\circ$, более деполяризовано, чем излучение, отраженное серебристым покрытием, черными эмалями и углепластиком. Степень поляризации излучения,

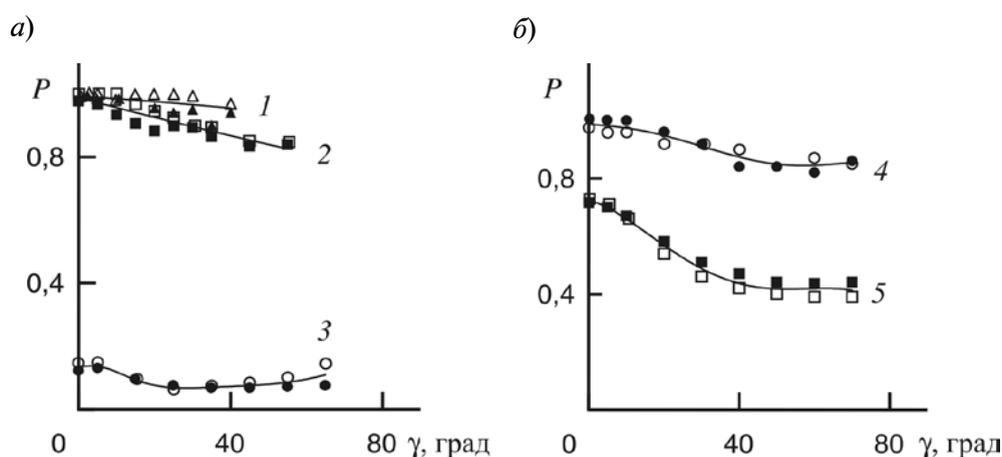


Рис. 2. Зависимости степени поляризации излучения ($\lambda = 632,8$ нм), отраженного назад различными материалами, от угла поворота образцов:

1 — химически полированный алюминий; 2 — черная эмаль АК-512; 3 — белая эмаль КО-5191; 4 — углепластик КМУ-4; 5 — зеленая краска АК-512з; светлые и темные знаки — падающее излучение линейно поляризовано в плоскости падения и ей ортогональной, соответственно; линии — усредненные значения $P = (P_{\parallel} + P_{\perp})/2$

отраженного зеленой краской АК-512з при $\gamma = 0^\circ$, составляет $0,72 \pm 0,01$ и с увеличением угла поворота образцов до 60° уменьшается до $0,42 \pm 0,03$ (рис. 2, б).

Излучение, отраженное белыми покрытиями, практически полностью деполаризовано:

$$P(\gamma) = 0,09 \pm 0,03 \text{ при } \gamma = 0^\circ,$$

и степень его поляризации почти не изменяется с увеличением угла поворота образца γ (см. рис. 2, а).

В отличие от степени поляризации излучения, отраженного в зеркальном направлении [10], либо рассеянного в диапазоне θ , от 5 до 80° при освещении образцов под неизменным углом падения $\theta_i = -5^\circ$ [11], степень поляризации излучения, отраженного исследуемыми материалами назад, не зависит от азимута поляризации зондирующего линейно-поляризованного излучения (см. рис. 2).

Установленные закономерности можно объяснить, если использовать существующие представления, согласно которым излучение, отраженное материалом, сформировано в результате рассеяния падающего излучения как на шероховатостях поверхности, так и на подповерхностных неоднородностях в объеме материала [6, 7]. Деполаризация излучения, рассеянного первым из указанных путей, обычно мала [18, 19]. Вызвано это тем, что отражение происходит, в основном, за счет однократного рассеяния на микроплощадках шероховатой поверхности с сохранением состояния поляризации падающего луча. Излучение же, отраженное в результате многократного рассеяния на шероховатостях поверхности, деполаризуется сильнее [18, 19]. Что касается излучения, отраженного частично прозрачными материалами, то оно сформировано, в основном, в объеме материала при многократном рассеянии на подповерхностных неоднородностях и поэтому сильно деполаризовано [20].

Высокая степень поляризация излучения, отраженного химически полированным алюминием, сплавом ОТ4, углепластиком, черными и серебристым покрытиями, свидетельствует об однократном рассеянии

падающего излучения микроплощадками шероховатой поверхности данных материалов. Более существенная деполаризация излучения, отраженного зеленой краской, вызвана многократным рассеянием на шероховатостях ее поверхности [10, 11]. Существенная деполаризация излучения, отраженного белыми покрытиями, указывает на то, что значительную долю в отраженном ими потоке составляет вышедшее из объема материала, многократно рассеянное, деполаризованное излучение.

Имеется совпадение между результатами данных измерений и теоретического моделирования [21], которое показало, что степень поляризации излучения, рассеянного назад, зависит не только от шероховатости поверхности материала, но и от его типа. Например, степень поляризации излучения, отраженного назад диэлектриками, имеющими небольшой коэффициент преломления, заметно уменьшается с увеличением угла падения, в то время как степень поляризации излучения, отраженного назад металлами, изменяется несущественно даже при очень больших углах падения [21].

Используя результаты измерения степени поляризации отраженного излучения и функции распределения двунаправленного коэффициента отражения образцов $f(\gamma)$ (см. формулу (2)), можно определить компоненты $f(\gamma)$, соответствующие отражению поляризованной $f_{pol}(\gamma)$ и деполаризованной $f_{dep}(\gamma)$ составляющих отраженного излучения. С этой целью были измерены функции распределения двунаправленного коэффициента отражения $f_{\parallel}(\gamma)$ и $f_{\perp}(\gamma)$ образцов, освещаемых излучением, поляризованным в плоскости падения либо в ортогональной ей плоскости, в зависимости от угла регистрации γ . Функции $f_{\parallel}(\gamma)$ и $f_{\perp}(\gamma)$ исследуемых материалов определялись с помощью выражения (2), с учетом связи между углом поворота образца γ , бистатическим углом α и углом регистрации θ_r , отраженного излучения (4).

Поскольку поток, отраженный материалом, состоит из поляризованной и деполаризованной компонент, полученные зави-

симости $f_{\parallel}(\gamma)$ и $f_{\perp}(\gamma)$ были представлены в виде суммы двух слагаемых, которые описывают отражение поляризованного $f_p(\gamma)$, $f_s(\gamma)$ и деполаризованного $f_{dep}^{\parallel}(\gamma)$, $f_{dep}^{\perp}(\gamma)$ излучений соответственно [6, 7]:

$$f_{\parallel}(\gamma) = f_p(\gamma) + f_{dep}^{\parallel}(\gamma); \quad (5)$$

$$f_{\perp}(\gamma) = f_s(\gamma) + f_{dep}^{\perp}(\gamma). \quad (6)$$

Чтобы установить, как изменяются $f_p(\gamma)$ и $f_s(\gamma)$ исследованных образцов от угла их поворота γ , необходимо перемножить измеренные значения $P_{\parallel}(\gamma)$ и $f_{\parallel}(\gamma)$, а также $P_{\perp}(\gamma)$ и $f_{\perp}(\gamma)$, соответствующие одинаковым углам γ [6, 7]:

$$f_p(\gamma) = P_{\parallel}(\gamma)f_{\parallel}(\gamma); \quad (7)$$

$$f_s(\gamma) = P_{\perp}(\gamma)f_{\perp}(\gamma), \quad (8)$$

где $P_{\parallel}(\gamma)$, $P_{\perp}(\gamma)$ – степени поляризации излучения, отраженного исследуемыми материалами при освещении их излучением, поляризованным либо в плоскости падения, либо в ортогональной ей плоскости.

Аналогичным образом можно определить изменение составляющих $f_{dep}^{\parallel}(\gamma)$ и $f_{dep}^{\perp}(\gamma)$, которые описывают отражение деполаризованного излучения [6, 7]:

$$f_{dep}^{\parallel}(\theta_r) = [1 - P_{\parallel}(\theta_r)]f_{\parallel}(\theta_r); \quad (9)$$

$$f_{dep}^{\perp}(\theta_r) = [1 - P_{\perp}(\theta_r)]f_{\perp}(\theta_r). \quad (10)$$

Поскольку неполяризованное излучение можно разложить на две компоненты исходного пучка, равные по интенсивности, некогерентные и ортогонально линейно-поляризованные, то, определив в соответствии с формулами (7) – (10) зависимости $f_p(\gamma)$, $f_s(\gamma)$ и $f_{dep}^{\parallel}(\gamma)$, $f_{dep}^{\perp}(\gamma)$, можно найти функцию распределения двунаправленного коэффициента отражения $f(\gamma)$ исследованных образцов, освещаемых неполяризованным излучением:

$$f(\gamma) = f_{pol}(\gamma) + f_{dep}(\gamma), \quad (11)$$

где

$$f_{pol}(\gamma) = [f_p(\gamma) + f_s(\gamma)] / 2; \quad (12)$$

$$f_{dep}(\gamma) = [f_{dep}^{\parallel}(\gamma) + f_{dep}^{\perp}(\gamma)] / 2. \quad (13)$$

Установлено, что химически полированный алюминий и сплав ОТ4 отражают назад зеркально. Существенная зеркальная составляющая присутствует также в компоненте $f_{pol}(\gamma)$ функции распределения двунаправленного коэффициента отражения серебристого покрытия ВЭ-30, черной эмали АК-512, белой эмали КО-5191 и углепластика КМУ-4. Результаты определения зависимости $f_{pol}(\gamma)$ серебристого покрытия ВЭ-30 и зеленой краски АК-512з представлены на рис. 3 точками.

Аналогичный характер рассеяния дан-

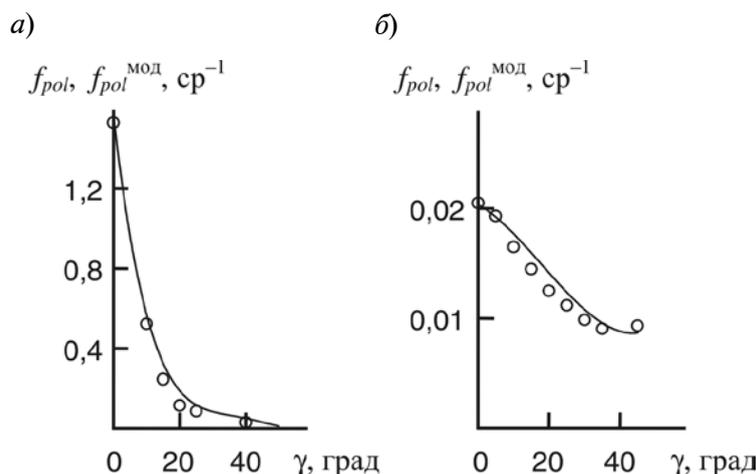


Рис. 3. Экспериментальные (символы) и расчетные (линии) зависимости компоненты функции распределения $f(\gamma)$ от угла поворота образцов для двух материалов: а – серебристая эмаль ВЭ-30; б – зеленая краска АК-512з; расчет $f_{pol}^{mod}(\gamma)$ по формуле (13) с использованием параметров, установленных в работах [10, 11]

ными материалами наблюдался и при их освещении под неизменным углом падения $\theta_i = -5^\circ$ [11]. Однако при рассеянии назад компонента $f_{pol}(\gamma)$ функции распределения двунаправленного коэффициента отражения исследуемых образцов — более узкая, чем соответствующая компонента $f_{pol}(\gamma)$ при освещении их под неизменным углом падения $\theta_i = -5^\circ$. Это объясняется тем, что поток, отраженный назад, формируется в основном за счет однократного зеркального отражения на микрогранях шероховатой поверхности и вклад многократного отражения при этом минимален.

При описании полученных зависимостей перспективно использовать полуэмпирическую модель [6], в которой поверхность материала представляется в виде совокупности статистически распределенных по ориентациям микроплощадок, каждая из которых отражает электромагнитное излучение в соответствии с законами геометрической оптики. Данная двухкомпонентная модель широко используется при анализе результатов пассивного дистанционного зондирования и распознавания объектов для описания рассеяния поляризованной и деполаризованной компонент излучения, отраженного рассеивающими материалами с шероховатыми поверхностями, которые освещаются неполяризованным солнечным излучением [6, 7]. Поляризационные характеристики отраженного излучения в данной модели учитываются френелевскими коэффициентами отражения микроплощадки для излучения, поляризованного в плоскости падения либо в ортогональной ей плоскости. Поэтому эту модель можно использовать и для описания рассеяния излучения объектами, которые освещаются линейно-поляризованным излучением.

В используемой модели выражение для компоненты $f_{pol}^{mod}(\gamma)$ исследуемых материалов, описывающей отражение поляризованного излучения, записывается в виде [6, 7]:

$$f_{pol}^{mod}(\gamma) = \frac{R_F(\beta)}{4 \cos \theta_i \cos \theta_r} p(\theta_N) SO(\tau, \Omega), \quad (14)$$

где $R_F(\beta)$ — френелевские коэффи-

циенты отражения микроплощадки; β — угол между нормалью к микроплощадке и падающим (зеркально отраженным) лучом; θ_i, θ_r — углы падения и регистрации, связанные с углом поворота образца γ выражениями (3) и (4); $p(\theta_N)$ — функция вероятности распределения нормалей к микроплощадкам, имеющая размерность sr^{-1} ; θ_N — угол между нормальями к поверхности и к микроплощадке; $SO(\tau, \Omega)$ — функция, учитывающая затенение микроплощадками падающего излучения или экранирование ими рассеянного излучения.

Влияние функции $p(\theta_N)$ заключается в описании распределения интенсивности излучения, отраженного в зеркальном направлении. В данной модели в качестве функции вероятности распределения нормалей к микроплощадкам $p(\theta_N)$ используются функция Гаусса либо модифицированная функция Коши. В работе [11] было показано, что лучшее совпадение результатов измерений и расчета наблюдается при аппроксимации функции $p(\theta_N)$ шероховатости поверхности исследованных образцов модифицированной кривой Коши:

$$p_c(\theta_N) = p_c(\theta_N) = \frac{B}{\cos \theta_N (\sigma^2 + \tan^2 \theta_N)}, \quad (15)$$

где σ — безразмерный параметр, характеризующий шероховатость поверхности; B — параметр, характеризующий наклон микроплощадок шероховатой поверхности и имеющий размерность sr^{-1} [6, 7].

Функция $SO(\tau, \Omega)$ имеет вид [6, 7]:

$$SO(\tau, \Omega) = \frac{1 + \frac{\theta_N}{\Omega} \exp(-2\beta / \tau)}{1 + \frac{\theta_N}{\Omega}}, \quad (16)$$

где τ, Ω — параметры, имеющие размерность углов.

Связь между углами β, θ_N и θ_i, θ_r задается следующими уравнениями [6, 7]:

$$\cos 2\beta = \cos \theta_i \cos \theta_r + \sin \theta_i \sin \theta_r \cos \varphi, \quad (17)$$

где $\varphi = \varphi_r - \varphi_i$ (φ_i, φ_r — азимутальные углы между нормалью к поверхности и волновыми векторами падающего и отраженного излучения соответственно),

$$\cos \theta_N = \frac{\cos \theta_i + \cos \theta_r}{2 \cos \beta}. \quad (18)$$

Выражение для компоненты $f_{dep}^{mod}(\gamma)$ материала, описывающей рассеяние деполяризованного излучения, в данной модели представляется в виде [6, 7]:

$$f_{dep}^{mod}(\gamma) = \rho_D + \frac{2\rho_V}{\cos \theta_i + \cos \theta_r}, \quad (19)$$

где $\rho_D, \rho_V, \text{cp}^{-1}$ – параметры, описывающие как ламбертовское поверхностное, так и неламбертовское многократное объемное рассеяние на подповерхностных неоднородностях материала соответственно.

Значения показателя преломления n и главного показателя поглощения k исследованных терморегулирующих покрытий, а также параметры модели $B, \sigma, \tau, \Omega, \rho_D$ и ρ_V , необходимые для расчета их $f_{pol}^{mod}(\gamma)$ (см. формулу (14)) и $f^{mod}(\gamma)$, были определены ранее [10, 11]. С использованием этих данных были рассчитаны значения компонент $f_{pol}^{mod}(\gamma)$ и $f_{dep}^{mod}(\gamma)$ (см. формулу (19)) модельной функции [6]:

$$f^{mod}(\gamma) = f_{pol}^{mod}(\gamma) + f_{dep}^{mod}(\gamma) \quad (20)$$

для данных материалов в зависимости от угла поворота образцов.

Получено хорошее соответствие между рассчитанными по модели $f_{pol}^{mod}(\gamma), f_{dep}^{mod}(\gamma)$ и полученными экспериментально $f_{pol}(\gamma), f_{dep}(\gamma)$ компонентами функции распределения двунаправленного коэффициента отражения терморегулирующих покрытий, которые описывают отражение поляризованной и деполяризованной составляющих излучения. Соответствие рассчитанных $f_{pol}^{mod}(\gamma)$ и определенных на основе измерений $f_{pol}(\gamma)$ серебристого покрытия ВЭ-30 и зеленой краски АК-512з представлено на рис. 3. Это дополнительно подтверждает применимость модели [6] к условиям освещения терморегулирующих покрытий поляризованным излучением и адекватность установленных параметров, характеризующих исследуемые образцы [11].

На основе экспериментальных измерений и расчетов с использованием выражений (11) и (20), были найдены функции распределения двунаправленного коэффициента отражения исследованных материалов в случае их освещения неполяризованным излучением. Результаты определения $f(\gamma)$ и $f^{mod}(\gamma)$ ряда материалов представлены на рис. 4. Наблюдается очень хорошее соответствие между результатами расчета и измерений. Различие значений функции распределения двунаправленного коэффи-

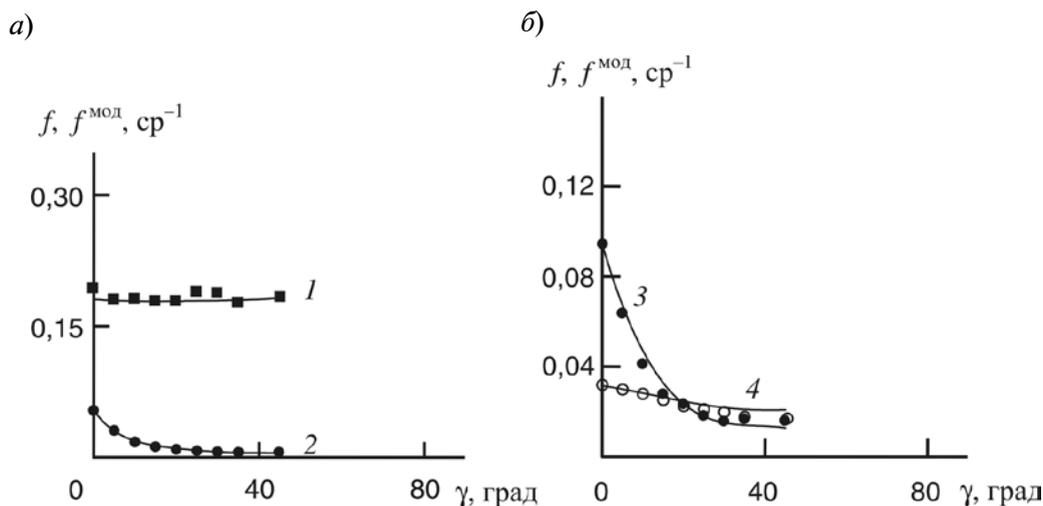


Рис. 4. Экспериментальные (символы) и расчетные (линии) зависимости функции распределения $f(\gamma)$ для различных материалов от угла поворота образцов при их освещении неполяризованным излучением:

1 – белое покрытие КО-5191; 2 – черное покрытие АК-512; 3 – углеродистик КМУ-4; 4 – зеленая краска АК-512з; при расчете $f^{mod}(\gamma)$ использованы выражения (13) – (19) и те же параметры, что на рис. 3

циента отражения исследованных материалов, полученных обоими способами, не превышает 15 %.

Таким образом, изучены закономерности отражения назад материалами и покрытиями, используемыми в изделиях аэрокосмической техники. Покрытия освещались линейно-поляризованным из-

лучением гелий-неонового лазера с рабочей длиной волны 632,8 нм. Показано, что наблюдается хорошее соответствие между результатами измерения функциональной зависимости распределения двунаправленного коэффициента отражения исследованных материалов от угла поворота образцов и ее расчета с использованием модели [6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Tyo J.S., Goldstein D.L., Chenault D.B., Shaw J.A.** Review of passive imaging polarimetry for remote sensing applications // *Appl. Opt.* 2006. Vol. 45 (22). P. 5453–5469.
2. **Chun C.S.L., Sadjadi F.A.** Polarimetric laser radar target classification // *Opt. Lett.* 2005. Vol. 30 (14). P. 1806–1808.
3. **Xu S., Xu L., Chen Y.** Space targets detecting oriented method of materials differentiating // *Advanced Materials Research.* 2011. Vol. 187. P. 637–640.
4. **Giakos G.C., Medithe A., Sumrain S., Sukumar S., Fraiwan L., Orozco A.** Laser polarimetric imaging of surface defects of semiconductor wafers, microelectronics, and spacecraft structures // *IEEE Trans. Instrumentation and Measurement.* 2006. Vol. 55 (6). P. 2126–2131.
5. **Giakos G.C., Patnekar N., Fraiwan L., Sumrain S., Mertzios G.B., Periyathamby S.** A sensitive optical polarimetric imaging technique for surface defects detection of aircraft turbine engines // *IEEE Trans. Instrumentation and Measurement.* 2004. Vol. 53 (1). P. 216–222.
6. **Shell II, J.R.** Polarimetric remote sensing in the visible to near infrared. PhD thesis: Rochester, Rochester Institute of Technology, 2005. 283 p.
7. **Schott, J.R.** Fundamentals of polarimetric remote sensing. Vol. TT81, SPIE Tutorial Texts In Optical Engineering. Bellingham: SPIE Press, 2009. 244 p.
8. **Bowers D.L., Wellems L.D., Duggin M.J., Glass W., Vaughan L.G.** Broadband spectral-polarimetric BRDF scan system and data for spacecraft materials // *Proc. Advanced Maui Optical and Space Surveillance Techn. Conf. Maui, Hawaii.* 2011. P. E47–E55.
9. **Wang H., Zhang W., Wang F.** Visible characteristics of space-based targets based on bidirectional reflection distribution function // *Science China Technological Sciences.* 2012. Vol. 55 (4). P. 982–989.
10. **Воцула И.В., Длугунович В.А., Жумарь А.Ю., Царюк О.В.** Двунаправленное отражение поляризованного лазерного излучения теплозащитными материалами и терморегулирующими покрытиями // *Инженерно-физический журнал.* 2012. Т. 85. № 2. С. 430–436.
11. **Воцула И.В., Длугунович В.А., Жумарь А.Ю.** Угловое распределение нормированных коэффициентов рассеяния терморегулирующих покрытий и теплозащитных материалов, освещаемых поляризованным излучением // *Журнал прикл. спектроскопии.* 2013. Т. 80. № 2. С. 203–210.
12. **Кондрашов Э.К., Семенова Л.В., Кузнецова В.А., Малова Н.Е., Лебедева Т.А.** Развитие авиационных лакокрасочных материалов // *Все материалы: Энциклопедический справочник.* 2012. № 5. С. 49–54.
13. **Tribble A.C., Lukins R., Watts E., Naumov S.F., Sergeev V.K.** Low Earth orbit thermal control coatings exposure flight tests: A comparison of U.S. and Russian results. NASA Contractor Report 4647, 1995. 57 p.
14. **Михайлов М.М.** Светимость космических аппаратов. Зависимость отражательной способности материалов от угла падения оптического излучения // *Физ. и химия обраб. матер.* 2010. № 1. С. 23–28.
15. **Vasiliev V.N.** Methods and results of measurement of reflectance and emissivity properties of spacecraft coatings and materials // *Proc. of the 9th Intern. Symp.: Materials in a Space Environment.* Noordwijk: ESA Publications Division. 2003. P. 699–701.
16. **Длугунович В.А., Снопко В.Н., Царюк О.В.** Лазерный гониофотометрический Стокс-поляриметр // *Журнал прикл. спектроскопии.* 1999. Т. 66. № 6. С. 869–874.
17. **Nicodemus F.E., Richmond J.C., Hsia J.J., Ginsberg I.W., Limperis T.** Geometrical considerations and nomenclature for reflectance. NBS Monograph 160, Washington. D.C.: National Bureau of Standards, 1977. 52 p.
18. **Длугунович В.А., Круплевич Е.А., Снопко В.Н.** Формирование пространственно-поляризационных характеристик излучения, отраженного шероховатой поверхностью непрозрачных материалов // *Оптика и спектроскопия.*

1992. Т. 73. № 4. С. 785–790.

19. **Менделеев В.Я.** О границах применимости модели Бугера для анализа оптических отражательных характеристик шероховатых металлических поверхностей // *Оптический журнал*. 1995. Т. 62. № 2. С. 22–26.

20. **Le Hors L., Hartemann P., Dolfi D., Breugnot**

S. Phenomenological model of paints for multispectral polarimetric imaging // *Proc. SPIE*. 2001. Vol. 4370. P. 94–105.

21. **Cai X., Chen Y., Chen L., Li W.** Polarization characteristic of laser backscattering from randomly rough surfaces // *Proc. SPIE*. 2009. Vol. 7382. P. 73821Y-1–73821Y-7.

REFERENCES

1. **Tyo J.S., Goldstein D.L., Chenault D.B., Shaw J.A.** Review of passive imaging polarimetry for remote sensing applications. *Appl. Opt.*, 2006, vol. 45 (22), pp. 5453–5469.

2. **Chun C.S.L., Sadjadi F.A.** Polarimetric laser radar target classification. *Opt. Lett.*, 2005, vol. 30 (14), pp. 1806–1808.

3. **Xu S., Xu L., Chen Y.** Space targets detecting oriented method of materials differentiating. *Advanced Materials Research*, 2011, vol. 187, pp. 637–640.

4. **Giakos G.C., Medithe A., Sumrain S., Sukumar S., Fraiwan L., Orozco A.** Laser polarimetric imaging of surface defects of semiconductor wafers, microelectronics, and spacecraft structures. *IEEE Trans. Instrumentation and Measurement*, 2006, vol. 55 (6), pp. 2126–2131.

5. **Giakos G.C., Patnekar N., Fraiwan L., Sumrain S., Mertzios G.B., Periyathamby S.** A sensitive optical polarimetric imaging technique for surface defects detection of aircraft turbine engines. *IEEE Trans. Instrumentation and Measurement*, 2004, vol. 53 (1), pp. 216–222.

6. **Shell II, J.R.** Polarimetric Remote Sensing in the Visible to Near Infrared. PhD thesis, Rochester, Rochester Institute of Technology, 2005, 283 p.

7. **Schott, J.R.** Fundamentals of polarimetric remote sensing. Vol. TT81, SPIE Tutorial Texts In Optical Engineering, Bellingham, SPIE Press, 2009, 244 p.

8. **Bowers D.L., Wellems L.D., Duggin M.J., Glass W., Vaughan L.G.** Broadband spectral-polarimetric BRDF scan system and data for spacecraft materials. *Proc. Advanced Maui Optical and Space Surveillance Techn. Conf.*, Maui, Hawaii, 2011, pp. E47–E55.

9. **Wang H., Zhang W., Wang F.** Visible characteristics of space-based targets based on bidirectional reflection distribution function. *Science China Technological Sciences*, 2012, vol. 55 (4), pp. 982–989.

10. **Voschula I.V., Dlugunovich V.A., Zhumar A.Yu.** Dvunapravlennoe otrazhenie polarizovannogo lazernogo izlucheniia teplozashchitnymi materialami i termoreguliruiushchimi pokrytiiami. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2012, Vol. 85, No. 2, pp. 430–436. (rus)

11. **Voschula I.V., Dlugunovich V.A., Zhumar**

A.Yu. Uglovoe raspredelenie normirovannykh koefitsientov rasseianiia termoreguliruiushchikh pokrytii i teplozashchitnykh materialov, osveshchaemykh polarizovannym izlucheniem. *Journal of Applied Spectroscopy*, 2013, Vol. 80, No. 2, pp. 203–210. (rus)

12. **Kondrashov E.K., Semenova L.V., Kuznetsova V.A., Malova N.E., Lebedeva T.A.** Razvitiie aviatsionnykh lakokrasochnykh materialov. *Vse materially: Entsiklopedicheskii spravochnik*, 2012, No. 5, pp. 49–54. (rus)

13. **Tribble A.C., Lukins R., Watts E., Naumov S.F., Sergeev V.K.** Low Earth orbit thermal control coatings exposure flight tests: A comparison of U.S. and Russian results. NASA Contractor Report 4647, 1995, 57 p.

14. **Mikhailov M.M.** Svetimost' kosmicheskikh apparatov. Zavisimost' otrazhatel'noi sposobnosti materialov ot ugla padeniia opticheskogo izlucheniia. *Fizika i khimiiia obrabotki materialov*, 2010, No. 1, pp. 23–28. (rus)

15. **Vasiliev V.N.** Methods and results of measurement of reflectance and emissivity properties of spacecraft coatings and materials. *Proc. of the 9th Intern. Symp.: Materials in a Space Environment*, Noordwijk, ESA Publications Division, 2003, pp. 699–701.

16. **Dlugunovich V.A., Snopko V.N., Tsariuk O.V.** Lazernyi goniofotometricheskii Stoks-polarimetr. *Journal of Applied Spectroscopy*, 1999, Vol. 66, No. 6, pp. 869–874. (rus)

17. **Nicodemus F.E., Richmond J.C., Hsia J.J., Ginsberg I.W., Limperis T.** Geometrical considerations and nomenclature for reflectance. NBS Monograph 160, Washington, D.C.: National Bureau of Standards, 1977, 52 p.

18. **Dlugunovich V.A., Kruplevich E.A., Snopko V.N.** Formirovanie prostranstvenno-polarizatsionnykh kharakteristik izlucheniia, otrazhennogo sherokhovatoi poverkhnost'iu neprozrachnykh materialov. *Optics and Spectroscopy*, 1992, Vol. 73, No. 4, pp. 785–790. (rus)

19. **Mendeleev V.Ya.** O granitsakh primeni-mosti modeli Bугera dlia analiza opticheskikh otrazhatel'nykh kharakteristik sherokhovatykh metallicheskih poverkhnostei. *Journal of Optical Technology*, 1995, Vol. 62, No. 2, pp. 22–26. (rus)

20. Le Hors L., Hartemann P., Dolfi D., Breugnot S. Phenomenological model of paints for multispectral polarimetric imaging. *Proc. SPIE*, 2001, vol. 4370, pp. 94–105.

21. Cai X., Chen Y., Chen L., Li W. Polarization characteristic of laser backscattering from randomly rough surfaces. *Proc. SPIE*, 2009, vol. 7382, pp. 73821Y-1–73821Y-7.

ВОЩУЛЯ Игорь Владимирович — младший научный сотрудник Института физики им. Б.И. Степанова НАН Беларуси.

220072, Беларусь, г. Минск, пр. Независимости, 68

ДЛУГУНОВИЧ Вячеслав Андреевич — доктор физико-математических наук, заведующий научно-испытательной лабораторией лазерной техники и поляриметрии Института физики им. Б.И. Степанова НАН Беларуси.

220072, Беларусь, г. Минск, пр. Независимости, 68

v.dlugunovich@dragon.bas-net.by

ЖУМАРЬ Андрей Юрьевич — кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Института физики им. Б.И. Степанова НАН Беларуси.

220072, Беларусь, г. Минск, пр. Независимости, 68

УДК 621.384.663

Ж.С. Лебедева, Ю.Б. Шуракова

ВЫБОР СИСТЕМЫ КОЛЛИМАЦИИ И РАССЕЯНИЯ ПРОТОННОЙ ОФТАЛЬМОЛОГИИ С ЦЕЛЬЮ ГАРАНТИИ ЕЕ КАЧЕСТВА

Zh.S. Lebedeva, Yu.B. Shurakova

Ioffe Physical Technical Institute,
26 Politekhnikeskaya St., St. Petersburg, 194021, Russia.

QUALITY ASSURANCE OF PROTON OPHTHALMOLOGY: SELECTION OF COLLIMATION AND SCATTERING SYSTEMS

В статье описаны основные требования к системам рассеяния и коллимации при создании протонного тракта для лечения злокачественных глазных новообразований. Приведены результаты моделирования посредством программного комплекса Geant4 системы доставки пучка до пациента.

ПРОТОННАЯ ОФТАЛЬМОЛОГИЯ, МЕТОД ПАССИВНОГО РАССЕЯНИЯ, РАССЕЙВАЮЩАЯ СИСТЕМА, ФИНАЛЬНЫЙ КОЛЛИМАТОР, GEANT4.

This study covers basic requirements for scattering and collimation systems while creating a nozzle for treatment of malignant ocular tumors. The results of treatment simulations in Geant4 are represented.

PROTON OPHTHALMOLOGY, PASSIVE SCATTERING METHOD, SCATTERING SYSTEM, FINAL COLLIMATOR, GEANT4.

Одним из наиболее перспективных направлений развития лучевой терапии (ЛТ) является адронная терапия с использованием пучков тяжелых частиц – адронов: протонов, а также ионов легких химических элементов (гелий, углерод и другие). Адронная терапия обладает рядом преимуществ по сравнению со стандартной ЛТ благодаря тому, что протоны и ионы при прохождении через вещество имеют наибольшие линейные потери энергии в конце пробега (так называемый пик Брэгга), а также слабо рассеиваются в веществе и способны обеспечить формирование резких границ поля облучения. Эти особенности позволяют существенно (примерно в два раза) сократить радиационную нагрузку на здоровые ткани.

Одним из направлений применения протонной ЛТ является органосохраняющее лечение внутриглазных злокачественных опухолей. Применение протонов при опухолях глаза было начато в 1977 г. в Гарвардском университете (США) [1]. Размеры, форма

и локализация опухолей глаза лимитируют применение традиционных лучевых методов, преимущества же протонной терапии позволяют формировать дозные поля, близкие к оптимальным. Однако в связи с наличием большого числа близко расположенных друг к другу критических структур планирование протонного облучения для лечения внутриглазных новообразований, а также обеспечение гарантии качества имеют свои особенности, не позволяющие использовать общие подходы, применяемые в протонной терапии для широкого круга других локализаций злокачественных опухолей.

Данная работа проводилась в рамках подготовки проекта ФГБУ «ПИАФ» по применению изохронного циклотрона Ц-80 в медицинских целях, в том числе и для лечения злокачественных новообразований органа зрения. На основе компьютерного моделирования в программном комплексе Geant4 были выработаны основные требования к системам рассеяния и коллимации пучков протонов с энергиями 60 МэВ.

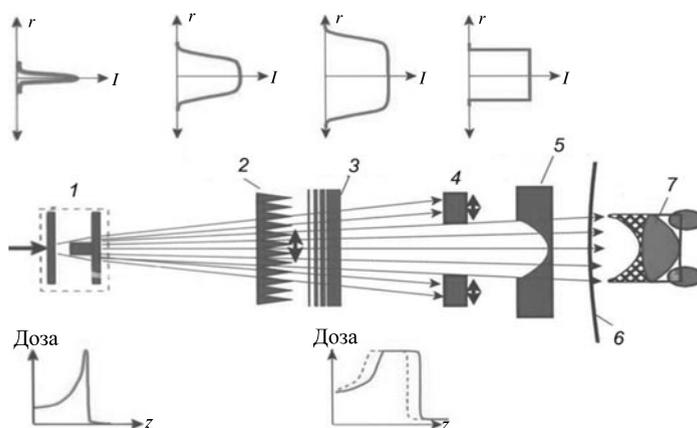


Рис. 1 [3]. Схема метода пассивного рассеяния: 1 – рассеивающая система; 2 – гребенчатый фильтр; 3 – деградер; 4 – коллиматор; 5 – компенсатор; 6 – кожа; 7 – опухоль

Метод пассивного рассеяния

На выходе из ускорителя обычно получают узкий (до 7–8 мм) моноэнергетический пучок. Без последующей модификации он даст непригодное для клинического использования энергетическое распределение. Для того чтобы сделать пучок соответствующим поставленной задаче, используют два основных метода: пассивного рассеяния и карандашного пучка. Достоинства и недостатки обоих методов приведены в работе [2]. Данная статья посвящена первому из этих методов.

На протонном комплексе Ц-80 для лечения офтальмологических заболеваний предполагается использовать метод пассивного рассеяния, общая схема которого представлена на рис. 1.

Первоначально узкий пучок протонов из ускорителя расширяется при помощи рассеивающей системы 1, задача которой состоит также в создании области относительно равномерного плато в поперечном сечении. Для расширения пучка используются тонкие (десятки микрометров) фольги, чаще всего из тантала. Далее пучок проходит через гребенчатый фильтр 2, который позволяет создать плато поглощенной дозы заданной протяженности (модифицированная кривая Брэгга). В случае необходимости уменьшения энергии и пробегов протонов пучок направляется на поглотитель

3 (деградер). Коллиматор 4 обеспечивает конформность облучения (соответствие дозного распределения форме патологического объема) в плоскости, перпендикулярной оси пучка. Компенсатор 5 позволяет регулировать дистальное распределение дозы, учитывая гетерогенность тела человека, неравномерность поверхности и необходимость не затронуть критические органы.

Материалы и методы

В настоящей работе было произведено моделирование доставки до пациента протонного пучка с энергией 60 МэВ методом пассивного рассеяния. Для расчета использовалась система библиотек Geant 4.9.5.

Виртуальная модель системы доставки пучка, разработанная в ПИЯФ имени Б.П. Константинова [2], состоит из трех основных частей: рассеивающей системы, модулятора и системы коллиматоров.

Вся система расположена в воздухе. Пучок выходит из некоторого объема, имитирующего выход ускорителя. Рассеивающая система представляет собой набор танталовых фольг и латунный поглотитель центральной части пучка, имеющий цилиндрическую форму. Финальный коллиматор, расположенный непосредственно перед фантомом, также изготовлен из латуни и описывается классом G4Tubs.

Для описания физических процессов был использован QGSP_BIC PhysicsList с

уточненной моделью электромагнитных взаимодействий Standart_option3 и моделью бинарного внутриядерного каскада ВИС.

Влияние воздушного зазора на качество пучка

Помимо расширения пучка при помощи рассеивающей системы, также происходит дополнительное рассеяние пучка на воздухе, в промежутках между элементами системы доставки. С целью выяснения, как этот фактор влияет на конечное качество пучка, было смоделировано распределение поглощенной дозы в водном фантоме от протонного пучка радиусом 3 мм в зависимости от расстояния между источником и поверхностью (РИП) фантома. Оценка результата проводилась по ширине 50 % от уровня дозы и по величине полутени на профиле пучка. Последняя определяется как расстояние по оси абсцисс между координатами точек с уровнями дозы в 50 % и нулевым (рис. 2). По мере увеличения РИП от 1 до 180 см ширина профиля пучка возрастает приблизительно вдвое, в то время как величина полутени увеличивается в четыре раза. Поэтому вся система доставки пучка должна занимать такое расстояние, чтобы нежелательную дозу можно было бы полностью убрать системой коллимации; в клинической практике это значение обычно составляет около 1,5 м. Необходимо также учитывать величину воздушного зазора между финальным коллиматором и пациентом, чтобы избежать нежелательно-

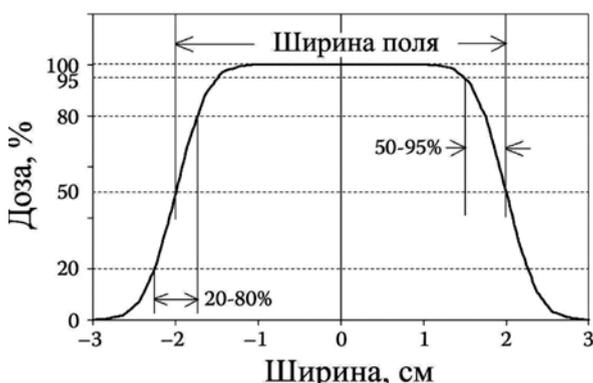


Рис. 2. Характеристики дозного распределения пучка в плоскости, перпендикулярной направлению пучка

го рассеяния клинического пучка на воздухе после окончательной коллимации.

Использование широкого пучка

Поскольку циклотрон Ц-80 предназначен также для наработки изотопов и для радиационных исследований (отдельные тракты), изначально создается широкий пучок. Представляется целесообразным рассмотреть вопрос о его использовании без коллимации на входе в лечебный тракт и последующего расширения в зале облучения. Для того чтобы понять, как изменятся требования к рассеивающей системе, было проведено моделирование профилей узкого пучка диаметром 3 мм и широкого пучка диаметром 24 мм. Для каждого пучка был протестирован ряд различных вариантов рассеивающей системы, на основе рекомендаций клиник, действующих в настоящее время. Для узкого пучка в результате была выбрана рассеивающая система из двух танталовых фольг и поглотителя центральной части пучка для создания плато на профиле. На рис. 3, а изображен неколлимированный профиль пучка, который позволяет создать такая система, а также профили при наличии коллиматоров разных диаметров (табл. 1). Подобная система позволяет облучать опухоли глаза с наибольшим размером во фронтальной плоскости (протяженностью) до 1 см.

Исследования на широком пучке диаметром 24 мм показали, что такого же результата можно достичь при использовании рассеивающей системы из одной фольги и поглотителя. На рис. 3, б представлен профиль данного пучка с двумя различными коллиматорами. В этом случае одиночная рассеивающая система позволяет обеспечить облучение глазных опухолей шириной до 1,5 см. В случае, если требуется поле меньшего размера, выбирается конечный коллиматор соответствующего радиуса; для большего размера необходим более широкий входной пучок.

Финальный коллиматор и выход нейтронов

Для того чтобы сформированный клинический пучок не подвергался дополнительному рассеянию на воздухе, финаль-

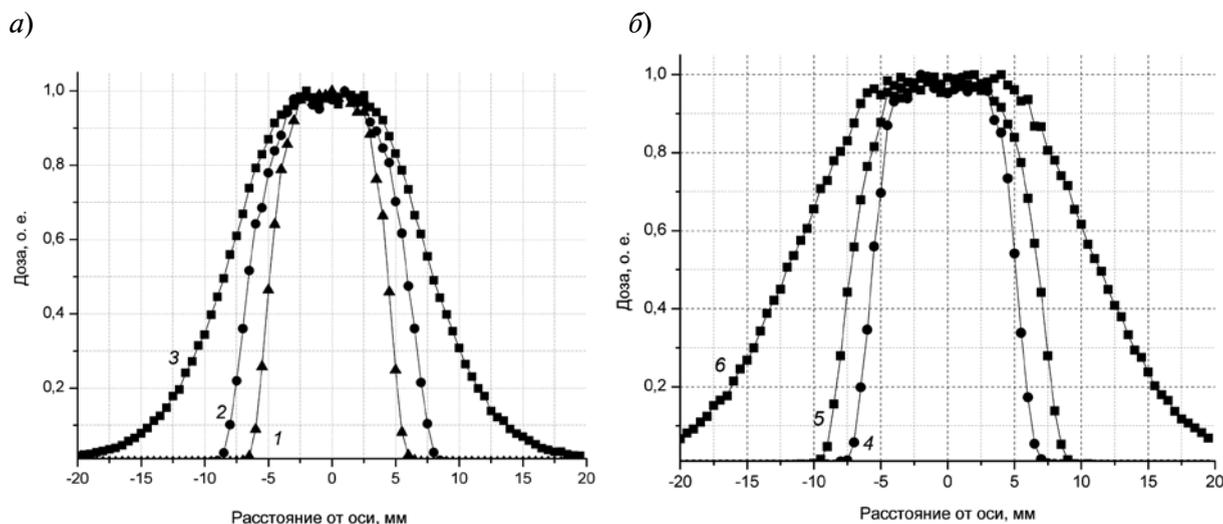


Рис. 3. Смоделированные профили протонных пучков диаметрами 3 мм (а) и 24 мм (б) для различных значений диаметра коллиматора D и условий прохождения излучения (см. табл. 1)

ный коллиматор необходимо располагать на малых расстояниях от пациента. Однако при этом следует также обратить внимание на выход нейтронов.

Финальный коллиматор изготавливается из латуни. Пробег протонов с энергией 60 МэВ в латуни равен приблизительно 5,8 мм. Длина коллиматора (в данной работе она составляет 7 мм) подбирается таким образом, чтобы полностью остановить протоны, создающие дозу облучения в нежелательной области. Значительная часть ядерных реакций, проходящих в коллиматоре (их вероятность при полной остановке протонов с энергией 60 МэВ в латуни составляет около 4,5 % [4]), сопровождается

выходом нейтронов.

В данной работе было оценено число нейтронов на один протон n/p , вошедших в фантом, в зависимости от расстояния финального коллиматора по отношению к поверхности тела пациента (табл. 2).

В то время как величина полутени уменьшается по мере приближения коллиматора к поверхности фантома, число нейтронов, вошедших в него, растет. Следовательно, при определении позиции финального коллиматора относительно пациента необходимо исходить из учета приемлемого соотношения между величиной полутени и количеством нейтронов, проникающих в ткани пациента.

Таблица 1

Параметры моделирования профилей протонных пучков

Диаметр протонного пучка, мм	Толщина фольги, мкм		Радиус поглотителя центральной части пучка, мм	Диаметр D коллиматора, мм	Номер позиции на рис. 3
	1	2			
3	15	30	2	10	1
				14	2
	неколлимированный			3	
24	30		3	12	4
				16	5
				неколлимированный	

Таблица 2

Зависимость числа нейтронов, достигших поверхности фантома, от расстояния r_{cs} между финальным коллиматором и поверхностью фантома

r_{cs} , см	$h_{50\%}$, мм	Полутень, мм	n/p
1,35	9,08	1,71	0,04
2,35	9,31	1,77	0,03
4,35	9,43	1,90	0,01

Обозначение: $h_{50\%}$ – ширина поля на 50%-м уровне дозы (см. рис. 2).

Обычно опухоли имеют неправильную форму, и для различных случаев требуется изготовление индивидуальных коллиматоров, обеспечивающих соответствующее распределение дозы. При этом возможны ситуации, когда для достижения заданного дозного распределения требуется перекрыть часть коллиматора. Это означает, что площадь латунного слоя возрастает, а, следовательно, увеличивается выход нейтронов.

На рис. 4 изображены профили, получаемые в поперечной плоскости пучка на глубине пика Брэгга, когда перекрыты либо правая верхняя четверть (рис. 4, а), либо половина (рис. 4, б) коллиматора.

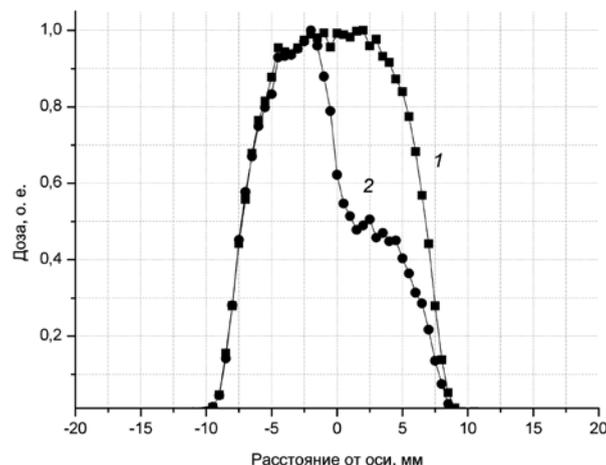
При этом число нейтронов, достигших поверхности фантома, возросло с 0,02 до 0,03 и 0,04 нейтрон/протон соответственно.

Таким образом, для каждого клинического случая необходима оценка нейтронной дозы в зависимости от выбранной апертуры. При этом возможен поиск компромисса между необходимостью уменьшения величины полутени и сокращением нейтронной дозы, а также рассмотрение вопроса о предварительной коллимации пучка.

Итак, в настоящей работе были рассмотрены требования к параметрам пучка и элементам системы рассеяния и коллимации посредством моделирования процесса доставки протонного пучка с энергией 60 МэВ к пациенту (использован программный комплекс Geant4). В результате установлено следующее:

с целью предотвратить ухудшение каче-

а)



б)

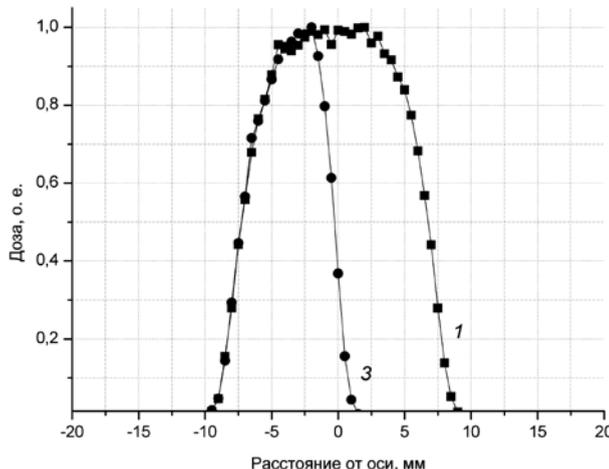


Рис. 4. Влияние степени перекрытия коллиматора на профиль в поперечной плоскости адронного пучка: 1 – открытый коллиматор (диаметр 16 мм); 2, 3 – с перекрытой правой верхней четвертью и половиной соответственно



ства пучка вся система доставки протонного пучка от выхода ускорителя до пациента должна занимать расстояние около 1,5 м;

для облучения опухолей глаза протяженностью до 1 см на тонком пучке необходимо использовать двойную рассеивающую систему, состоящую из двух танталовых фольг и поглотителя центральной части пучка;

использование широкого пучка дает возможность облучать опухоли до 1,5 см посредством одиночной рассеивающей системы из одной фольги и поглотителя. В случае если требуется большее уширение поперечного профиля, возможно увеличение толщины фольги, использование двойной системы рассеяния или более широкого первоначального пучка протонов;

выбор конструкции и позиции финального коллиматора по отношению к паци-

енту необходимо осуществлять с учетом величины нейтронного выхода в каждом отдельном клиническом случае.

Полученные результаты могут быть взяты за основу при разработке требований к планируемому протонному тракту и некоторых пунктов программы гарантии качества протонной офтальмологии. В связи с актуальностью проблемы активации лечебной комнаты за счет вторичных нейтронов, рождающихся в элементах системы доставки, важную практическую ценность имеет возможность использования широкого пучка.

Авторы статьи признательны доктору физико-математических наук Н.А. Иванову (СПбГПУ) за полезное обсуждение полученных результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Грагоудас Е., Гойтейн М., Кёлер А. и др. Использование протонных пучков для облучения меланом сосудистой оболочки глаза // «Использование протонных пучков в лучевой терапии»: Труды 1-го Международного семинара. Вып. 3. М.: Атомиздат, 1979. С. 63–76.

2. Иванов Н.А., Лебедева Ж.С. Оценка параметров пучка протонов для применения в офтальмологии // Научно-технические ведомо-

сти СПбГПУ. Физико-математические науки. 2013. № 1(165). С. 128–135.

3. Schardt D., Elsässer T. Heavy-ion tumor therapy: Physical and radiobiological benefits // *Reviews of modern physics*. 2010. Vol. 82. P. 383–425.

4. Janni J.F. Proton range-energy tables, 1 keV – 10 GeV, Part 2 // *Atomic Data and Nuclear Data Tables*. 1982. Vol. 27. P. 341–529.

REFERENCES

1. Gragoudas E., Goitein M., Koehler A. et al. Ispol'zovanie protonnykh puchkov dlia oblucheniia melanom sosudistoi obolochki glaza. Moscow, Atomizdat, 1979, pp. 63–76. (rus).

2. Ivanov N.A., Lebedeva Zh.S. Proton beam characteristics estimation for using in ophthalmology. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics*, 2013, No. 1(165),

pp. 128–135. (rus).

3. Schardt D., Elsässer T. Heavy-ion tumor therapy: Physical and radiobiological benefits. *Reviews of modern physics*, 2010, Vol. 82, pp. 383–425.

4. Janni J.F. Proton Range-Energy Tables, 1 keV–10 GeV, Part 2. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 1982, Vol. 27, pp. 341–529.

ЛЕБЕДЕВА Жанна Сергеевна — младший научный сотрудник лаборатории радиационной физики Петербургского института ядерной физики им. Б.П. Константинова.

188300, Ленинградская обл., г. Гатчина, Орлова роща.
LebedevaZh@npfi.spb.ru

ШУРАКОВА Юлия Борисовна — старший лаборант лаборатории радиационной физики Петербургского института ядерной физики им. Б.П. Константинова.

188300, Ленинградская обл., г. Гатчина, Орлова роща.
inet-julia@yandex.ru

УДК 666.1.036.2

А.А. Маковецкий, А.А. Замятин, Г.А. Иванов, И.П. Шилов

**ВЫТЯЖКА КАПИЛЛЯРОВ И ОПТИЧЕСКИХ ВОЛОКОН
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЕЧИ
С АЗИМУТАЛЬНО-НЕОДНОРОДНЫМ ПРОФИЛЕМ
ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ**

A.A. Makovetskii, A.A. Zamyatin, G.A. Ivanov, I.P. Shilov

Kotel'nikov Institute of Radioengineering and Electronics (IRE) of RAS,
1 Vvedenskogo Sq., Fryazino, Moscow Oblast, 141190, Russia

**DRAWING OF CAPILLARIES AND OPTICAL FIBERS
USING HIGH-TEMPERATURE FURNACE WITH NONUNIFORM
AZIMUTHAL PROFILE OF TEMPERATURE FIELD**

Экспериментально исследовано влияние азимутальной неоднородности температурного поля высокотемпературной печи на эллиптичность поперечных сечений капилляров и оптических волокон. Показана возможность управлять указанной эллиптичностью.

СХЛОПЫВАНИЕ СТЕКЛЯННОЙ ТРУБЫ, ВЫТЯЖКА КАПИЛЛЯРА, РАЗНОТОЛЩИННОСТЬ СТЕНОК КАПИЛЛЯРА, ЭЛЛИПТИЧНОСТЬ КАПИЛЛЯРА, АЗИМУТАЛЬНЫЙ ПРОФИЛЬ, ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНАЯ ПЕЧЬ.

The effect of the nonuniform azimuthal profile of the temperature field in a high-temperature furnace on the cross-section ellipticity of the capillaries and optical fibers has been investigated experimentally. The control possibility for this ellipticity was demonstrated.

COLLAPSE OF GLASS TUBE, CAPILLARY DRAWING, WALL THICKNESS INHOMOGENEITY, CAPILLARY ELLIPTICITY, AZIMUTHAL PROFILE, HIGH-TEMPERATURE FURNACE.

Стекланные капилляры, в частности кварцевые, широко используются в различных областях науки и техники – в хроматографии, вискозиметрии, в волоконно-оптических системах передачи информации, в волоконно-оптических датчиках физических величин, в капиллярных сборках для микроструктурированных оптических волокон [1 – 5].

У капилляров, вытянутых из цилиндрических труб-заготовок с их «подсхлопыванием» (неполным схлопыванием) во время процесса вытяжки, часто наблюдается эллиптичность в поперечном сечении. Возможность предсказывать и управлять эллиптичностью капилляра – важный момент в отношении их использования в различных волоконно-оптических устройствах.

На величину эллиптичности влияют два исходных фактора: азимутальные разнотолщинность трубы-заготовки и неоднородность температурного поля высокотемпературной (ВТ) печи, а также относительный диаметр отверстия вытягиваемого капилляра, регулируемый выбором температуры такой печи.

В связи с этим одна из целей данной работы – это выяснить экспериментально характер влияния указанных выше параметров, а именно азимутальной разнотолщинности трубы-заготовки, азимутальной неоднородности температурного поля ВТ-печи и относительного диаметра отверстия вытягиваемого капилляра, на эллиптичность поперечных сечений таких капилляров.

Таблица 1

Характеристики установки для вытяжки капилляров из стеклянных труб-заготовок

Функциональный узел	Основной параметр	Единица измерения	Диапазон значений
Механизм подачи заготовки	Скорость подачи V_3	мм/мин	0,5 – 20
Графитовая высокотемпературная печь с автоматическим регулятором температуры	Температура	°C	500–2200
	Точность		± 0,5
Механизм вытягивания капилляра	Скорость вытяжки $V_в$	см/мин	10 – 100
	База вытяжки	м	0,6 – 1,0
Измеритель внешнего диаметра капилляра (теневого типа)	Диаметр капилляра	мм	0,1 – 4,5

Примечание: База вытяжки – это расстояние от нижнего патрубка печи до тянущих роликов

Если вместо однородной кварцевой трубки взять кварцевую трубу с нанесенными по технологии MCVD (Modified Chemical Vapor Deposition) на ее внутреннюю поверхность слоями легированного кварцевого стекла (т. е. взять несхлопнутую MCVD-преформу) и использовать ВТ-печь с азимутально-неоднородным температурным профилем, то при ее перетяжке в полностью схлопнутый капилляр можно попытаться сформировать оптическое волокно с эллиптической световедущей сердцевиной. Такие волокна обладают оптической анизотропией [6], позволяющей создавать на их основе различные сенсоры интерферен-

ционного типа.

Экспериментальная апробация возможности вытяжки оптических волокон с эллиптической световедущей сердцевиной из несхлопнутых MCVD-преформ представляет вторую цель данной работы.

Вытяжка капилляров из стеклянных труб-заготовок

Установка для вытяжки капилляров содержит стандартный набор компонентов. Их перечень с основными рабочими параметрами приведен в табл. 1.

При вытяжке стеклянных капилляров в ВТ-печи использовались нагреватель-

Таблица 2

Геометрические характеристики нагревательных элементов (НЭ) высокотемпературной печи

Наименование	Размер	
	НЭ-37/30	НЭ-30/30
<i>Нагревательные элементы</i>		
Внутренний диаметр, мм	37	30
Толщина, мм	3,5	3,0
Высота, мм	30	
<i>Продольные сквозные пазы в НЭ</i>		
Количество	20	16
Ширина, мм	1,0	
Угловой интервал между пазами, град	18,0	22,5
Длина перемычки, мм	5,0	4,5
Количество непропиленных пазов в азимутально-неоднородном НЭ	1	2
Угловой интервал между непропиленными пазами, град	–	180

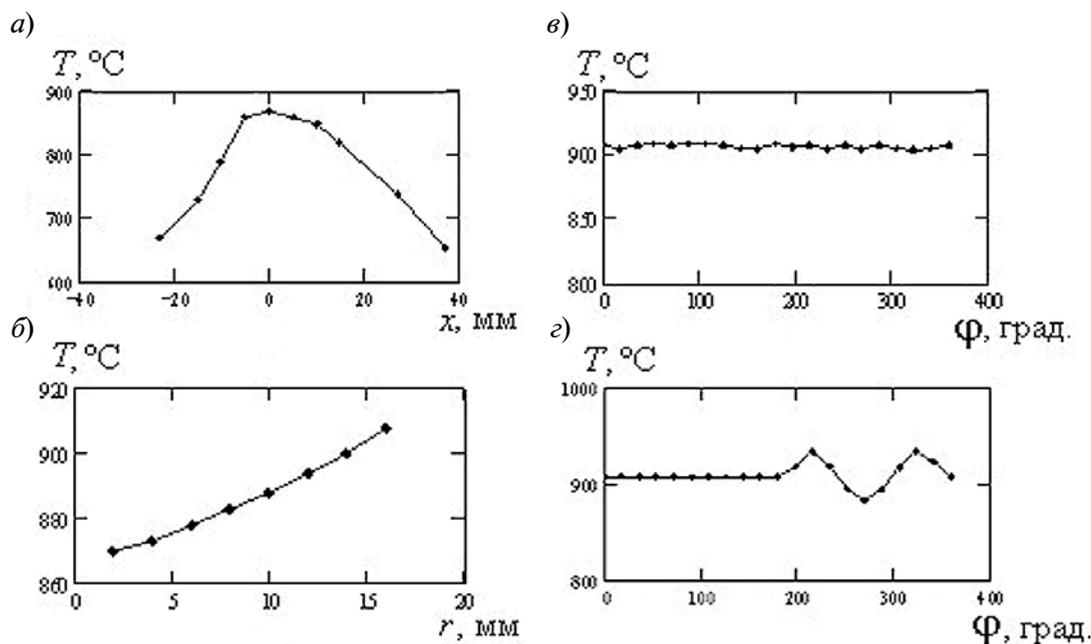


Рис. 1. Обмеренные температурные профили для азимутально-однородного (а – в) и азимутально-неоднородного (г) нагревательных элементов НЭ-37/30 мм/мм при $T_m = 870$ °С. Профили: а – осевой, б – радиальный ($x = 0$, $\varphi = 90$ град), в – азимутальный ($x = 0$, $r = 13$ мм), г – азимутальный

ные элементы (НЭ) корончатого типа. Их основные геометрические характеристики представлены в табл. 2.

Электрическая цепь в нагревательном элементе НЭ-37/30 представляла собой две параллельно соединенные одинаковые части из десяти полосок каждая, что обеспечивало вполне однородное азимутальное распределение температурного поля. У азимутально-неоднородного НЭ-37/30 мм/мм в одной из частей оставался непропиленный один из пазов, что вызывало азимутальную неоднородность его температурного поля. Обмеренные с помощью хромель-алюмелевой термопары осевые, радиальные и азимутальные температурные профили двух использованных НЭ-37/30 мм/мм приведены на рис. 1. Использовалась цилиндрическая система координат (x, r, φ), причем за начало координат была принята точка пересечения оси и срединного сечения НЭ (ось x направлена вдоль оси НЭ); азимутальный угол отсчитывается по часовой стрелке (если смотреть на НЭ сверху вниз), нулевой азимутальный угол $\varphi = 0$ соответству-

ет направлению на оператора вытяжной установки. Важным измеряемым параметром являлась температура T_m в точке начала координат.

В качестве труб-заготовок использовались колбы из легкоплавкого электровакуумного стекла марки СЛ-97-1 от люминесцентных ламп фирм-производителей ЛИСМА (СВЕТ), OSPAM и Philips (изготовлены в Венгрии). Состав стекла и его основные характеристики приведены в табл. 3 и 4 [7]. В экспериментах это стекло разогревали до температуры ≈ 900 °С, что соответствует вязкости $\mu = 10^{3,0} \div 10^{3,5}$ Па·с.

Влияние азимутальной разнотолщинности стеклянной трубы-заготовки на эллиптичность вытягиваемого капилляра. Эксперименты были проведены при использовании в ВТ-печи азимутально-однородного на-

Таблица 3

Состав стекла СЛ-97-1 труб-заготовок (мол.%)

SiO ₂	BaO	CaO	MgO	Na ₂ O	Ka ₂ O	Fe ₂ O ₃
69,5	5,0	5,5	3,5	12,5	4,0	0,12

Таблица 4

Характеристики использованных труб-заготовок из стекла СЛ-97-1

Параметр	Значение
Температура размягчения, °С при вязкости $\mu = 10^{10}$ Па·с $\mu = 10^{6,7}$ Па·с	550 ± 10 675 ± 10
Рабочая температура, °С	≈ 900
Вязкость при рабочей температуре, Па·с	$10^{3,0} - 10^{3,5}$
Внешний диаметр D_T , мм	25,5 – 26,0
Внутренний диаметр d_T , мм	23,5 – 24,4
$\xi_T = d_T / D_T$	0,92 – 0,94
Толщина стенки h_T , мм	0,7 – 0,8

гревательного элемента НЭ-37/30 мм/мм. Предварительно у семейства труб были обмерены поперечные сечения. Геометрические параметры обмера поперечных сечений трубы-заготовки и капилляра, сфор-

мированного на конце «луковицы», а также все производные от них параметры, использованные нами, приведены в табл. 5.

Обмер поперечных сечений труб и капилляров проводили с помощью микроско-

Таблица 5

Принятые обозначения геометрических параметров стеклянных труб-заготовок и вытягиваемых из них капилляров

Геометрический параметр	Обозначение	
	Труба	Капилляр
<i>Измеряемые параметры</i>		
Внешний диаметр большой меньший	$D_{Tб}$ $D_{Tм}$	$D_{кб}$ $D_{км}$
Внутренний диаметр большой меньший	$d_{Tб}$ $d_{Tм}$	$d_{кб}$ $d_{км}$
Среднее значение диаметра внешнего внутреннего	D_T d_T	D_k d_k
Толщина стенки	h_T	h_k
<i>Производные от измеряемых параметров</i>		
Нормированная толщина стенки	$h_{тн}(\varphi) = h_T(\varphi) / \min[h_T(\varphi)]$	$h_{кн}(\varphi) = h_k(\varphi) / \min[h_k(\varphi)]$
Разнотолщинность стенок	$\delta_T = \max[h_T(\varphi)] / \min[h_T(\varphi)]$	$\delta_k = \max[h_k(\varphi)] / \min[h_k(\varphi)]$
Эллиптичность границы поперечного сечения внешней внутренней	$\varepsilon_{T0} = D_{Tб} / D_{Tм}$ $\varepsilon_{T1} = d_{Tб} / d_{Tм}$	$\varepsilon_{к0} = D_{кб} / D_{км}$ $\varepsilon_{к1} = d_{кб} / d_{км}$
Относительный диаметр отверстия	$\xi_T = (d_{Tб} + d_{Tм}) / (D_{Tб} + D_{Tм})$	$\xi_k = (d_{кб} + d_{км}) / (D_{кб} + D_{км})$

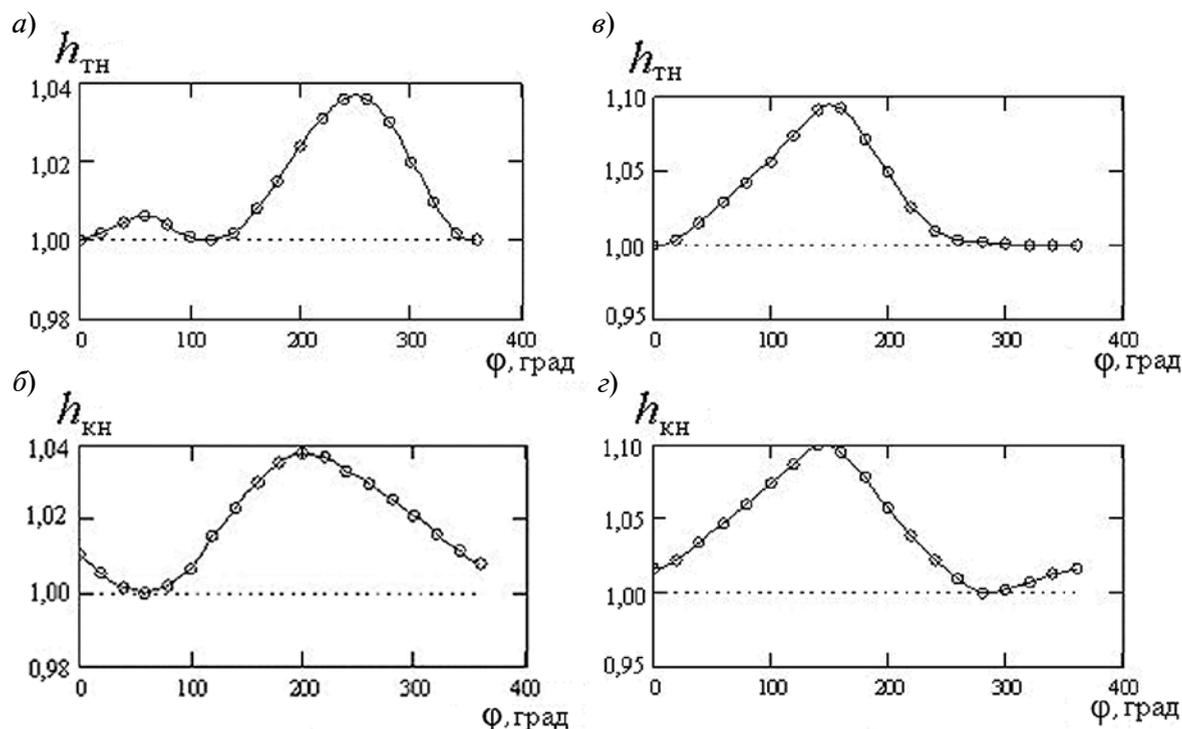


Рис. 2. Обмеренные азимутальные зависимости нормированных значений толщины двух труб-заготовок (а,в) и вытянутых из них капилляров (б,з) при использовании азимутально-однородного НЭ-37/30 мм/мм.

Трубки различались величиной разнотолщинности δ_T : 1,03 (а) и 1,09 (в), а капилляры – величиной относительного диаметра отверстия ξ_k : 0,07 (б) и 0,03 (з), однако их разнотолщинности $\delta_k = 1,05$ (б) и 1,09 (з) повторяли значения, характерные для заготовок

па МБС-1 (Fiber Check). Для экспериментов были отобраны образцы с существенно различными разнотолщинностями: труба № 1 (Philips, изготовлена в Венгрии) с $\delta_T = 1,03$ и труба № 2 (СВЕТ) с $\delta_T = 1,09$.

Из двух отобранных труб-заготовок регулировкой температуры ВТ-печи и скорости подачи заготовки (при фиксированном значении скорости вытяжки) были вытянуты два семейства капилляров с внешним диаметром $D_k = 1,0 - 1,2$ мм и различными значениями относительного диаметра отверстия капилляра ξ_k : от практически геометрически подобной вытяжки ($\xi_k = 0,920 - 0,945$) до практически полного схлопывания ($\xi_k = 0,050$). У всех вытянутых образцов были обмерены азимутальные зависимости толщины стенок $h_k(\varphi)$ и геометрические размеры поперечных сечений.

На рис. 2 приведены измеренные азимутальные зависимости нормированной толщины трубы-заготовки $h_{ТН}(\varphi)$ и вытянутого

из нее капилляра $h_{кн}(\varphi)$ (см. обозначения в табл. 5) для двух отобранных труб. Они построены для капилляров, вытянутых с сильным подхлопыванием труб-заготовок:

$$\xi_k \ll \xi_T \quad (0,030 \ll 0,945 \text{ и } 0,050 \ll 0,940 \text{ соответственно}).$$

Из приведенных кривых видно, что в обоих случаях разнотолщинности стенок трубы и вытянутых из них капилляров оказались одинаковыми. Тот же результат был получен и для капилляров, вытянутых с меньшим подхлопыванием трубы-заготовки ($0,050 < \xi_k < 0,940$). Отсюда следует вывод: при использовании НЭ с азимутально-однородным температурным профилем, независимо от допустимой величины относительного диаметра отверстия вытягиваемого капилляра ξ_k ($0 < \xi_k < \xi_T$), разнотолщинность его стенок равна разнотолщинности трубы-заготовки: $\delta_k \approx \delta_T = \text{const}$.

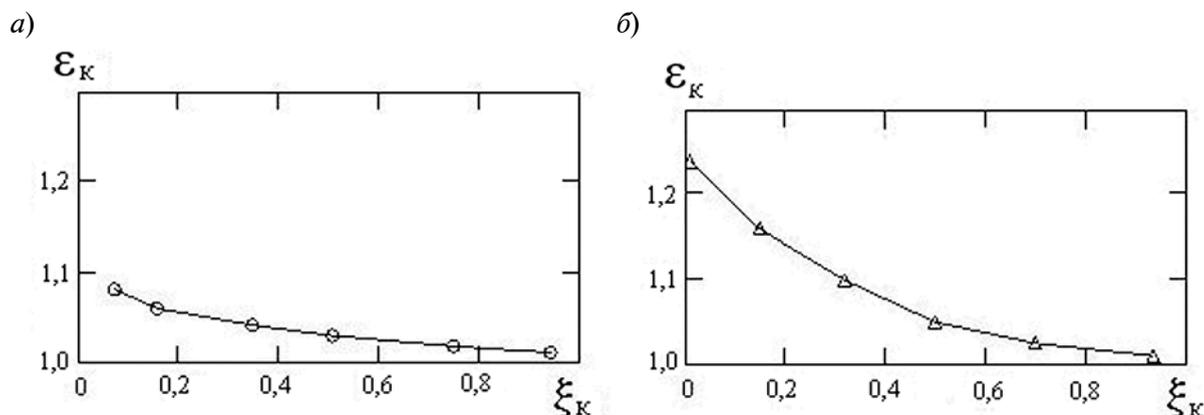


Рис. 3. Экспериментальные зависимости внутренней эллиптичности от относительного диаметра отверстия для капилляров, вытянутых из трубок с различной разнотолщиной δ_t : 1,04 (а) и 1,08 (б); использован азимутально-однородный НЭ-37/30 мм/мм

Существенно иначе зависят от величины ξ_k полученные эллиптичности ε_k вытянутых капилляров. На рис. 3 приведены зависимости эллиптичности внутренней границы поперечного сечения ε_k от величины ξ_k для капилляров, вытянутых из труб № 1 и № 2.

Из приведенных кривых видно, что эллиптичность внутренней границы поперечного сечения ε_k увеличивается при уменьшении величины ξ_k , т. е. при более сильном подхлопывании трубы-заготовки. Внешняя же граница поперечного сечения капилляра практически подобна внешней границе трубы-заготовки для любой допустимой величины ξ_k .

Исходя из двух экспериментально установленных свойств поперечного сечения вытягиваемого капилляра (разнотолщинность капилляра равна разнотолщинности трубки-заготовки, внешняя граница поперечного сечения капилляра – практически круглая), для оценки эллиптичности внутреннего отверстия вытягиваемого капилляра ε_k можно вывести следующую формулу:

$$\varepsilon_k = [1 - (\delta_t - 1)(\xi_k^{-1} - 1)]^{-1}. \quad (1)$$

Формула (1) справедлива для капилляров с относительными диаметрами отверстий $\xi_k = 0,90 - 0,05$, вытягиваемых из труб-заготовок с разнотолщиной $\delta_t = 1,01 - 1,10$ при использовании НЭ с азимутально-однородным температурным

профилем. Она качественно описывает все экспериментально наблюдаемые зависимости (см. рис. 3), при этом точность оценок – не менее 25 %.

Влияние азимутальной неоднородности температурного поля ВТ-печи на эллиптичность вытягиваемого стеклянного капилляра. В данных экспериментах при вытяжке капилляров использовалась ВТ-печь с азимутально-неоднородным нагревательным элементом НЭ-37/30 мм/мм. По сравнению с азимутально-однородным НЭ-37/30 мм/мм, он обладал некоторой азимутальной неоднородностью температурного поля: $\max T(\varphi) = 934 \text{ }^\circ\text{C}$, $\min T(\varphi) = 882 \text{ }^\circ\text{C}$, $\max T(\varphi) / \min T(\varphi) = 1,06$ (см. рис. 1, з). Указанную неоднородность можно было наблюдать по яркости его свечения.

С использованием азимутально-неоднородного НЭ-37/30 мм/мм из труб с различной разнотолщиной также были вытянуты семейства капилляров с внешним диаметром $D_k = 1,0 - 1,2$ мм и различными значениями относительного диаметра отверстия ξ_k . После обмеров поперечных сечений вытянутых образцов по ним были построены экспериментальные зависимости эллиптичности ε_k , внутренней границы поперечного сечения капилляра, от величины ξ_k .

В качестве примера на рис. 4 (кривая 2) приведена зависимость $\varepsilon_k = f(\xi_k)$ для ка-

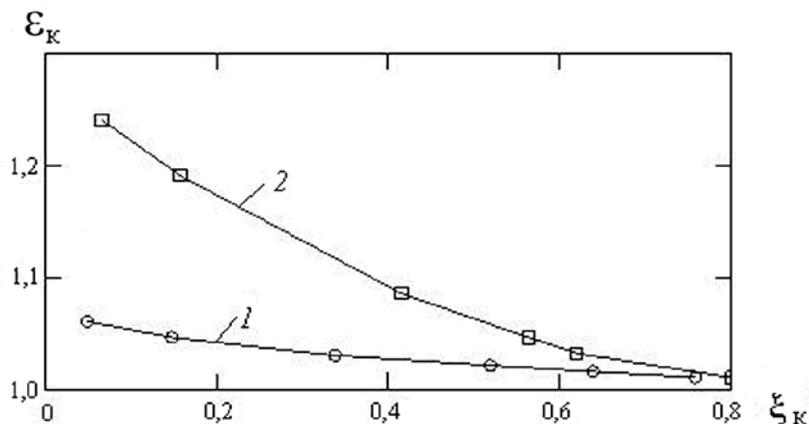


Рис. 4. Экспериментальные зависимости внутренней эллиптичности капилляров, вытянутых из одной и той же трубы-заготовки, от относительных диаметров их отверстий при использовании азимутально-однородного (1) и азимутально-неоднородного (2) НЭ-37/30; $\delta_T = 1,04$

пилляров, вытянутых из трубы № 3 (OSRAM) с геометрическими размерами $D_T/h_T \approx 25,5/0,7$ мм/мм; эллиптичность трубы $\varepsilon_T = 1,01$ и ее разнотолщинность $\delta_T = 1,04$. Хотя данная труба имела сравнительно низкую разнотолщинность, эллиптичность внутренней границы поперечных сечений вытянутых из нее капилляров была высокой: она достигала величины $\varepsilon_k = 1,24$ при $\xi_k = 0,05$. В то же время при использовании азимутально-однородного НЭ-37/30 вытянутые из этой же трубы капилляры имели небольшую эллиптичность даже при вытяжке с сильным подхлопыванием трубы-заготовки: при $\xi_k = 0,05$ значение $\varepsilon_k = 1,06$ (кривая 1 на рис. 4). Приведенные на рис. 4 кривые наглядно показывают, насколько может увеличиться эллиптичность вытягиваемого капилляра при использовании азимутально-неоднородного нагревательного элемента.

Вытяжка капилляров из кварцевых труб-заготовок

Вытяжки капилляров с использованием азимутально-однородного и азимутально-неоднородного нагревательных элементов были проведены также и из кварцевых труб фирмы Heraeus, применяемых в качестве опорных при формировании преформ оптических волокон методом MCVD. Согласно паспортным данным, внешний

диаметр одной из использованных труб составлял $D_T = 25,04$ мм, толщина стенки $h_T = 2,48$ мм, т. е. отношение внутреннего диаметра трубки к внешнему $d_T/D_T = 0,802$. Разнотолщинности стенок у таких труб не превышали 2,5 %, эллиптичности внутренних отверстий — 0,3 %, т. е. по данным параметрам трубы из стекла СЛ-97-1 уступают кварцевым. Как и при вытяжке стеклянных капилляров, были вытянуты семейства капилляров с внешним диаметром $D_k = 1,0 - 1,2$ мм и различными значениями относительного диаметра отверстия капилляра ξ_k [8].

В качестве нагревательных элементов при вытяжке кварцевых капилляров использовались НЭ корончатого типа НЭ-30/30 мм/мм (см. табл. 2). У азимутально-неоднородного НЭ-30/30 мм/мм оставили непропиленными два паза: один напротив другого (через 180 град). Осевой, радиальный и азимутальный температурные профили азимутально-неоднородного НЭ-30/30 мм/мм, обмеренные с помощью вольфрам-рениевой термодпары, приведены на рис. 5. Отметим, что при температуре $T_m = 1865$ °С на оси данного НЭ в его срединном сечении азимутальная неоднородность температуры не превышала 70 °С.

На рис. 6 в качестве иллюстрации приведены фотографии поперечных сечений кварцевых капилляров, вытянутых при раз-

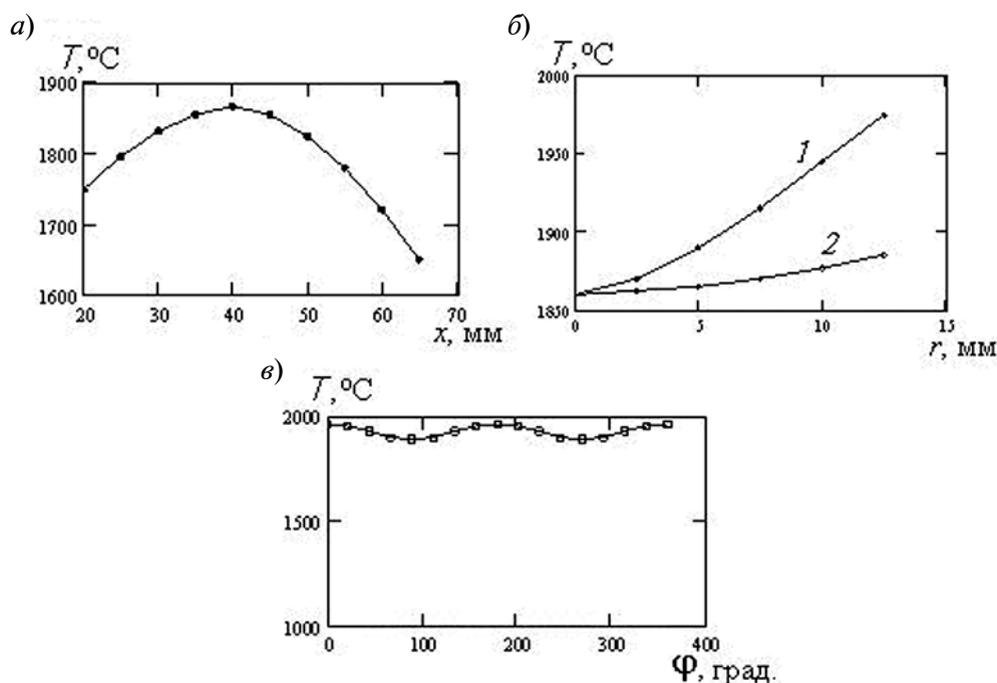


Рис. 5. Обмеренные температурные профили азимутально-неоднородного нагревательного элемента НЭ-30/30 мм/мм при $T_m = 1865$ °С. Профили: *a* – осевой, *б* – радиальный ($x = 0$ (1, 2), $\varphi = 0$ град (1), 90 град (2)), *в* – азимутальный ($x = 0$, $r = 12,5$ мм)

личных значениях относительного диаметра отверстия ξ_k с использованием азимутально-неоднородного НЭ-30/30 мм/мм.

Зависимости внешней и внутренней эллиптичностей ε_{k0} и ε_{k1} от относительного диаметра отверстия ξ_k , построенные по результатам обмеров поперечных сечений вытянутых капилляров, приведены на рис. 7. Отметим основные характерные свойства приведенных кривых.

Во-первых, для обоих использованных нагревательных элементов внутренние эл-

липтичности ε_{k1} монотонно возрастают при уменьшении относительного диаметра отверстия ξ_k (при увеличении температуры НЭ), стремясь к своим максимальным значениям при $\xi_k \rightarrow 0$ (рис. 7, б). При этом для любых допустимых значений ξ_k ($0 \leq \xi_k \leq \xi_T$) большей внутренней эллиптичностью обладают капилляры, вытянутые с использованием азимутально-неоднородного НЭ. Этот факт можно объяснить непосредственным влиянием еще одного фактора (помимо разнотол-

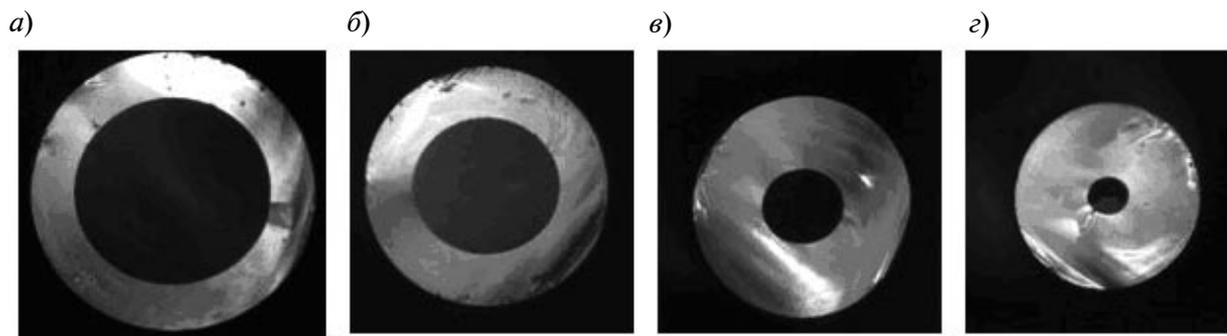


Рис. 6. Фотографии поперечных сечений кварцевых капилляров с различными значениями относительного диаметра отверстия ξ_k : 0,75 (*a*), 0,60 (*б*), 0,37 (*в*), 0,24 (*г*); использован азимутально-неоднородный НЭ-30/30 мм/мм

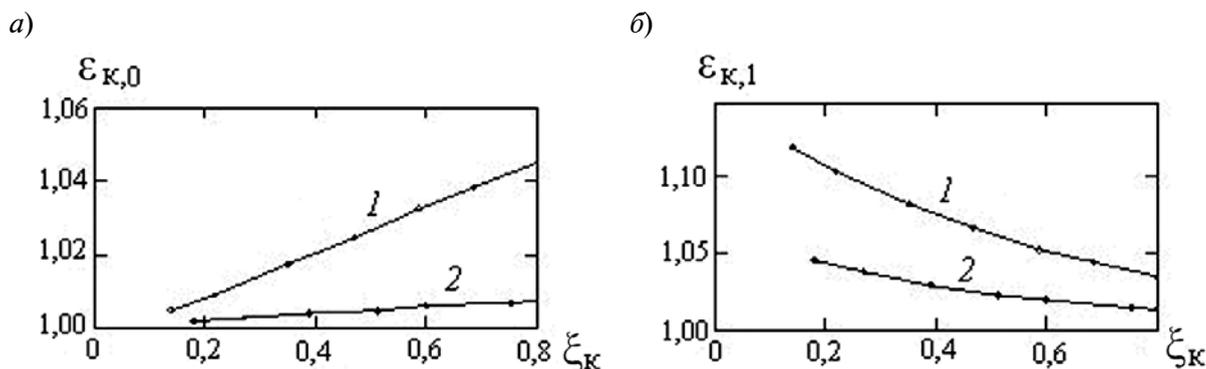


Рис. 7. Экспериментальные зависимости внутренней (а) и внешней (б) эллиптичностей кварцевых капилляров от относительных диаметров их отверстий; использованы азимутально-неоднородный (1) и азимутально-однородный (2) НЭ-30/30 мм/мм

щинности трубы-заготовки), вызывающего внутреннюю эллиптичность капилляра: азимутальной неоднородности температурного поля. Эта неоднородность проявляется также в том, что деформация поперечного сечения вытянутого капилляра (относительно поперечного сечения исходной трубы-заготовки) и связанная с ней эллиптичность наблюдаются даже при вытяжке без подхлопывания (при $\xi_k = \xi_T$). В результате у вытянутых при этих условиях капилляров внутренняя эллиптичность оказывается большей, чем у исходной трубы-заготовки. При использовании азимутально-однородного нагревательного элемента при $\xi_k = \xi_T$ имеет место геометрически подобная перетяжка трубы-заготовки в капилляр.

Во-вторых, зависимости внешних эллиптичностей $\varepsilon_{к0}$ от относительного диаметра

отверстия ξ_k ведут себя иначе (рис. 7, а). При использовании азимутально-однородного НЭ внешняя эллиптичность $\varepsilon_{к0}$ практически не зависит от величины ξ_k и равна внешней эллиптичности трубы-заготовки $\varepsilon_{т0}$. В случае использования азимутально-неоднородного НЭ сначала (при $\xi_k = \xi_T$) внешняя эллиптичность капилляра $\varepsilon_{к0}$ больше внешней эллиптичности трубы-заготовки $\varepsilon_{т0}$. При уменьшении величины ξ_k внешняя эллиптичность монотонно уменьшается, стремясь к единице (т. е. внешняя граница поперечного сечения капилляра стремится к окружности).

Вытяжка оптических волокон из несхлопнутых MCVD-преформ

На основе экспериментов по вытяжке кварцевых капилляров была опробована технология формирования оптического во-

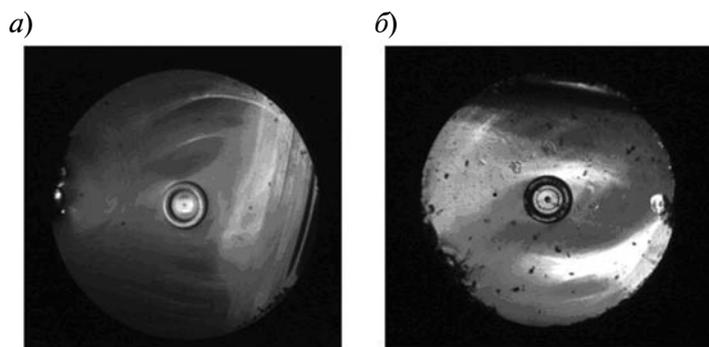


Рис. 8. Фотографии поперечных сечений волокон, вытянутых из MCVD-преформы (несхлопнутой) с использованием азимутально-неоднородного (а) и азимутально-однородного (б) НЭ-30/30 мм/мм

локна с эллиптической сердцевиной из несхлопнутой MCVD-преформы путем ее перетяжки на вытяжной установке в полностью схлопнутый капилляр (волокно), с использованием азимутально-неоднородного нагревательного элемента НЭ-30/30 мм/мм.

На внутреннюю поверхность кварцевой трубы марки Heraeus с внешним диаметром 25 мм и толщиной 2,5 мм на MCVD-станке были нанесены три оболочки (слоя) легированного кварцевого стекла: боросиликатная $B_2O_3 \cdot SiO_2$ (напрягающая оболочка), силикатная SiO_2 (буферная) и германосиликатная $GeO_2 \cdot SiO_2$ (световедущая сердцевина). Сначала из полученной преформы было вытянуто волокно с внешним диаметром 1,2 мм, при этом был использован азимутально-однородный НЭ-30/30 мм/мм. Затем из той же преформы было вытянуто аналогичное волокно и использован азимутально-неоднородный НЭ-30/30 мм/мм. Фотографии поперечных сечений вытянутых волокон приведены на рис. 8. На них явно видно, что световедущая сердцевина волокна, вытянутого с использованием азимутально-неоднородного НЭ-30/30 мм/мм, обладает небольшой эллиптичностью.

Наконец, из той же MCVD-преформы были вытянуты образцы одномодовых опти-

ческих волокон диаметром 125 мкм с эллиптической сердцевиной и с покрытием из УФ-отверждаемого уретанакрилата. На этих образцах было получено двулучепреломление с длиной биений примерно 8 мм.

Итак, проведенные экспериментальные исследования позволили получить следующие результаты:

найдена связь эллиптичности поперечных сечений вытянутых капилляров с их относительным диаметром отверстия, разнотолщинностью используемой трубы-заготовки, а также с азимутальной неоднородностью температурного поля высокотемпературной печи;

впервые были сформированы образцы двулучепреломляющих оптических волокон с эллиптической световедущей сердцевиной с применением нетрадиционной технологии: непосредственно на вытяжной установке из несхлопнутой MCVD-преформы, благодаря использованию азимутально-неоднородного температурного поля высокотемпературной печи;

формируемые по новой технологии образцы оптических волокон могут быть использованы в волоконно-оптических сенсорах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Руденко Б.А. Капиллярная хроматография. М.: Наука, 1982. 221 с.
2. Замятин А.А., Маковецкий А.А., Милявский Ю.С. Об измерении вязкости композиций на основе уретанакирилатов для УФ-отверждаемых защитных покрытий волоконных световодов // Журнал прикладной химии. 2002. Т. 75. № 10. С. 1717–1721.
3. Прокофьева Л.П., Сахаров В.К., Щербатов В.В. Одномодовые волоконные разветвители, устойчивые к внешним воздействиям // Труды РНТОРЭС им. А.С. Попова. 2004. Т. 2. С. 31 – 32.
4. Knight J.C., Birks T.A., Russell P.St.J., Atkin D.M. All-silica single-mode fiber with photonic crystal cladding // Opt. Lett. 1996. Vol. 21, No. 19. P. 1547–1549.

5. Ryabko M.V., Chamorovskii Yu.K., Morshnev S.K., Starostin N.I. Optical current sensor based on microstructured optical fiber // EOS Annual Meeting, September, 29 – October, 2, 2008, Paris, France. Vol. 4. Micro- and Nanoscale Photonic System. P. 89–90.
6. Katsuyama T., Matsumura H., Suganuta T. Reduced pressure collapsing MCVD method for single polarization optical fibers // J. Lightwave Technol. 1984. Vol. LT-2. No. 5. P. 634 – 638.
7. Федоров В.В. Люминесцентные лампы. М: Атомиздат, 1992. 128 с.
8. Замятин А.А., Маковецкий А.А. Вытяжка кварцевых капилляров с подсхлопыванием исходной трубки // Оптический журнал. 2006. Т. 73. № 8. С. 85–89.

REFERENCES

1. Rudenko B.A. Kapilliarnaya khromatografiya. Moscow, Nauka, 1982. 221 p. (rus)
2. Zamiatin A.A., Makovetskii A.A., Mili-

- avskii Iu.S. Ob izmerenii viazkosti kompozitsii na osnove uretanakrilatov dlia UF-otverzhdaemykh zashchitnykh pokrytii volokonnykh svetovodov.

Zhurnal prikladnoi khimii. 2002. T. 75, № 10, pp. 1717–1721. (rus)

3. **Prokof'eva L.P., Sakharov V.K., Shcherbakov V.V.** Odnomodovye volokonnye razvetviteli, ustoychivye k vneshnim vozdeistviyam. Trudy RNTORES im. A.S. Popova. 2004, T. 2, pp. 31–32. (rus)

4. **Knight J.C., Birks T.A., Russell P.St.J., Atkin D.M.** All-silica single-mode fiber with photonic crystal cladding. Opt. Lett. 1996. Vol. 21, No. 19, R. 1547–1549.

5. **Ryabko M.V., Chamorovskii Yu.K., Morshnev S.K., Starostin N.I.** Optical current sensor based on microstructured optical fiber. EOS Annual Meeting,

September, 29 –October, 2, 2008, Paris, France. Vol. 4. Micro- and Nanoscale Photonic System. P. 89–90.

6. **Katsuyama T., Matsumura H., Suganuta T.** Reduced pressure collapsing MCVD method for single polarization optical fibers. J. Lightwave Technol. 1984, Vol. LT-2, No. 5, R. 634–638.

7. **Fedorov V.V.** Liuminestsentnye lampy. Moscow, Atomizdat, 1992. 128 p. (rus)

8. **Zamiatin A.A., Makovetskii A.A.** Vytiazhka kvartsevykh kapillarov s podskhlopyvaniem iskhodnoi trubki. Opticheskii zhurnal. 2006, Vol. 73, No. 8, pp. 85–89. (rus)

МАКОВЕЦКИЙ Александр Андреевич – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Фрязинского филиала Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН. 141190, Россия, Московская область, г. Фрязино, пл. Введенского, 1 maz226@ms.ire.rssi.ru

ЗАМЯТИН Александр Александрович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник Фрязинского филиала Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН. 141190, Россия, Московская область, г. Фрязино, пл. Введенского, 1

ИВАНОВ Геннадий Анатольевич – доктор химических наук, заведующий лабораторией волоконных световодов и элементов на их основе (лаб. 226) Фрязинского филиала Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН. 141190, Россия, Московская область, г. Фрязино, пл. Введенского, 1

ШИЛОВ Игорь Петрович – кандидат технических наук, заведующий лабораторией элементов систем лазерной связи (лаб. 276) Фрязинского филиала Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН. 141190, Россия, Московская область, г. Фрязино, пл. Введенского, 1

УДК 537.52

В.Ф. Лапшин, А.В. Пелли

**АНАЛИЗ ПРИМЕНИМОСТИ ДИФФУЗИОННОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ
ДЛЯ РАСЧЕТА РАДИАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
ГАЗОВЫХ РАЗРЯДОВ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ**

V.F. Lapshin¹, A.V. Pelli²

¹Petersburg State Transport University,
9 Moskovsky Ave. St. Petersburg, 190031, Russia.

²St. Petersburg State Polytechnical University,
29 Politekhnikeskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia.

**APPLICABILITY ANALYSIS OF DIFFUSION APPROACH
FOR CALCULATION OF RADIATIVE CHARACTERISTICS
OF THE HIGH PRESSURE GAS DISCHARGE**

В работе выполнен анализ применимости диффузионного приближения для расчетов переноса энергии излучением в газовых разрядах высокого давления. Показано, что диффузионный подход дает асимптотически правильные результаты в случаях оптически прозрачной и оптически плотной плазмы. В случае промежуточных значений оптических толщин различие точного и диффузионного подходов не превышает 20 %.

ПЕРЕНОС ИЗЛУЧЕНИЯ, ГАЗОВЫЙ РАЗРЯД, ДИФФУЗИОННОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ, МОДЕЛИРОВАНИЕ, СПЕКТР ИЗЛУЧЕНИЯ ПЛАЗМЫ, ПЛАЗМЕННЫЕ ИСТОЧНИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ.

An analysis of the diffusion approach applicability for the radiation transfer calculations in the high pressure gas discharge has been carried out. It was shown that the diffusion approximation led to asymptotically correct results for the cases of optically thin and optically thick plasma columns. In the case of intermediate values of optical thickness the distinction between exact and diffusion approaches did not exceed 20 %.

RADIATION TRANSFER, GAS DISCHARGE, DIFFUSION APPROACH, MODELING, PLASMA RADIATION SPECTRUM, RADIATIVE PLASMA SOURCES.

Расчет радиационных характеристик представляет собой трудоемкую часть задачи моделирования излучающих разрядов [1]. Один из способов существенного упрощения расчетов опирается на использование диффузионного приближения [2]. Применимость такого подхода не может быть обоснована в общем виде и требует

тщательного анализа в каждом отдельном случае.

В настоящей работе анализируется возможность использования диффузионного подхода для расчетов переноса энергии излучением в условиях аксиально-симметричной плазмы газовых разрядов высокого давления. В таких разрядах, бла-

годаря большой скорости столкновительных процессов, электронная компонента находится в состоянии локального термодинамического равновесия (ЛТР), т. е. имеют место распределение Максвелла и соотношения Саха – Больцмана, выполняющиеся при температуре электронов T_e [3 – 5]. Это приводит к существенному упрощению уравнения переноса излучения в плазме [2]. Анализ применимости диффузионного подхода проводится на примере столба плазмы, возникающего в условиях, характерных для импульсно-периодического разряда высокого давления в цезии [6, 7]. Такой разряд реализуется в сапфировой трубке с внутренним радиусом $R \approx 2 - 3$ мм. При этом в трубке с помощью дежурного разряда с током около 0,5 А поддерживается слабоионизованное состояние плазмы, через которую периодически, с частотой $\nu \approx 1000$ Гц, пропускается импульс тока заданной формы амплитудой $I_{\max} \approx 10 - 100$ А [8, 9].

Основные соотношения

Для аксиально-симметричной плазмы, находящейся в условиях ЛТР, уравнение переноса излучения вдоль заданного направления Ω при отсутствии рассеяния света имеет вид [2]:

$$\frac{\partial}{\partial s} I_\lambda = k'_\lambda (I_{\lambda P} - I_\lambda), \quad (1)$$

где $I_\lambda = I_\lambda(r, \Omega)$ – спектральная интенсивность излучения с длиной волны λ ;

$$I_{\lambda P} = 2hc^2\lambda^{-5} [\exp(hc/\lambda k_B T_e) - 1]^{-1}$$

– равновесная (планковская) спектральная интенсивность; r – радиальная координата; s – координата вдоль светового луча; $T_e = T_e(r)$ – температура электронов; $k'_\lambda(r)$ – коэффициент поглощения плазмы.

Подробное описание расчета k'_λ в цезиевой плазме приведено в работе [10]. Решение (1) может быть записано в интегральной форме:

$$I_\lambda(r, \psi, \theta) = \int_0^{l_W} k'_\lambda I_{\lambda P} \times \exp\left(-\int_0^l k'_\lambda(l') \frac{dl'}{\cos \psi}\right) \frac{dl}{\cos \psi}, \quad (2)$$

где углы ψ и θ задают направление луча интегрирования Ω ;

$$l_W = r \cos \theta + (R^2 - r^2 \sin^2 \theta)^{1/2};$$

R – радиус столба плазмы.

Используя решение (2), можно найти радиальную плотность потока лучистой энергии F_λ и объемную плотность энергии электромагнитного излучения U_λ по формулам

$$F_\lambda = \int_{(4\pi)} (\Omega \cdot \mathbf{e}_r) I_\lambda d\Omega; \quad U_\lambda = \frac{1}{c} \int_{(4\pi)} I_\lambda d\Omega, \quad (3)$$

где \mathbf{e}_r – вектор единичной длины, задающий направление нормали к поверхности.

Объемная мощность радиационных потерь энергии W_λ задается соотношением

$$W_\lambda = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r F_\lambda) = ck'_\lambda (U_{\lambda P} - U_\lambda), \quad (4)$$

где $U_{\lambda P} = 4\pi I_{\lambda P}/c$ – равновесная (планковская) плотность энергии излучения.

Для получения диффузионного приближения разложим спектральную интенсивность излучения I_λ в ряд по сферическим гармоникам и ограничимся двумя первыми членами разложения [2]:

$$I_\lambda(r, \Omega) = I_{00}(r) + \Omega \cdot \mathbf{e}_r I_{10}(r). \quad (5)$$

Физический смысл коэффициентов разложения можно увидеть после подстановки выражения (5) в формулы (3):

$$I_{00}(r) = cU_\lambda(r)/4\pi; \quad I_{10}(r) = 3F_\lambda(r)/4\pi.$$

Подстановка разложения (5) в уравнение (1) и усреднение по всему телесному углу с весом Ω приводит к соотношению

$$F_\lambda(r) = -\frac{c}{3k'_\lambda} \frac{\partial}{\partial r} U_\lambda. \quad (6)$$

Теперь, с учетом соотношения (4), получаем диффузионное уравнение для плотности энергии U_λ :

$$-\frac{c}{3} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r}{k'_\lambda} \frac{\partial}{\partial r} U_\lambda \right) = ck'_\lambda (U_{\lambda P} - U_\lambda). \quad (7)$$

Граничные условия к уравнению (7) имеют вид [2]:

$$\left. \frac{\partial U_\lambda}{\partial r} \right|_{r=0} = 0; \quad -\left. \frac{1}{3k'_\lambda} \frac{\partial U_\lambda}{\partial r} \right|_{r=R} = \frac{1}{2} U_\lambda(R). \quad (8)$$

Основное преимущество диффузионной модели состоит в том, что уравнения (6) – (8) существенно проще соответствующих точных выражений (2), (3). Использование этой модели позволяет относительно легко (с малым временем загрузки CPU) выполнять расчеты радиационных величин U , W , F даже в случае нестационарной плазмодинамики и сложного спектра излучения.

Анализ применимости диффузионного приближения

Для дальнейшего рассмотрения удобно ввести величину радиальной оптической толщины τ_R столба излучающей плазмы:

$$\tau_R = \int_0^R k'_\lambda(r) dr.$$

В случае оптически прозрачной плазмы, когда $\tau_R \ll 1$, уравнения диффузионной модели и точное уравнение (4) дают одинаковую асимптотику для величины спектральных потерь энергии на излучение:

$$W_\lambda(r) = ck'_\lambda U_{\lambda,p}(r). \quad (9)$$

Величина спектрального потока энергии F_λ может быть в этом случае найдена из интегрального соотношения:

$$F_\lambda(r) = \frac{1}{r} \int_0^r r' W_\lambda(r') dr'. \quad (10)$$

В случае оптически плотной плазмы, когда $\tau_R \gg 1$, из уравнения (7) следует, что $U_\lambda \approx U_{\lambda,p}$. После подстановки в соотношения (6) и (4) величины $U_{\lambda,p}$ вместо U_λ получаем приближение лучистой теплопроводности:

$$F_\lambda(r) = -f_\lambda \frac{\partial T_e}{\partial r}; \quad W_\lambda = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r f_\lambda \frac{\partial T_e}{\partial r}, \quad (11)$$

где

$$f_\lambda = \frac{4\pi hc}{3k_B T_e^2 \lambda k'_\lambda} I_{\lambda,p} \cdot \frac{1}{1 - \exp(-hc / \lambda k_B T_e)}.$$

Такую же асимптотику дают и точные выражения (2), (3) после выполнения двойного интегрирования по частям в выражении (2).

Отметим здесь, что соотношения лучистой теплопроводности (11) справедливы во всем объеме плазмы, кроме узкого слоя толщиной порядка $(k'_\lambda(R))^{-1} \ll R$ вблизи границы плазмы. В этом слое вместо со-

отношения (11) необходимо использовать асимптотические выражения, которые получаются из выражений (2), (3). В частности, при $r = R$ интегрирование по частям в выражении (2) и усреднение по внешней полусфере в формуле (3) приводит к выражениям

$$F_\lambda(R) = F_{\lambda,p}(R) \left[1 - \frac{2}{3} \varepsilon \frac{R}{T_w} \frac{\partial T_e}{\partial r} \Big|_{r=R} + O(\varepsilon^2) \right]; \quad (12)$$

$$W_\lambda(R) = \frac{1}{2} ck'_\lambda(R) U_{\lambda,p}(R) \times \left[1 + \frac{1}{2} \varepsilon \frac{R}{T_w} \frac{\partial T_e}{\partial r} \Big|_{r=R} + O(\varepsilon^2) \right], \quad (13)$$

где

$$\varepsilon = (hc / \lambda k T_w) / k'_\lambda(R) R \ll 1;$$

$$T_w = T_e(R).$$

Таким образом, в случаях оптически прозрачной и оптически плотной плазмы диффузионное приближение (6), (7), с учетом (12), (13), позволяет найти правильные значения F_λ и W_λ без интегрирования уравнения переноса излучения.

Точность диффузионной модели в случае промежуточных значений оптической плотности столба плазмы ($\tau_R \approx 1$) может быть оценена только численным путем. С этой целью в работе проведены расчеты $F_\lambda(r)$ и $W_\lambda(r)$ во всем излучаемом диапазоне длин волн. Параметры плазмы соответствуют режиму, характерному для импульсно-периодического разряда в цезии [8, 10]. Радиальный профиль температуры плазмы (рис. 1), возникающей после пропуска импульса тока, аппроксимировался выражением

$$T_e(x) = T_{10} - (T_{10} - T_w)x^3 + T_{20} [1 - (1 - \exp(-\alpha x^2)) / (1 - \exp(-\alpha)) + x^2(1 - x^{12}) / 10\alpha]$$

при значениях $T_{10} = 2700$ К, $T_{20} = 3300$ К, $T_w = 1500$ К и $\alpha = 0,2$ (здесь $x = r/R$ – безразмерная радиальная переменная).

На рис. 1 приведены (в относительных единицах) результаты расчетов $I_\lambda(r)/I_{\lambda,\max}$, $F_\lambda/F_{\lambda,\max}$ и $W_\lambda/W_{\lambda,\max}$ для значения длины волны $\lambda = 501$ нм, при которой радиальная оптическая толщина столба цезиевой плазмы

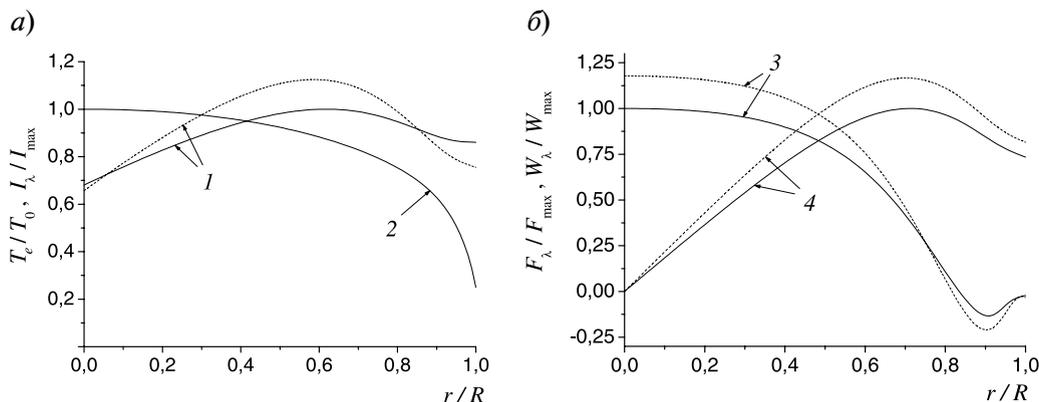


Рис. 1. Радиальные распределения четырех величин (а, б) в столбе плазмы:
 1 – спектральной интенсивности излучения I_λ / I_{\max} в радиальном направлении; 2 – температуры T_e / T_0 ;
 3 – спектральной потери энергии на излучение W_λ / W_{\max} ; 4 – спектрального потока энергии F_λ / F_{\max} .
 Величины 1, 3, 4 получены двумя способами: точным расчетом (сплошные линии) и в диффузионном приближении (пунктиры)

$\tau_R = 0,75$. Вычисления выполнены методом прямого интегрирования (МПИ) соотношений (2) – (4) и в диффузионном приближении (5) – (7). Максимальные значения величин равны:

$$I_{\max} = 15,9 \text{ кВт}/(\text{м}^2 \cdot \text{нм} \cdot \text{ср});$$

$$F_{\max} = 36,9 \text{ кВт}/(\text{м}^2 \cdot \text{нм});$$

$$W_{\max} = 54,3 \text{ МВт}/(\text{м}^3 \cdot \text{нм}).$$

Как видно из рисунков, приближенный подход дает качественно правильные результаты. При этом результаты, полученные в рамках МПИ и в диффузионном прибли-

жении, различаются не более чем на 20 %.

На рис. 2 приведены результаты расчетов спектрального потока энергии излучения $F_\lambda(R)$, выходящего из столба газоразрядной плазмы. Видно, что результаты расчетов различаются также не более, чем на 20 %. Наибольшее различие достигается в тех областях спектра, где радиальная оптическая толщина плазмы $\tau_R \approx 1$.

Отметим, что различие между интегральными по спектру величинами F и W , рассчитанными в рамках МПИ и с помощью диффузионного приближения, не превышает соответствующих значений для спектральных величин.

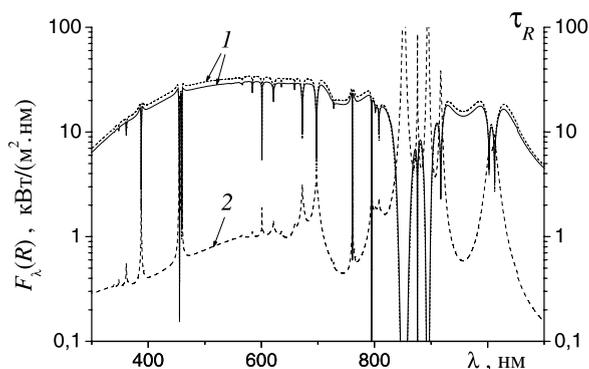


Рис. 2. Распределение по длинам волн двух величин в столбе плазмы:
 1 – потока энергии излучения из плазмы $F_\lambda(R)$,
 2 – радиальной оптической толщины $\tau_R(\lambda)$.
 Величина 1 получена двумя способами: точным расчетом (сплошная линия) и в диффузионном приближении (пунктир)

В настоящей работе выполнен анализ применимости диффузионного приближения для расчетов радиальных распределений спектральных потоков энергии F_λ и спектральных потерь энергии из плазмы W_λ на излучение в газовых разрядах высокого давления. Показано, что диффузионный подход дает асимптотически правильные результаты в случаях оптически прозрачной ($\tau_R \ll 1$) и оптически плотной ($\tau_R \gg 1$) плазмы. В промежуточном случае оптических толщин различие подходов максимально при значениях $\tau_R \approx 1$ и не превышает 20 %. Результаты работы могут быть использованы для расчетов радиационного теплообмена и спектров излучения газовых разрядов высокого давления.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лосев С.А., Пилюгин Н.Н., Суржиков С.Т. Моделирование радиационных процессов в механике сплошной среды. М.: МГУ, 1990. 184 с.
2. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений: М.: Наука, 1966. 688 с.
3. Griem H.R. Validity of local thermal equilibrium in plasma // *Spectroscopy Phys. Rev.* 1963. Vol. 131. P. 1170–1176.
4. Биберман Л.М., Воробьев В.С., Якубов И.Т. Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы. М.: Наука, 1982. 376 с.
5. Бакшт Ф.Г., Лапшин В.Ф. Плазма импульсно-периодического разряда в цезии как эффективный источник света // *ЖТФ.* 2002. Т. 72. Вып. 7. С. 100–105.
6. Pichler G., Živčec V., Beuc R., Mrzljak Ž., Ban T., Skenderović H., Günther K., Liu J. UV, visible and IR spectrum of the Cs high pressure lamp // *Phys. Scr.* 2003. Vol. T105. P. 98 – 100.
7. Бакшт Ф.Г., Лапшин В.Ф., Шиман А.С. Моделирование световых характеристик импульсно-периодического разряда высокого давления в цезии // *Светотехника.* 2005. № 3. С. 20–22.
8. Бакшт Ф.Г., Каплан В.Б., Лапшин В.Ф., Марциновский А.М. Особенности формирования непрерывного спектра излучения в видимой области в условиях импульсно-периодического разряда в цезии // *Письма в ЖТФ.* 2009. Т. 35. Вып. 23. С. 17 – 22.
9. Бакшт Ф.Г., Гавриш С.В., Каплан В.Б., Лапшин В.Ф., Марциновский А.М. Исследование оптических свойств импульсно-периодического разряда высокого давления в цезии // *Прикладная физика.* 2009. № 6. С. 83–87.
10. Baksht F.G., Lapshin V.F. Two-temperature modeling of pulsed high pressure caesium radiative discharge with recombination mechanism of light emission // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2008. Vol. 41. No. 20. P. 205201 (9 p).

REFERENCES

1. Losev S.A., Piliugin N.N., Surzhikov S.T. Modelirovanie radiatsionnykh protsessov v mekhanike sploshnoi sredy. Moscow, MGU, 1990. 184 p. (rus)
2. Zel'dovich Ya.B., Raizer Yu.P. Fizika udarnykh voln i vysokotemperaturnykh gidrodinamicheskikh iavlenii. Moscow, Nauka, 1966. 688 p. (rus)
3. Griem H.R. Validity of local thermal equilibrium in plasma. *Spectroscopy Phys. Rev.*, 1963, Vol. 131, pp. 1170–1176.
4. Biberman L.M., Vorob'ev V.S., Jakubov I.T. Kinetika neravnesnoi nizkotemperaturnoi plazmy. Moscow, Nauka, 1982, 376 p. (rus)
5. Baksht F.G., Lapshin V.F. Pulsed-periodic discharge in cesium as an effective source of light. *Technical Physics*, 2002, Vol. 72, No. 7, pp. 100–105. (rus)
6. Pichler G., Živčec V., Beuc R., Mrzljak Ž., Ban T., Skenderović H., Günther K., Liu J. UV, visible and IR spectrum of the Cs high pressure lamp. *Phys. Scr.*, 2003, Vol. T105, pp. 98–100.
7. Baksht F.G., Lapshin V.F., Shiman A.S. Modelirovanie svetovykh kharakteristik impul'sno-periodicheskogo razriada vysokogo davleniia v tsezii. *Light and Engineering*, 2005, No. 3, pp. 20–22. (rus)
8. Baksht F.G., Kaplan V.B., Lapshin V.F., Marcinovskij A.M. Osobennosti formirovaniia nepreryvnogo spektra izlucheniia v vidimoi oblasti v usloviiakh impul'sno-periodicheskogo razriada v tsezii. *Technical Physics Letters*, 2009, Vol. 35, No. 23, pp. 17–22. (rus)
9. Baksht F.G., Gavrish S.V., Kaplan V.B., Lapshin V.F., Martsinovskii A.M. Issledovanie opticheskikh svoistv impul'sno-periodicheskogo razriada vysokogo davleniia v tsezii. *Applied Physics*, 2009, No. 6, pp. 83–87. (rus)
10. Baksht F.G., Lapshin V.F. Two-temperature modeling of pulsed high pressure caesium radiative discharge with recombination mechanism of light emission. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 2008, Vol. 41, No. 20, p. 205201 (9 p).

ЛАПШИН Владимир Фёдорович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе РАН, доцент Петербургского государственного университета путей сообщения.

190031, г. Санкт-Петербург, Московский пр., 9.
lapshinvf@mail.ru

ПЕЛЛИ Александр Витальевич – аспирант кафедры физической электроники Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул, 29
pelli.alexandr@gmail.com

УДК 537.534.3

Ю.К. Голиков, К.В. Соловьёв

АНАЛИТИЧЕСКОЕ СШИВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ИОННО-ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ИДЕАЛЬНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ФОКУСИРОВКОЙ

Yu.K. Golikov, K.V. Solovyev

St. Petersburg State Polytechnical University,
29 Politekhnikeskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

ANALYTICAL CONNECTION OF IDEAL SPACE-TIME FOCUSING ION SYSTEM ELEMENTS

В статье дано описание новой идеологии синтеза идеально фокусирующих ионно-оптических систем путем сшивания их элементов без потери качества фокусировки в местах сшивки. Описанная теория применена для построения электростатической ионной ловушки.

ИОННАЯ ОПТИКА, ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКАЯ ИОННАЯ ЛОВУШКА, ИДЕАЛЬНАЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЯ ФОКУСИРОВКА.

A new approach to ideal ion optical system synthesis using analytical connection of ion optical elements is described. The method discussed prevents loss of ideal focusing in a place of elements junction. The theory described is used to build electrostatic ion trap.

ION OPTICS, ELECTROSTATIC ION TRAP, IDEAL SPACE-TIME FOCUSING.

Принцип идеальной пространственно-временной фокусировки (ИПВФ) в статических электрических полях с потенциалом, содержащим аддитивную компоненту, квадратичную по одной декартовой координате, был впервые предложен в работе [1]. Этот принцип дал начало целому направлению динамической масс-спектрометрии [2 – 5], интенсивно развивающемуся в последние несколько лет и приведшему к появлению нового класса аналитических приборов с рекордными параметрами. Конструирование традиционных корпускулярно-оптических систем позволяет использовать дискретные элементы ионного тракта, обеспечивая оптимальное сочетание фокусирующих и диспергирующих элементов прибора. В процессе же синтеза систем с ИПВФ необходимо решать задачу сохранения непрерывной квадратичной зависимости потенциала по одному из направлений (для определенности – по координате z) вдоль

всего пути следования ионного пакета, так как в противном случае идеальная фокусировка разрушится. В то же время следует обеспечивать удержание (и даже фокусировку) пучка в плоскости его поперечного движения. Аналогичная проблема удержания решается в ловушках Пауля [6] за счет переменного поля, а в ловушках Орбитреп [3 – 4] – за счет использования углового момента и, соответственно, существующей при определенных начальных данных эффективной радиальной потенциальной ямы. Если мы строим, например, электростатическую систему с плоскостью симметрии, то лишены указанных способов решения данной задачи. Рассмотрим поле гиперболоида, определяемое соотношением

$$\begin{aligned} \varphi &= -\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2; \\ -\alpha + \beta + \gamma &= 0; \alpha, \beta, \gamma \geq 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Данное поле обеспечивает финитность движения ионов по координатам z и y , но

не по x . В то же время из фрагментов потенциалов (1) с различными коэффициентами вполне можно собрать систему, в которой реализуется и удержание по x . Действительно, зависимость потенциала (1) от x представляется перевернутой параболой, с которой «скатываются» частицы. Если же взять три смещенных друг относительно друга параболы, то их фрагменты позволяют реализовать потенциальную яму, в которой две крайние (с большей амплитудой) будут служить берегами, а средняя парабола – дном ямы. Этой идее использования фрагментов, как кажется на первый взгляд, противоречит требование аналитичности потенциала. Покажем, что это не так.

Рассмотрим далее некоторую одномерную кусочно-непрерывную функцию:

$$f(x) = \{f_0(x), x \in]-\infty, x_1]; f_1(x), x \in]x_1, x_2]; \dots f_n(x), x \in]x_n, +\infty[\}. \quad (2)$$

Введем в рассмотрение также функцию Хевисайда:

$$H(x) = \{0, x < 0; 1, x \geq 0\}.$$

Очевидно, что

$$H(-x) = \{1, x < 0; 0, x \geq 0\}.$$

Построим также вспомогательную П-образную функцию:

$$G(x, x_1, x_2) = (H(x_2 - x) + H(x - x_1)) / 2 = \{1, x \in [x_1, x_2]; 0, x \notin [x_1, x_2]\}.$$

Тогда функция $f(x)$ (см. формулу (2)) может быть записана в виде

$$f(x) = f_0(x) H(x_1 - x) + f_n H(x - x_n) + \sum_{i=1}^{n-1} f_i(x) G(x, x_i, x_{i+1}), \quad (3)$$

где $f_i, i = 0, \dots, n$, могут обладать на всей числовой оси любой степенью гладкости, а их сшивка определяется обобщенными функциями Хевисайда.

В общем случае (3) не будет даже кусочно-непрерывной. Функция H может определяться как пределы некоторых непрерывных функций, взятых с соответствующими коэффициентами, например таких, как гиперболический тангенс (th) или арктангенс (arctg). Если точного совпадения значений $f(x)$ и $f_i(x)$ вблизи точек x_i (x_i – точки сочленения фрагментов) не требуется, вполне резонным будет заменить функции Хевисайда в выражении (3) приближающими их непрерывными агрегатами – например, такими (рис. 1, а):

$$\tilde{H}(x) = (1 + \text{th } ax) / 2. \quad (4)$$

Данная идея может быть реализована и при синтезе ионно-оптического тракта ионной ловушки из фрагментов полей вида (1) или каких-либо иных. Алгоритм такого построения использует методы теории функций комплексного переменного для распространения поля с плоскости симметрии системы в пространство. Существенной яв-

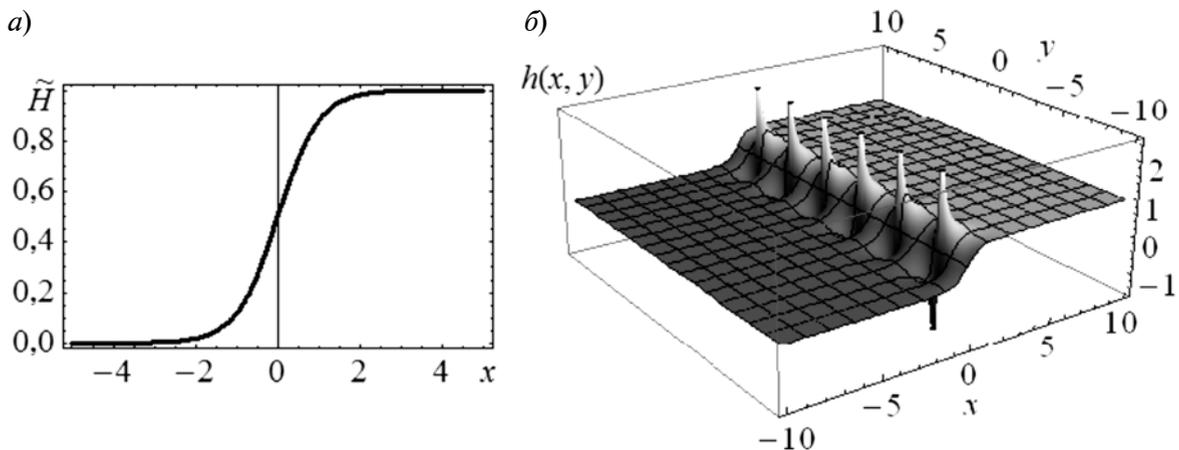


Рис. 1. Функция $\tilde{H}(x)$, $a = 1$ (а) и построенный на ее базе аннулятор $h(x, y)$ (б) (см. формулы (4), (5))

ляется структура двумерно-гармонических функций-аннуляторов, определяемых соотношениями

$$h(x, y) = \text{Im}(i \tilde{H}(x + iy)) = \frac{1}{2} + \frac{\text{sh } 2ax}{2(\cos 2ay + \text{ch } 2ax)} \quad (5)$$

и дающая возможность осуществить указанную стыковку фрагментов полей.

Вид аннулятора (5) при $a = 1$ представлен на рис. 1, б.

Итак, рассмотрим применение аннуляторов для синтеза ионных ловушек с квадратичной зависимостью потенциала от z .

Поле ловушки можно представить в виде

$$\varphi = z^2 - y^2 + g(x, y), \quad (6)$$

где $\Delta_{x,y}g(x, y) = 0$, т. е. трехмерно-гармоническая функция представлена суммой двух двумерно-гармонических.

При этом вторая функция в выражении (6) в значительной степени произвольна, и зависимость от x входит в него только через структуру функции g . Следовательно, конструируя определенным образом g , можно обеспечить пространственно-временную фокусировку пучка по этой координате. Задавая зависимость $g(x, y)$, не следует забы-

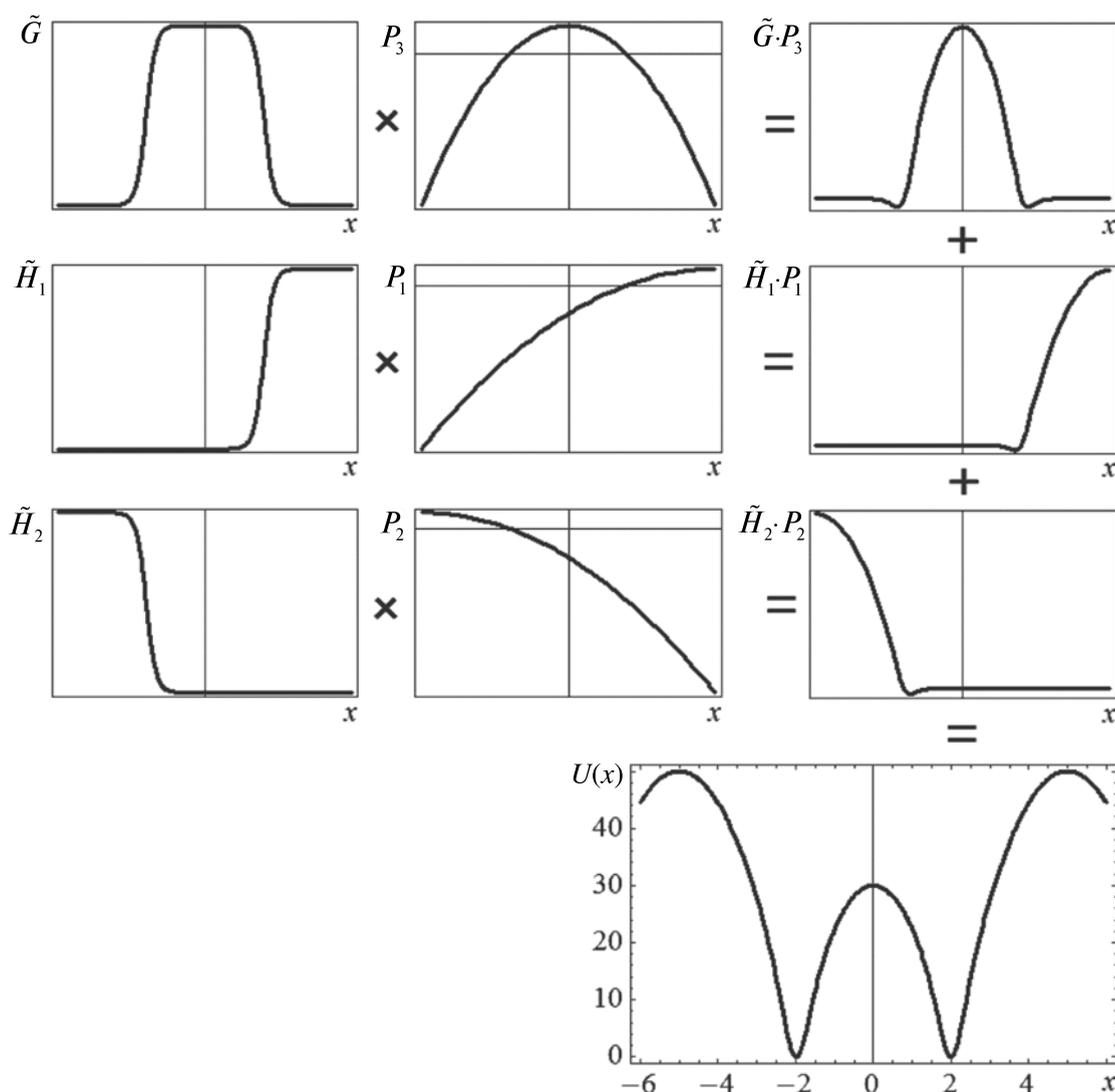


Рис. 2. Технология построения требуемого одномерного потенциала с использованием аннуляторов; \tilde{G} , \tilde{H}_1 , \tilde{H}_2 – аннуляторы, P_1 , P_2 , P_3 – параболы

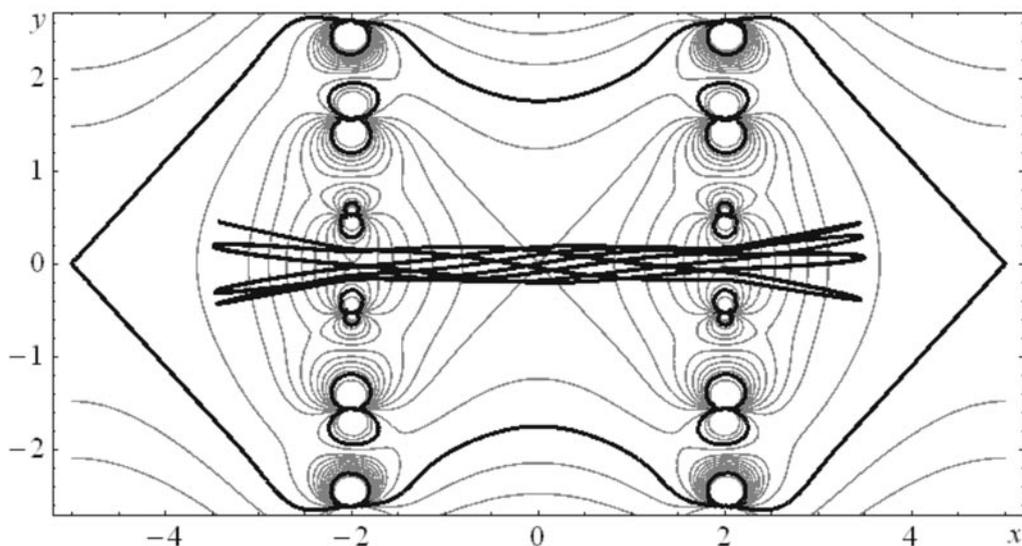


Рис. 3. Эквипотенциальный портрет и траектории поля ионной ловушки в плоскости $z = 0$

вать, что необходимо также гарантировать удерживающее воздействие поля на пучок по координате y .

Рассмотрим для начала процесс построения функции $f(x) = g(x, 0)$ как процедуру сшивания квадратичных функций, обеспечивающую создание требуемого x -профиля потенциала. Идея состоит в выделении участков парабол путем умножения этих парабол на аннуляторы с последующим сложением результатов умножений:

$$g(x, 0) = \sum_{i=1}^4 k_i ((x - x_i)^2 + c_i) \times \frac{\text{th } a(x - d_i) + 1}{2}, \quad (7)$$

где k_i , x_i , c_i , d_i — параметры согласования.

Графически схема данного алгоритма представлена на рис. 2. Результат построения искомого одномерного потенциала приведен в правом нижнем углу рисунка.

Следующий шаг — восстановление поля в пространстве — следует за распространением (аналитическим продолжением) функции g с прямой на плоскость:

$$g(x, y) = \text{Im}(i f(x + i y)). \quad (8)$$

При переходе к трехмерному рассмотрению процесс синтеза может интерпретироваться как процесс сочленения трех гиперболоидов (1).

Аналитическое сшивание элементов посредством аннуляторов приводит к тому, что происходит существенная деформация эквипотенциалей вблизи области сшивания, обусловленная структурой поля аннуляторов. Дело в том, что функции аннуляторов (в данном случае) имеют особые точки. Однако при соответствующем выборе параметра (параметр a на рис. 1) особенности поля расположены на достаточном расстоянии от области распространения пучка и представляется возможным обеспечить вполне приемлемую конфигурацию полезающих электродов (рис. 3).

Потенциал системы дается выражением

$$\varphi = z^2 - y^2 + \sum_{i=1}^4 (x - x_i) y \times s_1(x - x_i, y, a_i, b_i) + \frac{1}{2} ((x - x_i)^2 - y^2 + c_i) \times s_2(x - x_i, y, a_i, b_i), \quad (9)$$

где

$$s_1 = \frac{-\sin(2ay)}{\cos(2ay) + \text{ch}(2a(x - b))}, \quad (10)$$

$$s_2 = 1 + \frac{-\text{sh}(2a(x - b))}{\cos(2ay) + \text{ch}(2a(x - b))}.$$

Значения входящих в выражение (9) параметров определяются в процессе оптимизации ионно-оптических свойств ловушки.

Таким образом, в работе описан новый принцип синтеза идеальных ионно-оптических систем, базирующийся на введении специальных функций-аннуляторов, позволяющих обеспечить «бесшовное» со-

единение элементов системы. Идеи проиллюстрированы примером синтеза электростатической ионной ловушки с идеальной пространственно-временной фокусировкой пучка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. С. SU № 1247973, СССР, МПК⁷ H 01 J 49/40. Времяпролетный масс-спектрометр / Галль Л.Н., Голиков Ю.К., Александров М.Л., Печалина Е.Э., Холин Н.А.; заявл. 16.01.1985; опубл. 30.07.86, Бюл. № 28. – 3 с., ил.

2. Голиков, Ю.К., Краснова Н.К., Соловьев К.В., Никитина Д.В. Интегрируемые электростатические ионные ловушки // Прикладная физика. 2006. № 5. С. 50 – 57.

3. Hu Q., Noll R., Li H., Makarov A., Hardman M., Cooks G. The Orbitrap: a new mass spectrom-

eter// J. Mass Spectrom. 2005. Vol. 40. P. 430–443.

4. Perry R.H., Cooks G.R., Noll R.J. Orbitrap mass spectrometry: instrumentation, ion motion and applications// Mass Spectrometry Reviews. 2008. Vol. 27. P. 661–699.

5. Golikov U., Solovyev K., Sudakov M., Kumashiro S. Multi-Reflecting Ion Optical Device. Patent US. No. 8 237 111 B2, 2012.

6. March R.E., Todd J.F. Quadrupole ion trap mass spectrometry. Hoboken: J. Wiley & Sons, 2005. 346 p.

REFERENCES

1. Gall L.N., Golikov Yu.K., Aleksandrov M.L., Pechalina E.E., Kholin N.A. Vremyaproletnyi mass-spektrometr [Time-of-flight Mass Spectrometer]. Certificate of Authority SU, 1986, No. 1247973. (rus)

2. Golikov Yu.K., Krasnova N.K., Solovyev K.V., Nikitina D.V. Integrable electrostatic ion traps. *Prikladnaya Fizika*, 2006, No. 5, pp. 50-57. (rus)

3. Hu Q., Noll R., Li H., Makarov A., Hardman M., Cooks G. The Orbitrap: a new mass spectrometer. *J. Mass Spectrom*, 2005, Vol. 40, pp. 430–443.

4. Perry R.H., Cooks G.R., Noll R.J. Orbitrap mass spectrometry: instrumentation, ion motion and applications. *Mass Spectrometry Reviews*, 2008, Vol. 27, pp. 661–699.

5. Golikov U., Solovyev K., Sudakov M., Kumashiro S. Multi-Reflecting Ion Optical Device. Patent US, 2012, No 8 237 111 B2.

6. March R.E., Todd J.F. Quadrupole ion trap mass spectrometry. Hoboken. J. Wiley & Sons, 2005. 346 p.

ГОЛИКОВ Юрий Константинович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры физической электроники Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

СОЛОВЬЁВ Константин Вячеславович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физической электроники Санкт-Петербургского государственного политехнического университета 195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29 k-solovyev@mail.ru

УДК 535.41

А.В. Князьков, В.А. Кукуричкин

**ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НА КОГЕРЕНТНОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ
ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ЛАЗЕРОВ**

A.V. Kniazkov, V.A. Kukurichkin

St. Petersburg State Polytechnical University,
29 Politekhnikeskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia.

**TEMPERATURE EFFECTS UPON COHERENCE
OF SEMICONDUCTOR LASERS EMISSION**

В статье приводятся результаты исследований влияния температурного фактора на когерентность излучения полупроводникового лазера красного диапазона и второй гармоники неодимового лазера зеленого диапазона с полупроводниковой лазерной накачкой для рабочего диапазона температур (20 – 40° С). Когерентность излучения оценивалась по морфологическим числам Эйлера картин интерференции. Обнаружена сильная зависимость контраста интерференционных картин от рабочей температуры излучающих лазеров. Даны рекомендации.

ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЙ ЛАЗЕР, НЕОДИМОВЫЙ ЛАЗЕР, КОГЕРЕНТНОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ, МОРФОЛОГИЧЕСКОЕ ЧИСЛО ЭЙЛЕРА, КАРТИНА ИНТЕРФЕРЕНЦИИ, ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ.

The paper presents the study of thermal effects upon a semiconductor laser emission coherence for red radiation range and a diode-pumped Nd laser operating on second harmonic of green radiation range for operating temperatures (20 – 40° C). The coherence of the radiation was estimated by morphological Euler numbers of the interference patterns. A strong dependence of the interference patterns contrast on the operating temperature of emitting lasers was detected. Recommendations were given.

SEMICONDUCTOR LASER, NEODIM LASER, COHERENCE RADIATION, MORPHOLOGICAL EULER NUMBER, INTERFERENCE PATTERNS, THERMAL EFFECTS.

Полупроводниковые лазеры находят все более широкое применение в измерительных системах, системах оптической обработки информации, в оптических вычислительных устройствах и голографических исследованиях. Применения полупроводниковых лазеров и твердотельных с диодной накачкой в когерентно-оптических устройствах ограничены из-за довольно небольшой длины когерентности излучения этих лазеров (сантиметры) и в связи с ее

сильной зависимостью от внешних факторов, таких как ток накачки и температуры рабочего тела и резонатора. Интерферометрия относится к одной из важных областей применения источников когерентного излучения. Оценка минимальной длины когерентности оптического излучения для формирования однородной картины интерференции наиболее полно дана в работе [1]. Для повышения когерентности излучения используют, как правило, резонаторы

Фабри – Перо. Анализ модовой структуры прямоугольного резонатора полупроводникового лазера показал, что она существенно отличается от спектра мод резонатора Фабри – Перо [2]. Методам экспериментального определения когерентности полупроводниковых лазеров посвящены работы [3, 4].

В работе [5] были обнаружены периодические колебания мощности излучения одночастотного газоразрядного гелий-неонового лазера повышенной мощности с внутренним резонатором Фабри – Перо во время самопрогрева, при этом степень когерентности излучения не исследовалась. Спектральные характеристики излучения инжекционного полупроводникового лазера и второй гармоники неодимового лазера с полупроводниковой лазерной накачкой при переходе от одной моды к другой исследовались в работе [6]. При этом изучались зависимости степени когерентности излучения только от тока накачки, и влияние температуры не рассматривалось. В работе [7] представлены исследования температурной чувствительности мощности излучения полупроводниковых лазеров на квантовых ямах. Недавно появилась статья об одночастотном режиме работы лазерных диодов [8]. Авторы провели спектральное исследование существования области генерации одночастотного режима в зависимости от тока накачки и температуры.

Настоящая работа посвящена исследованиям влияния температуры на когерентность излучения широко используемых полупроводниковых лазеров красного диапазона и второй гармоники неодимового лазера зеленого диапазона с полупроводниковой лазерной накачкой при оптимальном токе последней. Измерение степени когерентности излучения лазеров проводилось с помощью модифицированного интерферометра МИИ-4. Установка представляла собой интерферометр Майкельсона с равными плечами, т. е. измерения проводились при нулевой разности фаз интерферирующих пучков $\Delta d = d_2 - d_1 - d_3 = 0$ (рис. 1). Степень когерентности обычно оценивается по кривой видности картины интерференции при изменении разности

длин плеч. Мы ее оценивали по количеству светлых пятен, покрывающих картину интерференции и превышающих заданный уровень интенсивности. Количество этих спекл-пятен зависит от контраста спекл-картины, который определяется степенью когерентности излучения. Если степень когерентности зависит от температуры рабочего тела и резонатора лазера, то и число таких пятен будет изменяться. Именно таким связям и зависимостям посвящена данная статья.

Полупроводниковые лазеры отличаются повышенной чувствительностью к внешним факторам, таким как температура и ток накачки. Температура изменяет показатель преломления кристалла, ширину его запрещенной зоны и инжекционный ток, а также она влияет на геометрические размеры резонатора лазера. Влияние выражается, прежде всего, в уровне излучаемой мощности и степени когерентности излучения. Полоса длин волн усиливаемых колебаний в полупроводниковом лазере достаточно широка. Но генерация возникает лишь на тех типах колебаний, длина волны которых близка к линии максимума полосы усиления λ_0 при выполнении условий пороговой

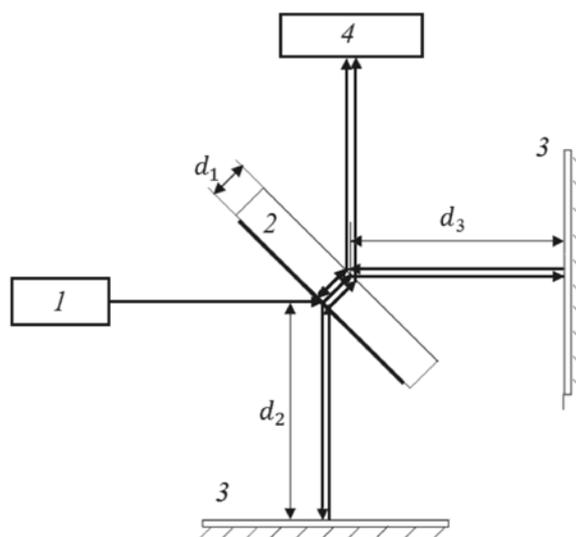


Рис. 1. Схема экспериментальной установки (интерферометр Майкельсона): 1 – лазер, 2 – полупрозрачное зеркало, 3 – плоское зеркало, 4 – CCD-камера, d_1 – толщина зеркала 2; d_2, d_3 – длины плеч интерферометра

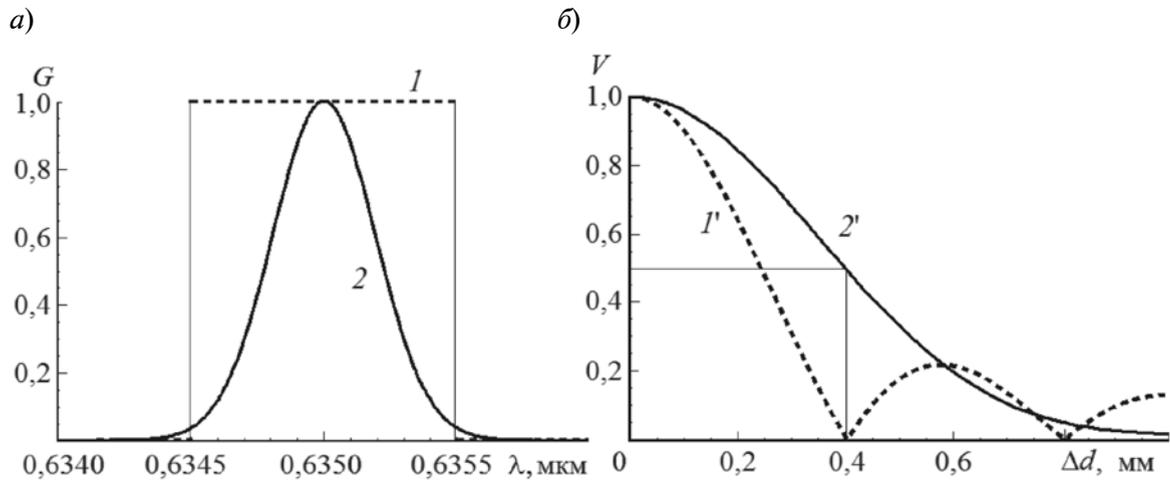


Рис. 2. Прямоугольный (1) и гауссовский (2) спектры лазерного излучения (а), а также полученные для них зависимости видности V картины интерференции от разности фаз Δd интерферирующих пучков (б); для прямоугольного (1') и гауссовского (2') спектров $\lambda_0 = 635$ нм, $\Delta\lambda = 1$ нм

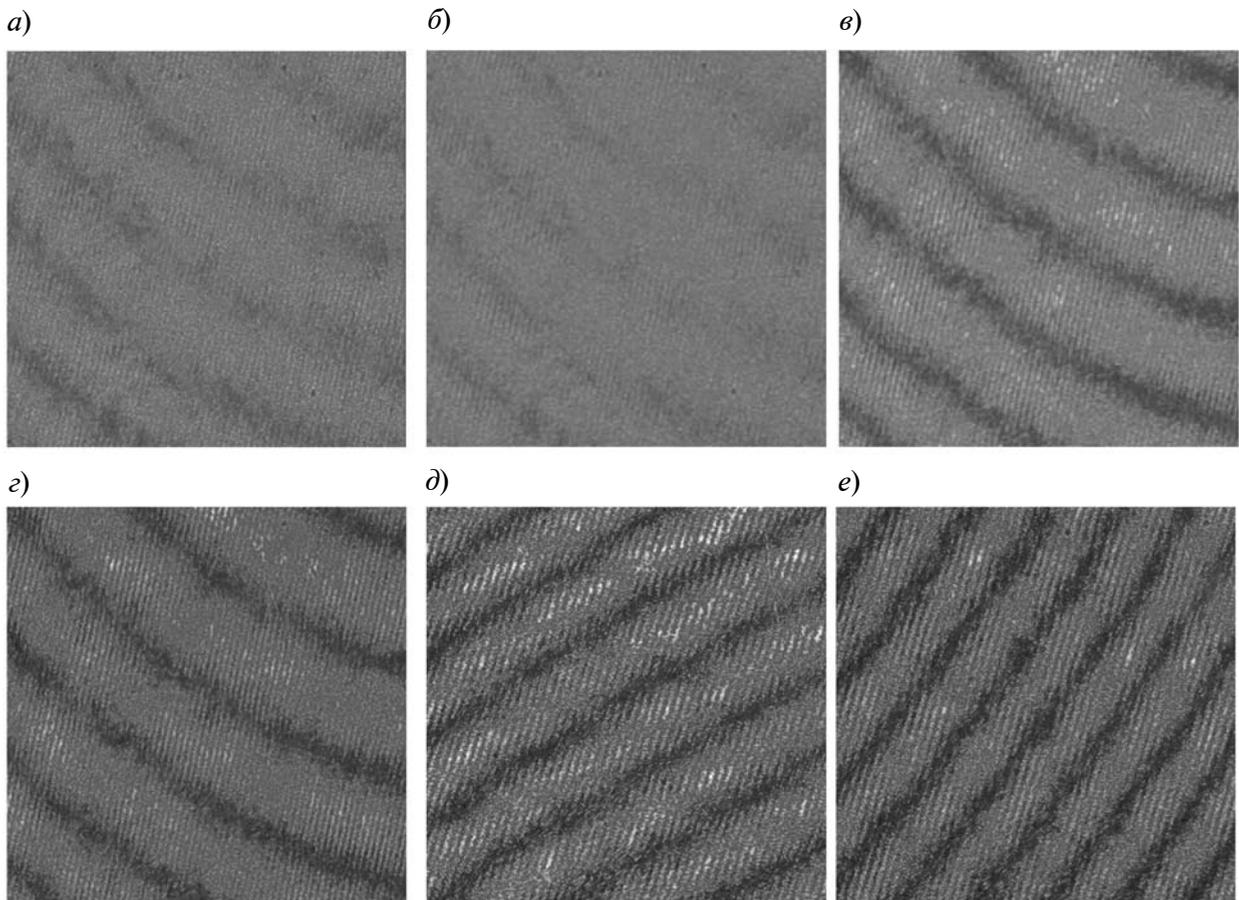


Рис. 3. Изменение картины интерференции равных по интенсивности пучков (при нулевой разности фазовых задержек) от температуры резонатора лазера LD-63104TL; значения температуры, °C: 36,0 (а), 35,0 (б), 31,3 (в), 30,0 (г), 28,0 (д), 25,5 (е)

генерации. Температура может смещать линию усиления, вызывая так называемый эффект «перескока» генерируемых мод. Этот эффект в полупроводниковых лазерах хорошо известен, особенно он проявляется при малом числе генерируемых мод, и наблюдается как шум «перескока» моды [9, 10].

Основной характеристикой когерентности излучения является степень когерентности γ . Зависимость модуля степени когерентности $|\gamma(\Delta d)|$ излучения от разности фаз интерферирующих пучков Δd соответствует поведению видности интерференционной картины $V(\Delta d)$ и для равных интенсивностей интерферирующих пучков определяется выражением

$$|\gamma(\Delta d)| = V(\Delta d) = \frac{I_{\max}(\Delta d) - I_{\min}(\Delta d)}{I_{\max}(\Delta d) + I_{\min}(\Delta d)}, \quad (1)$$

где I_{\max} и I_{\min} – соответствующие экстре-

умы интенсивности интерференционной картины.

По кривой видности находится длина когерентности L_{cog} излучения, которая обусловлена шириной спектра генерируемых длин волн источника $\Delta\lambda$. Для прямоугольной аппроксимации спектра генерации $G(\lambda)$ (рис. 2, а) длина когерентности L_{cog} , определяемая по первому минимуму кривой видности, связана простым соотношением с центральной длиной волны спектра источника λ_0 :

$$L_{\text{cog}} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}. \quad (2)$$

Можно показать, что в случае гауссовской аппроксимации спектра генерации источника-лазера $G(\lambda)$ длина когерентности L_{cog} , которая подчиняется выражению (2) и соответствует такой же ширине прямоугольного спектра $\Delta\lambda$, будет определяться по

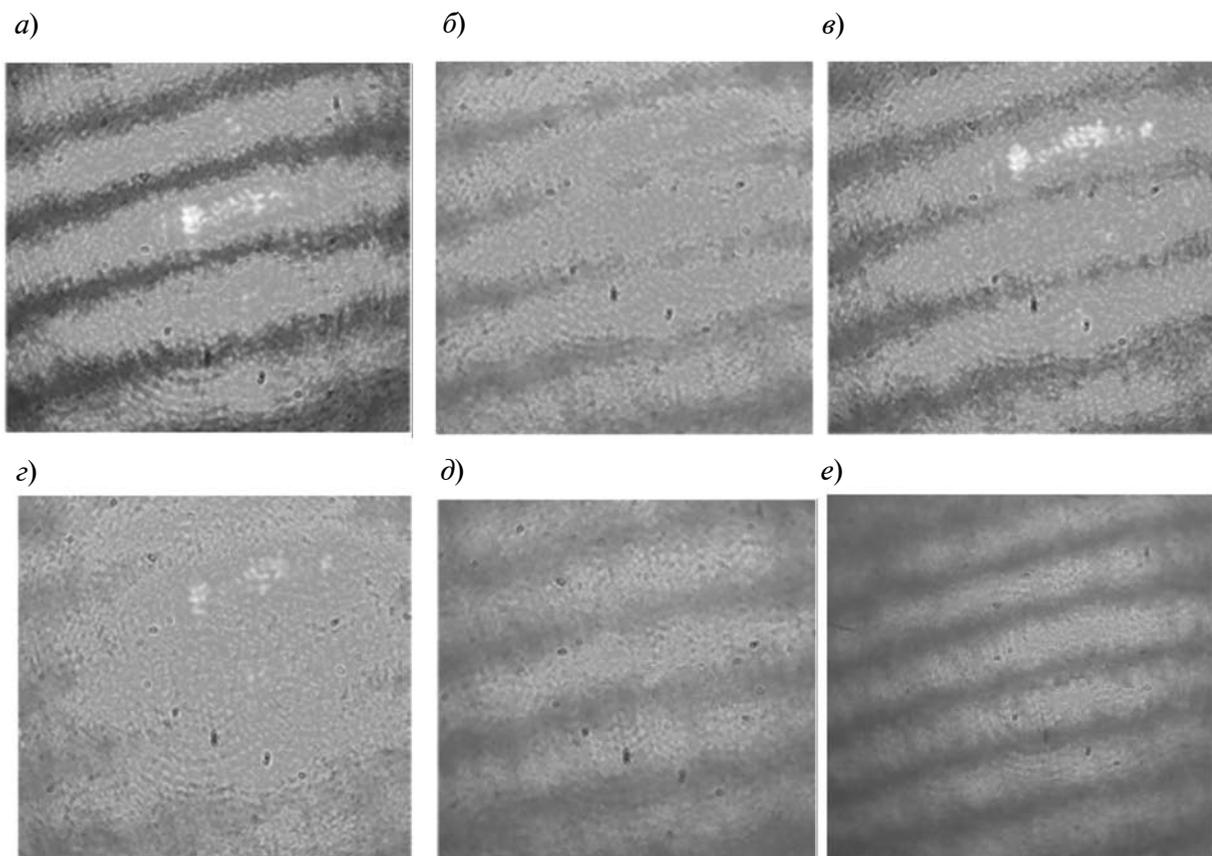


Рис. 4. Изменение картины интерференции равных по интенсивности пучков (при нулевой разности фазовых задержек) от температуры резонатора лазерного модуля S10; значения температуры, °С: 24,1 (а), 28,4 (б), 29,8 (в), 31,3 (г), 34,7 (д), 36,6 (е)

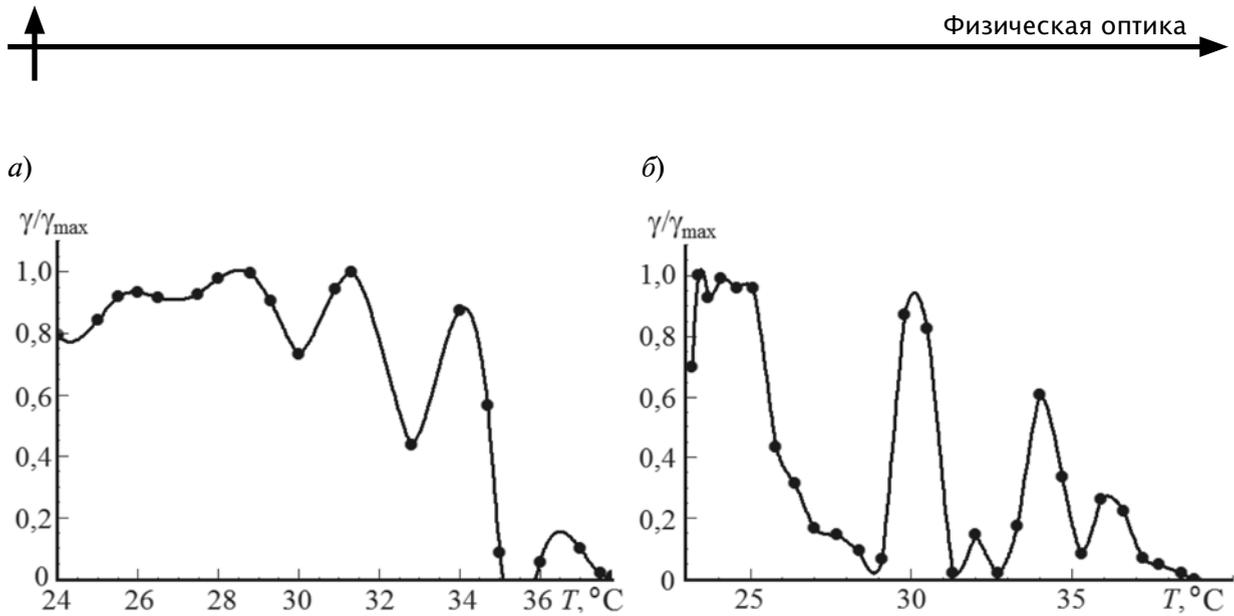


Рис. 5. Температурные зависимости относительной степени когерентности двух лазеров: *а* – LD-63104TL ($\lambda = 635$ нм), *б* – S10 ($\lambda = 532$ нм)

уровню 0,5 кривой видности (рис. 2, б).

Зависимость относительной степени когерентности излучения полупроводникового лазера от температуры его корпуса была продемонстрирована нами в работе [11] на примере излучения лазерного диода LD-63104TL ($\lambda = 635$ нм). Температурный нагрев осуществлялся с помощью ячейки Пельтье. Измерения проводились в квазистационарных условиях. Каждую минуту регистрировались картины интерференции в режиме остывания лазера со скоростью 0,1 град/мин (рис. 3). Пространственный период картин интерференции соответствовал небольшому числу полос интерферометра Майкельсона; по ним можно было достоверно рассчитать контраст видности классическим методом по формуле (1).

Были также проведены исследования когерентности излучения лазерного модуля S10 ($\lambda = 532$ нм), работающего на второй гармонике неодимового лазера с полупроводниковой лазерной накачкой (рис. 4).

Обычно видность картины интерференции, по которой рассчитывается степень когерентности излучения, оценивается по контрасту полос интерференционной картины. В настоящей работе степень когерентности оценивалась по контрасту спекл-картины двух интерферирующих квазиплоских волн, отражающему степень когерентности излучения [12]. Изменение

среднего уровня отсчета освещенности пятен спеклов вызывает изменение их количества на единицу площади [13]. Интерференционная картина обрабатывалась по всей апертуре, и для подсчета светлых пятен спеклов рассчитывались морфологические числа Эйлера по соответствующему уровню. Уровень расчета выбирался так, чтобы указанные числа отражали пропорциональность контрасту интерференционных полос или длине (степени) когерентности излучения. Числа Эйлера рассчитывались для всех картин интерференции при помощи функции `MorphologicalEulerNumber[image, τ]` из пакета Вольфрам Математика. Средний уровень их расчета τ был равен 0,40 для лазера LD-63104TL ($\lambda = 635$ нм) и 0,65 для лазерного модуля S10 ($\lambda = 532$ нм).

Типичные интерполяционные кривые температурной зависимости относительного модуля степени когерентности γ/γ_{\max} лазерного диода LD-63104TL и лазерного модуля S10 показаны на рис. 5. Относительная погрешность измерений не превышала 10 %.

Полученные экспериментальные данные указывают на сильную немонотонную зависимость степени когерентности от рабочей температуры резонатора полупроводниковых лазеров. Это является проявлением нестабильности спектрального состава генерируемых мод, связанного с

эффектом перескока генерируемых мод при температурной деформации резонатора лазера, который проявляется особенно ярко в маломодовых лазерах [8]. Представленные в статье исследования указывают на необ-

ходимость термостабилизации резонаторов полупроводниковых лазеров, предназначенных для прецизионных научных измерений, с целью достижения максимальной когерентности излучения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бакут П.А., Мандросов П.А. Оценка минимальной длины когерентности зондирующего оптического излучения в интерферометрии // Квантовая электроника. 2007. Т. 37. № 1. С. 81–84.
2. Батрак Д.В., Богатов А.П., Дракин А.Е., Дьячков Н.В., Мифтахутдинов Д.Р. Моды полупроводникового прямоугольного микрорезонатора // Квантовая электроника. 2008. Т. 38. № 1. С. 16–22.
3. Захаров Ю.Н. Модовая структура излучения полупроводниковых лазеров: контроль, управление и применение // «Физика наукоёмких технологий». Иркутск: ИВВАУ, 2006. С. 108–119.
4. Захаров Ю.Н. Применимость полупроводниковых лазеров в научно-технической и изобразительной голографии // «Голография в России и зарубежом. Наука и практика». Сб. трудов научно-практической конференции. М.: ООО «Голография-сервис». 2007. С. 50–54.
5. Борисовский С.П., Кернос М.Ю., Степанов В.А., Чуляева Е.Г. Исследование свойств лазерного излучения одночастотного лазера повышенной мощности // Вестник РГРТА. 2007. № 20. С. 99–103.
6. Пахалов В.Б. Спектральные моды и когерентность полупроводникового лазера и Nd-лазера с диодной накачкой вблизи порога генерации // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. № 8. С. 14–22.

7. O’Gorman J., Levi A. F. J., Schmitt-Rink S., Tanbun-Ek T., Coblentz D.L., Logan R.A. On the temperature sensitivity of semiconductor lasers. // Appl. Phys. Lett. 1992. Vol. 60. № 2. P. 157–159.
8. Дворцов Д.В., Парфенов В.А. Одночастотный режим работы лазерных диодов // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2012. № 1(141). С. 82–86.
9. Petermann K. Laser diode modulation and noise. Dordrecht: Springer, 1988. 327 p.
10. Белкин М.Е. Компоненты волоконно-оптических систем. Учеб. пособие. М.: Изд-во Моск. гос. ин-та радиотехники, электроники и автоматики, 2010. 112 с.
11. Кукуричкин В.А., Князьков А.В. Исследование температурной зависимости когерентности излучения полупроводниковых лазеров, применяемых в оптической диагностике // XLI Неделя науки СПбГПУ: Сб. трудов. Материалы научно-практической конференции с международным участием. Ч. II. Ч. XX. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012. С. 65–66.
12. Dandliker R., Mottier F.M. Determination of coherence length from speckle contrast on a rough surface // Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik. 1971. Vol. 22. P. 369–381.
13. Лопес Л.М. К определению поперечного размера спеклов // ЖТФ. 1991. Т. 61. № 8. С. 144–148.

REFERENCES

1. Bakut P.A., Mandrosov P.A. Otsenka minimal’noi dliny kogerentnosti zondiruiushchego opticheskogo izlucheniia v interferometrii. *Quantum Electronics*, 2007, Vol. 37, No. 1, pp. 81–84. (rus)
2. Batrak D.V., Bogatov A.P., Drakin A.E., D’iachkov N.V. Miftakhutdinov D.R. Mody poluprovodnikovogo priamougol’nogo mikrerezonatora. *Quantum Electronics*, 2008, Vol. 38, No. 1, pp. 16–22. (rus)
3. Zakharov Yu.N. Modovaiia struktura izlucheniia poluprovodnikovyx lazerov: kontrol’, upravlenie i primenenie. *Fizika naukoemkikh tekhnologii*. Irkutsk, 2006, pp. 108–119. (rus)
4. Zakharov Yu.N. Primenimost’ poluprovodnikovyx lazerov v nauchno-tekhni-

- cheskoi i izobrazitel’noi golografii. *Golografiia v Rossii i zarubezhom*. Nauka i praktika. Moscow, ООО “Golografiia-serviz”, 2007. Pp. 50–54. (rus)
5. Borisovskii S.P., Kernosov M.Yu., Stepanov V.A., Chuliaeva E.G. Issledovanie svoistv lazernogo izlucheniia odnochastotnogo lazera povyshennoi moshchnosti. *Vestnik RGRTA*, 2007, No. 20, pp. 99–103. (rus)
6. Pakhalov V.B. Spektral’nye mody i kogerentnost’ poluprovodnikovogo lazera i Nd-lazera s diodnoi nakachkoi vblizi poroga generatsii. *Technical Physics Letters*, 2010, Vol. 36, No. 8, pp.14–22. (rus)
7. O’Gorman J., Levi A.F.J., Schmitt-Rink S., Tanbun-Ek T., Coblentz D.L., Logan R.A. On the temperature sensitivity of semiconductor lasers. *Appl.*



Phys. Lett., 1992, Vol. 60, No. 2, pp. 157–159.

8. **Dvortsov D.V., Parfenov V.A.** Odnochastotnyi rezhim raboty lazernykh diodov. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics*. 2012, No. 1(141), pp. 82–86. (rus)

9. **Petermann K.** Laser Diode Modulation and Noise. Springer, 1988. 327 p.

10. **Belkin M.E.** Komponenty volokonno-opticheskikh system. Moscow, 2010. 112 p. (rus)

11. **Kukurichkin V.A., Kniaz'kov A.V.** Issledovanie temperaturnoi zavisimosti kogerentnosti izlucheniia poluprovodnikovyykh lazerov, primeniaemykh v

opticheskoi diagnostike. XLI Nedelia nauki SPbGPU: Sb. trudov. Materialy nauchno-prakticheskoi konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem. Ch. II. Ch. KhKh. SPb.: Izd-vo Politekhn. un-ta, 2012, pp. 65–66. (rus)

12. **Dandliker R., Mottier F.M.** Determination of Coherence Length from Speckle Contrast on a Rough Surface. *Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Physik*. 1971, Vol. 22, pp. 369–381.

13. **Lopes L.M.** K opredeleniiu poperechnogo razmera spekvov. *Technical Physics*, 1991, Vol. 61, No. 8, pp. 144–148. (rus)

КНЯЗЬКОВ Анатолий Викторович – доктор физико-математических наук, доцент кафедры физической электроники Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.
akniazkov@mail.ru

КУКУРИЧКИН Владимир Александрович – студент Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.

УДК 53.082.53

А.В. Князьков

**ИЗМЕРЕНИЕ НАВЕДЕННОГО ДВУЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЯ
ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ ПО МОДУЛЯЦИИ
КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ СВЕТА**

A.V. Kniazkov

St. Petersburg State Polytechnical University,
29 Politekhnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

**THE MEASUREMENT OF THE INDUCED BIREFRINGENCE
OF ELECTROOPTIC MATERIALS THROUGH THE MODULATION
OF LIGHT REFLECTION COEFFICIENT**

В статье проводится анализ результатов измерения наведенного двулучепреломления электрооптических (ЭО) материалов по модуляции коэффициента отражения монохроматического, линейно поляризованного света, падающего на поверхность ЭО среды. Рассмотрены случаи нормального падения света и его падения в области угла Брюстера. Оценена чувствительность метода.

ИЗМЕРЕНИЕ НАВЕДЕННОГО ДВУЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЯ, ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКИЕ СРЕДЫ, КОЭФФИЦИЕНТ ОТРАЖЕНИЯ.

The article analyzes the measurement results for electrooptic (EO) birefringence of materials by modulating the reflection coefficient of monochromatic light polarized linearly that incidents on the surface of the EO medium. The cases of the normal light incidence and those in the area of the Brewster angle were reviewed. The sensitivity of the method was evaluated.

MEASUREMENTS, INDUCED BIREFRINGENCE, ELECTROOPTIC MEDIUM, REFLECTION COEFFICIENT.

Измерение наведенного двулучепреломления электрооптических (ЭО) сред осуществляется методами, позволяющими определить разности фазовых задержек между обыкновенно и необыкновенно поляризованными световыми волнами, прошедшими ЭО среду в различных интерферометрических схемах (поляризационно-оптические схемы) [1 – 3]. Для поглощающих сред интенсивность прошедшей волны с измеряемой фазой может оказаться недостаточной для проведения достоверных измерений этой фазы. Световая волна, падающая на границу раздела сред, всегда испытывает отражение от последней. Коэффициент отражения R определяется показателем преломления n среды в соответствии с законами Френеля [1, 4, 5]. Наиболее простое

выражение для величины R получается для нормального падения волны, которое в случае отсутствия проводимости среды выглядит следующим образом:

$$R = \left(\frac{n - 1}{n + 1} \right)^2. \quad (1)$$

Детальное рассмотрение методов рефрактометрии по отражению света проведено в работе [6]. В работе [7] теми же авторами предложен прецизионный метод измерения показателя преломления материалов по определению значения угла Брюстера при отражении света. Эти работы легли в основу разработки нового отражательного метода измерения наведенного двулучепреломления ЭО сред по модуляции коэффициента отражения.

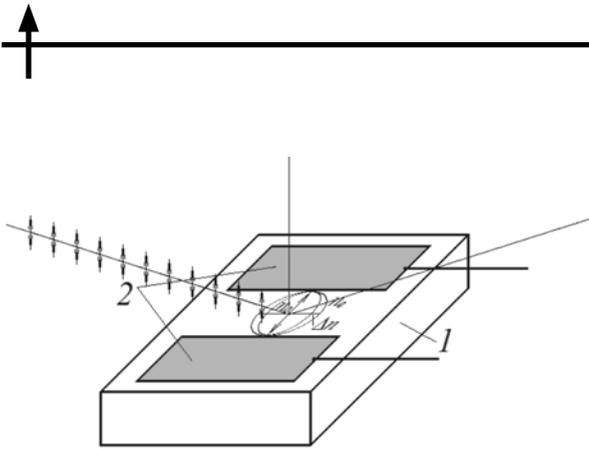


Рис. 1. Отражательная геометрия: образец ЭО среды 1 с планарными электродами 2. Показано сечение оптической индикатриссы показателя преломления в электрическом поле, создаваемом электродами

Для двулучепреломляющих сред значение показателя преломления среды зависит от ориентации поляризованной световой волны относительно оптической оси индикатриссы показателя преломления. Коэффициент отражения световой волны с поляризацией, параллельной оптической оси, определяется обыкновенным показателем преломления n_o , а для ортогональной ориентации плоскости поляризации относительно оптической оси среды — необыкновенным показателем преломления n_e . Величина двулучепреломления Δn характеризуется максимальной разницей: $\Delta n = n_o - n_e$. Идея измерения величины Δn в пропускающей геометрии состоит в определении фазового набега между обыкновенно и необыкновенно поляризованными волнами. Так и в отражательной геометрии: чтобы измерить Δn по разности коэффициентов отражения, необходимы две ортогонально поляризованные волны, падающие на среду, либо одна волна с круговой поляризацией.

В пропускающей геометрии электрическое поле, индуцирующее изменение двулучепреломления ЭО среды, создается в объеме при помощи электродов, расположенных на противоположных поверхностях образца, и направлено либо вдоль направления распространения волны (продольный ЭО эффект), либо поперек (поперечный ЭО эффект).

В предложенной нами отражательной геометрии наведенное двулучепреломление Δn ЭО образца 1 создается поперечным по-

лем при помощи планарных электродов 2 (рис. 1). Оптическая индикатрисса, описывающая наведенное двулучепреломление изотропного образца под действием поля в зазоре между электродами, будет иметь оптическую ось, ориентированную по создаваемому электрическому полю. Оценить чувствительность измерения наведенного двулучепреломления при нормальном падении света по модуляционному изменению интенсивности отраженной необыкновенной волны ΔI_e можно по первой производной коэффициента отражения $\partial R/\partial n$ выражения (1):

$$\frac{\partial R}{\partial n} = \frac{4(n-1)}{(n+1)^3}. \quad (2)$$

Изменение интенсивности ΔI_e отраженной необыкновенной волны от ЭО среды с показателем преломления 2,5 при изменении наведенного двулучепреломления $\Delta n = 10^{-3}$ вычисляется как

$$\Delta I_e = I_0(\partial R/\partial n)\Delta n = 1,4 \cdot 10^{-4} I_0,$$

где I_0 — интенсивность падающей волны.

Такое изменение отраженной интенсивности может быть достоверно зарегистрировано применением техники синхронного детектирования [8].

Имеется также другая разновидность отражательной методики измерения наведенного двулучепреломления: можно использовать наклонное падение волны, поляризованной в плоскости падения, в области углов падения вблизи угла Брюстера. Этот угол φ_* соответствует равенству коэффициентов отражения наклонного пучка и пучка при нормальном падении (рис. 2). Выражение для коэффициента отражения R_{\parallel} наклонной волны в случае отсутствия проводимости среды можно записать в следующем виде [5]:

$$R_{\parallel} = \left(\frac{n_e^2 \cos \varphi - \sqrt{n_e^2 - \sin^2 \varphi}}{n_e^2 \cos \varphi + \sqrt{n_e^2 - \sin^2 \varphi}} \right)^2. \quad (3)$$

Приравнивая формулу (1) выражению (3), найдем угол φ_* :

$$\varphi_* = \arccos \left(\frac{1}{\sqrt{1 + n^2 + n^4}} \right). \quad (4)$$

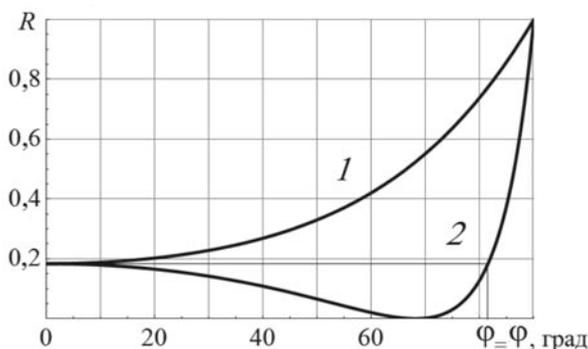


Рис. 2. Зависимости коэффициента отражения нормально поляризованной E_n (1) и поляризованной в плоскости падения E_p (2) световых волн от угла падения. Показатель преломления среды $n = 2,5$

Анализ разложения в ряд Тейлора по малому параметру Δn выражений (1) и (3) показывает, что величина изменения коэффициента отражения волны из-за наведенного изменения необыкновенного показателя преломления при нормальном падении и при угле φ_{\perp} для волны, поляризованной ортогонально наведенной оптической оси, ведет себя одинаковым образом (рис. 3).

Мы предлагаем реализовать новую отражательную методику измерений наведенного показателя преломления: по модуляции необыкновенного показателя преломления. Измерения можно осуществлять в двух вариантах падения света: нормальном и наклонном.

Схемы экспериментальных установок для исследования наведенного двулучепреломления по отражению света при околонормальном и наклонном падениях показаны на рис. 4. Источником света служил полупроводниковый лазер 3, излучение которого расщеплялось призмой Номарского 4а на два ортогонально поляризованных пучка равной интенсивности (вместо призмы Номарского можно использовать четвертьволновую пластинку, которая дает один пучок круговой поляризации). Далее эти пучки почти нормально падали на образец 1 в зазор между планарными электродами 2 и отражались, попадая на призму Волластона 5а, где ортогонально поляризованные пучки разделялись и попадали на фоторегистриру-

ющие датчики 6. Разность сигналов с этих датчиков усиливается операционным усилителем 7 и подается на селективный регистрирующий синхронный усилитель 8. На планарные электроды 2 образца 1 подавалось высоковольтное напряжение, которое формировалось специальным усилителем 10 от задающего генератора низкой частоты 9.

Однолучевая схема экспериментальной установки исследования наведенного двулучепреломления по отражению света при наклонном угле падения показана на рис. 4, б. Она отличается от схемы на рис. 4, а тем, что вместо призмы Номарского 4а используется обычный поляризатор 4б, настроенный на поляризацию в плоскости падения света, а вместо призмы Волластона 5а используется обычный анализатор 5б, вырезающий поляризацию плоскости падения света.

Экспериментальное подтверждение отражательной методики исследования наведенного двулучепреломления ЭО материалов выполнялось по схеме, представленной на рис. 4, б при наклонном угле падения, равном φ_{\perp} , на образцах ЦТСЛ сегнетомягкой прозрачной керамики состава 9/65/35 с планарными электродами, зазор между которыми составлял 3 мм. Источниками 1 служили лазерные модули DPSS: модель TD-GP (100 мВт) и модель 303 с длинами волн излучения 532 нм (зеленые указки). В качестве фотодатчика 6 использовался

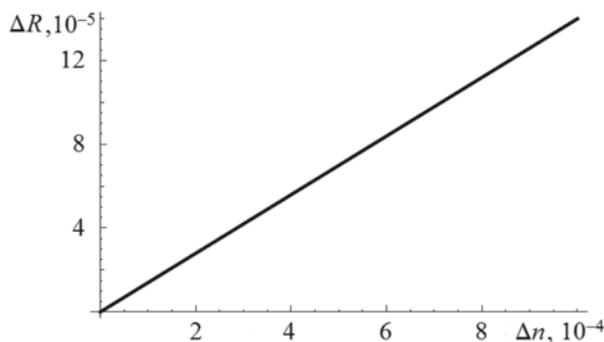


Рис. 3. Зависимость разности коэффициентов отражения световых волн E_n , нормально падающих, и E_p , падающих под углом φ_{\perp} от наведенного двулучепреломления. Показатель преломления среды $n = 2,5$

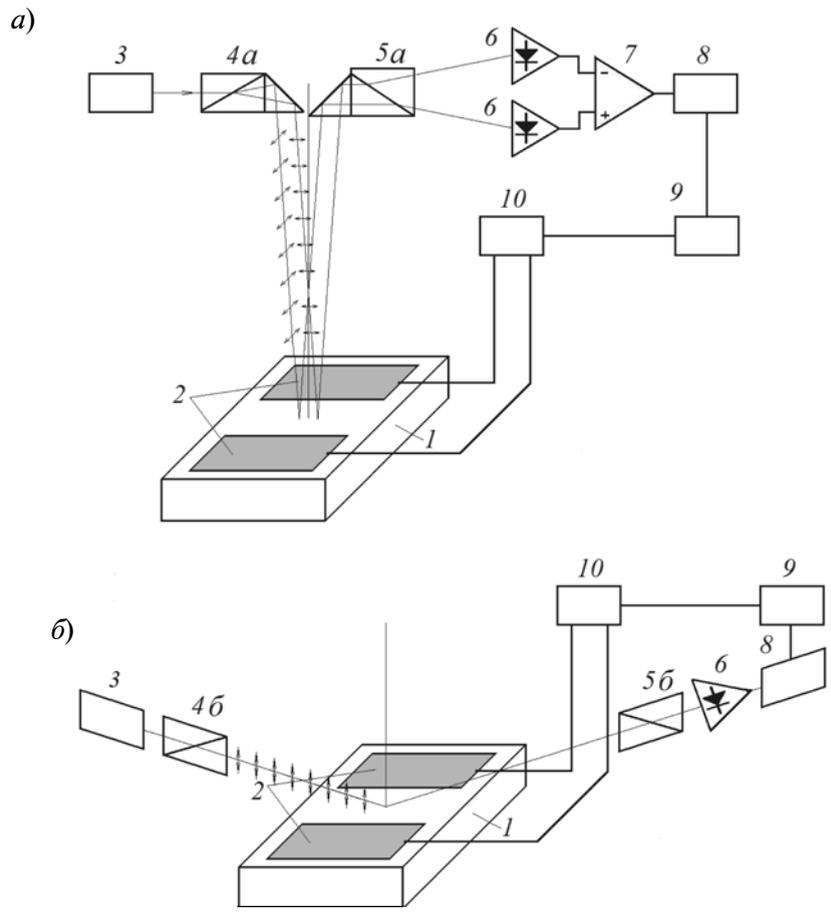


Рис. 4. Схемы экспериментальных установок для исследования наведенного двулучепреломления по нормальному (а) и наклонному (б) отражению поляризованного света:
 1 – образец ЭО материала с планарными электродами 2; 3 – лазерный источник света;
 4а – призма Номарского (или четвертьволновая пластинка); 4б – поляризатор; 5а – призма Волластона;
 5б – анализатор; 6 – фотодатчики; 7 – операционный усилитель; 8 – регистрирующий селективный синхронный усилитель; 9 – задающий низкочастотный генератор; 10 – высоковольтный усилитель (формирователь специального сигнала)

фотодиод с трансимпедансным усилителем ОРТ101. Регистрация производилась селективным нановольтметром Упiран 233. На планарные электроды образца подавалось высоковольтное синусоидальное напряжение частотой 80 Гц с амплитудой до 3,5 кВ, формируемое специальным усилителем 10. В силу квадратичного ЭО эффекта в изотропной ЦТСЛ-керамике сигнал ЭО модуляции коэффициента отражения регистрировался на второй гармонике оптического сигнала.

Исследование модуляции коэффициента отражения из-за индуцированного двулучепреломления проводилось при разных интенсивностях падающего света. На рис. 5

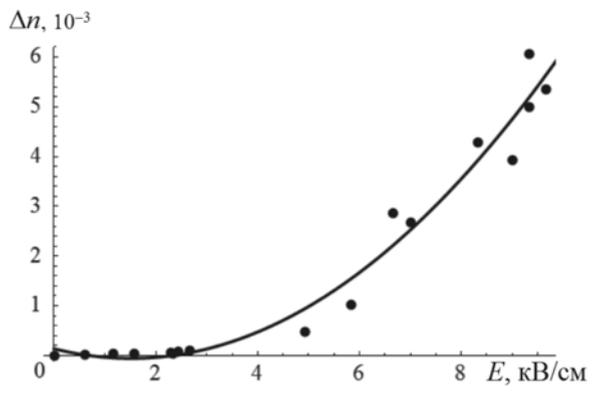


Рис. 5. Экспериментальная зависимость изменения двулучепреломления ЦТСЛ-керамики от величины электрического поля между планарными электродами

показана типичная экспериментальная зависимость изменения индуцированного двулучепреломления ЦТСЛ-керамики при наклонном падении света под углом, равным φ_{\pm} , от поля, создаваемого между планарными электродами на отражающей поверхности.

Таким образом, в настоящей работе впервые проанализирована и экспериментально показана возможность измерения наведенного электрическим полем двулучепреломления по изменению отражения света от ЭО материалов, вызванного модуляцией показателя преломления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.
2. Мустель Е.П., Парыгин В.Н. Методы модуляции и сканирования света. М.: Наука, 1970. 296 с.
3. Сонин А.С., Василевская А.С. Электрооптические кристаллы. М.: Атомиздат, 1971. 328 с.
4. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. М.: Наука, 1980. 752 с.
5. Кизель В.А. Отражение света. М.: Наука, 1973. 352 с.
6. Тихонов Е.А., Ивашкин В.А., Лямец А.К.

Рефрактометрия по отражению света при квазинормальном падении и под углом Брюстера // Журнал прикладной спектроскопии. 2012. Т. 79. № 1. С. 160–167.

7. Тихонов Е.А., Лямец А.К. Прецизионные лазерные измерения показателя преломления материалов по углу Брюстера // Сб. докладов 23-й Международной конф. «Лазеры. Измерения. Информация». СПб.: Изд-во. Политехн. ун-та, 2013. Т. 1. С. 135.

8. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. М.: Мир, 1983. Т. 2. 256 с.

REFERENCES

1. Born M., Vol'f E. Osnovy optiki. Moscow, Nauka, 1973. 720 p. (rus)
2. Mustel' E.P., Parygin V.N. Metody moduliatsii i skanirovaniia sveta. Moscow, Nauka, 1970. 296 p. (rus)
3. Sonin A.S., Vasilevskaia A.S. Elektroopticheskie kristally. Moscow, Atomizdat, 1971. 328 p. (rus)
4. Sivukhin D.V. Obshchii kurs fiziki. Optika. Moscow, Nauka, 1980. 752 p. (rus)
5. Kizel' V.A. Otrazhenie sveta. Moscow, Nauka, 1973. 352 p. (rus)
6. Tikhonov E.A., Ivashkin V.A., Liamets A.K. Refraktometriia po otrazheniiu sveta pri

kvazinormal'nom padenii i pod uglom Briustera. Zhurnal prikladnoi spektroskopii. 2012, Vol. 79, No. 1, pp. 160–167. (rus)

7. Tikhonov E.A., Liamets A.K. Pretsizionnye lazernye izmereniia pokazatel'ia prelomleniia materialov po uglu Briustera. Sb. dokladov 23-i Mezhdunarodnoi konf. «Lazery. Izmereniia. Informatsiia». St. Petersburg, Polytechnical University Publishing House, 2013. Vol. 1. P. 135. (rus)

8. Maks Zh. Metody i tekhnika obrabotki signalov pri fizicheskikh izmereniiax. Moscow, Mir, 1983, Vol. 2, 256 p. (rus)

КНЯЗЬКОВ Анатолий Викторович – доктор физико-математических наук, доцент кафедры физической электроники Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.
195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
akniazkov@mail.ru



УДК 535

*В.В. Журихина, З.Ф. Садриева***ФОРМИРОВАНИЕ КАНАЛЬНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДОВ
ПРИ ПОЛЯРИЗАЦИИ СТЕКОЛ***V.V. Zhurikhina, Z.F. Sadrieva*St. Petersburg State Polytechnical University,
29 Politekhnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia.**FORMATION OF CHANNEL OPTICAL WAVEGUIDES UNDER
THE GLASS POLING**

Построена физическая модель и выполнены численные расчеты, описывающие процесс формирования канальных оптических волноводов при поляризации стекол. Определены условия формирования одномодового канального волновода.

ОДНОМОДОВЫЕ КАНАЛЬНЫЕ ВОЛНОВОДЫ, ПОЛЯРИЗАЦИЯ СТЕКЛА, ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ.

The physical model and numerical simulation of channel optical waveguides formation under the glass poling have been performed. The conditions of single-mode waveguide formation were found.

SINGLE-MODE CHANNEL WAVEGUIDES, GLASS POLING, NUMERICAL MODELLING.

Оптические волноводы — структуры для направленного распространения светового излучения — широко используются в современных оптических системах. В простейшем случае оптический волновод представляет собой удлиненную область прямоугольного сечения, окруженную средой с меньшим показателем преломления, вдоль которой может распространяться световое излучение. Такая структура называется оптическим волноводом. Существуют также градиентные волноводы — структуры, в которых показатель преломления уменьшается от сердцевины к периферии. Такие волноводы могут быть сформированы при помощи метода ионного обмена — процесса, при котором ионы, содержащиеся в образце, заменяются ионами из внешнего источника [1 – 3]. Диффундирующие ионы изменяют показатель преломления исходного материала, за счет чего и формируется волновод [4, 5]. Преимуществом ионного обмена является гибкость этой

методики, позволяющей варьировать параметры формируемых волноводных структур в широком диапазоне. Метод электростимулированного ионного обмена позволяет изготавливать заглубленные волноводы [5 – 9]. Дополнительные возможности управления концентрацией ионов в стекле дает приложение к образцам стекла высокого напряжения при повышенной температуре — поляризация стекол [10]. При поляризации вблизи поверхности стекла формируется либо слой объемного заряда, компенсирующий в конечном итоге приложенное электрическое поле [11], либо область, обогащенная проникающими из атмосферы ионами водорода [12]; при этом исходно присутствующие в стекле ионы перераспределяются. Формирование планарных оптических волноводов при поляризации стекол было зарегистрировано в эксперименте [8], однако обеспечиваемый в этом процессе перепад показателя преломления, связанный с накоплением ио-

нов калия, не превышал 0,01, и параметры этих структур не рассчитывались. В рамках настоящей работы построена физическая модель и выполнены численные расчеты, описывающие процесс формирования и свойства канальных оптических волноводов, формируемых при поляризации стекол с помощью профилированного электрода [13]. Предварительно в стекла методом ионного обмена были введены ионы серебра.

Цель работы – построение модели и определение оптимальных условий формирования одномодового канального волновода на основе стекла с помощью вышеописанной методики.

При моделировании проводился поиск оптимальных условий формирования одномодовых канальных оптических волноводов для используемых на практике длин световых волн. Волноводы формировались при поляризации натриево-кальциево-силикатного стекла, в котором предварительно проводился ионный обмен $\text{Na}^+ \leftrightarrow \text{Ag}^+$, с помощью профилированного электрода. Рассматривалась поляризация в атмосфере, из которой возможна диффузия ионов водорода.

Постановка задачи

Для решения рассматриваемой задачи

необходимо выполнить моделирование распределения ионов серебра, участвующих в процессе поляризации, и распределения электромагнитного поля в формирующейся структуре в зависимости от условий процесса. Предполагалось, что перераспределение ионов серебра приведет к формированию выделенной серебросодержащей области с повышенным показателем преломления, способной локализовать световое излучение по двум поперечным координатам. Примерное расположение области с повышенной концентрацией ионов серебра показано на рис. 1.

Ионный обмен в стекле

Для ионного обмена $\text{Na}^+ \leftrightarrow \text{Ag}^+$ размеры ионов соизмеримы [9], и основным фактором, вызывающим изменение показателя преломления, выступает отличие их поляризуемостей. В работах [14, 15] было показано, что профили концентрации допирующего иона и изменения показателя преломления линейно связаны. Таким образом, при термическом ионном обмене на эффективную глубину $d = \sqrt{Dt}$, где D – коэффициент диффузии, формируется профиль изменения показателя преломления

$$\Delta n \sim C \sim \text{erfc}(x/2d).$$

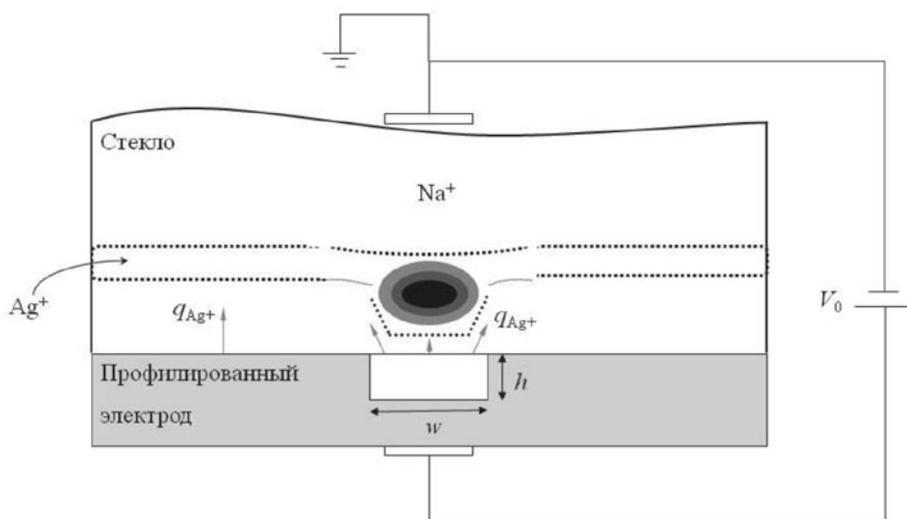


Рис. 1. Схема процесса поляризации, а также предполагаемая область повышенной концентрации ионов серебра (ограничена пунктиром) и распределение электрического поля каналируемой моды (овальный тонированный рисунок);

V_0 – напряжение, q_{Ag^+} – поток ионов серебра, h , w – геометрические размеры канавки электрода

Для ионного обмена $\text{Na}^+ \leftrightarrow \text{Ag}^+$ характерное значение максимального перепада показателя преломления составляет $\Delta n_{\text{max}} \approx 0,1$. Для моделирования выбирались следующие значения эффективной глубины ионного обмена: $d = 0,5; 1; 2; 4$ мкм. Ионно-обменный профиль концентрации серебра задавался в качестве начальных условий при моделировании поляризации стекла.

Моделирование поляризации стекла

Профили концентраций ионов натрия, серебра и водорода находятся решением связанных уравнений диффузии-дрейфа и уравнения Пуассона, описывающих поляризацию стекол [16]. Начальные условия соответствуют отсутствию в стекле водорода и распределению ионов серебра и натрия, полученному при ионном обмене с учетом распределения поля, формируемого электродом с прямоугольной канавкой. Потoki серебра и натрия через поверхность стекла под электродом отсутствуют.

В работе моделировались профили концентрации серебра и распределения показателя преломления при поляризации с использованием П-образного электрода (см. рис. 1). Размеры электрода составляли $h = 1$ мкм, $w = 2, 3, 4, 5$ мкм. Напряжение, подаваемое на электрод, $V_0 = 300, 400, 500,$

600 В. Рассматривался процесс поляризации при температуре 600 К. Коэффициенты диффузии и подвижности ионов выбирались в соответствии с принятыми в работе [17]: $D_{\text{Ag}^+} \approx D_{\text{Na}^+} \approx 10^3 \cdot D_{\text{H}^+} \approx 2 \cdot 10^{-15}$ м²/с. Моделирование выполнялось в симуляторе Comsol-Multiphysics 4.3а.

Пример одного из полученных распределений концентрации ионов представлен на рис. 2.

Распределения концентраций для других исследованных режимов поляризации сохраняют основные черты распределения, представленного на рис. 2.

По распределению ионов серебра в области, находящейся под зазором электрода, определяется показатель преломления

$$n = n_0 + \frac{C_{\text{Ag}^+}}{C_0} \cdot \Delta n_{\text{max}},$$

где $n_0 = 1,5$ – показатель преломления натриево-кальциево-силикатного стекла.

Таким образом, показатель преломления становится функцией координат.

Максимальный перепад показателя преломления Δn_{max} после поляризации составляет примерно 0,080 – 0,095, то есть он несколько ниже, чем до поляризации. Характерное значение показателя преломления, соответствующее такому профилю

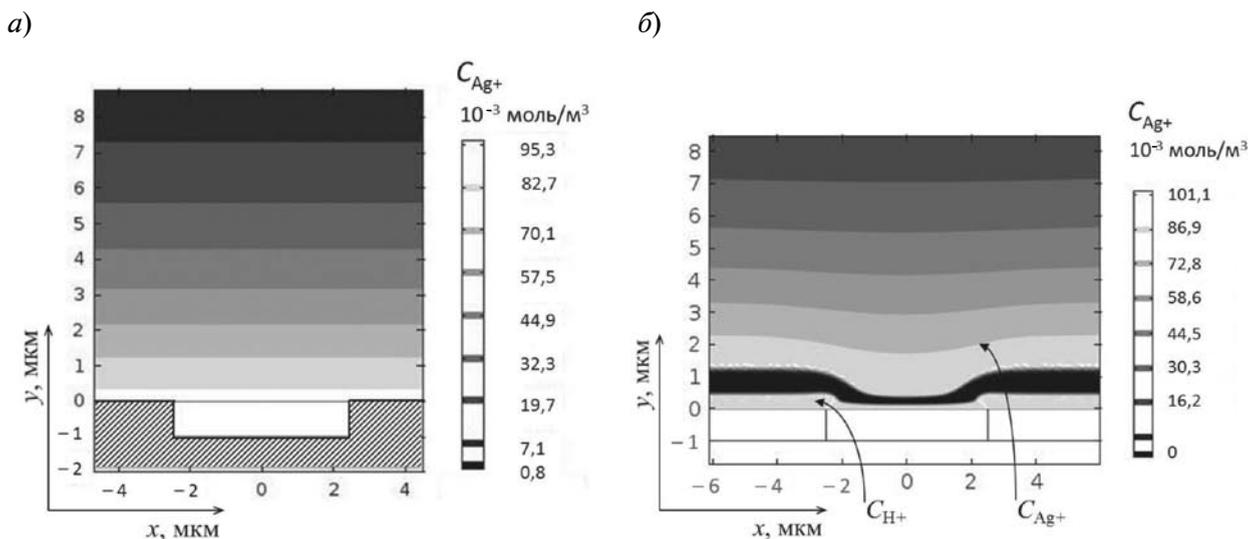


Рис. 2. Распределения концентрации ионов серебра C_{Ag^+} до (а) и после (б) поляризации образца при условиях: $V_0 = 300$ В, $w = 5$ мкм, толщина серебросодержащего слоя $d = 4$ мкм; б – дополнительно показано распределение протонов C_{H^+}

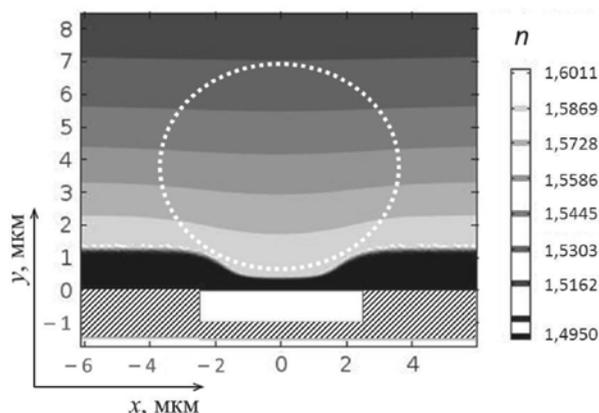


Рис. 3. Расчетное распределение показателя преломления для образца, полученного при условиях: $V_0 = 300$ В, $d = 4$ мкм, $w = 5$ мкм. Белым пунктиром выделена серебросодержащая область, способная локализовать световое излучение

концентрации, представлено на рис. 3, где пунктиром выделена серебросодержащая область, способная локализовать световое излучение. Такая структура волноводной области является модификацией гребенча-

того оптического волновода.

Расчеты оптико-волноводных свойств полученной структуры

Следующим этапом моделирования полученной структуры является проверка ее оптико-волноводных свойств, определение модового состава и расчет эффективных показателей преломления и распределений электрического поля каналируемых мод для длин световых волн $\Lambda = 0,63; 0,87; 1,30; 1,50$ мкм. При этом с помощью программы ComsolMultiphysics 4.3a решались уравнения Максвелла для среды с профилем показателя преломления, полученном на предыдущем этапе, и выполнялся поиск решений, соответствующих бегущим модам, локализованным по двум координатам в области с увеличенным показателем преломления. В таблице представлены режимы поляризации, при которых могут быть сформированы одномодовые оптические волноводы для различных значений длины световой волны.

Результаты поиска решений, соответствующих одномодовому режиму в рассматриваемых волноводах

d , мкм	w , мкм	V_0 , В			
		$\Lambda = 0,63$ мкм	$\Lambda = 0,87$ мкм	$\Lambda = 1,30$ мкм	$\Lambda = 1,50$ мкм
0,5	2	300 – 600	300 – 600	–	–
	3		300 – 600	–	–
	4		300 – 600	–	–
	5			400 – 600	400 – 600
1,0	2			300 – 600	300 – 600
	3			300 – 600	300 – 600
	4			300 – 600	300 – 600
	5			300	300 – 600
2,0	2			300 – 600	300 – 600
	3			300 – 400	300 – 600
	4				
	5				
4,0	2				
	3				
	4				
	5				

Обозначения: d – глубина серебросодержащей области, w – ширина канавки профилированного электрода, V_0 – величина приложенного напряжения; прочерки и затухающие области относятся к случаям, когда волноводные моды не поддерживаются либо наблюдается многомодовый режим, соответственно.



Анализируя полученные при моделировании результаты, можно отметить, что модовый состав оптико-волноводной структуры, полученной для образца с эффективной толщиной слоя, содержащего ионы серебра, $d = 0,5$ мкм, состоит не более чем из трех типов низших ТЕМ мод, что связано с малым количеством ионов серебра. Одномодовый режим наблюдается для всех исследуемых длин волн при различных условиях поляризации. Модовый состав для случаев $w = 2, 3, 4$ мкм не меняется с ростом прикладываемого напряжения. На длинах волн 1,3 и 1,5 мкм одномодовый режим реализуется только для случая $w = 5$ мкм.

Увеличение толщины серебросодержащей области d до 1 мкм приводит к появлению высших мод на длинах волн 0,63 и 0,87 мкм. При этом для длин волн 1,3 и 1,5 мкм наблюдается одномодовый режим

практически для всех исследуемых значений приложенного напряжения. Достаточно сложная структура волноводной области приводит к возможности существования распространяющихся мод с распределениями электрического поля, не характерными для диффузионных оптических волноводов (так называемые «развернутые» моды). Пример распределения электрического поля такой моды представлен на рис. 4,а.

При толщине серебросодержащего слоя $d = 2$ мкм одномодовый режим поддерживается только для длин волн 1,3 и 1,5 мкм при использовании канавок шириной 2 и 3 мкм. В режиме $w = 4, 5$ мкм, $V_0 = 300 - 600$ В для всех рассматриваемых длин волн распространяются поперечные моды.

Последняя группа волноводов, рассчитываемых для образца с эффективной толщиной слоя серебра $d = 4$ мкм, отли-

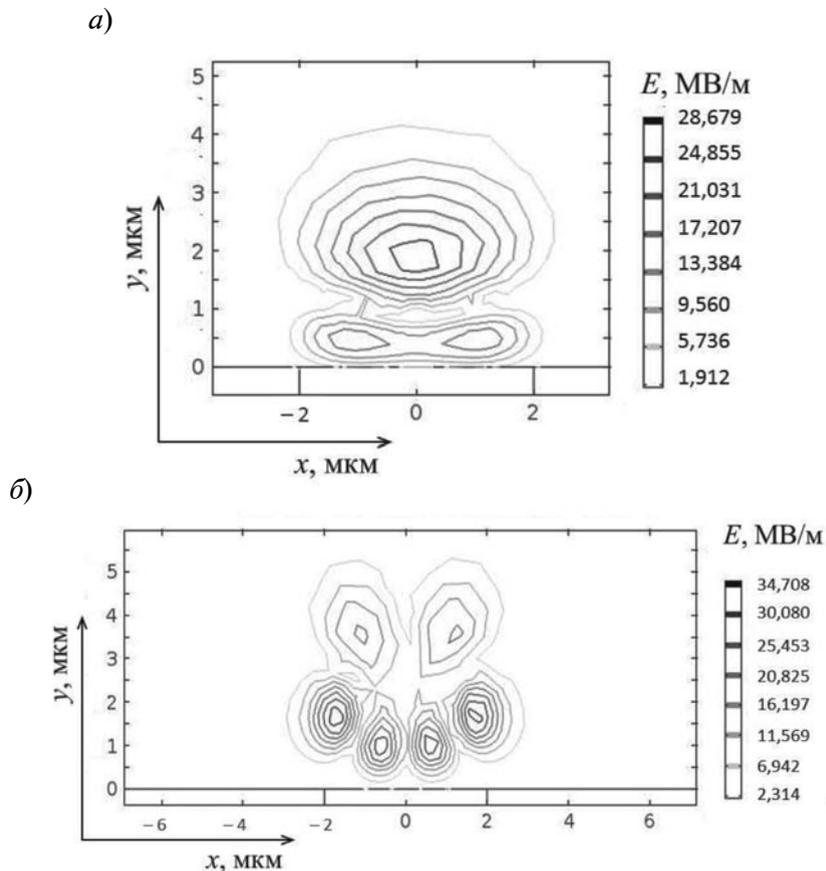


Рис. 4. Эквипотенциальные карты развернутых мод, распространяющихся на длине волны $\Lambda = 0,63$ мкм, для различных наборов параметров модели: а – $d = 1$ мкм, $w = 4$ мкм, $V_0 = 400$ В; б – $d = 4$ мкм, $w = 5$ мкм, $V_0 = 500$ В

чается большим числом мод, особенно на длине волны 0,63 мкм (до 15). Характерная особенность модового состава – появление поперечных мод более высокого порядка: TEM_{04} , TEM_{05} , TEM_{06} , TEM_{22} , TEM_{13} , TEM_{14} и увеличение числа развернутых мод. Примеры распределения электрического поля таких мод представлены на рис. 4, б.

Итак, с помощью программы Comsol-Multiphysics выполнено моделирование процесса формирования канальных оптических волноводов – от ионного обмена и поляризации до модового состава, и получены распределения электрического

поля. Результаты свидетельствуют о том, что рассматриваемая методика при достаточно тонкой диффузионной области (эффективная глубина диффузии до 2 мкм) позволяет получить пригодные для стыковки с лазерами и оптическими волокнами одномодовые волноводные структуры для всех рассматриваемых длин волн. Показано, что рассматриваемые структуры при определенных условиях поддерживают волноводное распространение мод, не характерных для стандартных диффузионных световодов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (соглашение №14.В37.21.0752).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Abouelleil M., Cooper A.R.** Analysis of field-assisted binary ion exchange // *J. of the American Ceramic Society*. 1979. Vol. 62. № 7–8. P. 390–395.
2. **Albert J., Najafi S.I.** (eds). Ion exchange from salt melts// in *Introduction to glass integrated optics*. Boston: Artech House, 1992. P. 59–81.
3. **Малкович Р.Ш.** Математика диффузии в полупроводниках. М.: Наука, 1999. 388 с.
4. **Журихина В.В.** Планарные микрооптические градиентные структуры на основе стекол: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат.наук. СПбГТУ, 2001. 18 с.
5. **Ramaswamy R.V., Srivastava R.** Ion-exchanged glass waveguides: a review // *Journal of Lightwave Technology*. 1988. Vol. 6. No. 6. P. 984–1002.
6. **Izawa T., Nagahome H.** Optical waveguide formed by electrically induced migration of ions in glass plates // *Appl. Phys. Lett.* 1972. Vol. 21. № 12. P. 584–586.
7. **Prieto X., Linares J.** Increasing resistivity effects in field-assisted ion exchange for planar optical waveguide fabrication // *Opt. Lett.* 1996. Vol. 21. № 17. P. 1363–1365.
8. **Brennand A.L.R., Wilkinson J.S.** Planar waveguides in multicomponent glasses fabricated by field-driven differential drift of cations // *Opt. Lett.* 2002. Vol. 27. № 11. P. 906–908.
9. **Findakly T.** Glass waveguides by optical exchange: a review // *Opt. Eng.* 1985. Vol. 24. № 2. P. 242244 (7 p.).
10. **Lepienski C.M., Giacometti J.A., Achete C.A.** LIPP study of a glass sample previously submitted to a DC potential // *Solid State Commun.* 1991. Vol. 79. № 10. P. 825–828.
11. **Von Hippel A., Gross E., Jelatis J., Geller M.** Photocurrent, space-charge buildup, and field emission in alkali halide crystals // *Phys. Rev.* 1953. Vol. 91. № 3. P. 568–579.
12. **Doremus R.H.** Mechanism of electrical polarization of silica glass // *Appl. Phys. Lett.* 2005. Vol. 87. № 23. P. 232904 (2 p.).
13. **Русан В.В., Таганцев Д.К., Липовский А.А., Пайвасаари К.** Новый метод записи фазовых оптических структур в стеклах // *Физика и химия стекла*. 2010. Т. 36. № 4. С. 642–645.
14. **Linares J., Sotelo D., Lipovskii A.A., Zhurikhina V.V., Tagantsev D.K., Turunen J.** New glasses for graded-index optics: influence of non-linear diffusion in the formation of optical microstructures // *Opt. Materials*. 2000. Vol. 14. № 2. P. 145–153.
15. **Zhurikhina V.V., Petrov M.I., Sokolov K.S., Shustova O.V.** Ion-exchange characteristics of sodium-calcium-silicate glass: calculation from mode spectra // *Technical Physics*. 2010. Vol. 55. № 10. P. 1447–1452.
16. **Petrov M.I., Lepen'kin Ya.A., Lipovskii A.A.** Polarization of glass containing fast and slow ions // *J. Appl. Phys.* 2012. Vol. 112. № 4. P. 043101 (8 p.).
17. **Doremus R.H.** Exchange and diffusion of ions in glass // *J. of Physical Chemistry*. 1964. Vol. 68. № 8. P. 2212–2218.

REFERENCES

1. **Abou-El-Leil' M., Cooper A.R.** Analysis of field-assisted binary ion exchange. *J. of the American Ceramic Society*, 1979, Vol. 62, No.7-8, pp. 390–395.
2. **Albert J., Najafi S.I.** Ion exchange from salt melts: in *introduction to glass integrated optics*. Boston, Artech House, 1992. pp. 59–81.



3. **Malkovich R.Sh.** Matematika diffuzii v poluprovodnikakh [Mathematics of diffusion in semiconductors]. Moscow, Nauka, 1999. 388 p. (rus)
4. **Zhurikhina V.V.** Planarnye mikroopticheskie gradientnye struktury na osnove stekol [Planar micro-optical gradient structures based on glasses]: Avtoref. dis. ... kan.fiz.-mat.nauk. St. Petersburg State Polytechnical University, 2001. 18 p. (rus)
5. **Ramaswamy, R.V., Srivastava R.** Ion-exchanged glass waveguides: a review. *Journal Of Lightwave Technology*, 1988, Vol. 6, No. 6, pp. 984 – 1002.
6. **Izawa T., Nagahome H.** Optical waveguide formed by electrically induced migration of ions in glass plates. *Appl. Phys. Lett*, 1972, Vol. 21, No. 12, pp. 584–586.
7. **Prieto X., Linares J.** Increasing resistivity effects in field-assisted ion exchange for planar optical waveguide fabrication. *Opt. Lett*, 1996, Vol. 21, No. 17, pp. 1363–1365.
8. **Brennan A.L.R., Wilkinson J.S.** Planar waveguides in multicomponent glasses fabricated by field-driven differential drift of cations. *Opt. Lett*, 2002, Vol. 27, No. 11, pp. 906–908.
9. **Findakly T.** Glass waveguides by optical exchange: a review. *Opt. Eng*, 1985, Vol. 24, No. 2, 242244 (7 p.).
10. **Lepienski C.M., Giacometti J.A., Achete C.A.** LIPP study of a glass sample previously submitted to a DC potential. *Solid State Commun*, 1991, Vol. 79, No. 10, pp. 825–828.
11. **von Hippel A., Gross E., Jelatis J., Geller M.** Photocurrent, space-charge buildup, and field emission in alkali halide crystals. *Phys. Rev*, 1953, Vol. 91, No. 3, pp. 568–579.
12. **Doremus R.H.** Mechanism of electrical polarization of silica glass. *Appl. Phys. Lett*, 2005, Vol. 87, No. 23, 232904 (2 p.).
13. **Rusan V.V., Tagantsev D.K., Lipovskii A.A., Paivasaari K.** Novyi metod zapisi fazovykh opticheskikh struktur v steklakh [A new method of recording the phase of the optical structures in glasses]. *Fizika i khimiia stekla*, 2010, Vol. 36, № 4, pp. 642–645. (rus)
14. **Linares J., Sotelo D., Lipovskii A.A., Zhurikhina V.V., Tagantsev D.K., Turunen J.** New glasses for graded-index optics: influence of non-linear diffusion in the formation of optical microstructures. *Opt. Materials*, 2000, Vol. 14, No. 2, pp. 145–153.
15. **Zhurikhina V.V., Petrov M.I., Sokolov K.S., Shustova O.V.** Ion-exchange characteristics of sodium-calcium-silicate glass: calculation from mode spectra. *Technical Physics*, 2010, Vol. 55, No. 10, pp. 1447–1452.
16. **Petrov M.I., Lepen'kin Ya.A., Lipovskii A.A.** Polarization of glass containing fast and slow ions. *J. Appl. Phys*, 2012, Vol. 112, No. 4, 043101 (8 p.).
17. **Doremus R.H.** Exchange and diffusion of ions in glass. *J. of Physical Chemistry*, 1964, Vol. 68, No. 8, pp. 2212–2218.

ЖУРИХИНА Валентина Владимировна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики и технологии наноструктур Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.
zhurikhina@mail.edu.ioffe.ru

САДРИЕВА Зарина Фаильевна – студентка Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.
zarinasadrieva@mail.ru

УДК 539.193/194; 544.163.2

Т.П. Степанова, Е.Д. Карпенко, В.М. Капралова

ДИПОЛЬНЫЕ МОМЕНТЫ N-МЕТИЛПИРРОЛИДОНА В ЖИДКОМ СОСТОЯНИИ И В РАЗБАВЛЕННОМ ВОДНОМ РАСТВОРЕ

T.P. Stepanova¹, E.D. Karpenko², V.M. Kapralova²

¹ Institute of Macromolecular Compounds RAS
31 Bolshoy Ave. V.O., St. Petersburg, 199004, Russia.

² St. Petersburg State Polytechnical University,
29 Politekhnikeskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

DIPOLE MOMENTS OF N-METHYLPYRROLIDONE IN LIQUID STATE AND IN DILUTE AQUEOUS SOLUTION

Проведено исследование дипольных моментов N-метилпирролидона (НМП) в состоянии жидкости и в разбавленных водных растворах. Температурные зависимости величин дипольного момента и фактора Кирквуда свидетельствуют о том, что НМП – слабо ассоциированная жидкость. Дипольный момент НМП в водных растворах в условиях бесконечного разбавления, определенный по статистической теории диэлектрической поляризации Бакингейма, составил 4,12 Д при 25 °С, что указывает на отсутствие ожидаемого поляризационного влияния полярных молекул воды.

ДИПОЛЬНЫЙ МОМЕНТ, N-МЕТИЛПИРРОЛИДОН, РАЗБАВЛЕННЫЙ РАСТВОР.

The study of temperature dependences of N-Methylpyrrolidone dipole moments (NMP) has been carried out in its liquid state and in dilute aqueous solutions. The dipole moment and the Kirkwood factor temperature dependences suggested the NMP to be weakly associated liquid. The NMP dipole moment in aqueous solutions calculated by Buckingham statistical theory of the dielectric polarization was 4.12 D at 25 deg.cent. indicating the absence of the expected polarization influence of the polar water molecules.

DIPOLE MOMENT, N-METHYLPYRROLIDONE, DILUTE SOLUTION.

N-метилпирролидон (НМП) широко используется в современной фармацевтике как растворитель, обладающий высокой химической и термической стабильностью, а также в цепочке химических реакций при синтезе водорастворимых полимеров (например, поливинилпирролидона). Структура молекулы НМП представлена на схеме 1. Известно, что связь –N–CO–, входящая в структуру пятичленного (лактамового) кольца, является плоской и, будучи полярной, ответственна за дипольные взаи-

модействия и ассоциативные свойства веществ, в молекулярную структуру которых она включена [1].

Цель данной работы – определение дипольного момента НМП в состоянии жидкости и в разбавленном водном растворе в условиях бесконечного разбавления, когда межмолекулярным взаимодействием молекул НМП можно пренебречь. Информация о молекулярных свойствах НМП в связи с его структурой важна для понимания процессов ассоциации в НМП и его растворах.

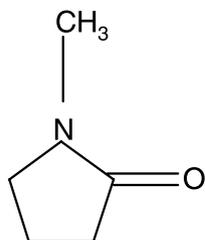


Схема 1. Структурная формула N-метилпирролидона

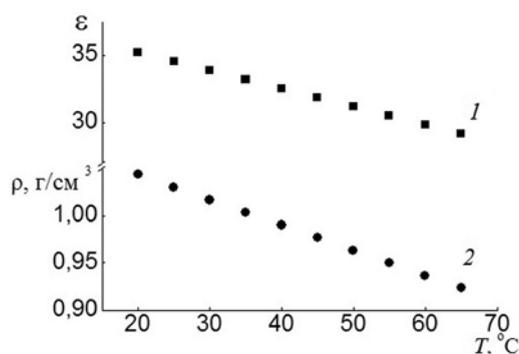


Рис. 1. Температурные зависимости диэлектрической проницаемости (1) и плотности (2) НМП в жидком состоянии

Образец жидкости НМП был предоставлен фирмой Fluka. Перед измерениями диэлектрической проницаемости и плотности эту жидкость перегоняли. Диэлектрическую проницаемость определяли в измерительной платиновой ячейке с собственной электрической емкостью $C_0 = 4,3$ пФ, а плотность — в бикапиллярном пикнометре-дилатометре по описанной ранее методике [2]. Растворы в бидистиллированной воде готовили к измерениям гравиметрическим методом.

Дипольный момент НМП в состоянии жидкости

На рис. 1 представлены экспериментально полученные температурные зависимости диэлектрической проницаемости ϵ и плотности ρ НМП в состоянии жидкости. Дипольный момент НМП рассчитывался по теории диэлектрической поляризации Онзагера [3] с использованием формулы

$$\mu^2 = \frac{9kT}{4\pi N_A} \cdot \frac{M}{\rho} \cdot \frac{(2\epsilon + n^2)(\epsilon - n^3)}{\epsilon(n^2 + 2)}, \quad (1)$$

где ϵ , ρ , n — диэлектрическая проницаемость, плотность, оптический показатель

преломления; M — молекулярная масса; T — температура; k — постоянная Больцмана; N_A — число Авогадро.

Показатель преломления был определен через молярную рефракцию R жидкости по формуле Лоренц — Лорентца:

$$R = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \frac{M}{\rho}. \quad (2)$$

Значение R было получено аддитивным методом [4]. С помощью значений $M = 99$ и $R = 26,89$ см³, а также и экспериментальных значений ϵ и ρ из зависимостей, приведенных на рис. 1, были определены дипольные моменты μ молекул НМП по формуле (1).

Полученные температурные зависимости дипольных моментов и фактора Кирквуда $g = \mu^2/\mu_0^2$ приведены на рис. 2. Следует отметить, что значение μ_0 определяется, как правило, либо в газообразном состоянии вещества, либо в растворе в неполярном растворителе при бесконечном разбавлении, т. е. в условиях, когда межмолекулярным взаимодействием в веществе можно пренебречь. Таким образом, фактор Кирквуда g показывает степень корреляции в ориентациях дипольного момента молекулы и характеризует межмолекулярное взаимодействие, влияющее на значение дипольного момента молекулы вещества в конденсированном состоянии. При расчете g мы использовали значение дипольного момента $\mu_0 = 4,06$ Д, определенное в работе [5] для НМП в диоксане (неполярном растворителе) при 25 °С. Из рис. 2 видно, что значения дипольного момента изменяются с температурой незначительно: от 4,22 Д при температуре 20 °С до 4,5 Д при 65 °С. Значения фактора корреляции g

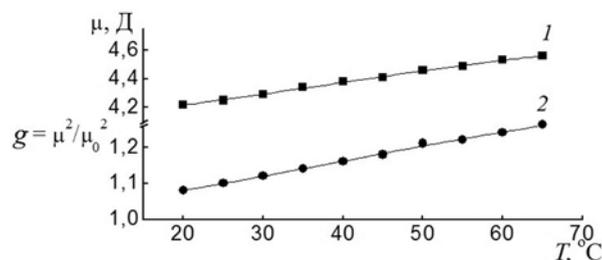


Рис. 2. Температурные зависимости дипольного момента (1) и фактора корреляции Кирквуда (2) НМП в жидком состоянии

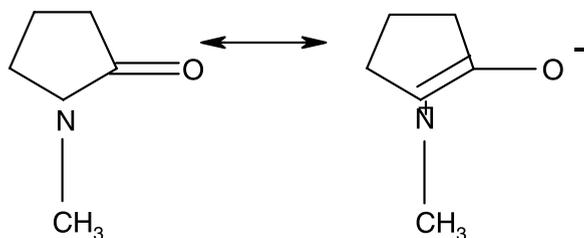


Схема 2. Молекула НМП в равновесном (слева) и резонансном (справа) состояниях

превышают единицу и также слабо возрастают с температурой от значения 1,08 при 20 °С до 1,25 при 65 °С; это свидетельствует о том, что НМП представляет собой ассоциированную жидкость с весьма устойчивым ближним порядком. Диэлектрические характеристики жидкости НМП предопределены структурой его молекулы. Как видно из схемы 1, пятичленное кольцо содержит компланарную молекулярную группировку $\text{CH}_3\text{-N-CO-}$, определяющую плоское строение всего кольца. Сопряженность связи -N-CO- может приводить к возникновению резонансного состояния молекулы (см. схему 2) и, как следствие, индуцированного дипольного момента. Таким образом, увеличение дипольного момента с температурой (см. рис. 2) обусловлено возрастанием статистического веса молекул НМП в донорно-акцепторной форме, приводящей, в свою очередь, к ассоциированию молекул НМП.

Дипольный момент НМП в водном растворе

На рис. 3 приведены концентрационные зависимости $C(x_2)$ – электрической емкости ячейки, заполненной растворами НМП в воде, при температурах в диапазоне 20 – 40 °С (x_2 – концентрация НМП). Видно, что эти зависимости линейны в указанном температурном диапазоне, что позволило определить инкременты диэлектрической проницаемости растворов НМП в воде по формуле

$$\alpha = \frac{\partial C_{12}}{C_0 \partial x_2} = \frac{\partial \epsilon_{12}}{\partial x_2}. \quad (3)$$

При исследовании дипольных моментов полярных веществ в полярных растворителях обычно применяют статистические

теории поляризации. Конечные уравнения этих теорий можно упростить для случая двухкомпонентной системы и условия, когда содержание одного компонента бесконечно мало. В настоящей работе мы использовали статистическую теорию поляризации Бакингейма [6] для определения дипольного момента полярного вещества в полярном растворителе в условиях бесконечного разбавления. Конечная формула представлена ниже:

$$\begin{aligned} \lim_{x_2 \rightarrow \infty} \mu_{\text{эф}}^2 &= \mu_2^2 g_2 \left(\frac{n_2^2 + 2}{3} \cdot \frac{2\epsilon + 1}{2\epsilon_1 + n_2^2} \right) \mu_{02}^2 g_2 = \\ &= \frac{kT}{4\pi N_A} \left\{ \frac{(\epsilon_1 - 1)(2\epsilon_1 + 1)}{\epsilon_1} \times \right. \\ &\times \left[M_1 \left(\frac{d\nu}{dx_2} \right)_{x_2=0} - M_1 \nu_2 + M_2 \nu_1 \right] + \\ &+ M_1 \nu_1 \cdot \frac{2\epsilon_1^2 + 1}{2\epsilon_1^2} \left(\frac{d\epsilon}{dx_2} \right)_{x_2=0} - \\ &- 6M_1 \nu_1 \frac{(n_1^2 - 1)^2}{(2\epsilon_1 + n_1^2)^2} \left(\frac{d\epsilon}{dx_2} \right)_{x_2=0} + \\ &+ \frac{3(2\epsilon_1 + 1)(n_1^2 - 1)}{2\epsilon_1 + n_1^2} V_1 - \\ &- \left. \frac{3(2\epsilon_1 + 1)(n_2^2 - 1)}{2\epsilon_1 + n_2^2} V_2 \right\} + \\ &+ \mu_1^2 g_1 \left[1 - \frac{4(n_1^2 - 1)}{(2\epsilon_1 + n_1^2)(2\epsilon + 1)} \frac{d\epsilon}{dx_2} \right], \end{aligned} \quad (4)$$

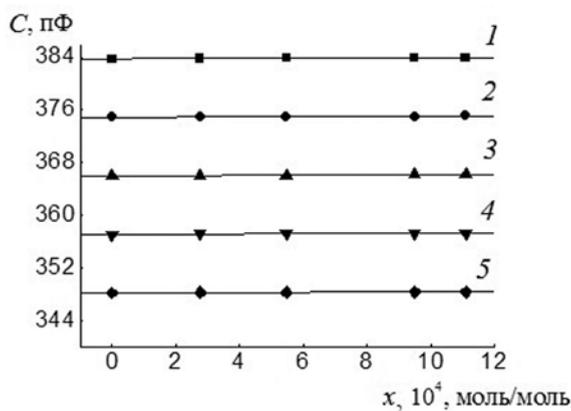


Рис. 3. Концентрационные зависимости электрической емкости ячейки, заполненной водными растворами НМП при различных температурах, °С: 20(1), 25(2), 30(3), 35(4), 40(5)

где индексы 1 и 2 относятся соответственно к растворителю и растворенному веществу;

$$\mu_{эф2}^2 = \mu_2^2(1 + z\overline{\cos\gamma}) = \mu_2^2 g$$

(z — координационное число окружения молекулы); μ_2 — дипольный момент молекулы в среде; g — параметр корреляции.

Дипольный момент μ_2 отличается от дипольного момента μ_0 в вакууме и может быть записан по уравнению Онзагера:

$$\mu_2 = \frac{n_2^2 + 2}{3} \cdot \frac{2\varepsilon + 1}{2\varepsilon + n_2^2} \cdot \mu_0.$$

Последний член правой части уравнения (4) учитывает молекулярное взаимодействие молекул растворителя и определяется при измерении характеристик чистого растворителя. Таким образом на основании изучения концентрационной зависимости диэлектрической проницаемости и удельного объема полярного вещества проводится оценка взаимодействия с растворителем. Определение $\mu_{эф}$ в данном растворителе позволяет оценить параметр g , характеризующий межмолекулярное взаимодействие молекул НМП в этом растворителе.

Значения всех экспериментальных и расчетных величин в формуле (4), которые нами получены и использованы, сведены в таблицу. Значение инкремента удельного объема растворов НМП принято равным нулю; в выбранной области концентраций разности удельных объемов растворов и растворителя находятся в пределах погрешности измерений.

На рис. 4 представлены температурные зависимости дипольных моментов и фактора Кирквуда, вычисленные на основе экспериментальных данных для НМП в

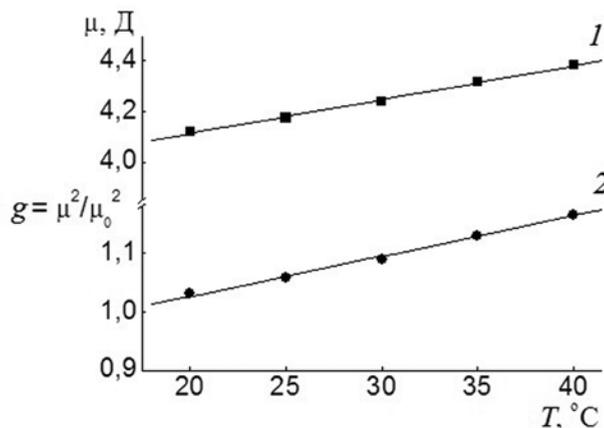


Рис. 4. Температурные зависимости дипольного момента (1) и фактора корреляции Кирквуда (2) для водного раствора НМП

водном растворе в условиях бесконечного разбавления. Из данных, приведенных в таблице, а также на рис. 2 и 4, видно, что величина дипольного момента НМП при 25 °C, равная 4,12 Д, имеет промежуточное значение между дипольным моментом в неполярном растворителе (бензоле), равным 4,06 Д, и дипольным моментом в состоянии жидкости — 4,25 Д. Близость полученных значений дипольного момента в полярном растворителе (воде) и в неполярном растворителе (бензоле) позволяют сделать относительно молекул НМП следующие выводы: в воде они изолированы при условии бесконечного разбавления; они не нарушают ближнего порядка воды, встраиваясь в ее пространственную сетку, имеющую строение додекаэдров флуктуационной природы с пятиреберными гранями (последние образованы ковалентными и водородными связями [7]), хотя и имеют плоское пятичленное кольцо с встроенной в его структуру донорно-акцепторной свя-

Температурная зависимость экспериментальных и расчетных характеристик НМП в водном растворе

$T, ^\circ\text{C}$	$\varepsilon_{\text{extr}}$	$v_{1\text{уд}}, \text{Г/см}^3$	n_1^2	$\mu_1^2, \text{Д}^2$	g_1	$v_{2\text{уд}}, \text{Г/см}^3$	n_2^2	α_{x2}
20	84,06	1,0018	1,7778	9,7	2,86	0,9585	2,18	26,6
25	82,10	1,0030	1,7765	9,6	2,85	0,9709	2,17	28,5
30	80,13	1,0044	1,7750	9,6	2,82	0,9837	2,15	30,4
35	78,17	1,0060	1,7731	9,5	2,80	0,9968	2,12	32,3
40	76,20	1,0078	1,7712	9,4	2,80	1,0102	2,10	34,2

зью —C—N—CO—. В результате взаимодействия с молекулой НМП молекулы воды не привносят дополнительного индукционного дипольного момента; они приобретают в воде резонансную форму с повышением температуры; это приводит к некоторому возрастанию дипольного момента, но его новое значение не превышает таковое для

молекулы НМП в состоянии жидкости.

Итак, в результате проведенных исследований получены новые данные, которые расширяют существующие представления о молекулярных свойствах N-метилпирролидона и процессах его ассоциации в различных растворителях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Кириш Ю.Э.** Поли-N-винилпирролидон и другие поли-N-виниламиды. М.: Наука, 1998. 252 с.
2. **Степанова Т.П., Артамонова А.С., Капралова В.М.** Дипольный момент и структура целлобиозы в полярных растворителях с водородной связью // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2009. № 1 (73). С. 35–42.
3. **Onsager L.** Electrical moments of molecules in liquids // *J. Am. Chem. Soc.* 1936. Vol. 58. No. 8. P. 1486–1493.

4. **Волькенштейн М.В.** Строение и физические свойства молекул. М., Л.: Изд-во АН СССР, 1955. 638 с.
5. **Calvin M.L., Kumler W.D.** The dipole moment and structure of the carbonate group // *J. Am. Chem. Soc.* 1961. Vol. 83. No. 22. P. 4593–4596.
6. **Buckingham A.D.** A theory of the dielectric polarization of polar substances // *Proceedings of the Royal Society. A. Mathem. and Phys. Sciences.* 1956. Vol. 38. No. 1213. P. 235–244.
7. **Самойлов О.Я.** Структура водных растворов электролитов и гидратация ионов. М.: Изд-во АН СССР, 1957. 182 с.

REFERENCES

1. **Kirsh Yu.E.** Poli-N-vinilpirrolidon i drugie poli-N-vinilamidy. Moscow, Nauka, 1998. 252 p. (rus)
2. **Stepanova T.P., Artamonova A.S., Kapralova V.M.** Dipole moment and structure of cellobiose in polar solvents with hydrogen bond. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics*, 2009, No. 1 (73), pp. 35–42. (rus)
3. **Onsager L.** Electrical moments of molecules in liquids. *J. Am. Chem. Soc.* 1936, Vol. 58, No. 8, pp. 1486–1493.
4. **Vol'kenshtein M.V.** Stroenie i fizicheskie

- svoistva molekul. Moscow, Leningrad, Izd-vo AN SSSR, 1955. 638 p. (rus)
5. **Calvin M.L., Kumler W.D.** The dipole moment and structure of the carbonate group. *J. Am. Chem. Soc.* 1961, Vol. 83, No. 22, pp. 4593–4596.
6. **Buckingham A.D.** A Theory of the dielectric polarization of polar substances. *Proceedings of the Royal Society. A. Mathem. and Phys. Sciences*, 1956, Vol. 38, No. 1213, pp. 235–244.
7. **Samoilov O.Ya.** Struktura vodnykh rastvorov elektrolitov i gidratatsiia ionov. Moscow, Izd-vo AN SSSR, 1957. 182 p. (rus)

СТЕПАНОВА Тамара Павловна — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института высокомолекулярных соединений РАН.
199004, г. Санкт-Петербург, Большой пр. В.О., 31
t_stepanova2005@mail.ru

КАРПЕНКО Елена Драгановна — студентка Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.
195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.
ele62461401@yandex.ru

КАПРАЛОВА Виктория Маратовна — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры интегральной электроники Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.
195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.
kapralova2006@yandex.ru

УДК 539.126

*Я.А. Бердников, В.А. Ребякова, Д.О. Спири***ФОНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ РЕГИСТРАЦИИ СОБЫТИЙ
КОГЕРЕНТНОГО ФОТОРОЖДЕНИЯ J/Ψ -МЕЗОНОВ
В УЛЬТРАПЕРИФЕРИЧЕСКИХ СТОЛКНОВЕНИЯХ ПРОТОНОВ***Ya.A. Berdnikov, V.A. Rebyakova, D.O. Spirin*St. Petersburg State Polytechnical University,
29 Politekhnikeskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia.**BACKGROUND PROCESSES WHILE MONITORING COHERENT
 J/Ψ -MESONS PHOTOPRODUCTION EVENTS
IN ULTRAPERIPHERAL PROTON-PROTON COLLISIONS**

В работе получены количественные оценки вклада двух основных фоновых процессов в величину сечения когерентного фоторождения J/ψ -мезонов в ультрапериферических столкновениях протонов при энергиях Большого адронного коллайдера.

УЛЬТРАПЕРИФЕРИЧЕСКИЕ СТОЛКНОВЕНИЯ, ФОТОРОЖДЕНИЕ, J/Ψ -МЕЗОН.

The contribution of two main background effects to the cross-section value of coherent J/ψ -meson photoproduction in ultraperipheral proton-proton collisions at Large Hadron Collider has been evaluated.

ULTRAPERIPHERAL COLLISIONS, PHOTOPRODUCTION, J/Ψ -MESON.

В настоящее время экспериментальное исследование процессов фоторождения векторных мезонов на протонных и ядерных мишенях при высоких энергиях возможно только в ультрапериферических столкновениях (УПС) протонов и ядер на Большом адронном коллайдере (БАК).

Ультрапериферическими называются столкновения, происходящие на расстояниях, превышающих сумму радиусов сталкивающихся частиц, где сильные взаимодействия подавлены по сравнению с электромагнитными. Поэтому взаимодействие частиц происходит через окружающие их потоки эквивалентных фотонов.

Протон испускает эквивалентные фото-

ны когерентно, при этом длина волны фотона превышает радиус протона R_p . В соответствии с принципом неопределенности, можно оценить верхний предел поперечного импульса фотона p_T , испущенного протоном:

$$p_T \leq \hbar c / R_p \approx 330 \text{ МэВ} / c.$$

В продольном направлении, в соответствии с преобразованием Лоренца, максимально возможный импульс фотона $\hbar c / R_p$ необходимо умножить на γ_L -фактор Лоренца протона, значение которого для энергий БАК составляет порядка нескольких тысяч [1]. С учетом γ_L -фактора значения импульса эквивалентных фотонов оказываются до-

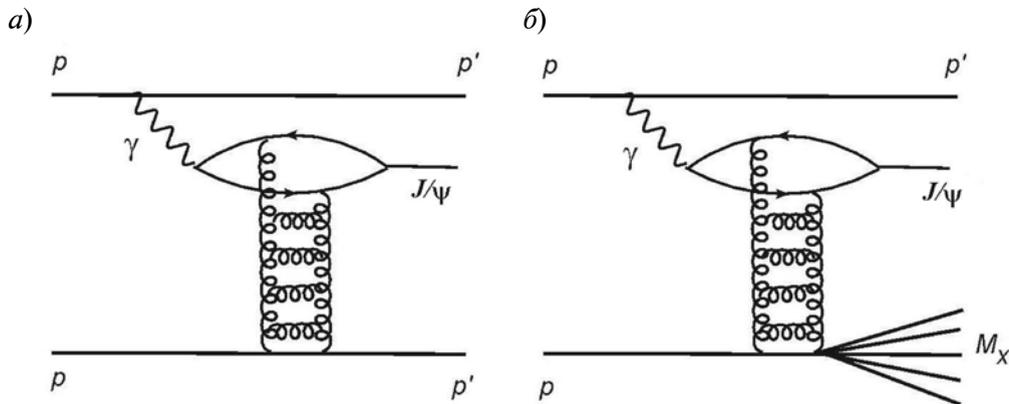


Рис. 1. Схематические диаграммы процессов фоторождения векторных мезонов (J/ψ) в ультрапериферических столкновениях (УПС) протонов: *а* – когерентное фоторождение, *б* – фоторождение при больших значениях t (сопровождается диссоциацией одного из протонов); M_X – инвариантная масса образовавшейся системы адронов

статочными для рождения векторных мезонов.

Использование метода эквивалентных фотонов [2] позволяет представить сечение когерентного фоторождения векторного мезона в УПС протонов в виде произведения потока эквивалентных фотонов, испускаемых одним из сталкивающихся протонов, и сечения когерентного фоторождения векторного мезона на втором протоне:

$$\frac{d\sigma_{p_1 p_2 \rightarrow p_1 V p_2}}{dt dy} = \frac{dN_{\gamma/p_1}(y)}{dy} \cdot \frac{d\sigma_{\gamma p_2 \rightarrow p_2 V}(y, t)}{dt} + \frac{dN_{\gamma/p_2}(-y)}{dy} \cdot \frac{d\sigma_{\gamma p_1 \rightarrow p_1 V}(-y, t)}{dt}, \quad (1)$$

где t , $(\text{ГэВ})^2$ – квадрат переданного импульса; y – быстрота образовавшегося векторного мезона V ; $[dN_{\gamma/p_i}(y)]/dy$ – поток эквивалентных фотонов, испускаемых одним из сталкивающихся протонов; $[d\sigma_{\gamma p_i \rightarrow p_i V}(y, t)]/dt$ – сечение когерентного фоторождения мезона на втором протоне.

Процесс когерентного фоторождения векторного мезона (J/ψ) в УПС протонов схематично изображен на рис. 1, *а*.

Появление двух слагаемых в выражении (1) связано с симметрией УПС на встречных пучках, поскольку фоторождение векторного мезона может произойти на каждом из сталкивающихся протонов. Правомерность факторизации сечения в виде (1) и возможность точного определения величины по-

токов эквивалентных фотонов [3] делают исследование УПС эффективным способом изучения процессов фоторождения.

Процесс фоторождения J/ψ -мезона (тяжелого кваркония) относится к жестким процессам, которые являются одним из основных источников информации о структуре частиц и динамике их взаимодействий на малых расстояниях. Жесткий масштаб обусловлен большой массой J/ψ -мезона ($\sim 3 \text{ ГэВ}/c^2$), достаточной для применения теории возмущений квантовой хромодинамики (КХД) при расчете сечений эксклюзивного фоторождения тяжелых кваркониев при высоких энергиях. В лидирующем порядке теории возмущений КХД сечение фоторождения J/ψ -мезона на протоне пропорционально квадрату глюонной плотности [4]. Таким образом, анализ сечений фоторождения J/ψ позволяет исследовать непосредственно поведение глюонной плотности в протоне [5]. Распределение глюонных плотностей в нуклонах и ядрах является одним из ключевых параметров в формировании экстремальных состояний материи при высоких температурах.

Механизмы и вероятности процессов фоторождения векторных мезонов в УПС протонов и ядер были подробно исследованы в работах [5, 6]. Рассчитанная в работе [5] величина сечения когерентного фоторождения J/ψ -мезона в УПС протонов при энергии $\sqrt{S} = 7 \text{ ТэВ}$ с быстротой в диа-

пазоне $-4 < y < -2,5$ составляет примерно 7 нб.

При измерении сечений когерентного фоторождения J/ψ в условиях конкретных экспериментов на ускорителях частиц, необходимо учитывать источники фоновых процессов. Последние подразумевают все возможные способы рождения J/ψ , исключая когерентное фоторождение J/ψ -мезона.

В настоящей работе проанализированы два наиболее значимых фоновых процесса [1], вклад которых в величину сечения фоторождения J/ψ -мезона должен быть надежно оценен и учтен при обработке экспериментальных данных.

В качестве первого значимого фонового процесса в настоящей работе рассмотрено рождение J/ψ -мезонов в сильных взаимодействиях протонов.

Роль этого фонового процесса рассмотрена на примере эксперимента ALICE (A Large Ion Collider Experiment) на БАК. Эксперимент ALICE позволяет регистрировать J/ψ -мезоны по димюонному каналу распада с помощью мюонного спектрометра, перекрывающего диапазон псевдобыстрот

$$-4 < \eta < -2,5,$$

где $\eta = -\ln[\text{tg}(\theta / 2)]$ (θ – полярный угол) [7, 8].

Величина инклюзивного сечения рождения J/ψ -мезона в сильных взаимодействиях протонов в диапазоне быстрот мюонного спектрометра, измеренная в эксперименте ALICE, составляет приблизительно 6,31 мкб [9], что значительно больше величины сечения когерентного фоторождения J/ψ . Для исключения фоновых событий рождения J/ψ -мезона в сильных взаимодействиях протонов необходимо на этапе анализа экспериментальных данных наложить дополнительные ограничения на характеристики частиц, рожденных в столкновениях протонов.

Такие ограничения в настоящей работе были получены следующим путем. С помощью генератора событий PYTHIA [10], позволяющего на основании метода Монте-Карло моделировать процессы столкновения элементарных частиц при

высоких энергиях, были смоделированы события рождения J/ψ -мезонов в сильных взаимодействиях протонов. В результате моделирования были получены множественности частиц в каждом столкновении, углы вылета и энергии частиц.

Процессы когерентного фоторождения векторных мезонов характеризуются небольшими значениями переданного импульса $|t| \ll 1$ (ГэВ)²/c², и диссоциации взаимодействующих протонов не происходит. Поэтому в когерентном фоторождении J/ψ образуется только один мезон и нет других частиц. Для учета подобной специфики когерентных процессов фоторождения необходимо отбирать события с рождением J/ψ -мезона только в том случае, когда сигналы заряженных и нейтральных частиц отсутствуют в детекторной системе, то есть рассматривать в качестве фоновых только случаи рождения одиночных J/ψ в сильных взаимодействиях. Это дает возможность получить оценку величины сечения рождения фоновых J/ψ в сильных взаимодействиях на уровне около 10 нб, что уже сопоставимо с величиной исследуемого сечения когерентного фоторождения J/ψ -мезонов.

Величина вклада фоновых J/ψ , рожденных в сильных взаимодействиях, в когерентное фоторождение J/ψ -мезонов может быть дополнительно уменьшена, если принять во внимание описанное далее обстоятельство. На рис. 2 представлено полученное в данной работе импульсное распределе-

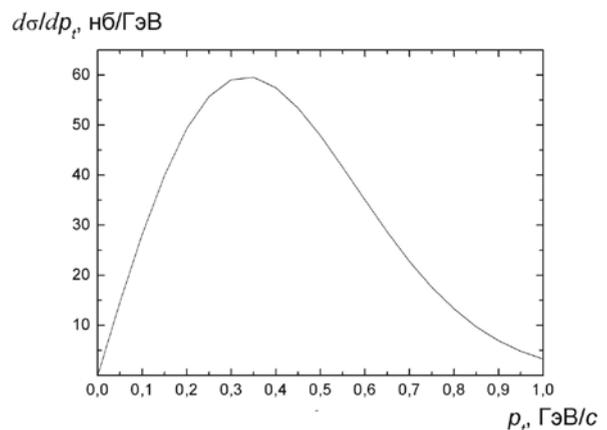


Рис. 2. Распределение по поперечному импульсу J/ψ -мезонов, рожденных в УПС протонов (энергия $\sqrt{S} = 7$ ТэВ)

ние J/ψ , рожденных когерентно в ультрапериферических столкновениях протонов. Из рисунка видно, что большая часть когерентно рожденных J/ψ -мезонов обладает поперечным импульсом $p_t < 1$ ГэВ/с. Поэтому если наложить это ограничение на величину поперечного импульса J/ψ -мезонов, рожденных в сильных взаимодействиях, то это приведет к дополнительному снижению величины сечения фонового процесса.

Таким образом, рассчитанный вклад фонового процесса рождения J/ψ -мезонов в сильных взаимодействиях протонов в величину сечения когерентно рожденного J/ψ -мезона в УПС протонов, при учете всех вышеперечисленных критериев отбора событий, составляет порядка 10 % от 7 нб.

Вторым фоновым процессом, требующим учета, является фоторождение J/ψ -мезонов в УПС, сопровождающееся дифракционной диссоциацией мишени.

Если переданный мишени импульс $|t|^{1/2}$ велик, то фоторождение векторного мезона в ультрапериферических столкновениях протонов может сопровождаться дифракционной диссоциацией мишени с образованием струи адронов. Такой дифракционный процесс фоторождения векторного мезона схематично изображен на рис. 1, б. При этом в конечном состоянии ультрапериферического взаимодействия будут наблюдаться: исходный протон, испустивший поток эквивалентных фотонов; рожденный векторный мезон; струя адронов, образованная при диссоциации протона (M_x – инвариантная масса образовавшейся системы адронов).

Хотя дифракционные процессы фоторождения векторных мезонов сами по себе несут важную информацию о динамике сильных взаимодействий, а при высоких энергиях и при наличии достаточной статистики их можно использовать для получения сведений о глюонных распределениях внутри нуклона в области малых значений x (доля импульса протона, переносимая глюоном) [5], все же в нашем случае они являются фоновыми и дают дополнительный вклад в исследуемое сечение когерентного фоторождения векторного мезона.

Если образовавшаяся при диссоциации протона струя адронов M_x обладает значениями псевдобыстрот из диапазонов $5,1 < \eta < 8,6$ и $-8,6 < \eta < -3,7$, то в условиях эксперимента ALICE заряженные вторичные частицы M_x зарегистрированы не будут. Другими словами, это событие будет зарегистрировано так же, как событие когерентного фоторождения J/ψ -мезона, и будет являться источником погрешности. Для учета этого эффекта в настоящей работе были рассчитаны величины сечений рождения J/ψ -мезонов в УПС протонов, сопровождающиеся диссоциацией протона, при условии, что рожденная струя адронов не будет зарегистрирована в детекторах ALICE.

Процессы фоторождения J/ψ , сопровождающиеся диссоциацией протона, характеризуются большими, достаточными для диссоциации протона, значениями переданного импульса, в отличие от процессов когерентного фоторождения J/ψ , когда t имеет значение, близкое к нулю. В рамках подхода, описанного в работе [5], сечения фоторождения J/ψ -мезонов, сопровождающегося диссоциацией протона, не могут быть

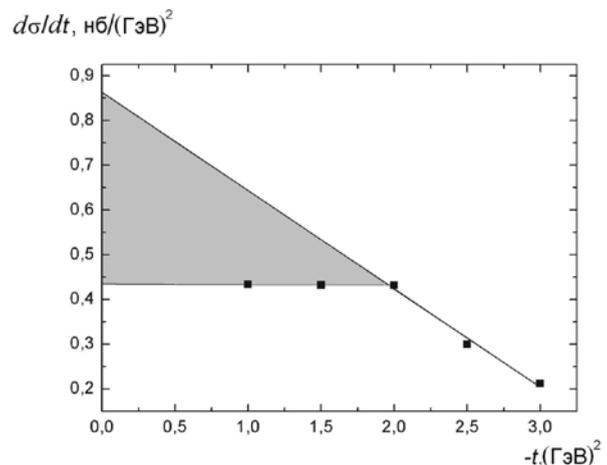


Рис. 3. Зависимость сечения фоторождения J/ψ -мезонов в УПС протонов, сопровождающегося диссоциацией протона (см. рис. 1, б), от квадрата переданного импульса (для случая, когда J/ψ обладает псевдобыстротой диапазона $-4 < \eta < -2,5$). Точками отмечены рассчитанные величины сечения при энергии $\sqrt{S} = 7$ ТэВ в рамках подхода из работы [5]; затемненная область – возможные значения сечения при $|t| < 2$ ГэВ



надежно рассчитаны для значений квадрата переданного импульса $|t| < 2$ (ГэВ)². Однако для оценки вклада этого фонового процесса в величину сечения когерентного фоторождения J/ψ необходимо знать величину сечения фонового процесса именно при значениях t , близких к нулевым.

На рис. 3 точками отмечены значения сечений фоторождения J/ψ -мезонов, вычисленные для разных значений t в рамках подхода, принятого в работе [5]. Видно, что в области $|t| < 2$ (ГэВ)² сечение фоторождения практически не зависит от величины t , а с ростом $|t|$ наблюдается спад зависимости сечения от квадрата переданного импульса. Для оценки данного значения сечения была проведена экстраполяция зависимости, приведенной на рис. 3, в область t , примерно равную нулю. Затемненная область на рис. 3 ограничивает диапазон возможных значений сечения фоторождения J/ψ при $|t| < 2$ (ГэВ)². Оцененная таким образом возможная величина сечения дифракционного рождения J/ψ -мезона при значениях t , близких к нулю, лежит в диапазоне примерно от 0,45 до 0,90 нб. Это дает вклад около 5 – 15 % в величину сечения когерентного фоторождения J/ψ -мезона в УПС протонов [5].

Проведенные в данной работе исследования показали, что в условиях эксперимента ALICE вклад фонового процесса дифракционного фоторождения векторного мезона, сопровождающегося дифракционной диссоциацией мишени, в величину сечения когерентного фоторождения векторного мезона составляет около 5 – 15 %. Вклад фонового процесса рождения J/ψ -мезона в сильных взаимодействиях протонов составляет порядка 10 %. Таким образом, суммарный вклад рассмотренных фоновых процессов может достигать 25 %. Это необходимо учитывать на этапе обработки экспериментальных данных для правильной оценки величины сечения когерентного фоторождения J/ψ -мезона в УПС протонов.

Авторы выражают глубокую благодарность М.Б. Жалову, ведущему научному сотруднику отделения физики высоких энергий Петербургского института ядерной физики им. Б.П. Константинова, за обсуждение рассмотренных в статье вопросов.

Работа поддержана в рамках федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Baltz A.J., Baur G., d'Enterria D., Frankfurt L., Gelis F., Guzey V., Hencken K., Kharlov Yu., Klasen M., Klein S. R., Nikulin V., Nystrand J., Pshenichnov I.A., Sadovsky S., Scapparone E., Seger J., Strikman M., Tverskoy M., Vogt R., White S.N., Wiedemann U.A., Yepes P., Zhalov M. The physics of ultraperipheral collisions at the LHC // *Phys. Rep.* 2008. Vol. 458. P. 1–171.
2. Williams E.J. Nature of the high energy particle of penetrating radiation and status of ionization and radiation formulae // *Phys. Rev.* 1934. Vol. 45. P. 729–730.
3. Drees M., Zeppenfeld D. Production of supersymmetric particles in elastic ep collisions // *Phys. Rev. D.* 1989. Vol. 39. № 9. P. 252–253.
4. Ryskin M.G. Diffractive J/ψ electroproduction in LLA QCD // *Z. Phys. C.* 1993. Vol. 57. P. 89–92.
5. Rebyakova V., Strikman M., Zhalov M. LHC potential for study of the small x gluon physics in ultraperipheral collisions of 3.5 TeV protons // *Phys. Rev. D.* 2010. Vol. 81. № 3. P. 125–130.
6. Rebyakova V., Strikman M., Zhalov M. Coherent ρ and J/ψ photoproduction in ultraperipheral processes with electromagnetic dissociation of heavy ions at RHIC and LHC // *Phys. Lett. B.* 2012. Vol. 710. № 4–5. P. 647–653.
7. ALICE Collaboration. ALICE: Physics Performance Report, Vol. I // *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* 2004. Vol. 30. P. 1517–1763.
8. ALICE Collaboration. ALICE: Physics Performance Report, Vol. II // *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* 2006. Vol. 32. P. 1295–2040.
9. ALICE Collaboration. Rapidity and transverse momentum dependence of inclusive J/ψ production in pp collisions at $\sqrt{S} = 7$ TeV // Режим доступа: arXiv: 1105.0380v2 [hep-ex]. 2011.
10. Sjostrand T., Lonnblad L., Mrenna S., Skands P. PYTHIA 6.3 Physics and Manual // Режим доступа: arXiv: hep-ph/0308153. 2003.
11. Bartels J., Forshaw J.R., Lotter H., Wusthoff M. Diffractive production of vector mesons at large t // *Phys. Lett. B.* 1996. Vol. 375. P. 301–309.

REFERENCES

1. Baltz A.J., Baur G., d'Enterria D., Frankfurt L., Gelis F., Guzey V., Hencken K., Kharlov Yu., Klasen M., Klein S.R., Nikulin V., Nystrand J., Pshenichnov I.A., Sadovsky S., Scapparone E., Seger J., Strikman M., Tverskoy M., Vogt R., White S.N., Wiedemann U.A., Yepes P., Zhalov M. The physics of ultraperipheral collisions at the LHC. *Phys. Rep.*, 2008, Vol. 458, pp. 1–171.
2. Williams E.J. Nature of the high energy particle of penetrating radiation and status of ionization and radiation formulae. *Phys. Rev.*, 1934, Vol. 45, pp. 729–730.
3. Drees M., Zeppenfeld D. Production of supersymmetric particles in elastic ep collisions. *Phys. Rev. D*, 1989, Vol. 39, No. 9, pp. 252–253.
4. Ryskin M.G. Diffractive J/ψ electroproduction in LLA QCD. *Z. Phys. C*, 1993, Vol. 57, pp. 89–92.
5. Rebyakova V., Strikman M., Zhalov M. LHC potential for study of the small x gluon physics in ultraperipheral collisions of 3.5 TeV protons. *Phys. Rev. D*, 2010, Vol. 81, No. 3, pp. 125–130.
6. Rebyakova V., Strikman M., Zhalov M. Coherent ρ and J/ψ photoproduction in ultraperipheral processes with electromagnetic dissociation of heavy ions at RHIC and LHC. *Phys. Lett. B*, 2012, Vol. 710, No. 4–5, pp. 647–653.
7. ALICE Collaboration. ALICE: Physics Performance Report, Vol. I. *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, 2004, Vol. 30, pp. 1517–1763.
8. ALICE Collaboration. ALICE: Physics Performance Report, Vol. II. *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, 2006, Vol. 32, pp. 1295–2040.
9. ALICE Collaboration. Rapidity and transverse momentum dependence of inclusive J/ψ production in pp collisions at $\sqrt{S} = 7$ TeV. Available at: arXiv: 1105.0380v2 [hep-ex]. 2011.
10. Sjostrand T., Lonnblad L., Mrenna S., Skands P. PYTHIA 6.3 Physics and Manual. Available at: arXiv: hep-ph/0308153. 2003.
11. Bartels J., Forshaw J.R., Lotter H., Wusthoff M. Diffractive production of vector mesons at large t . *Phys. Lett. B*, 1996, Vol. 375, pp. 301–309.

БЕРДНИКОВ Ярослав Александрович — доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой экспериментальной ядерной физики Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.
berdnikov@spbstu.ru

РЕБЯКОВА Виктория Александровна — кандидат физико-математических наук, инженер кафедры экспериментальной ядерной физики Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.
victoria.rebyakova@gmail.com

СПИРИН Денис Олегович — ассистент кафедры экспериментальной ядерной физики Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.
dspirin@phmf.spbstu.ru



УДК 539.125.17; 539.126.17

*А.Я. Бердников, А.В. Головин, Д.А. Иванищев,
Д.О. Котов, В.Г. Рябов, Ю.Г. Рябов*

ИЗМЕРЕНИЕ ФАКТОРОВ ЯДЕРНОЙ МОДИФИКАЦИИ ДЛЯ ЭЛЕКТРОНОВ ОТ ПОЛУЛЕПТОННЫХ РАСПАДОВ ЧАСТИЦ, СОДЕРЖАЩИХ ТЯЖЕЛЫЕ КВАРКИ

*A.Ya. Berdnikov¹, A.V. Golovin¹, D.A. Ivanishchev²,
D.O. Kotov¹, V.G. Ryabov², Yu.G. Ryabov²*

¹ St. Petersburg State Polytechnical University,
29 Politehnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia.

² B.P. Konstantinov Petersburg Nuclear Physics Institute,
Orlova Roscha, Gatchina, 188300, Russia

NUCLEAR MODIFICATION FACTORS FOR ELECTRONS FROM DECAYS OF PARTICLES CONTAINING HEAVY QUARKS

Представлены результаты измерения факторов ядерной модификации для электронов от полулептонных распадов частиц, содержащих тяжелые кварки. Использовались измерения, проведенные на спектрометре ФЕНИКС ускорителя RHIC в столкновениях протонов и ядер золота при энергии 200 ГэВ. Приведены сравнения полученных результатов с расчетами известных теоретических моделей.

КВАРК-ГЛЮОННАЯ ПЛАЗМА, МЕЗОНЫ, ТЯЖЕЛЫЕ КВАРКИ, АНАЛИЗ.

The nuclear modification factors for electrons from semi-leptonic decays of particles containing heavy quarks are presented. The results obtained in the PHENIX experiment at RHIC in $p + p$ and Au + Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. The comparison of the results with the calculations of the known theoretical models is shown.

QUARK-GLUON PLASMA, MESON, HEAVY QUARKS, ANALYSIS.

Исследование столкновений тяжелых релятивистских ядер относится к одному из приоритетных направлений в физике высоких энергий [1]. Квантовая хромодинамика – фундаментальная теория сильных взаимодействий предсказывает, что при температуре взаимодействующей системы около 170 МэВ должен происходить фазовый переход адронной материи в состояние со «свободными» кварками и глюонами. Подобное состояние материи принято называть кварк-глюонной плазмой. Условие экстремально высокой температуры взаимодействующей системы реализуется в столкновениях тяжелых ядер, обладающих большой энергией.

Основной целью программы исследований таких столкновений является поиск и изучение свойств нового состояния материи – кварк-глюонной плазмы.

Одним из наиболее выдающихся результатов, полученных всеми экспериментами на коллайдере RHIC, является наблюдение подавления выхода легких адронов с большим поперечным импульсом в центральных столкновениях ядер золота [2]. Поэтому исследование рождения тяжелых адронов, содержащих тяжелые кварки (b и c) служит важным инструментом для систематического изучения свойств кварк-глюонной плазмы. Практически все теоретические

модели предсказывали, что степень подавления выхода частиц, содержащих в своем составе тяжелые кварки, должна быть меньшей, по сравнению с легкими адронами. В силу ряда обстоятельств (конструкции спектрометров, недостаточные объемы накопленных данных и т. п.) эксперименты на коллайдере RHIC не позволяют выполнять прямые измерения рождения тяжелых кварков. Поэтому был предложен вариант косвенных измерений: через выходы электронов от полулептонных распадов частиц, содержащих тяжелые кварки.

Данная работа посвящена изучению факторов ядерной модификации подобных электронов в столкновениях ядер золота при энергии взаимодействия 200 ГэВ. Все результаты, представленные в настоящей статье, получены в эксперименте ФЕНИКС [3] на коллайдере RHIC [4].

Факторы ядерной модификации

В основе результатов, представленных в данной статье, лежат измерения выходов нефотонных электронов, полученных ранее для $(p + p)$ - [5] и $(Au + Au)$ - [6] столкновений при энергии 200 ГэВ.

Жесткие рассеяния являются точечными процессами с характерным масштабом расстояний порядка $1/p_T$. Поэтому можно

предположить, что выход частицы в столкновениях ядер есть величина, пропорциональная произведению выхода частицы в $(p + p)$ -столкновениях и среднего числа парных неупругих нуклон-нуклонных столкновений $\langle N_{\text{столкн}} \rangle$. Коллективные ядерные эффекты в начальном или конечном состояниях могут нарушать данную пропорциональность. Обычно подобные нарушения изучаются с помощью параметра R_{AB} , получившего название фактора ядерной модификации и равного

$$R_{AB}(p_T, y) = \frac{1}{N_{\text{соб}}} \frac{d^2 N^{AB}}{dp_T dy} \frac{\langle N_{\text{столкн}} \rangle}{\sigma_{\text{неупр}}^{NN}} \frac{d^2 \sigma^{NN}}{dp_T dy},$$

где $\frac{1}{\sigma_{\text{неупр}}^{NN}} \frac{d^2 \sigma^{NN}}{dp_T dy}$, $\frac{d^2 N^{AB}}{dp_T dy}$ – выходы частиц, измеренные в элементарных нуклон-нуклонных и $(A + B)$ -взаимодействиях.

В условиях отсутствия коллективных эффектов $(A + A)$ -взаимодействия представляют собой суперпозицию нуклон-нуклонных столкновений и параметр R_{AB} равен единице. Основными эффектами начального состояния являются эффект Кренина и модификации функций распределе-

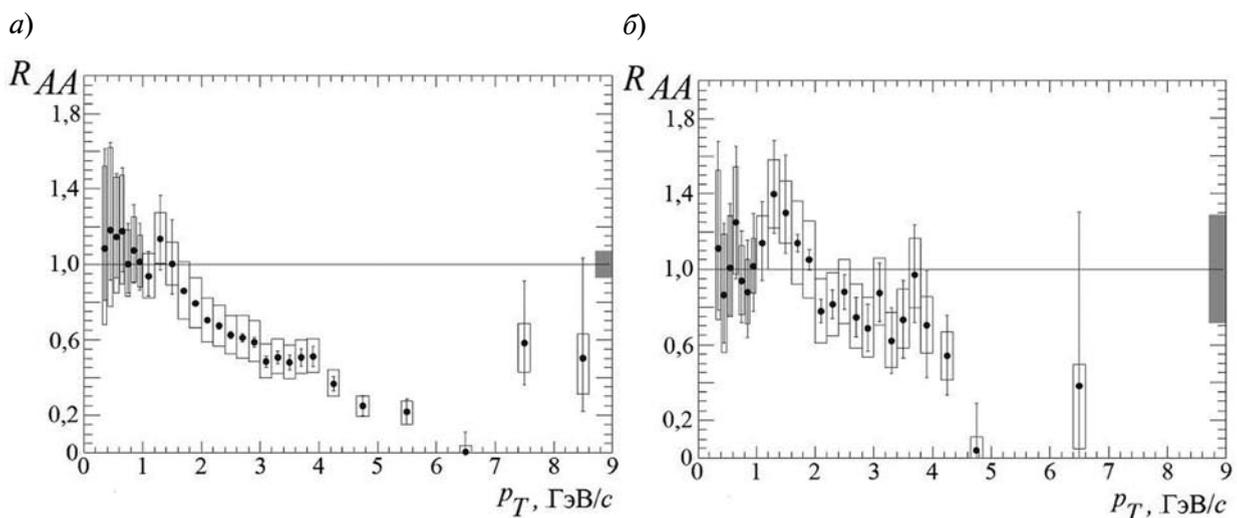


Рис. 1. Зависимости от поперечного импульса измеренных факторов ядерной модификации для электронов, образованных в результате полулептонных распадов частиц, содержащих тяжелые кварки, для двух центральностей столкновений ядер золота: 0 – 10 % (а) и 60 – 92 % (б). Вертикальные «усы» и прямоугольники вокруг символов соответствуют статистическим и систематическим ошибкам измерений

ния партонов в ядре. Возможные эффекты конечного состояния могут быть связаны с образованием определенной среды в столкновениях тяжелых релятивистских ядер.

На рис. 1 представлены результаты измерения факторов ядерной модификации для электронов от полупертоновых распадов частиц, содержащих тяжелые кварки. Результаты показаны для двух классов событий по центральности.

В случае периферийных (Au + Au)-взаимодействий фактор близок к единице (рис. 1, б), свидетельствуя об отсутствии сильных коллективных эффектов, оказывающих влияние на рождение частиц. В центральных (Au + Au)-столкновениях выход электронов подавлен в 2 – 5 раз (рис. 1, а), что говорит об очень большой плотности среды, созданной в этих столкновениях. Полученные результаты не согласуются с теоретическими предсказаниями, согласно которым основные потери энергии тяжелых кварков в новой среде будут определяться излучением глюонов (тормозное излучение). На рис. 2, а показано сравнение измеренного фактора ядерной модифика-

ции с предсказаниями, сделанными в статье [7] для электронов, образовавшихся в результате распада *B* и *D*-мезонов (затухающая область 1 на рис. 2). Хорошо наблюдается несоответствие между теоретическими и экспериментальными результатами. Толстой пунктирной линией 3 показаны расчеты, учитывающие не только радиационные потери энергии, но и потери на рассеяние [8]. Тонкая пунктирная линия 4 соответствует электронам, образовавшимся в результате распада *D*-мезона. Модели с учетом потерь энергии на рассеяние демонстрируют более хорошее согласие с экспериментальными данными (в пределах ошибок измерений).

В статье [9] была специально разработана теоретическая транспортная модель для тяжелых кварков, которая описывает экспериментальную степень подавления выхода электронов (см. рис. 2, б, пунктирные линии). Но, как оказалось, эта модель не может описать эллиптический поток для таких электронов (рис. 2, в, пунктирные линии). На той же основе была построена еще одна теоретическая модель [10, 11],

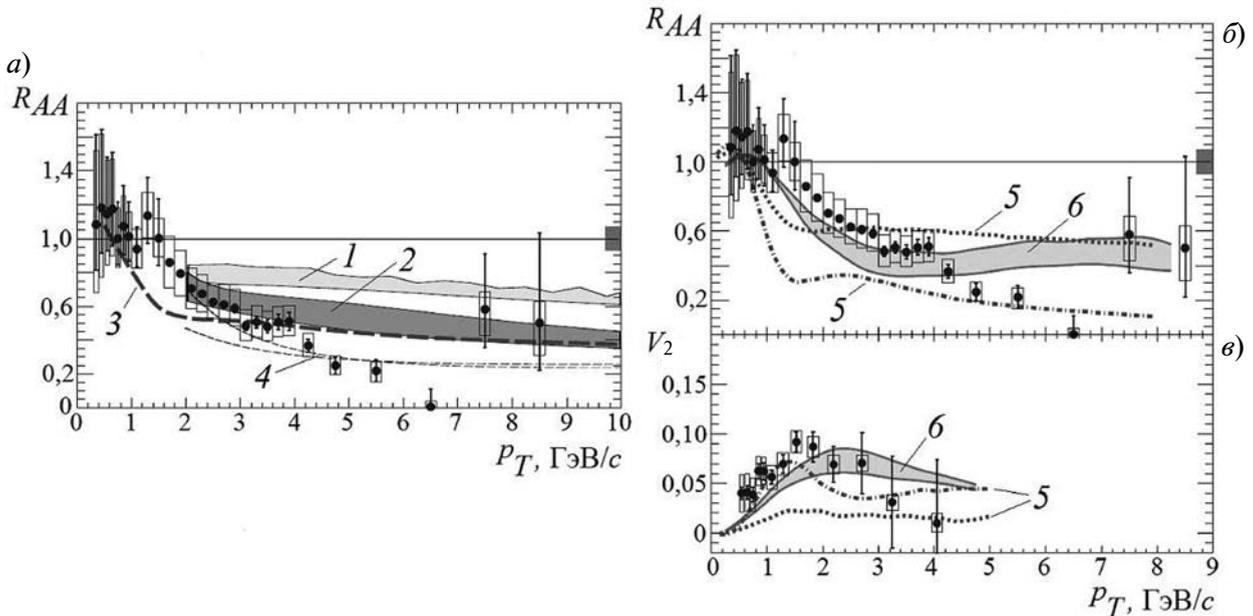


Рис. 2. Сравнение измеренных (символы) и теоретически предсказанных с помощью разных моделей (линии и затухающие области) зависимостей от поперечного импульса факторов ядерной модификации (а, б) и эллиптического потока (в) для электронов, образованных от распада полупертоновых частиц, содержащих тяжелые кварки. Энергия взаимодействия ядер золота – 200 ГэВ. Линии и области 1 – 5 соответствуют расчетам, опубликованным в работах [7 – 9], 6 – в работах [10, 11] (см. пояснения в тексте)

согласно которой для упругого рассеяния учтено резонансное возбужденное состояние тяжелых кварков в среде. Вычисления на решетке дают теоретические свидетельства существования такого возбужденного состояния. Вычисления в рамках этой модели смогли описать как эффект сильного подавления выхода электронов, так и азимутальную анизотропию (см. рис. 2, б, в, затухающие области).

Таким образом, результаты, представленные в настоящей статье, дают воз-

можность детально изучить явление подавления тяжелых кварков в центральных столкновениях тяжелых ядер при энергии 200 ГэВ и позволяют продолжить изучение фундаментальных свойств ядерной материи в условиях экстремально высоких плотностей энергии, превышающих критическую плотность перехода в кварк-глюонную плазму.

Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, Соглашение 14.В37.21.1300.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Adcox K., Aidala C., Riabov V., Riabov Y., Berdnikov Y. et al. (Phenix Collaboration). Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus-nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX Collaboration // Nuclear Physics A. 2005. Vol. 757. P. 184–310.

2. Adcox K., Aidala C., Riabov V., Riabov Y., Berdnikov Y. et al. (Phenix Collaboration). Suppression of hadrons with large transverse momentum in central Au + Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 130$ GeV // Physical Review Letters. 2002. Vol. 88. P. 022301–022307.

3. Adcox K., Aidala C., Riabov V., Riabov Y., Berdnikov Y. et al. (Phenix Collaboration). PHENIX detector overview // Nucl. Instrum. Meth. A. 2003. Vol. 499. P. 469–479.

4. Barton D.S. Heavy ion program at BNL: AGS, RHIC // Preprint BNL.1987. Vol. 39493. P. 10–20.

5. Бердников А.Я., Головин А.В., Иванищев Д.А., Котов Д.О., Рябов В.Г., Рябов Ю.Г. Выход электронов от полупертоновых распадов частиц, содержащих тяжелые кварки, в протон-протонных столкновениях при энергии 200 ГэВ // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2013. № 1 (165). С. 159–163.

6. Бердников А.Я., Головин А.В., Иванищев Д.А., Котов Д.О., Рябов В.Г., Рябов Ю.Г. Измерение выходов частиц, содержащих тяжелые кварки, в столкновениях ядер золота при энергии 200 ГэВ // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2013. № 2 (170). С. 171–175.

7. Wicks S., Horowitz W., Djorjevic M., Gyulassy M. Elastic, inelastic and path length fluctuations in jet tomography // Nuclear Physics A. 2007. Vol. 784. P. 426–442.

8. Armesto N., Cacciari M., Dainese A., Salgato C.A., Wiedemann U.A. How sensitive are high- p_T electron spectra at RHIC to heavy quark energy loss? // Physics Letter B. 2006. Vol. 637. P. 362–366.

9. Moore G.D., Teaney D. How much do heavy quarks thermalize in a heavy ion collision? // Physical Review C. 2005. Vol. 71. P. 064904–064938.

10. van Hees H., Greco V., Rapp R. Heavy-quark probes of the quark-gluon plasma and interpretation of recent data taken at the BNL Relativistic heavy ion collider // Physical Review C. 2006. Vol. 73. P. 034913–034917.

11. van Hees H., Mannarelli M., Greco V., Rapp R. Nonperturbative heavy-quark diffusion in the quark-gluon plasma // Physical Review Letters. 2008. Vol. 100. P. 192301–192305.

REFERENCES

1. Adcox K., Aidala C., Riabov V., Riabov Y., Berdnikov Y. et al. (Phenix Collaboration). Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus-nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX Collaboration. Nuclear Physics A. 2005. Vol. 757. P. 184–310.

2. Adcox K., Aidala C., Riabov V., Riabov Y., Berdnikov Y. et al. (Phenix Collaboration). Suppression of hadrons with large transverse momentum in central Au + Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 130$ GeV. Physical Review Letters.

2002. Vol. 88. P. 022301–022307.

3. Adcox K., Aidala C., Riabov V., Riabov Y., Berdnikov Y. et al. (Phenix Collaboration). PHENIX detector overview. Nucl. Instrum. Meth. A. 2003. Vol. 499. P. 469–479.

4. Barton D.S. Heavy ion program at BNL: AGS, RHIC. Preprint BNL.1987. Vol. 39493. P. 10–20.

5. Berdnikov A.Ya., Golovin A.V., Ivanishchev D.A., Kotov D.O., Riabov V.G., Riabov Yu.G. Vыход электронов от полупертоновых распадов



chastits, sodержashchikh tiazhelye kvarki, v proton-protonnykh stolknoveniiakh pri energii 200 GeV. St. Petersburg State Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics, 2013, No. 1(165), pp. 159–163. (rus)

6. **Berdnikov A.Ya., Golovin A.V., Ivanishchev D.A., Kotov D.O., Riabov V.G., Riabov Yu.G.** Izmerenie vykhodov chastits, sodержashchikh tiazhelye kvarki, v stolknoveniiakh iader zolota pri energii 200 GeV. St. Petersburg State Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics, 2013. No. 2 (170), pp. 171–175. (rus)

7. **Wicks S., Horowitz W., Djorjevic M., Gyulassy M.** Elastic, inelastic and path length fluctuations in jet tomography. Nuclear Physics A. 2007. Vol. 784. P. 426–442.

8. **Armesto N., Cacciari M., Dainese A., Salgato C.A., Wiedemann U.A.** How sensitive are high- p_T electron spectra at RHIC to heavy quark energy loss?. Physics Letter B. 2006. Vol. 637. P. 362–366.

9. **Moore G.D., Teaney D.** How much do heavy quarks thermalize in a heavy ion collision? Physical Review C. 2005. Vol. 71. P. 064904–064938.

10. **van Hees H., Greco V., Rapp R.** Heavy-quark probes of the quark-gluon plasma and interpretation of recent data taken at the BNL Relativistic heavy ion collider. Physical Review C. 2006. Vol. 73. P. 034913–034917.

11. **van Hees H., Mannarelli M., Greco V., Rapp R.** Nonperturbative heavy-quark diffusion in the quark-gluon plasma. Physical Review Letters. 2008. Vol. 100. P. 192301–192305.

БЕРДНИКОВ Александр Ярославич — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры экспериментальной ядерной физики Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
berdnikov@spbstu.ru

ГОЛОВИН Алексей Владиславович — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры экспериментальной ядерной физики Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
algol61@mail.ru

ИВАНИЩЕВ Дмитрий Александрович — кандидат физико-математических наук, научный сотрудник лаборатории релятивистской ядерной физики отделения физики высоких энергий Петербургского института ядерной физики им. Б.П. Константинова.

188300, Ленинградская обл., г. Гатчина, Орлова роща
ivanishchev@gmail.com

КОТОВ Дмитрий Олегович — кандидат физико-математических наук, ассистент кафедры экспериментальной ядерной физики Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
dm_kotov@phmf.spbstu.ru

РЯБОВ Виктор Германович — доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории релятивистской ядерной физики отделения физики высоких энергий Петербургского института ядерной физики им. Б.П. Константинова.

188300, Ленинградская обл., г. Гатчина, Орлова роща
riabovvg@mail.pnpi.spb.ru

РЯБОВ Юрий Германович — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории релятивистской ядерной физики отделения физики высоких энергий Петербургского института ядерной физики им. Б.П. Константинова.

188300, Ленинградская обл., г. Гатчина, Орлова роща
riabovyg@mail.pnpi.spb.ru

УДК 303.733.33

О.И. Заяц

**ПРИМЕНЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ПУГАЧЁВА – СВЕШНИКОВА
К ИССЛЕДОВАНИЮ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ
СИСТЕМ, ЛИНЕЙНЫХ В ПОЛУПРОСТРАНСТВАХ**

O.I. Zayats

St. Petersburg State Polytechnical University,
29 Politekhnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

**ANALYSIS OF PIECEWISE LINEAR STOCHASTIC SYSTEMS
IN HALF-SPACES BY MEANS OF THE PUGACHEV–SVESHNIKOV EQUATION**

Предлагается аналитический метод получения распределения фазовых координат кусочно-линейных стохастических систем, линейных в полупространствах. Метод основан на решении уравнения Пугачёва – Свешникова для характеристической функции. Его решение сводится к решению параметрической краевой задачи Римана. В качестве примера решена задача Кренделла о вычислении вероятностных характеристик перемещения незакрепленного тела, помещенного на подвижное основание, совершающее случайные колебания. Рассматривается случай анизотропного вязкого трения. Исследуется асимптотика моментов перемещения.

НЕПРЕРЫВНЫЙ МАРКОВСКИЙ ПРОЦЕСС, УРАВНЕНИЕ ПУГАЧЁВА – СВЕШНИКОВА, КРАЕВАЯ ЗАДАЧА РИМАНА, СТОХАСТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА, ЗАДАЧА КРЕНДЕЛЛА, АНИЗОТРОПНОЕ ВЯЗКОЕ ТРЕНИЕ.

An analytic approach is presented to obtain a probability distribution function of the state-vector of piecewise linear systems which have two domains (half-spaces) of linearity. The approach is based on the use of the Pugachev – Sveshnikov equation for the characteristic function and its reduction to the parametric Riemann boundary value problem for half-planes. Crandall's problem for anisotropic viscosity friction is solved as an example of application of the derived theory. The displacement of a body, placed on a randomly oscillating foundation, is explored. And the asymptotical behaviour of the mathematical expectation of this body's displacement is obtained.

CONTINUOUS MARKOV PROCESS, PUGACHEV – SVESHNIKOV EQUATION, RIEMANN BOUNDARY VALUE PROBLEM, STOCHASTIC MECHANICS, CRANDALL'S PROBLEM, ANISOTROPIC VISCOUS FRICTION.

В реальных условиях динамические системы часто подвергаются воздействию нерегулярных, хаотически меняющихся, случайных возмущений. Стохастическими свойствами обладает, например, ряд типовых, широко распространенных механических воздействий естественного, природ-

ного происхождения: морское волнение, ветровая нагрузка, сейсмические воздействия, турбулентные пульсации атмосферы, микропрофиль автодорог. Случайные шумы и флуктуации появляются и во многих других прикладных задачах самого различного физического содержания.

Статистическое рассмотрение динамических систем вынуждает применять методы теории случайных функций. Ее математический аппарат хорошо разработан для линейных систем и включает такие классические разделы, как корреляционную и спектральную теорию, теорию выбросов, а также оптимальной фильтрации [1]. Между тем, реальные динамические системы, как правило, содержат те или иные нелинейности. Например, в механике характеристики упругих и диссипативных элементов (пружин и демпферов) можно считать линейными только в достаточно узком диапазоне входных воздействий. В экстремальных режимах эксплуатации (высокая загруженность, увеличение скоростей, передаваемой мощности и т. п.) гипотеза линейности нарушается.

Важным источником появления нелинейностей являются так называемые начальные несовершенства, которые возникают на этапе изготовления или сборки системы, причем даже в том случае, когда ее отдельно взятые элементы линейны. Примером могут служить предварительные натяжения или поджатия, зазоры, люфты, трещины, гистерезисность и подобные явления.

Основной аналитический метод исследования статистической динамики нелинейных систем основан на применении теории марковских процессов [2 – 4]. Этот метод приводит к некоторой задаче математической физики для уравнения Фоккера – Планка – Колмогорова (ФПК), задающего закон распределения фазовых координат динамической системы.

Для сколько-нибудь сложных нелинейных динамических систем найти точное решение уравнения ФПК обычно не удается, а вычислительные трудности при компьютерном решении порой сравнимы с аналитическими [2]. На практике инженеры и исследователи часто вынуждены довольствоваться приближенными методами. Наиболее употребителен из них метод статистической линеаризации (МСЛ) [3], основанный на линейной аппроксимации всех имеющихся в системе нелинейностей. МСЛ часто дает качественно верный ре-

зультат, однако строгие оценки его точности отсутствуют. Кроме того, встречаются задачи, в которых статистическая линеаризация приводит к аномально большой погрешности. Полной ясности в этом вопросе пока не достигнуто.

Начало применению уравнения ФПК к решению нелинейных стохастических задач было положено в середине прошлого века. Стимулом к этому послужило бурное развитие авиации, ракетной техники и космонавтики. Сразу же стало понятно, что построить точное аналитическое решение уравнения ФПК для нелинейных систем самого общего вида крайне затруднительно. Во-первых, не удавалось найти решение при произвольной форме нелинейностей (за исключением особых единичных случаев). Во-вторых, приходилось ограничиваться рассмотрением систем самой простой структуры, преимущественно младших порядков (не выше второго).

В связи с возникшими затруднениями появилась идея отказаться от рассмотрения наиболее общей формы нелинейностей и ограничиться таким более узким их классом, для которого уравнение ФПК стало бы аналитически разрешимым при произвольной структуре системы. Вместе с тем этот класс нелинейностей должен быть достаточно широким для удовлетворительной аппроксимации реальных нелинейностей с помощью функций, принадлежащих к данному классу. Такое упрощение задачи относится к вынужденным мерам и представляет определенный компромисс между общностью модели и возможностью ее детального аналитического изучения.

В 1950 – 1960-х гг. предпринимались попытки построения аналитического решения уравнения ФПК в классе кусочно-линейных систем. Этой задачей, в частности, активно занимался А.Н. Колмогоров и его ученики. По свидетельству Р.Л. Стратоновича [5], в многомерных кусочно-линейных стохастических задачах Колмогоров предложил переходить к уравнению для характеристической функции, причем высказал гипотезу, что это уравнение будет аналитически разрешимым. Стратонович пытался применить этот метод к решению

ряда стационарных задач диффузии, однако довести вычисления до конца ему не удалось.

В конце 1950-х гг. Колмогоров вернулся к данной проблематике и поставил задачу построения решения уравнения ФПК для кусочно-линейных систем перед своей аспиранткой Э.М. Хазен. Она опубликовала цикл статей [6 – 8], в которых использовался метод, аналогичный описанному Стратоновичем [5]. Найти аналитическое решение ей также не удалось, но был разработан приближенный метод, основанный на численном решении некоторой системы многомерных интегральных уравнений.

Точным решением уравнения ФПК в классе кусочно-линейных систем много занимался Т. Кохи. Совместно со своим аспирантом Дж. Динзом он построил первое известное аналитическое решение подобного рода задач [9], которое относится к простейшей системе первого порядка, включающей релейную нелинейность $\text{sign } x$. Впоследствии тем же методом, основанным на применении преобразования Лапласа, была решена аналогичная задача для произвольной кусочно-линейной системы первого порядка [10]. Обобщение метода [9, 10] на системы более высокого порядка затруднительно, так как он существенно использует тот факт, что получаемые изображения по Лапласу определяются обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Метод перехода от уравнения ФПК к уравнению для характеристической функции, который, как считал Колмогоров, способен дать даже аналитическое решение рассматриваемого класса задач, систематически разрабатывал В.С. Пугачёв. Еще в конце 1930-х гг. он получил общее уравнение для характеристической функции непрерывного марковского процесса, часто называемое уравнением Пугачёва, и пытался применять его в существенно нелинейных задачах, в том числе кусочно-линейных. Однако решить свое уравнение аналитически в классе кусочно-линейных систем Пугачёву не удалось [5]; более того, он высказал мнение, что такое решение вряд ли вообще возможно из-за сложно-

го аналитического вида самого уравнения. Поэтому Пугачёв и его ученики сосредоточили свое внимание на разработке приближенных методов решения уравнения Пугачёва. Результаты обширных многолетних исследований в этом направлении подытожены в монографиях [11, 12].

Уравнением Пугачёва заинтересовался А.А. Свешников. Он внимательно изучил его особенности для случая, когда нелинейность системы относится к так называемому релейному типу. Функция $\varphi(x)$ называется нелинейностью релейного типа, если существует такое $a \geq 0$, что при $|x| > a$ эта функция совпадает с релейной нелинейностью $\text{sign } x$, а при $|x| \leq a$ может быть произвольной. Свешников показал, что для систем релейного типа уравнение Пугачёва принимает вид сингулярного интегро-дифференциального уравнения и применил эту форму уравнения для его приближенного решения.

Автору настоящей статьи удалось показать, что уравнение Пугачёва – Свешникова в определенном классе систем, включающих нелинейности вида $\text{sign } x$, допускает не только приближенное, но и точное аналитическое решение [13]. Впоследствии этот результат был распространен и на некоторые системы, включающие нелинейности вида $|x|$ [14, 15]. В настоящей статье доказывается, что разработанная ранее теория сохраняет свою силу и для произвольных кусочно-линейных систем, линейных в двух полупространствах, дополняющих друг друга до полного пространства.

Постановка задачи для уравнения Пугачёва – Свешникова

Рассмотрим динамическую систему произвольного порядка n , фазовое пространство которой разделено заданной гиперплоскостью Γ на два полупространства, в каждом из которых уравнения движения линейны. Без ущерба для общности будем считать, что особая гиперплоскость Γ совпадает с одной из координатных гиперплоскостей, например той, на которой первая фазовая координата обращается в нуль. Уравнения движения такой системы имеют вид

$$\frac{d}{dx} \bar{U} = \bar{\varphi}(t, \bar{U}) + \Psi(t, \bar{U}) \bar{\xi}, \quad (1)$$

$$\bar{U}(0) = \bar{U}_0, \quad (2)$$

где \bar{U} – фазовый вектор, \bar{U}_0 – его начальное значение, $\bar{\xi}$ – стандартный (центрированный с единичной интенсивностью) гауссовский белый шум.

Вектор-функция $\bar{\varphi}$ является кусочно-линейной:

$$\bar{\varphi}(\tau, \bar{y}) = \begin{cases} -C^+(\tau) \bar{y} + \bar{d}^+(\tau), & y_1 > 0; \\ -C^-(\tau) \bar{y} + \bar{d}^-(\tau), & y_1 < 0, \end{cases} \quad (3)$$

а матрица интенсивностей шумов Ψ – кусочно-постоянной:

$$\Psi(\tau, \bar{y}) = \sqrt{2} \begin{cases} H^+(\tau), & y_1 > 0; \\ H^-(\tau), & y_1 < 0. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь C^\pm , H^\pm – произвольные матрицы, \bar{d}^\pm – произвольные векторы (допускается их зависимость от времени).

На особой гиперповерхности $y_1 = 0$ функции $\bar{\varphi}$ и Ψ доопределяются полусуммой своих предельных значений при $y_1 \rightarrow \pm 0$.

В частном случае, когда

$$C^+ = C^- = C, \bar{d}^+ = \bar{d}^- = \bar{d}, H^+ = H^- = H, \quad (5)$$

уравнения движения (1) принимают вид

$$\frac{d}{dt} \bar{U} + C \bar{U} + \bar{d} \text{sign } U_1 = \sqrt{2} H \bar{\xi}, \quad (6)$$

а описываемая ими динамическая система представляет собой частный случай релейных систем, разобранный в работе [13]. В настоящей статье мы откажемся от ограничений (5) и будем считать уравнения линейных подсистем совершенно произвольными.

Введем индикаторные функции числовых полуосей:

$$\chi^\pm(y) = \frac{1}{2} (1 \pm \text{sign } y). \quad (7)$$

С их помощью выражения (3) и (4) перепишем следующим образом:

$$\bar{\varphi} = -(C^+ \bar{y} + \bar{d}^+) \chi^+(y_1) + (C^- \bar{y} + \bar{d}^-) \chi^-(y_1), \quad (8)$$

$$\Psi = \sqrt{2} (H^+ \chi^+(y_1) + H^- \chi^-(y_1)). \quad (9)$$

Подстановка этих выражений в уравне-

ния движения (1) после несложных алгебраических преобразований дает равенство

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \bar{U} + (C_0 \bar{U} + \bar{d}_0) + (C_1 \bar{U} + \bar{d}_1) \text{sign } U_1 = \\ = \sqrt{2} (H_0 + H_1 \text{sign } U_1) \bar{\xi}, \end{aligned} \quad (10)$$

где введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} C_0 = \frac{C^+ + C^-}{2}, C_1 = \frac{C^+ - C^-}{2}; \\ \bar{d}_0 = \frac{\bar{d}^+ + \bar{d}^-}{2}, \bar{d}_1 = \frac{\bar{d}^+ - \bar{d}^-}{2}; \\ H_0 = \frac{H^+ + H^-}{2}, H_1 = \frac{H^+ - H^-}{2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Стохастическое дифференциальное уравнение (10) задает непрерывный марковский процесс. Согласно общей теории [16], его вектор сноса \bar{a} и матрица диффузии \mathbf{B} находятся по формулам

$$\bar{a}(\tau, \bar{y}) = -(C_0 \bar{y} + \bar{d}_0) - (C_1 \bar{y} + \bar{d}_1) \text{sign } y_1; \quad (12)$$

$$\mathbf{B}(\tau, \bar{y}) = B_0 + B_1 \text{sign } y_1, \quad (13)$$

$$B_0 = H^+ H^{+T} + H^- H^{-T}, \quad (14)$$

$$B_1 = H^+ H^{+T} - H^- H^{-T},$$

причем символ T означает транспонирование матрицы.

Если исследуемая кусочно-линейная система не сводится к линейной, т. е. уравнения линейных подсистем не совпадают, то на поверхности переключения $y_1 = 0$ компоненты вектора \bar{a} и элементы матрицы \mathbf{B} будут иметь разрывы. Из-за этого уравнение ФПК, в которое входят эти негладкие коэффициенты, теряет силу при $y_1 = 0$ и должно быть дополнено соответствующими условиями сопряжения [16]. В результате приходится одновременно решать две задачи для полупространств $y_1 > 0$ и $y_1 < 0$, связанные друг с другом через условия сопряжения. Решить такую задачу аналитически чрезвычайно сложно.

Вместо уравнения ФПК гораздо удобнее использовать уравнение Пугачёва. Оно задает характеристическую функцию процесса

$$E(\bar{z}; \tau) = M[e^{i\bar{z}^T \bar{U}(\tau)}] = \int_{\mathbb{R}^n} e^{i\bar{z}^T \bar{y}} f(\bar{y}; \tau) dV_y, \quad (15)$$

где $f(\bar{y}; \tau)$ – плотность вероятности, опре-

деляемая уравнением ФПК; $dV_y = dy_1 \cdot \dots \cdot dy_n$ — элемент объема n -мерного евклидова пространства \mathbb{R}^n .

В исходной форме, предложенной самим Пугачёвым [11, 12], его уравнение выглядело так:

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} = \int_{\mathbb{R}^n} e^{i\bar{z}^T \bar{y}} \Phi(\bar{z} | \bar{y}, \tau) f(\bar{y}; \tau) dV_y, \quad (16)$$

где Φ обозначает функцию Пугачёва и имеет вид

$$\Phi(\bar{z} | \bar{y}, \tau) = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta\tau} M[e^{i\bar{z}^T \Delta \bar{U}} - 1 | \bar{U}(\tau) = \bar{y}]. \quad (17)$$

Последняя, как показал Пугачёв, выражается в виде суммы линейной и квадратичной форм относительно компонент вектора \bar{z} :

$$\Phi(\bar{z} | \bar{y}, \tau) = i\bar{z}^T \bar{a}(\tau, \bar{y}) - \frac{1}{2} \bar{z}^T \mathbf{B}(\tau, \bar{y}) \bar{z}, \quad (18)$$

причем коэффициенты линейной формы являются компонентами вектора сноса \bar{a} , а квадратичной — элементами матрицы диффузии \mathbf{B} .

При подстановке выражений (12) и (13) в (18), после интегрирования по формуле (16), в правой части формулы (16) появляются интегралы четырех типов:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_{\mathbb{R}^n} e^{i\bar{z}^T \bar{y}} f(\bar{y}; \tau) dV_y, \\ I_2 &= \int_{\mathbb{R}^n} e^{i\bar{z}^T \bar{y}} \text{sign } y_1 f(\bar{y}; \tau) dV_y, \\ I_3 &= \int_{\mathbb{R}^n} e^{i\bar{z}^T \bar{y}} y_j f(\bar{y}; \tau) dV_y, \\ I_4 &= \int_{\mathbb{R}^n} e^{i\bar{z}^T \bar{y}} y_j \text{sign } y_1 f(\bar{y}; \tau) dV_y. \end{aligned} \quad (19)$$

Интеграл I_1 непосредственно совпадает с характеристической функцией (15), интегралы I_3, I_4 выражаются через производные по z_j от I_1 и I_2 , соответственно. Интеграл же I_2 преобразуется по методу А.А. Свешникова, обратившего внимание на связь I_2 и сингулярного интеграла с ядром Коши:

$$\begin{aligned} &\int_{\mathbb{R}^n} e^{i\bar{z}^T \bar{y}} i \text{sign } y_1 f(\bar{y}; \tau) dV_y = \\ &= \frac{1}{\pi} \text{v.p.} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{E(\bar{z}; \tau) |_{z_1=s}}{s - z_1} ds, \end{aligned} \quad (20)$$

где *v.p.* обозначает символ главного значения интеграла по Коши. Более подробное обоснование формулы (20) можно найти в [13].

Отметим, что правая часть равенства (20), а именно

$$\widehat{E}(\bar{z}; \tau) = \frac{1}{\pi} \text{v.p.} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{E(\bar{z}; \tau) |_{z_1=s}}{s - z_1} ds, \quad (21)$$

носит название интегрального преобразования Гильберта от функции E по аргументу z_1 [17].

Опуская несложные, но громоздкие алгебраические преобразования, приходим к следующему результирующему уравнению:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial E}{\partial \tau} + (\bar{z}^T C_0 \text{grad } E + (i\bar{z}^T \bar{d}_0 + \bar{z}^T B_0 \bar{z}) E) - \\ &- i(\bar{z}^T C_1 \text{grad } \widehat{E} + (i\bar{z}^T \bar{d}_1 + \bar{z}^T B_1 \bar{z}) \widehat{E}) = 0, \end{aligned} \quad (22)$$

где $\text{grad } E$ обозначает вектор градиента E по аргументам z_1, \dots, z_n .

Уравнение (22) носит название уравнения Пугачёва — Свешникова (далее в тексте — уравнение ПС). Ранее оно рассматривалось в работе [13] при дополнительных предположениях (5), отвечающих случаю релейной системы. В частном случае выполнения условий (5), согласно формулам (11) и (14), получаем $C_1 = 0$ и $B_1 = 0$, так что в уравнении отсутствовал $\text{grad } \widehat{E}$, а коэффициент при \widehat{E} являлся линейной, а не квадратичной функцией компонент вектора \bar{z} . Как будет показано далее, это отличие не влияет сколько-нибудь существенно на метод решения уравнения (22), который совершенно аналогичен использованному в работе [13]. В заключение данного раздела заметим, что уравнение (22) должно решаться при начальном условии

$$E |_{\tau=0} = E_0(\bar{z}), \quad (23)$$

где E_0 обозначает характеристическую функцию \bar{U}_0 .

Метод решения уравнения Пугачёва — Свешникова

Метод решения уравнения ПС для кусочно-линейных систем в своих главных и основных чертах повторяет таковой для случая нелинейности вида $\text{sign } x$, подробно

изложенный в работе [13]; данный метод затем нашел применение в целом ряде прикладных исследований (см., например, работы [14, 15]). Поэтому остановимся далее лишь на основных моментах, а внимание сконцентрируем на тех изменениях, которые появляются из-за обобщения формы нелинейностей. Суть предлагаемого метода заключается в сведении поставленной задачи к краевой задаче Римана теории функции комплексного переменного. Этот прием хорошо известен и подробно описан в литературе [17].

Введем интеграл типа Коши:

$$F(\zeta; \bar{z}', \tau) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{E(\bar{z}; \tau)}{z_1 - \zeta} dz_1 (\text{Im } \zeta \neq 0), \quad (24)$$

где вектор $\bar{z}' = (z_2, \dots, z_n)^T$ включает все компоненты вектора \bar{z} , начиная со второй, а ζ — комплексная переменная.

Предельные значения F при $\zeta \rightarrow z_1 \pm 0i$ обозначим, соответственно, через $F^+(z_1; \bar{z}', \tau)$ и $F^-(z_1; \bar{z}', \tau)$. Они удовлетворяют формулам Ю.В. Сохоцкого [17]:

$$\begin{aligned} F^+(z_1; \bar{z}', \tau) - F^-(z_1; \bar{z}', \tau) &= E(\bar{z}; \tau), \\ F^+(z_1; \bar{z}', \tau) + F^-(z_1; \bar{z}', \tau) &= -i\hat{E}(\bar{z}; \tau), \end{aligned} \quad (25)$$

где \hat{E} — преобразование Гильберта (21).

Выражая в уравнении ПС (22) неизвестное E и его преобразование Гильберта \hat{E} по формулам Сохоцкого, после перегруппировки слагаемых получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F^+}{\partial \tau} + \bar{z}^T (C_0 + C_1) \text{grad } F^+ + \\ + (i\bar{z}^T (\bar{d}_0 + \bar{d}_1) + \bar{z}^T (B_0 + B_1)\bar{z}) F^+ = \\ = \frac{\partial F^-}{\partial \tau} + \bar{z}^T (C_0 - C_1) \text{grad } F^- + \\ + (i\bar{z}^T (\bar{d}_0 - \bar{d}_1) + \bar{z}^T (B_0 - B_1)\bar{z}) F^-, \end{aligned} \quad (26)$$

или, учитывая выражения (11) и (14),

$$\begin{aligned} \frac{\partial F^+}{\partial \tau} + \bar{z}^T C^+ \text{grad } F^+ + \\ + (i\bar{z}^T \bar{d}^+ + \bar{z}^T H^+ H^{+T} \bar{z}) F^+ = \\ = \frac{\partial F^-}{\partial \tau} + \bar{z}^T C^- \text{grad } F^- + \\ + (i\bar{z}^T \bar{d}^- + \bar{z}^T H^- H^{-T} \bar{z}) F^-. \end{aligned} \quad (27)$$

Функция F^+ аналитична в верхней, а F^- — в нижней полуплоскости комплексного переменного z_1 , причем на границе этих полуплоскостей при $-\infty < z_1 < +\infty$ выполняются условия (27). Полученная краевая задача относится к классу задач Римана и отличается от типовых задач Римана [17] только наличием параметров \bar{z}', τ и присутствием в краевом условии (27) производных по этим параметрам.

При кажущейся сложности уравнения ПС (22), представляющего собой сингулярное интегро-дифференциальное уравнение, структура краевого условия (27) очень проста и наглядна: вторые слагаемые в обеих частях являются билинейными формами с матрицей C^\pm относительно компонент \bar{z} и $\text{grad } F^\pm$, а третьи слагаемые — суммой линейной формы (скалярного произведения \bar{z} на \bar{d}^\pm) и квадратичной формы с матрицей $H^\pm H^{\pm T}$. При этом в каждую часть краевого условия входят только коэффициенты соответствующей подсистемы. Краевая задача (27) сразу же легко записывается непосредственно по уравнениям движения.

Порядок интеграла типа Коши (24) относительно ζ при $\zeta \rightarrow \infty$ есть не выше минус первого. Поэтому применяя аналогично [13] обобщенную теорему Лиувилля [17], приходим к основному уравнению:

$$\frac{\partial F^\pm}{\partial \tau} + \bar{z}^T C^\pm \text{grad } F^\pm + (i\bar{z}^T \bar{d}^\pm + \bar{z}^T H^\pm H^{\pm T} \bar{z}) F^\pm = G_0(\bar{z}', \tau) + z_1 G_1(\bar{z}', \tau), \quad (28)$$

где G_0, G_1 — неизвестные функции, подлежащие определению.

Уравнение (28) фактически задает два уравнения (для F^+ и F^-). В коэффициентах берется индекс, совпадающий с индексом при F .

Правая часть уравнений (28) представляет линейную функцию от z_1 . Коэффициенты этой линейной зависимости выбираются так, чтобы F^+ была аналитична в верхней, а F^- — в нижней полуплоскости. Отметим, что функции G_0, G_1 — целые относительно компонент \bar{z}' [13].

Основное уравнение (28) нужно дополнить начальными условиями

$$F^\pm|_{\tau=0} = F_0^\pm(\bar{z}), \quad (29)$$

где F_0^\pm выражается либо через характеристическую функцию начального вектора по формулам Сохоцкого

$$F_0^\pm(\bar{z}) = \pm \frac{1}{2} E_0(\bar{z}) + \frac{1}{\pi i} \text{v.p.} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{E_0(\bar{z}; \tau) |_{z_1=s}}{s - z_1} ds, \quad (30)$$

либо через его плотность вероятности $f_0(\bar{y})$:

$$F_0^\pm(\bar{z}) = \int_{\mathbb{R}^n} e^{i\bar{z}^T \bar{y}} \frac{\text{sign } y_1 \pm 1}{2} f_0(\bar{y}) dV_{\bar{y}}. \quad (31)$$

Решение уравнения ПС (22) осуществляется в три этапа: определение неизвестных функций G_0 и G_1 ; решение основного уравнения (28); вычисление характеристической функции по первой формуле Сохоцкого.

Из этих трех этапов решения нестандартным является только первый. Он заключается в решении некоторой обратной задачи для уравнения (28). Нужно так подобрать правую часть этого уравнения, чтобы его решение обладало заданными свойствами аналитичности. Для случая кусочно-линейных систем решение этой задачи принципиально не отличается от случая, разобранный в [13]. В настоящее время известны несколько типов таких задач, допускающих аналитическое решение.

Допустим, что C^\pm , H^\pm и \bar{d}^\pm не зависят от времени. В работе [13] изучены три типа систем, допускающих аналитическое нахождение G_0 и G_1 . Системы нулевого типа характеризуются нулевой матрицей C , то есть уравнения движения не содержат членов, линейных относительно фазовых координат, а нелинейности являются кусочно-постоянными.

Для систем первого типа все ненулевые элементы C находятся в первом столбце, а уравнения движения содержат только члены, пропорциональные U_1 , и кусочно-постоянные нелинейности.

Второй тип означает, что все ненулевые элементы C сосредоточены в произвольном k -м столбце, причем $k \neq 1$. Ясно, что здесь в уравнения движения входит только фазовая координата U_k , а все остальные слагаемые кусочно-постоянны. Системы, не

сводящиеся ни к одному из перечисленных трех типов, относят к общему типу. Здесь матрица C содержит ненулевые элементы в двух и более столбцах.

В работе [13] изучались системы, для которых $C^+ = C^-$, то есть обе линейные подсистемы относились к одному типу. Для общих кусочно-линейных систем каждая подсистема может иметь свой тип, который будет определять конкретный вид уравнений, задающих функции G_0 и G_1 .

Пусть C^\pm , H^\pm и \bar{d}^\pm постоянны. Тогда удобно воспользоваться преобразованием Лапласа по τ . Обозначим аргумент преобразования через p , а изображение — той же буквой, что и оригиналы, но с волной сверху. Можно показать, что все эти преобразования существуют, по крайней мере, при $\text{Re } p > 0$.

Для систем нулевого типа непосредственно из основного уравнения (28) находим изображения \tilde{F}^+ и \tilde{F}^- , каждое из которых имеет по одному полюсу в обеих полуплоскостях. Приравнивая к нулю вычеты в полюсах, «запрещенных» условиями аналитичности \tilde{F}^\pm , получаем систему двух линейных уравнений для определения изображений \tilde{G}_0 и \tilde{G}_1 искомых функций.

В случае первого типа \tilde{F}^+ и \tilde{F}^- удовлетворяют линейным дифференциальным уравнениям первого порядка. Их решение аналитично в любой конечной части плоскости, но обе эти функции будут иметь особенности в бесконечно удаленной точке. Требуя, чтобы \tilde{F}^+ и \tilde{F}^- были аналитичны по z_1 в соответствующих расширенных полуплоскостях, вновь получаем линейную систему для определения изображений \tilde{G}_0 и \tilde{G}_1 .

Второй тип систем отличается более сложным методом определения G_j . Здесь оказывается, что \tilde{F}^+ и \tilde{F}^- мероморфны по z_1 и имеют бесконечное множество простых полюсов. Приравнивая к нулю вычеты \tilde{F}^\pm в «запрещенных» полюсах, приходим к некоторой интерполяционной задаче относительно аргументов \bar{z}' для функций G_0 и G_1 , являющихся, как отмечалось выше, целыми функциями этих аргументов. Пример решения такой задачи можно найти в работе [13].

Что касается систем общего типа, то для них основное уравнение (28) приводит уже не к обыкновенному дифференциальному уравнению (как при первом и втором типах системы), а к уравнению в частных производных первого порядка. Задача подбора правой части этого уравнения из условий аналитичности его решения в настоящее время изучена мало. Имеются лишь отдельные частные примеры, когда ее удается решить в замкнутом виде.

Выше шла речь о решении нестационарного уравнения ПС (22). Если в системе существует установившийся режим, то финальная характеристическая функция $E_\infty(\bar{z})$, отвечающая $\tau \rightarrow +\infty$, должна удовлетворять стационарному уравнению ПС, которое отличается от (22) отсутствием производной по τ . Это уравнение следует решать при условии нормировки $E_\infty(0) = 1$. Метод решения стационарного уравнения аналогичен описанному выше. Основное уравнение здесь отличается от (28) только отсутствием производной по τ и отсутствием зависимости решения от этого аргумента.

Далее рассмотрим конкретный пример исследования кусочно-линейной стохастической системы с помощью решения уравнения ПС.

Задача Кренделла для случая анизотропного вязкого трения

Рассмотрим в качестве примера нелинейную стохастическую задачу механики твердого тела, поставленную С. Кренделлом и подробно описанную нами в статье [15]. Имеется плоское горизонтальное основание; сверху на него помещено тело, способное скользить с трением вдоль основания. Сила трения зависит от скорости тела относительно основания, причем нелинейная характеристика силы трения задается. Основание приходит в движение, совершая продольные колебания по известному случайному закону. Требуется найти закон распределения относительного перемещения тела или хотя бы его моменты.

Сам С. Кренделл приближенно решил сформулированную задачу с помощью МСЛ для случая сухого трения, когда ускорение основания является процессом

белого шума. В работах [15, 14] построено точное решение уравнения ПС для случаев соответственно сухого и комбинированного трения. Найдем теперь аналогичное решение для анизотропного вязкого трения, когда сила сопротивления пропорциональна скорости, но коэффициент пропорциональности скачкообразно меняется при изменении направления движения.

Такая характеристика сил сопротивления реализуется, например, если тело закреплено на основании с помощью амортизатора, обладающего технологическим дефектом (неуравновешенностью, играющей роль начального несовершенства системы).

Уравнения относительного движения тела по отношению к основанию таковы:

$$\dot{V} = -\frac{\alpha}{m} V \varphi(V) + h \xi, \quad U = V, \quad (32)$$

где $V(t)$, $U(t)$ обозначают, соответственно, скорость и перемещение тела вдоль основания в момент t ; $\xi(t)$ — стандартный гауссовский белый шум; α — коэффициент вязкого трения, m — масса тела, h — интенсивность качания основания.

Кусочно-постоянная функция

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 - \varepsilon, & x > 0, \\ 1, & x \leq 0 \end{cases} \quad (33)$$

задает ослабление сопротивления амортизатора при его прямом ходе по сравнению с обратным. Безразмерный параметр $0 < \varepsilon < 1$ определяет относительное уменьшение силы сопротивления. Значение $\varepsilon = 0$ отвечает идеально симметричному, полностью уравновешенному демпферу, а $\varepsilon = 1$ — одностороннему демпферу, не сопротивляющемуся выдвиганию штока вперед.

В безразмерных переменных

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{\sqrt{2}}{h} \left(\frac{\alpha}{m} \right)^{1/2} V, \\ U_2 &= \frac{\sqrt{2}}{h} \left(\frac{\alpha}{m} \right)^{3/2} U, \quad \tau = \frac{\alpha}{m} t \end{aligned} \quad (34)$$

исходная система уравнений преобразуется к виду

$$\dot{U}_1 = -U_1 \varphi(U_1) + \sqrt{2} \xi, \quad \dot{U}_2 = U_1. \quad (35)$$

Далее введем векторный процесс

$$\bar{U}(\tau) = (U_1(\tau), U_2(\tau))^T$$

и поставим однородные начальные условия:

$$\bar{U}(0) = \bar{0}. \quad (36)$$

Система (35) имеет порядок $n = 2$ и линейна в полуплоскостях $U_1 > 0$ и $U_1 < 0$. Для нее $\bar{d}^+ = \bar{d}^- = \bar{0}, \bar{U}_0 = \bar{0}$, а матрицы линейной части и интенсивностей даются равенствами

$$C^+ = \begin{pmatrix} -(1+\varepsilon) & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, C^- = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (37)$$

$$H^+ = H^- = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Уравнение ПС (22) и начальное условие к нему (23) здесь выглядят так:

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} + z_1^2 E + \left[\left(1 - \frac{\varepsilon}{2} \right) z_1 - z_2 \right] \frac{\partial E}{\partial z_1} - \quad (38)$$

$$- \frac{\varepsilon z_1}{2\pi} v.p. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{E(\bar{z}; \tau) \Big|_{z_1=s}}{s - z_1} ds = 0,$$

$$E \Big|_{\tau=0} = 1. \quad (39)$$

Применяя описанный выше метод решения уравнения (38), введем интеграл типа Коши (24). Его краевые значения при $\tau > 0$ удовлетворяют основному уравнению:

$$\frac{\partial F^\pm}{\partial \tau} + z_1^2 F^\pm + \left[\left(1 - \left(\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right) \varepsilon \right) z_1 - z_2 \right] \frac{\partial F^\pm}{\partial z_1} = \quad (40)$$

$$= G_0(z_2; \tau) + z_1 G_1(z_2; \tau),$$

а при $\tau = 0$ – начальному условию

$$F^\pm \Big|_{\tau=0} = \pm \frac{1}{2}. \quad (41)$$

По классификации [13] система (35) относится к первому типу. Метод нахождения неизвестных функций G_0 и G_1 из условий аналитичности F^\pm для систем такого типа детально изложен в работе [14] и основан на применении преобразования Лапласа по τ . Обозначим аргумент преобразования через p , а сами изображения – той же буквой, что и оригиналы, но с волной сверху. Умножая обе части уравнения (40) на $e^{-p\tau}$ и интегрируя по всем $\tau > 0$, получим основ-

ное уравнение в изображениях:

$$\left[\left(1 - \left(\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right) \varepsilon \right) z_1 - z_2 \right] \frac{\partial \tilde{F}^\pm}{\partial z_1} + (z_1^2 + p) \tilde{F}^\pm = \quad (42)$$

$$= \tilde{G}_0(z_2; p) + z_1 \tilde{G}_1(z_2; p) \pm \frac{1}{2}.$$

Все фигурирующие в нем изображения существуют при $\text{Re } p > 0$ и являются целыми функциями z_2 , причем свойства аналитичности \tilde{F}^\pm по z_1 – такие же, как у F^\pm .

Упростим задачу, довольствуясь только получением моментов перемещения U_2 , а не его закона распределения. В такой ситуации можно ограничиться получением лишь конечного числа коэффициентов разложения неизвестных \tilde{G}_j в ряд по степеням z_2 :

$$\tilde{G}_j(z_2; p) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\tilde{G}_{j,k}(p) z_2^k}{k!}, \quad (j = 0, 1). \quad (43)$$

Положим

$$\tilde{F}^\pm(z_1; z_2, p) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\tilde{F}_k^\pm(z_1; p) z_2^k}{k!} \quad (44)$$

и подставим разложения (43) и (44) в уравнение (42). Приравнявая коэффициенты при равных степенях z_2 слева и справа, приходим к бесконечной системе уравнений:

$$\left[1 - \left(\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right) \varepsilon \right] z_1 \frac{\partial \tilde{F}_k^\pm}{\partial z_1} + (z_1^2 + p) \tilde{F}_k^\pm = \quad (45)$$

$$= \tilde{G}_{0,k} + z_1 \tilde{G}_{1,k} \pm \frac{1}{2} \delta_{k,0} + k \frac{\partial \tilde{F}_{k-1}^\pm}{\partial z_1},$$

где $k \geq 0$; $\delta_{i,j}$ – символ Кронекера; $\tilde{F}_k^\pm = 0$ при $k < 0$ по определению; неизвестные $\tilde{G}_{0,k}$, $\tilde{G}_{1,k}$ определяются условиями аналитичности \tilde{F}_k^\pm по аргументу z_1 .

Введем начальные моменты перемещения U_2 :

$$m_k(\tau) = M[U_2^k(\tau)] \quad (k \geq 1) \quad (46)$$

и их изображения по Лапласу $\tilde{m}_k(p)$. Ясно, что последние выражаются через изображение искомой характеристической функции путем дифференцирования:

$$\tilde{m}_k(p) = \frac{1}{i^k} \frac{\partial \tilde{E}(\bar{z}; p)}{\partial z^k} \Big|_{\bar{z}=0} \quad (k \geq 1). \quad (47)$$

Переходя в формулах Сохоцкого (25) к

изображениям по Лапласу и подставляя в первую из них степенное разложение (44), находим, согласно выражению (47):

$$\tilde{m}_k(p) = \frac{1}{i^k} [\tilde{F}_k^+(0; p) - \tilde{F}_k^-(0; p)] \quad (k \geq 1). \quad (48)$$

Метод вычисления моментов, опирающийся на основное уравнение для коэффициентов степенных разложений, был подробно описан ранее в работах [14, 15] применительно к системам, содержащим нелинейность $\text{sign } x$. Он сохраняет силу и для произвольных кусочно-линейных систем, линейных в полупространствах, в том числе и для системы (32). Суть этого метода состоит в том, чтобы выразить искомые моменты через неизвестные $\tilde{G}_{j,k}$, появляющиеся в правой части основных уравнений (45).

Вначале получим это выражение для изображения математического ожидания $\tilde{m}_1(p)$. Полагая в системе уравнений (45) $k = 1$ и $z_1 = 0$, имеем:

$$\tilde{F}_1^\pm(0; p) = \frac{1}{p} \left[\tilde{G}_{0,1}(p) + \frac{\partial \tilde{F}_0^\pm(0; p)}{\partial z_1} \right], \quad (49)$$

что с учетом формулы (47) дает выражение

$$\tilde{m}_1(p) = \frac{1}{ip} \left[\frac{\partial \tilde{F}_0^+(0; p)}{\partial z_1} - \frac{\partial \tilde{F}_0^-(0; p)}{\partial z_1} \right]. \quad (50)$$

Исключим из последнего равенства производные от \tilde{F}_0^\pm . Для этого запишем формулу (45) при $k = 0$, продифференцируем обе его части по z_1 , а затем положим $z_1 = 0$. После очевидных алгебраических преобразований приходим к выражению

$$\frac{\partial \tilde{F}_0^\pm(0; p)}{\partial z_1} = \frac{\tilde{G}_{1,0}}{p + 1 - (1/2 \pm 1/2)\varepsilon}, \quad (51)$$

подстановка которого в формулу (48) позволяет получить выражение

$$\tilde{m}_1(p) = -\frac{i\varepsilon}{p(p+1)(p+1-\varepsilon)} \tilde{G}_{1,0}(p). \quad (52)$$

Несколько сложнее находится $\tilde{m}_2(p)$. Совершенно аналогично равенству (49) из второго уравнения системы (45) выводим формулу

$$\tilde{F}_2^\pm(0; p) = \frac{1}{p} \left[\tilde{G}_{0,2}(p) + 2 \frac{\partial \tilde{F}_1^\pm(0; p)}{\partial z_1} \right], \quad (53)$$

поэтому

$$\tilde{m}_2(p) = -\frac{2}{p} \left[\frac{\partial \tilde{F}_1^+(0; p)}{\partial z_1} - \frac{\partial \tilde{F}_1^-(0; p)}{\partial z_1} \right]. \quad (54)$$

Фигурирующие в последнем равенстве производные находим, полагая в формуле (45) $k = 1$, дифференцируя обе части по z_1 , приравнявая z_1 к нулю и разрешая полученное равенство относительно нужных нам производных:

$$\frac{\partial \tilde{F}_1^\pm(0; p)}{\partial z_1} = \frac{1}{p + 1 - (1/2 \pm 1/2)\varepsilon} \times \left[\tilde{G}_{1,1}(p) + \frac{\partial^2 \tilde{F}_0^\pm(0; p)}{\partial z_1^2} \right]. \quad (55)$$

Подставляя их в равенство (55), получаем промежуточное выражение \tilde{m}_2 через вторые производные \tilde{F}_0^\pm :

$$\tilde{m}_2 = -\frac{2}{p} \left[\frac{\varepsilon}{(p+1)(p+1-\varepsilon)} \tilde{G}_{1,1}(p) + \frac{1}{p+1-\varepsilon} \frac{\partial^2 \tilde{F}_0^+(0; p)}{\partial z_1^2} - \frac{1}{p+1} \frac{\partial^2 \tilde{F}_0^-(0; p)}{\partial z_1^2} \right]. \quad (56)$$

Исключим из последнего выражения \tilde{F}_0^\pm . Для этого продифференцируем обе части формулы (45) при $k = 0$ по z_1 два раза и положим $z_1 = 0$. После этого аналогично (55) получаем:

$$\frac{\partial^2 \tilde{F}_0^\pm(0; p)}{\partial z_1^2} = -\frac{2}{p + 2(1 - (1/2 \pm 1/2)\varepsilon)} \tilde{F}_0^\pm(0; p). \quad (57)$$

Осталось найти значение \tilde{F}_0^\pm в нуле. Это можно сделать непосредственно, положив $k = 0$ и $z_1 = 0$ в формуле (45); в результате этого имеем:

$$\tilde{F}_0^\pm(0; p) = \frac{1}{p} \left[\tilde{G}_{0,0}(p) \pm \frac{1}{2} \right], \quad (58)$$

и окончательно

$$\tilde{m}_2(p) = \frac{2}{p(p+1)(p+1-\varepsilon)} \times \left[\frac{2\varepsilon(3p+4-2\varepsilon)\tilde{G}_{0,0}(p)}{p(p+2)(p+2-2\varepsilon)} - \varepsilon \tilde{G}_{1,1}(p) + \frac{2(p+1)(p+2) - \varepsilon(3p+4-2\varepsilon)}{p(p+2)(p+2-2\varepsilon)} \right]. \quad (59)$$

Входящие в выражения (52) и (59) неизвестные коэффициенты $\tilde{G}_{0,0}$ и $\tilde{G}_{1,0}$ находятся из условия аналитичности \tilde{F}_0^\pm , а коэффициент $\tilde{G}_{1,1}$ — из условия аналитичности \tilde{F}_1^\pm .

Вначале вычислим первые два из перечисленных выше неизвестных коэффициентов. Полагая в уравнениях (45) $k = 0$, имеем:

$$\left[1 - \left(\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right) \varepsilon \right] z_1 \frac{\partial \tilde{F}_0^\pm}{\partial z_1} + (z_1^2 + p) \tilde{F}_0^\pm = \tilde{G}_{0,0} + z_1 \tilde{G}_{1,0} \pm \frac{1}{2}. \quad (60)$$

Общее решение этих уравнений можно записать в виде

$$\tilde{F}_0^\pm(z_1; p) = e^{-\frac{\kappa^\pm z_1^2}{2}} z_1^{-p^\pm} \left\{ C^\pm(p) + \kappa^\pm \int_0^{z_1} e^{\frac{\kappa^\pm s^2}{2}} s^{p^\pm-1} \times \left[\tilde{G}_{0,0}(p) + s \tilde{G}_{1,0}(p) \pm \frac{1}{2} \right] ds \right\}, \quad (61)$$

где $C^\pm(p)$ — постоянные интегрирования, не зависящие от z_1 , а κ^\pm и p^\pm задаются равенствами

$$\kappa^\pm = \frac{1}{1 - (1/2 \pm 1/2)\varepsilon}, \quad (62)$$

$$p^\pm = \frac{p}{1 - (1/2 \pm 1/2)\varepsilon}.$$

Учитывая, что $\text{Re } p > 0$, из условия ограниченности \tilde{F}_0^\pm при $z_1 \rightarrow 0$ находим $C^\pm = 0$, а тогда решение (60) будет представляться интегралом Дюамеля вида

$$\tilde{F}_0^\pm(z_1; p) = \kappa^\pm e^{-\frac{\kappa^\pm z_1^2}{2}} z_1^{-p^\pm} \int_0^{z_1} e^{\frac{\kappa^\pm s^2}{2}} s^{p^\pm-1} \times \left[\tilde{G}_{0,0}(p) + s \tilde{G}_{1,0}(p) \pm \frac{1}{2} \right] ds. \quad (63)$$

Его аналитичность по z_1 можно исследовать с помощью специальной леммы, доказанной в работе [13], из которой следует, что обе функции \tilde{F}_0^+ и \tilde{F}_0^- аналитичны в любой конечной части плоскости.

Вместе с тем обе функции \tilde{F}_0^\pm , как это имеет место для всех систем первого типа, к которому принадлежит система (32), вообще говоря, не являются аналитическими

в бесконечно удаленной точке, а имеют в ней существенную особенность. Повторяя рассуждения работы [14], потребуем для устранения указанных особенностей обращения в нуль следующих двух интегралов:

$$\int_0^{\pm i\infty} e^{-\frac{\kappa^\pm s^2}{2}} s^{p^\pm-1} \left[\tilde{G}_{0,0}(p) + s \tilde{G}_{1,0}(p) \pm \frac{1}{2} \right] ds = 0. \quad (64)$$

В интегралах (64) удобно проделать замену переменной интегрирования $t = \mp i \sqrt{\kappa^\pm} s$, после которой они преобразуются к единому виду

$$\int_0^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} t^{p^\pm-1} \left[\tilde{G}_{0,0} \pm \frac{it}{\sqrt{\kappa^\pm} G_{1,0}} \pm \frac{1}{2} \right] dt = 0. \quad (65)$$

Фигурирующие в равенстве (65) интегралы легко выражаются через гамма-функцию. Опуская очевидные преобразования, приходим к следующей системе линейных уравнений относительно неизвестных $\tilde{G}_{0,0}$ и $\tilde{G}_{1,0}$:

$$\Gamma\left(\frac{p^+}{2}\right) \tilde{G}_{0,0} + i \sqrt{\frac{2}{\kappa^+}} \Gamma\left(\frac{p^+ + 1}{2}\right) \times \tilde{G}_{1,0} + \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{p^+}{2}\right) = 0;$$

$$\Gamma\left(\frac{p^-}{2}\right) \tilde{G}_{0,0} - i \sqrt{\frac{2}{\kappa^-}} \Gamma\left(\frac{p^- + 1}{2}\right) \times \tilde{G}_{1,0} - \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{p^-}{2}\right) = 0. \quad (66)$$

Решая эту систему, находим:

$$\tilde{G}_{0,0}(p) = \frac{\sqrt{1-\varepsilon} \Lambda_1 - \Lambda_2}{2 \left[\sqrt{1-\varepsilon} \Lambda_1 + \Lambda_2 \right]};$$

$$\tilde{G}_{1,0}(p) = \frac{i \Gamma\left(\frac{p^+}{2}\right) \Gamma\left(\frac{p^-}{2}\right)}{\sqrt{2} \left[\sqrt{1-\varepsilon} \Lambda_1 + \Lambda_2 \right]}; \quad (67)$$

$$\Lambda_1 = \Gamma\left(\frac{p^+ + 1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{p^-}{2}\right);$$

$$\Lambda_2 = \Gamma\left(\frac{p^- + 1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{p^+}{2}\right).$$

Осталось определить $\tilde{G}_{1,1}$. Для этого обратившись вновь к уравнениям (45) и положив $k = 1$, получаем:

$$\begin{aligned}
 [1 - (1/2 \pm 1/2)\varepsilon]z_1 \frac{\partial \tilde{F}_1^\pm}{\partial z_1} + (z_1^2 + p)\tilde{F}_1^\pm = \\
 = \tilde{G}_{0,1} + z_1 \tilde{G}_{1,1} + \frac{\partial \tilde{F}_0^\pm}{\partial z_1}.
 \end{aligned}
 \tag{68}$$

Уравнения для \tilde{F}_1^\pm совершенно аналогичны уравнениям (60) для \tilde{F}_0^\pm , поэтому, повторяя приведенные ранее рассуждения, выводим следующее интегральное представление:

$$\begin{aligned}
 \tilde{F}_1^\pm(z_1; p) = \kappa^\pm e^{-\frac{\kappa^\pm z_1^2}{2}} z_1^{-p^\pm} \int_0^{z_1} e^{-\frac{\kappa^\pm s^2}{2}} s^{p^\pm-1} \times \\
 \times \left(\tilde{G}_{0,1}(p) + s \tilde{G}_{1,1}(p) + \frac{\partial \tilde{F}_0^\pm(s; p)}{\partial s} \right) ds.
 \end{aligned}
 \tag{69}$$

По своим свойствам аналитичности функции (69) ничем не отличаются от функций (63). Требование аналитичности \tilde{F}_1^\pm в бесконечно удаленной точке приводит к уравнениям, аналогичным (64):

$$\begin{aligned}
 \int_0^{\pm i\infty} e^{-\frac{\kappa^\pm s^2}{2}} s^{p^\pm-1} (\tilde{G}_{0,1}(p) + \\
 + s \tilde{G}_{1,1}(p) \pm \frac{\partial \tilde{F}_0^\pm(s; p)}{\partial s}) ds = 0.
 \end{aligned}
 \tag{70}$$

Первые два слагаемых в подынтегральном выражении здесь в точности повторяют аналогичные члены (64), так что $\tilde{G}_{0,1}$ и $\tilde{G}_{1,1}$ войдут в уравнение с теми же коэффициентами, с которыми $\tilde{G}_{0,0}$ и $\tilde{G}_{1,0}$ входят в систему уравнений (66). Особого рассмотрения требует лишь интеграл

$$I^\pm = \int_0^{\pm i\infty} e^{-\frac{\kappa^\pm s^2}{2}} s^{p^\pm-1} \frac{\partial \tilde{F}_0^\pm(s; p)}{\partial s} ds. \tag{71}$$

Сходные по виду интегралы приходилось вычислять и в статье [14], но интегралы I^\pm от них несколько отличаются; кроме того, в указанной статье были опущены выкладки. Поэтому на вычислении этих интегралов следует остановиться подробнее.

Преобразуя систему линейных уравнений (70), так же, как была преобразована система (63), получим новую систему линейных уравнений относительно $\tilde{G}_{j,1}$, отличающуюся от системы (66) только свободными членами:

$$\begin{aligned}
 \Gamma\left(\frac{p^\pm}{2}\right) \tilde{G}_{0,1} \pm i\sqrt{\frac{2}{\kappa^\pm}} \Gamma\left(\frac{p^\pm+1}{2}\right) \tilde{G}_{1,1} + \\
 + 2\left(\mp i\sqrt{\frac{\kappa^\pm}{2}}\right)^{p^\pm} I^\pm = 0.
 \end{aligned}
 \tag{72}$$

Решая систему (72), находим искомое выражение для $\tilde{G}_{1,1}$, которое запишем в виде, аналогичном виду выражений (67):

$$\begin{aligned}
 \tilde{G}_{1,1}(p) = \frac{i\sqrt{2}}{\sqrt{1-\varepsilon}\Lambda_1 + \Lambda_2} \times \\
 \times \left[\Gamma\left(\frac{p^-}{2}\right) \left(-i\sqrt{\frac{\kappa^+}{2}}\right)^{p^+} I^+ - \right. \\
 \left. - \Gamma\left(\frac{p^+}{2}\right) \left(i\sqrt{\frac{\kappa^-}{2}}\right)^{p^-} I^- \right], \\
 \Lambda_1 = \Gamma\left(\frac{p^+ + 1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{p^-}{2}\right), \\
 \Lambda_2 = \Gamma\left(\frac{p^- + 1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{p^+}{2}\right).
 \end{aligned}
 \tag{73}$$

Согласно равенствам (63) функции \tilde{F}_0^\pm линейным образом выражаются через коэффициенты $\tilde{G}_{0,0}$ и $\tilde{G}_{1,0}$, полученные ранее. Ясно, что интегралы (71) также будут являться некоторой линейной комбинацией величин $\tilde{G}_{0,0}$ и $\tilde{G}_{1,0}$. Получить эти коэффициенты непосредственной подстановкой (63) в (71) не удастся, так как не при всех $\text{Re } p > 0$ можно пользоваться формулой интегрирования по частям. Предварительно следует преобразовать интегралы (71) с помощью приема, описанного ранее в работе [14].

Введем разность

$$\Delta \tilde{F}_0^\pm(z_1; p) = \tilde{F}_0^\pm(z_1; p) - \tilde{F}_0^\pm(0; p). \tag{74}$$

Основываясь на уравнении (60), получаем для $\Delta \tilde{F}_0^\pm$ линейное уравнение вида

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial z_1} \Delta \tilde{F}_0^\pm + \left(\kappa^\pm z_1 + \frac{p^\pm}{z_1} \right) \Delta \tilde{F}_0^\pm = \\
 = \kappa^\pm (\tilde{G}_{1,0} - z_1 \tilde{F}_0^\pm(0; p)),
 \end{aligned}
 \tag{75}$$

причем $\Delta \tilde{F}_0^\pm|_{z_1=0} = 0$, что следует из опре-

деления (74).

Решая уравнение (75) при указанном однородном начальном условии, находим:

$$\Delta \tilde{F}_0^\pm(z_1; p) = \kappa^\pm e^{-\frac{\kappa^\pm z_1^2}{2}} z_1^{-p^\pm} \times \int_0^{z_1} e^{\frac{\kappa^\pm s^2}{2}} s^{p^\pm} \left[\tilde{G}_{1,0} - \frac{s}{p} \left(\tilde{G}_{0,0} \pm \frac{1}{2} \right) \right] ds. \quad (76)$$

Выразим производную \tilde{F}_0^\pm по z_1 с помощью уравнения (60), причем воспользовавшись равенством (58), заменим $\tilde{G}_{0,0} \pm 1/2$ на $p\tilde{F}_0^\pm(0; p)$. В результате получим, что

$$\frac{\partial \tilde{F}_0^\pm}{\partial z_1} = -\kappa^\pm z_1 \tilde{F}_0^\pm - \frac{p^\pm}{z_1} \Delta \tilde{F}_0^\pm + \kappa^\pm \tilde{G}_{1,0}. \quad (77)$$

Подставляя это выражение производной в определение (71) интегралов I^\pm , находим:

$$I^\pm = \int_0^{\pm i\infty} e^{\frac{\kappa^\pm s^2}{2}} s^{p^\pm-1} \left[-\kappa^\pm s \tilde{F}_0^\pm(s; p) - \frac{p^\pm}{s} \Delta \tilde{F}_0^\pm(s; p) + \kappa^\pm \tilde{G}_{1,0} \right] ds. \quad (78)$$

Подынтегральная функция (78) содержит три слагаемых. Интеграл от третьего из них уже вычислялся, а интегралы от \tilde{F}_0^\pm и $\Delta \tilde{F}_0^\pm$ можно найти интегрированием по частям, если выразить \tilde{F}_0^\pm и $\Delta \tilde{F}_0^\pm$, соответственно, с помощью формул (63) и (76). Имеем следующие равенства:

$$\int_0^{\pm i\infty} e^{\frac{\kappa^\pm s^2}{2}} s^{p^\pm} \tilde{F}_0^\pm(s; p) ds = -\kappa^\pm \int_0^{\pm i\infty} e^{\frac{\kappa^\pm s^2}{2}} s^{p^\pm} \left(\tilde{G}_{0,0} + s \tilde{G}_{1,0} \pm \frac{1}{2} \right) ds, \quad (79)$$

$$\int_0^{\pm i\infty} e^{\frac{\kappa^\pm s^2}{2}} s^{p^\pm-2} \Delta \tilde{F}_0^\pm(s; p) ds = \kappa^\pm \int_0^{\pm i\infty} e^{\frac{\kappa^\pm s^2}{2}} s^{p^\pm-1} \left[\tilde{G}_{1,0} - \frac{s}{p} \left(\tilde{G}_{0,0} \pm \frac{1}{2} \right) \right] ds, \quad (80)$$

причем внеинтегральные члены, получающиеся в результате интегрирования по частям, в обоих случаях обращаются в нуль.

После ряда алгебраических преобразований выражение (78) приводится к виду

$$I^\pm = \kappa^\pm \left(\pm i \sqrt{\frac{2}{\kappa^\pm}} \right)^{p^\pm} \left[\left(\pm i \sqrt{\frac{2}{\kappa^\pm}} \right) \Gamma \left(\frac{p^\pm + 1}{2} \right) \times \left(\tilde{G}_{0,0} \pm \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{\kappa^\pm}{2} - p^\pm \right) \Gamma \left(\frac{p^\pm}{2} \right) \tilde{G}_{1,0} \right]. \quad (81)$$

Подставляя найденные значения I^\pm в равенство (73), получаем явное выражение $\tilde{G}_{1,1}$ через ранее вычисленные коэффициенты $\tilde{G}_{0,0}$ и $\tilde{G}_{1,0}$, после чего по формулам (52) и (59) определяем изображения моментов перемещения незакрепленного тела.

Результирующие изображения моментов являются достаточно громоздкими, а их обращение представляет собой самостоятельную и притом весьма трудоемкую задачу. В данной статье ограничимся получением асимптотики моментов при $\tau \rightarrow \infty$. Эта задача представляет несомненный практический интерес, так как в реальных приложениях безразмерное время τ , определяемое формулой (34), может достигать, как это имело место, например, в оригинальной постановке Кренделла (см. статью [15]), сотен и даже тысячи единиц.

Опуская промежуточные выкладки, приведем асимптотику изображений моментов при $p \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned} \tilde{m}_1(p) &= \frac{1}{p^2} (m_{1\infty} + O(p)); \\ \tilde{m}_2(p) &= \frac{2}{p^3} (m_{2\infty} + O(p)), \end{aligned} \quad (82)$$

где

$$\begin{aligned} m_{1\infty} &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\varepsilon}{\sqrt{1-\varepsilon}(\sqrt{1-\varepsilon}+1)}; \\ m_{2\infty} &= \frac{2}{\pi} \frac{\varepsilon^2(2-\varepsilon)}{(1-\varepsilon)^2(\sqrt{1-\varepsilon}+1)}. \end{aligned} \quad (83)$$

Следовательно, при больших значениях τ

$$\begin{aligned} m_1(\tau) &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\varepsilon\tau(1+O(\tau^{-1}))}{\sqrt{1-\varepsilon}(\sqrt{1-\varepsilon}+1)}; \\ m_2(\tau) &= \frac{2}{\pi} \frac{\varepsilon^2(2-\varepsilon)\tau^2(1+O(\tau^{-1}))}{(1-\varepsilon)^2(\sqrt{1-\varepsilon}+1)^2}. \end{aligned} \quad (84)$$

Таким образом, за счет анизотропии сил сопротивления наблюдается систематический уход тела в сторону более слабого

сопротивления амортизатора, причем асимптотически средняя скорость ухода постоянна и определяется степенью неуровненности амортизатора. Дисперсия и коэффициент вариации перемещения при больших τ даются равенствами

$$D(U_2(\tau)) = \frac{2}{\pi} \frac{\varepsilon^2 \tau^2 (1 + O(\tau^{-1}))}{(1 - \varepsilon)^2 (\sqrt{1 - \varepsilon} + 1)^2}; \quad (85)$$

$$\gamma(\tau) = \frac{\sqrt{D(U_2(\tau))}}{m_1(\tau)} = \frac{1 + O(\tau^{-1})}{\sqrt{1 - \varepsilon}}.$$

В заключение следует отметить, что ра-

зобранный пример представляет самостоятельный интерес для нелинейной статистической динамики. Вместе с тем, описанный в статье метод позволяет существенно расширить класс нелинейностей, допускающих применения аппарата уравнения Пугачёва – Свешникова. Ранее этот класс ограничивался лишь простейшими типовыми нелинейностями вида $\text{sign } x$ и $|x|$.

Автор считает своим долгом поблагодарить аспиранта СПбГПУ С.В. Берёзина за внимательное изучение текста статьи и полезное обсуждение ее содержания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. 3-е, стереотип. изд. СПб.: Лань, 2011. 464 с.
2. Тертычный-Даури В.Ю. Стохастическая механика. М.: Факториал Пресс, 2001. 462 с.
3. Маланин В.В., Полосков И.Е. Методы и практика анализа случайных процессов в динамических системах. М., Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2005. 296 с.
4. Маланин В.В., Полосков И.Е. Случайные процессы в нелинейных динамических системах. М., Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 160 с.
5. Пугачёв В.С., Стратонович Р.Л. Выступления в дискуссии по докладу Дж. Ф. Баррета // Труды I Международного конгресса ИФАК. М.: Изд-во АН СССР, 1961. Т. 3. С. 103–105.
6. Хазен Э.М. Определение одномерной плотности распределения и моментов существенно нелинейной системы // Теория вероятностей и ее применения. 1961. Т. 6. № 1. С. 130–137.
7. Хазен Э.М. Определение плотности распределения вероятностей для случайных процессов в системах с нелинейностями кусочно-линейного типа // Известия АН СССР. ОТН. Энергетика и автоматика. 1961. № 3. С. 58–72.
8. Хазен Э.М. Определение плотности распределения вероятностей для случайных процессов в системах с нелинейностями кусочно-линейного типа // Теория вероятностей и ее

- применения. 1961. Т. 6. № 1. С. 234–241.
9. Caughey T.K., Dienes J.K. Analysis of non-linear first order system with a white noise input // Journal of Applied Physics. 1961. Vol. 32. No. 11. P. 2476–2479.
10. Atkinson J.D., Caughey T.K. Spectral density of piecewise linear first order systems excited by white noise // International Journal of Non-Linear Mechanics. 1968. Vol. 3. No. 2. P. 137–156.
11. Пугачёв В.С., Сеницын И.Н. Стохастические дифференциальные системы. Анализ и фильтрация. М.: Наука, 1990. 642 с.
12. Пугачёв В.С., Сеницын И.Н. Теория стохастических систем. М.: Логос, 2004. 1000 с.
13. Заяц О.И. Статистическая динамика систем релейного типа и уравнение Пугачёва – Свешникова // Известия вузов. Приборостроение. 1992. № 1-2. С. 8–16.
14. Заяц О.И., Ильин И.Ю. Об одной нелинейной стохастической задаче механики твёрдого тела // Труды СПбГТУ. Прикладная математика. 1999. № 477. С. 72–74.
15. Заяц О.И. Решение задачи Кренделла о фрикционном торможении // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2007. № 1. С. 244–252.
16. Свешников А.А. Прикладные методы теории марковских процессов. СПб: Лань, 2007. 192 с.
17. Титчмарш Э. Введение в теорию интегралов Фурье. М.: Эдиториал УРСС, 2005. 480 с.

REFERENCES

1. Sveshnikov A.A. Prikladnye metody teorii sluchainykh funktsii. 3-e stereotip. izd. St. Petersburg, Lan', 2011. 464 p. (rus)
2. Tertychnyi-Dauri V.Yu. Stokhasticheskaia mekhanika. Moscow, Faktorial Press, 2001. 462 p. (rus)
3. Malanin V.V., Poloskov I.E. Metody i praktika analiza sluchainykh protsessov v dinamicheskikh sistemakh. Moscow, Izhevsk, NITs «Reguliarnaia i khaoticheskaja dinamika», 2005. 296 p. (rus)
4. Malanin V.V., Poloskov I.E. Sluchainye protsessy v nelineinykh dinamicheskikh sistemakh.

Moscow, Izhevsk: NITs «Reguliarnaiia i khaoticheskaia dinamika», 2001. 160 p. (rus)

5. **Pugachev V.S., Stratonovich R.L.** Vystupleniia v diskussii po dokladu Dzh. F. Barreta//Trudy I Mezhdunarodnogo kongressa IFAK. T. 3. Moscow, Izd-vo AN SSSR, 1961, pp. 103–105. (rus)

6. **Khazen E.M.** Opredelenie odnomernoi plotnosti raspredeleniia i momentov sushchestvenno nelineinoy sistemy. Teoriia veroiatnostei i ee primeneniia, 1961, T. 6, No. 1, pp. 130–137. (rus)

7. **Khazen E.M.** Opredelenie plotnosti raspredeleniia veroiatnostei dlia sluchainykh protsessov v sistemakh s nelineinostiami kusochno-lineinogo tipa. Izvestiia AN SSSR. OTN. Energetika i avtomatika. 1961, No. 3, pp. 58–72. (rus)

8. **Khazen E.M.** Opredelenie plotnosti raspredeleniia veroiatnostei dlia sluchainykh protsessov v sistemakh s nelineinostiami kusochno-lineinogo tipa. Teoriia veroiatnostei i ee primeneniia, 1961, T. 6, No. 1, pp. 234–241. (rus)

9. **Caughey T.K., Dienes J.K.** Analysis of non-linear first order system with a white noise input. Journal of Applied Physics. 1961, Vol. 32, No. 11, pp. 2476–2479.

10. **Atkinson J.D., Caughey T.K.** Spectral density of piecewise linear first order systems excited by

white noise. International Journal of Non-Linear Mechanics, 1968, Vol. 3, No. 2, pp. 137–156.

11. **Pugachev V.S., Sinitsyn I.N.** Stokhasticheskie differentsial'nye sistemy. Analiz i fil'tratsiia. Moscow, Nauka, 1990, 642 p. (rus)

12. **Pugachev V.S., Sinitsyn I.N.** Teoriia stokhasticheskikh sistem. Moscow, Logos, 2004, 1000 p. (rus)

13. **Zaiats O.I.** Statisticheskaiia dinamika sistem releinogo tipa i uravnenie Pugacheva – Sveshnikova. Izvestiia vuzov. Priborostroenie, 1992, No. 1-2, pp. 8–16. (rus)

14. **Zaiats O.I., Il'in I.Yu.** Ob odnoi nelineinoy stokhasticheskoi zadache mekhaniki tverdogo tela. Trudy SPbGTU. Prikladnaia matematika, 1999, No. 477, pp. 72–74. (rus)

15. **Zaiats O.I.** Reshenie zadachi Krendella o friktsionnom tormozhenii. St. Petersburg Polytechnical University Journal, 2007, No. 1, pp. 244–252. (rus)

16. **Sveshnikov A.A.** Prikladnye metody teorii markovskikh protsessov. St. Petersburg, Lan', 2007, 192 p. (rus)

17. **Titchmarsh E.** Vvedenie v teoriuu integralov Fur'e. Moscow, Editorial URSS, 2005, 480 p. (rus)

ЗАЯЦ Олег Иванович – кандидат физико-математических наук, доцент Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
 zay.oleg@gmail.com



УДК 519,87:62

В.Н. Козлов

ОПЕРАТОРЫ МИНИМИЗАЦИИ НОРМЫ НА КОМПАКТНЫХ МНОЖЕСТВАХ ЕВКЛИДОВА ПРОСТРАНСТВА

V.N. Kozlov

St. Petersburg State Polytechnical University,
29 Politekhnikeskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

NORM MINIMIZATION OPERATORS FOR COMPACT SETS IN THE EUCLIDEAN SPACE

Сформулированные операторы являются обобщенными проекционными и минимизируют функционал типа нормы евклидова пространства на непустом пересечении линейного многообразия и шара. Определены эквивалентные канонические формы, инварианты, аналитические представления операторов минимизации и допустимых решений. Приложение операторов проиллюстрировано задачей анализа достаточных условий асимптотической устойчивости нелинейных разностных операторов замкнутых, локально оптимальных систем автоматического управления.

ОБОБЩЕННЫЕ ПРОЕКЦИОННЫЕ ОПЕРАТОРЫ, НОРМА, КОМПАКТНЫЕ МНОЖЕСТВА, ЛИНЕЙНОЕ МНОГООБРАЗИЕ.

Operators formulated are projection operators generalized and minimize the Euclidean space norm functional into a non-empty intersection of a linear manifold and a ball. Equivalent canonical forms, invariants and analytic representations of minimization and acceptable solutions operators are determined. The application of operators is illustrated through an objective analysis of sufficient conditions for asymptotic stability of nonlinear differential operators of closed locally optimal automatic control systems.

PROJECTION OPERATORS GENERALIZED, NORM, COMPACT SETS, LINEAR MANIFOLD.

Операторы условной минимизации функционалов типа нормы евклидова пространства представляются обобщенными проекторами на выпуклое пересечение линейного многообразия и шара. Эти проекторы являются операторами конечномерной оптимизации (ОКО). Оператор для неклассических задач является обобщением оператора допустимых решений, заданных на основе операторов для классических задач минимизации и максимизации нормы на пересечении линейного многообразия и сферы [1, 2]. Исследуются эквивалентные формы и инварианты ОКО. Предложено обобщение операторов для задач с функционалами, равномерно возрастающими из точек безусловного минимума. ОКО могут определять также приближенные решения

задач квадратичного программирования на основе приведения пары квадратичных форм к диагональному виду для вещественных или унитарных пространств. ОКО применяются для управления в энергетике с регулярной или хаотической динамикой и транспортировкой нефтепродуктов по трубопроводам [3].

Постановки задач

Оператор минимизации требуется определить для решения неклассической задачи 1: вычислить

$$X_* = \arg \min \{ \varphi = \|X - C\|^2, \quad (1)$$

$$C \neq 0_n \mid X \in D = D^0 \cap D^1,$$

$$D^0 = D^0(A, b) = \{X \mid AX = B, A \in \mathbb{R}^{m \times n},$$

$$\begin{aligned} \text{rang } A = m \neq \emptyset, \\ \tilde{D}^0 = D^0(A, 0_m), D^1 = \{X \mid X^T X \leq r^2\} \in \mathbb{R}^n, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\|X - C\|^2 = (X - C)^T (X - C)$ – евклидова норма, а множество D определено непустым пересечением линейного многообразия D^0 и шара D^1 , аппроксимирующего параллелепипед [1–4].

Таким образом, норма в задаче (1) минимизируется оператором конечномерной минимизации (ОКМ) на непустом компактном множестве – пересечении линейного многообразия и шара. Основой ОКМ для задачи (1) являются операторы конечномерной оптимизации для классических задач типа 2: вычислить векторы

$$\begin{aligned} X_* = \arg \min \{\varphi = \|X - C\|^2, \\ C \neq 0_n \mid X \in D\}, \end{aligned} \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} X_* = \arg \max \{\varphi = \|X - C\|^2, \\ C \neq 0_n \mid X \in D\}, \end{aligned} \quad (2б)$$

где допустимое множество задано ограничениями типа равенств:

$$\begin{aligned} D = D^0 \cap D^1 = \\ = \{X \mid AX = B, A \in \mathbb{R}^{m \times n}, X^T X \leq r^2\} \in \mathbb{R}^n. \end{aligned}$$

На основе операторов минимизации и максимизации нормы для задачи 2 формулируются операторы минимизации и максимизации нормы на пересечении линейного многообразия и сферы, ограничивающей шар в задаче (1). Эти операторы составляют основу оператора допустимых решений (задача 3), отображающего параметры задач типа 2 в отрезок прямой с граничными векторами X_* в (2а) и X^* в (2б). Обобщение операторов допустимых решений определяет операторы решения задачи 1. Для последней традиционно используются необходимые и достаточные условия Куна–Таккера выпуклого программирования.

Определение. Проекционный аналитический оператор конечномерной оптимизации (минимизации или максимизации)

$$\begin{aligned} x_* = \Phi(p_\varphi, p_D) = \\ = \arg \text{extr} \{\varphi(x) \mid x \in D \subset \mathbb{R}^m\} \in \mathbb{R}^n \end{aligned}$$

отображает параметры p_φ -функционала $\varphi(x)$ и p_D -выпуклого множества D в оптимальное решение $x_* \in D$.

Операторы оптимизации для классических задач

ОКО для задач 1 и 2 используют свойства проекторов.

Лемма [1, 2]. *Свойства проекторов на линейное подпространство*

$$\tilde{P}^0 C = (E_{n \times n} - P_A A) C$$

и на линейное многообразии

$$P^0(C) = \tilde{P}^0 C + P_A b, P_A = A^T (A A^T)^{-1}$$

определяются следующими соотношениями:

$$1) P_A^T P^0(C) = (A A^T)^{-1} b, P_A^T \tilde{P}^0 = 0_{m \times n},$$

$$P_A \neq P_A^T, \tilde{P}^0 P_A = 0_{n \times m}.$$

$$2) P^{0T}(C) P^0(C) = C^T \tilde{P}^0 C + b^T (A A^T)^{-1} b.$$

$$3) P_A^T P_A = (A A^T)^{-1}.$$

$$4) b^T P_A^T P^0(C) = b^T (A A^T)^{-1} b.$$

Эквивалентные формы операторов оптимизации следуют из необходимых условий оптимальности для задач (2а) и (2б).

Утверждение 1 об эквивалентных формах оператора. *Операторы оптимизации с параметром $\lambda \in \mathbb{R}^1$ для решения задачи 2 имеют эквивалентные формы*

$$X_1(\lambda) = [P^0(C) + \lambda P_A b] / (1 + \lambda); \quad (3a)$$

$$X_2(\lambda) = P^0(C) - \lambda \tilde{P}^0 C / (1 + \lambda); \quad (3б)$$

$$X_3(\lambda) = P_A b + \tilde{P}^0 C / (1 + \lambda), \quad (3в)$$

где $\tilde{P}^0 C$ и $P^0(C)$ определяются в лемме.

При этом инварианты операторов следуют из квадратного уравнения для вычисления параметра $\lambda \in \mathbb{R}^1$ как корни этого уравнения, определяемые далее.

Доказательство. Различные формы операторов следуют из необходимых условий для задачи 2 и функции Лагранжа

$$\begin{aligned} L = (X - C)^T (X - C) + \\ + \lambda_0^T (A X - b) + \lambda (X^T X - r^2). \end{aligned}$$

Необходимые условия представляют-

ся системой нелинейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \partial L / \partial X &= 2(X - C) + A^T \lambda_0 + 2\lambda X = 0_n; \\ \partial L / \partial \lambda_0 &= AX - b = 0_m; \\ \partial L / \partial \lambda &= X^T X - r^2 = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Метод исключения для системы (4) с учетом второго уравнения позволяет вычислить из первого уравнения вектор множителей

$$\lambda_0(\lambda) = (AA^T)^{-1}(-2b + 2AC - 2\lambda b). \quad (5)$$

Подстановка равенства (5) в первое уравнение (4) неявно определяет $X(\lambda)$:

$$\begin{aligned} 2X(\lambda) - 2C + A^T (AA^T)^{-1} \times \\ \times (-2b + 2AC - 2\lambda b) + 2\lambda X(\lambda) = 0_n, \end{aligned}$$

откуда для вектора $X(\lambda)$ следует преобразованное уравнение

$$\begin{aligned} X(1 + \lambda) &= C - A^T (AA^T)^{-1}(-b + AC - \lambda b) = \\ &= C + A^T (AA^T)^{-1}b - A^T (AA^T)^{-1}AC + \\ &+ A^T (AA^T)^{-1}\lambda b = P^0(C) + \lambda P_A b, \end{aligned} \quad (6)$$

$$P_A = A^T (AA^T)^{-1}.$$

Первая форма операторов следует из уравнения (6) как параметрическое семейство множителя Лагранжа $\lambda \in \mathbb{R}^1$ в виде

$$X_1(\lambda) = [P^0(C) + \lambda P_A b] / (1 + \lambda). \quad (7a)$$

Вторая форма оператора, следующая из первой (7a), имеет вид

$$X_2(\lambda) = P^0(C) - \tilde{P}^0 C \lambda / (1 + \lambda), \quad (7б)$$

поскольку справедливы равенства

$$\begin{aligned} X_2(\lambda) &= [P^0(C) + \lambda P_A b] / (1 + \lambda) = \\ &= [P^0(C) + \lambda P^0(C) - \lambda P^0(C) + \lambda P_A b] / (1 + \lambda) = \\ &= P^0(C) + [\lambda P_A b - \lambda P^0(C)] / (1 + \lambda) = \\ &= P^0(C) - \tilde{P}^0 C \lambda / (1 + \lambda). \end{aligned}$$

Третья форма оператора, следующая из второй (7б), имеет вид

$$\begin{aligned} X_3(\lambda) &= P^0(C) - \tilde{P}^0 C \lambda / (1 + \lambda) = \\ &= \tilde{P}^0 C + P_A b - \tilde{P}^0 C \lambda / (1 + \lambda) = \\ &= P_A b + \tilde{P}^0 C [1 - \lambda / (1 + \lambda)] = \\ &= P_A b + \tilde{P}^0 C / (1 + \lambda). \end{aligned} \quad (7в)$$

Эквивалентные формы операторы опти-

Таблица 1

Эквивалентные формы однопараметрических операторов условной квадратичной оптимизации для классических задач

Номер формы	Вид оператора
1	$X_1(\lambda) = [P^0(C) + \lambda P_A b] / (1 + \lambda)$
2	$X_2(\lambda) = P^0(C) - \tilde{P}^0 C \lambda / (1 + \lambda)$
3	$X_3(\lambda) = P_A b + \tilde{P}^0 C / (1 + \lambda)$

мизации даны в табл. 1.

Эквивалентность форм операторов доказывается «по цепочке»:

$$X_1(\lambda) \stackrel{1)}{\Rightarrow} X_3(\lambda) \stackrel{2)}{\Rightarrow} X_2(\lambda) \stackrel{3)}{\Rightarrow} X_1(\lambda) :$$

$$\begin{aligned} 1) X_1(\lambda) &= [P^0(C) + \lambda P_A b] / (1 + \lambda) = \\ &= \tilde{P}^0 C / (1 + \lambda) + P_A b(1 + \lambda) / (1 + \lambda) = \\ &= P_A b + \tilde{P}^0 C / (1 + \lambda) = X_3(\lambda). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) X_3(\lambda) &= P_A b + \tilde{P}^0 C / (1 + \lambda) = \\ &= P_A b + \tilde{P}^0 C - \tilde{P}^0 C + \tilde{P}^0 C / (1 + \lambda) = \\ &= P^0(C) - \tilde{P}^0 C + \tilde{P}^0 C / (1 + \lambda) = \\ &= P^0(C) + \tilde{P}^0 C(-1 - \lambda + 1) / (1 + \lambda) = \\ &= P^0(C) - \tilde{P}^0 C \lambda / (1 + \lambda) = X_2(\lambda). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) X_2(\lambda) &= P^0(C) - \tilde{P}^0 C \lambda / (1 + \lambda) = \\ &= [(1 + \lambda)P^0(C) - \tilde{P}^0 C \lambda] / (1 + \lambda) = \\ &= [P^0(C) + \lambda \tilde{P}^0 C + \lambda P_A b - \tilde{P}^0 C \lambda] / (1 + \lambda) = \\ &= [P^0(C) + \lambda P_A b] / (1 + \lambda) = X_1(\lambda). \end{aligned}$$

Таким образом, эквивалентность форм операторов оптимизации доказана на основе аксиом эквивалентности: рефлексивности

$$X_i(\lambda) \sim X_i(\lambda);$$

симметрии

$$X_i(\lambda) \sim X_j(\lambda) \Leftrightarrow X_j(\lambda) \sim X_i(\lambda);$$

и транзитивности

$$\begin{aligned} X_i(\lambda) \sim X_k(\lambda), X_k(\lambda) \sim X_j(\lambda) \Rightarrow \\ \Rightarrow X_i(\lambda) \sim X_j(\lambda), i \neq j \neq k. \end{aligned}$$

Далее для операторов (7а), (7б) и (7в) определены параметры для классических задач типа 2.

Утверждение 2 об операторах для классических задач. Пусть справедливо утверждение 1 и операторы оптимизации (табл. 1). Тогда справедливы утверждения:

1. Векторы условной минимизации X_{i*} и максимизации X_i^* нормы для классических задач на компактном множестве в виде пересечения линейного многообразия и сферы (2а) и (2б) определяются операторами оптимизации с параметрами $\sigma = |\rho/\alpha|^{1/2}$ в трех канонических формах, имеющих вид

$$\begin{aligned} 1) \quad X_{1*}(-1 + \sigma) &= P^0(C)\sigma + P_A b(1 - \sigma); \\ X_1^*(-1 - \sigma) &= -P^0(C)\sigma + P_A b(1 - \sigma). \end{aligned} \quad (8а)$$

$$\begin{aligned} 2) \quad X_{2*}(-1 + \sigma) &= P^0(C) + \tilde{P}^0 C(-1 + \sigma); \\ X_2^*(-1 - \sigma) &= P^0(C) + \tilde{P}^0 C(-1 - \sigma). \end{aligned} \quad (8б)$$

$$\begin{aligned} 3) \quad X_{3*}(-1 + \sigma) &= P_A b + \tilde{P}^0 C\sigma, \\ X_3^*(-1 - \sigma) &= P_A b - \tilde{P}^0 C\sigma. \end{aligned} \quad (8в)$$

2. Квадратное уравнение относительно параметров

$$\alpha\lambda^2 + 2\alpha\lambda + \alpha_0 = 0, \quad (9а)$$

где

$$\alpha = r^2 - b^T(AA^T)^{-1}b, \quad \alpha_0 = \alpha - \rho, \quad \rho = C^T \tilde{P}^0 C,$$

определяет параметры

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \left[-2\alpha \pm \sqrt{4\alpha^2 - 4\alpha(\alpha - \rho)} \right] / 2\alpha = \\ &= -1 \pm \sigma, \quad \sigma = |\rho/\alpha|^{1/2}. \end{aligned} \quad (9б)$$

При этом уравнение (9а) и корни (9б) являются инвариантами трех форм операторов (8а), (8б) и (8в).

3. Условие совместности ограничений задач (2 а) и (2 б) (не пустоты пересечения линейного многообразия и сферы) представляется неравенством

$$\alpha = r^2 - b^T(AA^T)^{-1}b \geq 0. \quad (9в)$$

4. Операторы оптимизации в формах (8а), (8б), (8в) определяют операторы минимизации и максимизации нормы с параметрами $\lambda_* = -1 + \sigma$ и $\lambda^* = -1 - \sigma$, соответственно, как решения задач (2а) и (2б) (табл. 2).

Доказательство. Утверждения п. 1 и п. 2 об инвариантности квадратных уравне-

Таблица 2

Эквивалентные представления операторов минимизации и максимизации нормы на пересечении линейного многообразия и сферы

Номер канонической формы	Вид оператора
1	$X_{1*} = X_{1*}(-1 + \eta) = P^0(C)\eta + P_A b(1 - \eta),$ $X_1^* = X_1^*(-1 - \eta) = -P^0(C)\eta + P_A b(1 + \eta)$
2	$X_{2*} = X_{2*}(-1 + \eta) = P^0(C) + \tilde{P}^0 C(-1 + \eta),$ $X_2^* = X_2^*(-1 - \eta) = P^0(C) + \tilde{P}^0 C(-1 - \eta)$
3	$X_{3*} = X_{3*}(-1 + \eta) = P_A b + \tilde{P}^0 C\eta,$ $X_3^* = X_3^*(-1 - \eta) = P_A b - \tilde{P}^0 C\eta$

Обозначения: $X_{i*}(\cdot)$ $X_i^*(\cdot)$ — соответственно операторы минимизации и максимизации соответственно, $i = 1, 2, 3$;

$$\eta = \sigma^{-1}, \quad \sigma = |\rho/\alpha|^{1/2}, \quad \alpha = r^2 - b^T(AA^T)^{-1}b > 0, \quad \rho = C^T \tilde{P}^0 C.$$

ний и их корней как параметров операторов, равных для трех эквивалентных форм, справедливы в силу системы необходимых условий, а также доказываются непосредственными вычислениями.

Параметры первой формы оператора вычисляются подстановкой (7а) в третье уравнение (4). Тогда можно получить эквивалентные представления операторов в трех канонических формах (табл. 2). Итак:

$$\begin{aligned} X_1^T(\lambda)X_1(\lambda) &= [P^0(C) + \lambda P_A b]^T \times \\ &\times [P^0(C) + \lambda P_A b] / (1 + \lambda)^2 = \\ &= [P^{0T}(C) + \lambda b^T P_A^T] \cdot [P^0(C) + \lambda P_A b] / (1 + \lambda)^2 = \\ &= [P^{0T}(C)P^0(C) + 2\lambda b^T P_A^T P^0(C) + \\ &+ \lambda^2 b^T P_A^T P_A b] / (1 + \lambda)^2 = r^2. \end{aligned}$$

Преобразуя это равенство в силу леммы, можно получить

$$\begin{aligned} C^T \tilde{P}^0 C + b^T (AA^T)^{-1} b [1 + 2\lambda + \lambda^2] &= \\ = r^2 (1 + 2\lambda + \lambda^2). \end{aligned}$$

Из последнего соотношения следует квадратное уравнение

$$\begin{aligned} \alpha \lambda^2 r^2 + 2\alpha \lambda - C^T \tilde{P}^0 C - b^T (AA^T)^{-1} b &= 0; \\ \alpha &= r^2 - b^T (AA^T)^{-1} b, \end{aligned}$$

которое совпадает с уравнением (9а). Тогда первая форма (7а) примет вид

$$X_1(\lambda_{1,2}) = [P^0(C) + \lambda_{1,2} P_A b] / (1 + \lambda_{1,2}). \quad (10а)$$

Из (10а) следует условие вещественности корней $\alpha = r^2 - b^T (AA^T)^{-1} b \geq 0$, соответствующее условию совместности ограниченной задачи 1 и задач 2, доказывающее п. 2 утверждения 2.

Уравнение (9а) и корни $\lambda_{1,2}$ совпадают для трех форм операторов, что следует из эквивалентности данных форм. Тогда

$$\begin{aligned} X_3(\lambda_{1,2}) &= \Phi_3(C, A, b, r^2, \lambda_{1,2}) = \\ &= P_A b + \tilde{P}^0 C / (1 + \lambda_{1,2}) = \quad (10б) \\ &= P_A b + \tilde{P}^0 C(\pm \eta), \quad \eta = \sigma^{-1}. \end{aligned}$$

Подстановка (7в) в третье уравнение (4) определяет равенства

$$\begin{aligned} X_3^T(\lambda)X_3(\lambda) &= \\ &= [P_A b + \tilde{P}^0 C / (1 + \lambda)]^T \cdot [P_A b + \tilde{P}^0 C / (1 + \lambda)] = \\ &= b^T P_A^T P_A b + 2b^T P_A^T \tilde{P}^0 C / (1 + \lambda) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + C^T \tilde{P}^0 C / (1 + \lambda)^2 &= r^2 (1 + 2\lambda + \lambda^2) \Rightarrow \\ \Rightarrow b^T P_A^T P_A b (1 + \lambda)^2 + 2\lambda b^T P_A^T \tilde{P}^0 C / (1 + \lambda) + \\ + C^T \tilde{P}^0 C &= r^2 (1 + 2\lambda + \lambda^2). \end{aligned}$$

Из последних равенств и леммы следуют соотношения

$$\begin{aligned} [r^2 - b^T (AA^T)^{-1} b] (1 + \lambda)^2 - C^T \tilde{P}^0 C &= 0, \\ P_A^T \tilde{P}^0 &= 0_{m \times n}; \\ \alpha (1 + 2\lambda + \lambda^2) - \rho &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \alpha \lambda^2 + 2\alpha \lambda + (\alpha - \rho) &= 0, \end{aligned}$$

что подтверждает равенство параметров трех форм операторов.

Вторая форма оператора (7б) (см. табл. 1), имеющая вид

$$X(\lambda_{1,2}) = X_2(-1 \pm \eta), \quad \eta = \sigma^{-1}, \quad (11)$$

связывает структуру и параметры оператора так, что

$$\begin{aligned} X_2(\lambda_{1,2}) &= P^0(C) - \tilde{P}^0 C \lambda_{1,2} / (\lambda_{1,2} + 1) = \\ &= P^0(C) + \tilde{P}^0 C (-1 \pm \eta); \\ \lambda_{1,2} / (1 + \lambda_{1,2}) &= \frac{-1 \pm \sigma}{\pm \sigma} = \\ &= 1 - [\pm(\sigma)^{-1}] = 1 - (\pm \eta), \quad \eta = \sigma^{-1}. \end{aligned}$$

Третья форма оператора (7в) имеет представление

$$\begin{aligned} X_3(\lambda_{1,2}) &= X_3(-1 \pm \sigma) = \quad (12) \\ &= P_A b - \tilde{P}^0 C(\pm \eta), \quad \eta = \sigma^{-1}, \end{aligned}$$

поскольку справедливы соотношения

$$\begin{aligned} X_3(\lambda_{1,2}) &= P_A b + \tilde{P}^0 C / (1 + \lambda_{1,2}) = \\ &= P_A b + \tilde{P}^0 C(\pm \eta); \end{aligned}$$

$$1 / (1 + \lambda_{1,2}) = \pm \sigma^{-1} = \pm \eta, \quad \lambda_{1,2} = -1 \pm |\sigma|^{1/2}.$$

Доказательство п. 3 следует из условия вещественности корней (9б) уравнения (9а), что является очевидным.

Для доказательства п. 4 утверждения 2 надо показать, что положительный корень определяет оператор условной минимизации нормы на сфере, а отрицательный корень – оператор максимизации. Операторы определяют решения задач (2а) и (2б), что доказывается «методом от противного».

Пусть

$$\varphi[X_3(-\sigma)] \leq \varphi[X_3(+\sigma)], \quad \sigma = |\rho/\alpha|^{1/2}. \quad (13)$$

Однако неравенство (13) для нормы и оператора X_{3*} (см. табл. 2) не выполнено, так как справедливо неравенство для двух значений функционала (нормы). Первое значение нормы определяется равенством

$$\begin{aligned} \varphi[X_3(-\sigma)] &= [X_3(-\sigma) - C]^T [X_3(-\sigma) - C] = \\ &= [P_A b - \tilde{P}^0 C \sigma - C]^T [P_A b - \tilde{P}^0 C \sigma - C] = \\ &= b^T P_A^T P_A b - C^T \tilde{P}^0 P_A b \sigma - C^T P_A b - \\ &- b^T P_A^T \tilde{P}^0 C \sigma + C^T \tilde{P}^0 \tilde{P}^0 C \sigma^2 + C^T \tilde{P}^0 C \sigma - \\ &- b^T P_A^T C + C^T \tilde{P}^0 C \sigma + C^T C = \\ &= b^T (AA^T)^{-1} b - 2C^T P_A b + \\ &+ C^T \tilde{P}^0 C (\sigma^2 + 2\sigma) + C^T C, \end{aligned}$$

где использованы свойства проекторов, приведенные в лемме:

$$P_A^T P_A = 0_{m \times n}; \quad \tilde{P}^0 P_A = 0_{n \times m}; \quad \tilde{P}^0 \tilde{P}^0 = \tilde{P}^0.$$

Второе значение функционала определяется равенствами

$$\begin{aligned} \varphi[X_3(+\sigma)] &= [X_3(+\sigma) - C]^T [X_3(+\sigma) - C] = \\ &= [P_A b + \tilde{P}^0 C \sigma - C]^T [P_A b + \tilde{P}^0 C \sigma - C] = \\ &= b^T P_A^T P_A b + C^T \tilde{P}^0 P_A b \sigma - C^T P_A b + \\ &+ b^T P_A^T \tilde{P}^0 C \sigma + C^T \tilde{P}^0 \tilde{P}^0 C \sigma^2 - C^T \tilde{P}^0 C \sigma - \\ &- b^T P_A^T C - C^T \tilde{P}^0 C \sigma + C^T C = \\ &= b^T (AA^T)^{-1} b - 2C^T P_A b + C^T \tilde{P}^0 C \sigma^2 - \\ &- 2C^T \tilde{P}^0 C \sigma + C^T C, \end{aligned}$$

полученными с учетом леммы.

В результате можно вычислить:

$$\begin{aligned} \varphi[X_3(+\sigma)] &\leq b^T (AA^T)^{-1} b - 2C^T P_A b + \\ &+ C^T \tilde{P}^0 C (\sigma^2 - 2\sigma) + C^T C \leq \\ &\leq \varphi[X_3(-\sigma)] = b^T (AA^T)^{-1} b - 2C^T P_A b + \\ &+ C^T \tilde{P}^0 C (\sigma^2 + 2\sigma) + C^T C, \quad \sigma \geq 0. \end{aligned}$$

Из последнего неравенства следует неравенство для функционалов

$$\begin{aligned} \varphi[X_3(+\sigma)] - 2C^T \tilde{P}^0 C \sigma &= \\ = \varphi[X_3(-\sigma)] + 2C^T \tilde{P}^0 C \sigma, \quad \sigma \geq 0, \end{aligned}$$

определяющее наименьшее и наибольшие значения функционала типа нормы на допустимом множестве задач (2а) и (2б).

Таким образом, операторы оптимизации (см. табл. 2), с параметрами

$$\eta_* = +\sigma^{-1}; \quad \eta^* = -\sigma^{-1}; \quad \sigma = |\rho/\alpha|^{1/2}$$

задают граничные точки условных минимума и максимума нормы задач (2а) и (2б), а также определяют операторы допустимых решений задачи (1).

Операторы допустимых и оптимальных решений для неклассических задач

Эти операторы для задачи 1 имеют вид, представленный в дальнейших утверждениях.

Утверждение 3. Пусть справедливы утверждения 1 и 2. Тогда для задачи (1) оператор допустимых решений имеет вид

$$\begin{aligned} X_{\text{доп}} &= \Phi(C, A, b, r^2, \vartheta, \eta) = \\ &= (1 - \vartheta)X_{3*} + \vartheta X_3^*, \quad \vartheta \in [0, 1], \end{aligned} \quad (15)$$

где операторы минимизации и максимизации нормы в силу утверждения 2 имеют вид

$$\begin{aligned} X_{3*} &= P_A b + \tilde{P}^0 C \eta, \quad X_3^* = P_A b - \tilde{P}^0 C \eta, \\ \eta &= \sigma^{-1}, \quad \sigma = |\alpha/\rho|^{1/2}. \end{aligned}$$

Доказательство вида оператора (15) следует из выпуклости допустимого множества в задаче (1), допустимости представления (12) и их выпуклой комбинации.

Утверждение 4 об операторе решения неклассической задачи. Пусть представление (1) – корректная задача и справедливы утверждения 1 – 3. Тогда оператор минимизации нормы для задачи (1) имеет вид

$$\begin{aligned} X_* &= \Phi(C, A, b, r^2, \vartheta_*, \eta_*, \eta^*) = \\ &= (1 - \vartheta)X_{3*} + \vartheta_* X_3^*; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_{3*} &= P_A b + \tilde{P}^0 C \eta_*, \quad \eta_* = +\sigma^{-1} = +|\alpha/\rho|^{1/2}; \\ X_3^* &= P_A b + \tilde{P}^0 C \eta^*, \quad \eta^* = -\sigma^{-1} = -|\alpha/\rho|^{1/2}; \\ \vartheta_* &= P(\vartheta_0) = (|\vartheta_0| - |\vartheta_0 - 1| + 1)/2 \in [0, 1]; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\vartheta_0 = (1 - \sigma)/2; \quad \eta = \sigma^{-1} = |\alpha/\rho|^{1/2};$$

$$\alpha = r^2 - b^T (AA^T)^{1/2} b; \quad \rho = C^T \tilde{P}^0 C.$$

Доказательство. Оператор минимизации как обобщенный проектор с учетом возможной принадлежности точки минимума нормы границе или внутренней части допустимого множества определяется равенством (15). Проектор (16) следует из

оператора (15) с оптимальным параметром $\vartheta_* \in [0, 1] \in \mathbb{R}^1$ оператора (16).

Параметр ϑ_* должен доставлять минимум нормы на отрезке $[X_{3*}, X_3^*]$, принадлежащем одномерному многообразию, которое определено векторами X_{3*} и X_3^* — решениями классической задачи 2. Параметр ϑ_* определяется проекцией $\vartheta_* = P(\vartheta_0)$ параметра $\vartheta_0 \in \mathbb{R}^1$ на $[0, 1]$ который является точкой минимума нормы на одномерном многообразии. В результате оператор (16) с параметром ϑ_* является решением задачи (1).

Это решение обеспечивает допустимость (16) в силу допустимости «граничных» образов, заданных операторами X_{3*} и X_3^* . Внутренняя часть этой области в силу выпуклости соответствует параметру $\vartheta \in (0, 1)$ в (16). Параметр ϑ_0 вычисляется на основе параметрического уравнения многообразия

$$\begin{aligned} X(\vartheta) &= (1 - \vartheta)X_{3*} + \vartheta X_3^* = \\ &= X_{3*} + \vartheta(X_3^* - X_{3*}), \quad \vartheta \in [0, 1] \end{aligned} \quad (17)$$

и необходимых условий минимума нормы на этом многообразии:

$$\begin{aligned} d\varphi[X(\vartheta)]/d\vartheta &= d\|X(\vartheta) - C\|^2/d\vartheta = \\ &= 2(X_3^* - X_{3*})^T [X_{3*} + \vartheta(X_3^* - X_{3*}) - C] = \\ &= 2(X_3^* - X_{3*})^T X_{3*} + \vartheta(X_3^* - X_{3*})^T \times \\ &\quad \times (X_3^* - X_{3*}) - (X_3^* - X_{3*})^T C = 0_1. \end{aligned}$$

В результате параметр

$$\begin{aligned} \vartheta_0 &= \frac{-(X_3^* - X_{3*})^T X_{3*} + (X_3^* - X_{3*})^T C}{\|X_3^* - X_{3*}\|^2} = \\ &= \frac{(X_3^* - X_{3*})^T (C - X_{3*})}{\|X_3^* - X_{3*}\|^2}, \end{aligned}$$

где с учетом леммы вычислены вектор и скалярное произведение:

$$\begin{aligned} X_3^* - X_{3*} &= \\ &= P_A b - \tilde{P}^0 C \eta - P_A b - \tilde{P}^0 C \eta = -2\tau \tilde{P}^0 C \tau, \\ (X_3^* - X_{3*})^T (C - X_{3*}) &= \\ &= -2\eta C^T \tilde{P}^0 (C - P_A b - \tilde{P}^0 C \eta) = \\ &= -2\eta C^T \tilde{P}^0 C + 2\eta C^T \tilde{P}^0 P_A b + 2\eta^2 C^T \tilde{P}^0 \tilde{P}^0 C = \\ &= -2\eta C^T \tilde{P}^0 C + 2\eta^2 C^T \tilde{P}^0 \tilde{P}^0 C = 2\rho(\eta^2 - \eta), \end{aligned}$$

а также использованы равенства

$$\begin{aligned} \tilde{P}^0 \tilde{P}^0 &= \tilde{P}^0_{n \times n}, \quad \tilde{P}^0 P_A = 0_{n \times m}, \quad C^T \tilde{P}^0 C = \rho; \\ \|X_3^* - X_{3*}\|^2 &= 4\eta^2 C^T \tilde{P}^0 \tilde{P}^0 C = \\ &= 4\eta^2 C^T \tilde{P}^0 C = 4\eta^2 \rho. \end{aligned}$$

Тогда окончательное значение параметра будет равно

$$\begin{aligned} \vartheta_0 &= 2\rho(\tau^2 - \tau)/4\tau^2\rho = (1 - \tau^{-1})/2, \\ \tau &= |\alpha/\rho|^{1/2}. \end{aligned} \quad (18)$$

Принадлежность решения к шару в ограничениях (1) позволяет утверждать, что точка безусловного минимума ϑ_0 проектируется на $[0, 1]$ проектором [1]:

$$\vartheta_* = P(\vartheta_0) = (|\vartheta_0| - |\vartheta_0 - 1| + 1) / 2 \in [0, 1]. \quad (19)$$

Равенство (19) определяет оптимальный и допустимый параметр оператора (16), который является проекцией элемента (18) на отрезок $[0, 1]$ в пространстве параметров и отрезком одномерного многообразия с границами в виде векторов X_{3*} и X_3^* .

Обобщенный проектор как оператор минимизации для задачи (1) примет вид (16). Таким образом, утверждение 4 доказано.

Следствие 1. Преобразованный оператор (16) имеет вид

$$\begin{aligned} X_* &= P_A b + (1 - 2\vartheta_*)\tilde{P}^0 C \eta, \\ \eta &= \sigma^{-1} = |\alpha/\rho|^{1/2}, \end{aligned} \quad (20)$$

где параметры определены равенствами (18) и (19).

Доказательство следует из вида оператора (16) в силу соотношений

$$\begin{aligned} X_* &= (1 - \vartheta_*)X_{3*} + \vartheta_* X_3^* = \\ &= (1 - \vartheta_*)(P_A b + \tilde{P}^0 C \eta) + \vartheta_*(P_A b - \tilde{P}^0 C \eta) = \\ &= P_A b + \tilde{P}^0 C \eta - \vartheta_* P_A b - \vartheta_* \tilde{P}^0 C \eta + \\ &+ \vartheta_* P_A b - \vartheta_* \tilde{P}^0 C \eta = P_A b + \tilde{P}^0 C \eta - 2\vartheta_* \tilde{P}^0 C \eta = \\ &= P_A b + (1 - 2\vartheta_*)\eta \tilde{P}^0 C. \end{aligned} \quad (21)$$

Представление оператора (21) в двух формах дано в табл. 3.

Следствие 2. При условии $C \neq 0_n \in \mathbb{R}^n$ задача (1) имеет единственное решение, а в случае $C = 0_n \in \mathbb{R}^n$ — бесчисленное множество решений.

Оператор минимизации в форме (20) (табл. 3) является суперпозицией двух операторов, определенных соответствующими составляющими. Первая составляющая оператора (20) формирует ортогональную проекцию начала координат на линейное многообразие в задаче (1), а вторая (нелинейный оператор) задает проекцию вектора $C \in \mathbb{R}^n$ на линейное многообразие, масштабируемую параметром, определенным в (20) и (19).

Обобщенный оператор проектирования (21) имеет геометрическую интерпретацию, вытекающую из факторизации конечномерного евклидова пространства на линейное многообразие (подпространство) и ортогональное дополнение к нему. Первая составляющая (21) – оператор проектирования нулевого элемента $0_n \in \mathbb{R}^n$ на линейное многообразие в (1). Вторым оператор преобразует образ первого оператора суммирования с образом второго так, чтобы сумма векторов принадлежала пересечению линейного многообразия и шара. В результате обеспечивается выполнение ограничения задачи типа неравенства и достигается минимум нормы задачи (1).

Вычисления оптимальных решений иллюстрируется на рисунке, где показано преобразование операторами параметров

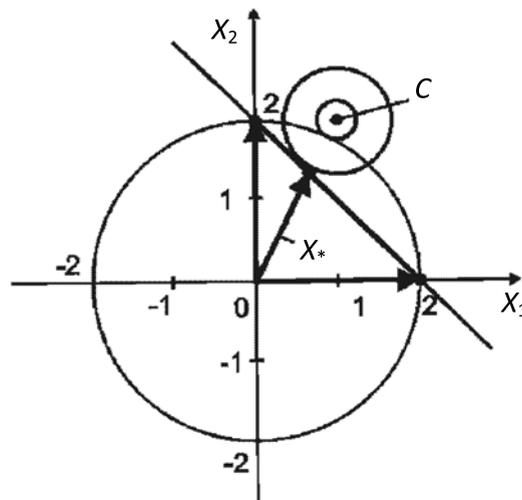


Иллюстрация условий задачи и образа оператора минимизации нормы

задачи (15).

Таким образом, обобщенный проектор, заданный равенством (16), определяет точки минимума и максимума нормы с учетом знаков и величин множителя Лагранжа для ограничений-неравенств на основе преобразований условий (4). Это дополняет известные формы оптимальных решений, поскольку определяет точные значения множителей Лагранжа для ограничений-неравенств вместо требований только к знакам этих мно-

Таблица 3

Формы оператора условной квадратичной минимизации для неклассической конечномерной задачи (1)

Форма представления оператора (16)	Вид оператора
Структурная	$X_* = \Phi(C, A, b, r^2, \vartheta_*) = [1 - P(\vartheta_*)]X_{3*} + P(\vartheta_*)X_3^*,$ $X_{3*} = P_A b + \tilde{P}^0 C \eta_*, \quad X_3^* = P_A b - \tilde{P}^0 C \eta^*, \quad \eta_* = + \sigma ^{1/2}, \quad \eta^* = - \sigma ^{1/2},$ $\vartheta_* = P(\vartheta_0) = (\vartheta_0 - 1 - \vartheta_0 + 1)/2 \in [0, 1], \quad \vartheta_0 = (1 - \eta^{-1})/2,$ $\eta = \sigma ^{1/2} = \alpha/\rho ^{1/2}, \quad \alpha = r^2 - b^T (AA^T)^{-1} b \geq 0, \quad \rho = C^T \tilde{P}^0 C > 0$
Преобразованная	$X_3 = P_A b + (1 - 2\vartheta_*)\tilde{P}^0 C \eta,$ $\vartheta_* = P(\vartheta_0) = (\vartheta_0 - 1 - \vartheta_0 + 1) / 2 \in [0, 1], \quad \vartheta_0 = (1 - \eta^{-1}) / 2,$ $\eta = \sigma ^{1/2} = \alpha/\rho ^{1/2}, \quad \alpha = r^2 - b^T (AA^T)^{-1} b \geq 0, \quad \rho = C^T \tilde{P}^0 C > 0$

жителей. Требования к знакам следуют из свойства параметров нормали гиперплоскости, разделяющей множества функционалов и ограничений в доказательстве теоремы Куна – Таккера. Точные значения множителей Лагранжа в выпуклых задачах позволяют получить операторные решения, которые используются в управлении [4].

Пример. Рассмотрим задачу: вычислить

$$X_* = \arg \min \{ \varphi(X) = (X - C)^T (X - C), \\ C = (1 \ 2)^T,$$

$$AX = [1 \ 1] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 2 = b,$$

$$\|X\|^2 = X^T X = [x_1 \ x_2] \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \leq 4 = r^2 \},$$

для вектора $C = [1 \ 2]^T$.

Решение. На основе оператора (20), проектора (19) и параметра (18) решение имеет вид:

$$X_* = P_A b + (1 - 2\vartheta_*) \tilde{P}^0 C \eta_* = \\ = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + (1 - 2\vartheta_*) \begin{bmatrix} 0,5 & -0,5 \\ -0,5 & 0,5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot 2 = \\ = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + 0,5 \begin{bmatrix} -0,5 \\ +0,5 \end{bmatrix} \cdot 2 = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 1,5 \end{bmatrix};$$

$$\vartheta_* = P(\vartheta_0) = (|\vartheta_0| - |\vartheta_0 - 1| + 1) / 2, \vartheta_0 = \\ = (1 - \eta^{-1}) / 2, \eta = |\alpha / \rho|^{1/2},$$

где параметры и переменные задачи равны

$$\eta_* = +|\sqrt{\alpha / \rho}| = \\ = \left| \sqrt{[r^2 - b^T (AA^T)^{-1} b] / C^T \tilde{P}^0 C} \right| = \\ = \left| \sqrt{2/0,5} \right| = +2, \\ r^2 = 2^2 = 4, r^2 - b^T (AA^T)^{-1} b = \\ = 4 - 2 \cdot (2)^{-1} \cdot 2 = 2;$$

$$C^T \tilde{P}^0 C = [1 \ 2] \cdot \begin{bmatrix} 0,5 & -0,5 \\ -0,5 & 0,5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \\ = [1 \ 2] \begin{bmatrix} -0,5 \\ 0,5 \end{bmatrix} = 0,5;$$

$$\vartheta_0 = (1 - \tau^{-1}) / 2 = (1 - 0,5) / 2 = \\ = 0,25; \eta = |\alpha / \rho|^{1/2};$$

$$\vartheta_* = P(\vartheta_0) = (|\vartheta_0| - |\vartheta_0 - 1| + 1) / 2 = \\ = 0,25 \in [0, 1], (1 - 2\vartheta_*) = 0,5.$$

Минимальное значение функционала равно

$$\varphi = \{X_3[P(\vartheta_*)] - C\}^T \{X_3[P(\vartheta_*)] - C\} = \\ = [0,5 - 1 \ | \ 1,5 - 2] \cdot \begin{bmatrix} 0,5 - 1 \\ 1,5 - 2 \end{bmatrix} = 0,25.$$

Ограничения-неравенства выполнены, решение принадлежит линейному многообразию и шару, так как выполнено условие типа неравенств:

$$\|X_{3*}\|^2 = 2,5 \leq 4 = r^2.$$

Таким образом, операторы минимизации нормы и допустимых решений отображают все пространство в элементы, которые минимизируют нормы, и в допустимые элементы.

Устойчивость разностных нелинейных операторов систем локально оптимального управления

Условия асимптотической устойчивости разностных уравнений системы следуют из принципа сжимающих отображений. Приведенные далее достаточные условия асимптотической устойчивости обобщают условия, полученные в работах [1, 3, 4].

Утверждение. Пусть выполнены следующие условия:

1. Уравнения динамики замкнутой системы локально оптимального управления (ЛОУ), соответствующие счетной последовательности нелинейных разностных операторов, имеют вид

$$x_{k+1} = F_k(x_k, p) = H\Phi_x(x_k) + \\ + F_u\Phi_u\{\Gamma T[P_A c H\Phi_x(x_k) + \\ + \tilde{P}^0 C(|\alpha_k / \rho|^{1/2})]\} + F_\mu \mu; \tag{22}$$

$$x_{k_0} = x_0, y_k = cx_k,$$

где матрица H определяет устойчивый (сходящийся) матричный линейный ограниченный оператор объекта с нормой: $\|H\| < 1$, а линейная часть удовлетворяет ранговому критерию управляемости Калмана и критерию управляемости для системы с ограниченными управлениями.

2. Монотонные кусочно-линейные операторы

$$\Phi_x(x_k), \Phi_u(u_k) \in K_M(Z_1, Z_2)$$

объекта управления принадлежат подпространствам монотонных КЛО, имеют нулевые образы начала координат: $\Phi(0_n) = 0_n, \Phi(0_m) = 0_m$, ограничены в шаре T радиуса R с центром в начале координат так, что

$$\|\Phi(x_k)\| \leq M \|x_k\|, \|\Phi(x_*)\| \leq M \|x_*\|$$

и удовлетворяют в этом шаре условиям Липшица по векторам состояний x_k и управлений u_k :

$$\|\Phi_x(x_k^1) - \Phi_x(x_k^2)\| \leq L_x \|x_k^1 - x_k^2\|,$$

$$\|\Phi_u(u_k^1) - \Phi_u(u_k^2)\| \leq L_u \|u_k^1 - u_k^2\|.$$

с постоянными L_x и L_u .

3. Оператор (22) системы ЛОУ формирует управления на основе задач конечномерной минимизации:

$$\begin{aligned} u_{k,*} &= Tz_{k,*} = T \arg \min\{\varphi(z_k) = \\ &= \|z_k - C\|^2 \mid Az_k = b_k^i, A = [E_s \mid -cF_u], \\ b_k^1 &= c H x_k, b_k^2 = cH\Phi(x_k), \\ z_k^- &= Z^- - Z_* \leq z_k \leq Z^+ - Z_* = z_k^+, \\ z_k &= (s_{k+1} \mid u_k)^T \}. \end{aligned} \quad (23)$$

Задачи управления типа (23) разрешаются оператором оптимизации в третьей канонической форме для системы (2), поскольку

$$u_{k,*} = \Gamma T [P_A cH\Phi(x_k) + \tilde{P}^0 C(|\alpha_k/\rho|^{1/2})]. \quad (24)$$

Оператор управления как оператор конечномерной минимизации (ОКМ) типа (24) определен суммой линейного оператора и нелинейного аналитического оператора с компактной областью задания.

4. Ограниченная область задания нелинейной аналитической части оператора ЛОУ (24) соответствует условию совмест-

ности ограничений задач в (23), представленных счетным семейством неравенств, следующих из структуры ОКМ:

$$\alpha_k = r - (b_k^i)^T (AA^T)^{-1} b_k^i \geq 0,$$

$$b_k^1 = cHx_k, b_k^2 = cH\Phi(x_k).$$

5. Счетное семейство нелинейных разностных операторов

$$u_{k,*} = \Gamma T [P_A cH\Phi(x_k) + \tilde{P}^0 C(|\alpha_k/\rho|^{1/2})] \quad (25)$$

типа оператора (22) с параметрами p аппроксимировано счетной последовательностью линейных непрерывных операторов

$$x_{k+1} = \tilde{F}_k(x_k, p), x_{k_0} = x^0 \in T,$$

формируемых с помощью производных Фреше, вычисленных в точках x_k . При этом выполнены условия теоремы Банаха – Штейнхауса, т. е. нормы операторов $\tilde{F}_k(x_k, p)$ ограничены в совокупности:

$$\|\tilde{F}_k(x_k, p)\| < \infty, k = 1, 2, \dots$$

Тогда достаточные условия асимптотической устойчивости системы (22) – (25) имеют вид

$$\begin{aligned} \|\Gamma\| &< (1 - \alpha_1) / (\alpha_2 + \alpha_3), \\ \alpha_1 &= \|H\| L_x, \\ \alpha_2 &= \|F_u\| L_u \|T\| \|P_A\| \cdot \|c\| \cdot \|H\| L_x, \\ \alpha_3 &= \|\tilde{P}^0 C\| (\|c\| \cdot \|H\|)^2 \times \\ &\times L_x M \|P_A^T P_A\| (\delta + \|C\|) / 2r\rho. \end{aligned} \quad (26)$$

При доказательстве использованы аппроксимация нелинейного оператора в (22) рядом Тейлора в окрестности нулевого решения, теорема Банаха – Штейнхауса, а также операторные нормы матриц [3].

Таким образом, представленные операторы минимизации могут использоваться для вычисления локально оптимальных управлений и исследования устойчивости замкнутых систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Козлов В.Н. Негладкие системы, операторы оптимизации и устойчивость. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012. 150 с.
2. Козлов В.Н. Операторы минимизации линейных и негладких функционалов на пересечении линейного многообразия и шара

// Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки, 2013. № 1(165). С. 164–170.

3. Козлов В.Н. Функциональный анализ (с приложениями в энергетике). СПб.: Изд-во Политехн. ун-та. 2011. 450 с.

4. **Козлов В.Н.** Синтез управлений крупномасштабными объектами на основе операторов оптимизации // Шестая Всероссийская мультиконференция по проблемам управле-

ния. Материалы мультиконференции в 4 тт. Ростов-на-Дону: Изд-во Южного федерального ун-та, 2013. Т. 3. С. 195–197.

REFERENCES

1. **Kozlov V.N.** Negladkie sistemy, operatory optimizatsii i ustoychivost'. St. Petersburg, Polytechnical University Publishing House, 2012, 150 p. (rus)

2. **Kozlov V.N.** Operatory minimizatsii lineinykh i negladkikh funktsionalov na peresechenii lineinogo mnogoobraziia i shara. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics*, 2013, No. 1(165), pp. 164–170. (rus)

3. **Kozlov V.N.** Funktsional'nyi analiz

(s prilozheniiami v energetike). St. Petersburg, Polytechnical University Publishing House, 2011, 450 p. (rus)

4. **Kozlov V.N.** Sintez upravlenii krupnomasshtabnymi ob"ektami na osnove operatorov optimizatsii. *Shestaia Vserossiiskaia mul'tikonferentsiia po problemam upravleniia. Materialy mul'tikonferentsii: v 4 t. Rostov-na-Donu: Izd-vo Iuzhnogo federal'nogo un-ta, 2013, Vol. 3, pp. 195–197. (rus)*

КОЗЛОВ Владимир Николаевич — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой системного анализа и управления Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
 umo@spbstu.ru

УДК 523.985.3

Ю.Е. Чариков, А.Н. Шабалин, И.В. Кудрявцев

**ЖЕСТКОЕ РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ
УСКОРЕННЫХ ЭЛЕКТРОНОВ В ПЕТЛЬНОЙ СТРУКТУРЕ
МАГНИТНОГО ПОЛЯ ВО ВРЕМЯ СОЛНЕЧНЫХ ВСПЫШЕК**

Yu. E. Charikov^{1,2}, A.N. Shabalin², I.V.Kudryavtsev²

¹ St. Petersburg State Polytechnical University,
29 Politekhnikeskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia.

² Ioffe Physical Technical Institute of Russian Academy of Sciences,
26 Politekhnikeskaya St., St. Petersburg, 194021, Russia.

**HARD X-RAYS IN SOLAR FLARING LOOPS
FROM ACCELERATED ELECTRON BEAMS**

В настоящей работе исследуются энергетическое, пространственное и угловое распределения ускоренных электронов в солнечных вспышечных магнитных петлях, а также генерируемый ими спектр и поляризация жесткого рентгеновского излучения. Показано, что источник жесткого рентгеновского излучения в вершине петли может формироваться даже при анизотропной инжекции вдали от вершины петли в противоположном от нее направлении. Степень поляризации отрицательная и составляет -30% в вершине магнитной петли. Проведен также сравнительный анализ результатов при разных параметрах источника ускоренных электронов и магнитного поля.

СОЛНЦЕ, ВСПЫШКИ, УРАВНЕНИЕ ФОККЕРА – ПЛАНКА, ПОЛЯРИЗАЦИЯ, ЖЕСТКОЕ РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, СОЛНЕЧНЫЕ МАГНИТНЫЕ ПЕТЛИ.

The energy, spatial and pitch angle distributions of the accelerated electrons in the solar magnetic loops are considered. Hard X-ray spectrum and polarization are calculated. It is shown that the hard X-ray source at the looptop can be formed even with the anisotropic injection away from the looptop. The polarization degree is -30% at the top of the magnetic loop. A comparative analysis of the results with different parameters of the source of accelerated electrons and magnetic field is also carried out.

SUN, FLARE, POLARIZATION, FOKKER – PLANCK EQUATION, HARD X-RAY, MAGNETIC LOOPS.

Во время солнечных вспышек в короне Солнца ускоряется большое число протонов и электронов до энергий, значительно превышающих тепловые энергии частиц в короне [1]. В процессе торможения этих частиц в атмосфере Солнца их энергия выделяется в виде излучения в гамма-, рентгеновском, оптическом и радио-диапазонах.

Традиционно источники жесткого рентгеновского излучения (ЖРИ) преимущественно наблюдаются в хромосфере, в основаниях магнитных петель [1]. В последние годы на космических аппаратах Yohkoh и RHESSI зарегистрированы источники ЖРИ с максимумами яркости не только в основаниях, но также над верши-

ной петли [2] и/или в вершине петли [3]. Они менее яркие и потому наблюдаются намного реже из-за относительно малого динамического диапазона рентгеновских и гамма-спектрометров.

Существующие модели сталкиваются с трудностями при интерпретации корональных источников ЖРИ и гамма-излучения, которые связаны, прежде всего, с недостаточно высокой концентрацией плазмы в вершине петли. Для преодоления этой проблемы выдвигалось несколько гипотез:

необычно высокая плотность плазмы в вершине петли [3];

ускорение и захват электронов в вершине петли в области с высоким уровнем плазменной турбулентности [4 – 6];

захват электронов, инжектированных в вершину петли перпендикулярно магнитному полю [7];

обратное комптоновское рассеяние умеренно-релятивистских электронов на мягком рентгеновском и крайнем ультрафиолетовом видах излучения [8].

Все указанные гипотезы носят декларативный, предположительный характер, а потому не могут рассматриваться как единственно возможные для объяснения ЖРИ в корональной части магнитной петли [9, 10].

Целью данной работы является выяснение природы источников ЖРИ во вспышечных петлях на основе решения нестационарного релятивистского уравнения Фоккера – Планка для функции распределения ускоренных электронов.

Несомненно, поставленная задача частично является модельной, приходится делать предположения о параметрах ускоренных электронов в момент инжекции и, кроме того, задавать распределение концентрации плазмы и индукции магнитного поля вдоль вспышечной петли.

Решение указанной задачи проводится в несколько этапов:

1. Построение численного кода решения кинетического уравнения, описывающего поведение ускоренных электронов в петлевой структуре магнитного поля во время вспышки.

2. Анализ влияния различных параметров магнитной петли и ускоренных электронов на спектр и степень поляризации жесткого рентгеновского излучения.

3. Объяснение коронального источника ЖРИ захватом ускоренных электронов в неоднородном магнитном поле.

Кинетические задачи подобного рода рассматривались в работах [10 – 13], в которых не рассматривались эффекты взаимодействия пучка электронов с плазменными волнами. В работах [14, 15] исследовалось влияние ленгмюровских волн, но не учитывалась пространственная протяженность магнитной петли.

Кинетика ускоренных электронов во вспышечных петлях

Рассмотрим динамику пучка ускоренных во время вспышек электронов, распространяющихся вдоль магнитных петель в солнечной атмосфере. Распределение концентрации плазмы и изменение индукции магнитного поля вдоль петли задаются на базе наблюдений и модельных представлений. Предполагается, что область инжекции ускоренных электронов локализуется в верхней части петли. Временной профиль в момент инжекции представляет собой отдельный импульс в форме гауссиана. Подобный вид имеет и питч-угловое распределение. Расчет легко можно распространить на более длительные события если предположить суперпозицию импульсов. Таким образом, в качестве координат частиц в фазовом пространстве выбраны следующие величины: расстояние s вдоль силовой линии (отсчитывается от вершины петли); кинетическая энергия, выраженная в единицах энергии покоя электрона, $E = \gamma - 1$ (γ – Лоренц-фактор электрона), и косинус питч-угла $\mu = \cos\alpha$.

При написании нестационарного релятивистского уравнения Фоккера – Планка для функции распределения $f(E, \mu, s, t)$ ускоренных электронов в магнитной петле ограничимся на первом этапе рассмотрением лишь двух процессов, протекающих в плазме: кулоновского рассеяния и магнитного отражения. В этом случае уравнение

Фоккера – Планка принимает вид [16]:

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_0}{c\beta} \frac{\partial f}{\partial t} = & -\lambda_0 \mu \frac{\partial f}{\partial s} + \\ & + \lambda_0 \frac{\partial \ln(B)}{\partial s} \frac{\partial}{\partial \mu} \left[\frac{(1-\mu^2)}{2} f \right] + \\ & + \frac{1}{\beta} \frac{\partial}{\partial E} \left(\frac{f}{\beta} \right) + \frac{1}{\beta^4 \gamma^2} \frac{\partial}{\partial \mu} \left[(1-\mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right] + \\ & + \frac{\lambda_0}{c\beta} S(E, \mu, s, t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\lambda_0(s) = \frac{10^{24}}{n(s) \ln \Lambda}$, $\beta = \frac{v}{c}$, $\gamma = E + 1$.

Второе слагаемое в правой части уравнения (1) описывает магнитное отражение от областей возрастающего магнитного поля вдоль силовой линии, по которой движется частица. Третье и четвертое слагаемые отвечают за изменение энергии и рассеяние по углам в результате кулоновского взаимодействия ускоренных электронов с частицами плазмы. Особый интерес в данном уравнении представляет последний член в правой части уравнения, который задает распределение ускоренных электронов в момент их инжекции. Исследование параметров источника, от которых зависят характеристики ЖРИ (поток, спектр, степень поляризации) в конечном счете и является предметом настоящей работы.

Моделирование распределения электронов вдоль вспышечных петель

Характеристики жесткого рентгеновского излучения зависят от целого ряда факторов: от параметров инжекции ускоренных электронов, от магнитного поля, от распределения концентрации плазмы вдоль петли. В связи с этим необходимо обоснованно подходить к выбору названных параметров.

Обычно полагают, что энергетический спектр рентгеновских квантов подчиняется степенному закону. Спектральный индекс в мягких вспышках имеет значение $k \approx 7$, в то время как для жестких вспышек – $k \approx 2 - 3$. В мощных вспышках наблюдаются отклонения от простого степенного закона: регистрируются изломы энергетического спектра в области малых энергий

(15 – 19 кэВ) и в области высоких энергий (десятки килоэлектронвольт). В данной работе рассматриваются вспышки, для которых типичные значения спектрального индекса находятся в интервале $\delta = k + 1 = 2,5 - 3,5$, где k – показатель спектра фотонов (например, вспышка класса X3.1, произошедшая 01:00 UT, 24 августа 2002 года вблизи западной части лимба).

Расчет геометрии магнитного поля, как правило, базируется на данных, полученных для фотосферы (см., например, работы [17] или [18] и ссылки в них). Отметим, что магнитное поле может необязательно быть симметричным относительно вершины петли. Типичные наблюдаемые значения индукции поля составляют 400 – 1000 Гс для фотосферы. В вершине петли теоретические расчеты дают значения 100 – 200 Гс. В данной работе магнитное поле представлено в параболическом виде:

$$\frac{B(s)}{B_0} = 1 + \frac{(s - b_1)^2}{b_2^2},$$

где $B_0 = 200$ Гс; $b_1 = 0$; $b_2 = 3 \cdot 10^9$; $1,5 \cdot 10^9$ см. Пробочное отношение B_{\max} / B_0 для данных значений b_2 равно двум и пяти соответственно.

Типичные значения концентрации плазмы во вспышечной петле, получаемые из радионаблюдений в вершине и в хромосфере, составляют $10^{10} - 10^{11} \text{ см}^{-3}$, быстро увеличиваясь к подножиям петли.

Изменение концентрации плазмы вдоль петли задавалось в виде

$$\frac{n(s)}{n_0} = \exp \left(4,6 \left(\frac{s}{s_{\max}} \right)^6 \right),$$

где $n_0 = 5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$, что достаточно близко к наблюдаемым величинам (см., например, работу [19]).

Как и в подобных работах, функциональную зависимость источника ускоренных электронов от аргументов будем представлять в факторизованном виде, то есть полагать, что распределения по углам, энергиям, координатам и времени формируются независимо. Существующие модели ускорения не дают ответа на этот вопрос. Хотя, конечно, возможна связь между угловой и энергетической зависимостями

Таблица 1

Виды функций распределения по углам и параметры моделей источников ускоренных электронов

$S_2(\alpha)$	B_{\max}/B_0	δ
$\cos^2\alpha$	2	3,0
$\cos^6\alpha$		2,5
$\exp\left[-\frac{(\alpha - \alpha_1)^2}{\alpha_0^2}\right]$		3,0
Та же функция	5	7,0
1	2	3,0

Примечания. 1. $\alpha_0 = 36$ град, $\alpha_1 = 0$ град.
 2. Для всех моделей область инжекции находится в вершине петли и инжекция направлена (кроме последней модели) в ее правую часть. В случае $S_2(\alpha) = 1$ инжекция изотропна.

функции распределения. Например, при регулярном ускорении электроны высоких энергий могут распространяться в более узком конусе.

Таким образом, функцию источника электронов зададим в виде произведения распределений вдоль трех осей и времени:

$$S(E, \alpha, s, t) = S_1(E)S_2(\alpha)S_3(s)S_4(t),$$

где $\alpha = \arccos \mu$.

Мы рассмотрим ряд моделей с изотропной и анизотропной типами инжекции электронов в вершине и на некотором удалении от нее. Параметры моделей приведены в табл. 1. Обобщение результатов анализа представлено в конце статьи.

Обсудим результаты расчета по следующей модели, для чего конкретизируем вид функций S_i . Энергетический спектр электронов в источнике подчиняется степенной зависимости:

$$S_1(E) = K \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-\delta},$$

где $\delta = 3$, $E_0 = 511$ кэВ; K – коэффициент, определяющий общее число ускоренных электронов.

Угловое распределение в источнике – анизотропное, оно не зависит от энергетического и задается в следующем виде:

$$S_2(\alpha) = \exp\left[-\frac{(\alpha - \alpha_1)^2}{\alpha_0^2}\right], \quad (2)$$

где $\alpha_0 = 36$ град, $\alpha_1 = 0$ град.

Пространственная локализация источника смещена вправо от вершины на расстояние, равное половине полупетли:

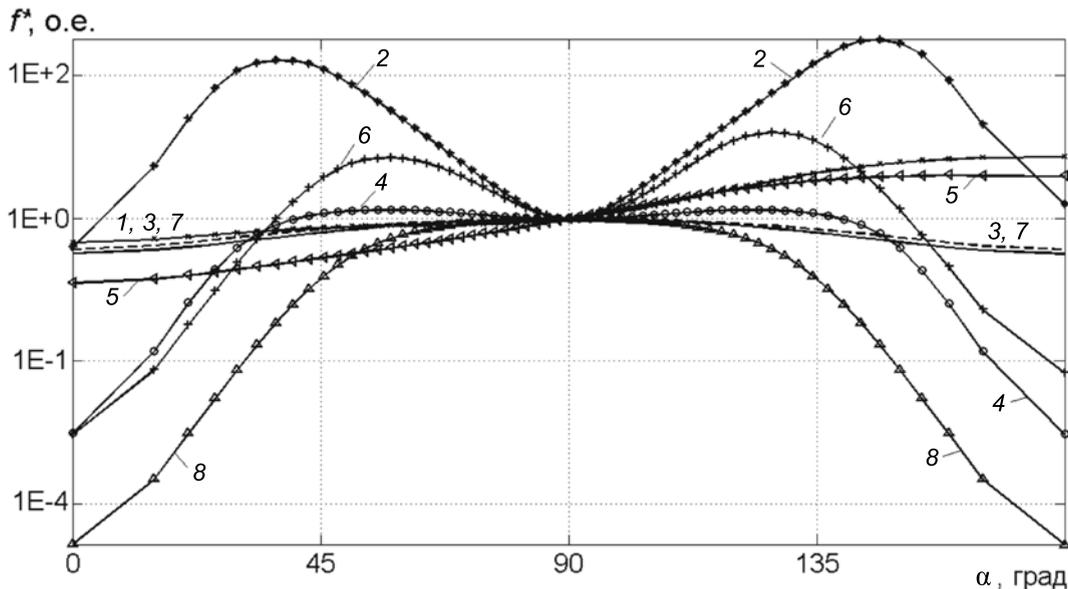


Рис. 1. Функция углового распределения ускоренных электронов, нормированная на значение в точке $\alpha = 90$ град (практически в вершине петли). $f^* = f(\alpha)/f(\alpha = 90 \text{ град})$, где $\alpha = \arccos \mu$. Номера кривых отвечают наборам параметров представленных в табл. 2

Таблица 2

Параметры функций распределения ускоренных электронов $f(E, \mu, s, t)$, интенсивности и поляризации жесткого рентгеновского излучения

Номер позиции на рис. 1, 2, 3	B_{\max} / B_0	$E, \epsilon_x, \text{кэВ}$	$t, \text{с}$
1	5	30	3
2		201	
3		30	9
4		201	
5	2	30	3
6		201	
7		30	9
8		201	

Обозначения: B_{\max} / B_0 – пробочное отношение, E – энергия электронов, ϵ_x – энергия фотонов, t – рассматриваемый момент времени. На рис. 1 представлена пространственная точка $s = 0,01 \cdot 10^9$ см.

$$S_3(s) = \exp\left[-\frac{(s - s_1)^2}{s_0^2}\right],$$

где $s_1 = 1,5 \cdot 10^9$ см, $s_0 = 2,0 \cdot 10^8$ см.

Временной профиль задается в виде гауссовского распределения:

$$S_4(t) = \exp\left[-\frac{(t - t_1)^2}{t_0^2}\right],$$

где $t_1 = 2,6$ с, $t_0 = 1,4$ с.

В программе для решения дифференциального уравнения используется метод конечных разностей совместно с методом операторного разделения. Согласно этому методу решение дифференциального уравнения, состоящего из суммы k дифференциальных операторов

$$\frac{\partial}{\partial t} U(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^k Q_i[U(\mathbf{x}, t)],$$

где \mathbf{x} – координата в фазовом пространстве (в нашем случае \mathbf{x} – это E, μ, s), представляется в виде

$$U(\mathbf{x}, t + \Delta t) = \Phi_k(\Phi_{k-1} \times \dots \times \Phi_2(\Phi_1[U, \Delta t], \Delta t) \dots, \Delta t), \Delta t)$$

(Φ_i – конечно-разностный оператор, который аппроксимирует дифференциальный оператор Q_i [16]).

Рассмотрим результаты расчета функции распределения электронов в магнитной петле (рис. 1 и табл. 2).

На рис. 1 видно, что характер максимумов функции распределения для высокоэнергичных электронов отличается от низкоэнергичных. Число отраженных электронов с питч-углами вблизи значений $\alpha = 45$ град и $\alpha = 135$ град в высокоэнергичной части спектра значительно превышает число электронов с $\alpha = 90$ град. Это является следствием комбинации эффектов: энергетических потерь при столкновении, магнитного отражения, диффузии в питч-угловом пространстве и ухода частиц в конус потерь. Все это оказывает непосредственное влияние на распределение интенсивности и степени поляризации жесткого рентгеновского излучения вдоль петли, анализ которых представлен в следующем разделе статьи.

Увеличение пробочного отношения приводит к накоплению высокоэнергичных электронов с углами вблизи значений $\alpha = 45$ град и $\alpha = 135$ град (кривые 2 и б). Рассмотрим процесс излучения ЖРИ электронами с подобной функцией распределения.

Интенсивность жесткого рентгеновского излучения

Расчет интенсивности жесткого рентгеновского излучения производился с использованием формул для расчета релятивистского сечения из работ [20, 21].

Дифференциальная интенсивность ЖРИ (на единицу длины) определяется соотношением

$$F_x(\varepsilon, \theta, s, t) = \frac{dI_\lambda(\varepsilon, \theta, s, t)}{ds} = \frac{A(s)n(s)}{R^2} \int_\varepsilon^\infty v(E) dE \int_{-1}^1 f(E, \mu, s, t) d\mu \times \int_0^{2\pi} \frac{\partial^2 \sigma_\lambda(\varepsilon, E, \theta', \mu, \varphi)}{d\varepsilon d\Omega'} d\varphi, \quad (3)$$

где $A(s) = \left(1 + \frac{(s - b_1)^2}{b_2^2}\right)^{-1}$ – площадь поперечного сечения петли; $n(s)$ – концентрация ионов плазмы; $R = 1,5 \cdot 10^{13}$ см – астрономическая единица.

В общем случае $A(s)$ уменьшается с ростом координаты s вдоль оси магнитной петли, $n(s)$ определяется модельным образом. Функция $A(s)$ определяется из условия сохранения магнитного потока $B(s)A(s) = \text{const}$ и модельной зависимости магнитного поля от координаты s . Релятивистское сечение тормозного излучения σ получено в работе [20]. Отметим, что электрон-протонное тормозное сечение зависит от параметров ускоренных электронов, энергии рентгеновских квантов и угла наблюдения θ (угол между нормалью к фотосфере и волновым вектором \mathbf{k}). Причем, как показывают результаты расчетов [21], зависимость от угла наблюдения наряду с жесткостью энергетического спектра являются наиболее существенными при вычислении характеристик ЖРИ. Угол между волновым вектором фотона (направлен к наблюдателю) и вектором момента импульса электрона определяется выражением:

$$\cos \theta' = \cos \theta \cdot \cos \alpha + \sin \theta \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi, \quad (4)$$

где α, φ – полярные координаты вектора

момента импульса электрона в системе, в которой вертикальная ось нормальна фотосфере (α также является питч-углом электронов в этой системе), ε – энергия фотона.

Сечение тормозного излучения является суммой поперечной и продольной компонент (по отношению к плоскости векторов (\mathbf{k}, \mathbf{V})):

$$\frac{d^2 \sigma}{d\varepsilon d\Omega'}(E, \varepsilon, \theta') = \frac{d^2 \sigma_{\parallel}}{d\varepsilon d\Omega'}(E, \varepsilon, \theta') + \frac{d^2 \sigma_{\perp}}{d\varepsilon d\Omega'}(E, \varepsilon, \theta').$$

Кроме электрон-протонного, вклад в общую интенсивность может вносить электрон-электронное тормозное излучение. Как показано в работе [22], последний процесс вносит заметный вклад в общее излучение на энергиях не ниже 300 кэВ. Нас в первую очередь интересует область энергий рентгеновских квантов, величина потока и степень поляризации в которой могут быть измерены в экспериментах. Она ограничивается в настоящее время диапазоном порядка 200 кэВ для большинства вспышек. Поэтому электрон-электронный механизм тормозного излучения мы не будем принимать во внимание.

Используя результаты расчетов функции распределения (см. рис. 1), получим распределение яркости ЖРИ вдоль магнитной петли (рис. 2).

В случае анизотропного распределения электронов в момент их инжекции (задается выражением (2)), максимум интенсивности при $t = 3$ с, т. е. практически в момент максимальной инжекции, приходится на правое основание петли (см. рис. 2, кривые 1, 2, 5, 6). Яркость противоположного основания и вершины оказывается существенно меньше. Это объясняется меньшими значениями концентрации плазмы в вершине и числа отраженных электронов, по сравнению с числом электронов, высыпавшихся в конус потерь. Однако уже через несколько секунд после максимума инжекции источник ЖРИ в вершине становится сравнимым по интенсивности с источниками в подножиях (см. рис. 2, кривые 3, 4).

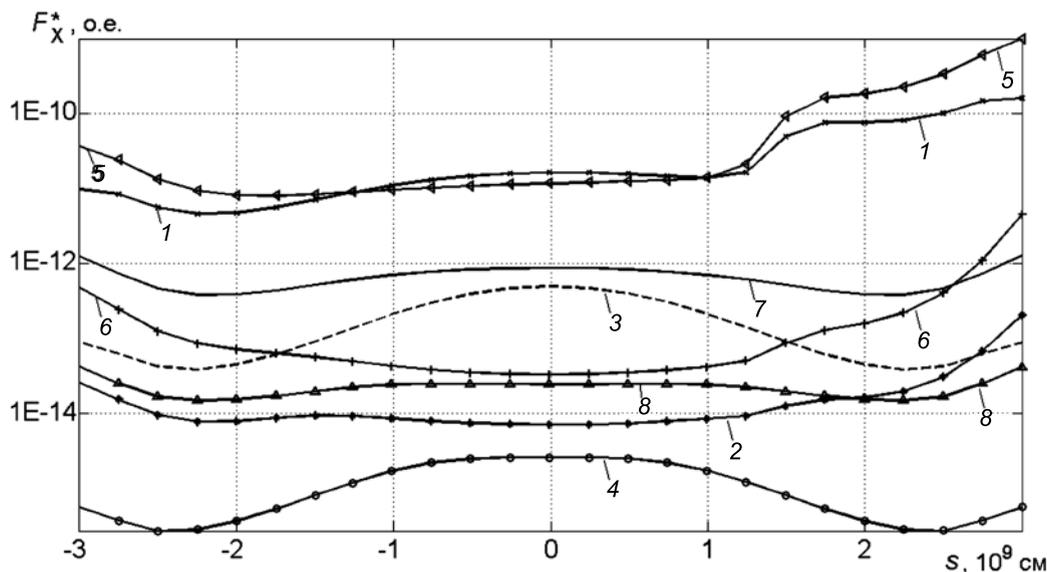


Рис. 2. Распределение интенсивности $F_X(\varepsilon_X, \theta, s, t)$ жесткого рентгеновского излучения вдоль вспышечной петли при угле наблюдения $\theta = 90$ град. Номера кривых отвечают наборам параметров, представленных в табл. 2

Это можно объяснить возросшим количеством отраженных электронов, по отношению к количеству ушедших в конус потерь, при учете уменьшающегося инжектируемого числа электронов. В случае пробочного отношения, равного двум, источник в вершине также присутствует, однако, он уже не так ярко выражен (см. рис. 2, кривые 7, 8).

Таким образом, как видно из рис. 2, эффект магнитного отражения приводит к тому, что даже узконаправленный пучок электронов, инжектируемый в отдалении от вершины в направлении к правому основанию, создает источник ЖРИ в вершине петли. Яркость источника ЖРИ в вершине петли значительно уменьшается в случае узконаправленных пучков электронов даже при большом пробочном отношении B_{\max} / B_0 (в случае источников с близкими значениями спектрального индекса δ).

Поляризация жесткого рентгеновского излучения

Степень поляризации жесткого рентгеновского излучения зависит от углового распределения ускоренных электронов и их энергетического спектра. Поэтому при на-

личии надежных экспериментальных данных по измерению степени поляризации ЖРИ можно определить механизм ускорения электронов, связанный с ускорением в регулярных или стохастических электрических полях. К сожалению, на сегодняшний день наблюдений степени поляризации ЖРИ очень мало и точность даже для вспышек класса X составляет всего около 10 %. Поэтому провести тщательное сравнение полученных результатов с наблюдениями пока весьма сложно. Однако это не умаляет важности полученных данных.

Расчет степени поляризации ЖРИ производился по следующей формуле:

$$P_X(\varepsilon, \theta, s, t) = \frac{1}{F_X(\varepsilon, \theta, s, t)} \times \int_{\varepsilon}^{\infty} dE \int_{-1}^{+1} d\mu \int_0^{2\pi} d\varphi \cos 2\psi \times \left[\frac{d^2\sigma_{\perp}(E, \varepsilon, \theta')}{d\varepsilon d\Omega'} - \frac{d^2\sigma_{\parallel}(E, \varepsilon, \theta')}{d\varepsilon d\Omega'} \right] \times f(E, \mu, s, t) v(E),$$

где $F_X(\varepsilon_X, \theta, s, t)$ дается выражением (3), а θ' — выражением (4), ψ — угол между плоскостями излучения и плоскостью, прохо-

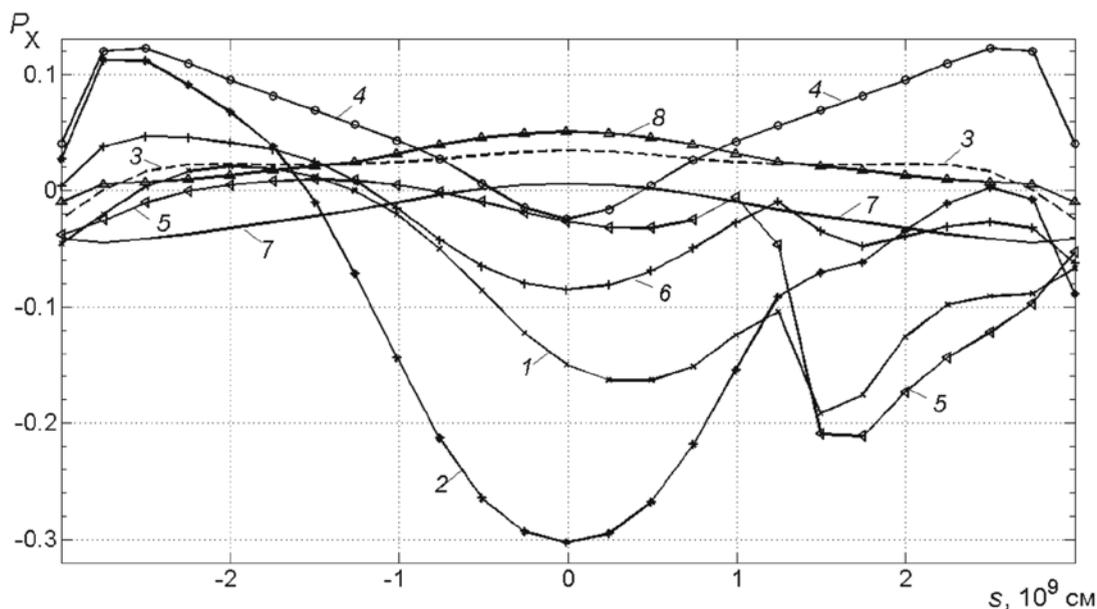


Рис. 3. Распределение степени поляризации $P_x(\epsilon_x, \theta, s, t)$ жесткого рентгеновского излучения вдоль вспышечной петли при угле наблюдения $\theta = 90$ град. Номера кривых отвечают наборам параметров, представленных в табл. 2

дящей через нормаль к фотосфере:

$$\cos \psi = (\cos \theta \sin \alpha \cos \varphi - \sin \theta \cos \alpha) / \sin \theta'.$$

На рис. 3 представлены результаты расчета степени поляризации ЖРИ для угла наблюдения $\theta = 90$ град. Для вспышек, происходящих ближе к лимбу, такой угол соответствует максимальной степени поляризации релятивистского тормозного излучения. Знак поляризации определяется угловым распределением ускоренных электронов. Он положительный, если электроны преимущественно распределены по поперечным импульсам, и отрицательный для продольного распределения.

В случае источника, задаваемого в питч-угловом пространстве выражением (2), нормированный первый параметр Стокса имеет соответствующее распределение значений вдоль петли для различных энергий и различных моментов времени (см. рис. 3).

Как следует из рис. 3, в вершине петли наблюдается отрицательная степень поляризации. Увеличение пробочного отношения приводит к увеличению степени поляризации в вершине от минус 9 % до минус

30 % для энергии фотонов 201 кэВ при $t = 3$ с (см. рис. 3, кривые 2, 6). В подножиях петли, при $t = 9$ с, характер поляризации различен для разных пробочных отношений (см. кривые 4, 8). При $B_{\max} / B_0 = 5$ в подножиях наблюдается положительная степень поляризации до +13 % для энергии 201 кэВ и $t = 9$ с, а при $B_{\max} / B_0 = 2$ поляризация максимальна в вершине и составляет всего +4 %.

Поскольку задача является параметрической, нами также были исследованы другие типы источников (см. табл. 1).

Обсуждение результатов

В данной работе были произведены расчеты питч-углового, пространственного и энергетического распределения ускоренных электронов в петельной структуре магнитного поля Солнца. Рассчитаны анизотропная модель с впрыском электронов в область между вершиной и основанием петли для случая неоднородного магнитного поля и неоднородной концентрации окружающей плазмы для пробочного отношения, равного двум и пяти.

Также были рассмотрены еще шесть моделей для различных распределений (см. табл. 1). Для всех моделей инжекции рассчитаны интенсивность жесткого рентгеновского излучения и степень поляризации. Из анализа моделей следует выделить ряд важных особенностей.

1. Источник жесткого рентгеновского излучения в вершине петли может формироваться даже при анизотропной инжекции как в самой вершине, так и на удалении от нее, ближе к одному из оснований. Максимальная степень поляризации ЖРИ имеет место в вершине петли в момент максимальной инжекции и составляет -20% при $B_{\max}/B_0 = 2$ и -30% при $B_{\max}/B_0 = 5$.

2. Первоначально изотропный источник электронов в вершине петли со временем становится сильно анизотропным с преимущественным распределением по поперечным импульсам. Яркость ЖРИ в вершине в этом случае оказывается хотя и меньше таковой в основаниях, но вполне измеряемой в экспериментах. Степень поляризации в этом случае максимальна в самом начале инжекции ускоренных электронов: в вершине она достигает значений $+20\%$, в то время как в подножиях степень поляризации не превышает нескольких процентов и имеет обратный знак.

3. Два узконаправленных пучка электронов с функциями инжекции $S_2(\alpha) = \cos^2\alpha$ и $S_2(\alpha) = \cos^6\alpha$, расположенными в вершине петли, в момент максимума инжекции можно различить по характеру яркости вдоль петли: более узконаправленные пучки дают более равномерное распределение яркости вдоль магнитной петли. Также их можно различить по знаку поляризации: отрицательный знак и более высокое значение степени поляризации у более узконаправленного источника (-30%) и положительный ($+8\%$) в случае $S_2(\alpha) = \cos^2\alpha$. Нужно отметить, что после окончания действия инжектора различить два узконаправленных источника уже не представляется возможным.

4. Увеличение пробочного отношения ведет к накоплению электронов с углами

вблизи значений 45 и 135 град. Для лимбовых вспышек (когда угол наблюдения $\theta = 90$ град) это приводит к более сильному свечению части петли, в направлении которой инжекция не происходила.

5. Влияние показателя спектра сказывается преимущественно на интенсивности излучения в энергичной части спектра. Более «мягкие» источники в момент максимума инжекции и после него излучают преимущественно в низкоэнергичной части спектра, что вполне ожидаемо.

6. Угловая направленность электронов в области инжектора легко определяется по асимметрии интенсивности ЖРИ в петле относительно ее вершины в момент максимума инжекции. Впоследствии асимметрия исчезает, так как уже через пять секунд после максимума инжекции высокоэнергичные электроны заполняют магнитную петлю симметрично относительно ее вершины с максимумом концентрации в вершине петли.

7. Измерения степени поляризации с пространственным разрешением вдоль петли могут подтвердить угловую направленность ускоренных электронов в инжекторе по величине и знаку степени поляризации вдоль петли в различные моменты времени.

Таким образом, по результатам анализа представленных моделей можно заключить о принципиальной возможности определения параметров функции источника по данным наблюдений жесткого рентгеновского излучения.

Наработки, полученные при создании численного кода, позволят в дальнейшем перейти к более глубокому исследованию физических условий, реализуемых во вспышечной петле Солнца. В частности, открываются возможности учета рассеяния энергичных электронов на плазменной турбулентности, а также учета влияния обратного тока на кинетику первичного пучка.

Работа поддержана грантом в рамках проекта ФЦПК-1.5 № 8524 и программой ПРАН № 22.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Aschwanden M.J.** Particle Acceleration and kinematics in solar flares. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002. 227 p.
2. **Masuda S., Kosugi T., Hara H., Tsuneta S., Ogawara Y.** A loop-top hard X-ray source in a compact solar flare as evidence for magnetic reconnection // *Nature*. 1994. Vol. 371. P. 495–497.
3. **Veronig A.M., Brown, J.C.** A coronal thick-target interpretation of two hard X-ray loop events // *Astrophysical Journal*. 2004. Vol. 603. P. L117–120.
- Petrosian V., Donaghy T.Q.** On the spatial distribution of hard X-rays from solar flare loops // *Astrophysical Journal*. 1999. Vol. 527. P. 945–957.
5. **Petrosian V., Liu S.** Stochastic acceleration of electrons and protons. I. Acceleration by parallel-propagating waves // *Astrophysical Journal*. 2004. Vol. 610. P. 550–571.
6. **Stepanov A.V., Tsap Y.T.** Electron-whistler interaction in coronal loops and radiation signatures // *Solar Physics*. 2002. Vol. 211. P. 135–154.
7. **Fletcher L., Martens, P.C.H.** A model for hard X-ray emission from the top of flaring loops // *Astrophysical Journal*. 1998. Vol. 505. P. 418–431.
8. **Chen B., Bastian T.S.** The role of inverse compton scattering in solar coronal hard X-ray and γ -ray sources // *Astrophysical Journal*. 2012. Vol. 750. No. 1. 35 (16 p).
9. **Чариков Ю.Е.** Динамика пучка ускоренных электронов и диагностика вспышечной плазмы по результатам анализа жесткого рентгеновского излучения, зарегистрированного спектрометром BATSE // Труды Пулковской всероссийской ежегодной конференции по физике Солнца; ред. Степанов А.В., Наговицын Ю.А. СПб: Изд-во ГАО РАН, 2012. С. 373–376.
10. **Charikov Yu.E., Mel'nikov V.F., Kudryavtsev I.V.** Intensity and polarization of the hard X-ray radiation of solar flares at the top and footpoints of a magnetic loop // *Geomagnetism and Aeronomy*. 2012. Vol. 52. P.1021–1031.
11. **Kudryavtsev I.V., Charikov Yu.E.** Hard X-rays of relativistic electrons accelerated in solar flares // *Geomagnetism and Aeronomy*. 2012. Vol. 52. P. 875–882.
12. **Zharkova V.V., Kuznetsov A.A., Siversky T.V.** Diagnostics of energetic electrons with anisotropic distributions in solar flares. I. Hard X-rays bremsstrahlung emission // *Astronomy and Astrophysics*. 2010. Vol. 512, id. A8 (18 p).
13. **Melnikov V.F., Gorbikov S.P., Pyatakov N.P.** Formation of anisotropic distributions of mildly relativistic electrons in flaring loops; Gopalswamy N., Webb D.F. (ed.) // *Proceedings of the IAU Symposium; IAU Symposium, 2009*. Vol. 257. P. 323–328.
14. **Vatagin P.V., Charikov Y.E., Stepanov A.V., Kudryavtsev I.V.** Dynamics of accelerated electron beams and X-rays in solar flares with sub-THz radiation // *Geomagnetism and Aeronomy*. 2012. Vol. 52. P. 1015–1020.
15. **Kontar E.P., Ratcliffe H., Bian N.H.** Wave-particle interactions in non-uniform plasma and the interpretation of hard X-ray spectra in solar flares // *Astronomy and Astrophysics*. 2012. Vol. 539, id. A43 (8 p.)
16. **Hamilton R.J., Lu E.T., Petrosian V.** Numerical solution of the time-dependent kinetic equation for electrons in magnetized plasma // *Astrophysical Journal*. 1990. Vol. 354. P. 726–734.
17. **Gary G.A.** Linear force-free magnetic fields for solar extrapolation and interpretation // *Astrophysical Journal. Supplement Series*. 1989. Vol. 69. P. 323–348.
18. **Murray S.A.** Fields and flares: Understanding the complex magnetic topologies of solar active regions. PhD thesis. Available at:ArXiv:astro-ph. sr/1301.5601v1 (accessed January 23, 2013).
19. **Aschwanden M.J., Brown J.C., Kontar E.P.** Chromospheric height and density measurements in a solar flare observed with RHESSI II. Data analysis // *Solar Physics*. 2002. Vol. 210. P. 383–405.
20. **Gluckstern R.L., Hull M.H.** polarization dependence of the integrated bremsstrahlung cross section // *Physical Review*. 1953. Vol. 90. № 6. P. 1030–1035.
21. **Bai T., Ramaty R.** Backscatter, anisotropy, and polarization of solar hard X-rays // *Astrophysical Journal*. 1978. Vol. 219. P. 705–726.
22. **Kontar E.P., Emslie A.G., Massone A.M., Piana M., John C.B., Prato M.** Electron-electron bremsstrahlung emission and the inference of electron flux spectra in solar flares // *Astrophysical Journal*. 2007. Vol. 670. P. 857–861.

REFERENCES

1. **Aschwanden M.J.** Particle Acceleration and Kinematics in Solar Flares. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 2002, 227 p.
2. **Masuda S., Kosugi T., Hara H., Tsuneta S., Ogawara Y.** A loop-top hard X-ray source in a compact solar flare as evidence for magnetic reconnection. *Nature*, 1994, Vol. 371, pp. 495–497.
3. **Veronig A.M., Brown, J.C.** A Coronal Thick-Target Interpretation of Two Hard X-Ray Loop Events. *Astrophysical Journal*, 2004, Vol. 603, L117–120.
4. **Petrosian V., Donaghy T.Q.** On the Spatial Distribution of Hard X-Rays from Solar Flare Loops. *Astrophysical Journal*, 1999, Vol.527, pp. 945–957.
5. **Petrosian V., Liu S.** Stochastic Acceleration of Electrons and Protons. I. Acceleration by Parallel-Propagating Waves. *Astrophysical Journal*, 2004, Vol. 610, pp. 550–571.
6. **Stepanov A.V., Tsap Y.T.** Electron-Whistler Interaction in Coronal Loops and Radiation Signatures. *Solar Physics*, 2002, Vol. 211, pp. 135–154.
7. **Fletcher L., Martens, P.C.H.** A Model for Hard X-Ray Emission from the Top of Flaring Loops. *Astrophysical Journal*, 1998, Vol. 505, pp. 418–431.
8. **Chen B., Bastian T.S.** The Role of Inverse Compton Scattering in Solar Coronal Hard X-Ray and γ -Ray Sources. *Astrophysical Journal*, 2012, Vol. 750:35, (16 p).
9. **Charikov Yu.E., Vatagin P.V., Kudryavcev I.V.** Dinamika puchka uskorennyh jelektronov i diagnostika vspyshechnoj plazmy po rezul'tatam analiza zhestkogo rentgenovskogo izlucheniya, zaregistririvannogo spektrometrom BATSE [The dynamics of the accelerated electron beam and plasma diagnostics of the flare on the analysis of the hard X-ray spectrometer registered on BATSE] // Trudy Pulkovskoj vserossijskoj ezhegodnoj konferencii po fizike solnca, red. Stepanov A.V., Nagovicyn Ju.A., St. Petersburg, Izd-vo GAO RAN, 2012, pp. 373–376. (rus)
10. **Charikov Yu.E., Mel'nikov V.F., Kudryavtsev I.V.** Intensity and polarization of the hard X-ray radiation of solar flares at the top and footpoints of a magnetic loop. *Geomagnetism and Aeronomy*, 2012, Vol. 52, pp. 1021–1031.
11. **Kudryavtsev I.V., Charikov Yu.E.** Hard X rays of relativistic electrons accelerated in solar flares. *Geomagnetism and Aeronomy*, 2012, Vol. 52, pp. 875–882.
12. **Zharkova V.V., Kuznetsov A.A., Siversky T.V.** Diagnostics of energetic electrons with anisotropic distributions in solar flares. I. Hard X-rays bremsstrahlung emission. *Astronomy and Astrophysics*, 2010, Vol.512, id. A8, 18 pp.
13. **Melnikov V.F., Gorbikov S.P., Pyatakov N.P.** Formation of anisotropic distributions of mildly relativistic electrons in flaring loops. In Gopalswamy N. and Webb D.F., editors, Proceedings of the IAU Symposium, IAU Symposium, 2009, Vol. 257, pp. 323–328.
14. **Vatagin P.V., Charikov Y.E., Stepanov A.V., Kudryavtsev I.V.** Dynamics of accelerated electron beams and X rays in solar flares with sub-THz radiation. *Geomagnetism and Aeronomy*, 2012, Vol. 52, pp. 1015–1020.
15. **Kontar E.P., Ratcliffe H., Bian N.H.** Wave-particle interactions in non-uniform plasma and the interpretation of hard X-ray spectra in solar flares. *Astronomy and Astrophysics Journal*, 2012, Vol. 539, id. A43 8p.
16. **Hamilton R.J., Lu E.T., Petrosian V.** Numerical solution of the time-dependent kinetic equation for electrons in magnetized plasma. *Astrophysical Journal*, 1990, Vol. 354, pp. 726–734.
17. **Gary G. A.** Linear force-free magnetic fields for solar extrapolation and interpretation. *Astrophysical Journal Supplement Series*, 1989, Vol. 69, pp. 323–348.
18. **Murray S.A.** Fields and Flares: Understanding the Complex Magnetic Topologies of Solar Active Regions. PhD thesis. Available at: ArXiv:astro-ph/1301.5601v1 (accessed January 23, 2013)
19. **Aschwanden M.J., Brown J.C., Kontar E.P.** Chromospheric Height and Density Measurements in a Solar Flare Observed with RHESSI II. Data Analysis. *Solar Physics*, 2002, Vol. 210, pp. 383–405.
20. **Gluckstern R.L., Hull M.H.** Polarization Dependence of the Integrated Bremsstrahlung Cross Section. *Physical Review*, 1953, Vol. 90, No. 6, pp. 1030–1035.
21. **Bai T., Ramaty R.** Backscatter, anisotropy, and polarization of solar hard X-rays. *Astrophysical Journal*, 1978, Vol. 219, pp. 705–726.
22. **Kontar E.P., Emslie A.G., Massone A.M., Michele Piana, John C.B., Marco Prato.** Electron-electron bremsstrahlung emission and the inference of electron flux spectra in solar flares. *The Astrophysical Journal*, 2007, Vol. 670, pp. 857–861.



ЧАРИКОВ Юрий Евгеньевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры космических исследований Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, старший научный сотрудник лаборатории космических лучей ФТИ имени А.Ф. Иоффе РАН.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
Yuri.Charikov@mail.ioffe.ru

ШАБАЛИН Александр Николаевич – аспирант лаборатории космических лучей ФТИ имени А.Ф. Иоффе РАН;

194021, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 26
TaoAstronomer@gmail.com

КУДРЯВЦЕВ Игорь Владимирович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории космических лучей ФТИ имени А.Ф. Иоффе РАН.

194021, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 26
igor.koudriavtsev@mail.ioffe.ru



Семинар «Фундаментальные проблемы интенсивной пластической деформации кристаллических твердых тел»

УДК 669.15

В.В. Рыбин

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ИНТЕНСИВНОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

V.V. Rybin

St. Petersburg State Polytechnical University,
29 Politehnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

FUNDAMENTAL PROBLEMS OF SEVERE PLASTIC DEFORMATION OF CRYSTALLINE SOLIDS

Краткое вступление научного руководителя семинара (см. заглавие), доказывающее актуальность и своевременность проведения этого научного форума.

СЕМИНАР, ИНТЕНСИВНАЯ ПЛАСТИЧЕСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ (ИПД), КРИСТАЛЛИЧЕСКОЕ ТВЕРДОЕ ТЕЛО.

This is a short introduction written by a supervisor of studies of the seminar (see the title). It substantiates the actuality of holding the scientific forum.

SEMINAR, SEVERE PLASTIC DEFORMATION (SPD), CRYSTALLINE SOLID.

16 января 2013 года в Санкт-Петербургском государственном политехническом университете под научным руководством члена-корреспондента РАН, профессора В.В. Рыбина состоялся общероссийский научно-технический семинар «Фундаментальные проблемы интенсивной пластической деформации кристаллических твердых тел». В работе семинара приняли участие крупные отечественные ученые, внесшие заметный личный вклад в зарождение и становление этой бурно развивающейся в последние десятилетия области науки о материалах. Развитие происходит как в части фундаментальных, так и прикладных исследований, а также в области практических приложений, поскольку использование именно интенсивной пластической деформации (ИПД) яв-

ляется основным приемом промышленного получения ультрамелкозернистых (УМЗ) и нанокристаллических (НК) материалов, обладающих уникальным комплексом механических свойств и эксплуатационных характеристик.

Чтобы понять актуальность и своевременность проведения подобного семинара, совершим небольшой экскурс в историю вопроса.

Долгое время одним из постулатов в практике и теории металловедения поликристаллов было утверждение о невозможности измельчения зерен методами пластической деформации. Считалось, что в процессе пластического деформирования поликристалла зерно, сохраняя с высокой точностью объем, испытывают лишь формоизменение (причем изоморфно с из-

менением формы макрообразца) и меняют кристаллографическую ориентировку. При этом зерна не теряют своей идентичности [1, 2]. Иными словами, еще относительно недавно считалось невозможным создавать внутри зерен большеугловые границы (БУГ) деформационного происхождения. В пользу этого утверждения говорили как многочисленные экспериментальные данные, так и основные положения механики, а также классической дислокационной физики пластичности кристаллических твердых тел (КТТ).

Тем более неожиданным в 1974 году оказалось открытие явления фрагментации, которое заключалось в том, что на стадии развитой пластической деформации ($\varepsilon > \varepsilon_0 \approx 0,2$) зерна поликристаллического молибдена (чистота 99,9 %), деформируемого при комнатной температуре в условиях одноосного растяжения со скоростью $\dot{\varepsilon} = 10^{-2} \text{ с}^{-1}$, разбились на множество разориентированных фрагментов. Поперечные размеры фрагментов d_f оказались близкими к 0,2 мкм, а угол θ разориентировки между ними после деформации $\varepsilon = 0,4$ достигал десяти градусов [3].

В последующие годы явление фрагментации подверглось тщательному и детальному изучению. Была построена физическая теория фрагментации; по существу это теория структурообразования на стадии развитой пластической деформации. Были экспериментально изучены особенности фрагментации не только на молибдене, но и на других металлах и сплавах (железо, алюминий, титан, стали ферритного, мартенситного и аустенитного классов) в условиях, типичных для прессования, прокатки, гидроэкструзии, волочения. Были экспериментально определены функции распределения фрагментов по размерам и разориентировкам. Оказалось, что распределения по размерам имеют форму одиночного пика с максимумом, расположенным вблизи 0,2 мкм. Распределение по разориентировкам выглядит сложнее. Оно состоит из двух пиков, расположенных вблизи $\theta_1 = 2 - 3^\circ$ и $\theta_2 = 8 - 12^\circ$, соответственно.

В области большеугловых разориентировок распределение принимает вид мед-

ленно спадающего плато. Максимальное значение разориентировок деформационного происхождения θ_{\max} зависит от величины макроскопической деформации ε и следует выражению

$$\theta_{\max} = \alpha(\varepsilon - \varepsilon_0), \quad (1)$$

где α — коэффициент пропорциональности ($\alpha \leq 1$) [4, 5].

Из формулы (1) следует, что первый пик на распределении разориентировок появляется при $\varepsilon \geq \varepsilon_0 \approx 0,2$, второй — при $\varepsilon \geq 0,4$. Это полностью согласуется с экспериментальными наблюдениями.

С практической точки зрения наибольший интерес представляют большеугловые границы фрагментов межзеренного типа. Очевидно, что разработка технологии получения фрагментированных структур, у которых доля большеугловых границ будет примерно такой же, как и у полученных при рекристаллизации поликристаллов, решает задачу создания материалов принципиально нового класса — ультрамелкозернистых.

Для этого, исходя из положений физики развитой пластической деформации, следует разработать технологию, которая бы обеспечивала возможность деформирования материалов до значений, превышающих некоторую критическую величину ε_{cr} , которая определяется из вполне естественного условия. Оно формулируется следующим образом: максимальная разориентировка фрагментов θ_{\max} при ε_{cr} должна равняться или превышать значение θ_{sym} — минимального из углов, возможных для кристаллов данной сингонии и принадлежащих группе поворотной симметрии. Для металлов и сплавов, кристаллическая решетка которых принадлежит кубической сингонии, $\theta_{sym} = \pi/2$, поэтому для них

$$\varepsilon_{cr} \geq (1/\alpha) \theta_{sym} + \varepsilon_0 \approx \pi/2 + 0,2 = 1,77. \quad (2)$$

Приведенная оценка показывает, что разработка технологии создания УМК-материалов с помощью пластической деформации представляет собой далеко не тривиальную задачу. Действительно, необходимо разработать технологию, которая бы позволяла деформировать исходную заготовку,

во-первых, до весьма значительных деформаций без образования в ней несплошностей и микротрещин (для этого схема нагружения должна предусматривать использование в очаге деформации высокого квазигидростатического давления);

во-вторых, не прибегая к нагревам до температур, которые могут вызвать рекристаллизацию деформируемого материала.

Необходимо также после столь большой деформации обеспечить получение приемлемого (на уровне около 5 мм) сечения готового материала, чтобы впоследствии изготовить из него образцы для испытаний физико-механических свойств и служебных характеристик.

Как ни удивительно, но технологии, удовлетворяющие вышеприведенным условиям, были успешно разработаны. В основном это вариации и усовершенствования весьма оригинальной технологии равноканального углового прессования (РКУП), предложенной В.М. Сегалом с сотрудниками в 1981 году [6]. Структура и свойства полученных при этом образцов УМЗ-материалов были изучены подробнейшим образом. Результаты исследований представлены в многочисленных публикациях и в ряде обстоятельных обзоров (см., например, работы [7 – 9]).

В заключение надо остановиться на терминологическом аспекте проблемы. Дело в том, что англоязычный термин «severe plastic deformation» (SPD), введенный в свое время для обозначения специфических процессов пластического деформирования – таких, которые удовлетворяют всем перечисленным выше требованиям и

потому приводят к главному, а именно – аномальному измельчению исходных зерен и созданию в них ультрамелкокристаллической структуры, перешел в отечественную литературу как «интенсивная пластическая деформация» (сокращенно ИПД). Во избежание недоразумений при использовании этого русскоязычного термина подчеркнем, что «интенсивная пластическая деформация» – это не просто численная характеристика величины ϵ . Поэтому при использовании термина ИПД слово «интенсивная» нужно воспринимать как синтетическую (в том числе и по величине ϵ , см. формулу (2)) характеристику *процесса* пластической деформации, способного вызвать измельчение зерен и сформировать в деформируемом материале УМК-структуру.

Таким образом, в этой краткой заметке мы попытались показать, что фундаментальные проблемы ИПД весьма различны. Они касаются как вопросов физики развитой пластической деформации кристаллических твердых тел, так и особенностей технологий, использующих пластическую деформацию для получения УМЗ-материалов. Они затрагивают специфику методов испытаний УМЗ-материалов и особенности изучения их необычных свойств. Все эти аспекты были рассмотрены на семинаре. В данной рубрике журнала представлены наиболее интересные из представленных на нем докладов. Ознакомившись с ними, читатель несомненно ощутит новизну и нетривиальность проблем, с которыми приходится сталкиваться материаловедам, создающим перспективные УМЗ- и НК-материалы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хоникомб Р. Пластическая деформация металлов. М.: Мир, 1972. 408 с.
2. Келли А., Гровс Г. Кристаллография и дефекты в кристаллах. М.: Мир, 1974. 496 с.
3. Рыбин В.В., Вергазов А.Н., Лихачёв В.А. Вязкое разрушение молибдена как следствие фрагментации структуры // Физика металлов и металловедение. 1974. Т. 37. № 3. С. 620–624.
4. Рыбин В.В. Большие пластические деформации и разрушение металлов. М.: Металлургия, 1986. 224 с.
5. Рыбин В.В. Структурно-кинетические аспекты физики развитой пластической деформации // Известия вузов. Физика. 1991. № 3. С. 7–22.
6. Сегал В.М., Резников В.И., Дробышевский Ф.Е., Копылов В.И. Пластическая обработка металлов простым сдвигом // Изв. АН СССР. Металлы. 1981. № 1. С. 115–123.
7. Hughes D.A., Liu Q., Chrzan D.C., Hansen N. Scaling of microstructural parameters: Misorientations of deformation induced boundaries // Acta Materialia. 1997. Vol. 45. No. 1. P. 105–112.

8. Valiev R.Z., Estrin Y., Horita Z., Langdon T.G., Zehetbauer M.J. Producing bulk ultrafine-grained materials by severe plastic deformation // *JOM*. 2006. Vol. 58. Iss. 4. P. 33–39.

9. Estrin Y., Vinogradov F. Extream grain refinement by severe plastic deformation: A wealth of challenging science // *Acta Materialia*. 2013. Vol. 61. P. 782–817.

REFERENCES

1. Honikomb R. *Plasticheskaia deformacija metallov*. Moscow, Mir, 1972. 408 p. (rus)

2. Kelli A., Grovs G. *Kristallografija i defekty v kristallah*. Moscow, Mir, 1974. 496 p. (rus)

3. Rybin V.V., Vergazov A.N., Likhachev V.A. Vjazkoe razrushenie molibdena kak sledstvie fragmentacii struktury. *Fizika metallov i metallovedenie*, 1974, Vol. 37, No. 3, pp. 620–624. (rus)

4. Rybin V.V. *Bol'shie plasticheskie deformacii i razrushenie metallov*. Moscow, Metalurgija, 1986. 224 p. (rus)

5. Rybin V.V. Strukturno-kineticheskie aspekty fiziki razvitoj plasticheskoj deformacii. *Izvestija vuzov. Fizika*. 1991, No. 3, pp. 7–22. (rus)

6. Segal V.M., Reznikov V.I., Drobyshevskij

F.E., Kopylov V.I. *Plasticheskaia obrabotka metallov prostym sdvigom*. *Izv. AN SSSR. Metally*. 1981, No. 1, pp. 115–123. (rus)

7. Hughes D.A., Liu Q., Chrzan D.C., Hansen N. Scaling of microstructural parameters: Misorientations of deformation induced boundaries. *Acta Materialia*. 1997, Vol. 45, No. 1, pp. 105–112.

8. Valiev R.Z., Estrin Y., Horita Z., Langdon T.G., Zehetbauer M.J. Producing bulk ultrafine-grained materials by severe plastic deformation. *JOM*, 2006, Vol. 58, Iss. 4, pp. 33–39.

9. Estrin Y., Vinogradov F. Extream grain refinement by severe plastic deformation: A wealth of challenging science. *Acta Materialia*, 2013, Vol. 61, pp. 782–817.

РЫБИН Валерий Васильевич – член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Механика и процессы управления» Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
rybin.spb@gmail.com

УДК 539.374:539.25:539.4.015

М.В. Дегтярев, Т.И. Чашукина, Л.М. Воронова

ЭВОЛЮЦИЯ СТРУКТУРЫ МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ ПРИ ДЕФОРМАЦИИ В НАКОВАЛЬНЯХ БРИДЖМЕНА

M.V. Degtyarev, T.I. Chashchukhina, L.M. Voronova

Institute of Metal Physics, Ural Division of the Russian Academy of Sciences,
18 Kovalevskaya St., Ekaterinburg, Russia

STRUCTURE EVOLUTION OF METALS AND ALLOYS UNDER DEFORMATION IN BRIDGEMAN ANVILS

Установлена стадийность развития структуры при исследовании металлов и сплавов, в которых при деформации в наковальнях Бриджмена развивается преимущественно один из следующих структурообразующих процессов: деформационное упрочнение, динамический возврат, инициируемое давлением сдвиговое фазовое превращение, двойникование, динамическая рекристаллизация. Показано влияние этих процессов на формирование однородной субмикроструктурной структуры и измельчение ее элементов.

БОЛЬШАЯ ПЛАСТИЧЕСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ, ВЫСОКОЕ ДАВЛЕНИЕ, СТРУКТУРА, ДЕФОРМАЦИОННОЕ УПРОЧНЕНИЕ, ДВОЙНИКОВАНИЕ, БАРИЧЕСКОЕ ФАЗОВОЕ ПРЕВРАЩЕНИЕ, ДИНАМИЧЕСКИЙ ВОЗВРАТ, ДИНАМИЧЕСКАЯ РЕКРИСТАЛЛИЗАЦИЯ.

Stage development of the structure has been established in the study of metals and alloys, in which mainly one of the following structure-forming processes develops upon deformation in Bridgman anvils: work hardening, dynamic recovery, pressure-induced phase transformation, twinning, and dynamic recrystallization. The influence of these processes on the formation of a homogeneous submicrocrystalline structure and the refinement of its elements was shown.

SEVERE PLASTIC DEFORMATION, HIGH PRESSURE, STRUCTURE, WORK HARDENING, TWINNING, PRESSURE-INDUCED PHASE TRANSFORMATION, DYNAMIC RECOVERY, DYNAMIC RECRYSTALLIZATION.

Способы измельчения элементов структуры металлов и сплавов с помощью пластической деформации и результаты указанного воздействия исследуются уже несколько десятилетий. Из всех известных методов наибольших деформаций, а следовательно, наиболее эффективного измельчения, позволяет достигать метод деформирования в наковальнях Бриджмена в условиях высокого квазигидростатического давления. Авторы ряда работ отмечали, что после некоторой достаточно большой деформации, полученной этим методом, твердость и структура многих материалов выравниваются по площади образца, за исключением, возможно, небольшой области

вблизи его центра, и не изменяются с увеличением угла поворота наковальни. Такая структура была названа диссипативной [1], а деформация, к ней приводящая – интенсивной [2].

До настоящего времени существенными и не решенными до конца остаются вопросы, связанные непосредственно с предельным измельчением структуры при деформации. Все еще неясно, при каких условиях формируется диссипативная структура и от чего зависит критическое значение угла поворота.

Предпринятая авторами настоящей статьи попытка установить степени деформации образования диссипативной структуры

в различных материалах привела к разработке методики, позволившей определить факторы, способствующие или препятствующие формированию в структуре деформируемого материала высокоугловых границ, и выявить тенденции к дальнейшему деформационному измельчению элементов, образующих структуру.

Чтобы получить ответы на поставленные вопросы, мы исследовали материалы, в каждом из которых доминирует один из следующих структурообразующих процессов:

деформационное упрочнение (железо и конструкционные стали);

динамический возврат (никель);

барическое фазовое превращение (аустенитные стали);

динамическая рекристаллизация (медь).

Обычно в результате большой деформации, при повороте наковальни на 5 – 15 оборотов, средний размер элементов структуры составляет порядка 0,1 мкм, а его вариации, связанные с изменением числа оборотов наковальни и расстоянием от центра образца, имеют порядок 0,01 мкм. Для оценки значимости этих вариаций мы применили метод рекристаллизации, поскольку размер зерна, формирующегося при рекристаллизационном отжиге, зависит от степени деформации [3]. При деформации железа и конструкционных сталей доминирующим структурообразующим

процессом выступает деформационное упрочнение. Поэтому в указанных материалах развитие рекристаллизации зависит только от степени деформации. Оказалось (рис. 1), что размеры рекристаллизованных зерен уменьшались как с увеличением числа оборотов наковальни, так и в каждом образце уменьшались в направлении от центра образца к его периферии. Наиболее наглядные результаты получены на армко-железе, где рекристаллизованное зерно можно выявить методом оптической микроскопии. На рис. 1 видно, что, несмотря на более высокую температуру отжига (650 °С) образцов, деформированных на 15 оборотов, рекристаллизованное зерно в них на соответствующих радиусах мельче, чем после деформации на 5 оборотов и отжига при более низкой температуре (600 °С) [4]. Эти результаты доказывают, что с увеличением числа оборотов наковальни структура не выравнивается по радиусу образца и не наблюдается установившейся стадии деформации.

Повышение температуры отжига до 750 °С выявило [5], что по радиусу образца меняется не только размер зерна, но и тип рекристаллизованной структуры (рис. 2). Этот результат инициировал исследование стадийности изменения структуры металлических материалов при деформации в наковальнях Бриджмена.

Стадии деформации выявляются по

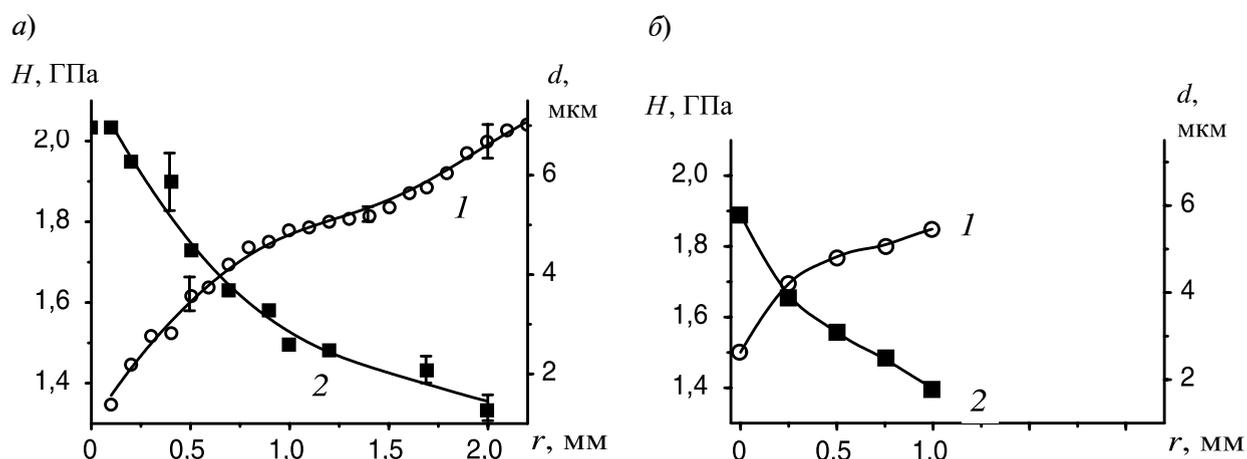


Рис. 1. Изменение твердости (1) и среднего размера (2) рекристаллизованных зерен по радиусам армко-железа, подвергнутого деформации в наковальнях Бриджмена и последующему отжигу в течение 1 часа: а – 5 оборотов наковальни, 600 °С; б – 15 оборотов, 650 °С

кривым деформационного упрочнения. Поскольку смена стадий не всегда сопровождается появлением заметных аномалий на кривых, в работе [6] была предложена

обработка кривых в координатах «истинное напряжение – корень квадратный из истинной деформации». Тогда параболические стадии преобразуются в прямолиней-

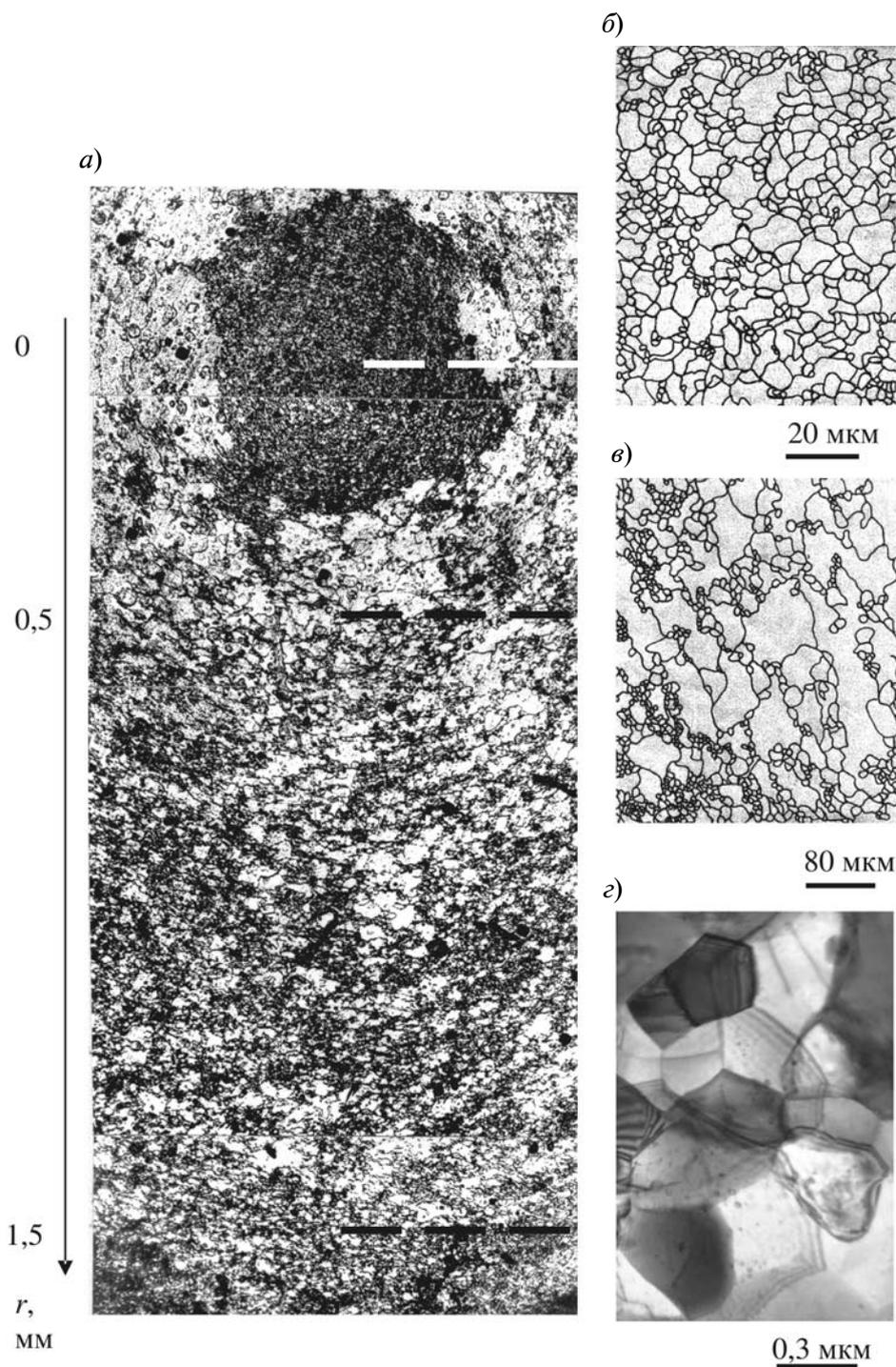


Рис. 2. Панорама структуры образца армко-железа после деформации в наковальнях Бриджмена (5 оборотов наковальни) и отжига при 750 °С (1 час) (а) и увеличенные изображения микроструктуры на разных расстояниях r от центра образца, мм: 0(б); 0,5 (в); 1,5 (г)

ные с разным углом наклона. В настоящей работе эта методика применена для выявления стадийности при большой деформации сдвигом под давлением (до $e = 10$). В качестве характеристики прочности использована твердость. Для сопоставления результатов, полученных на разных образцах, была разработана методика расчета истинной деформации.

Необходимо отметить, что в наших работах всегда осуществлялась деформация в наковальнях без боковой поддержки образца. В этом случае деформация сопровождается непрерывным уменьшением его толщины за счет вытекания материала в зазор между наковальнями. Число оборотов наковальни мы ограничивали пятнадцатью: при этом сохранялось закономерное изменение структуры деформированного материала по радиусу образца. Образцы до деформирования всегда имели толщину $0,300 \pm 0,005$ мм, поскольку известно, что распределение давления при сжатии в наковальнях Бриджмена зависит от толщины образца [7]. Диаметр образца составлял 5 мм.

Образцы после деформирования имели форму двояковыпуклой линзы. Толщину каждого из них измеряли по двум взаимно перпендикулярным диаметрам с шагом 0,5 мм, причем разброс значений толщины на

одинаковом расстоянии от центра образца, как правило, не превышал 10 %. Различие в толщине разных образцов, деформированных с одинаковым углом поворота, иногда оказывалось существенно больше. Это послужило веской причиной отказа от оценки деформации по углу поворота наковальни.

Для вычисления деформации e , получаемой в наковальнях без боковой поддержки, в работе [4] мы предложили формулу

$$e = e_{\text{сд}} + e_{\text{ос}} = \ln \left(1 + \left[\frac{\varphi \cdot r_i}{h_{ir}} \right]^2 \right)^{0,5} + \ln \frac{h_0}{h_{ir}}, \quad (1)$$

где $e_{\text{сд}}$, $e_{\text{ос}}$ – логарифмические деформации сдвига и осадки; φ – угол поворота подвижной наковальни; r_i – расстояние от оси вращения наковальни; h_0 , h_{ir} – значения толщины образца до и после деформации на расстоянии r_i от центра.

Формула (1) не имеет строгого обоснования, но ее применение позволяет однозначно сопоставлять структуру и твердость различных материалов как после деформирования с разным углом поворота наковальни, так и на разных расстояниях от центра образца. Эта формула часто используется в литературе, однако ее пригодность для подсчета деформации в наковальнях по схеме с боковой поддержкой, по-видимому, не исследована. Погрешность логарифмической

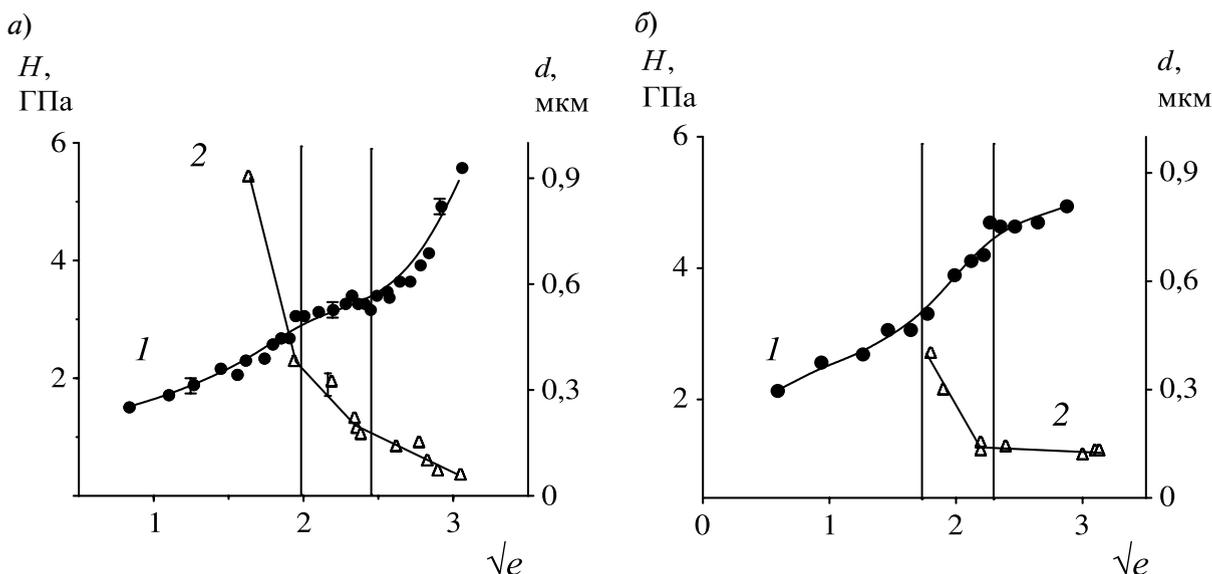


Рис. 3. Стадийный характер деформации различных металлов: а – железо (чистота 99,97 %), б – никель; 1 – твердость, 2 – средний размер зерен

деформации, связанная с разбросом значений толщины, не превышала $\Delta e = \pm 0,2$.

Твердость деформированных материалов мы измеряли по двум взаимно перпендикулярным диаметрам с шагом 0,25 мм, а затем усредняли результаты четырех измерений, выполненных на одинаковом расстоянии от центра образца. Измерения проводили обычно на двух-трех сериях образцов, каждая из которых состояла из 7 – 10 образцов. Последние деформировали с разными углами поворота наковальни (от 15 град до 10 – 15 об.). Полученную совокупность значений (их общее количество составляло от 150 до 300) разбивали по интервалам логарифмической деформации $\Delta e = 0,4$ (это соответствовало удвоенной погрешности определения последней) и в каждом интервале определяли среднее значение твердости. Такая процедура обеспечивала статистическую значимость полученных результатов. По ним мы строили зависимости в координатах «твердость – корень квадратный из логарифмической деформации». Перегибы на этих зависимо-

стях служили показателями границ стадий структурных состояний деформированного материала (рис. 3).

Полученные результаты показали также соответствующую стадийность изменения среднего размера элемента структуры от логарифмической деформации (см. рис. 3, а и таблицу). Каждая стадия характеризуется определенными значениями коэффициентов увеличения твердости и измельчения элементов структуры [8]. На последней из выявленных нами стадий в железе и конструкционных сталях эти коэффициенты отличны от нуля, т. е. в этих материалах предел деформационного измельчения кристаллитов еще не достигнут (см. таблицу).

Далее, для определения типа структуры, на каждой из выявленных стадий достаточно исследовать структуру материала после деформации, отдаленной по величине от границы стадии.

На первой стадии в железе и конструкционных сталях формируется ячеистая структура, образованная широкими дислокационными субграницами. Для нее

Коэффициенты роста твердости и измельчения элементов на разных стадиях структурного состояния, а также степень деформации, твердость и размер элементов в начале соответствующих стадий

Материал	Стадия структурного состояния									
	Смешанная					СМК-				
	e_{1-2}	H_{1-2} , ГПа	d_{1-2} , мкм	$k_{т2}$	$k_{изм2}$	e_{2-3}	H_{2-3} , ГПа	d_{2-3} , мкм	$k_{т3}$	$k_{изм3}$
Железо (99,97%)	4,0	3,0	0,45	0,1	0,10	6,0	3,2	0,19	0,5	0,04
Армко-железо	2,6	2,8	0,35	0,3	0,06	5,3	3,7	0,17	0,3	0,02
Сталь 20Г2Р закаленная без закалки отпущенная	2,2	5,2	0,14	0,5	0,02	6,6	7,4	0,06	0,2	0,01
	1,6	2,7	0,50	0,6	0,20	3,7	3,5	0,25	0,6	0,03
Сталь 30Г2Р	1,0	2,8	0,55	0,3	0,12	3,6	3,6	0,17	0,9	0,03
Сталь 30ХГСН2А	1,0	3,2	0,40	0,2	0,07	3,6	3,9	0,15	1,1	0,03
Сталь 12Х18Н10Т	–	–	–	0,6	0,10	5,0	4,8	0,08	0	0
Сталь 4Х14Н14В2М, 6 ГПа 10 ГПа	–	–	–	0,2	0,07	4,8	4,8	0,05	0,2	0,01
	–	–	–	0,1	0,03	6,2	4,8	0,10	0,3	0,03
Никель	3	3,3	0,40	0,6	0,15	5,3	4,6	0,14	0,06	0,004

Обозначения: e – логарифмическая деформация; H – твердость; d – размер элементов; k_t , $k_{изм}$ – коэффициенты роста твердости и измельчения; нижние индексы (1–2) и (2–3) соответствуют значениям в начале стадий, 1, 2, 3 – стадии ячеистой, смешанной и СМК- структур, соответственно.

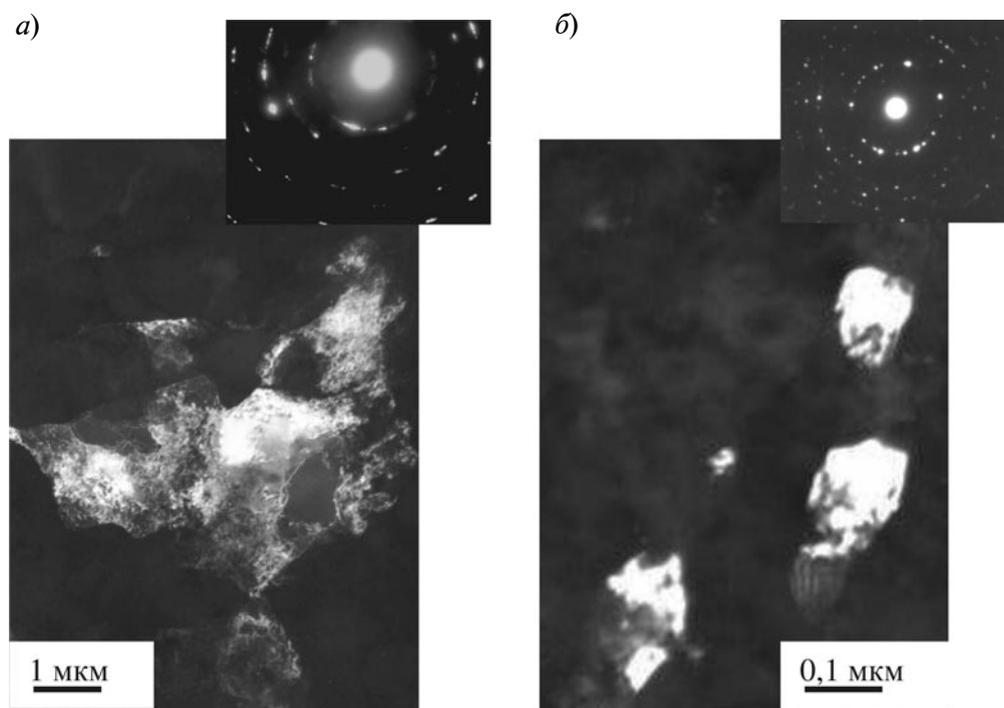


Рис. 4. Микроструктура на разных стадиях деформации:
a – ячеистая структура (железо (99,97 %), $e = 2,5$); *б* – СМК-структура (армко-железо, $e = 9$)

характерно плавное изменение контраста в темном поле при переходе от одной ячейки к другой (рис. 4, *a*) и постепенное перемещение контраста по изображению при изменении угла наклона гониометра, вследствие непрерывного изменения ориентировки кристаллографических плоскостей. Это проявляется в азимутальном размывании рефлексов на электронограммах. В теле ячеек наблюдаются дислокации.

Появление на второй стадии деформации микрокристаллитов с высокоугловыми границами связано с тем, что дислокационный механизм деформации, превалирующий на первой стадии, постепенно заменяется на ротационный [9] (дисклинационный [10, 11]). На третьей стадии пластические ротации охватывают весь объем деформируемого материала, формируется субмикрокристаллическая (СМК) структура [12]. Микрокристаллиты характеризуются тонкими границами, на которых происходит резкое изменение темнопольного контраста (рис. 4, *б*). При изменении угла наклона гониометра микрокристаллит целиком выходит из отражающего положения и «гаснет»,

рядом «загораются» соседние микрокристаллиты по мере попадания их в отражающее положение.

Электронограмма образована точечными рефлексами, их количество возрастает при измельчении микрокристаллитов. В смешанной структуре эти точечные рефлексы наблюдаются на фоне размытых дуг, соответствующих ячеистой субструктуре. Присутствие микрокристаллитов в СМК- и смешанной структурах не позволяет надежно разделить эти два структурных состояния электронно-микроскопическим методом.

Смене типа структуры при деформации соответствует изменение текстуры. Повышение степени деформации на стадии ячеистой структуры сопровождается усилением относительной интенсивности линии $(110)_\alpha$. Наибольшая относительная интенсивность этой линии и, соответственно, наименьшая интенсивность всех остальных отражений соответствует стадии смешанной структуры (рис. 5). На стадии СМК структуры при увеличении степени деформации относительные интенсивности линий изменяются в обратной последовательности, прибли-

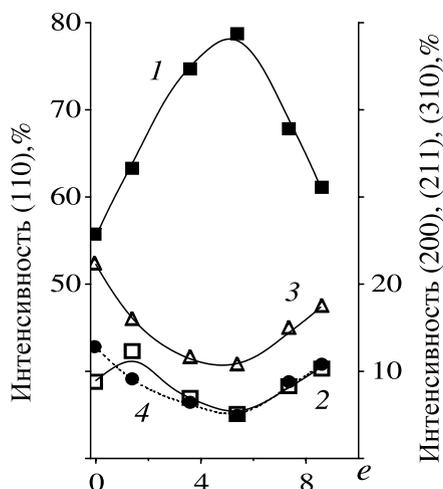


Рис. 5. Изменение вклада дифракционных максимумов в общую интенсивность дифрагировавшего излучения при деформации железа (99,97 %); приведены данные по линиям (110) (1), (200) (2), (211) (3), (310) (4)

жаясь к значениям, характерным для бесструктурного поликристаллического железа. Таким образом, на стадии СМК-структуры изменяется взаимная разориентировка микрокристаллитов.

По данным таблицы видно, что переход от одной стадии к другой не связан с достижением единого порогового размера элементов структуры, например, в железе чистотой 99,97 % в начале стадии СМК-структуры средний размер микрокристаллитов составляет 0,19 мкм, а в закаленной стали 20Г2Р – 0,06 мкм [8].

Наши исследования показали [8], что в железе и конструкционных сталях при деформации на стадии СМК-структуры наблюдается отчетливое измельчение микрокристаллитов всех размеров. Это подтверждается непрерывным уменьшением наибольшего, среднего и наиболее вероятного размера, а также результатами рекристаллизационных отжигов.

Часто в литературе к нано- и субмикрокристаллической относят деформационную структуру, в которой преобладают высокоугловые разориентировки, но допускается присутствие и малоугловых границ [13]. Отжиг такой структуры показал (рис. 6), что присутствие некоторой доли малоу-

гловых границ превращает ее в структуру другого типа – смешанного, поскольку оно драматически сказывается на ее термической стабильности: вызывает стремительный рост зерна при нагреве (особенно наиболее крупного) и приводит к сильной разнотерности. В то же время однородная изотропная СМК-структура при отжиге трансформируется в субмикроструктуру сотового типа, характеризующуюся наименьшей скоростью роста зерна до начала (альфа→гамма)-превращения (см. рис. 6).

Такие же стадии деформации, как в железе, были выявлены в никеле [14], однако наблюдалось отличие на стадии СМК-структуры. В никеле значения коэффициентов увеличения твердости и уменьшения размеров элементов структуры оказались близкими к нулю (см. рис. 3, б и таблицу). В СМК-структуре присутствовали микрокристаллиты, объем которых разделен малоугловыми границами с разориентировкой до 5 град. Это, по-видимому,

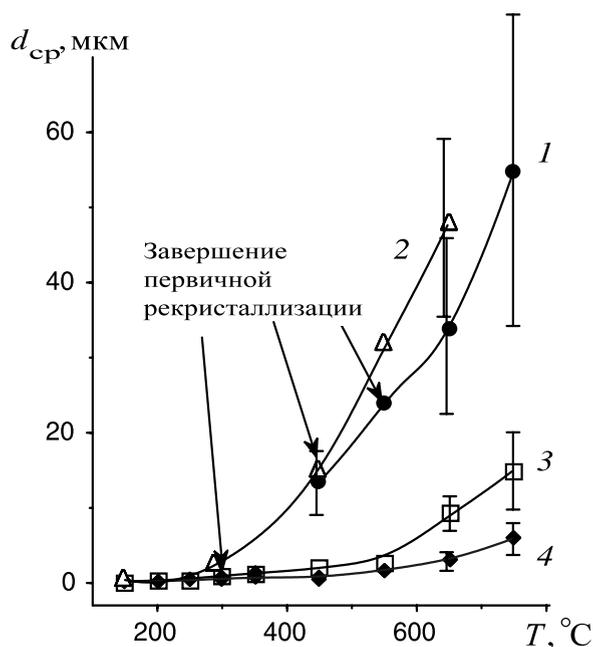


Рис. 6. Изменение среднего размера рекристаллизованного зерна при отжиге железа (99,97 %) с различной исходной структурой:

1 – ячеистого типа ($e = 0,6$); 2 – смешанного типа ($e = 4$, $d = 0,30$ мкм); 3 – СМК-1 ($e = 6$, $d = 0,20$ мкм); 4 – СМК-2 ($e = 8$, $d = 0,15$ мкм)

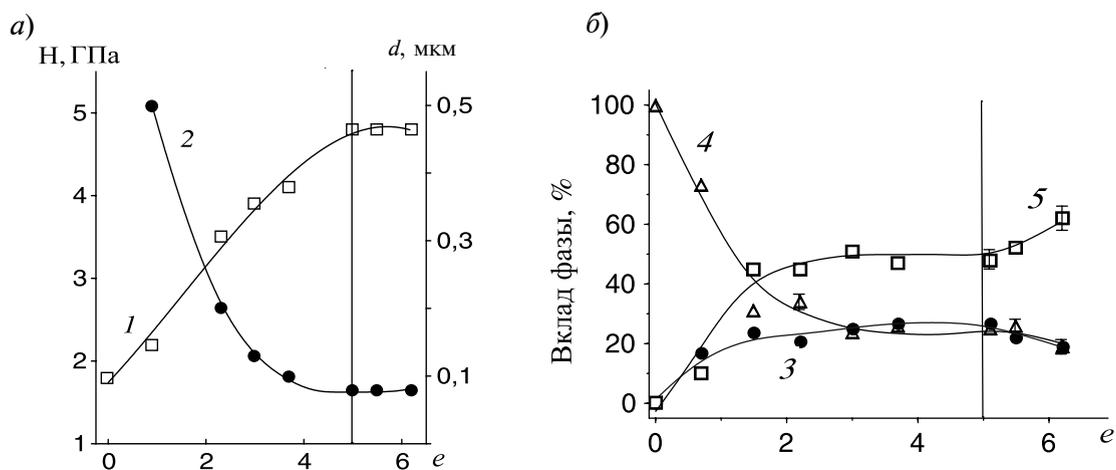


Рис. 7. Стадийность структурообразования в стали 12X18H10T:

a – изменение твердости (1) и среднего размера зерен (2); b – изменение фазового состава после деформации сдвигом под давлением 6 ГПа и разгрузки; фазы α (3), γ (4), ϵ (5)

связано с образованием при деформации никеля не только винтовых дислокаций, формирующих границы кручения, устойчивые по отношению к напряжению и температуре (как в железе), но и краевых дислокаций, формирующих относительно более подвижные границы наклона. Эти границы, по-видимому, не превращаются в высокоугловые, поскольку рассыпаются ранее, чем по ним произойдет разворот. Таким образом, в никеле на стадии СМК-структуры доминирует динамический возврат, определяющий предел измельчения элементов структуры.

Свои особенности в стадийность деформации вносит барическое фазовое превращение. Так, в стали 10X18H10T за стадией упрочнения следует стадия, на которой твердость и размер элементов структуры остаются неизменными (рис. 7), однако растет количество фазы высокого давления [15]. По-видимому, здесь фазовое превращение выступает доминирующим релаксационным процессом, альтернативным измельчению элементов структуры и связанному с ним упрочнению. Для выявления роли сдвигового барического превращения нами исследована сталь 4X14H14B2M. Под давлением 6 ГПа она остается однофазной, а после деформации под давлением 10 ГПа в ней сохраняется до 15 % ϵ -фазы высокого давления. Оказалось, что фазовое превращение замедляет рост твердости на поздних этапах

деформации и задерживает переход к стадии СМК-структуры (см. таблицу) [16]. Образование даже небольшого (около 15 %) количества фазы высокого давления не позволяет в исследованном интервале деформаций получить структуру со средним размером элементов менее 50 нм, тогда как в отсутствие ϵ -фазы удастся измельчить микрокристаллиты в среднем до размера 30 нм.

В литературе существует представление, что механизмом измельчения нанокристаллической структуры металлов и сплавов после исчерпания возможностей дисклинационного (ротационного) механизма может служить деформационное двойникование [17]. Деформация в наковальнях Бриджмена при температуре жидкого азота активизирует двойникование в металлах, в которых оно не реализуется при комнатной температуре деформации. Это позволило оценить влияние двойникования на формирование и эволюцию деформационной СМК-структуры в железе и никеле [14, 18]. В этих материалах деформационные двойники наблюдаются на стадии ячеистой структуры (рис. 8, a). Кроме того, значительную долю объема занимает структура в виде пакетов чередующихся полос с высокоугловыми взаимными разориентировками, а в пределах полосы ориентировка меняется мало. После перехода на последующие стадии деформации двойники и микрополосы разбиваются поперечными малоугловыми грани-

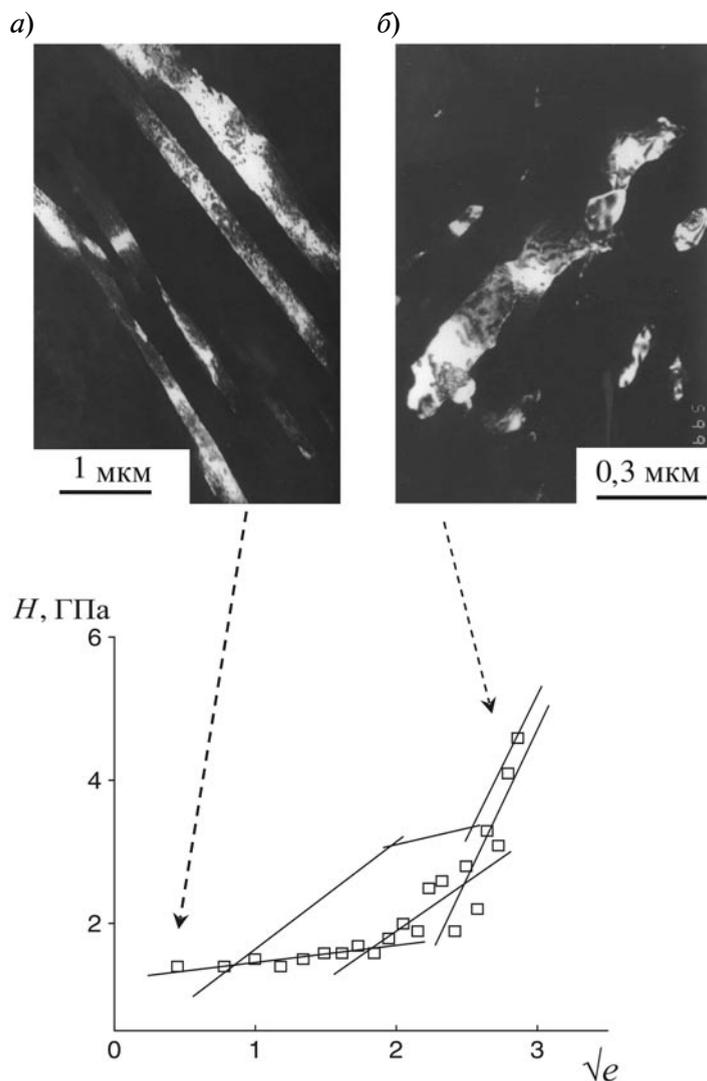


Рис. 8. Структура (а, б) и твердость (в) железа (99,97 %) после деформации сдвигом под давлением при $T = 80$ К; а, б – темные поля в рефлексах типа $(110)_{\alpha}$ и $(110)_{\beta}$ ($\epsilon = 0,5$ и $8,6$), соответственно. На графике символы соответствуют температуре 80 К, тонкие линии – комнатной температуре

цами, но образования новых двойников не обнаружено. На последней стадии структура состоит из дискретно разориентированных микрокристаллитов и близких к ним по размерам фрагментов двойников и микрополос с разориентировкой, непрерывно меняющейся в пределах полосы (рис. 8, б). В микрополосах и двойниках формирование СМК-структуры задерживается, поэтому средний размер элементов структуры после деформации при 80 К до достижения третьей стадии остается большим, чем в результате деформации при комнатной температуре. Следует отметить, что и твердость

железа и никеля, деформированных при 80 К, на первой и второй стадиях ниже, чем после деформации при комнатной температуре (рис. 8, в).

Принципиально другой подход применен нами при анализе стадий структурообразования, когда в материале развивается динамическая рекристаллизация. В этом случае структура определяется не степенью деформации, а ее температурой и скоростью. Их совместное влияние можно оценить с помощью параметра Зинера – Холломона:

$$\ln Z = \ln \dot{\epsilon} + \Delta H / RT, \quad (2)$$

где $\dot{\epsilon}$, с^{-1} – истинная скорость деформации; ΔH – энергия активации высокотемпературной деформации (для чистых металлов ее значение близко к энергии активации самодиффузии); R – универсальная газовая постоянная; T , К – температура деформации.

Большая деформация снижает температуру рекристаллизации и, например, в меди может привести к динамической рекристаллизации при комнатной температуре. В этом случае стадийность формирования структуры связана со степенью развития динамической рекристаллизации и не определяется однозначно логарифмической деформацией [19]. По-видимому, динамическая рекристаллизация, которая при комнатной температуре неизбежно сопровождается постдинамической рекристаллизацией, приводит к пределу уменьшения размера элементов структуры, например на уровне 0,15 мкм в меди.

Итак, в результате проведенных исследований установлена стадийность развития структуры металлов и сплавов, в которых при деформации в наковальнях Бриджмена развивается преимущественно один из следующих структурообразующих процессов: деформационное упрочнение, динамический возврат, инициируемое давлением сдвиговое фазовое превращение, двойникование, динамическая рекристаллизация. Определены границы стадий структурных состояний, тип структуры и коэффициенты увеличения твердости и

измельчения элементов структуры на каждой из стадий.

Однородная СМК-структура, образующаяся при доминировании деформационного упрочнения, не является предельной: при продолжении деформации происходит непрерывное повышение твердости материала, разрушение текстуры, измельчение микрокристаллитов и повышение их размерной однородности.

Преобладание динамического возврата и динамическая рекристаллизация приводят к достижению предела измельчения элементов структуры.

Появление фазы высокого давления, так же как и двойникование, задерживает формирование однородной СМК-структуры и замедляет ее измельчение. Увеличение количества фазы высокого давления на стадии СМК-структуры может приводить к стабилизации размеров микрокристаллитов и твердости материала.

Авторы выражают благодарность кандидату физико-математических наук, заведующему лабораторией физики высоких давлений Института физики металлов (ИФМ) УрО РАН В.П. Пилюгину за проведение деформации сдвигом под давлением.

Работа выполнена по теме «Структура» № г.р.01201064335 и при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ 11-03-00401 и проекта УрО РАН №12-У-2-1017.

Электронно-микроскопическое исследование выполнено в ЦКПЭМ ИФМ УрО РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Теплов В.А., Пилюгин В.П., Талуц Г.Г. Образование диссипативной структуры и фазовые переходы в сплавах железа при сдвиге под давлением // Известия РАН. Металлы. 1992. № 2. С. 109–115.
2. Попов А.А., Валиев Р.З., Пышминцев И.Ю., Демаков С.Л., Илларионов А.Г. Формирование структуры и свойств технически чистого титана с нанокристаллической структурой после деформации и последующего нагрева // Физика металлов и металловедение. 1997. Т. 83. Вып. 5. С. 127 – 133.
3. Горелик С.С. Рекристаллизация металлов и сплавов. М: Металлургия, 1978. 568с.
4. Дегтярев М.В., Чашухина Т.И., Воронова Л.М., Давыдова Л.С., Пилюгин В.П. Деформационное упрочнение и структура конструкционной стали при сдвиге под давлением // Физика металлов и металловедение. 2000. Т. 90. № 6. С. 83 – 90.
5. Дегтярев М.В., Воронова Л.М., Чашухина Т.И. Рост зерна при отжиге армко-железа со структурой различного типа, созданной деформацией сдвигом под давлением // Физика металлов и металловедение. 2005. Т. 99. № 3. С. 58 – 68.
6. Трефилов В.И., Моисеев В.Ф., Печковский Э.П., Горная И.Д., Васильев А.Д. Деформационное упрочнение и разрушение поликристаллических металлов. Киев: Наукова думка, 1987. 248 с.

7. **Тупица Д.И., Пилюгин В.П.** Использование сплавов железо-никель для изучения распределения давления в наковальнях Бриджмена // *Физика металлов и металловедение*. 1990. № 8. С. 103–106.

8. **Дегтярев М.В.** Стадийность эволюции структуры железа и конструкционных сталей при сдвиге под давлением // *Физика металлов и металловедение*. 2005. Т. 99. № 6. С. 47 – 60.

9. **Рыбин В.В.** Большие пластические деформации и разрушение металлов. М.: *Металлургия*, 1986. 224 с.

10. **Владимиров В.И., Романов А.Е.** Дисклинации в кристаллах. Л.: *Наука*, 1986. 224 с.

11. **Рыбин В.В.** Структурно-кинетические аспекты физики развитой пластической деформации // *Известия вузов. Физика*. 1991. Т. 34. № 3. С. 7 – 22.

12. **Смирнова Н.А., Левит В.И., Пилюгин В.П., Кузнецов Р.И., Давыдова Л.С., Сазонова В.А.** Эволюция структуры ГЦК монокристаллов при больших пластических деформациях // *Физика металлов и металловедение*. 1986. Т. 61. № 6. С. 1170 – 1177.

13. **Валиев Р.З., Александров И.В.** Наноструктурные материалы, полученные интенсивной пластической деформацией. М.: *«Логос»*, 2000. 272 с.

14. **Пилюгин В.П., Гапонцева Т.М., Чашухина Т.И., Воронова Л.М., Шинова Л.И., Дегтярев М.В.** Эволюция структуры и твердости никеля

при холодной и низкотемпературной деформации под давлением // *Физика металлов и металловедение*. 2008. Т. 105. № 4. С. 438 – 448.

15. **Пацелов А.М., Дегтярев М.В., Пилюгин В.П., Чашухина Т.И., Воронова Л.М., Чернышев Е.Г., Талуц Г.Г.** Особенности стабилизации ε -фазы стали 12X18H10T при сдвиге под давлением // *Физика металлов и металловедение*. 2004. Т. 98. № 2. С. 100 – 107.

16. **Чашухина Т.И., Дегтярев М.В., Воронова Л.М.** Формирование ультрадисперсной структуры в аустенитной стали, устойчивой к фазовому превращению под давлением // *Известия РАН. Серия физическая*. 2007. Т. 71. № 2. С. 287 – 269.

17. **Liao X.Z., Zhao Y.H., Scriniasan S.G., Zhu Y.T., Valiev R.Z., Gunderov D.V.** Deformation twinning in nanocrystalline copper at room temperature and low strain rate // *Appl. Phys. Lett.*. 2004. Vol. 84. No. 4. P. 592–594.

18. **Пилюгин В.П., Дегтярев М.В., Воронова Л.М., Чашухина Т.И.** Особенности измельчения структуры чистого железа при низкотемпературной деформации под высоким давлением // *Деформация и разрушение материалов*. 2011. № 1. С. 26 – 30.

19. **Чашухина Т.И., Дегтярев М.В., Романова М.Ю., Воронова Л.М.** Динамическая рекристаллизация в меди, деформированной сдвигом под давлением // *Физика металлов и металловедение*. 2004. Т. 98. № 6. С. 98 – 107.

REFERENCES

1. **Teplov V.A., Pilyugin V.P., Taluts G.G.** Obrazovanie dissipativnoi struktury i fazovye perekhody v splavakh zheleza pri sdvige pod davleniem. *Izvestiya RAN. Metall*, 1992, No. 2, pp. 109–115. (rus)

2. **Popov A.A., Valiev R.Z., Pyshmintsev I.Yu., Demakov S.L., Illarionov A.G.** Formirovanie struktury i svoistv tekhnicheskoi chistogo titana s nanokristallicheskoj strukturoi posle deformatsii i posleduyushchego nagreva. *Fizika metallov i metallovedenie*, 1997, Vol. 83, No. 5, pp. 127–133. (rus)

3. **Gorelik S.S.** Rekristallizatsiya metallov i splavov. Moscow, *Metallurgiya*, 1978. 568s. (rus)

4. **Degtyarev M.V., Chashchukhina T.I., Voronova L.M., Davydova L.S., Pilyugin V.P.** Deformatsionnoe uprochnenie i struktura konstruktsionnoi stali pri sdvige pod davleniem. *Fizika metallov i metallovedenie*, 2000, Vol. 90, No. 6, pp. 83–90. (rus)

5. **Degtyarev M.V., Voronova L.M., Chashchukhina T.I.** Rost zerna pri otzhige armkozheleza so strukturoi razlichnogo tipa, sozdannoi

deformatsiei sdvigom pod davleniem. *Fizika metallov i metallovedenie*, 2005, Vol. 99, No. 3, pp. 58–68. (rus)

6. **Trefilov V.I., Moiseev V.F., Pechkovskii E.P., Gornaya I.D., Vasil'ev A.D.** Deformatsionnoe uprochnenie i razrushenie polikristallicheskih metallov. Kiev, *Naukova dumka*, 1987. 248 p. (rus)

7. **Tupitsa D.I., Pilyugin V.P.** Ispol'zovanie splavov zhelezo-nikel' dlya izucheniya raspredeleniya davleniya v nakoval'nyakh Bridzhmena. *Fizika metallov i metallovedenie*, 1990, No. 8, pp. 103–106. (rus)

8. **Degtyarev M.V.** Stadiinost' evolyutsii struktury zheleza i konstruktsionnykh staley pri sdvige pod davleniem. *Fizika metallov i metallovedenie*, 2005, Vol. 99, No. 6, pp. 47–60. (rus)

9. **Rybin V.V.** Bol'shie plasticheskie deformatsii i razrushenie metallov. Moscow, *Metallurgiya*, 1986. 224 p. (rus)

10. **Vladimirov V.I., Romanov A.E.** Disklinatsii v kristallakh. Leningrad, *Nauka*, 1986. 224 p. (rus)

11. **Rybin V.V.** Strukturno-kineticheskie aspekty fiziki razvitoi plasticheskoi deformatsii. *Izvestiya*

vuzov. Fizika, 1991, Vol. 34, No. 3. С. 7–22. (rus)

12. Smirnova N.A., Levit V.I., Pilyugin V.P. Kuznetsov R.I., Davydova L.S., Sazonova V.A. Evolyutsiya struktury GTsK monokristallov pri bol'shikh plasticheskikh deformatsiyakh. *Fizika metallov i metallovedenie*, 1986, Vol. 61, No. 6, pp. 1170–1177. (rus)

13. Valiev R.Z., Aleksandrov I.V. Nanostrukturnye materialy, poluchennye intensivnoi plasticheskoi deformatsiei. Moscow, «Logos», 2000. 272 p. (rus)

14. Pilyugin V.P., Gapontseva T.M., Chashchukhina T.I., Voronova L.M., Shchinova L.I., Degtyarev M.V. Evolyutsiya struktury i tverdosti nikelya pri kholodnoi i nizkotemperaturnoi deformatsii pod davleniem. *Fizika metallov i metallovedenie*, 2008, Vol. 105, No. 4, pp. 438–448. (rus)

15. Patselov A.M., Degtyarev M.V., Pilyugin V.P., Chashchukhina T.I., Voronova L.M., Chernyshev E.G., Taluts G.G. Osobennosti stabilizatsii ϵ -fazy stali 12KH18N10T pri sdvige pod davleniem. *Fizika metallov i metallovedenie*, 2004, Vol. 98, No.

2, pp. 100–107. (rus)

16. Chashchukhina T.I., Degtyarev M.V., Voronova L.M. Formirovanie ul'tradispersnoi struktury v austenitnoi stali, ustoichivoi k fazovomu prevrashcheniyu pod davleniem. *Izvestiya RAN. Seriya fizicheskaya*, 2007, Vol. 71, No. 2, pp. 287–269. (rus)

17. Liao X.Z., Zhao Y.H., Scriniasan S.G., Zhu Y.T., Valiev R.Z., Gunderov D.V. Deformation twinning in nanocrystalline copper at room temperature and low strain rate. *Appl. Phys. Lett.*, 2004, Vol. 84, No. 4, pp. 592–594.

18. Pilyugin V.P., Degtyarev M.V., Voronova L.M., Chashchukhina T.I. Osobennosti izmel'cheniya struktury chistogo zheleza pri nizkotemperaturnoi deformatsii pod vysokim davleniem. *Deformatsiya i razrushenie materialov*, 2011, No. 1, pp. 26–30. (rus)

19. Chashchukhina T.I., Degtyarev M.V., Romanova M.Yu., Voronova L.M. Dinamicheskaya rekristallizatsiya v medi, deformirovannoi sdvigom pod davleniem. *Fizika metallov i metallovedenie*, 2004, Vol. 98, No. 6, pp. 98–107. (rus)

ДЕГТЯРЕВ Михаил Васильевич — доктор технических наук, старший научный сотрудник, заместитель директора Института физики металлов УрО РАН.

620219, г. Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 18
degtyarev@imp.uran.ru

ЧАЩУХИНА Татьяна Игоревна — кандидат технических наук, старший научный сотрудник, заместитель директора Института физики металлов УрО РАН.

620219, г. Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 18
highpress@imp.uran.ru

ВОРОНОВА Людмила Мееровна — кандидат технических наук, старший научный сотрудник, заместитель директора Института физики металлов УрО РАН.

620219, г. Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 18
highpress@imp.uran.ru

УДК 620.186.4+539.23+539.216.1:531

Г.В. Клевцов, А.В. Ганеев, И.П. Семенова, Р.З. Валиев

ОСОБЕННОСТИ УДАРНОГО РАЗРУШЕНИЯ УЛЬТРАМЕЛКОЗЕРНИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ, ПОЛУЧЕННЫХ ПРИ ИНТЕНСИВНОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

G.V. Klevtsov¹, A.V. Ganeev², I.P. Semenova², R.Z. Valiev²

¹ Togliatti State University,
14 Belorusskaya St., Togliatti, 445667, Russia.

² Institute of Physics of Advanced Materials,
Ufa State Aviation Technical University,
12 K. Marx St., 450000, Russian Federation.

SOME FEATURES OF THE IMPACT FRACTURE OF ULTRAFINE GRAINED MATERIALS OBTAINED BY INTENSIVE PLASTIC DEFORMATION

Исследованы закономерности ударного разрушения материалов с ОЦК-решеткой (сталь 10), ГЦК-решеткой (алюминиевый сплав АК4-1) и ГПУ-решеткой (титан Grade 4) в исходном состоянии и после РКУП, в субмикрористаллическом состоянии. Ударные испытания проводили в широком интервале температур. Показано, что тип кристаллической решетки ультрамелкозернистого материала определяет характер температурной зависимости ударной вязкости и механизм разрушения.

ПРОЧНОСТЬ, МЕХАНИЗМ РАЗРУШЕНИЯ, УДАРНАЯ ВЯЗКОСТЬ, СТРУКТУРА, РАВНОКАНАЛЬНОЕ УГЛОВОЕ ПРЕССОВАНИЕ (РКУП), СУБМИКРОКРИСТАЛЛИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ.

Regularities of impact fracture of materials with BCC lattice structure (steel 10), FCC lattice structure (AK4-1 aluminium alloy) and hexagonal close-packed lattice structure (Grade 4 titanium) in the initial state and after ECAP in submicrocrystalline state have been investigated. Impact tests were conducted over a wide temperature interval. The crystal lattice type of ultrafine grained materials was shown to determine the character of the impact strength temperature dependence and also a failure mechanism.

STRENGTH, FAILURE MECHANISM, IMPACT STRENGTH, STRUCTURE, EQUAL CANAL ANGULAR PRESSING (ECAP), SUBMICROCRYSTALLINE STATE.

Недавние исследования, выполненные нами на ряде металлов и сплавов, показали [1–5], что интенсивная пластическая деформация (ИПД) металлических материалов, формируя ультрамелкозернистую (УМЗ) структуру, обычно значительно повышает твердость и прочностные характеристики металлических материалов, однако, как правило, снижает пластичность и неоднозначно влияет на ударную вязкость. Данную тенденцию наблюдали и другие исследователи [6–7]. Этот факт не может найти должного объяснения без учета структур-

ных особенностей материалов, подвергнутых ИПД, поскольку при такой обработке, кроме зерен нано- и субмикрористаллического размера, часто образуются неравновесные границы зерен, нанодвойники, сегрегации легирующих элементов по границам зерен и наноразмерные частицы вторых фаз [1]. Как хорошо известно [8], большеугловые границы зерен могут формироваться на стадии развития деформации, но для образования УМЗ-структуры с преимущественно большеугловыми границами требуются большие деформации,

с $\varepsilon > 4 - 6$ [1]. Различные элементы сложной структуры УМЗ-материалов вносят свой вклад в упрочнение, однако большинство из них отрицательно влияет на пластические свойства материалов.

Цель настоящей работы – выяснение влияния ИПД на закономерности ударного разрушения металлических материалов в широком интервале температур с учетом типа их кристаллической решетки.

Материалы и методики исследования

В качестве материалов с объемноцентрированной кубической (ОЦК) решеткой была использована сталь 10 (0,11 % С); в качестве материала с гексагональной плотноупакованной (ГПУ) решеткой – титан Grade 4 и титановый сплав ВТ6 (6 % Al; 4 % V) с двухфазной ($\alpha + \beta$)-структурой; в качестве материала с гранецентрированной кубической (ГЦК) решеткой – алюминиевый сплав АК4-1 (2,46 % Cu; 1,48 % Mg; 0,89 % Fe; 0,92 % Ni; 0,22 % Si). Материалы исследовали в исходном (горячекатаном) состоянии и после различных видов ИПД.

Сталь 10 в исходном состоянии имела средний размер зерна 45 мкм. Перед ИПД провели закалку стали с целью получения однофазной структуры. Субмикроструктурное состояние было получено путем

равноканального углового прессования (РКУП) при температуре 200 °С, с количеством проходов – 4 и 6, и при 400 °С (количество проходов – 4, с поворотом образца вокруг продольной оси на 90° после каждого прохода – маршрут B_c). Угол пересечения каналов инструмента составлял $\varphi = 120^\circ$. Средний размер зерна после РКУП при 200 °С составил 300 нм, а после РКУП при 400 °С – 500 нм.

Исходный титан марки Grade 4 (производство компании Dynamet, сертификат 041425) был в виде прутка со средним размером зерна 25 мкм. Перед обработкой РКУП титан отжигали при температуре 680 °С в течение одного часа. Далее титан подвергали обработке РКУП – конформ (6 проходов при температуре 250 °С). Средний размер d_{cp} зерна титана Grade 4 после обработки РКУП – конформ составлял 300 нм. Титановый сплав ВТ6 (6 % Al, 4 % V) испытывали в исходном состоянии ($d_{cp} = 15$ мкм), после РКУП и последующей экструзии ($d_{cp} = 300$ нм) и после РКУП, экструзии, затем последующей изотермической штамповки при температуре 750 °С. Средний размер зерна после изотермической штамповки составлял 0,9 мкм. Подобная структура может получаться и другими методами ИПД [6].

Таблица 1

Механические свойства исследуемых материалов

Материал	Состояние	НВ, ед.	σ_b , МПа	$\sigma_T(\sigma_{0,2})$, МПа	$\delta, \%$
Сталь 10	Исходное	121	460	350	25
	После РКУП при 200 °С, 4 прохода 6 проходов при 400 °С, 4 прохода	235	1028	989	8
		235	1050	955	11
		210	760	716	18
Grade 4	Исходное	255	700	550	30
	После РКУП – конформ	311	1020	880	13
ВТ6	Исходное	321	950	830	15
	После РКУП + экструзии	401	1450	1380	12
	После РКУП + экструзии + изотермической штамповки	331	1270	1150	13
АК4-1	Исходное	81	274	258	20
	После РКУП + экструзии	111	420	880	9

Обозначения: НВ – твердость по Бринеллю; σ_b – предел прочности; $\sigma_T(\sigma_{0,2})$ – предел текучести; δ – относительное удлинение.

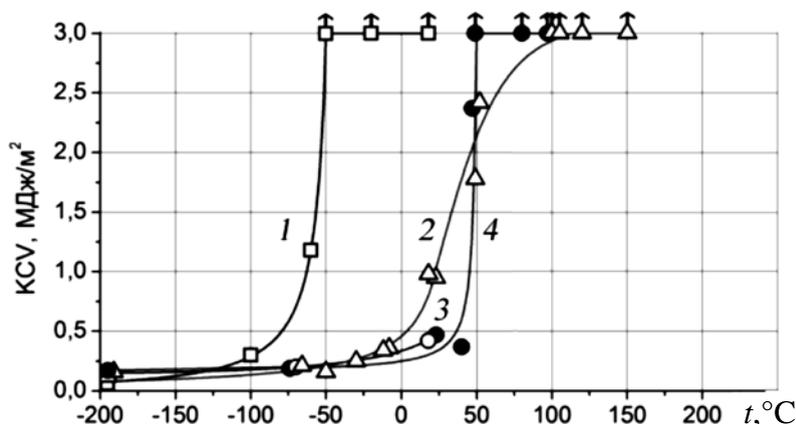


Рис. 1. Температурные зависимости ударной вязкости KCV стали 10 в исходном состоянии (1) и после трех режимов РКУП: 200 °C, 4 прохода (2); 200 °C, 6 проходов (3); 400 °C, 4 прохода (4)

Алюминиевый сплав АК4-1 в исходном состоянии имел средний размер зерна 40 мкм. Сплав подвергали обработке РКУП при температуре 200 °C (6 проходов). После РКУП проводили дополнительную экструзию при температуре 180 °C; средний размер зерна после указанной обработки составил 300 нм [9].

Механические свойства исследуемых материалов после различных видов обработки представлены в табл. 1.

Исследование структуры материалов после различных видов ИПД проводили с помощью просвечивающего электронного микроскопа JEOLJEM2100. Испытания образцов на ударную вязкость (KCV) проводили на копке МК-30 в широком интервале температур. Полученные изломы исследовали методом макро- и микрофрактографии в растровом микроскопе JSM-6092.

Результаты исследования и их обсуждение

На температурной зависимости ударной вязкости KCV стали 10 видно (рис. 1), что в исходном состоянии ($d_{cp} = 45$ мкм) сталь 10 имеет ярко выраженный интервал вязкохрупкого перехода (примерно от -5 до $+100$ °C), а после четырех проходов РКУП при температуре 200 °C ($d_{cp} = 300$ нм) — узкий интервал вблизи температуры 50 °C. При этом порог хладноломкости стали 10 практически не изменился. После четырех проходов РКУП при температуре 400 °C

($d_{cp} = 500$ нм) интервал вязкохрупкого перехода стали 10 сместился на 100 °C в сторону низких температур (см. рис. 1).

Смещение интервала вязкохрупкого перехода в сторону низких температур имеет место и том случае, когда сталь 10 после РКУП при температуре 200 °C нагревали до температуры, не превышающей 550 °C. При этом твердость и прочностные характеристики стали снижались незначительно, однако уже при комнатной температуре образцы, испытанные на удар, полностью не разрушались.

Для выяснения природы наблюдаемых закономерностей была исследована методом ПЭМ тонкая структура стали после РКУП (рис. 2). Видно, что в структуре стали 10 после РКУП при 200 °C (4 прохода) (рис. 2, а) наблюдается ярко выраженная полосчатость и высокая дефектность. После нагрева стали с такой структурой до температуры 350 °C, а также после РКУП стали при температуре 400 °C (4 прохода) полосчатость структуры выражена не так явно; дефектность структуры ниже (рис. 2, б, в). По-видимому, более низкая дефектность структуры благоприятно повлияла на ударную вязкость, сместив интервал вязкохрупкого перехода в сторону низких температур, что благоприятно с позиции конструктивной прочности материала.

ИПД оказывает влияние и на механизм ударного разрушения стали 10. Так, в нижней области вязко-хрупкого перехода сталь

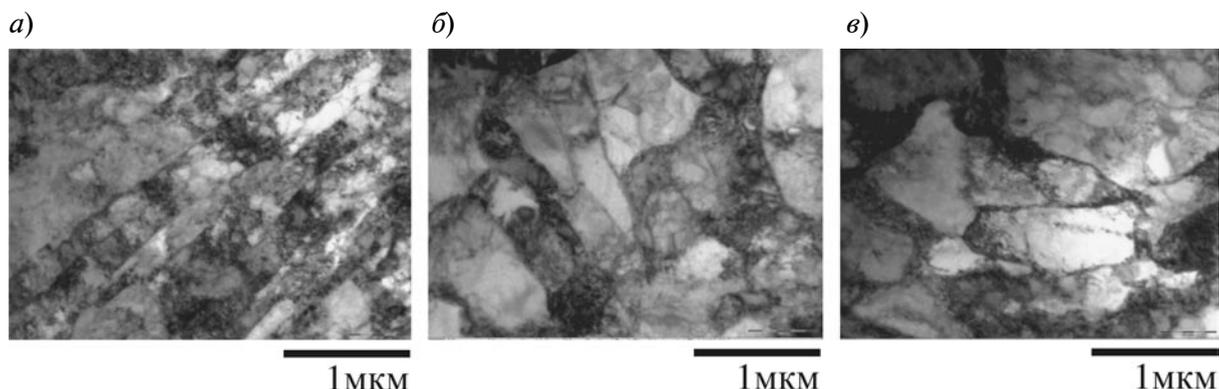


Рис. 2. Тонкая структура стали 10 после РКУП в 4 прохода (а, б) при температурах 200 °С (а) и 400 °С (б), а также после нагрева при 350 °С образца, обработанного в режиме РКУП при 200 °С, 4 прохода (в)

10 в исходном состоянии разрушилась по механизму скола, а после РКУП – по механизму квазискола (рис. 3,а). В средней области сталь в исходном состоянии разрушилась вязко-хрупко (ямки по периферии излома и скол в центральной части излома), а после РКУП – путем расслоения и отрыва (рис. 3,б); в верхней области вязко-хрупкого перехода сталь 10 во всех случаях разрушилась вязко с образованием ямочно-микрорельефа (рис. 3, в).

Таким образом, ИПД, формируя субмикрокристаллическую структуру, повышает прочностные характеристики стали 10, однако снижает ее пластичность. Неоднозначно влияет РКУП на ударную вязкость стали 10 как материала с ОЦК-решеткой. РКУП при 200 °С сужает интервал вязко-хрупкого перехода стали 10, не изменяя порога хладноломкости. Последующий нагрев

такой стали до температуры, не превышающей 550 °С, или повышение температуры РКУП до 400 °С смещает интервал вязко-хрупкого перехода в сторону отрицательных температур.

Результаты испытания титана Grade 4 на ударную вязкость в интервале температур от –196 до +500 °С показали (рис. 4), что РКУП–конформ сужает интервал повышения ударной вязкости титана аналогично сужению интервала вязко-хрупкого перехода, наблюдаемого в стали 10 после РКУП. По-видимому, сужение данных температурных интервалов после РКУП есть общая закономерность для материалов как с ОЦК-, так и с ГПУ-решеткой.

Механизм разрушения титана в исходном состоянии при температуре – 196 °С – это скол и гребни отрыва, а при температурах в интервале 20–350 °С – это крупные,

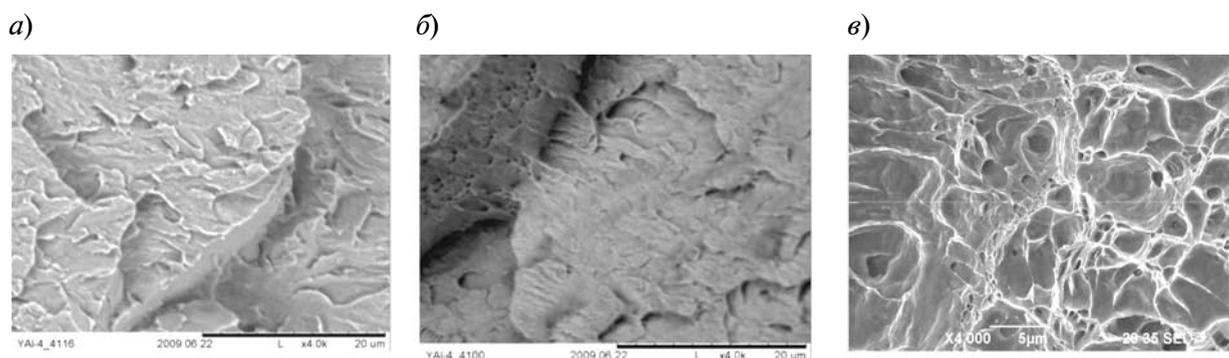


Рис. 3. Микрорельефы ударных изломов стали 10, полученных при трех температурах T после РКУП в 4 прохода при 200 °С; T , °С: –196 (а), 20 (б), 50 (в). Увеличение $\times 4000$

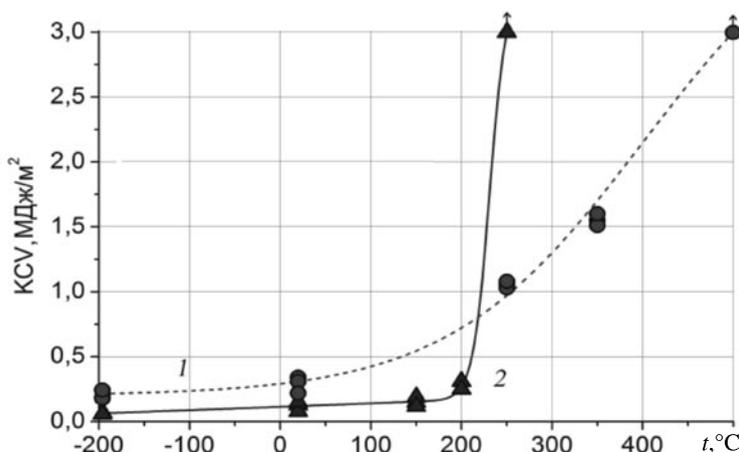


Рис. 4. Температурные зависимости ударной вязкости KCV титана Grade 4 в исходном состоянии (1) и после РКУП–конформ (2)

плоские и неглубокие ямки, чередующиеся с небольшими плоскими фрагментами. После РКУП–конформ микрорельеф низкотемпературных изломов (рис. 5, а) и изломов, полученных при 20 °С (рис. 5, б), состоит из очень мелких ямок и микрогребней; при высоких температурах (рис. 5, в) – из крупных округлых ямок, чередующихся с вытянутыми ямками.

Структура титанового сплава ВТ6 в исходном состоянии состояла из ($\alpha + \beta$)-фаз с размером первичных зерен α -фазы 15 мкм. Объемная доля первичной α -фазы была примерно 15 %. РКУП заготовки привело к измельчению структуры сплава. Средний размер зерен α -фазы составил примерно 300 нм. При этом было установлено, что β -фаза локализуется в обособленных объемах на стыках зерен α -фазы, а ее объемная доля уменьшилась с 13 до 6 %. Результаты

ударных испытаний показали, что ударная вязкость сплава ВТ6 с такой структурой снизилась более чем в два раза (табл. 2). После изотермической штамповки α -фаза имела форму тонких пластин толщиной от 1,2 до 0,8 мкм, а β -фаза – форму межфазных прослоек. Объемная доля β -фазы после ИПД увеличилась с 6 до 10 % по сравнению с исходным состоянием. Размер зерен α -фазы увеличился до 0,9 мкм, а ударная вязкость повысилась практически до исходного значения (см. табл. 2).

Разрушение сплава ВТ6 во всех случаях было вязким, с образованием ямочного микрорельефа. После РКУП и последующей экструзии ямки были более мелкие и неоднородные, по сравнению с исходным состоянием; это свидетельствует о неоднородности структуры сплава после данного вида обработки. После РКУП, затем экс-

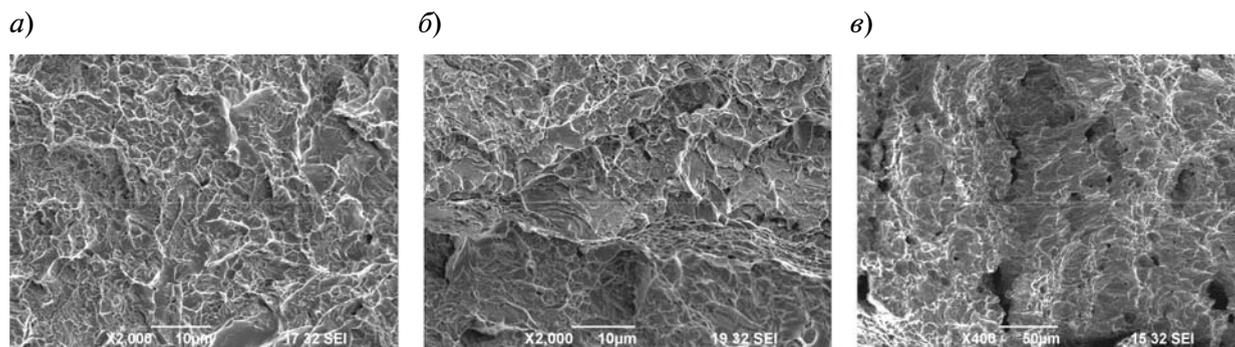


Рис. 5. Микрорельефы изломов титана Grade 4, полученных при трех температурах T после РКУП–конформ; T , °С: –196 (а), 20 (б), 250 (в). Увеличение $\times 2000$ (а, б) и $\times 400$ (в)

Таблица 2

Значения ударной вязкости титанового сплава ВТ6 после различных обработок

Состояние сплава	KSV, МДж/м ²
Исходное	0,39
После РКУП + экструзии	0,15
После той же обработки + изотермической штамповки	0,32

трузии, а затем изотермической штамповки ямки были неглубокие, с гладкой поверхностью.

Таким образом, ИПД снижает ударную вязкость титана Grade 4 с ГПУ-структурой в области отрицательных, комнатной и умеренно высоких температур и повышает ее в области высоких температур; тем самым ИПД сужает интервал повышения ударной вязкости титана аналогично сужению интервала вязко-хрупкого перехода, которое наблюдается в стали 10 после РКУП. На примере титанового сплава ВТ6 с двухфазной структурой (ГПУ + ОЦК) показана принципиальная возможность повышения ударной вязкости сплава после ИПД без существенного снижения твердости и прочностных свойств, путем оптимизации технологических процессов проведения ИПД. При этом исследуемые материалы с ГПУ-решеткой после ИПД разрушаются с образованием ямочного микрорельефа.

Алюминиевый сплав АК4-1 мы исследовали в исходном состоянии и после РКУП с последующей экструзией. Ударные испытания показали, что в интервале температур от -196 до $+300$ °С ударная вязкость KCV сплава как в исходном состоянии, так и после РКУП с последующей экструзией практически не меняется (рис. 6). При этом ударная вязкость сплава после РКУП и экструзии несколько ниже, чем таковая в исходном состоянии. Сплав АК4-1 как в исходном состоянии, так и после РКУП и экструзии разрушился вязко с образованием ямочного микрорельефа при всех температурах исследования.

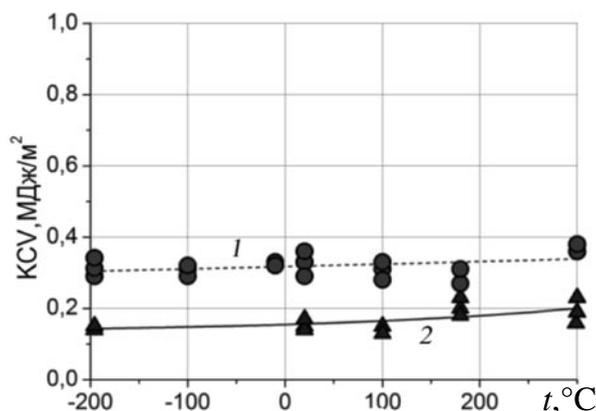


Рис. 6. Температурные зависимости ударной вязкости KCV алюминиевого сплава АК4-1 в исходном состоянии (1) и после РКУП + экструзии (2)

Проведенные исследования свидетельствуют, что ИПД, формируя ультрамелкозернистую и субмикроструктурную структуру, сужает интервал вязко-хрупкого перехода в материале с ОЦК-решеткой (сталь 10) и температурный интервал интенсивного изменения ударной вязкости в материале с ГПУ-решеткой (Grade 4) по сравнению с исходным состоянием. В материале с ГЦК-решеткой (сплав АК4-1) ударная вязкость после РКУП практически не меняется в широком интервале температур (от -196 до $+300$ °С).

На примере стали 10 и титанового сплава ВТ6 показана принципиальная возможность повышения ударной вязкости материалов после ИПД за счет оптимизации УМЗ-структуры путем варьирования режимов технологических процессов ИПД и последующей термической обработки.

Доминирующим механизмом низкотемпературного ударного разрушения образцов из стали 10 после РКУП выступает квазискор; в средней области вязкохрупкого перехода – расслоение и отрыв, в верхней области – ямочный микрорельеф. Микрорельеф изломов титана Grade 4 после РКУП – конформ состоит из мелких округлых ямок, чередующихся с вытянутыми. Сплав АК4-1 после РКУП с последующей экструзией разрушается вязко с образованием ямочного микрорельефа при всех температурах исследования.

Авторы выражают благодарность сотрудникам Института физики перспективных материалов Уфимского государственного авиационного технического университета и Оренбургского государственного универси-

тета, принимавшим участие в испытаниях и исследовании материалов.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 11-08-00208.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Валиев Р.З., Александров И.В.** Объемные наноструктурные металлические материалы: получение, структура и свойства. М.: ИКЦ «Академкнига», 2007. 398 с.
2. **Клевцов Г.В., Валиев Р.З., Рааб Г.И., Клевцова Н.А., Фесенюк М.В., Кашапов М.Р.** Механизм ударного разрушения стали 10 с субмикроструктурной структурой в интервале вязко-хрупкого перехода // Деформация и разрушение материалов. 2011. № 8. С. 9–13.
3. **Клевцов Г.В., Валиев Р.З., Исламгалиев Р.К., Клевцова Н.А., Кашапов М.Р., Фесенюк М.В.** Прочность и механизм разрушения наноструктурированного алюминиевого сплава АК4-1 в широком интервале температур // Фундаментальные исследования. 2012. № 3. Ч. 2. С. 391–395.
4. **Валиев Р.З., Клевцов Г.В., Семенова И.П., Клевцова Н.А., Гундеров Д.В., Фесенюк М.В., Кашапов М.Р.** Прочности и механизм ударного разрушения титана Grade 4 и титанового сплава VT6 в исходном и субмикроструктурном состоянии // Деформация и разрушение мате-

риала. 2012. № 11. С. 32–37.

5. **Valiev R.Z., Alexandrov I.V., Zhu Y.T.**, Paradox of strength and ductility in metals processed by severe plastic deformation // *J. Mater. Res.* 2002. Vol. 17. No. 5. P. 5–8.

6. **Zherebtsov S.V., Salishchev G.A., Galeev R.M., Valiakhmetov O.R., Mironov S.Yu., Semiatin, S.L.** Production of submicrocrystalline structure in large-scale Ti-6Al-4V billet by warm severe deformation processing // *Scripta Mater.* 2004. Vol. 51. P. 1147–1151.

7. **Estrin Yu., Vinogradov A.** Extreme grain refinement by severe plastic deformation: A wealth of challenging science // *Acta Materialia.* 2013. Vol. 61. Iss. 3. P. 782–817.

8. **Рыбин В.В.** Большие пластические деформации и разрушение металлов. М.: Metallurgia, 1986. 224 с.

9. **Исламгалиев Р.К., Нестеров К.М., Хафизова Э.Д., Ганеев А.В., Голубовский Е.Р., Волков М.Е.** Прочность и усталость ультрамелкозернистого алюминиевого сплава АК4-1 // Вестник УГАТУ. 2012. Т. 16. № 8(53). С. 104–109.

REFERENCES

1. **Valiev R.Z., Aleksandrov I.V.** Ob'emnye nanostrukturnye metallicheskie materialy: poluchenie, struktura i svojstva. Moscow, IKTs «Akademkniga», 2007. 398 p.
2. **Klevtsov G.V., Valiev R.Z., Raab G.I., Klevtsova N.A., Fesenyuk M.V., Kashapov M.R.** Mekhanizm udarnogo razrusheniya stali 10 s submikrokristallicheskoj strukturoj v intervale vyazko-khрупkogo perekhoda. *Deformatsiya i razrushenie materialov*, 2011, No. 8, pp. 9–13.
3. **Klevtsov G.V., Valiev R.Z., Islamgaliev R.K., Klevtsova N.A., Kashapov M.R., Fesenyuk M.V.** Prochnost' i mekhanizm razrusheniya nanostrukturirovannogo alyuminievogo splava AK4-1 v shirokom intervale temperatur. *Fundamental'nye issledovaniya*, 2012, No. 3, Part 2, pp. 391–395.
4. **Valiev R.Z., Klevtsov G.V., Semenova I.P., Klevtsova N.A., Gunderov D.V., Fesenyuk M.V., Kashapov M.R.** Prochnosti i mekhanizm udarnogo razrusheniya titana Grade 4 i titanovogo splava VT6 v iskhodnom i submikrokristallicheskom sostoyaniyakh. *Deformatsiya i razrushenie materialov*, 2012, No. 11, pp. 32–37.

5. **Valiev R.Z., Alexandrov I.V., Zhu Y.T.** Paradox of strength and ductility in metals processed by severe plastic deformation. *J. Mater. Res.*, 2002, Vol. 17. No. 5. P. 5–8.

6. **Zherebtsov S.V., Salishchev G.A., Galeev R.M., Valiakhmetov O.R., Mironov S.Yu., Semiatin, S.L.** Production of submicrocrystalline structure in large-scale Ti-6Al-4V billet by warm severe deformation processing. *Scripta Mater.*, 2004, Vol. 51, pp. 1147–1151.

7. **Estrin Yu., Vinogradov A.** Extreme grain refinement by severe plastic deformation: A wealth of challenging science. *Acta Materialia*, 2013, Vol. 61. Iss. 3, pp. 782–817.

8. **Rybin V.V.** Bol'shie plasticheskie deformatsii i razrushenie metallov. Moscow, Metallurgiya, 1986. 224 p.

9. **Islamgaliev R.K., Nesterov K.M., Khafizova E.D., Ganeev A.V., Golubovskij E.R., Volkov M.E.** Prochnost' i ustalost' ul'tramelkozernistogo alyuminievogo splava AK4-1. *Vestnik UGATU*, 2012, Vol. 16, No. 8(53), pp. 104–109.

КЛЕВЦОВ Геннадий Всеволодович — доктор технических наук, профессор кафедры нанотехнологий, материаловедения и механики Тольяттинского государственного университета.

445667, г. Тольятти, Белорусская ул., 14
klevtsov11948@mail.ru

ГАНЕЕВ Артур Вилевич — инженер Института физики перспективных материалов Уфимского государственного авиационного технического университета.

450000, г. Уфа, ул. К. Маркса, 12
artur_ganeev@mail.ru

СЕМЕНОВА Ирина Петровна — доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Института физики перспективных материалов Уфимского государственного авиационного технического университета.

450000, г. Уфа, ул. К. Маркса, 12
semenova-ip@mail.ru

ВАЛИЕВ Руслан Зуфарович — доктор физико-математических наук, профессор, директор Института физики перспективных материалов Уфимского государственного авиационного технического университета.

450000, г. Уфа, ул. К. Маркса, 12
RZValiev@mail.ru

УДК 669.15

Р.Р. Мулюков, Р.М. Имаев, А.А. Назаров

ПРИНЦИПЫ ПОЛУЧЕНИЯ УЛЬТРАМЕЛКОЗЕРНИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ

R.R. Mulyukov, R.M. Imayev, A.A. Nazarov

Institute for Metals Superplasticity Problems of RAS
39 Khalturin St., Ufa, 450001, Russia

PRINCIPLES OF FABRICATION OF ULTRAFINE GRAINED MATERIALS

В статье рассмотрены принципы получения однородной ультрамелкозернистой структуры в объемных и листовых полуфабрикатах методами равноканального углового прессования, всесторонней изотермическойковки и теплой прокатки.

УЛЬТРАМЕЛКОЗЕРНИСТАЯ СТРУКТУРА, ВСЕСТОРОННЯЯ ИЗОТЕРМИЧЕСКАЯ КОВКА, ТЕПЛАЯ ПРОКАТКА, СВАРКА ДАВЛЕНИЕМ, СВЕРХПЛАСТИЧЕСКАЯ ФОРМОВКА.

The paper is devoted to principles of fabrication of homogeneous ultrafine-grained structures in bulk and sheet products by means of multiple isothermal forging, equal channel angular pressing and warm rolling techniques.

ULTRAFINE GRAINED STRUCTURE, MULTIPLE ISOTHERMAL FORGING, WARM ROLLING, DIFFUSION BONDING, SUPERPLASTIC FORMING.

Научные и прикладные задачи, связанные с обработкой металлов и сплавов с целью измельчения зерен, всегда находились в центре внимания специалистов Института проблем сверхпластичности металлов РАН (ИПСМ РАН, г. Уфа, Россия), поскольку, собственно, сам эффект сверхпластичности проявляется только в ультрамелкозернистых (УМЗ-) поликристаллах. Для получения объемных металлических полуфабрикатов с УМЗ-структурой в институте применялись методы горячей изотермической деформации. При этом температурно-скоростные условия деформации подбирались таким образом, чтобы обеспечить интенсивное развитие процесса динамической рекристаллизации [1]. Эта идея оказалась довольно плодотворной, поскольку привела к разработке метода всесторонней изотермическойковки, который позволяет относительно легко измельчать материалы в довольно больших объемах и формировать в них однородную, относительно изотропную УМЗ-структуру [2 – 7]. Благодаря повышенной технологической пластичности,

объемные УМЗ-заготовки поддаются последующей теплой прокатке [8 – 11]. При этом в листовом материале удается сохранить однородную УМЗ-структуру и добиться изотропности механических свойств в плоскости листа. Таким образом, для изготовления ультрамелкозернистого листового полуфабриката, годного для сверхпластической формовки, в институте был разработан метод, основанный на теплой прокатке заготовок с УМЗ-структурой.

В данной статье сделано обобщение полученных результатов и изложены принципы получения объемных и листовых УМЗ-полуфабрикатов металлов и сплавов. Проведен анализ методов равноканального углового прессования и всесторонней изотермическойковки с точки зрения эффективности использования ими энергии пластической деформации для измельчения микроструктуры. На примере лопатки вентилятора демонстрируется разработка новых технологий с использованием УМЗ-материалов для последующего их внедрения в промышленное производство.

Классификация деформационных методов измельчения микроструктуры металлов и сплавов

Большинство промышленных сплавов в литом состоянии состоит из относительно крупных зерен (размером $d > 100$ мкм). В промышленности для измельчения микроструктуры сплавов используются такие традиционные методы, как холодная обработка с последующим рекристаллизационным отжигом, термическая обработка, основанная на фазовых превращениях, и термомеханическая обработка, которые позволяют измельчить микроструктуру до уровня размера зерен $d \approx 1 - 10$ мкм. Как показали недавние исследования, это ограничение по предельному размеру зерен, достижимому традиционными методами, может быть преодолено применением больших пластических деформаций, которые позволяют измельчить микроструктуру до уровня $d \approx 10 - 100$ нм непосредственно в ходе деформации.

Часто, говоря о больших пластических деформациях, смешивают монотонные и циклические методы деформационной обработки материалов. Целесообразно их различать не только по признаку геометрии получаемых полуфабрикатов, но и по формируемой микроструктуре. К монотонным методам деформационной обработки относятся такие промышленные методы, как прокатка, экструзия, волочение и другие, ведущие при больших пластических деформациях к двумерным и одномерным полуфабрикатам. Спецификой указанных методов является большое контактное трение, возникающее между инструментом и заготовкой, которое создает значительное растягивающее напряжение. При относительно низких гомологических температурах это способствует формированию удлиненных фрагментов зерен (субзерен). При этом после накопления определенной критической фрагментированной структуры, еще далекой от равноосной УМЗ-структуры, часто происходит преждевременное разрушение материала. При повышенных гомологических температурах монотонная деформация способствует локальному развитию динамической рекристаллизации и проскальзыванию

нерекристаллизованных объемов друг относительно друга вдоль рекристаллизованных зерен; это также вызывает локализацию деформации и преждевременное разрушение. Самое существенное ограничение, которое налагается монотонными методами, — их неспособность обеспечить (несмотря на большие степени деформации), получение УМЗ-материала с высокой долей большеугловых границ зерен и относительно изотропными механическими свойствами. Это ограничение действует и при низких, и при высоких гомологических температурах.

Для расширения же возможностей применения УМЗ-материалов в качестве конструкционных и функциональных, для изготовления изделий с уникальными механическими и физическими свойствами необходимо разработать метод, который бы позволял получать полуфабрикаты с улучшенными характеристиками. К ним относятся большое сечение, однородная по размеру зерен равноосная УМЗ-структура в любом сечении, высокая доля большеугловых границ зерен, причем без острой текстуры и областей с кристаллографически близкой ориентировкой зерен. При этом новый метод должен учитывать заводские реалии, то есть быть легко адаптируемым к существующему прессовому оборудованию, оснащеному простой и недорогой технологической оснасткой, и иметь рыночный потенциал, что предполагает минимизацию внесенной энергии деформации на единицу массы УМЗ-продукта.

Такой метод, по-видимому, следует искать среди циклических методов деформационной обработки металлов и сплавов, к которым относятся всесторонняя изотермическая ковка, равноканальное угловое прессование, винтовая экструзия и другие, позволяющие в ходе деформационной обработки сохранять или восстанавливать исходную трехмерную форму заготовки вне зависимости от степени деформации. Максимальная степень деформации ϵ_{\max} , которой можно подвергнуть материал при применении этих методов, зависит от величины контактного трения между деформирующим инструментом и заготовкой, а также от величины возникающего при этом

растягивающего напряжения. При циклических деформационных методах обработки материалов, основанных на прессовании или экструзии, значительное контактное трение является причиной более быстрого разрушения образцов (если еще до этого не происходит разрушения деформирующего инструмента). В работе [12], например, при прессовании и экструзии меди значение ε_{\max} составило соответственно 29 и 14. Из всех перечисленных способов метод всесторонней изотермическойковки позволяет избежать значительного контактного трения и, как следствие этого, значительного растягивающего напряжения на боковой поверхности, которое может привести к образованию трещин. Благодаря этому, как было показано в работе [12] на примере меди, материал можно подвергнуть весьма большим пластическим деформациям ($\varepsilon = 50$) при комнатной температуре, не вызывая разрушения ни образцов, ни деформирующего инструмента.

Рассмотрим в следующих разделах особенности наиболее разработанных циклических методов обработки металлов и сплавов: равноканальное угловое прессование и всестороннюю изотермическуюковку.

Принципы циклических методов обработки металлов и сплавов

Равноканальное угловое прессование (РКУП). Это метод многократной пластической деформации образцов, разработанный В.М. Сегалом и В.И. Копыловым с сотрудниками [13]. Его суть заключается в «продавливании» образцов через два пересекающихся канала равного диаметра. В области, близкой к плоскости пересечения каналов, происходит деформация, сходная по характеру к сингулярному простому сдвигу в этой плоскости [14]. Степень деформации, соответствующая этому сдвигу, составляет $\varepsilon = 1,15$ при значении угла между каналами в 90° [14]. Повторными проходами образца через каналы можно добиться накопления желаемой степени деформации и, соответственно, структурных изменений; при этом форма образца сохранится, за исключением некоторой области вблизи его концов. Первоначально равноканальное

угловое прессование и было создано как метод обработки металлов давлением, который позволяет подвергать металлы большим степеням пластической деформации преимущественно простым сдвигом, не изменяя существенно геометрической формы образцов. РКУП как таковое оказалось одним из методов получения УМЗ-структур, и в работе [15] было на примере меди впервые показано, что действительно с его помощью можно получать металлы с размером зерен в несколько сот нанометров.

Для РКУП используются, как правило, образцы в форме параллелепипеда с поперечными размерами до 20 мм. Комбинация РКУП с конформ-процессом может быть перспективна для эффективного производства длинномерных УМЗ-полуфабрикатов [16]. Однако существенным недостатком метода РКУП следует считать ограничение поперечных размеров этих полуфабрикатов. При увеличении поперечного сечения образцов резко возрастают требования к прочности оснастки, качеству смазки и мощности прессового оборудования.

Несмотря на большое количество микроструктурных исследований, закономерности деления зерен при РКУП до конца еще не выяснены. Однако общие черты этого процесса, позволяющие делать выводы о его эффективности, можно считать установленными.

Многочисленные исследования эволюции субструктуры металлов при монотонной деформации обычными методами (сдвиг, прокатка и т. п.) показывают, что основным механизмом деления зерен является образование микрополос, разориентированных по отношению к исходному зерну и лежащих в плоскостях, близких к плоскости наиболее высокого напряжения сдвига [12, 17]. РКУП представляет собой деформационный процесс с изменением пути деформации, а это позволяет на него влиять. Изменение пути деформации достигается поворотами образца между двумя последовательными проходами. После первого прохода образца через оснастку образуется система микрополос, параллельная плоскости пересечения каналов (плоскости сдвига) [18]. Дальнейшие проходы с поворотами об-

разца вокруг оси на 90° (маршруты B_A и B_C , согласно общепринятой классификации) приводят к формированию микрополосовых границ, лежащих в других плоскостях, которые, пересекаясь с исходными, приводят к образованию замкнутых, близких к равноосным, фрагментов. По этой причине использование маршрутов B_A и B_C приводит к наиболее быстрому формированию равноосной УМЗ-структуры [19]. Однако известно, что каждая субструктура возникает как отклик материала на конкретное монотонное нагружение; изменение пути деформирования приводит к разрушению старой субструктуры и созданию новой, характерной для новых условий [12]. Следовательно, при использовании маршрутов с поворотами происходит частичное разрушение ранее образованных границ, и накопление разориентировок происходит медленнее, чем при монотонной деформации. Поэтому маршруты B_A и B_C РКУП приводят к образованию равноосной УМЗ-структуры с преимущественно малоугловыми границами [20]. Наиболее отчетливо эта закономерность проявляется при сравнении двух крайних случаев, связанных с маршрутами A и C . В первом образце не поворачивается, а во втором поворот осуществляется на угол 180° . В первом случае структура развивается непрерывно, и формируются удлиненные зерна с большими разориентировками между ними, а во втором – равноосная субструктура с малоугловыми разориентировками [20].

С другой стороны, при деформации по маршруту A происходит эволюция одной и той же системы микрополос, и УМЗ-структура, образующаяся после многих проходов, состоит из зерен, удлиненных в направлении, близком к оси образца. Эффективность измельчения зерен при монотонной деформации, в том числе при использовании маршрута A РКУП, можно повысить за счет увеличения подвижности границ зерен, которое способствует локальной миграции продольных границ, образованию поперечных и формированию таким образом равноосной структуры [21]. Процессы возврата и рекристаллизации важны для трансформации субструктур деформации

в равноосную, низкоэнергетическую зеренную структуру, которая стабильна при последующей деформации. Исследования показывают, что в процессе РКУП в металлах с низкой точкой плавления (алюминий, медь) уже при комнатной температуре, а в металлах с высокой точкой плавления при умеренно высокой температуре происходит динамическая рекристаллизация [22]. Это означает, что в зависимости от температуры деформации формирование УМЗ-структуры при РКУП может происходить по одному из двух основных механизмов: либо путем образования границ деформационного происхождения за счет пересечения микрополос (при низких температурах), либо путем рекристаллизации (при высоких). По-видимому, эти механизмы и определяют, к какому процессу следует относить РКУП: при низких температурах это условно «интенсивная» пластическая деформация, а при относительно высоких – более «мягкая» деформационная обработка, использующая частично динамическую рекристаллизацию.

В связи с вышеизложенным, а также вследствие больших затрат на трение между образцом и оснасткой, метод РКУП относится к весьма энергоемким процессам получения УМЗ-структуры в материалах; при этом он неэффективно использует энергию пластической деформации. Существенно более эффективным в этом отношении является метод всесторонней изотермическойковки, который позволяет относительно легко получать УМЗ-заготовки существенно больших размеров, чем метод РКУП.

Всесторонняя изотермическая ковка. Основная идея данного метода заключается в наиболее полном использовании потенциала динамической рекристаллизации и других термоактивированных процессов для измельчения микроструктуры металлов и сплавов. Иными словами, метод основан на использовании соотношения между размером рекристаллизованных зерен d и условиями изотермической деформации (ее температура и скорость): $d = d(T, \dot{\epsilon})$. Для реализации метода необходимо решить следующие две основные задачи:

получение в объемных заготовках одно-

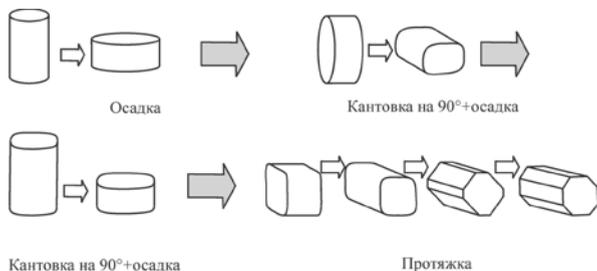


Рис. 1. Принципиальная схема всесторонней изотермическойковки

родной, равноосной мелкозернистой микроструктуры с высокой долей большеугловых границ зерен, не имеющей острой текстуры;

поэтапное уменьшение размера зерен вплоть до УМЗ-уровня.

Рассмотрим, как решаются эти две задачи на примере титанового сплава ВТ6. Для решения первой объемную заготовку (промышленный пруток) после предварительной закалки из β -области подвергают изотермической ковке в $(\alpha + \beta)$ -фазовой области со скоростью порядка 10^{-3} с^{-1} . При такой скорости деформации процесс перехода пластинчатой структуры в глобулярную в сплаве протекает благодаря развитию непрерывной динамической рекристаллизации. В пластинах фаз формируются поперечные малоугловые границы, которые постепенно перестраиваются в большеугловые границы зерен, а полукогерентные межфазные границы трансформируются в некогерентные.

Для деформационной обработки объемных заготовок используется схема всесторонней изотермическойковки, которая позволяет подавить локализацию деформации в объемах материала с уже рекристаллизованной микроструктурой (рис. 1). Эта схема представляет собой совокупность операций осадки, кантовки и протяжки, в результате выполнения которых заготовка в конце этапа приобретает форму и размеры, приблизительно совпадающие с исходными. Другими словами, схема обеспечивает цикличность деформационной обработки. Ввиду неравномерного распределения поля скоростей деформации в объеме заготовки при всесторонней изотермической

ковке, на каждом переходе со сменой оси деформации деформируются новые нерекристаллизованные объемы. В результате проведенных операций удается полностью рекристаллизовать микроструктуру практически любой объемной заготовки. Степень деформации ϵ на каждом переходе подбирается таким образом, чтобы, с одной стороны, обеспечить развитие динамической рекристаллизации ($\epsilon > \epsilon_{кр}$), а с другой – избежать значительного контактного трения и сохранить механическую устойчивость при следующем переходе. Благодаря цикличности описанный метод можно многократно воспроизводить, добиваясь полной проработки застойных зон и набирая необходимую степень деформации во всем объеме заготовки.

Трансформация пластинчатой структуры в глобулярную в ходе всесторонней изотермическойковки приводит к активизации в сплаве зернограничного проскальзывания, поскольку ковка ведется в температурно-скоростных условиях, при которых сплав ВТ6 демонстрирует сверхпластическое поведение. Активизация зернограничного проскальзывания способствует увеличению доли большеугловых границ зерен, размытию кристаллографической текстуры, формированию наиболее однородной равноосной микроструктуры в материале с

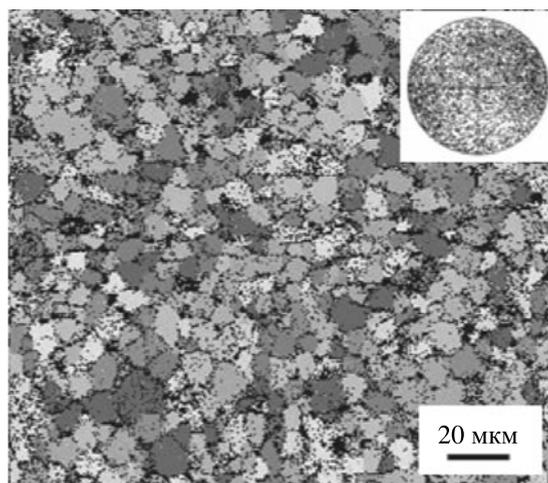


Рис. 2. EBSD-изображение микроструктуры объемной заготовки титанового сплава (на вставке) после всесторонней изотермическойковки в условиях сверхпластичности

размером зерен $d = 10 - 15$ мкм. Описанная микроструктура представлена на рис. 2, где EBSD (Electron BackScattering Diffraction) – дифракционная картина обратного рассеяния электронов. Это метод, разработанный в последние годы на базе растровой электронной микроскопии.

Задача поэтапного уменьшения размера зерен, вплоть до УМЗ-уровня, основана на поэтапном снижении температуры деформационной обработки заготовки. При этом она базируется на значительном повышении технологической пластичности металлов и сплавов, происходящем в результате измельчения микроструктуры, достигаемом на каждом предыдущем этапе. Если проводить каждую последующую деформацию, не меняя температурно-скоростных условий, то материал переходит в состояние сверхпластического течения, что повышает однородность микроструктуры, но препятствует дальнейшему ее измельчению. Вместе с тем снижение температуры деформации (с сохранением прежней скорости деформации) позволяет дальше измельчить микроструктуру. Повторное использование всесторонней изотермическойковки при пониженной температуре вновь позволяет получить полностью рекристаллизованную, однородную микроструктуру с высокой долей большеугловых границ зерен, но уже с существенно более мелким размером рекристаллизованных зерен. Допол-

нительное измельчение микроструктуры снова приводит к повышению технологической пластичности материала (переходу к сверхпластическому течению), что опять позволяет снизить температуру всесторонней изотермическойковки. Таким образом, всесторонняя изотермическаяковка с поэтапным снижением температуры дает возможность измельчить размер зерен в материале вплоть до наноструктурного диапазона, избегая при этом его разрушения. Конечная температура деформации выбирается на базе зависимости $d(T, \dot{\epsilon})$. Количество этапов, разницы температур ΔT_i между этапами, ΔT между первым и последним этапами, количество переходов на этапах зависят от типа материала и исходной микроструктуры. В качестве примера на рис. 3 показана микроструктура объемных заготовок сплава ВТ6 после предварительной закалки из β -области и последующей всесторонней изотермическойковки в два этапа при температурах $T_3 = 700^\circ\text{C}$ и $T_4 = 600^\circ\text{C}$ [23]. В результате такой обработки в заготовке диаметром 200 мм и длиной $L = 300$ мм (рис. 3,а) была получена однородная в любом сечении УМЗ-структура со средним размером зерен $d = 0,4$ мкм.

Ключевым моментом в вышеописанной схеме является необходимость достижения однородной рекристаллизованной микроструктуры с высокой долей большеугловых границ зерен на каждом этапе. Нерекри-

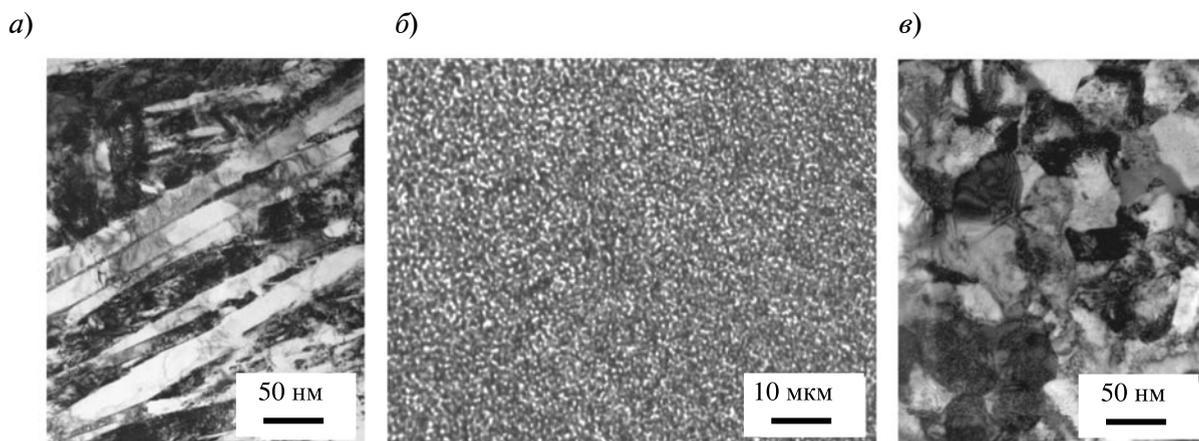


Рис. 3. Микроструктуры сплава ВТ6: а – тонкопластинчатая, после предварительной закалки из β -области при $T = 1010^\circ\text{C}$; б, в – УМЗ, после всесторонней изотермическойковки при температурах $T_3 = 700^\circ\text{C}$ и $T_4 = 600^\circ\text{C}$, размер зерен $d = 0,4$ мкм. Даны изображения ПЭМ (а, в) и ОМ (б)

сталлизованные объемы материала, а также субструктура, оставшиеся после обработки при повышенных температурах, наследуются при последующей обработке при более низких температурах, поскольку деформация локализуется преимущественно в мелкозернистой фракции, что в конечном счете приводит к бимодальной микроструктуре. Скорость деформации на первом и последующих этапах подбирается таким образом, чтобы уменьшить влияние деформационного разогрева и, соответственно, обеспечить равномерное развитие рекристаллизационных процессов. На каждом этапе по мере измельчения микроструктуры материал переходит в сверхпластическое состояние, способствующее, в конечном счете, формированию однородной УМЗ-структуры.

Изложенные выше принципы получения объемных полуфабрикатов с однородной УМЗ-структурой были успешно применены в ИПСМ РАН к десяткам различных металлов и сплавов. Среди них – титан и его сплавы; стали; алюминиевые, магниевые, медные, никелевые сплавы, включая труднодеформируемые никелевые жаропрочные и интерметаллидные (на основе соединений $TiAl$, Ti_3Al , Ti_2AlNb) [3, 5 – 7, 24 – 26].

Принципы получения и соединения листовых УМЗ-полуфабрикатов

Метод тепловой прокатки. Сущность метода изготовления ультрамелкозернистого титанового листового полуфабриката, разработанного в ИПСМ РАН [8, 9], заключается в теплой прокатке объемных УМЗ-заготовок, предварительно полученных посредством всесторонней изотермическойковки. Благодаря указанной обработке заготовки характеризуются исключительно высокой технологической пластичностью. Необходимость предварительного формирования УМЗ-структуры заготовок под прокатку, однородной по размеру зерен, определяется, главным образом, технической трудностью достичь при плоской прокатке больших (и тем более равномерных по величине в объеме всего листового материала) пластических деформаций.

Прокатку УМЗ-заготовки осуществля-

ют в регламентированном интервале температур. Верхняя граница интервала нагрева заготовки под прокатку определяется температурой заключительного этапа ее предварительной всесторонней изотермическойковки. Это означает, что в процессе промежуточных нагревов под прокатку будет сохраняться достигнутый предшествующей обработкой размер зерен в структуре прокатываемого листового полуфабриката. Нижняя граница температурного интервала прокатки будет ограничиваться пластичностью УМЗ-материала.

Рассмотрим получение и механические свойства УМЗ-листового материала на примере титанового сплава ВТ6. Для прокатки использовалась объемная УМЗ-заготовка (рис. 4, а), полученная методом всесторонней изотермическойковки. После заключительного этапаковки при температуре $T = 600^\circ\text{C}$ заготовка под прокатку имела однородную структуру с размером зерен $d = 0,4$ мкм. Теплая прокатка осуществлялась при температуре около $T = 600^\circ\text{C}$ и скоростях деформации $\dot{\epsilon} = 10^{-2} - 10^{-1} \text{c}^{-1}$, с величиной обжатия 10 – 15 % за проход и промежуточными подогревами заготовки. Посредством описанного метода были изготовлены листы толщиной 2,0 и 0,8 мм (рис. 4, б, в) [10, 11].

Микроструктурные исследования показали, что полученный листовой полуфабрикат имеет однородную равноосную УМЗ-структуру в продольном, поперечном и параллельном плоскости прокатки сечениях (рис. 4, г). Ультрамелкозернистый листовой материал демонстрирует высокие сверхпластические характеристики при относительно низких температурах (см. таблицу). Так, при температуре $T = 700^\circ\text{C}$ и скоростях деформации $\dot{\epsilon} = 10^{-3} - 10^{-2} \text{c}^{-1}$ отмечается высокая скоростная чувствительность напряжения течения ($m \approx 0,5$), величина относительного удлинения достигает $\delta = 900$ %. Высокий уровень сверхпластических свойств УМЗ листового материала при пониженных температурах деформации сочетается с их малой величиной плоскостной анизотропии. Следует также отметить, что напряжения течения величиной $\sigma \approx 30$ МПа, наблюдаемые в

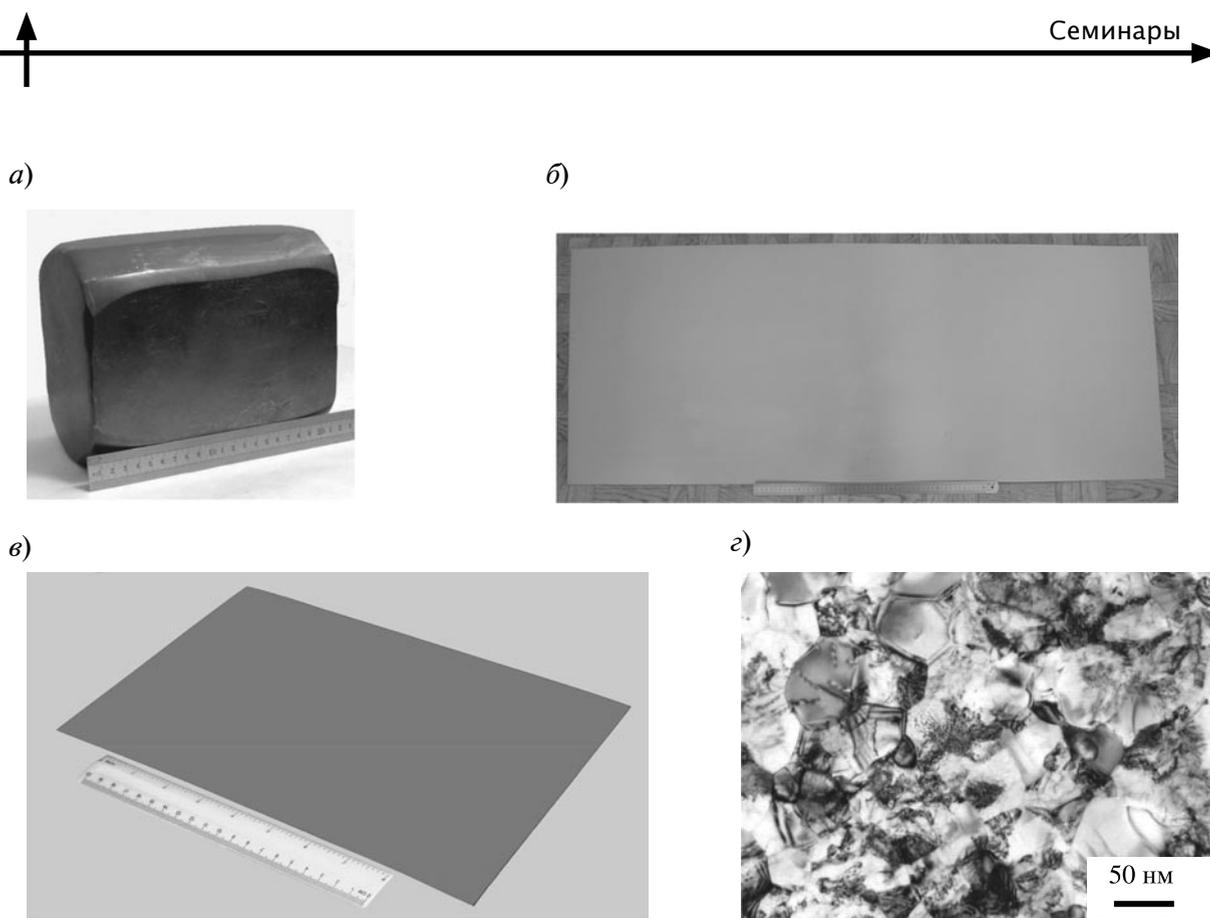


Рис. 4. Объемный (а) и листовой (б, в) УМЗ-полуфабрикаты из титанового сплава ВТ6, а также микроструктура (г) листового полуфабриката в. Размеры слябов под прокатку, мм: $200 \times 170 \times 100$ (а), $1500 \times 500 \times 2$ (б), $200 \times 300 \times 0,8$ (в)

УМЗ-материале при $T = 700^\circ\text{C}$ и низких скоростях деформации ($\dot{\epsilon} \approx 10^{-4} \text{c}^{-1}$), являются типичными для титанового сплава ВТ6 с обычной мелкозернистой структурой ($d = 3 - 6$ мкм) (но при более высоких температурах деформации $T = 900 - 925^\circ\text{C}$ [27]) и приемлемыми для использования УМЗ-листового полуфабриката в технологиях сварки давлением (СД) и сверхпластической формовки (СПФ).

Сварка давлением (СД). По сравнению с обычной сваркой плавлением, этот метод является более перспективной технологией соединения конструкционных материалов при создании различных тонкостенных и полых конструкций [28], поскольку обеспечивает более высокое качество сварного соединения. При этом качество соединения существенным образом зависит от режимов сварки: ее температуры и давления. Исследования, выполненные в последние годы в ИПСМ РАН, показали, что СД в условиях сверхпластичности существенно

ускоряет процесс формирования твердофазного соединения, по сравнению с классической диффузионной сваркой [29 – 33]. «Залечивание» пор в твердофазном соединении стимулируется развитием зернограничного проскальзывания – основного механизма сверхпластической деформации [29, 30]. В многочисленных работах показано, что диффузионная сварка промышленных листов из титанового сплава ВТ6 (или его зарубежного аналога Ti-6Al-4V) с размером зерен $d = 5 - 10$ мкм осуществляется при температурах $T = 900 - 950$ °C, соответствующих оптимальным температурным условиям проявления в материале эффекта сверхпластичности.

Уменьшение размера зерен увеличивает суммарную протяженность их границ в материале, что приводит к повышению доли зернограничного проскальзывания в осуществлении всей деформации [34]. Как показано экспериментально, при соединении наноструктурных листовых заготовок

Сверхпластичность УМЗ листового полуфабриката из сплава ВТ6 при пониженных температурах

Температура испытания, °С	Направление растяжения относительно прокатки	Напряжение течения, МПа ($\epsilon \approx 50\%$)			Удлинение, %		Коэффициент m	
		при скорости деформации, 10^{-3} с^{-1}						
		0,3	0,7	7	0,7	7		
650	Вдоль	48	70	179	780	720	0,36	
	Поперек	–	71	184	810	680	0,34	
700	Вдоль	30	44	110	900	890	0,47	
	Поперек	–	46	118	900	900	0,47	

Примечание. Размер зерен материала $d = 0,3$ мкм.

из титанового сплава ВТ6 под действием нормального давления, соответствующего напряжению сверхпластического течения, температура сварки может быть существенно снижена [29]. Так, при исходном размере зерен $d = 0,4$ мкм качественное твердофазное соединение было получено при температуре $T = 650$ °С, а при $d = 0,1$ мкм – при $T = 600$ °С. Практический интерес представляет возможность соединения между собой при пониженных температурах (в интервале $T = 650\text{--}700$ °С) не только наноструктурных листовых заготовок друг с другом, но и с промышленными листовыми заготовками с размером зерен $d = 5\text{--}8$ мкм [35, 36]. Пример такого соединения показан на рис. 5.

Получение полых конструкций с использованием УМЗ-листовых материалов

Использование ультрамелкозернистого листового полуфабриката существенно об-

легчает изготовление полых конструкций посредством технологий СД/СПФ. Рассмотрим это на примере титановой ширококордной полый лопатки вентилятора. Применение УМЗ листового материала в качестве наполнителя позволяет создать существенную разницу в пределе текучести материалов обшивок и наполнителя и осуществить качественное соединение компонентов лопатки сваркой давлением при относительно низких температурах за счет локализации деформации в зоне соединения и обеспечить требуемый ресурс пластичности для формирования ребер жесткости при последующей сверхпластической формовке.

Предполагается, что полая лопатка вентилятора, полученная с использованием УМЗ-листового наполнителя, играющего роль армирующего элемента, по качеству и технологичности изготовления превзойдет существующий аналог (лопатку фирмы Роллс-Ройс) по конструкционной прочности (за счет более высокой прочности

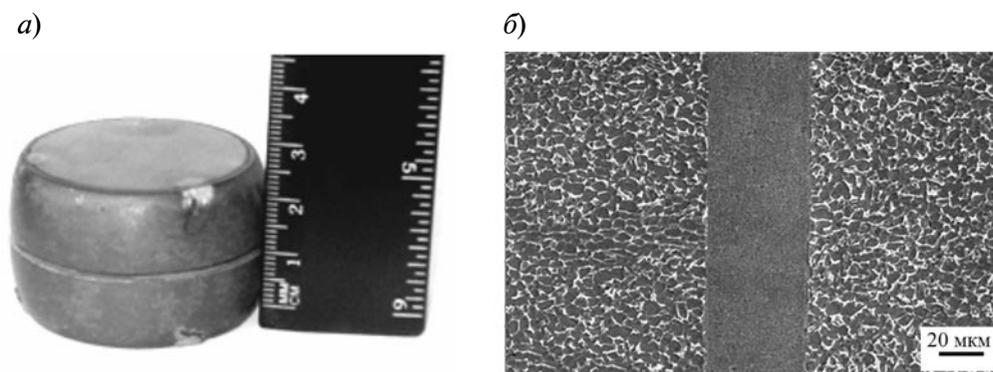


Рис. 5. Цилиндрический образец (а), полученный сваркой давлением двух промышленных заготовок из сплава ВТ6 ($d = 5$ мкм) через тонкую прокладку из УМЗ-материала ($d = 0,4$ мкм), а также микроструктура зоны соединения (б)

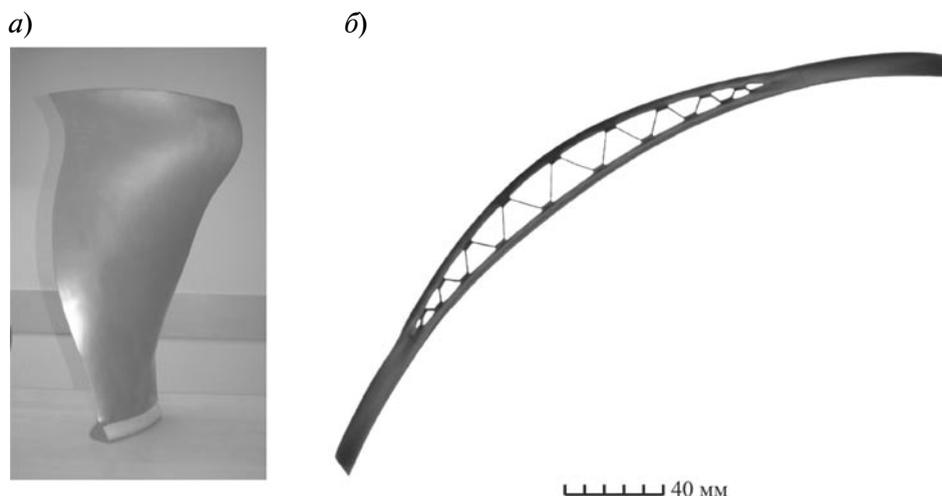


Рис. 6. Полая лопатка вентилятора, изготовленная из титанового сплава ВТ6 с применением УМЗ листового наполнителя: *а* – общий вид, *б* – поперечное сечение

наполнителя и сварных соединений) и демпфирующим свойствам. Кроме того, благодаря относительно низким температурам технологических переделов, снизится вероятность появления усталостных трещин, связанных с газонасыщением поверхности обшивок при повышенных температурах и микрорельефом поверхности ребер жесткости, возникающим при формовке. Наконец, этот же фактор понизит себестоимость изделия и повысит производительность его изготовления, поскольку удастся избежать образования хрупкого альфированного слоя на поверхности лопатки и исключить трудоемкие и экологически опасные операции, связанные с его удалением. Кроме того, снижение температуры уменьшит износ штамповой оснастки, энергозатраты и трудоемкость производства. На рис. 6 показан опытный образец полую лопатки вентилятора, изготовленный из титанового сплава ВТ6 по технологии, максимально приближенной к технологии производства серийной полую лопатки.

Разработанный в ИПСМ РАН метод всесторонней изотермическойковки является универсальным для измельчения микроструктуры металлов и сплавов, позволяющим получать УМЗ-полуфабрикаты, однородные по размеру зерен и содержащие преимущественно большеугловые границы зерен. Такие полуфабрикаты обладают существенно большими геометрическими

размерами, чем те, которых удается достичь другими методами, например методом равноканального углового прессования.

Основанный на наиболее полном использовании потенциала динамической рекристаллизации и других термоактивированных процессов, разработанный метод имеет рыночный потенциал, поскольку предполагает минимизацию внесенной энергии деформации на единицу массы УМЗ-продукта и учитывает заводские реалии; его можно легко адаптировать к существующему прессовому оборудованию, оснащеному простой и недорогой технологической оснасткой.

УМЗ-заготовки из титанового сплава ВТ6 отличаются исключительно высокой технологической пластичностью. Это позволяет получать из них методом теплой прокатки УМЗ-листовой полуфабрикат, проявляющий эффект сверхпластичности при температурах на 250 – 300 °С ниже, чем промышленный.

На примере титановой лопатки показано, что использование УМЗ-листового полуфабриката в качестве наполнителя позволяет изготовить широкохордную полую лопатку вентилятора для перспективного авиационного двигателя методами сварки давлением и сверхпластической формовки при относительно низких температурах.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №12-08-90407-Укр_а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Кайбышев О.А.** Сверхпластичность промышленных сплавов. М.: Металлургия, 1984. 276 с.
2. **Валиахметов О.Р., Галеев Р.М., Салищев Г.А.** Механические свойства титанового сплава ВТ8 с субмикроструктурной структурой (краткое сообщение) // Физика металлов и металловедение. 1990. № 10. С. 204 – 206.
3. **Imayev R.M., Imayev V.M.** Mechanical Behavior of the Submicrocrystalline Intermetallic TiAl Compound at Elevated Temperatures // Scripta Met. 1991. Vol. 25. P. 2041–2046.
4. **Salishchev G.A., Valiakhmetov O.R., Galeev R.M.** Formation of submicrocrystalline structure in the titanium alloy VT8 and its influence on mechanical properties // J. Mater. Sci. 1993. Vol. 28. Iss. 11. P. 2898 –2902.
5. **Imayev R.M., Imayev V.M., Salishchev G.A.** Formation of submicrocrystalline structure in TiAl intermetallic compound // J. Mater. Sci. 1992. Vol. 27. Iss. 16. P. 4465–4471.
6. **Мулюков Р.Р.** Развитие принципов получения и исследование объемных наноструктурных материалов с ИПСМ РАН // Российские нанотехнологии. 2007. Т. 2. № 7-8. С. 38 –53.
7. **Mulyukov R.R., Imayev R.M., Nazarov A.A.** Production, properties and application prospects of bulk nanostructured materials // J. Mater. Sci. 2008. Vol. 43. Iss. 23-24. P. 7257 –7263.
8. **Валиахметов О.Р., Галеев Р.М., Кайбышев О.А., Салищев Г.А.** Способ изготовления листовых полуфабрикатов из титановых сплавов // Патент РФ № 2224047. 05.06. 2004. 18 с.
9. **Галеев Р.М.** Субмикроструктурный лист из титанового сплава ВТ6 для низкотемпературной сверхпластической формовки // Металлы. 2005. № 6. С. 19–24.
10. **Salishchev G.A., Galeev R.M., Valiakhmetov O.R., Safiullin R.V., Lutfullin R.Ya., Senkov O.N., Froes F.H., Kaibyshev O.A.** Highly superplastic Ti-6Al-4V sheet, Materials Technology & Advanced Performance Materials // Mater. Techn. & Adv. Perf. Mater. 2000. Vol. 15. No. 2. P. 133–135.
11. **Salishchev G.A., Galeev R.M., Valiakhmetov O.R., Safiullin R.V., Lutfullin R.Ya., Senkov O.N., Froes F.H., Kaibyshev O.A.** Development of Ti-6Al-4V sheet with low temperature superplastic properties // J. of Mater. Process. Techn. 2001. Vol. 116. P. 265–268.
12. **Добаткин С.В., Салищев Г.А., Кузнецов А.А., Решетов А.В., Сынков А.С., Конькова Т.Н.** Сравнительный анализ структуры и свойств бескислородной меди после различных способов интенсивной пластической деформации // Физика и техника высоких давлений. 2006. Т. 16. № 4. С. 23 –35.
13. **Сегал В.М., Резников В.И., Дробышевский Ф.Е., Копылов В.И.** Пластическая обработка металлов простым сдвигом // Изв. АН СССР. Металлы. 1981. № 1. С. 115–123.
14. **Segal V.M.** Equal channel angular extrusion: from macromechanics to structure formation // Mater. Sci. Eng. A. 1999. Vol. 271. P. 322–333.
15. **Ахмадеев Н.А., Валиев Р.З., Копылов В.И., Мулюков Р.Р.** // Металлы. 1992. № 5. С. 96 –101.
16. **Raab G.J., Valiev R.Z., Lowe T.C., Zhu Y.T.** Continuous processing of ultrafine grained Al by ECAP-Conform // Mater. Sci. Eng. 2004. Vol. A382. P. 30–34.
17. **Hughes D.A., Hansen N., Bammann D.J.** Geometrically necessary boundaries and geometrically necessary dislocations // Scripta Mater. 2003. Vol. 48. P. 147–153.
18. **Iwahashi Y., Horita Z., Nemoto M., Langdon T.G.** The process of grain refinement in equal-channel angular pressing // Acta Mater. 2008. Vol. 46. № 9. P. 3317–3331.
19. **Zhu Y.T., Lowe T.C.** Observations and issues on mechanisms of grain refinement during ECAP process // Mater. Sci. Eng. 2000. Vol. A291. P. 46– 53.
20. **Gholinia A., Prangnell P.B., Markushev M.V.** The effect of strain path on the development of deformation structures in severely deformed aluminium alloys processed by ECAE // Acta Mater. 2000. Vol. 48. P. 1115–1130.
21. **Driver J. H.** Stability of nanostructured metals and alloys // Scripta Mater. 2004. Vol. 51. P. 819–823.
22. **Zhao G., Xu S., Luan Y., Guan Y., Lun N., Ren X.** Grain refinement mechanism analysis and experimental investigation of equal canal angular pressing for producing pure aluminum ultrafine grained materials // Mater. Sci. Eng. 2006. Vol. A437. P. 281–292.
23. **Zherebtsov S.V., Salishchev G.A., Galeev R.M., Valiakhmetov O.R., Mironov S.Yu., Semiatin S.L.** Production of submicrocrystalline structure in large scale Ti-6Al-4V billet by warm severe deformation processing // Scr. Mater. 2004. Vol. 51. P. 1147–1151.
24. **Utyashev F.Z., Kaibyshev O.A., Valitov V.A.** Method for processing billets from multiphase alloys // European Patent EP 0.909.339 B1. 2001. 19 p.
25. **Imayev R.M., Salishchev G.A., Senkov O.N., Imayev V.M., Gabdullin N.K., Shagiev M.R., Kuznetsov A.V., Froes F.H.** Low-temperature superplasticity of titanium aluminides // Mat. Sci. Eng. 2001. Vol. 300. P. 263–277.

26. **Imayev R.M., Gabdullin N.K., Salishchev G.A., Senkov O.N., Imayev V.M., Froes F.H.** Effect of grain size and partial disordering on ductility of Ti₃Al in the temperature range of 20–600°C // *Acta Mater.* 1999. Vol. 47. P. 1809–1821.

27. **Zherebtsov S.V., Salishchev G.A., Galeev R.M.** Dynamic recrystallization of titanium and Ti–6Al–4V two-phase titanium alloy // First Joint International Conference “Recrystallization and Grain Growth” (Aachen, Germany, August 27–31, 2001); G. Gottstein and D. Molodov (eds.), Springer–Verlag. 2001. Vol. 1. P. 961–966.

28. **Каракозов Э.С.** Соединение материалов в твердой фазе. М.: Металлургия, 1976. 264 с.

29. **Круглов А.А., Лутфуллин Р.Я., Мухаметрахимов М.Х., Руденко О.А., Сафиуллин Р.В.** Средний размер зерен в титановом сплаве ВТ6 и выбор рациональной схемы интегрального процесса сверхпластической формовки сварки давлением // *Перспективные материалы.* 2005. № 6. С. 79–85.

30. **Кайбышев О.А.** Пластичность и сверхпластичность металлов. М.: Металлургия, 1975. 280 с.

31. **Кайбышев О.А., Лутфуллин Р.Я., Бердин В.К.** Механизм формирования твердофазного соединения в состоянии сверхпластичности // *ДАН СССР.* 1991. Т. 319. № 3. С. 615–618.

32. **Kaibyshev O.A., Safiullin R.V., Lutfullin R.Ya. and Astanin V.V.** On the model of solid state

joint formation under superplastic forming conditions // *J. Mater. Eng. Perform.* 1999. Vol. 8. No. 2. P. 205–210.

33. **Лутфуллин Р.Я.** Сверхпластическая деформация – основа для разработки структурно-контролируемых технологических процессов соединения материалов в твердом состоянии // *Тр. Междунар. научн. конф. «Современное состояние теории и практики сверхпластичности материалов».* Уфа, 2000. С. 67–74.

34. **Астанин В.В.** Масштабный фактор и сверхпластичность сплава Al–6 % Cu–0,4%Zr // *Физика металлов и металловедение.* 1995. Т. 79. Вып. 3. С. 166–172.

35. **Mukhametrakhimov M.Kh., Lutfullin R.Ya., Galimov K.A.** Pressure welding of VT6 titanium alloy under conditions of low temperature superplasticity // *International Symposium. Bulk Nanostructured materials: from fundamentals to innovations.* Ufa State Aviation Technical University. Ufa. Russia. 2007. P. 270–271.

36. **Мухаметрахимов М.Х., Лутфуллин Р.Я.** Влияние промежуточных прокладок на механические свойства соединенного в условиях низкотемпературной сверхпластичности титанового сплава ВТ6 // В кн.: *XVII Петербургские чтения по проблемам прочности.* Санкт-Петербург, 10–12 апреля 2007 г. Сб. матер. Ч. 1. СПб, 2007. С. 199–200.

REFERENCES

1. **Kaibyshev O.A.** Sverkhplastichnost' promyshlennyykh splavov. Moscow, Metallurgiya, 1984. 276 p. (rus)

2. **Valiakhmetov O.R., Galeev R.M., Salishchev G.A.** Mekhanicheskie svoystva titanovogo splava VT8 s submikrokristallicheskoj strukturoj (kratkoe soobshchenie). *Fizika metallov i metallovedenie*, 1990, No. 10, pp. 204–206. (rus)

3. **Imayev R.M., Imayev V.M.** Mechanical Behavior of the Submicrocrystalline Intermetallic TiAl Compound at Elevated Temperatures. *Scripta Met.* 1991, Vol. 25, pp. 2041–2046.

4. **Salishchev G.A., Valiakhmetov O.R., Galeev R.M.** Formation of submicrocrystalline structure in the titanium alloy VT8 and its influence on mechanical properties. *J. Mater. Sci.* 1993, Vol. 28. Iss. 11. R. 2898–2902.

5. **Imayev R.M., Imayev V.M., Salishchev G.A.** Formation of submicrocrystalline structure in TiAl intermetallic compound. *J. Mater. Sci.* 1992, Vol. 27. Iss. 16, pp. 4465–4471.

6. **Mulyukov R.R.** Razvitie printsipov polucheniya i issledovanie ob“emnykh nanostrukturnykh materialov s IPSM RAN. *Rossiiskie nanotekhnologii*, 2007, Vol. 2, No. 7–8, pp. 38–53. (rus)

7. **Mulyukov R.R., Imayev R.M., Nazarov A.A.** Production, properties and application prospects of bulk nanostructured materials. *J. Mater. Sci.* 2008, Vol. 43. Iss. 23–24, pp. 7257–7263.

8. **Valiakhmetov O.R., Galeev R.M., Kaibyshev O.A., Salishchev G.A.** Sposob izgotovleniya listovykh polufabrikatov iz titanovykh splavov. Patent RF № 2224047. 05.06, 2004. 18 p. (rus)

9. **Galeev R.M.** Submikrokristallicheskiy list iz titanovogo splava VT6 dlya nizkotemperaturnoi sverkhplasticheskoj formovki. *Metally*, 2005, No. 6, pp. 19–24. (rus)

10. **Salishchev G.A., Galeev R.M., Valiakhmetov O.R., Safiullin R.V., Lutfullin R.Ya., Senkov O.N., Froes F.H., Kaibyshev O.A.** Highly superplastic Ti–6Al–4V sheet, Materials Technology & Advanced Performance Materials. Mater. Techn. & Adv. Perf. Mater. 2000, Vol. 15. No. 2, pp. 133–135.

11. **Salishchev G.A., Galeev R.M., Valiakhmetov O.R., Safiullin R.V., Lutfullin R.Ya., Senkov O.N., Froes F.H., Kaibyshev O.A.** Development of Ti–6Al–4V sheet with low temperature superplastic properties. *J. of Mater. Process. Techn.* 2001, Vol. 116. R. 265–268.

12. **Dobatkin S.V., Salishchev G.A., Kuznetsov**

A.A., Reshetov A.V., Synkov A.S., Kon'kova T.N. Sravnitel'nyi analiz struktury i svoystv beskislorodnoi medi posle razlichnykh sposobov intensivnoi plasticheskoi deformatsii. *Fizika i tekhnika vysokikh davlenii*, 2006, Vol. 16, No. 4, pp. 23–35. (rus)

13. Segal V.M., Reznikov V.I., Drobyshevskii F.E., Kopylov V.I. Plasticheskaya obrabotka metallov prostym sdvigom. *Izv. AN SSSR. Metall*, 1981, No. 1, pp. 115–123. (rus)

14. Segal V.M. Equal channel angular extrusion: from macromechanics to structure formation. *Mater. Sci. Eng. A*, 1999, Vol. 271, pp. 322–333.

15. Akhmadeev N.A., Valiev R.Z., Kopylov V.I., Mulyukov R.R. *Metally*, 1992, No. 5, pp. 96–101. (rus)

16. Raab G.J., Valiev R.Z., Lowe T.C., Zhu Y.T. Continuous processing of ultrafine grained Al by ECAP-Conform. *Mater. Sci. Eng.*, 2004, Vol. A382, pp. 30–34.

17. Hughes D.A., Hansen N., Bammann D.J. Geometrically necessary boundaries and geometrically necessary dislocations. *Scripta Mater*, 2003, Vol. 48, pp. 147–153.

18. Iwahashi Y., Horita Z., Nemoto M., Langdon T.G. The process of grain refinement in equal-channel angular pressing. *Acta Mater*, 2008, Vol. 46, No. 9, pp. 3317–3331.

19. Zhu Y.T., Lowe T.C. Observations and issues on mechanisms of grain refinement during ECAP process. *Mater. Sci. Eng.*, 2000, Vol. A291, pp. 46–53.

20. Gholinia A., Prangnell P.B., Markushev M.V. The effect of strain path on the development of deformation structures in severely deformed aluminium alloys processed by ECAE. *Acta Mater*, 2000, Vol. 48, pp. 1115–1130.

21. Driver J. H. Stability of nanostructured metals and alloys. *Scripta Mater*, 2004, Vol. 51, pp. 819–823.

22. Zhao G., Xu S., Luan Y., Guan Y., Lun N., Ren X. Grain refinement mechanism analysis and experimental investigation of equal canal angular pressing for producing pure aluminum ultra-fine grained materials. *Mater. Sci. Eng.*, 2006, Vol. A437, pp. 281–292.

23. Zherebtsov S.V., Salishchev G.A., Galeyev R.M., Valiakhmetov O.R. Mironov S.Yu., Semiatin S.L. Production of submicrocrystalline structure in large scale Ti–6Al–4V billet by warm severe deformation processing. *Scr. Mater*, 2004, Vol. 51, pp. 1147–1151.

24. Utyashev F.Z., Kaibyshev O.A., Valitov V.A. Method for processing billets from multiphase alloys. European Patent EP 0.909.339 B1, 2001. 19 p.

25. Imayev R.M., Salishchev G.A., Senkov

O.N., Imayev V.M., Gabdullin N.K., Shagiev M.R., Kuznetsov A.V., Froes F.H. Low-temperature superplasticity of titanium aluminides. *Mat. Sci. Eng.*, 2001, Vol. 300, pp. 263–277.

26. Imayev R.M., Gabdullin N.K., Salishchev G.A., Senkov O.N., Imayev V.M., Froes F.H. Effect of grain size and partial disordering on ductility of Ti3Al in the temperature range of 20–600°C. *Acta Mater*, 1999, Vol. 47, pp. 1809–1821.

27. Zherebtsov S.V., Salishchev G.A., Galeyev R.M. Dynamic recrystallization of titanium and Ti–6Al–4V two-phase titanium alloy. First Joint International Conference “Recrystallization and Grain Growth” (Aachen, Germany, August 27–31, 2001); G. Gottstein and D. Molodov (eds.), Springer–Verlag, 2001, Vol. 1, pp. 961–966.

28. Karakozov E.S. Soedinenie materialov v tverdoi faze. Moscow, Metallurgiya, 1976. 264 p. (rus)

29. Kruglov A.A., Lutfullin R.Ya., Mukhametrakhimov M.Kh., Rudenko O.A., Safiullin R.V. Srednii razmer zeren v titanovom splave VT6 i vybor ratsional'noi skhemy integral'nogo protsessa sverkhplasticheskoi formovki svarki davleniem. *Perspektivnye materialy*, 2005, No. 6, pp. 79–85. (rus)

30. Kaibyshev O.A. Plastichnost' i sverkhplastichnost' metallov. Moscow, Metallurgiya, 1975. 280 p. (rus)

31. Kaibyshev O.A., Lutfullin R.Ya., Berdin V.K. Mekhanizm formirovaniya tverdogaznogo soedineniya v sostoyanii sverkhplastichnosti. *DAN SSSR*, 1991, Vol. 319, No. 3, pp. 615–618. (rus)

32. Kaibyshev O.A., Safiullin R.V., Lutfullin R.Ya. and Astanin V.V. On the model of solid state joint formation under superplastic forming conditions. *J. Mater. Eng. Perform.*, 1999, Vol. 8, No. 2, pp. 205–210.

33. Lutfullin R.Ya. Sverkhplasticheskaya deformatsiya – osnova dlya razrabotki strukturno-kontroliruemyykh tekhnologicheskikh protsessov soedineniya materialov v tverdom sostoyanii. Tr. Mezhdunar. nauchn. konf. «Sovremennoe sostoyanie teorii i praktiki sverkhplastichnosti materialov». Ufa, 2000, pp. 67–74. (rus)

34. Astanin V.V. Masshtabnyi faktor i sverkhplastichnost' splava Al–6 % Su–0,4%Zr. *Fizika metallov i metallovedenie*, 1995, Vol.79, No. 3, pp. 166–172. (rus)

35. Mukhametrakhimov M.Kh., Lutfullin R.Ya., Galimov K.A. Pressure welding of VT6 titanium alloy under conditions of low temperature superplasticity. International Symposium. Bulk Nanostructured materials: from fundamentals to innovations. Ufa State Aviation Technical University. Ufa. Russia, 2007, pp. 270–271.

36. Mukhametrakhimov M.Kh., Lutfullin R.Ya.



Vliyanie promezhutochnykh prokladok na mekhanicheskie svoystva soedinennogo v usloviyakh nizkoterperaturnoi sverkhplastichnosti titanovogo splava

VT6. V kn.: XVII Peterburgskie chteniya po problemam prochnosti. St. Petersburg, 2007. Sb. mater. Ch. 1. SPb, 2007, pp. 199–200. (rus)

МУЛЮКОВ Радик Рафикович — доктор физико-математических наук, директор Института проблем сверхпластичности металлов РАН.
450001, г. Уфа, ул. Халтурина, 39
radik@anrb.ru

ИМАЕВ Ренат Мазитович — доктор технических наук, заместитель директора по научной работе Института проблем сверхпластичности металлов РАН.
450001, г. Уфа, ул. Халтурина, 39
renat_imayev@mail.ru

НАЗАРОВ Айрат Ахметович — доктор физико-математических наук, заместитель директора по научной работе Института проблем сверхпластичности металлов РАН.
450001, г. Уфа, ул. Халтурина, 39
aanazarov@mail.ru

УДК 559.3

Ф.З. Утяшев

ОСОБЕННОСТИ ИНТЕНСИВНОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ И СТРУКТУРООБРАЗОВАНИЯ МЕТАЛЛА

F.Z. Utyashev

Metals Superplasticity Problems Institute of RAS,
39 S. Khalturina St., Ufa, 450001, Russia

THE PECULIARITIES OF SEVERE PLASTIC DEFORMATION AND OF METAL STRUCTURE FORMATION

На примере равноканального углового прессования рассмотрено влияние кинематики течения металла при интенсивной пластической деформации (ИПД) на величину деформации и особенности структурных изменений. Показана роль сдвиговой и поворотной деформаций в формировании ультрамелкозернистых структур и определен вклад этих составляющих в общую деформацию.

МАТЕРИАЛЬНАЯ ТОЧКА, ТРАЕКТОРИЯ И СТЕПЕНЬ ДЕФОРМАЦИИ, ПОВОРОТНАЯ (РОТАЦИОННАЯ) И СДВИГОВАЯ СОСТАВЛЯЮЩИЕ ДЕФОРМАЦИИ, НЕМОНОТОННАЯ ДЕФОРМАЦИЯ, ДИСТОРСИЯ, ПОЛОСОВЫЕ СТРУКТУРЫ, МИКРОПОЛОСЫ.

The influence of metal flow kinematics under severe plastic deformation on deformation quantity and on structure modification peculiarities has been considered through the equal canal angle pressing. The functions of shearing and bending in ultrafine grained structure formation were demonstrated and parts of those components in the general deformation were defined.

POINT MASS, TRAJECTORY AND DEGREE OF DEFORMATION, ROTATIONAL AND BENDING COMPONENTS, NONMONOTONIC DEFORMATION, DISTORTION, STREAKY STRUCTURE, MICROSTRIPS.

Для получения ультрамелкозернистых и, в частности, нанокристаллических объемных материалов, включая металлы, применяют методы интенсивной пластической деформации (ИПД) [1]. Такая деформация соответствует общеупотребительному толкованию слова «интенсивность» [2] – не только как напряженного, усиленного, но и высокопроизводительного процесса формирования мелких зерен в металлах (несмотря на то, что эти методы осуществляют с небольшими скоростями деформирования). Высокие скорости деформирования неприемлемы для измельчения зерен в металлах, поскольку возникающее в этом случае интенсивное тепловыделение в зонах локализации деформации [3] приводит к заметному росту зерен и, более того, может стать причиной оплавления границ зерен

и разрушения образцов [4]. Сравнительно небольшие скорости деформирования важны для прохождения релаксационных процессов и повышения пластических свойств металлов при ИПД [5].

Эффективность деформационного измельчения зерен методами ИПД обусловлена их кинематическими особенностями, влияющими на необходимые для наноструктурирования металлов величину и моды деформации. Следует отметить, что работ, посвященных изучению влияния механики обработки металлов давлением (ОМД) на происходящие в них структурные изменения, мало. Недостаточное освещение связи между деформированным и структурным состоянием металла является причиной недооценки роли различных составляющих деформации в методах ИПД.

В данной статье на примере равноканального углового прессования (РКУП) показана роль сдвиговой и поворотной составляющих деформации в структурообразовании и выполнена оценка их вклада в степень деформации образца.

Кинематика и деформированное состояние

В механике сплошной среды [6] скорость движения произвольной материальной точки, например M , заданной радиус-вектором \mathbf{R} , можно определить как

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{R}}{dt} = \frac{d\mathbf{R}}{dL} \frac{dL}{dt} = \boldsymbol{\tau} \frac{dL}{dt} = \boldsymbol{\tau} |\mathbf{V}|, \quad (1)$$

где $\boldsymbol{\tau}$ – единичный вектор, направленный по касательной к траектории движения; L – длина траектории движения; t – время деформации; $|\mathbf{V}|$ – модуль вектора скорости движения материальной точки.

Степень деформации материальной точки при ее движении за время t от начала до окончания процесса определяется как

$$e = \int_0^t \frac{V}{L} dt = \int_0^t \frac{dL}{L}. \quad (2)$$

Вычислим степень деформации материальной точки, перемещающейся по линиям, которые обычно рассматривают как траекторию движения при РКУП.

Вариант 1. Допустим, что при РКУП, согласно монографии [7], реализуется про-

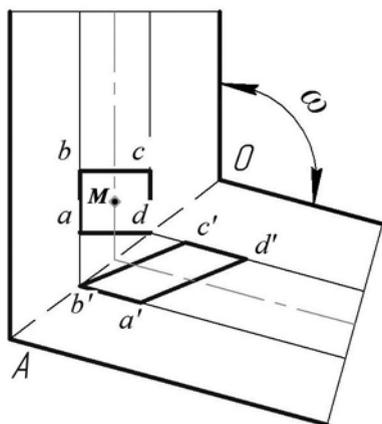


Рис. 1. Схема реализации простого сдвига при РКУП на биссектрисе OA угла пересечения каналов;

ω – угол пересечения каналов, элементы $abcd$ и $a'b'c'd'$ приняты в качестве материальной точки в окрестности соответственно до и после сдвига

стой сдвиг и траектория представляет собой ломаную линию, состоящую из двух прямых отрезков, стыкующихся на биссектрисе угла пересечения каналов (рис. 1).

Направление поля скоростей течения любой материальной точки, например скорости \mathbf{V}_1 , до пересечения с биссектрисой совпадает с осью входного канала, а после пересечения с биссектрисой скорость \mathbf{V}_2 направлена по оси выходного канала. Из условия несжимаемости металла и совместности деформации справедливо равенство модулей скоростей $|\mathbf{V}_1| = |\mathbf{V}_2|$ и наличие скачка скорости $\Delta\mathbf{V}$ на биссектрисе:

$$\Delta\mathbf{V} = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2. \quad (3)$$

Как и любая геометрическая линия, биссектриса не имеет толщины ($\delta = 0$). Поэтому скачкообразное изменение скорости деформирования на ней независимо приводит к неограниченному росту скорости деформации $\xi = e/dt$:

$$\xi = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\delta} \rightarrow \infty. \quad (4)$$

Соответственно сингулярный рост должен быть присущ всем термомеханическим параметрам процесса, зависящим от скорости деформации, например температуре. В этой связи отметим, что в экспериментах по РКУП никаких структурных и/или фазовых превращений, характерных для столь существенного роста температуры металла в очаге деформации, не отмечается [1, 5].

Очевидно, что вычисление степени деформации по формуле $e = \xi dt$ связано с разрешением неопределенности вида $\infty \times 0$. Поэтому воспользуемся известной формулой, выведенной в работе [7] из геометрических соображений, в которой степень деформации при простом сдвиге определяется зависимостью от угла пересечения каналов ω :

$$e = 2ctg(0,5\omega) / \sqrt{3}. \quad (5)$$

Для $\omega = 90^\circ$ получим $e = 1,15$. Близкие значения степеней деформации дают и другие известные формулы, приведенные, например, в работах [1, 5] для РКУП в предположении о реализации в этом методе схемы простого сдвига.

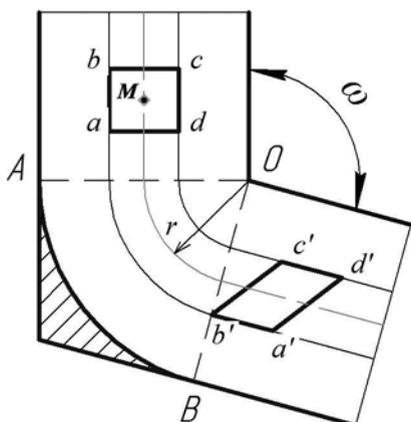


Рис. 2. Схема РКУП:

в качестве траектории деформации материальных точек взяты линии тока, представляющие собой дуги концентричных окружностей с центром O , ограниченных сектором AOB ; r – радиус дуги, по которой перемещается произвольная материальная точка M с окрестностью; заштрихованная область – застойная зона

Вариант 2. Допустим, что очаг деформации охватывает область OAB (рис. 2).

Перемещению металла в очаге деформации препятствуют:

реактивная составляющая силы нижней части канала;

силы трения стенок;

противодавление, оказываемое предыдущей заготовкой.

В результате часть металла отрывается от заготовки, образуя застойную зону. В качестве материальной точки, как и на рис. 1, выделим элемент $abcd$, а в качестве траектории возьмем линию тока – дугу окружности, центр которой совпадает с вершиной внутреннего угла ω пересечения каналов. Длина траектории $L = \omega r$, где r – радиус дуги. Скорость материальной точки определится в виде $V = dL/dt$, а скорость деформации

$$e = \int_0^t \frac{V}{L} dt = \int_{\omega_0}^{\omega_f} \frac{d\omega}{\omega} = \ln \omega_f - \ln \omega_0. \quad (6)$$

Пределы интегрирования ω_0 и ω_f здесь взяты с учетом разрывов производной в точках сопряжения дуги с прямыми линиями. Примем $\omega_0 = 0,1$ рад, а $\omega_f = 3,14/2 = 1,57$ рад, если угол пересечения каналов $\omega = \pi/2$. Вычисление степени деформации по формуле (5) при РКУП в ортогональ-

но пересекающихся каналах даст значение $e \approx 0,45$.

Вариант 3. В работах [5, 8, 9] рассмотрен более развитый очаг деформации при РКУП, учитывающий, что острая вершина внутреннего угла в оснастке под действием сравнительно небольшого давления пресования сминается, образуется галтель с радиусом R (рис. 3). Металл в очаге деформации $ABCD$ перемещается вокруг центра O с окружной (тангенциальной) скоростью V_φ , задаваемой скоростью движения пуансона $V_p = V_\varphi$.

В сильноизогнутой заготовке неизбежно возникает массоперенос: атомы из области сжатия перемещаются в область растяжения, а вакансии двигаются в противоположном направлении. Кратчайшей траекторией массопереноса при изгибе, согласно Ж. Фриделю [10], является эвольвента окружности, по которой в противоположные стороны перемещаются разные по знаку краевые сегменты петель дислокаций, перенося в зону растяжения атомы, а в зону сжатия – вакансии. Семейства таких кривых – это физически обоснованные траектории перемещения материальных точек при РКУП, вследствие их избытка в зоне пластическо-

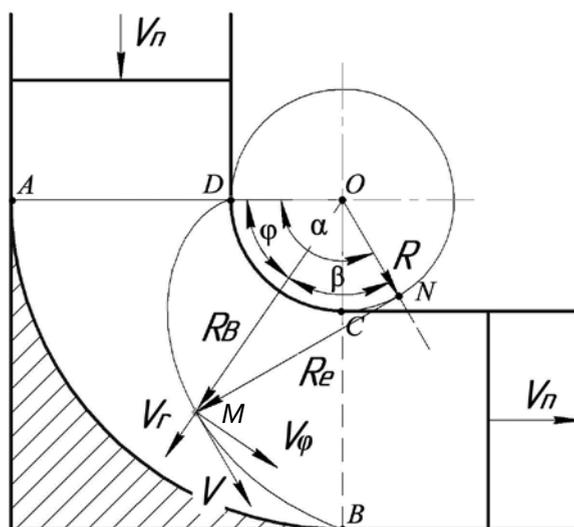


Рис. 3. Поле скоростей материальной точки M в очаге деформации $ABCD$ при РКУП;

DMB – эвольвента, $OM = R_b$ – радиус-вектор, $OD = ON = R$ – параметр эвольвенты (радиус круга, вокруг которого изгибается заготовка), R_s – радиус кривизны эвольвенты

го сжатия заготовки и недостатка в зоне растяжения.

Натуральное уравнение эвольвенты, выражающее ее длину от начала в точке D до текущего положения точки M , можно определить рядом соотношений:

$$L = R\alpha^2/2 = R_e\alpha/2 = R_v\varphi,$$

где R – радиус круга (или галтели), вокруг которого изгибается заготовка; R_e – радиус кривизны эвольвенты, направленный от точки на эвольвенте по касательной к радиусу круга; R_v – радиус-вектор, определяющий текущее положение точки M на эвольвенте; φ – угол поворота радиус-вектора эвольвенты; α – угол поворота радиуса круга.

Отметим, что между указанными радиусами имеет место соотношение

$$R_v^2 = R^2 + R_e^2.$$

Скорость перемещения материальной точки по эвольвенте определится как

$$V = dL/dt = d(\varphi R_v)/dt = R_v d\varphi/dt + \varphi dR_v/dt,$$

а степень деформации – как

$$\begin{aligned} e &= \int_0^t \frac{V}{L} dt = \int_{\varphi_0}^{\varphi_f} \frac{d\varphi}{\varphi} + \int_R^{R_v} \frac{dR_v}{R_v} = \\ &= \ln \frac{\varphi_f}{\varphi_0} + \ln \frac{R_v}{R}. \end{aligned} \quad (7)$$

Для первого интеграла пределы изменения углов примем такими же, как в варианте 1. Для второго нижний предел, очевидно, равен R , а верхний предел –

$$R_v = R\sqrt{1 + \alpha^2},$$

в котором угол α связан с углом φ соотношением

$$\varphi = \alpha^2 / 2\sqrt{1 + \alpha^2}.$$

Для $\varphi = \pi/2 \approx 1,57$ получим $R_v \approx 3,4R$. Подставляя числовые значения в формулу (7), получаем $e \approx 1,7$.

Анализ решений по трем вариантам рассмотрим ниже. Здесь лишь отметим, что в третьем варианте накопленная степень деформации определена с учетом вкладов поворотной (первый интеграл) и сдвиговой, формоизменяющей (второй интеграл) составляющих деформации.

Учет сдвига между микрополосами.

В рассмотренных вариантах расчета во внимание не была принята следующая важная особенность течения кристаллического материала при развитых деформациях, влияющая на ее величину. Известно, что все кристаллические материалы при некоторой величине пластической деформации ($e \geq 0,2-0,3$) начинают фрагментироваться [11], или, другими словами, образовывать полосовую структуру, в частности микрополосы [12, 13]. Между микрополосами возникают сдвиги и, как следствие, большеугольные границы. К сдвигам приводят скачки поворотной компоненты деформации. Причина возникновения таких скачков [5] связана с тем, что материальные точки, так же как и атомы в кристаллической решетке, расположенные на разных радиусах в очаге деформации, из условия совместности течения должны перемещаться в окружающем направлении с одинаковой скоростью, равной скорости пуансона: $V_p = V_0 = \dot{\omega}R$. Следовательно, угловая скорость вращения указанных частиц должна быть переменной величиной. Однако ни между соседними атомами, расположенными с точностью до малых упругих деформаций на расстоянии параметра кристаллической решетки, ни между материальными точками в сплошном теле расхождение и возникновение пустот (по определению сущности пластической деформации) недопустимы в принципе. Поэтому эти частицы не могут поворачиваться в очаге деформации с собственной угловой скоростью, отличной от угловой скорости соседних частиц.

Противоречие между движением частиц металла, задаваемым инструментом в канале, и указанным ограничением в их относительных перемещениях разрешается путем разбиения металла на микрополосы. Каждая микрополоса и каждая частица в ней поворачиваются на дуге радиусом R_i с одной и той же угловой скоростью $\dot{\omega}_i$, такой, что $V = \dot{\omega}_i R_i = V_p$. При этом между микрополосами возникают скачки угловых скоростей $\Delta\dot{\omega}$ и соответствующие повороты – углы разориентировки на границах полос, равные $q = \Delta\dot{\omega}t$ (где t – время перемещения микрополосы в очаге деформации).

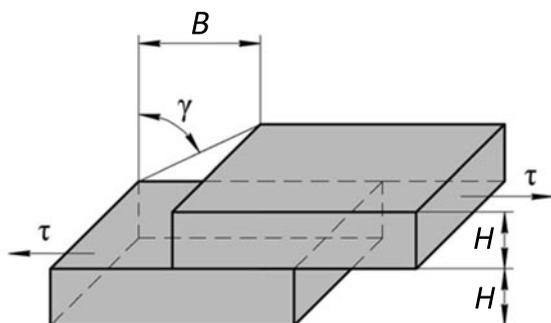


Рис. 4. Схема к определению деформации вследствие сдвига (на расстояние B и поворота на угол γ) между микрополосами (толщиной H); τ – тангенциальная скорость

Эти скачки вызывают между полосами пластические мезосдвиги. Определим в первом приближении деформацию, обусловленную этими сдвигами, следующим образом. Пусть имеются два фрагмента соседних микрополос, каждая толщиной H (рис. 4).

Между полосами вследствие разрыва тангенциальной скорости деформации возникает смещение на величину B . На мезоуровне абсолютное смещение между полосами будет небольшим, поэтому относительно небольшим будет и угол сдвига γ :

$$\gamma \approx \text{tg} \gamma = B / H. \quad (8)$$

К полосообразованию, как известно, приводит перемещение диполей дисклинаций (в объеме – петель дисклинаций). При этом абсолютную величину сдвига, вызванного перемещением диполя дисклинации, согласно [11], можно определить как

$$B = N\mathbf{b} = N(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{l}), \quad (9)$$

где $N = \theta/\Omega$ – число диполей; \mathbf{b} – вектор Бюргера супердислокации, обусловленный перемещением одного диполя дисклинаций; $\boldsymbol{\Omega}$ – вектор Франка дисклинации; $\mathbf{l} = H$ – расстояние между частичными дисклинациями диполя.

Степень деформации при сдвиге по границе двух микрополос в результате прохождения N диполей вычислим по выражению

$$e_r = \frac{\gamma}{\sqrt{3}} = \frac{N(\bar{\Omega} \times \mathbf{l})}{\sqrt{3} H} = \frac{\theta}{\sqrt{3}}. \quad (10)$$

Угол разориентировки границ полос $\theta = 30 - 50^\circ$ [14, 15]. Для среднего значения $\theta_{av} = 45^\circ$, получим $e = 0,45$.

В итоге суммарная деформация полосы e_c определится путем сложения составляющих внутри и на границе полосы:

$$e_c = e + e_r = 1,70 + 0,45 = 2,15.$$

Таким образом, для случая однопроходного РКУП заготовки в ортогональных каналах степень деформации в каждой микрополосе, включая одну границу, составит $e \approx 2,15$. Поскольку течение металла заготовки диаметром от нескольких единиц до десятков миллиметров в очаге деформации разбивается на большое множество (10^5 раз) микрополос [5], имеющих поперечный размер порядка $0,1$ мкм, то можно принять, что полученная величина представляет собой среднее значение степени деформации заготовки при РКУП.

Отметим, что этот результат почти в два раза больше значения, которое получается при расчете по варианту 1.

Обсуждение результатов

Результаты расчета степени деформации заготовки при РКУП заметно отличаются от значений, приводимых во многих работах, посвященных этому методу. Поэтому полученные результаты нуждаются в обосновании корректности использованной методики оценки деформированного состояния по сравнению с практикой, традиционно применяемой в ОМД.

В механике сплошных сред деформированное состояние материальной точки, как известно, описывается тензором деформации. В общем случае этот тензор не симметричен и учитывает линейные, угловые и поворотные компоненты искажения (дисторсии) кристаллической решетки металла при деформации. В теории ОМД, построенной на базе механики сплошных сред с рядом допущений, традиционно принимают во внимание лишь симметричный тензор деформации, хотя кристаллическая решетка металлов при пластической деформации искажается несимметрично, и это искажение должно описываться тензором дисторсии, который можно представить в



виде симметричного тензора деформации и антисимметричного тензора поворота. Игнорирование тензора поворота в практике ОМД обусловлено тем, что во многих процессах обработки металлов давлением (прокатка, волочение и др.) повороты малы и практически не влияют на формоизменение заготовки.

Однако при больших ($e \sim 1$) и немонотонных деформациях, т. е. осуществляемых с изменением направления вытяжки заготовки, которые характерны для методов ИПД, поворотную моду необходимо учитывать. Роль поворота можно продемонстрировать на примере известных геометрических образов деформации. Геометрическим образом симметричного тензора деформации является эллипс, а антисимметричного тензора поворота — аксиальный вектор поворота, пронизывающий этот эллипс. Если деформация монотонная, то вектор поворота мал и его не учитывают. Оси эллипса в этом случае практически не изменяют своего положения в пространстве, заготовка вытягивается в направлении, совпадающем с большим диаметром эллипса. Этот случай соответствует, например, процессу волочения проволоки. Если же вектор поворота большой, деформация немонотонная, тогда эллипс непрерывно изменяет не только форму, но и направление своих осей в соответствии с изменением направления вытяжки заготовки. При этом возможна ситуация, при которой в результате большой деформации эллипс приобретает форму, близкую к равноосной сферообразной, и тогда форма и размеры образца в целом изменяются незначительно в сопоставлении с исходным состоянием. Так происходит, например, в случае РКУП и при всесторонней ковке.

Кроме влияния на формоизменение образца, повороты возникающих при деформации областей разориентации приводят к формированию границ. Если сферическую область в кристалле умозрительно повернуть вокруг ее центра, то кристалл разделится возникшей границей на две части. Хотя в реальности таких чистых поворотов не происходит, тем не менее, как показано в работах [14–18], они возникают из

условия совместности пластической деформации, сопровождают формоизменяющую деформацию и являются ее аккомодационным механизмом [11, 19], обеспечивающим дополнительную релаксацию избыточных напряжений.

О степени деформации. На практике деформированное состояние металла в ОМД удобно оценивать не тензорами, а более простой инвариантной скалярной величиной — истинной степенью деформации. В методах ИПД, предназначенных для формирования мелких равноосных зерен, важно учитывать поворотную составляющую деформации. Повторно отметим, что такая деформация ответственна за угловые разориентировки границ и получение зерен с равноосной формой. Собственно наличие значительного вклада поворотной деформации в общую и отличает методы ИПД от методов большой монотонной деформации, например от прокатки, при которой формируется микрополосовая структура. Соответственно после ИПД металлы приобретают более изотропный и повышенный уровень механических свойств, чем после монотонного деформирования, приводящего к формированию анизотропной микрополосовой структуры.

О вариантах расчета степени деформации. Оценка степени деформации по вариантам 1 и 2 неверна из-за неправильного выбора траекторий движения материальных частиц. Так, в варианте 1 вследствие того, что очаг деформации был принят вырожденным до поперечного размера линии — биссектрисы угла пересечения каналов, траектория движения сузилась до размеров точки на биссектрисе. Направление скорости течения металла в этой точке изменяется скачком, а это приводит к абсурдной (бесконечно большой) величине мгновенной скорости деформации. В варианте 2 в качестве траектории движения взята линия тока. Известно [6], что линия тока при больших деформациях (нестационарных процессах) не совпадает с траекторией движения. Метод РКУП — это метод, в котором заготовки деформируют с большой степенью, и поэтому он относится к нестационарному процессу, приводящему к существенному изменению

свойств материала. В качестве траектории в варианте 3 использована физически обоснованная траектория движения материальных точек, согласующаяся с концепцией Ж. Лагранжа. Движение материальной точки по такой траектории учитывает все составляющие деформации (линейные, угловые и поворотные) посредством изменения длины радиус-вектора, угла его расположения и кривизны траектории деформации по мере ее очерчивания (годографа) концом радиус-вектора.

О величине степени деформации. В отношении оценки степени деформации, полученной по варианту 3, важным остается вопрос о соответствии между рассчитанной величиной степени деформации и величиной степени измельчения структуры в объемных заготовках. Поскольку не существует общепризнанной методики расчета степени деформации при РКУП и расчета размеров формируемой структуры, соответствующей этой степени, то поставленный вопрос можно оценить лишь в первом приближении на базе сопоставления результатов известных экспериментов по большим деформациям. В работе [19] показано, что холодное волочение армко-железа со степенью деформации 2–3 единицы вызывает образование микрополос-фрагментов с поперечными размерами 0,1 – 0,3 мкм. К таким же по порядку величинам поперечных размеров микрополос приводит холодная прокатка никеля со степенью деформации 3 – 4 [20]. Аналогичные размеры микрополос дает и однопроходное равноканальное угловое прессование алюминиевой заготовки в оснастке с ортогональными каналами [21].

При прокатке и волочении направление вытяжки заготовки не меняется, т. е. поворотную моду можно не учитывать. Поэто-

му для этих методов справедлива единая формула оценки степени деформации – в виде значения натурального логарифма от степени вытяжки заготовки (от отношения конечной длины заготовки к исходной длине). Это значение степени деформации (в пределах $e = 2 - 4$) можно принять за реперную «точку отсчета», которая необходима и достаточна для формирования микрополос. Полученная нами оценка степени деформации с учетом поворотной моды в варианте 3 совпадает с нижним значением степени деформации, необходимой и достаточной для образования микрополос. Что касается больших значений деформации, применяемых при РКУП, то они обусловлены необходимостью обеспечить многочисленные пересечения микрополос путем изменения ориентации образцов в проходах, что, собственно, и приводит к формированию в них равноосных зерен со средним диаметром, который совпадает с толщиной микрополос. Следует заметить, что при этом дробление микрополос на более тонкие не происходит, поскольку для этого необходимо, как показано в работах [8, 9], уменьшить размеры очага деформации.

Итак, в работе рассмотрены сдвиговая и поворотная роли составляющих интенсивной пластической деформации при ИПД. На примере РКУП приведена методика расчета накопленной деформации с учетом поворотной составляющей. Показано, что активно применяемая в немонокристаллических материалах ИПД поворотная деформация и сдвиги между микрополосами обеспечивают значительное приращение деформации металла в проходах, что и является их отличительной особенностью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Валиев Р.З., Александров И.В. Объемные наноструктурные металлические материалы: структура и свойства. М.: ИКЦ «Академкнига», 2007. 398 с.
2. Ожегов С.И., Шведова Н.Ю. Толковый словарь русского языка. М.: ООО ИТИ «Технология», 2006. С. 249.
3. Утяшев Ф.З., Рааб Г.И. Энергозатраты и измельчение зерен металла при равноканальном

угловым прессованием // Металлы. 2004. № 2. С. 57–63.

4. Бенгус В.З., Табачникова Е.Д., Смирнов С.Н. Деформация и разрушение при сжатии наноструктурного сплава Ti-6Al-4V при 300 – 4,2 К // Металлофизика и новейшие технологии. 2005. Т. 27. № 9. С. 1263–1269.

5. Утяшев Ф.З. Современные методы интенсивной пластической деформации. Уфа:

РИК УГАТУ, 2008. 313 с.

6. **Седов Л.И.** Механика сплошных сред. В 2 тт. Т. 1. М.: Наука, 1976. 356 с.

7. **Сегал В.М., Резников В.И., Копылов В.И., Павлик Д.А., Малышев В.Ф.** Процессы пластического структурообразования металлов. Минск: Навука і тэхніка, 1994. 232 с.

8. **Утяшев Ф.З., Рааб Г.И.** Влияние масштабного фактора на измельчение зерен в металлах // Кузнечно-штамповочное производство. 2008. № 11. С. 13–20.

9. **Утяшев Ф.З., Рааб Г.И.** Влияние очага деформации на измельчение зерен в металлах // Физика металлов и металловедение. 2007. Т. 104. № 6. С. 605–617.

10. **Фридель Ж.** Дислокации. М.: Мир, 1967. 660 с. [J. Friedel, Dislocation, Pergamon, Oxford (1964)].

11. **Рыбин В.В.** Большие пластические деформации и разрушение металлов. М.: Металлургия, 1986. 224 с.

12. Рекристаллизация металлических материалов; под ред. Ф. Хесснера. М.: Металлургия, 1982. 352 с.

13. **Новиков И.И.** Теория термической обработки металлов. М.: Металлургия, 1986. 480 с.

14. **Утяшев Ф.З.** Связь между деформированным и структурным состояниями при интенсивной пластической деформации // Кузнечно-штамповочное производство. Обра-

ботка металлов давлением. 2011. № 5. С. 33–35.

15. **Утяшев Ф.З.** Связь между деформированным и структурным состояниями при интенсивной пластической деформации // Там же. № 6. С. 25–33

16. **Утяшев Ф.З.** Связь между деформированным и структурным состояниями при интенсивной пластической деформации // Там же. № 7. С. 31–36.

17. **Utyashev F.Z.** Strain compatibility and nanostructuring of bulk metallic materials via severe plastic deformation // Material Science Forum. 2011. Т. 667–669. P. 45–49.

18. **де Вит Р.** Континуальная теория дисклиний. М.: Мир, 1977. 208 с.

19. **Рыбин В.В.** Закономерности формирования мезоструктур в ходе развитой пластической деформации // Вопросы материаловедения. 2002. № 1 (29). СПб.: ЦНИИ КМ «Прометей». С. 11–33.

20. **Hughes D.A., Hansen N.** Microstructure and strength of nickel at large strains // Acta Mater. 2000. Vol. 48. P. 2985–3004.

21. **Zhilyaev A.P., Ohishi K., Raab G.I., McNelley T.R.** Influence of processing parameters texture and microstructure in ECAP'ed aluminum. In: «Ultrafine Grained Material» IV. Ed. by Y.T. Zhu, T.G. Langdon, Z. Horina, N.I. Zehetbauer, S.L. Semiatin. TMS: The Minerals, Metals & Materials Society, 2006. P. 101–106.

REFERENCES

1. **Valiev R.Z., Aleksandrov I.V.** Ob'emnye nanostrukturnye metallicheskie materialy: struktura i svojstva. Moscow, IKTs «Akademkniga», 2007. 398 p.

2. **Ozhegov S.I., Shvedova N.Yu.** Tolkovyj slovar' russkogo yazyka. Moscow, OOO ITI «Tekhnologiya», 2006, pp. 249. (rus)

3. **Utyashev F.Z., Raab G.I.** Energozatraty i izmel'chenie zeren metalla pri ravnokanal'nom uglovom pressovanii. *Metally*, 2004, No. 2. С. 57–63.

4. **Bengus V.Z., Tabachnikova E.D., Smirnov S.N.** Deformatsiya i razrushenie pri szhatii nanostrukturnogo splava Ti-6Al-4V pri 300 – 4,2 K. *Metallofizika i novejschie tekhnologii*, 2005, Vol. 27, No. 9, pp. 1263–1269. (rus)

5. **Utyashev F.Z.** Sovremennye metody intensivnoj plasticheskoj deformatsii. Ufa: RIK UGATU, 2008. 313 p. (rus)

6. **Sedov L.I.** Mekhanika sploshnykh sred. V 2 tt, Vol. 1. Moscow, Nauka, 1976. 356 p. (rus)

7. **Cegal V.M., Reznikov V.I., Kopylov V.I., Pavlik D.A., Malyshev V.F.** Protsessy plasticheskogo strukturoobrazovaniya metallov. Minsk: Navuka i tekhnika, 1994. 232 p. (rus)

8. **Utyashev F.Z., Raab G.I.** Vliyanie masshtabnogo faktora na izmel'chenie zeren v metallakh. *Kuznechno-shtampovochnoe proizvodstvo*, 2008, No. 11, pp. 13–20.

9. **Utyashev F.Z., Raab G.I.** Vliyanie ochaga deformatsii na izmel'chenie zeren v metallakh. *Fizika metallov i metallovedenie*, 2007, Vol. 104, No. 6, pp. 605–617.

10. **Fridel' Zh.** Dislokatsii. Moscow, Mir, 1967. 660 s. [J. Friedel, Dislocation, Pergamon, Oxford (1964)]. (rus)

11. **Rybin V.V.** Bol'shie plasticheskie deformatsii i razrushenie metallov. Moscow, Metallurgiya, 1986. 224 p. (rus)

12. Рекристаллизация металлических материалов; под ред. Ф. Хесснера. Moscow, Metallurgiya, 1982. 352 p. (rus)

13. **Novikov I.I.** Teoriya termicheskoy obrabotki metallov. Moscow, Metallurgiya, 1986. 480 p. (rus)

14. **Utyashev F.Z.** Svyaz' mezhdru deformirovannym i strukturnym sostoyaniyami pri intensivnoj plasticheskoj deformatsii. *Kuznechno-shtampovochnoe proizvodstvo. Obrabotka metallov davleniem*, 2011, No. 5, pp. 33–35. (rus)

15. **Utyashev. F.Z.** Svyaz' mezhdru deformatsionnyim i strukturnym sostoyaniyami pri intensivnoy plasticheskoy deformatsii. *Ibid*, 2011, No. 6, pp. 25–33. (rus)

16. **Utyashev. F.Z.** Svyaz' mezhdru deformatsionnyim i strukturnym sostoyaniyami pri intensivnoy plasticheskoy deformatsii. *Ibid*, 2011, No. 7, pp. 31–36. (rus)

17. **Utyashev F.Z.** Strain compatibility and nanostructuring of bulk metallic materials via severe plastic deformation. *Material Science Forum*, 2011, Vol. 667–669, pp. 45–49. (rus)

18. **de Vit P.** Kontinual'naya teoriya disklinatsij. Moscow, Mir, 1977. 208 p. (rus)

19. **Rybin B.B.** Zakonomernosti formirovaniya mezostruktur v khode razvitoj plasticheskoy deformatsii. *Voprosy materialovedeniya*, 2002, No. 1 (29). St. Petersburg, TsNII KM «Prometej», pp. 11–33.

20. **Hughes D.A., Hansen N.** Microstructure and strength of nickel at large strains. *Acta Mater*, 2000, Vol. 48, pp. 2985–3004.

21. **Zhilyaev A.P., Ohishi K., Raab G.I., McNelley T.R.** Influence of processing parameters texture and microstructure in ECAP'ed aluminum. In: "Ultrafine Grained Material" IV. Ed. by Y.T. Zhu, T.G. Langdon, Z. Horina, N.I. Zehetbauer, S.L. Semiatin. TMS: The Minerals, Metals & Materials Society, 2006, pp. 101–106.

УТЯШЕВ Фарид Зайнуллаевич – член-корреспондент АН РБ, доктор технических наук, главный научный сотрудник, зав. сектором Института проблем сверхпластичности металлов РАН. 450001, г. Уфа, ул. С. Халтурина, 39



УДК 539.378.6, 539.214.9

*И.Г. Бродова, А.Н. Петрова***СТРУКТУРООБРАЗОВАНИЕ В АЛЮМИНИЕВЫХ СПЛАВАХ
ПРИ ВЗРЫВНОЙ ДЕФОРМАЦИИ***I.G. Brodova, A.N. Petrova*

Institute of Metal Physics, Ural Division of the Russian Academy of Sciences.
18 Sofia Kovalevskaya St., Ekaterinburg, 620219, Russia

**STRUCTURE FORMATION IN ALUMINUM ALLOYS
UNDER EXPLOSIVE DEFORMATION**

В статье рассмотрены особенности формирования ультрамикроструктур (УМК-) структур в алюминиевых сплавах с различной энергией дефектов упаковки при динамическом канально-угловом прессовании (ДКУП) со скоростью деформации $10^4 - 10^5 \text{ с}^{-1}$. Изложены результаты исследования термомеханического поведения УМК-сплавов АМц и В95, полученных методом ДКУП, в процессе динамического сжатия по методике Гопкинсона – Кольского.

ФРАГМЕНТАЦИЯ, ДИНАМИЧЕСКАЯ РЕКРИСТАЛЛИЗАЦИЯ, АЛЮМИНИЕВЫЙ СПЛАВ, ИНТЕНСИВНАЯ ПЛАСТИЧЕСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ.

Some features of ultrafine-grained (UFG) structures formation in aluminum alloys with various energy of stacking imperfections, under dynamic equal-angular pressing (DCAP) at the strain rate of $10^4 - 10^5 \text{ s}^{-1}$ have been considered. Results of investigation of thermodynamical behavior of UFG alloys AMts and V95 during dynamic compression tests using Hopkinson – Kolsky bar were reported.

FRAGMENTATION, DYNAMIC RECRYSTALLIZATION, ALUMINUM ALLOY, SEVERE PLASTIC DEFORMATION.

Сплавы на основе алюминия являются важными и широко применяемыми материалами во многих отраслях промышленности. Благодаря большому разнообразию составов, известных к настоящему времени, эти материалы обладают очень широким комплексом физических и механических характеристик. Однако для сохранения лидирующих позиций в разряде перспективных материалов для наиболее востребованных к настоящему времени отраслей промышленности – авиационной, космической, автомобильной и других требуется постоянное совершенствование способов получения и обработки сплавов. В последние годы широкое применение получили методы, основанные на воздействии больших пластических деформаций, которые позволяют резко измельчать структуру металлов и сплавов, а также регулировать их свойства. Прове-

денные к настоящему времени экспериментальные и теоретические исследования деформационного поведения металлов и сплавов наглядно продемонстрировали положительную роль такого подхода [1 – 6]. Судя по многочисленным публикациям, одним из наиболее распространенных способов формирования ультрамикроструктур (УМК-) состояния в алюминиевых сплавах является способ равноканального углового прессования (РКУП), с помощью которого удалось значительно повысить важные эксплуатационные свойства этих материалов, такие, как прочность, пластичность, жаростойкость, вязкость разрушения [3 – 6]. Несмотря на это, использование такой технологии для получения массивных заготовок малопроизводительно из-за низких скоростей деформации, необходимости большого количества циклов прессования,

ограничений, связанных с конструкцией оснастки. С целью дальнейшего совершенствования способов создания ультрамикро- (УМК-) и нано-кристаллических (НК-) материалов в Российском федеральном ядерном центре – Всероссийском НИИ технической физики им. акад. Е.И. Забабахина (РФЯЦ – ВНИИТФ), на основе схемы РКУП разработан способ динамического канально-углового прессования (ДКУП), использующий в качестве источника внешней нагрузки энергию пороховых газов; это обеспечило повышение скорости деформации на 4 – 5 порядков ($10^4 - 10^5 \text{ с}^{-1}$), по сравнению с РКУП [7]. Для выяснения закономерностей структурообразования при таком методе высокоскоростной деформации, в Институте физики металлов Уральского отделения РАН (ИФМ УрО РАН) вместе с сотрудниками РФЯЦ – ВНИИТФ (Е.В. Шорохов, П.А. Насонов, И.Н. Жиглёв), проведен цикл работ по исследованию влияния физических параметров ДКУП на структурно-фазовые превращения в алюминиевых сплавах и на их свойства. К началу постановки опытов отсутствовали какие-либо экспериментальные данные о комплексном воздействии импульсного давления и простого сдвига на структурообразование в алюминиевых сплавах, поэтому проведение данных исследований было актуальным и важным для дальнейшего совершенствования новой технологии.

Материалы и методы исследования

При выборе материалов для исследования ставилась следующая цель: сравнить деформационное поведение алюминиевых сплавов с разной подвижностью дислокационного ансамбля в условиях одних и тех же нагрузений, поэтому были подвергнуты деформациям сразу несколько материалов. Среди них были алюминий технической чистоты марки А7, сплав АМц системы Al-Mn со слабым твердорастворным упрочнением и сплав В95 системы Al-Zn-Mg-Cu с сильным твердорастворным и дисперсионным упрочнением. Химический состав и специальная термическая обработка выбранных материалов (низкотемпературный отжиг для сплава АМц и высокотемпературный гетерогенизирующий отжиг для сплава В95)

обеспечили разную степень легированности алюминиевого твердого раствора, характер распределения вторичных фаз и твердость (табл. 1).

Учитывая, что на подвижность ансамбля дислокаций оказывает влияние не только величина энергии дефекта упаковки (которая понижается при легировании алюминиевого твердого раствора), но и наличие дисперсных интерметаллидов, можно условно считать, что сплав АМц является материалом, в котором процессы дислокационной перестройки облегчены, а сплав В95 – материалом с более низкой подвижностью дислокационного ансамбля.

Исходными заготовками для деформирования материалов служили прутки диаметром 14 и 30 мм с крупнокристаллической (КК-) субзеренной структурой (средний размер субзерен – 2 мкм). При динамическом прессовании использовали матрицы с каналами, пересекающимися под углом 90° . Начальную скорость движения образца в матрице (V) задавали массой порохового заряда и варьировали от 50 до 300 м/с, число циклов N изменяли от 1 до 4, повторные циклы осуществляли по маршруту V_c .

Структурные особенности материалов исследовали с помощью микроскопа Neophot-32, электронных просвечивающих микроскопов (ПЭМ) JEM-200CX и Philips CM30, сканирующего электронного микроскопа (СЭМ) с использованием энергодисперсионного микроанализа и дифракции обратно рассеянных электронов (EBSD) QUANTA-200. Методом рентгеноструктурного анализа (РСА) определяли фазовый состав материалов, уровень микроискажений кристаллической решетки, параметр кристаллической решетки алюминия. РСА проводили на дифрактометре ДРОН-3 в K_α -излучении кобальта. Обработку дифрактограмм и расчеты проводили с помощью программ Outset и Profile. Твердость материалов определяли по Бринеллю (НВ) и на приборе ПМТ-3.

Результаты и их обсуждение

Изучение структуры материалов после ДКУП проводили на двух масштабных уровнях (макро- и микроскопическом). На макроуровне в продольном сечении



Таблица 1

Характеристики исследованных материалов

Марка сплава	Химический состав, масс.%		Термо-обработка	Al-твёрдый раствор (результаты РСА)	НВ, ед.	Подвижность дислокаций (условно)
А7	Al	не менее 99,7	Не проводилась	Однофазный	15	Высокая
	Fe	до 0,16				
	Si	до 0,15				
АМц (А3003)	Al	96,9 – 97,6	Низко-температурный отжиг	Слабо-легированный, однофазный	30	Средняя
	Mn	1,0 – 1,5				
	Zn	0,1				
	Cu	0,05 – 0,20				
	Si	0,6				
	Fe	0,7				
В95 (А7075)	Al	87,0 – 90,6	Гетерогенизирующий отжиг	Пересыщенный, дисперсоиды тугоплавких металлов + упрочняющая фаза $MgZn_2$	68	Низкая
	Zn	5,0 – 7,0				
	Mg	1,8 – 2,8				
	Cu	1,4 – 2,0				
	Si	0,5				
	Fe	0,5				
	Cr	0,25				

Обозначение: НВ – твердость по Бринеллю

образцов всех составов наблюдали полосовую структуру с ламинарным или вихревым пластическим течением материала. С ростом скорости деформации и числа циклов прессования макрополосы разбиваются поперечными границами на фрагменты микронных размеров. Согласно электронно-микроскопическим исследованиям, сценарий формирования структуры на мезоуровне более разнообразен и зависит от состава сплава.

Ниже представлены экспериментальные данные об особенностях формирования тонкой структуры в каждом конкретном сплаве.

Методами электронной микроскопии установлено, что наибольшее влияние на процесс измельчения структуры в сплаве со слабым твердорастворным упрочнением оказывают скорость движения образца V и величина накопленной деформации, определяемая числом циклов прессования. При увеличении V от 50 – 80 до 150 м/с и при $N = 1 – 4$ происходит постепенный переход от ячеистой деформированной субзеренной

структуры с малоугловыми дислокационными границами к неравновесной фрагментированной, с высокой плотностью решеточных дислокаций внутри фрагментов (по данным РСА, $\rho_d = 2,8 \cdot 10^{14} \text{ м}^{-2}$) (рис. 1, а). Таким структурам соответствуют электроннограммы с азимутально размытыми и точечными рефлексами, равномерно расположенными на концентрических окружностях.

Дальнейшее изменение структуры наблюдается при увеличении скорости до 300 м/с. При $N = 1$ внутри зерен еще сохраняется высокая плотность дислокаций, наблюдается неравномерный дифракционный контраст, свидетельствующий о высоком уровне внутренних напряжений, и широкие «размытые» границы. С ростом числа циклов до четырех внутри фрагментов сокращается количество решеточных дислокаций, кристаллиты приобретают более равноосную форму, границы выявляются на ПЭМ-изображениях более четко (рис. 1, б). Согласно анализу структуры с помощью дифракции обратно рассеянных электро-

нов, количество кристаллитов с большеугловыми границами составляет 63 % при среднем угле разориентировки 20° . По рентгеноструктурным данным об уменьшении микродеформации решетки матрицы и по морфологическим признакам УМК-структуры можно считать, что она сформировалась в процессе деформации механизмом динамической рекристаллизации. Данный вывод подтверждается сравнением гистограмм распределения кристаллитов по размерам в образцах после одного и четырех циклов при $V = 300$ м/с. При неизменном среднем размере, составляющем 600 – 650 нм, после многократного прессования количество кристаллитов с размером менее 300 нм уменьшается, и одновременно растет число крупных кристаллитов размером более 700 нм. Такое распределение является бимодальным, что характерно для структур после динамической рекристаллизации.

Таким образом, формирование УМК-структуры при ДКУП в сплаве АМц осуществляется двумя механизмами релак-

сации упругой энергии: фрагментацией и динамической рекристаллизацией. Переход ко второму механизму наблюдается только при многократном прессовании со скоростью не менее 300 м/с.

В сплаве В95 уже после однократного ДКУП с $V = 120 - 150$ м/с формируется зеренно-субзеренная УМК-структура, с высокой плотностью решеточных дислокаций и размытыми неравновесными границами. После двукратного прессования по маршруту V_c структурно-фазовое состояние становится еще более неравновесным, формируется высокоразориентированная структура, состоящая в основном из кристаллитов, разделенных большеугловыми неравновесными границами (рис. 1, в), внутри кристаллитов наблюдаются скопления дислокаций высокой плотности (до 10^{15} м^{-2}). Средний размер кристаллитов не изменяется и составляет 200 нм, однако увеличение циклов прессования до двух приводит к росту объемной доли n кристаллитов, имеющих размер D менее 100 нм (рис. 1, г).

Полученные данные о деформационном

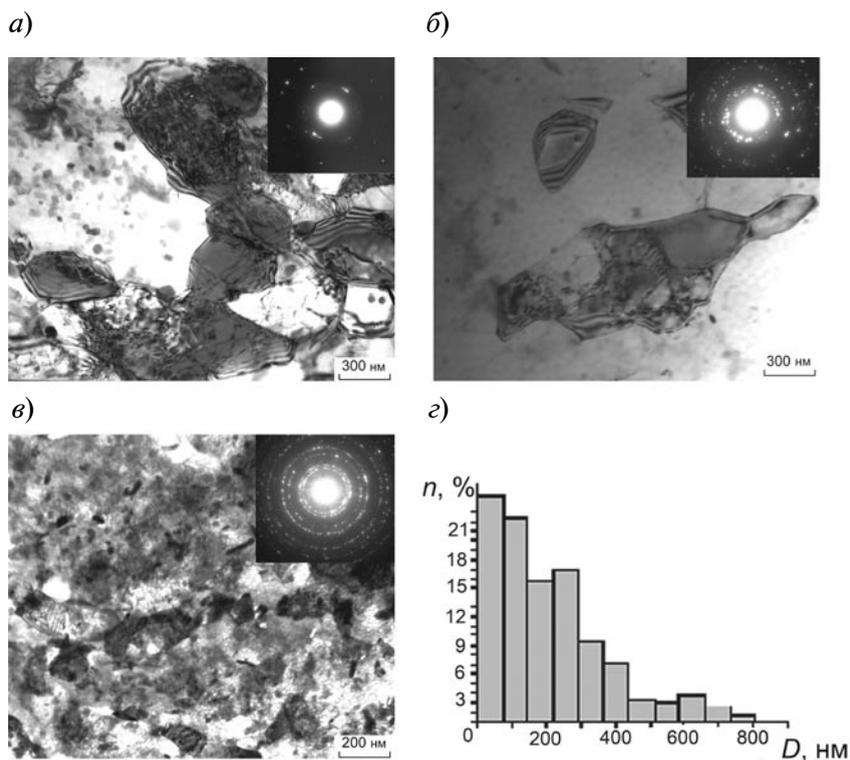


Рис. 1. Структура деформированных сплавов (ПЭМ): а – сплав АМц, $V = 150$ м/с, $N = 1$; б – сплав АМц, $V = 300$ м/с, $N = 4$; в – сплав В95, $V = 150$ м/с, $N = 2$; г – распределение кристаллитов по размерам в сплаве В95, $V = 150$ м/с, $N = 2$



поведении алюминиевых сплавов в процессе ДКУП свидетельствуют о возможности получения широкого спектра структур и свойств этих материалов. Чем выше подвижность дислокаций в сплаве, тем при меньшей степени деформации идут процессы динамической рекристаллизации. В техническом алюминии, обладающем самой высокой подвижностью дислокационного ансамбля, начало динамической рекристаллизации наблюдается уже при низкой скорости ($V = 100$ м/с) и $N = 1$, а после второго цикла прессования и значении $V = 200$ м/с образуется полностью рекристаллизованная структура. В слаболегированном сплаве АМц, за счет некоторого снижения энергии дефекта упаковки, процессы динамического возврата активизируются с ростом интенсивности деформации ($N = 4$, $V = 300$ м/с). Механизмом формирования УМК-структуры в многофазном сплаве В95 при ДКУП является фрагментация, и признаков релаксационных процессов не наблюдается.

Еще одной отличительной чертой сплавов, полученных методом ДКУП, являются высокие значения твердости. Для них не выполняется существующее для крупнокристаллических аналогов эмпирическое соотношение

$$H_u = 3\sigma_T,$$

где H_u – твердость; σ_T – предел текучести.

Прирост средних значений твердости сплавов по Бринеллю (НВ) после высокоскоростного деформирования зависит от типа УМК-структуры и составляет для фрагментированной структуры 700 МПа, а для рекристаллизованной – 400 МПа. Абсолютные максимальные значения твердости, достигнутые в сплаве В95 – выше, чем в сплаве АМц, за счет более легированной матрицы сплава и твердорастворного упрочнения. Следует учесть, что в процессе ДКУП фазовые превращения пройти не успевают, а для сформированной УМК-структуры размером 200 – 600 нм характерен высокий уровень внутренних напряжений; в связи с этим основные вклады в общее упрочнение материалов вносят такие слагаемые, как зернограничное и субструктурное упрочнения.

В результате анализа уровня механи-

ческих характеристик при испытаниях на растяжение ультрамикроструктурных алюминиевых сплавов после ДКУП были установлены те же закономерности, что и для материалов, полученных РКУП. К ним можно отнести следующие:

рост предела текучести (он варьировался в зависимости от типа структуры, сформированной при ДКУП);

уменьшение протяженности стадии деформационного упрочнения;

снижение коэффициента упрочнения на стадии пластического течения [13].

Ввиду того, что прототипом динамического прессования является метод РКУП, очевидно, что структура и свойства сплавов после ДКУП и РКУП имеют много общего. Здесь же необходимо подчеркнуть, что РКУП очень широко применяется и хорошо изучено в настоящее время для получения УМК- и НК-материалов и сплавов, в том числе и сплавов на основе алюминия [4, 8 – 10]. Сопоставление имеющихся в литературе результатов по квазистатическому деформированию (РКУП) алюминиевых сплавов и впервые полученных авторами настоящей работы данных по динамическому прессованию (ДКУП) [13, 14] позволили выделить наиболее явные признаки различия этих двух методов (табл. 2).

Из приведенных данных табл. 2 следует, что важные различия этих двух технологических методов проявляются в более эффективном измельчении структуры и большей степени упрочнения материала динамическим прессованием. Опираясь на известные экспериментальные данные, подробно описанные в монографии [11, 12], можно назвать три основных причины указанных различий. Во-первых, высокоскоростная деформация в ударной волне осуществляется при более значительном уровне сдвиговых напряжений. Во-вторых, при высокоинтенсивных методах нагружения меняется динамика движения дислокаций, и они становятся более подвижными. В-третьих, в условиях высокоскоростных и высокоэнергетических воздействий в материалах активизируются дополнительные системы скольжения и увеличивается плотность дислокаций.

При исследовании деформационного поведения конструкционных материалов

Таблица 2

Сравнение методов РКУП и ДКУП

Параметры деформации, структурные характеристики	РКУП	ДКУП
Скорость деформации, с ⁻¹	10 ⁻²	10 ⁴ – 10 ⁵
Мода деформации	Простой сдвиг (касательные напряжения)	Импульс давления (нормальные напряжения) + простой сдвиг (касательные напряжения)
Число циклов прессования для образования УМК- структуры (<500 нм)	6 – 8	1 – 2 Доля БУГ > 50 %
Макротечение материала	Ламинарное	Ламинарное и турбулентное
Плотность решеточных дислокаций, м ⁻²	10 ¹⁰ – 10 ¹²	10 ¹⁴ – 10 ¹⁵
Системы скольжения	Октаэдрические плоскости скольжения	Октаэдрические + неоктаэдрические плоскости скольжения

важно учитывать изменение термодинамического состояния, которое задается соотношением диссипированной энергии и энергии, накопленной в полях структурных напряжений. В теоретических гипотезах описание явления диссипации в металлах связывают с движением дислокаций и точечных дефектов. Такие модели хорошо описывали поведение материалов при небольших степенях и скоростях деформации. Для описания дефектной структуры наноматериалов, полученных ИПД, была предложена дисклинационно-структурная модель, в которой произвольная граница, обладающая высокой энергией, описывалась как стенка дисклинационных диполей [5]. В последние годы экспериментальные исследования дефектной структуры материалов, полученных ИПД, однозначно доказали, что неравновесное состояние границ зерен и высокий уровень внутренних напряжений обусловлен ансамблем зернограницных дефектов (дислокаций и дисклинаций) [2]. В процессе пластической деформации дефектная структура претерпевает эволюцию, важную роль приобретают коллективные эффекты в ансамбле дислокаций и формируются сложные дефектные структуры на мезоуровне. Очевидно, что создание таких ансамблей сопровождается большими внутренними напряжениями и, как следствие, увеличивает накопление энергии в материале. В результате исследований [15] была решена статистическая задача об эволюции ансамбля мезодефектов и предложено

но оригинальное разделение пластической деформации на диссипативную и недиссипативную (конфигурационную) составляющие. В развитие этих работ нами были проведены (совместно с О.А. Плеховым и О.Б. Наймарком, Институт механики сплошных сред (ИМСС УрО РАН)) исследования термомеханического поведения УМК-сплавов АМц и В95, полученных методом ДКУП, в процессе динамического сжатия (со скоростями деформации в диапазоне $(4 - 6) \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$) по методике Гопкинсона – Кольского. Детально рассмотрен процесс тепловыделения, связанный с эволюцией в процессе динамического сжатия реальной структуры материала. Особенности процессов диссипации и накопления энергии исследованы для материалов с разным размером зерна и типом УМК-структуры.

Методом инфракрасной термографии получены данные об изменении температуры образца в процессе динамического сжатия, что позволило определить долю диссипированной энергии как отношение энергии E_2 , преобразованной в тепло, к энергии E_1 , затраченной на деформирование образца: E_2 / E_1 . Энергию, затраченную на деформирование образца, можно считать как

$$E_1 = V_0 \int_0^{\varepsilon_{\text{max}}} \sigma_{\text{обр}} d\varepsilon_{\text{обр}},$$

где V_0 – начальный объем образца; $\sigma_{\text{обр}}$ – напряжение в образце; $\varepsilon_{\text{обр}} = \ln(h_0 / h_1)$ –

деформация образца (h_0, h_1 – начальная и конечная величины высоты образца).

Энергия, преобразованная в тепло в результате деформирования, рассчитывается как

$$E_2 = c\rho V_0 \Delta T,$$

где c, ρ – удельная теплоемкость и плотность материала; ΔT – изменение температуры.

В УМК-сплаве В95 обнаружено существенное увеличение средней температуры, по сравнению с крупнокристаллическим (КК-) сплавом в процессе нагружения. С увеличением степени предварительно накопленной деформации ($N = 2$) диссипативная способность УМК-материала сильно возрастает, при этом доля диссипированной энергии в 1,8 раз превышает соответствующую характеристику для КК-сплава (рис. 2, *a*). По данным ПЭМ, повышение температуры УМК-образца в процессе сжатия связано с интенсивным процессом релаксации дефектов, а фрагментированная структура преобразуется в структуру динамического возврата и рекристаллизации; при этом снижаются значения микродеформации кристаллической решетки, понижаются плотность дислокаций и твердость сплава (рис. 2, *b*).

В КК-сплаве В95 при сжатии формируется слаборазориентированная ячеистая субструктура (средний размер ячеек – 300 нм) с высокой плотностью дислокаций. Твер-

дость материала существенно возрастает (рис. 2, *b*).

В экспериментах по динамическому сжатию УМК-сплава АМЦ были получены аналогичные зависимости диссипативной способности от размера зерна, а также показано, что материал с рекристаллизованной УМК-структурой обладает меньшей диссипативной способностью, чем тот же материал с фрагментированной структурой.

В процессе проведения эксперимента по динамическому сжатию УМК-сплава В95 была обнаружена обратная скоростная зависимость динамического предела текучести. Так, при увеличении скорости деформации от $4 \cdot 10^3$ до $6 \cdot 10^3$ с⁻¹ динамический предел текучести снижается на 30 % (рис. 3). Согласно результатам структурных исследований, обнаруженные тенденции изменения механических характеристик с ростом скорости динамического сжатия обусловлены снижением общего количества структурных дефектов и релаксацией напряжений (при этом доля энергии, преобразованной в тепло, повышается на 30 %). Обнаруженную аномалию скоростной зависимости предела текучести можно рассматривать как доказательство проявления механизма зернограничного микропроскальзывания и ротационных мод деформации.

На основании проведенных экспериментов по ДКУП алюминиевых сплавов

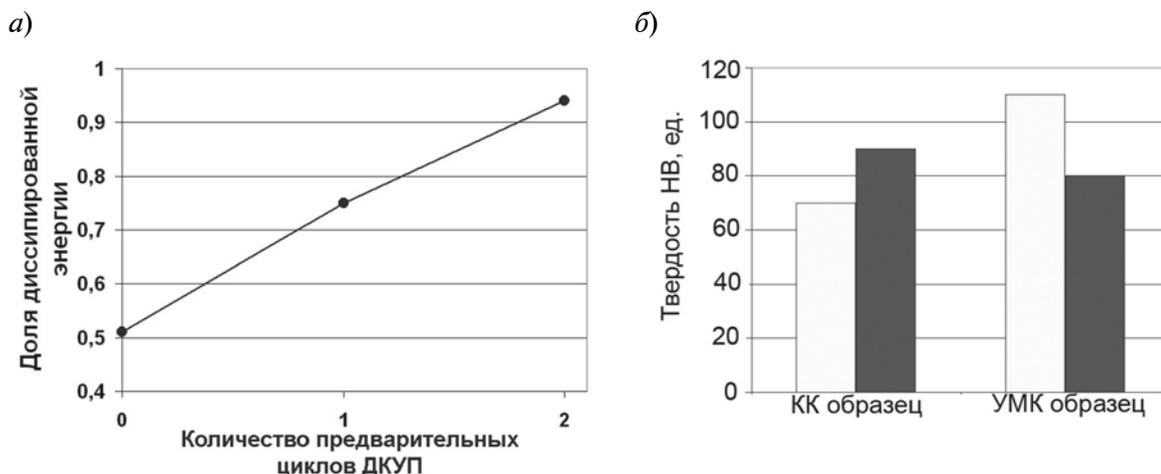


Рис. 2. Результаты динамического сжатия сплава В95: *a* – доля диссипированной энергии в процессе сжатия УМК-сплава, скорость деформации – $6 \cdot 10^3$ с⁻¹; *b* – изменение твердости по Бринеллю КК- и УМК-сплавов до (□) и после (■) сжатия

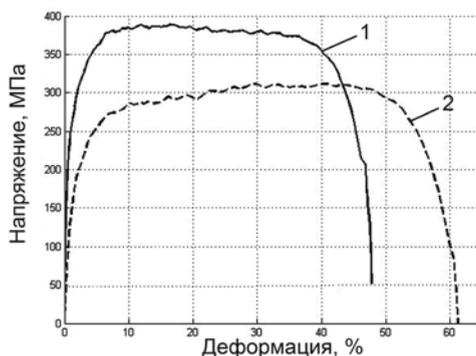


Рис. 3. Деформационные кривые УМК-сплава В95 при сжатии с разной скоростью деформации, с^{-1} : $4 \cdot 10^3$ (1) и $6 \cdot 10^3$ (2)

важно выделить следующие результаты.

1. Установлено, что измельчение структуры до субмикронного уровня (200 – 600 нм), повышение твердости в 1,5 – 2,0 раза и условного предела текучести в 2,0 – 2,5 раза наблюдаются уже при одном-двух циклах динамического канально-углового прессования со скоростью $10^4 – 10^5 \text{ с}^{-1}$.

2. Показано, что типичной для алюминиевых сплавов, деформированных методом ДКУП, является фрагментированная неравновесная структура, которая характеризуется большой плотностью дислокаций (около $10^{14} – 10^{15} \text{ м}^{-2}$), преобладанием высокоугловых границ кристаллитов и высоким уровнем внутренних напряжений. Формирование фрагментированной структуры

осуществляется сдвиговым и ротационным механизмами пластической деформации. Повышение скорости деформирования сплавов с высокой подвижностью дислокаций приводит к реализации еще одного механизма релаксации упругой энергии – динамической рекристаллизации по механизму *in situ*.

3. Обнаружена взаимосвязь между изменением количества структурных дефектов при динамическом сжатии УМК- и КК-алюминиевых сплавов и диссипативной способностью материалов. Установлено повышение доли диссипированной энергии УМК-образцов на 30 – 90 %, по сравнению с крупнокристаллическими аналогами. Изменение диссипативной способности УМК-материалов обусловлено прохождением низкотемпературного динамического возврата в процессе сжатия и регулируется фазовым составом сплавов, масштабом УМК-структуры и механизмами ее образования.

Электронно-микроскопические исследования проведены в Центре коллективного пользования при ИФМ УрО РАН «Испытательный центр нанотехнологий и перспективных материалов».

Работа выполнена по теме «Структура» и при частичной финансовой поддержке Программы Президиума РАН (проект №12-П-2-1009).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рыбин В.В. Большие пластические деформации и разрушение металлов. М.: Металлургия, 1986. 224 с.
2. Перевезенцев В.Н., Сарафанов Г.Ф. Фрагментация при пластической деформации металлов. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2007. 127 с.
3. Глезер А.М., Громов В.Е. Наноматериалы, созданные путем экстремальных воздействий. Новокузнецк: Изд-во «Интер-Кузбасс», 2010. 171 с.
4. Сегал В.М. Развитие обработки материалов интенсивной сдвиговой деформацией // Металлы. 2004. № 1. С. 5–14.
5. Валиев Р.З., Александров И.В. Объемные наноструктурные металлические материалы: получение, структура и свойства. М.: ИКЦ «Академкнига», 2007. 398 с.
6. Носкова Н.И., Мулюков Р.Р. Субмикрокристаллические и нанокристаллические металлы и сплавы. Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2003. 279 с.
7. Шорохов Е.В., Жгилев И.Н., Валиев Р.З. Способ динамической обработки материалов. Пат. 2283717 Российская Федерация, МПК⁵¹ В 21 J 5/04, В 21 С 23/18, С 21 D 7/ 02.; заявитель и патентообладатель Шорохов Е.В., Жгилев И.Н., Валиев Р.З. № 2004131484/02; заявл. 28.10.04; опубл. 27.04.06. Бюл. № 26. 64 с.
8. Valiev R.Z., Korznikov A.V., Mulyukov R.R. Structure and properties of ultrafine-grained materials produced by severe plastic deformation // Materials Science and Engineering A. 1993. Vol. 168. No. 2. P. 141–148.
9. Iwahashi Y., Horita Z., Nemoto M., Langdon G. The process of grain refinement in equal-channel angular pressing // Acta Materialia. 1998. Vol. 46. Iss. 9. P. 3317 – 3331.
10. Валиев Р.З., Еникеев Н.А., Мурашкин М.Ю., Александров С.Е., Гольдштейн Р.В. Сверхпрочность ультрамелкозернистых алюминиевых сплавов, полученных интенсивной пла-

стической деформацией // Доклады Академии Наук. Техническая физика. 2010. Т. 432. № 6. С. 757 – 760.

11. **Фортов В.Е.** Экстремальные состояния вещества. М.: Физматлит, 2009. 303с.

12. **Мейерс М.Л., Мурр Л.Е.** Ударные волны и явления высокоскоростной деформации металлов. М: Металлургия, 1984. С. 121 –151.

13. **Brodova I.G., Shorokhov E.V., Petrova A.N., Shirinkina I.G., Minaev I.V., Zhgilev I.N., Abramov A.V.** Fragmentation of the structure in Al-based alloys upon high speed effect // Reviews on Advanced Materials Science. 2010. № 25. P. 128 – 135.

14. **Бродова И.Г., Петрова А.Н., Ширинкина И.Г.** Сравнение формирования структуры алюминиевых сплавов при большой и интенсивной пластической деформации // Известия РАН. Сер. физическая. 2012. Т. 76. № 11. С. 1378 –1383.

15. **Наймарк О.Б., Баяндин Ю.В., Леонтьев В.А., Пантелеев И.А., Плехов О.А.** Структурно-скейлинговые переходы и некоторые термодинамические и кинетические эффекты в материалах в объемном субмикро-(нано-)кристаллическом состоянии // Физическая мезомеханика. 2009. Т. 12. № 4. С. 47 – 61.

REFERENCES

1. **Rybin V.V.** Bol'shie plasticheskie deformatsii i razrushenie metallov. Moscow, Metallurgiya, 1986. 224 p.

2. **Perevezentsev V.N., Sarafanov G.F.** Fragmentatsiia pri plasticheskoi deformatsii metallov. N. Novgorod: Izd-vo NNGU, 2007. 127 p.

3. **Glezer A.M., Gromov V.E.** Nanomaterialy, sozdannye putem ekstremal'nykh vozdeistvii. Novokuznetsk, Izd-vo «Inter-Kuzbass», 2010. 171 p.

4. **Segal V.M.** Razvitie obrabotki materialov intensivnoi sdvigovoi deformatsiei. *Metally*, 2004, No. 1, pp. 5–14.

5. **Valiev R.Z., Aleksandrov I.V.** Ob"emnye nanostrukturnye metallicheskie materialy: poluchenie, struktura i svoistva. Moscow, IKTs «Akademkniga», 2007. 398 p.

6. **Noskova N.I., Muliukov R.R.** Submikrokristallicheskie i nanokristallicheskie metally i splavy. Ekaterinburg: Izd-vo UrO RAN, 2003. 279 p.

7. **Shorokhov E.V., Zhgilev I.N., Valiev R.Z.** Sposob dinamicheskoi obrabotki materialov. Patent RF, No. 2283717, 2006.

8. **Valiev R.Z., Korznikov A.V., Mulyukov R.R.** Structure and properties of ultrafine-grained materials produced by severe plastic deformation. *Materials Science and Engineering A*, 1993, Vol. 168. No. 2, pp. 141–148.

9. **Iwahashi Y., Horita Z., Nemoto M., Langdon G.** The process of grain refinement in equal-channel

angular pressing. *Acta Materialia*, 1998, Vol. 46. Iss. 9, pp. 3317–3331.

10. **Valiev R.Z., Enikeev N.A., Murashkin M.Iu., Aleksandrov S.E., Gol'dshtein R.V.** Sverkhprochnost' ul'tramelkozernistykh aliuminievykh spлавov, poluchennykh intensivnoi plasticheskoi deformatsiei. *Doklady Akademii Nauk. Tekhnicheskaja fizika*, 2010, Vol. 432, No. 6, pp. 757–760.

11. **Fortov V.E.** Ekstremal'nye sostoiianiia veshchestva. Moscow, Fizmatlit, 2009. 303 p.

12. **Meiers M.L., Murr L.E.** Udarnye volny i iavlennii vysokoskorostnoi deformatsii metallov. M: Metallurgiya, 1984, pp. 121–151.

13. **Brodova I.G., Shorokhov E.V., Petrova A.N., Shirinkina I.G., Minaev I.V., Zhgilev I.N., Abramov A.V.** Fragmentation of the structure in Al-based alloys upon high speed effect. *Reviews on Advanced Materials Science*, 2010, No. 25, pp. 128–135.

14. **Brodova I.G., Petrova A.N., Shirinkina I.G.** Sravnenie formirovaniia struktury aliuminievykh spлавov pri bol'shoi i intensivnoi plasticheskoi deformatsii. *Izvestiia RAN. Ser. fizicheskaja*, 2012, Vol. 76, No. 11, pp. 1378–1383.

15. **Naimark O.B., Baiandin Yu.V., Leont'ev V.A., Panteleev I.A., Plekhov O.A.** Strukturno-skeilingovye perekhody i nekotorye termodinamicheskie i kineticheskie efekty v materialakh v ob"emnom submikro-(nano-)kristallicheskom sostoianii. *Fizicheskaja mezomekhanika*, 2009, Vol. 12, No. 4, pp. 47–61.

БРОДОВА Ирина Григорьевна – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник лаборатории цветных сплавов ИФМ УрО РАН.

620990, г. Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 18
brodova@imp.uran.ru

ПЕТРОВА Анастасия Николаевна – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник лаборатории цветных сплавов ИФМ УрО РАН.

620219, г. Екатеринбург, ул. С.Ковалевской, 18
petrovanastasya@yahoo.com

Научное издание

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА.
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ
«ST. PETERSBURG STATE POLYTECHNICAL UNIVERSITY JOURNAL.
PHYSICS AND MATHEMATICS»
№ 4-1 (182) 2013

Учредитель – Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-51457 от 19.10.2012 г.

Редакция

д-р физ.-мат. наук, профессор *В.К. Иванов* – председатель ред. коллегии
д-р физ.-мат. наук, профессор *А.Э. Фотиади* – зам. председателя ред. коллегии
канд. физ.-мат. наук, доцент *В.М. Капралова* – ответственный секретарь
канд. физ.-мат. наук *О.А. Яцуржинская* – научный редактор, корректор
А.С. Колгатина – технический секретарь

Телефон редакции 294-22-85

E-mail: physics@spbstu.ru

Компьютерная верстка *А.Н. Смирнова*

Директор Издательства Политехнического университета *А.В. Иванов*

Лицензия ЛР № 020593 от 07.08.97

Подписано в печать 27.12.2013. Формат 60×84 1/8. Бум. тип. № 1.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 27,80. Уч.-изд. л. 27,80. Тираж 1000. Заказ

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
Издательство Политехнического университета
член Издательско-полиграфической ассоциации университетов России
Адрес университета и издательства: 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.

УСЛОВИЯ ПУБЛИКАЦИИ СТАТЕЙ

в журнале «Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки»

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Журнал «Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки» является периодическим печатным научным рецензируемым изданием. Зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере информационных технологий и массовых коммуникаций (Свидетельство ПИ №ФС77-52144 от 11 декабря 2012 г.) и распространяется по подписке агентства «Роспечать» (индекс издания 71823).

С 2008 г. выпускается в составе сериального периодического издания «Научно-технические ведомости СПбГПУ» (ISSN 1994-2354). Сохраняя преемственность и продолжая научные и публикационные традиции сериального издания «Научно-технические ведомости СПбГПУ», издается под сдвоенными международными стандартными сериальными номерами ISSN 1994-2354, (сериальный) ISSN 2304-9782. С 2012 г. начат выпуск журнала в двуязычном оформлении.

Издание входит в Перечень ведущих научных рецензируемых журналов и изданий (перечень ВАК) и принимает для печати материалы научных исследований, а также статьи для опубликования основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора наук и кандидата наук по следующим основным научным направлениям: **Физика, Математика, Механика, Астрономия**. Научные направления журнала учитываются ВАК Минобрнауки РФ при защите докторских и кандидатских диссертаций в соответствии с Номенклатурой специальности научных работников.

Журнал представлен в Реферативном журнале ВИНИТИ РАН и включен в фонд научно-технической литературы (НТЛ) ВИНИТИ РАН, а также в международную систему по периодическим изданиям "Ulrich's Periodicals Directory". Индексирован в базе данных «Российский индекс научного цитирования» (РИНЦ).

Периодичность выхода журнала – 4 номера в год.

Редакция журнала соблюдает права интеллектуальной собственности и со всеми авторами научных статей заключает издательский лицензионный договор.

2. ТРЕБОВАНИЯ К ПРЕДСТАВЛЯЕМЫМ МАТЕРИАЛАМ

2.1. Оформление материалов

1. Объем статей докторов наук, профессоров, докторантов, соискателей ученой степени доктора наук, как правило, – 12–20 страниц формата А-4. Количество рисунков не должно превышать четырех, таблиц – трех, литературных источников – пятнадцати.

2. Объем статей преподавателей, сотрудников, соискателей ученой степени кандидата наук, как правило, – 8–15 страниц формата А-4, объем статей аспирантов – 8 страниц формата А-4. Количество рисунков не должно превышать трех, таблиц – двух, литературных источников – десяти.

3. Авторы должны придерживаться следующей обобщенной структуры статьи: вводная часть (0,5–1 стр., актуальность, существующие проблемы); основная часть (постановка и описание задачи, изложение и суть основных результатов); заключительная часть (0,5–1 стр., предложения, выводы), список литературы (оформление по ГОСТ 7.07-2009).

4. Число авторов статьи не должно превышать трех человек.

5. Набор текста осуществляется в редакторе MS Word, формулы – в редакторе MS Equation. Таблицы набираются в том же формате, что и основной текст.

Шрифт – TNR, размер шрифта основного текста – 14, интервал – 1,5, таблицы большого размера могут быть набраны 12 кеглем. Параметры страницы: поля слева – 3 см, сверху, снизу – 2,5 см, справа – 2 см, текст размещается без переносов. Абзацный отступ – 1 см.

2.2. Представление материалов

Вместе с материалами статьи должны быть обязательно представлены:

- номер УДК в соответствии с классификатором (в заголовке статьи);
- аннотация (2–3 предложения) на русском и английском языках;
- ключевые слова (5–7) на русском и английском языках;
- сведения об авторах на русском и английском языках: ФИО, место работы, должность, ученое звание, ученая степень, контактные телефоны, e-mail;
- аспиранты предоставляют документ отдела аспирантуры, заверенный печатью;
- рецензия на имя зам. главного редактора, подписанная специалистом, имеющим ученую степень доктора наук и/или ученое звание профессора. Рецензия должна быть ОБЯЗАТЕЛЬНО заверена в отделе кадров. Рецензент несет ответственность за содержание статьи, достоверность представленных материалов.
- акт экспертизы о возможности опубликования материалов в открытой печати.

Предоставление всех материалов осуществляется по электронной почте на адрес редакции: physics@spbstu.ru .

2.3. Рассмотрение материалов

Предоставленные материалы (п. 2.2) первоначально рассматриваются редакционной коллегией и передаются для рецензирования. После одобрения материалов, согласования различных вопросов с автором (при необходимости) редакционная коллегия сообщает автору решение об опубликовании статьи. В случае отказа в публикации статьи редакция направляет автору мотивированный отказ.

При отклонении материалов из-за нарушения сроков подачи, требований по оформлению или как не отвечающих тематике журнала материалы не публикуются и не возвращаются.

Редакционная коллегия не вступает в дискуссию с авторами отклоненных материалов.

Публикация материалов аспирантов очной бюджетной формы обучения осуществляется бесплатно в соответствии с очередностью.

При поступлении в редакцию значительного количества статей их прием в очередной номер может закончиться ДОСРОЧНО.

Более подробную информацию можно получить по телефону редакции:

(812) 294-22-85 с 10.00 до 18.00 – Александра Сергеевна

или по e-mail: physics@spbstu.ru