Министерство образование и науки Российской Федерации

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

В. М. Шестаков   А. Е. Епишкин   О. П. Томчина

ДИНАМИКА АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ МНОГОРОТОРНЫХ ВИБРАЦИОННЫХ УСТАНОВОК

Издательство
Политехнического университета

Санкт-Петербург
2014

Содержание

ВВЕДЕНИЕ

Вибрационные установки широко используются в различных отраслях промышленности. Примерами использования вибрационных установок могут служить грохоты для горнорудной промышленности, машины для вибрационного погружения и выдергивания свай, шпунта и труб, вибрационные дорожные и строительные машины для трамбования грунта и формирования железобетонных изделий, машины для изготовления литейных форм и выбивки опок, многочисленные вибрационные устройства для транспортирования насыпных грузов и штучных изделий, вибрационные насосы для перекачки жидкостей. В машиностроении такие агрегаты применяются для виброшлифования, виброгалтовки, перемешивания металлических расплавов, виброобкатки, рубки и обработки ударами; в сельском хозяйстве - для вибросортировки, вибротранспортирования, вибровспашки и встряхивания; в пищевой промышленности - для расфасовки, упаковки и сушки; в текстильной промышленности - для прокидки челноков и раскладки нитей при намотке; в медицине - системах искусственного кровообращения; в оптической механике и радиолокации - для создания различных траекторий сканирования и так далее. Электромеханические системы (ЭМС) колебательного движения также имеют широкое применение в испытательных, измерительных и калибровочных вибростендах.

Широкая область применения вибрационных установок предъявляет к ним требования самого различного характера, как конструктивные, так и технологические. В то же время принцип работы оборудования рассматриваемого класса остаётся неизменным, что допускает общность подхода к решению поставленных задач.

Значительная часть вибрационных установок оснащена электромеханическими вибровозбудителями, выполненными на основе несбалансированных роторов (дебалансов), приводимых во вращение электроприводом. В настоящее время в большинстве электромеханических виброустановок используются устаревшие электроприводы и неэффективные алгоритмы управления, как правило, осуществляющие выдачу сигналов на запуск и поддержание скорости вращения дебалансов на заданном уровне. При этом виброустановки имеют низкое качество регулирования режимов работы, что в большинстве случаев снижает эффективность их функционирования.

Одним из путей повышения эффективности работы виброустановок является разработка новых кинематических структур, позволяющих получить более широкий спектр пространственных колебаний по максимальному количеству координат, и разработка замкнутых систем электропривода (СЭП), основанных на более совершенных алгоритмах управления.

Разработка регулируемых многороторных вибрационных установок (испытательных вибростендов) требует решения ряда довольно сложных научно-технических задач:

- создание систем автоматического управления углами рассогласования между дебалансными роторами;
- разработка принципов построения и оптимизации многодвигательных СЭП виброустановок с пространственными колебаниями платформы;
- стабилизация параметров колебаний платформы при вариации массы груза с помощью автоматического регулирования ЭМС.

В качестве особенностей математического описания электромеханических вибрационных установок следует отметить существенную нелинейность моделей механической части, содержащую тригонометрические функции и блоки произведений, что делает проблематичным изучение динамики установок линейными методами, в частности построением частотных характеристик. Линеаризация моделей может привести к существенным погрешностям и допустима лишь при предварительных исследованиях в квазиустановившихся режимах.

Некоторые из перечисленных задач решались в работах проф. Н. Х. Базарова [4, 5], ученых Санкт-Петербургского политехнического университета А. С. Кельзона, Л. М. Малинина, А. А. Первозванского [23, 31], работах профессоров ИПМаш РАН И. И. Блехмана [7, 8, 9], А. Л. Фрадкова [1, 39], сотрудников Санкт-Петербургского института машиностроения под научным руководством проф. В. М. Шестакова [9, 39, 44, 49], а также в работах ряда отечественных и зарубежных авторов. Кроме того, необходимо отметить труды в областях, близких к исследуемой: это системы с упругими связями и следящие системы. Здесь большая роль принадлежит профессорам Петербургской научной школы Ю. А. Борцову [10, 11], С. А. Ковчину [24, 25], А. Е. Козяруку, В. А. Новикову, Л. Н. Рассудову, Г. Г. Соколовскому [11, 37] и др.

В соответствии с поставленными задачами были выбраны следующие основные направления исследований:

- Создание математического описания и построение необходимого множества структурных математических моделей ЭМС многороторных вибрационных установок для последующей оптимизации динамики и исследования в процессе компьютерного моделирования.
- Разработка концепций построения и оптимизации СЭП виброустановок с плавным регулированием угла рассогласования между роторами.
- Многофакторное имитационное исследование режимов функционирования ЭМС агрегатов рассматриваемого класса.

В первой главе создано математическое описание и получены динамические модели механической части СЭП двух-, трёх-, четырёх- и шестироторных вибрационных установок.

Вторая глава посвящена предлагаемым авторами способам построения и оптимизации динамики СЭП многороторных вибрационных установок, а также стабилизации квазистационарных режимов их работы при возмущающих воздействиях.

В третьей главе исследованы динамические режимы ЭМС вибрационных установок с кратным вращением дебалансов.

В проведении исследований и компьютерном моделировании ЭМС приняли участие аспиранты Белокузов Е.В., Горлатов Д.В. и Нацин Г.В.

Монография охватывает комплекс актуальных проблем, связанных с автоматизированным управлением многороторными вибрационными установками и содержит новые решения поставленных задач.

Работа выполнена в соответствии с тематическим планом НИР Института Машиностроения «ЛМЗ-ВТУЗ» Санкт-Петербургского государственного политехнического университета по заданию Федерального агентства по образованию за 2010 – 2013 г.г.

Авторы выражают благодарность рецензентам д.т.н., проф. Н. Д. Поляхову и к.т.н., доц. Н. В. Ростову за критические замечания по содержанию монографии.

ГЛАВА 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ МНОГОРОТОРНЫХ ВИБРАЦИОННЫХ УСТАНОВОК

1.1. Математическое описание механических систем вибрационных установок

При составлении математических моделей сложных электромеханических систем, какими являются многороторные вибрационные установки, существуют два основных подхода. При первом подходе математическая модель нелинейной механической системы составляется максимально подробно, без каких либо предположений, допускающих ее упрощение (например, в работах В. А. Коноплева [26, 27]) и далее исследование моделей производится на ЭВМ). При втором подходе модель электромеханической системы упрощается с помощью различных допущений, вплоть до линеаризации в окрестностях параметров, соответствующих типовым рабочим режимам системы, что позволяет в дальнейшем производить ее анализ не только путем моделирования на ЭВМ, но и аналитически. Построение моделей при втором подходе используется в частности в работах И. И. Блехмана [7], В. Л. Вейца [13].

Для решения рассматриваемых в монографии задач необходимо построить спектр математических моделей для исследования динамики ЭМС вибрационных установок с различными кинематическими схемами. Математические модели целесообразно представлять в виде динамических структурных схем (ДСС), что обеспечивает физическую наглядность, а также удобство анализа и синтеза СЭП как расчетно-аналитическими, так и компьютерными методами.

Для удобства построения и модификации моделей рационально выделить и унифицировать следующие типовые подсистемы:

- подсистема электропривода;
- подсистема вибровозбудителей дебалансных роторов;
- подсистема виброплатформы в проекциях на координатные оси.

1.2. Математические модели механической части двухроторных вибрационных установок

1.2.1. Уравнения и динамические структурные схемы (ДСС) двухроторных виброустановок

Электромеханическими или мехатронными называются системы, в которых механические и электромагнитные процессы существенным образом связаны между собой. В механике характеристиками состояния являются обобщенные координаты положения и скорости (или импульсы). Для электромеханических систем они составляют первую группу характеристик, а вторая включает величины, описывающие электромагнитные процессы.

В общем случае механические процессы описываются уравнениями Лагранжа, а электрические - уравнениями Максвелла [13]. Любая совокупность параметров, достаточная для определения положения в пространстве, называется обобщенными координатами системы (x_1, x_2, ..., x_N). Если материальная система несвободна, то ее обобщенные координаты x_1, x_2,...,x_N, так же, как и их производные по времени - обобщенные скорости $\dot{x}_1, \dot{x}_2, ..., \dot{x}_N$ подчиняются ограничительным условиям, которые называются связями.

Для рассмотрения динамических моделей вибрационных установок, отражающих свойства механической части электропривода, найдем соответствующие уравнения движения. Наибольшее распространение получили уравнения в независимых обобщенных координатах, известные как уравнения Лагранжа второго рода [13, 25].

$$\frac{d}{dt}\sum_{i=1}^{i=N}\frac{\partial W_К}{\partial \dot{x}_i} - \sum_{i=1}^{i=N}\frac{\partial W_К}{\partial x_i} + \sum_{i=1}^{i=N}\frac{\partial W_П}{\partial x_i} + \sum_{i=1}^{i=N}\frac{\partial R_i}{\partial \dot{x}_i} = F\left(x_i, \dot{x}_i\right), \qquad (1.1)$$

где N - число степеней свободы (размерность) механической подсистемы; $x(t) = \left[x_1(t), ..., x_N(t)\right]$ - обобщенные координаты (степени свободы) системы; $W_К, W_П$ - кинетическая и потенциальная энергии исследуемой механической системы соответственно; R - диссипативная функция; $F(x_i, \dot{x}_i)$ - обобщенная внешняя сила, действующая на подсистему.

Представим математическую модель виброустановки (ВУ) в виде (1.1), где в качестве обобщенных координат выбраны следующие независимые переменные (см. рис. 1.1):

$y_П(t)$ - ордината центра тяжести несущей платформы (виброплатформы) П в неподвижной системе прямоугольных координат XO_1Y;

$\varphi_П(t)$ - угол поворота платформы в плоскости XY, отсчитываемый против часовой стрелки;

$\varphi_{Б\,i}(t)$ - углы поворота дебалансных вибровозбудителей, отсчитываемые в том же направлении по отношению к оси O_1Y.

При формировании данной математической модели сделаны следующие допущения:

- математическая модель составляется в предположении, что центр тяжести платформы O может совершать движения лишь вдоль оси O_1Y;
- не учитывается поперечная и поворотная жесткость пружин;
- оси вибровозбудителей считаются перпендикулярными к плоскости движения платформы XO_1Y.

Для вывода уравнений движения системы вычислим кинетическую $W_К$ и потенциальную $W_П$ энергии механической системы.

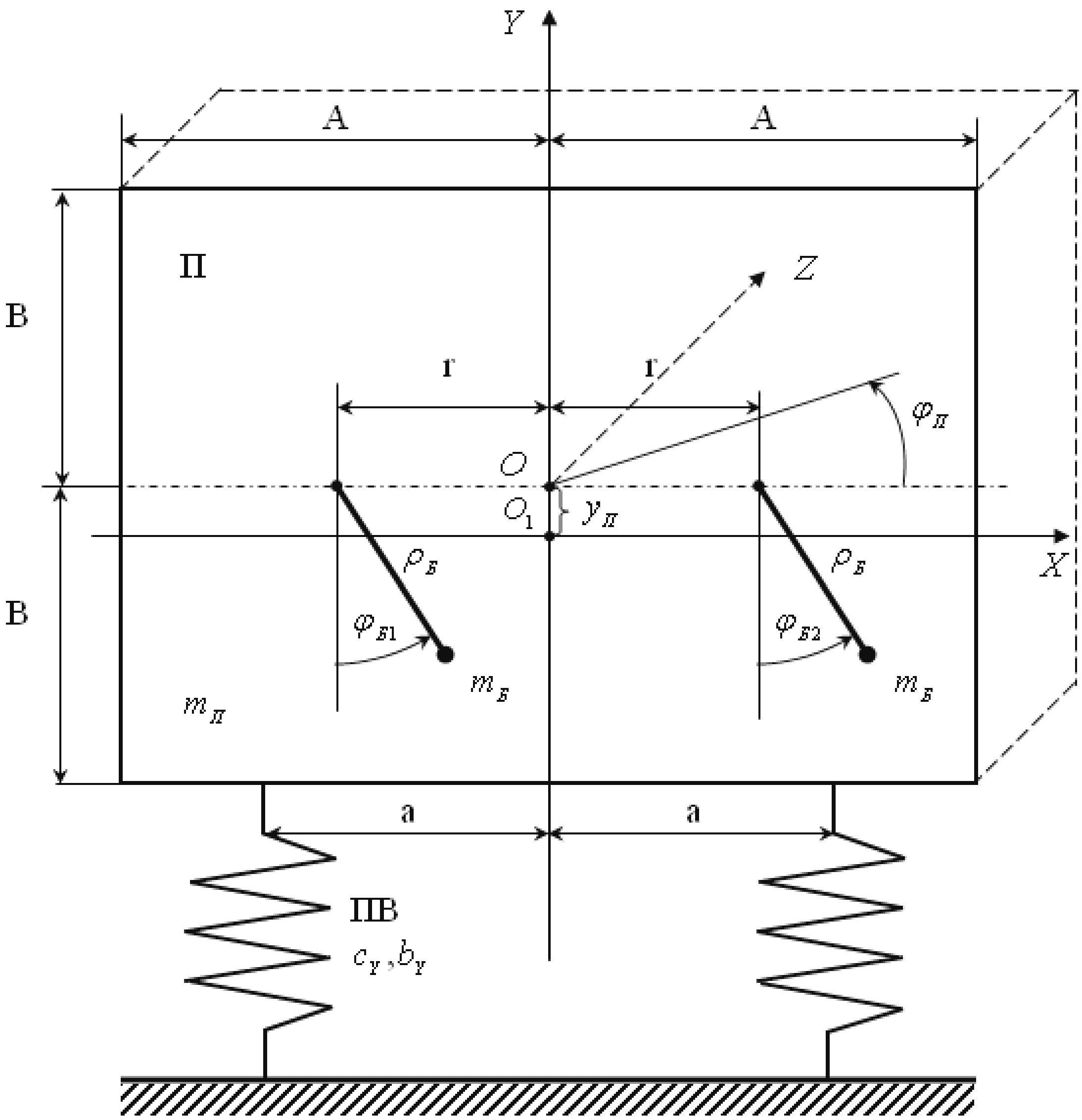


Рис. 1.1. Расчётная кинематическая схема
двухроторной вибрационной установки

Выражение для кинетической энергии механической подсистемы

$$W_К = \frac{1}{2} m_П \dot{y}_П^2 + \frac{1}{2} J_{ПZ} \dot{\varphi}_П^2 + \frac{1}{2} m_Б \left[\left(\dot{x}_{Б1}^2 + \dot{y}_{Б1}^2 \right) + \left(\dot{x}_{Б2}^2 + \dot{y}_{Б2}^2 \right) \right] + \frac{1}{2} J_{Б1} \dot{\varphi}_{Б1}^2 + \frac{1}{2} J_{Б2} \dot{\varphi}_{Б2}^2 , \quad (1.2)$$

где $m_П, m_Б$ - массы несущей платформы и каждого из дебалансов; $J_{ПZ}, J_{Б1}, J_{Б2}$ - моменты инерции несущей платформы и дебалансов относительно оси Z, перпендикулярной к плоскости *XY*; $x_{Бi}, y_{Бi}$ $(i = 1, 2)$ - координаты центров тяжести дебалансов в неподвижных осях XO_1Y.

Для того чтобы выразить кинетическую энергию (1.2) через введенные выше обобщенные координаты, воспользуемся следующими геометрическими соотношениями

$$\left.\begin{aligned}
x_{Б1} &= -r\cos\varphi_П + \rho_Б \sin\varphi_{Б1} - y_П \sin\varphi_П \\
y_{Б1} &= -r\sin\varphi_П - \rho_Б \cos\varphi_{Б1} + y_П \cos\varphi_П \\
x_{Б2} &= r\cos\varphi_П + \rho_Б \sin\varphi_{Б2} - y_П \sin\varphi_П \\
y_{Б2} &= r\sin\varphi_П - \rho_Б \cos\varphi_{Б2} + y_П \cos\varphi_П .
\end{aligned}\right\} \qquad (1.3)$$

Так как величины $y_П$ и $\varphi_П$ относительно малы ($y_П \approx 0{,}02...0{,}08\,м$, $\varphi_П \approx 0{,}1\,рад$), то с целью упрощения математической модели возможны следующие допущения:

$$y_П \sin\varphi_П \approx 0, \quad y_П \cos\varphi_П \approx y_П . \qquad (1.4)$$

Тогда с учетом (1.4) уравнения (1.3) примут вид

$$\left.\begin{aligned}
x_{Б1} &= -r\cos\varphi_П + \rho_Б \sin\varphi_{Б1} \\
y_{Б1} &= -r\sin\varphi_П - \rho_Б \cos\varphi_{Б1} + y_П \\
x_{Б2} &= r\cos\varphi_П + \rho_Б \sin\varphi_{Б2} \\
y_{Б2} &= r\sin\varphi_П - \rho_Б \cos\varphi_{Б2} + y_П ,
\end{aligned}\right\}, \qquad (1.5)$$

а выражение для кинетической энергии станет

$$W_K = \frac{1}{2} m_0 \dot{y}_П^2 + \frac{1}{2} J_{0Z} \dot{\varphi}_П^2 + \frac{1}{2} J_1 \dot{\varphi}_{Б1}^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\varphi}_{Б2}^2 + m_Б \rho_Б \dot{y} \cdot$$
$$\cdot \left[\left(\dot{\varphi}_{Б1} \sin\varphi_{Б1} + \dot{\varphi}_{Б2} \cos\varphi_{Б2} \right) - r\dot{\varphi}_П \left(\dot{\varphi}_{Б1} \sin(\varphi_{Б1} - \varphi_П) + \dot{\varphi}_{Б2} \sin(\varphi_{Б2} - \varphi_П) \right) \right], \qquad (1.6)$$

где $m_0 = m_П + 2m_Б$ - общая масса платформы с дебалансами; $J_{0Z} = J_{ПZ} + 2m_Б r^2$ - общий момент инерции платформы; $J_1 = J_{Б1} + m_Б \rho_Б^2$, $J_2 = J_{Б2} + m_Б \rho_Б^2$ - моменты инерции дебалансов, приведенные к валам двигателей;

Потенциальная энергия механической системы может быть получена по формуле $W_П = W_G + W_E$, (1.7)

где W_G - потенциальная энергия силы тяжести; W_E - потенциальная энергия упругих опор (пружин), связывающих платформу с неподвижным основанием. Выражения для W_G и W_E могут быть представлены в форме

$$W_G = m_П g y_П + m_Б g \left[y_{Б1} + y_{Б2} \right] = m_П g y_П + m_Б g \left[2y_П - \rho_Б \left(\cos\varphi_{Б1} + \cos\varphi_{Б2} \right) \right]; \qquad (1.8)$$

$$W_E = \frac{1}{2} \frac{c_Y}{2} \left(y_{П1}^2 + y_{П2}^2 \right). \qquad (1.9)$$

где c_Y - суммарная осевая жесткость пружин; g – ускорение свободного падения; $y_{П1}$, $y_{П2}$ - ординаты точек крепления пружин к платформе, причем

$$y_{П1} = y_П - a\sin\varphi_П ; \quad y_{П2} = y_П + a\sin\varphi_П . \qquad (1.10)$$

Тогда с учетом выражений (1.7) – (1.10) полная потенциальная энергия системы

$$W_П = m_0 g y_П - m_Б g \rho_Б \left(\cos\varphi_1 + \cos\varphi_2 \right) + \frac{1}{2} c_Y \left(y_П^2 + a^2 \sin^2\varphi_П \right). \qquad (1.11)$$

Диссипативная функция системы

$$R = \frac{1}{2}\frac{b_Y}{2}\left(\dot{y}_{П1}^2 + \dot{y}_{П2}^2\right) = \frac{1}{2}b_Y\left(\dot{y}_П^2 + \dot{\varphi}_П^2 a^2 \cos^2\varphi_П\right). \qquad (1.12)$$

где b_Y - суммарное осевое демпфирование пружин.

Производные независимых переменных (обобщенных координат) обозначены $\dot{y}_П, \dot{\varphi}_П, \dot{\varphi}_{Б1}, \dot{\varphi}_{Б2}$. Тогда частные производные кинетической энергии по производным независимых переменных будут

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial W_К}{\partial \dot{y}_П} = m_0 y_П + m_Б\rho_Б\left[\dot{\varphi}_{Б1}\sin\varphi_{Б1} + \dot{\varphi}_{Б2}\sin\varphi_{Б2}\right]\\
&\frac{\partial W_К}{\partial \dot{\varphi}_П} = J_{0Z}\dot{\varphi}_П - m_Б\rho_Б r\left[\dot{\varphi}_{Б1}\sin(\varphi_{Б1}-\varphi_П) - \dot{\varphi}_{Б2}\sin(\varphi_{Б2}-\varphi_П)\right]\\
&\frac{\partial W_К}{\partial \dot{\varphi}_{Б1}} = J_1\dot{\varphi}_{Б1} + m_Б\rho_Б\dot{y}_П\sin\varphi_{Б1} - m_Б\rho_Б r\dot{\varphi}_П\sin(\varphi_{Б1}-\varphi_П)\\
&\frac{\partial W_К}{\partial \dot{\varphi}_{Б2}} = J_2\dot{\varphi}_{Б2} + m_Б\rho_Б\dot{y}_П\sin\varphi_{Б2} + m_Б\rho_Б r\dot{\varphi}_П\sin(\varphi_{Б2}-\varphi_П)
\end{aligned}\right\} \qquad (1.13)$$

Производные по времени

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d}{dt}\frac{\partial W_К}{\partial \dot{y}_П} = m_0\ddot{y}_П + m_Б\rho_Б\left[\ddot{\varphi}_1\sin\varphi_{Б1} + \dot{\varphi}_{Б1}^2\cos\varphi_{Б1} + \ddot{\varphi}_{Б2}\sin\varphi_{Б2} + \dot{\varphi}_{Б2}^2\cos\varphi_{Б2}\right]\\
&\frac{d}{dt}\frac{\partial W_К}{\partial \dot{\varphi}_П} = J_{0Z}\varphi_П - m_Б\rho_Б r\begin{bmatrix}\ddot{\varphi}_{Б1}\sin(\varphi_{Б1}-\varphi_П) - (\dot{\varphi}_П\dot{\varphi}_{Б1} - \dot{\varphi}_{Б1}^2)\cos(\varphi_{Б1}-\varphi_П) -\\ - \ddot{\varphi}_{Б2}\sin(\varphi_{Б2}-\varphi_П) - (\dot{\varphi}_П\dot{\varphi}_{Б2} - \dot{\varphi}_{Б2}^2)\cos(\varphi_{Б2}-\varphi_П)\end{bmatrix}\\
&\frac{d}{dt}\frac{\partial W_К}{\partial \dot{\varphi}_{Б1}} = J_1\ddot{\varphi}_{Б1} + m_Б\rho_Б\begin{bmatrix}\ddot{y}_П\sin\varphi_{Б1} + \dot{y}\dot{\varphi}_{Б1}\cos\varphi_{Б1} -\\ - r\left(\dot{\varphi}_П\sin(\varphi_{Б1}-\varphi_П) + (\dot{\varphi}_П\dot{\varphi}_{Б1} - \dot{\varphi}_П^2)\cos(\varphi_{Б1}-\varphi_П)\right)\end{bmatrix}\\
&\frac{d}{dt}\frac{\partial W_К}{\partial \dot{\varphi}_{Б2}} = J_2\ddot{\varphi}_{Б2} + m_Б\rho_Б\begin{bmatrix}\ddot{y}_П\sin\varphi_{Б2} + \dot{y}\dot{\varphi}_{Б2}\cos\varphi_{Б2} +\\ + r\left(\dot{\varphi}_П\sin(\varphi_{Б2}-\varphi_П) + (\dot{\varphi}_П\dot{\varphi}_{Б2} - \dot{\varphi}_П^2)\cos(\varphi_{Б2}-\varphi_П)\right)\end{bmatrix}
\end{aligned}\right\} \qquad (1.14)$$

Частные производные кинетической энергии по независимым переменным

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial W_К}{\partial y_П} = 0\\
&\frac{\partial W_К}{\partial \varphi_П} = -m_Б\rho_Б r\dot{\varphi}_П\left[\dot{\varphi}_{Б1}\cos(\varphi_{Б1}-\varphi_П) - \dot{\varphi}_{Б2}\cos(\varphi_{Б2}-\varphi_П)\right]\\
&\frac{\partial W_К}{\partial \varphi_{Б1}} = m_Б\rho_Б\dot{\varphi}_{Б1}\left[\dot{y}_П\cos\varphi_{Б1} - r\dot{\varphi}_П\cos(\varphi_{Б1}-\varphi_П)\right]\\
&\frac{\partial W_К}{\partial \varphi_{Б2}} = m_Б\rho_Б\dot{\varphi}_{Б2}\left[\dot{y}_П\cos\varphi_{Б2} - r\dot{\varphi}_П\cos(\varphi_{Б2}-\varphi_П)\right]
\end{aligned}\right\} \qquad (1.15)$$

Частные производные потенциальной энергии по независимым переменным

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial W_П}{\partial y_П} = m_0 g + c_Y y_П \\
&\frac{\partial W_П}{\partial \varphi_П} = c_Y a^2 \varphi_П \sin^2 \varphi_П \\
&\frac{\partial W_П}{\partial \varphi_{Б1}} = m_Б g \rho_Б \sin\varphi_{Б1} \\
&\frac{\partial W_П}{\partial \varphi_{Б2}} = m_Б g \rho_Б \sin\varphi_{Б2}
\end{aligned}\right\} \tag{1.16}$$

Частные производные диссипативной функции по производным независимых переменных

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial R}{\partial \dot{y}_П} = b_Y \dot{y}_П \\
&\frac{\partial R}{\partial \dot{\varphi}_П} = b_Y \dot{\varphi}_П^2 a^2 \cos^2 \varphi_П \\
&\frac{\partial R}{\partial \dot{\varphi}_{Б1}} = 0 \\
&\frac{\partial R}{\partial \dot{\varphi}_{Б2}} = 0
\end{aligned}\right\} \tag{1.17}$$

На основании выражений (1.1) и (1.14) – (1.17) запишем уравнения динамики, характеризующие поведение отдельных узлов вибрационной установки.

Уравнение поступательного перемещения платформы по оси Y

$$m_0 \ddot{y}_П + b_Y \dot{y}_П + c_Y y_П + m_0 g = F_{1Y} + F_{2Y}, \tag{1.18}$$

где $F_{iY} = -m_Б \rho_Б \left[\ddot{\varphi}_{Бi} \sin\varphi_{Бi} + \dot{\varphi}_{Бi}^2 \cos\varphi_{Бi}\right]$ - проекции вынуждающей силы дебалансов на ось Y, причём 1-я составляющая учитывает тангенциальную силу, а 2-я составляющая – центробежную силу.

Следует заметить, что при моделировании движения вибрационной установки относительно положения статического равновесия силой тяжести платформы с дебалансами в выражении (1.18) можно пренебречь, так как она будет уравновешена силами реакции пружинных виброизоляторов.

Уравнение углового движения платформы относительно оси Z

$$J_{0Z} \ddot{\varphi}_П + b_Y a^2 \dot{\varphi}_П + c_Y a^2 \varphi_П = M_{1Z} + M_{2Z}, \tag{1.19}$$

где $M_{iZ} = m_Б \rho_Б r \left[\pm \ddot{\varphi}_{Бi} \sin(\varphi_{Бi} - \varphi_П) \mp \dot{\varphi}_{Бi}^2 \cos(\varphi_{Бi} - \varphi_П)\right]$ - поворотные моменты дебалансов, причём верхний знак из "+" "-" действителен для $i = 1$, а нижний знак для $i = 2$.

Уравнение движения дебалансных роторов

$$J_i \ddot{\varphi}_{Бi} = M_{Дi} - M_{Ci} - M_{БiZ}, \qquad (1.20)$$

где $M_{Дi}$ - моменты приводных электродвигателей;

$M_{БiZ} = m_Б \rho_Б \left[\ddot{y}_П \sin\varphi_{Бi} + g\sin\varphi_{Бi} - r\left(\ddot{\varphi}_П \sin\left(\varphi_{Бi} - \varphi_П\right) - \dot{\varphi}_П^2 \cos\left(\varphi_{Бi} - \varphi_П\right)\right)\right]$ - гармонические моменты сопротивления дебалансов, обусловленные их пространственным положением и реакцией платформы; M_{Ci} - моменты сопротивления дебалансов, обусловленные сухим и вязким трением.

В электромеханических комплексах момент M_C определяется составляющими [24]:

$M_{СТ}$ - вызванным силами сухого трения;

$M_{ВТ}$ - вызванным силами вязкого трения.

Обе составляющие являются нелинейными функциями (НФ) угловой скорости роторов дебалансов (рис. 1.2,а).

Функцию $M_{СТ}$ представим зависимостью

$$M_{СТ}(\omega) = \Delta M_{СТ}(\omega) + M_0 = \frac{k_C \Delta M_П}{\omega} + M_0, \qquad (1.21)$$

где M_0 - постоянная составляющая момента сухого трения; $\Delta M_П$ - начальное значение приращения момента сухого трения $\Delta M_{СТ}(0)$; k_C - коэффициент пропорциональности, c^{-1}. Величина $\Delta M_П$ вычисляется по формуле

$$\Delta M_П = M_П - M_0 \quad \text{при} \quad \omega \cong 0, \qquad (1.22)$$

где $M_П$ - начальное значение момента сухого трения; ω - угловая скорость двигателя (дебаланса), $\omega = \dot{\varphi}$.

Составляющая момента вязкого трения находится по принятой в теории электропривода формуле

$$M_{ВТ} = k_В \omega^2, \qquad (1.23)$$

где $k_В$ - коэффициент вязкого трения.

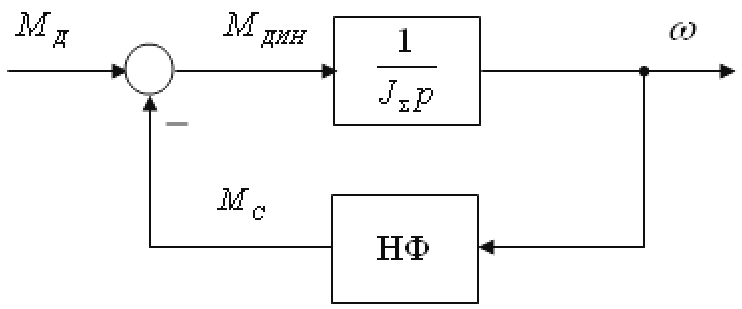
Таким образом, суммарный момент сопротивления будет

$$M_C(\omega) = \frac{k_C \Delta M_П}{\omega} + M_0 + k_В \omega^2$$

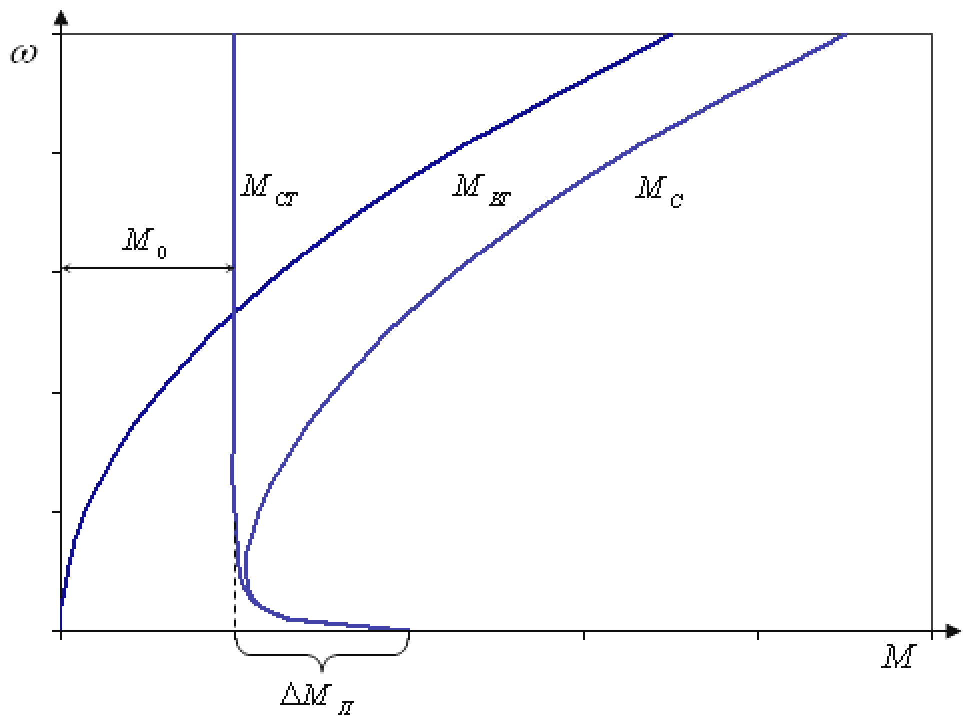
$$\text{или} \quad M_C(\omega) = \Delta M_{СТ}(\omega) + M_0 + k_В \omega^2. \qquad (1.24)$$

На основании выражения (1.24) построены характеристика $M_C(\omega)$ (рис. 1.2,б) и математическая модель момента сопротивления (рис. 1.2,в), используемые при моделировании на ЭВМ, где блок "sign" служит для восстановления знака $M_{ВТ}$ после возведения угловой скорости ω в квадрат.

а)



б)



в)

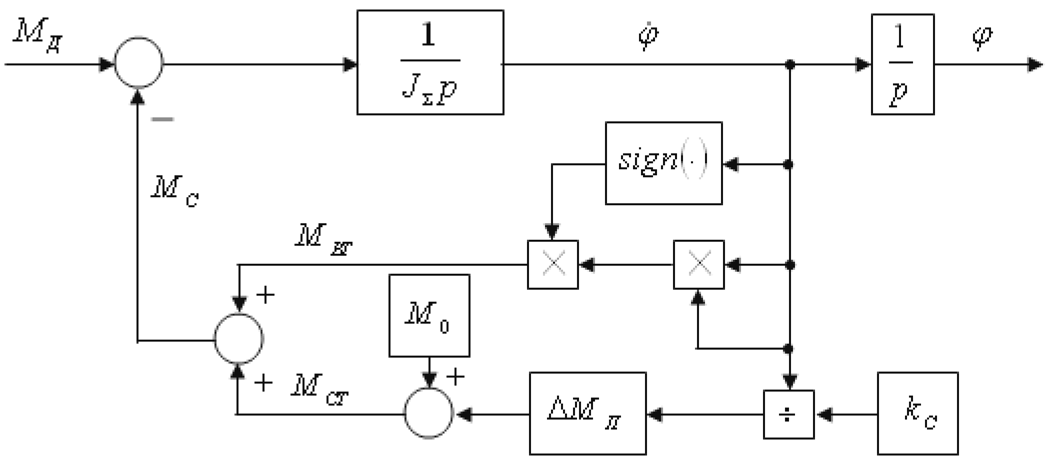


Рис. 1.2. Момент сопротивления: а) обобщённая математическая модель; б) зависимости моментов сухого и вязкого трения в функции скорости дебаланса (двигателя); в) вариант математической модели

При исследовании динамики ЭМС на ЭВМ сделаны следующие допущения:

- для СЭП двух- и многороторных виброустановок предполагается равенство характеристик моментов сопротивления всех роторов, т. е. $M_{C1}(\omega) = M_{C2}(\omega) = \ldots = M_{Cn}(\omega)$;
- в квазиустановившихся режимах, когда $\omega >> 0$ и $M_{BT} >> M_{CT}$, значением M_{CT} можно пренебречь.

На основании уравнений (1.18) – (1.20) и (1.24) на рис. 1.3 построена обобщённая динамическая структурная схема (ДСС) двухроторной вибрационной установки, где $T_{dY} = b_Y / c_Y$; $T_{dZ} = b_Z / c_Z$ - постоянные времени демпфирования пружинных виброизоляторов по соответствующим координатам.

1.2.2. ДСС механической части двухроторных виброустановок с поворотом осей и изменением длины валов дебалансных роторов

Повышение эффективности работы виброустановок во многом связано с расширением спектра возможных колебаний рабочего органа (платформы). Для получения пространственно распределенных вынуждающих сил и моментов для виброустановок рассматриваемого типа представляется целесообразным использовать конструкцию с поворотом осей вращения дебалансных роторов в вертикальной плоскости и изменением длины валов роторов.

Для анализа пространственных колебаний механической системы необходимо построить покоординатные математические модели по осям *Y*, *Z* и *X*. Вынуждающие силы, действующие в этих плоскостях, представляют собой соответствующие проекции пространственных сил. Движения механической системы в указанных плоскостях дают возможность синтезировать пространственные колебания виброплатформы, что может быть выполнено с помощью имитационного моделирования, например, в среде MATLAB-Simulink [17].

Расчетные кинематические схемы вибрационной установки с поворотом осей и изменением длины валов дебалансных роторов представлены на рис. 1.4. На основании данных схем запишем соответствующие дифференциальные уравнения для поступательных и угловых движений платформы двухроторной виброустановки по каждой оси.

1) Модель механической части виброустановки по оси Y

Уравнение поступательного движения платформы по оси *Y*

$$m_0 \ddot{y}_П + b_Y \dot{y}_П + c_Y y_П + m_0 g = F_{1Y} + F_{2Y}, \qquad (1.25)$$

где $F_{iY} = -F'_{iY} \cos\alpha_i$ - проекции вынуждающих сил на ось *Y*;

$F'_{iY} = m_Б \rho_Б \left[\ddot{\varphi}_{Бi} \sin\varphi_{Бi} + \dot{\varphi}^2_{Бi} \cos\varphi_{Бi} \right]$, причём 1-я составляющая учитывает тангенциальную силу, а 2-я составляющая – центробежную силу; $m_0 g$ - сила тяжести платформы; c_Y, b_Y - осевая жёсткость и демпфирование ПВ.

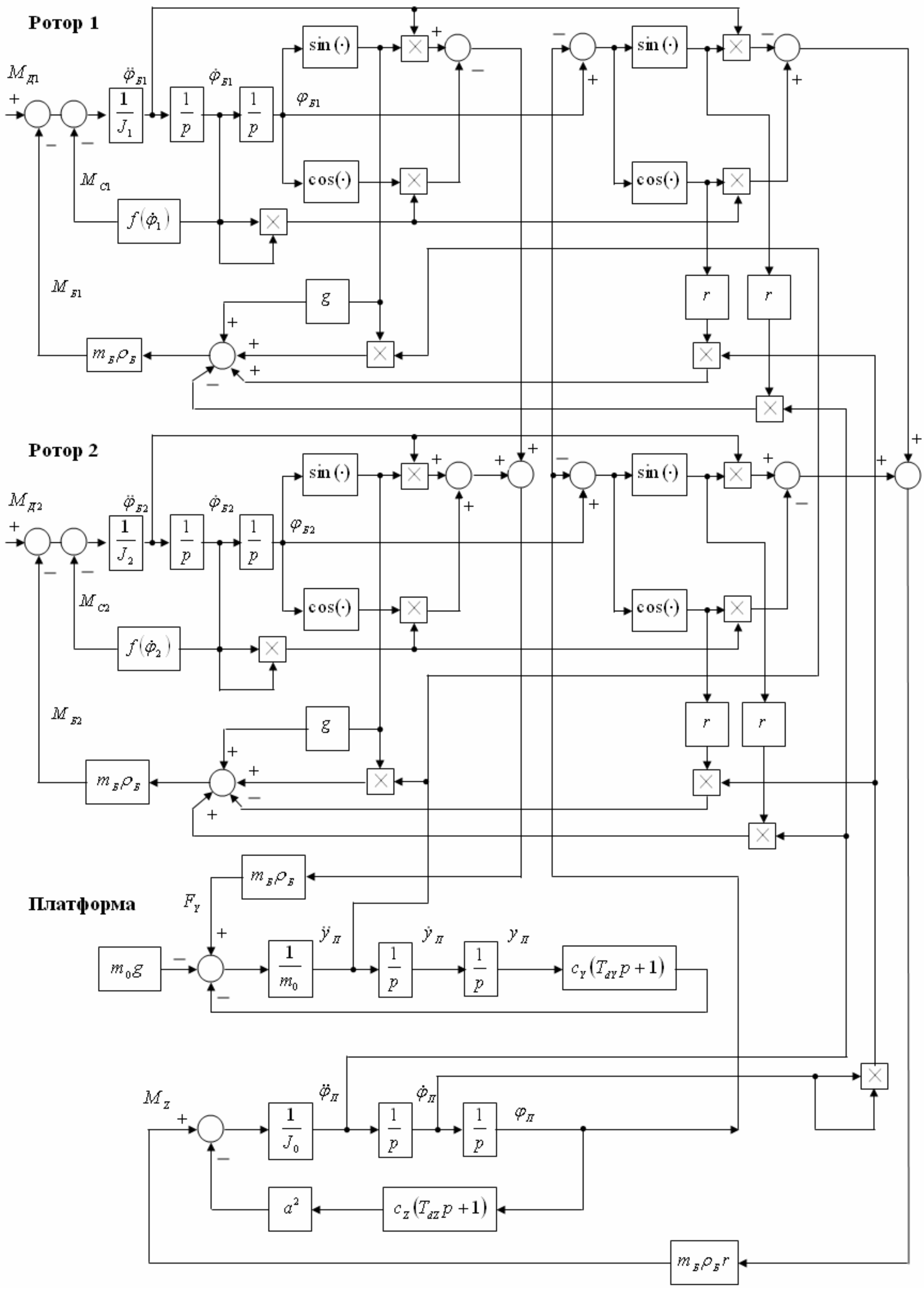


Рис. 1.3. Обобщённая ДСС механической части
двухроторной вибрационной установки

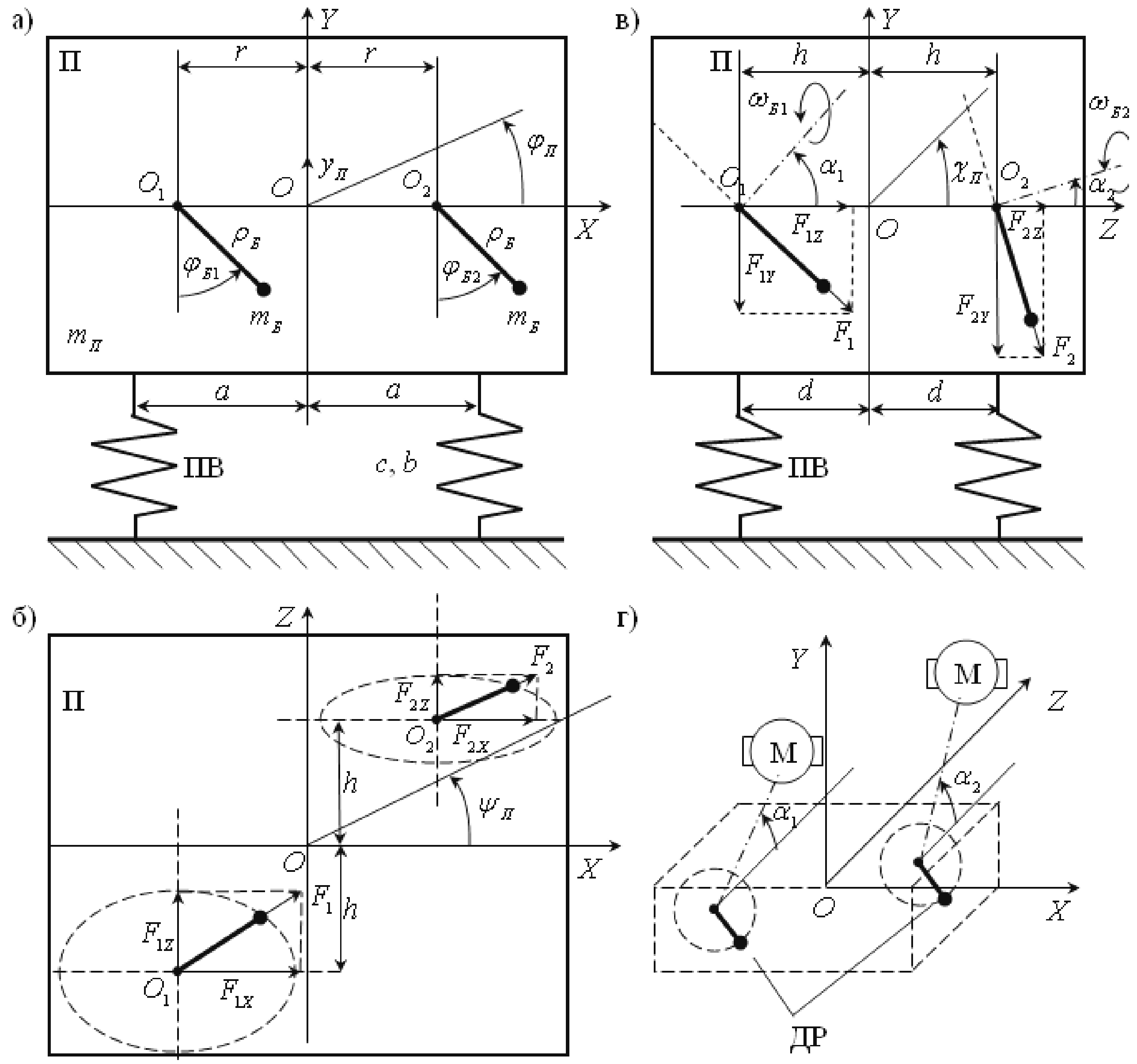


Рис. 1.4. Расчётные кинематические схемы виброустановки: а – вид спереди; б – вид сверху; в – вид сбоку; г – пространственное представление установки

Уравнение углового движения платформы относительно оси Y

$$J_{0Y}\ddot{\psi}_П + b_Z a^2\dot{\psi}_П + c_Z a^2\psi_П = M_{1Y} + M_{2Y}, \tag{1.26}$$

где $M_{iY} = M'_{iY}\sin\alpha_i$ - проекции вынуждающих моментов относительно оси Y;

$$M'_{iY} = m_Б\rho_Б r\left[\mp\ddot{\varphi}_{Бi}\sin(\varphi_{Бi}-\psi_П)\pm\dot{\varphi}^2_{Бi}\cos(\varphi_{Бi}-\psi_П)\right] +$$
$$+ m_Б\rho_Б h\left[\pm\ddot{\varphi}_{Бi}\cos(\varphi_{Бi}-\psi_П)\mp\dot{\varphi}^2_{Бi}\sin(\varphi_{Бi}-\psi_П)\right],$$

причём верхний знак из "+" "-" действителен для $i=1$, а нижний знак для $i=2$.

2) Модель механической части виброустановки по оси Z

Уравнение поступательного перемещения платформы по оси Z

$$m_0\ddot{z}_П + b_Z\dot{z}_П + c_Z z_П = F_{1Z} + F_{2Z}, \tag{1.27}$$

где $F_{iZ} = F'_{iZ} \sin\alpha_i$; $F'_{iZ} = m_Б \rho_Б \left[-\ddot{\varphi}_{Бi} \sin\varphi_{Бi} + \dot{\varphi}^2_{Бi} \cos\varphi_{Бi} \right]$; c_Z, b_Z - поперечная (тангенциальная) жёсткая и демпфирование ПВ.

Уравнение углового движения платформы относительно оси *Z*

$$J_{0Z}\ddot{\varphi}_П + b_Y a^2 \dot{\varphi}_П + c_Y a^2 \varphi_П = M_{1Z} + M_{2Z}, \tag{1.28}$$

где $M_{iZ} = M'_{iZ} \cos\alpha_i$; $M'_{iZ} = m_Б \rho_Б r \left[\pm \ddot{\varphi}_{Бi} \sin(\varphi_{Бi} - \varphi_П) \mp \dot{\varphi}^2_{Бi} \cos(\varphi_{Бi} - \varphi_П) \right]$.

3) Модель механической части виброустановки по оси X

Уравнение поступательного перемещения платформы по оси *X*

$$m_0 \ddot{x}_П + b_X \dot{x}_П + c_X x_П = F_{1X} + F_{2X}, \tag{1.29}$$

где $F_{iX} = m_Б \rho_Б \left[\ddot{\varphi}_{Бi} \cos\varphi_{Бi} + \dot{\varphi}^2_{Бi} \sin\varphi_{Бi} \right]$.

Уравнение углового движения платформы относительно оси *X*

$$J_{0X}\ddot{\chi}_П + b_Y d^2 \dot{\chi}_П + c_Y d^2 \chi_П = M_{1X} + M_{2X}, \tag{1.30}$$

где J_{0X} - момент инерции платформы относительно оси *X*;

$M_{iX} = M'_{iX} \cos\alpha_i$ - вынуждающие моменты относительно оси *X*;

$M'_{iX} = m_Б \rho_Б h \left[\mp \ddot{\varphi}_{Бi} \sin(\varphi_{Бi} - \chi_П) \pm \dot{\varphi}^2_{Бi} \cos(\varphi_{Бi} - \chi_П) \right]$.

4) Уравнения движения дебалансных роторов

$$J_i \ddot{\varphi}_{Бi} = M_{Дi} - M_{Ci} - M_{Бi}, \tag{1.31}$$

где $M_{Дi}$ - моменты приводных электродвигателей; M_{Ci} - моменты сопротивления ДР вследствие сухого и вязкого трения; $M_{Бi} = M_{БiZ} \cos\alpha_i + M_{БiY} \sin\alpha_i + M_{БiX} \cos\alpha_i$ - гармонические моменты сопротивления дебалансов, обусловленные их пространственным положением и реакцией платформы, причём

$M_{БiZ} = m_Б \rho_Б \left[\ddot{y}_П \sin\varphi_{Бi} + g \sin\varphi_{Бi} - r\left(\ddot{\varphi}_П \sin(\varphi_{Бi} - \varphi_П) - \dot{\varphi}^2_П \cos(\varphi_{Бi} - \varphi_П) \right) \right]$;

$M_{БiY} = m_Б \rho_Б \left[\ddot{z}_П \sin\varphi_{Бi} - r\left(\ddot{\psi}_П \sin(\varphi_{Бi} - \psi_П) - \dot{\psi}^2_П \cos(\varphi_{Бi} - \psi_П) \right) \right]$;

$M_{БiX} = m_Б \rho_Б \left[\ddot{x}_П \cos\varphi_{Бi} - h\left(\ddot{\chi}_П \sin(\varphi_{Бi} - \chi_П) - \dot{\chi}^2_П \cos(\varphi_{Бi} - \chi_П) \right) \right]$.

На основании уравнений (1.25) – (1.31) можно построить динамическую структурную схему (ДСС) механической части двухроторной виброустановки в координатных осях *X*, *Y*, *Z* с соответствующими движениями платформы $x_П$, $\chi_П$, $y_П$, $\psi_П$, $z_П$, $\varphi_П$. Подобная ДСС является достаточно сложной для непосредственного анализа, поэтому для обеспечения физической наглядности её необходимо представить в виде нескольких взаимосвязанных подсистем (модулей). В данном случае представляется рациональным выделить ДСС дебалансов и ДСС платформы по каждой из координат, тогда математическая модель механической части виброустановки примет вид, показанный на рис. 1.5.

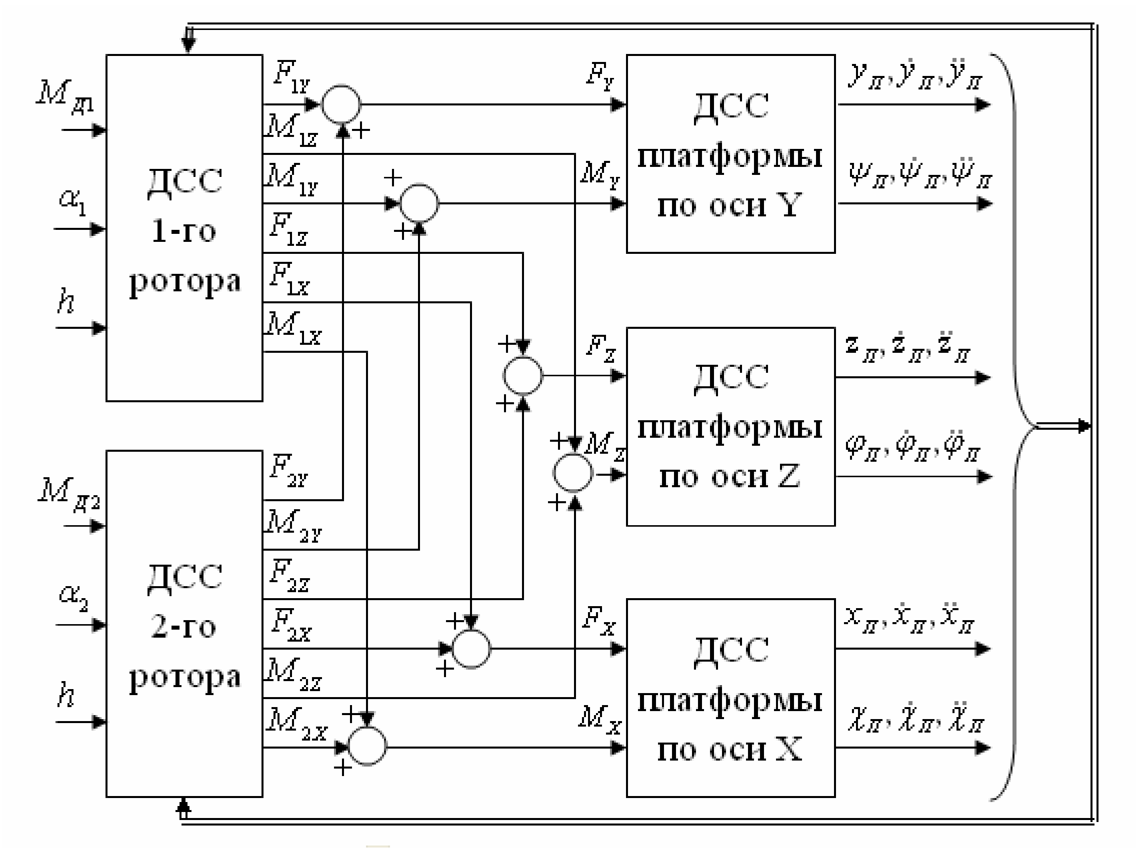


Рис. 1.5. Математическая модель взаимосвязанной механической системы двухроторной виброустановки с поворотом осей и изменением длины валов дебалансных роторов

1.3. Математические модели механической части трёхроторных вибрационных виброустановок

1.3.1. ДСС механической части виброустановки с ортогональным расположением роторов

Расчетные кинематические схемы рассматриваемой вибрационной установки (ВУ) показаны на рис. 1.6. Она представляет собой виброплатформу на четырех виброизоляторах с тремя дебалансными роторами, оси вращения которых расположены по координатам Z, Y и X соответственно. При этом дебаланс ДР1 генерирует вынуждающие колебания в плоскости YX, дебаланс ДР2 – в плоскости ZX, дебаланс ДР3 – в плоскости YZ.

На рис. 1.6 обозначены: $m_Б$, $\rho_Б$, $\varphi_{Бi}$ - массы, радиусы инерции и углы поворота ДР; $m_П$, $x_П$, $y_П$, $z_П$, $\chi_П$ $\varphi_П$, $\psi_П$ - масса, линейные и угловые перемещения платформы; F_i - вынуждающие силы ДР, $i = 1,2,3$ - номер дебаланса; M_i - приводные электродвигатели; c, b - эквивалентная жесткость и демпфирование пружинных виброизоляторов (ПВ); $m_0 = m_П + 3m_Б$ - общая масса платформы с дебалансами.

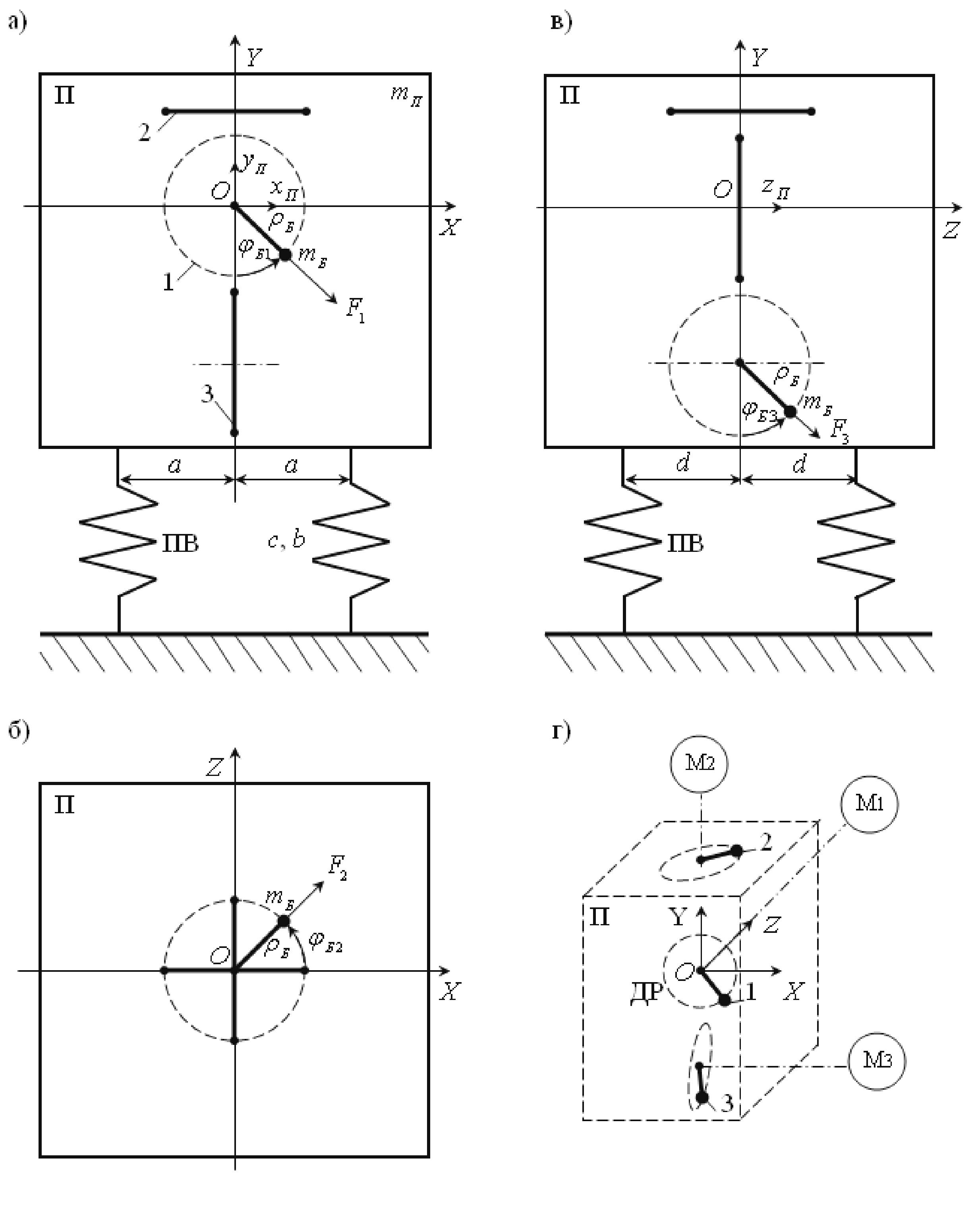


Рис. 1.6. Расчётные кинематические схемы трёхроторной виброустановки с ортогональным расположением роторов:
а – вид спереди; б – вид сверху; в – вид сбоку; г – пространственное представление.

Управляя скоростью и угловым рассогласованием дебалансов, можно получить определенный спектр пространственных колебаний виброплатформы. Следует отметить, что при данной структуре вибросистемы достигается управляемость линейными (поступательными) колебаниями платформы (П) по указанным координатам в диапазоне $y_{П\min} < y_П < y_{П\max}$; $z_{П\min} < z_П < z_{П\max}$; $x_{П\min} < x_П < x_{П\max}$, причем $y_{П\min}$, $z_{П\min}$, $x_{П\min}$ получаются при противофазном движении роторов по соответствующим координатам, а $y_{П\max}$, $z_{П\max}$, $x_{П\max}$ - при синфазном движении с достижением удвоенной амплитуды колебаний по отношению к однороторным ВУ. $y_{П\min}$, $z_{П\min}$, $x_{П\min}$ могут приближаться к нулевым значениям, что выгодно отличает трёхроторную установку от однороторной, где в диапазоне рабочих частот $\omega = (0{,}7...0{,}9)\omega_{уп}$ ($\omega_{уп}$ - резонансная частота упругих колебаний платформы) амплитуды колебаний определяются резонансной характеристикой ВУ.

Запишем уравнения динамики механической системы по координатным осям.

Уравнение поступательного перемещения платформы по оси Y

$$m_0\ddot{y}_П + b_Y\dot{y}_П + c_Y y_П + m_0 g = F_{1Y} + F_{3Y}, \tag{1.32}$$

где F_{1Y}, F_{3Y} - проекции сил F_1 и F_3 на ось Y; $m_0 = m_П + 3m_Б$ - общая масса платформы с дебалансами; c_Y, b_Y - продольная (осевая) жёсткость и демпфирование ПВ; $m_0 g$ - сила тяжести платформы;

$$\left.\begin{aligned} F_{1Y} &= m_Б\rho_Б(\ddot{\varphi}_{Б1}\sin\varphi_{Б1} - \dot{\varphi}_{Б1}^2\cos\varphi_{Б1}) \\ F_{3Y} &= m_Б\rho_Б(\ddot{\varphi}_{Б3}\sin\varphi_{Б3} - \dot{\varphi}_{Б3}^2\cos\varphi_{Б3}) \end{aligned}\right\}, \tag{1.33}$$

причём 1-я составляющая учитывает тангенциальную силу, а 2-я составляющая – центробежную силу.

Уравнение поступательного перемещения платформы по оси Z

$$m_0\ddot{z}_П + b_Z\dot{z}_П + c_Z z_П = F_{2Z} + F_{3Z}, \tag{1.34}$$

где c_Z, b_Z - поперечная (тангенциальная) жёсткость и демпфирование ПВ;

$$\left.\begin{aligned} F_{2Z} &= m_Б\rho_Б(\ddot{\varphi}_{Б2}\cos\varphi_{Б2} + \dot{\varphi}_{Б2}^2\sin\varphi_{Б2}) \\ F_{3Z} &= m_Б\rho_Б(\ddot{\varphi}_{Б3}\cos\varphi_{Б3} + \dot{\varphi}_{Б3}^2\sin\varphi_{Б3}) \end{aligned}\right\}. \tag{1.35}$$

Уравнение поступательного перемещения платформы по оси X

$$m_0\ddot{x}_П + b_X\dot{x}_П + c_X x_П = F_{1X} + F_{2X}, \tag{1.36}$$

где $c_X = c_Z, b_X = b_Z$ - поперечная (тангенциальная) жёсткость и демпфирование ПВ;

$$\left.\begin{aligned} F_{1X} &= m_Б\rho_Б(\ddot{\varphi}_{Б1}\cos\varphi_{Б1} + \dot{\varphi}_{Б1}^2\sin\varphi_{Б1}) \\ F_{2X} &= m_Б\rho_Б(\ddot{\varphi}_{Б2}\sin\varphi_{Б2} + \dot{\varphi}_{Б2}^2\cos\varphi_{Б2}) \end{aligned}\right\}. \tag{1.37}$$

Уравнения движения дебалансных роторов

$$J_i\ddot{\varphi}_{Бi} = M_{Дi} - M_{Ci} - M_{Бi},\ (i=1,2,3) \tag{1.38}$$

где $J_i = J_{Бi} + m_Б\rho_Б^2$ - моменты инерции дебалансов, приведённые к валам двигателей; $J_{Бi}$ - центральные моменты инерции дебалансов относительно собственных осей; $M_{Дi}$ - моменты приводных электродвигателей; M_{Ci} - моменты сопротивления ДР вследствие сухого и вязкого трения; $M_{Бi}$ - гармонические моменты сопротивления дебалансов, обусловленные их пространственным положением и реакцией платформы, причём

$$M_{Б1} = m_Б\rho_Б(\ddot{y}_П \sin\varphi_{Б1} + \ddot{x}_П \cos\varphi_{Б1} + g\sin\varphi_{Б1});$$

$$M_{Б2} = m_Б\rho_Б(\ddot{z}_П \cos\varphi_{Б2} + \ddot{x}_П \sin\varphi_{Б2});$$

$$M_{Б3} = m_Б\rho_Б(\ddot{y}_П \sin\varphi_{Б3} + \ddot{z}_П \cos\varphi_{Б3} + g\sin\varphi_{Б3}).$$

На основе уравнений (1.32) – (1.38) можно построить динамическую структурную схему (ДСС) механической части трёхроторной виброустановки в координатных осях X, Y, Z с соответствующими движениями платформы $x_П$, $y_П$, $z_П$ (рис. 1.7), где выделены основные модули ДСС - подсистемы дебалансов и платформы по каждой из координат.

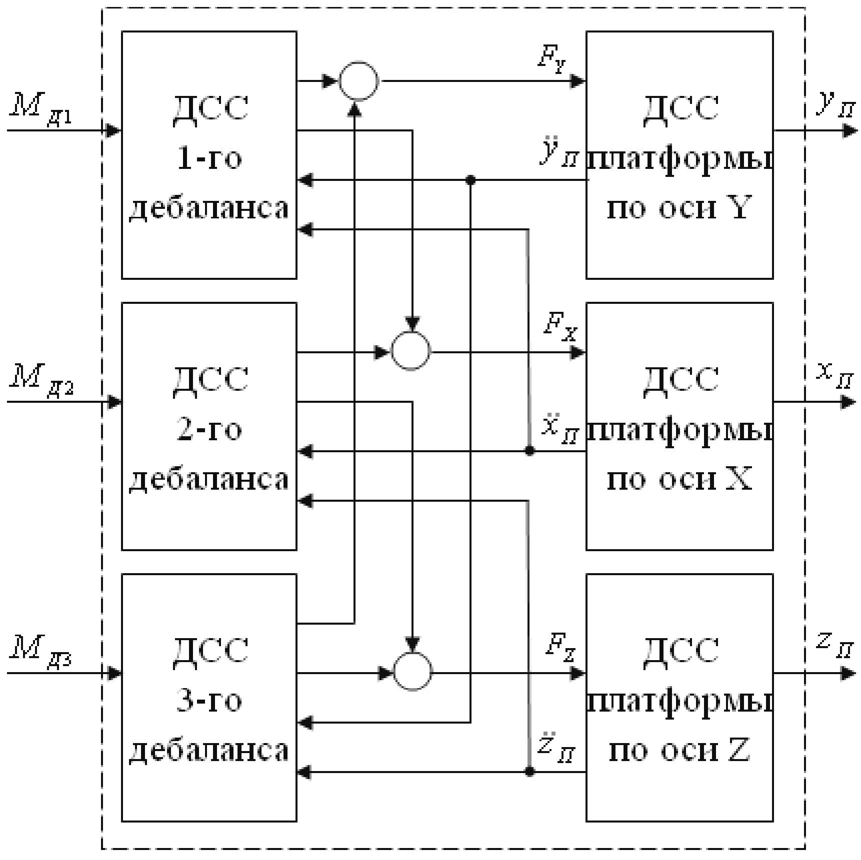


Рис. 1.7. Динамическая структурная схема механической части трёхроторной вибрационной установки

1.3.2. ДСС механической части виброустановки со средним поворотным ротором

В п. 1.2.2 были рассмотрены двухроторные виброустановки (ВУ) с поворотными в вертикальной плоскости осями дебалансных роторов, что позволило генерировать пространственные колебания виброплатформы. Аналогичные режимы можно получить в трёхроторной ВУ со средним поворотным ротором.

На рис. 1.8 показана расчётная кинематическая схема ВУ, где введены обозначения: 1, 2, 3 – дебалансные роторы (ДР); $\rho_б, m_{бi}, \varphi_{бi}$ – радиус инерции, масса и углы поворота ДР соответственно, α_3 – угол наклона оси среднего ротора ($0^0 \le \alpha_3 \le 90^0$); П – платформа; $m_П, x_П, y_П, z_П, \varphi_П$,– масса, линейны (по координатам X, Y, Z) и угловые (в плоскости XY) колебания платформы; ПВ – пружинные виброизоляторы; c, b – коэффициенты жесткости и демпфирования ПВ; a, r – конструктивные параметры ВУ; роторы 1, 2 с горизонтальными осями ($\alpha_{1,2} = 0^0$), ротор 3 может занимать положение от вертикального

($\alpha_3 = 0^0$) до горизонтального ($\alpha_3 = 90^0$).

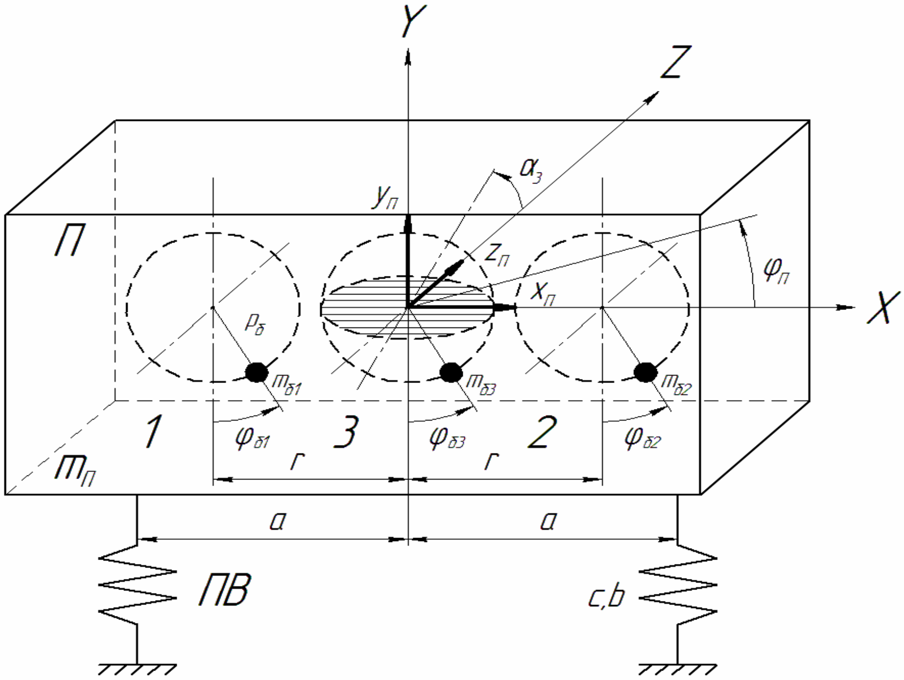


Рис. 1.8. Расчётная кинематическая схема трёхроторной виброустановки со средним поворотным ротором

Запишем уравнения динамики ВУ по координатным осям.

Уравнение поступательного перемещения П по оси Y

$$m_0 \ddot{y}_П + b_y \dot{y}_П + c_y y_П + m_0 g = F_{1Y} + F_{2Y} + F_{3Y} \cos\alpha_3, \quad (1.39)$$

где $m_0 = m_П + 3m_б$; c_Y, b_Y - осевая жёсткость и демпфирование ПВ; $F_{iY} = -m_б\rho_б(\ddot{\varphi}_{бi}\sin\varphi_{бi} - \dot{\varphi}_{бi}^2\cos\varphi_{бi})$, - проекции вынуждающих сил на ось Y, причём 1-е слагаемое – тангенциальная сила, а 2-е слагаемое – центробежная сила; $i = 1, 2, 3$.

Уравнение поступательного перемещения П по оси Z

$$m_0\ddot{z}_П + b_z\dot{z}_П + c_z z_П = F_{3z}, \tag{1.40}$$

где c_Z, b_Z- поперечная (тангенциальная) жёсткость и демпфирование ПВ; $F_{3Z} = m_б\rho_б(-\ddot{\varphi}_{б3}\sin\varphi_{б3} + \dot{\varphi}_{б3}^2\cos\varphi_{б3})\sin\alpha_3$.

Уравнение углового движения П относительно оси Z

$$J_{0Z}\ddot{\varphi}_П + b_y a^2\dot{\varphi}_П + c_Y a^2\varphi_П = M_{1Z} + M_{2Z}, \tag{1.41}$$

где $J_{0Z} = J_{ПZ} + 2m_б r^2$ - общий момент инерции П; $M_{iZ} = m_б\rho_б r[\mp\ddot{\varphi}_{бi}\sin(\varphi_{бi} - \varphi_П) \pm \dot{\varphi}_{бi}^2\cos(\varphi_{бi} - \varphi_П)]$; $i = 1, 2$, причём верхний знак из «+» «-» действителен для $i = 1$, а нижний знак для $i = 2$.

Уравнение поступательного перемещения П по оси X

$$m_0\ddot{x}_П + b_X\dot{x}_П + c_X x_П = F_{1X} + F_{2X} + F_{3X}, \tag{1.42}$$

где $F_{iX} = m_б\rho_б(\ddot{\varphi}_{бi}\cos\varphi_{бi} + \dot{\varphi}_{бi}^2\sin\varphi_{бi}), \quad i = 1, 2, 3$

Уравнения движения дебалансных роторов

$$J_i\ddot{\varphi}_{бi} = M_{Дi} - M_{Ci} - M_{бi}, \tag{1.43}$$

где $J_i = J_{бi} + m_б\rho_б^2$ - моменты инерции ДР, приведённые к валам двигателей; $J_{бi}$ - центральные моменты инерции ДР; $M_{Дi}$ - моменты приводных электродвигателей; M_{Ci}- моменты сопротивления ДР вследствие сухого и вязкого трения; $M_{бi} = M_{бiZ}$, ($i = 1, 2$) – гармонические моменты сопротивления ДР;

$$M_{бiZ} = m_б\rho_б[\ddot{y}_П\sin\varphi_{бi} + g\sin\varphi_{бi} - r(\ddot{\varphi}_П\sin(\varphi_{бi} - \varphi_П) - \dot{\varphi}_П^2\cos(\varphi_{бi} - \varphi_П))].$$

На основании уравнений (1.39)…(1.43) можно построить динамическую структурную схему (ДСС) механической части рассматриваемой ВУ в координатных осях X, Y, Z с соответствующими движениями П $x_П, y_П, z_П$ и $\varphi_П$ (см. п. 2.3.2).

1.4. Математические модели механической части четырехроторных вибрационных установок

Расчетные кинематические схемы четырехроторных ВУ (вид спереди, сверху и сбоку) представлены на рис. 1.9, где обозначены: 1,…,4 – роторы; $m_б, m_П$ - массы дебалансов и платформы (П); $\rho_б$, $\varphi_{бi}$, F_i - радиусы инерции, углы поворота и вынуждающие силы ДР; $\varphi_П, \psi_П, \chi_П$ - углы поворота П относительно осей *Z, Y, X;* c, b - эквивалентная жесткость и демпфирование пружинных виброизоляторов (ПВ). Пары ДР расположены симметрично относительно центра инерции ВУ, а их оси направлены так, чтобы получить гармонические колебания П по координатам $y_П$, $z_П$, $x_П$, $\varphi_П$, $\psi_П$, $\chi_П$. Управляя скоростью и взаимным расположением ДР, можно получить определенный спектр пространственных колебаний виброплатформы с регулируемыми амплитудами $y_{П\min} < y_П < y_{П\max}$; $z_{П\min} < z_П < z_{П\max}$; $x_{П\min} < x_П < x_{П\max}$, причём минимальные (нулевые) значения получаются при противофазном, а максимальные – при синфазном вращении роторов по соответствующим координатам.

Для получения динамических моделей ВУ используются уравнения Лагранжа 2-го рода, на основании которых строятся сепаратные модели механической части установок по координатным осям Y, Z, X. Пространственные модели ВУ формируются при имитационном моделировании в программной среде Matlab - Simulink.

1.4.1. ДСС механической части виброустановки с прямоугольным расположением роторов

Вначале рассмотрим динамику ВУ с прямоугольным расположением ДР (рис. 1.9,а).

Уравнение поступательного движения платформы по оси Y

$$m_0\ddot{y}_П + b_y\dot{y}_П + c_y y_П + m_0 g = F_{1Y} + F_{2Y} + F_{3Y} + F_{4Y}, \qquad (1.44)$$

где F_{iY} - проекции вынуждающих сил F_i ($i = 1,..., 4$) на ось Y;

$F_{iY} = m_Б \rho_Б (\ddot{\varphi}_{Бi} \sin\varphi_{Бi} - \dot{\varphi}^2_{Бi} \cos\varphi_{Бi})$; $m_0 = m_П + 4m_Б$ - общая масса платформы с дебалансами; $m_0 g$ - сила тяжести платформы; c_Y, b_Y - продольная (осевая) жесткость и демпфирование ПВ.

Уравнение углового движения платформы относительно оси Y

$$J_{0Y}\ddot{\psi}_П + b_z a^2\dot{\psi}_П + c_z a^2\psi_П = M_{1Y} + M_{2Y} + M_{3Y} + M_{4Y}, \qquad (1.45)$$

где $J_{0Y} = J_{ПY} + 2m_Б r^2 + 2m_Б h^2$ – общий момент инерции платформы;

M_{iY} - проекции вынуждающих моментов относительно оси Y;

$$M_{1Y} = m_Б\rho_Б h[-\ddot{\varphi}_{Б1}\sin(\varphi_{Б1} + \varphi_П) - \dot{\varphi}^2_{Б1}\cos(\varphi_{Б1} + \varphi_П)];$$

$$M_{2Y} = m_Б\rho_Б h[\ddot{\varphi}_{Б2}\sin(\varphi_{Б2} + \varphi_П) + \dot{\varphi}^2_{Б2}\cos(\varphi_{Б2} + \varphi_П)];$$

$$M_{3Y} = m_Б\rho_Б r[-\ddot{\varphi}_{Б3}\sin(\varphi_{Б3} + \chi_П) - \dot{\varphi}^2_{Б3}\cos(\varphi_{Б3} + \chi_П)];$$

$$M_{4Y} = m_Б\rho_Б r[\ddot{\varphi}_{Б4}\sin(\varphi_{Б4} + \chi_П) + \dot{\varphi}^2_{Б4}\cos(\varphi_{Б4} + \chi_П)];$$

где c_z, b_z -поперечная (тангенциальная) жесткость и демпфирование ПВ.

Уравнение поступательного перемещения платформы по оси Z

$$m_0\ddot{z}_П + b_z\dot{z}_П + c_z z_П = F_{3z} + F_{4z} \qquad (1.46)$$

где $F_{iZ} = m_Б\rho_Б[\ddot{\varphi}_{Бi}\cos\varphi_{Бi} + \dot{\varphi}^2_{Бi}\sin\varphi_{Бi}]$, ($i = 3, 4$).

Уравнение углового движения платформы по оси Z

$$J_{0Z}\ddot{\varphi}_П + b_y a^2\dot{\varphi}_П + c_Y a^2\varphi_П = M_{3Z} + M_{4Z}, \qquad (1.47)$$

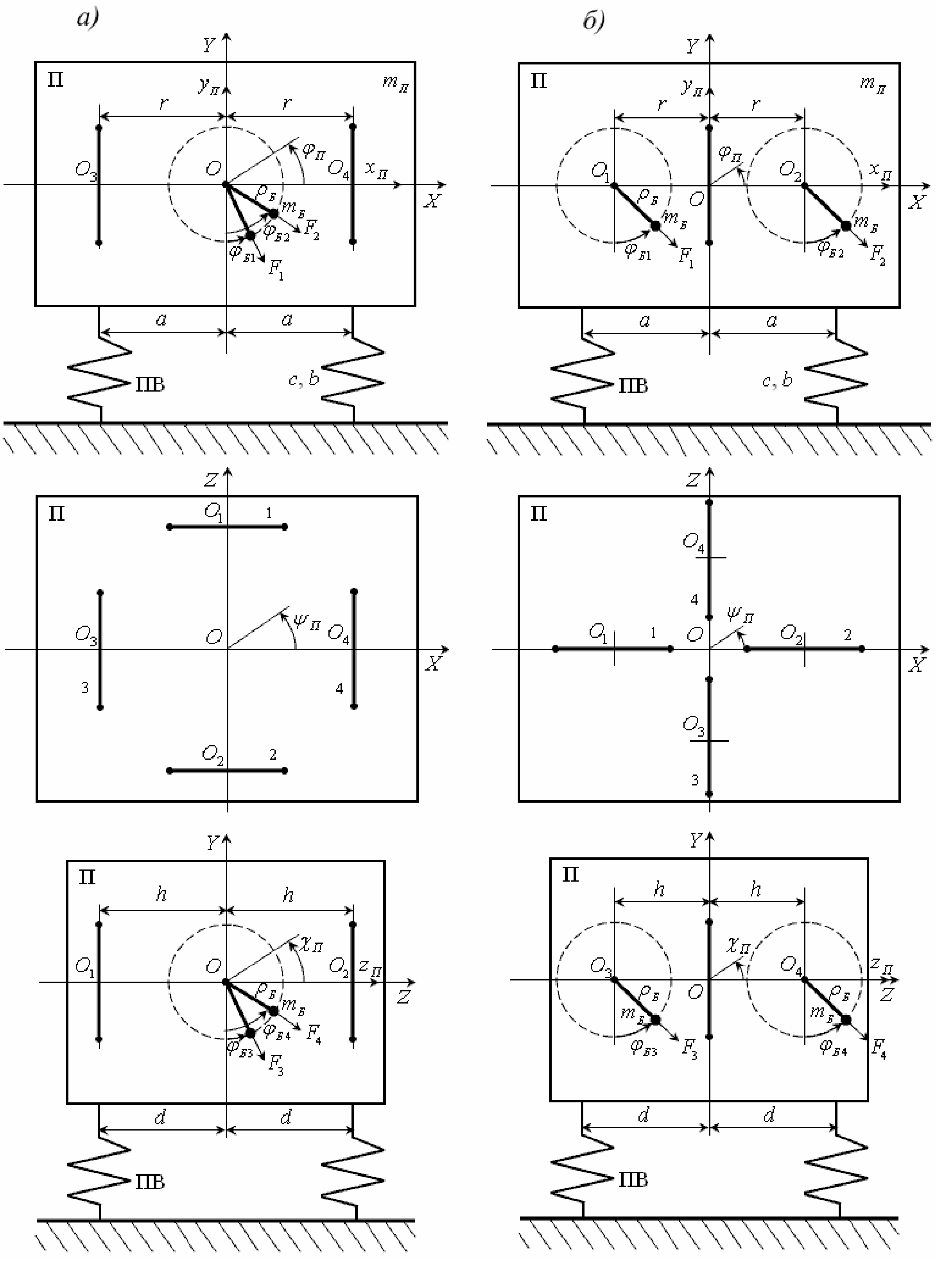


Рис. 1.9. Расчетные кинематические схемы четырёхроторных виброустановок: а - схема с прямоугольным расположением ДР; б - схема с крестообразным расположением ДР.

где
$J_{0Z} = J_{\Pi Z} + 2m_Б r^2 + 2m_Б \rho^2$; $M_{iZ} = m_Б \rho_Б r[\mp\ddot{\varphi}_{Бi} \sin(\varphi_{Бi} + \chi_\Pi) \pm \dot{\varphi}_{Бi}{}^2 \cos(\varphi_{Бi} + \chi_\Pi)]$,
верхний знак действителен для $i = 3$, нижний для $i = 4$.

Уравнение поступательного перемещения платформы по оси X

$$m_0 \ddot{x}_\Pi + b_X \dot{x}_\Pi + c_X x_\Pi = F_{1X} + F_{2X}, \qquad (1.48)$$

где $F_{iX} = m_Б \rho_Б (\ddot{\varphi}_{Бi} \cos\varphi_{Бi} + \dot{\varphi}^2_{Бi} \sin\varphi_{Бi})$.

Уравнение углового движения платформы относительно оси X

$$J_{0X} \ddot{\chi}_\Pi + b_y d^2 \dot{\chi}_\Pi + c_Y d^2 \chi_\Pi = M_{1X} + M_{2X}, \qquad (1.49)$$

где
$J_{0X} = J_{\Pi X} + 2m_Б h^2 + 2m_Б \rho^2$; $M_{iX} = m_Б \rho_Б h[\mp\ddot{\varphi}_{Бi} \sin(\varphi_{Бi} + \varphi_\Pi) \pm \dot{\varphi}^2_{Бi} \cos(\varphi_{Бi} + \varphi_\Pi)]$,
верхний знак действителен для $i = 1$, нижний для $i = 2$.

Уравнения движения дебалансных роторов

$$J_i \ddot{\varphi}_{Бi} = M_{Дi} - M_{Ci} - M_{Бi}, \quad (i = 1,...4) \qquad (1.50)$$

где $J_i = J_{Бi} + m_Б \rho^2_Б$ - моменты инерции дебалансов, приведенные к валам двигателей; $M_{Дi}$ - моменты приводных электродвигателей; M_{ci} -моменты сопротивления ДР вследствие сухого и вязкого трения; $M_{Бi}$ - гармонические моменты сопротивления дебалансов, причем

$$M_{Б1} = m_Б \rho_Б [\ddot{y}_\Pi \sin\varphi_{Б1} + \ddot{x}_\Pi \cos\varphi_{Б1} + g \sin\varphi_{Б1} - h(\ddot{\psi}_\Pi \cos\varphi_{Б1} + \ddot{\chi}_\Pi \sin\varphi_{Б1})];$$
$$M_{Б2} = m_Б \rho_Б [\ddot{y}_\Pi \sin\varphi_{Б2} + \ddot{x}_\Pi \cos\varphi_{Б2} + g \sin\varphi_{Б2} + h(\ddot{\psi}_\Pi \cos\varphi_{Б2} + \ddot{\chi}_\Pi \sin\varphi_{Б2})];$$
$$M_{Б3} = m_Б \rho_Б [\ddot{y}_\Pi \sin\varphi_{Б3} + \ddot{z}_\Pi \cos\varphi_{Б3} + g \sin\varphi_{Б3} - r(\ddot{\psi}_\Pi \cos\varphi_{Б3} + \ddot{\varphi}_\Pi \sin\varphi_{Б3})];$$
$$M_{Б4} = m_Б \rho_Б [\ddot{y}_\Pi \sin\varphi_{Б4} + \ddot{z}_\Pi \cos\varphi_{Б4} + g \sin\varphi_{Б4} + r(\ddot{\psi}_\Pi \cos\varphi_{Б4} + \ddot{\varphi}_\Pi \sin\varphi_{Б4})].$$

1.4.2. ДСС механической части виброустановки с крестообразным расположением роторов

В схеме ВУ с крестообразным расположением роторов (рис.1.9,б) некоторые уравнения динамики претерпят изменения. В частности, угловое движение платформы относительно оси Y будет отсутствовать. Уравнение углового движения платформы относительно оси Z примет вид

$$J_{0Z} \ddot{\varphi}_\Pi + b_Y a^2 \dot{\varphi}_\Pi + c_Y a^2 \varphi_\Pi = M_{1Z} + M_{2Z}, \qquad (1.51)$$

где $J_{0Z} = J_{\Pi Z} + 2m_Б r^2$; $M_{iZ} = m_Б \rho_Б r[\pm\ddot{\varphi}_{Бi} \sin(\varphi_{Бi} - \varphi_\Pi) \mp \dot{\varphi}^2_{Бi} \cos(\varphi_{Бi} - \varphi_\Pi)]$,
верхний знак действителен для $i = 1$, нижний для $i = 2$.

Уравнение углового движения платформы относительно оси X будет

$$J_{0X} \ddot{\chi}_\Pi + b_Y d^2 \dot{\chi}_\Pi + c_Y d^2 \chi_\Pi = M_{3X} + M_{4X}, \qquad (1.52)$$

где $J_{0X} = J_{\Pi X} + 2m_Б h^2$; $M_{iX} = m_Б \rho_Б h[\mp\ddot{\varphi}_{Бi} \sin(\varphi_{Бi} - \chi_\Pi) \pm \dot{\varphi}^2_{Бi} \cos(\varphi_{Бi} - \chi_\Pi)]$.

Соответственно уравнения движения ДР станут

$$M_{Б1} = m_Б \rho_Б [\ddot{y}_\Pi \sin\varphi_{Б1} + \ddot{x}_\Pi \cos\varphi_{Б1} + g \sin\varphi_{Б1} - r(\ddot{\varphi}_\Pi \sin(\varphi_{Б1} - \varphi_\Pi) - \dot{\varphi}^2_\Pi \cos(\varphi_{Б1} - \varphi_\Pi))];$$
$$M_{Б2} = m_Б \rho_Б [\ddot{y}_\Pi \sin\varphi_{Б2} + \ddot{x}_\Pi \cos\varphi_{Б2} + g \sin\varphi_{Б2} - r(-\ddot{\varphi}_\Pi \sin(\varphi_{Б2} - \varphi_\Pi) - \dot{\varphi}^2_\Pi \cos(\varphi_{Б2} - \varphi_\Pi))];$$
$$M_{Б3} = m_Б \rho_Б [\ddot{y}_\Pi \sin\varphi_{Б3} + \ddot{z}_\Pi \cos\varphi_{Б3} + g \sin\varphi_{Б3} - h(\ddot{\chi}_\Pi \sin(\varphi_{Б3} - \chi_\Pi) - \dot{\chi}^2_\Pi \cos(\varphi_{Б3} - \chi_\Pi))];$$
$$M_{Б4} = m_Б \rho_Б [\ddot{y}_\Pi \sin\varphi_{Б4} + \ddot{z}_\Pi \cos\varphi_{Б4} + g \sin\varphi_{Б4} - h(-\ddot{\chi}_\Pi \sin(\varphi_{Б4} - \chi_\Pi) - \dot{\chi}^2_\Pi \cos(\varphi_{Б4} - \chi_\Pi))].$$

На основании уравнений (1.44) - (1.52) можно построить обобщенную динамическую структурную схему (ДСС) механической части четырехроторных ВУ в координатных осях Y, Z, X с соответствующими движениями платформы $y_П$, $\psi_П$, $z_П$, $\varphi_П$, $x_П$, $\chi_П$ (см. п. 2.4).

1.5. Математические модели механической части шестироторных виброустановок

Расчетные кинематические схемы шестироторной вибрационной установки представлены на рис. 1.10. Она представляет собой виброплатформу П на виброизоляторах ПВ с шестью дебалансными роторами ДР, попарно расположенными в ортогональных плоскостях. При этом пара ДР1-ДР2 генерирует вынуждающие колебания в плоскости YX, пара ДР3-ДР4 – в плоскости ZX, пара ДР5-ДР6 – в плоскости YZ. Управляя скоростью и угловым положением дебалансов, можно регулировать линейные и угловые колебания виброплатформы в диапазоне

$$y_{П\min} < y_П < y_{П\max};\ z_{П\min} < z_П < z_{П\max};\ x_{П\min} < x_П < x_{П\max};$$

$$\varphi_{П\min} < \varphi_П < \varphi_{П\max};\ \psi_{П\min} < \psi_П < \psi_{П\max};\ \chi_{П\min} < \chi_П < \chi_{П\max},$$

причем $y_{П\min}$, $z_{П\min}$, $x_{П\min}$ получаются при попарно противофазном движении роторов по соответствующим координатам (при этом наблюдаются максимальные значения $\varphi_{П\max}$; $\psi_{П\max}$; $\chi_{П\max}$), а $y_{П\max}$, $z_{П\max}$, $x_{П\max}$ - при попарно синфазном движении с достижением удвоенной амплитуды колебаний по отношению к двухроторной ВУ (при этом имеют место $\varphi_{П\min}$; $\psi_{П\min}$; $\chi_{П\min}$). Минимальные амплитуды линейных и угловых колебаний могут приближаться к нулевым значениям.

1) Модель механической части виброустановки по оси Y

Уравнение поступательного движения платформы по оси *Y*

$$m_0\ddot{y}_П + b_Y\dot{y}_П + c_Y y_П + m_0 g = F_{1Y} + F_{2Y} + F_{5Y} + F_{6Y}, \tag{1.53}$$

где F_{iY}, F_{jY} - проекции вынуждающих сил F_1, F_2, F_5, F_6 на ось *Y*;

$F_{iY} = m_Б\rho_Б(\ddot{\varphi}_{Бi}\sin\varphi_{Бi} - \dot{\varphi}_{Бi}^2\cos\varphi_{Бi})$, $(i = 1, 2)$;

$F_{jY} = m_Б\rho_Б(\ddot{\varphi}_{Бj}\sin\varphi_{Бj} - \dot{\varphi}_{Бj}^2\cos\varphi_{Бj})$, $(j = 5, 6)$,

причём 1-я составляющая учитывает тангенциальную силу, а 2-я составляющая – центробежную силу; $m_0 = m_П + 6m_Б$ - общая масса платформы с дебалансами; $m_0 g$ - сила тяжести платформы; c_Y, b_Y - продольная (осевая) жёсткость и демпфирование ПВ.

Уравнение углового движения платформы относительно оси *Y*

$$J_{0Y}\ddot{\psi}_П + b_Z a^2\dot{\psi}_П + c_Z a^2\psi_П = M_{3Y} + M_{4Y}, \tag{1.54}$$

где J_{0Y} -общий момент инерции платформы; $J_{0Y} = J_{ПY} + 2m_Б r^2 + 2m_Б l^2 + 2m_Б h^2$; M_{3Y}, M_{4Y} - проекции вынуждающих моментов относительно оси Y;

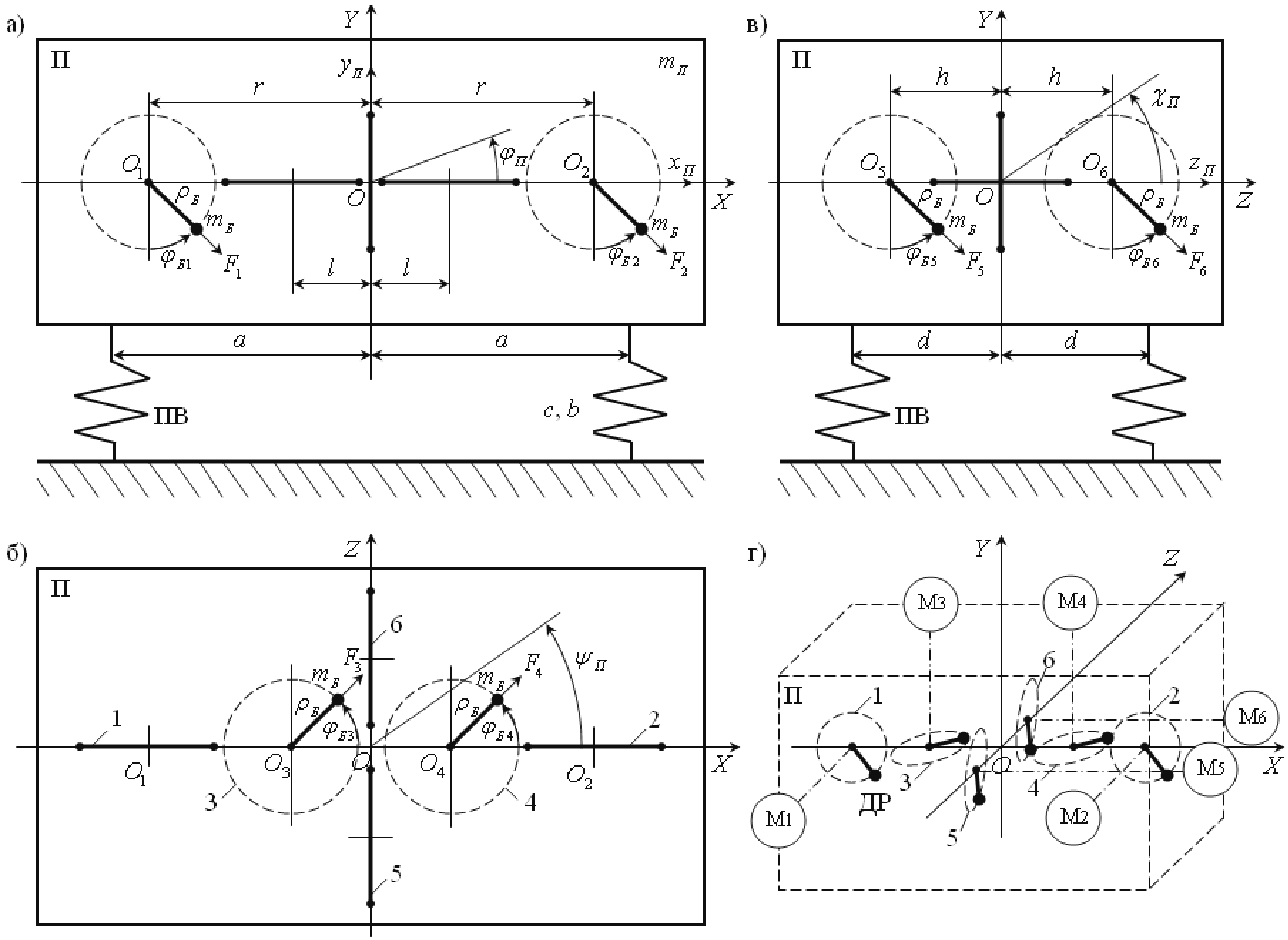


Рис. 1.10. Расчётные кинематические схемы шестироторной виброустановки:
а – вид спереди; б – вид сверху; в – вид сбоку; г – пространственное представление

$M_{iY} = m_Б \rho_Б l \left[\mp \ddot{\varphi}_{Бi} \sin(\varphi_{Бi} - \psi_П) \pm \dot{\varphi}^2_{Бi} \cos(\varphi_{Бi} - \psi_П) \right]$,

причём верхний знак из "+" "-" действителен для $i = 3$, а нижний знак для $i = 4$;

c_Z, b_Z - поперечная (тангенциальная) жёсткость и демпфирование ПВ.

2) Модель механической части виброустановки по оси Z

Уравнение поступательного перемещения платформы по оси Z

$$m_0 \ddot{z}_П + b_Z \dot{z}_П + c_Z z_П = F_{3Z} + F_{4Z} + F_{5Z} + F_{6Z}, \qquad (1.55)$$

где $F_{iZ} = m_Б \rho_Б (\ddot{\varphi}_{Бi} \cos\varphi_{Бi} + \dot{\varphi}^2_{Бi} \sin\varphi_{Бi})$, $(i = 3,4)$;

$F_{jZ} = m_Б \rho_Б (\ddot{\varphi}_{Бj} \cos\varphi_{Бj} + \dot{\varphi}^2_{Бi} \sin\varphi_{Бj})$, $(i = 5,6)$.

Уравнение углового движения платформы относительно оси Z

$$J_{0Z} \ddot{\varphi}_П + b_Y a^2 \dot{\varphi}_П + c_Y a^2 \varphi_П = M_{1Z} + M_{2Z}, \qquad (1.56)$$

где $J_{0Z} = J_{ПZ} + 2 m_Б r^2 + 2 m_Б l^2$; $M_{iZ} = m_Б \rho_Б r \left[\pm \ddot{\varphi}_{Бi} \sin(\varphi_{Бi} - \varphi_П) \mp \dot{\varphi}^2_{Бi} \cos(\varphi_{Бi} - \varphi_П) \right]$,

верхний знак действителен для $i = 1$, нижний для $i = 2$.

3) Модель механической части виброустановки по оси X

Уравнение поступательного перемещения платформы по оси X

$$m_0 \ddot{x}_П + b_X \dot{x}_П + c_X x_П = F_{1X} + F_{2X} + F_{3X} + F_{4X}, \qquad (1.57)$$

где $F_{iX} = m_Б \rho_Б (\ddot{\varphi}_{Бi} \cos\varphi_{Бi} + \dot{\varphi}^2_{Бi} \sin\varphi_{Бi})$, $(i = 1,2)$;

$F_{jX} = m_Б \rho_Б (-\ddot{\varphi}_{Бi} \sin\varphi_{Бj} + \dot{\varphi}^2_{Бj} \cos\varphi_{Бi})$, $(i = 3,4)$;

c_X, b_X - поперечная (тангенциальная) жёсткость и демпфирование ПВ.

Уравнение углового движения платформы относительно оси X

$$J_{0X} \ddot{\chi}_П + b_Y d^2 \dot{\chi}_П + c_Y d^2 \chi_П = M_{5X} + M_{6X}, \qquad (1.58)$$

где $J_{0X} = J_{ПX} + 2 m_Б h^2$; $M_{iX} = m_Б \rho_Б h \left[\mp \ddot{\varphi}_{Бi} \sin(\varphi_{Бi} - \chi_П) \pm \dot{\varphi}^2_{Бi} \cos(\varphi_{Бi} - \chi_П) \right]$;

верхний знак действителен для $i = 5$, нижний для $i = 6$.

4) Уравнения движения дебалансных роторов

$$J_i \ddot{\varphi}_{Бi} = M_{Дi} - M_{Ci} - M_{Бi}, \ (i = 1,...,6) \qquad (1.59)$$

где $J_i = J_{Бi} + m_Б \rho^2_Б$; - моменты инерции дебалансов, приведенные к валам двигателей; $J_{Бi}$ - центральные моменты инерции дебалансов относительно собственных осей; $M_{Дi}$ - моменты приводных электродвигателей; M_{Ci} - моменты сопротивления ДР вследствие сухого и вязкого трения; $M_{Бi}$ - гармонические моменты сопротивления дебалансов, причём

$M_{Б1} = m_Б \rho_Б \left[\ddot{y}_П \sin\varphi_{Б1} + \ddot{x}_П \cos\varphi_{Б1} + g \sin\varphi_{Б1} - r\left(\ddot{\varphi}_П \sin(\varphi_{Б1} - \varphi_П) - \dot{\varphi}^2_П \cos(\varphi_{Б1} - \varphi_П) \right) \right]$;

$M_{Б2} = m_Б \rho_Б \left[\ddot{y}_П \sin\varphi_{Б2} + \ddot{x}_П \cos\varphi_{Б1} + g \sin\varphi_{Б2} - r\left(-\ddot{\varphi}_П \sin(\varphi_{Б2} - \varphi_П) - \dot{\varphi}^2_П \cos(\varphi_{Б2} - \varphi_П) \right) \right]$;

$M_{Б3} = m_Б \rho_Б \left[\ddot{x}_П \sin\varphi_{Б3} + \ddot{z}_П \cos\varphi_{Б3} - l\left(\ddot{\psi}_П \cos(\varphi_{Б3} - \psi_П) - \dot{\psi}^2_П \sin(\varphi_{Б4} - \psi_П) \right) \right]$;

$$M_{Б4} = m_Б \rho_Б \left[\ddot{x}_П \sin\varphi_{Б4} + \ddot{z}_П \cos\varphi_{Б4} - l\left(-\ddot{\psi}_П \cos(\varphi_{Б4} - \psi_П) - \dot{\psi}_П^2 \sin(\varphi_{Б4} - \psi_П)\right)\right];$$
$$M_{Б5} = m_Б \rho_Б \left[\ddot{y}_П \sin\varphi_{Б5} + \ddot{z}_П \cos\varphi_{Б5} + g\sin\varphi_{Б5} - h\left(\ddot{\chi}_П \sin(\varphi_{Б5} - \chi_П) - \dot{\chi}_П^2 \cos(\varphi_{Б5} - \chi_П)\right)\right];$$
$$M_{Б6} = m_Б \rho_Б \left[\ddot{y}_П \sin\varphi_{Б6} + \ddot{z}_П \cos\varphi_{Б6} + g\sin\varphi_{Б6} - h\left(-\ddot{\chi}_П \sin(\varphi_{Б6} - \chi_П) - \dot{\chi}_П^2 \cos(\varphi_{Б6} - \chi_П)\right)\right].$$

На основании уравнений (1.53) – (1.59) можно построить динамическую структурную схему (ДСС) механической части шестироторной виброустановки в координатных осях *X*, *Y*, *Z* с соответствующими движениями платформы $x_П$, $\chi_П$, $y_П$, $\psi_П$, $z_П$, $\varphi_П$ (рис. 1.11), где выделены подсистемы дебалансов и платформы по каждой из координат.

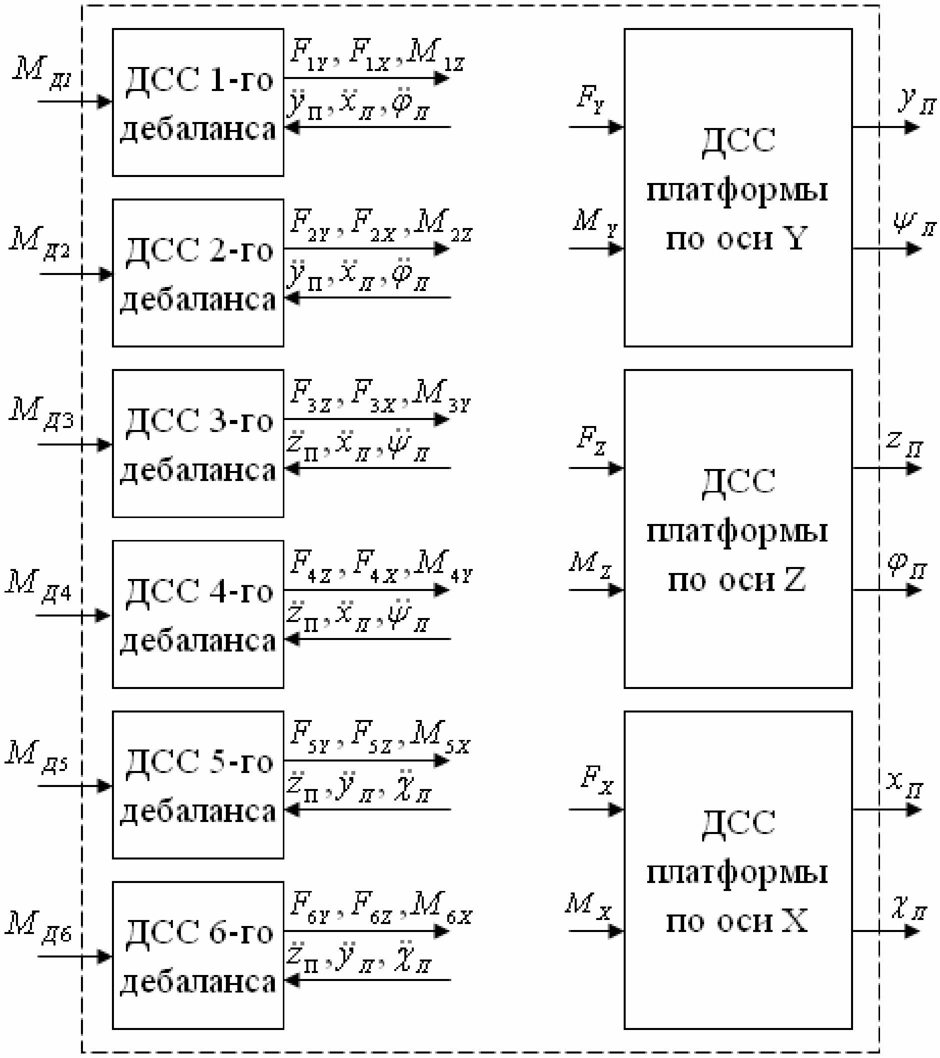


Рис. 1.11. Динамическая структурная схема механической части шестироторной вибрационной установки

ГЛАВА 2. ПОСТРОЕНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ДИНАМИКИ ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХСИСТЕМ (ЭМС) МНОГОРОТОРНЫХ ВИБРАЦИОННЫХ УСТАНОВОК

2.1. Концепции построения и исследования автоматизированных ЭМС вибрационных установок

2.1.1. Принципы получения эквивалентных математических моделей взаимосвязанных ЭМС и способы моделирования

При исследовании динамики сложных ЭМС используют различные способы математического описания (нелинейные дифференциальные уравнения, уравнения состояния объекта, структурные динамические модели и др.) [1, 2, 3], что диктуется задачами исследования, характером поведения систем, соотношением их параметров и рядом других факторов.

Наибольшими возможностями обладают нелинейные структурные динамические модели, характеризующиеся физической наглядностью, компактностью и возможностью применения для исследования как расчетно-аналитических, так и компьютерных методов анализа и синтеза в заданной области функционирования взаимосвязанных ЭМС (ВЭМС) агрегатов и поточных линий машиностроения.

Разрабатываемые математические модели ВЭМС должны быть адекватными, т.е. обладать основными характеристиками реальных объектов управления. Для предварительного исследования динамики систем «в малом» и определения базовых структур и параметров регулирующей части САУ целесообразно использовать комбинацию линейных методов исследования динамики во временной, операторной и частотной областях, для чего необходима линеаризация исходных моделей (линейная аппроксимация, гармоническая линеаризация и др.) с получением эквивалентных математических моделей ВЭМС. Критерием эквивалентирования является сохранение в линеаризованных моделях существенных свойств ЭМС в определенных режимах функционирования.

При описании динамических процессов в ЭМС используют уравнения механики и электродинамики, на основе которых получают соответствующие математические модели систем. Важным при этом является выделение типовых узлов механической и электрической частей агрегатов.

Типовые узлы ЭМС многороторных виброустановок (ВУ)					
Механическая часть ВУ			Электрическая часть ВУ		
Дебалансные роторы (ДР)	Упругие валы ДР	Рабочая платформа (РП)	САР скорости ДР (САРС)	САР положения ДР (САРП)	Системы стабилизаци и колебаний РП

Для указанных узлов создают унифицированные математические модули (УММ), на основе которых компонуют необходимые эквивалентные модели ЭМС в виде динамических структурных схем (ДСС). Способы модульного построения математических моделей в ЭМС является рациональным при создании моделей и их исследовании различными структурными методами. Предложенная методология создания УММ и ДСС, её апробация и полученные результаты базируются на использовании проверенных методик композиции моделей ВЭМС для заданного множества технических решений и режимов функционирования агрегатов.

В практике компьютерного моделирования динамических задач различают математическое и имитационное моделирование. Математическое моделирование чаще всего выполняется для линеаризованных ЭМС с целью анализа их устойчивости, выявления характера переходных процессов «в малом» и определения базовых настроек регуляторов. Имитационное моделирование как правило проводится для нелинейных ЭМС "в большом" с учётом реальных режимов функционирования машинных агрегатов. Эффективным подходом здесь может быть поэтапное исследование динамики сложных ЭМС с переходом от математического к имитационному моделированию. Ввиду разнообразия режимов работы агрегатов, воздействия множества внешних возмущений и вариации параметров объектов управления исследование ВЭМС должно быть многофакторным.

Рациональными способами моделирования ВЭМС машинных агрегатов являются использование матричных математических моделей для линеаризованных объектов управления и структурных динамических моделей для нелинейных систем при исследовании их во всей совокупности параметров и связей (многофакторное имитационное моделирование ВЭМС). Внедрение разработанной методологии в практику моделирования ВЭМС машинных агрегатов позволит существенно повысить качество исследований и сократить затраты времени на разработку автоматизированных систем машиностроительного и смежных производств.

В качестве объектов исследования ниже рассматриваются ВЭМС многороторных вибрационных установок, как наиболее сложных динамических объектов, применяемых в ряде отраслей промышленности (машиностроительная, горно-металлургическая, приборостроительная и др.). По изложенной методике созданы адекватные нелинейные и эквивалентные линеаризованные модели ВЭМС агрегатов рассматриваемого класса для исследования динамики систем в требуемом множестве режимов функционирования с применением комплекса структурных расчетно-аналитических и компьютерных методов анализа и синтеза ЭМС.

2.1.2. Унифицированные способы построения и оптимизации взаимосвязанных ЭМС виброустановок

В процессе функционирования ЭМС виброустановок необходимо решить три основные задачи:

– обеспечить экономичное потребление электроэнергии в процессе пуска и стационарных режимах работы ВУ;
– реализовать управление формой и параметрами упругих колебаний рабочего органа (виброплатформы) в заданной области;
– выполнить стабилизацию динамики ЭМС и колебаний платформы при вариации массы продукта (груза).

Основными принципами построения ВЭМС установок являются:

– иерархия управления локальными электроприводами (ЭП) многороторной механической системы ВУ;
– достаточность быстродействия многоконтурных САУ;
– необходимость подавления внешних и внутренних возмущений.

1-й принцип предполагает полную управляемость взаимосвязанной системы и основан на выборе одного из приводов роторов в качестве ведущего, регулируемого по скорости (САРС), а других ЭП – в качестве ведомых, регулируемых по угловому положению (САРП) относительно ведущего привода. В многороторных, в частности шестироторных ВУ, организуется соподчиненное попарное управление роторами ведомых ЭП.

2-й принцип определяет необходимость и достаточность быстродействия контуров САУ для обеспечения чёткого управления многороторной механической системой. Для устойчивого регулирования углового рассогласования θ ДР частоты среза контуров положения должны быть не ниже частоты свободных упругих колебаний платформы, т.е. $\omega_{CO} \geq \omega_{УП}$. Это обуславливает выбор соответствующего быстродействия подчиненных контуров регулирования.

3-й принцип определяет необходимость подавления внешних и внутренних возмущений, в частности вариации массы продукта (груза) на платформе, оборотных биений ДР, влияния упругости карданных валов приводов и др., что позволяет стабилизировать параметры колебаний платформы по заданным координатам.

При выборе типа и способов оптимизации САУ следует ориентироваться на унифицированные структуры подчиненного регулирования, хорошо зарекомендовавшие себя в различных системах ЭП (СЭП) постоянного и переменного тока. При иерархическом управлении СЭП достоинства указанных систем проявляются в наибольшей степени при относительно простых алгоритмах управления.

В соответствии с этим САРС имеют контуры скорости и тока двигателей, а САРП – контуры положения, скорости и тока. Контуры тока имеют наибольшее быстродействие и настраиваются на оптимум по модулю (ОМ) или компромиссный оптимум (КО) при частотах среза $\omega_{C2} = 200...250c^{-1}$, контуры скорости – на симметричный (СО) или скорректированный оптимум (СКО) при частотах среза $\omega_{C1} = 100...125c^{-1}$, что позволяет достаточно эффективно подавлять оборотные биения скорости ДР, а контуры положения – на ОМ при частотах среза $\omega_{CO} = 50...60c^{-1}$, что чаще всего обеспечивает выполнение вышеприведенного условия $\omega_{CO} \geq \omega_{УП}$.

Для стабилизации параметров колебаний платформы вводят внешние контуры регулирования линейных и угловых колебаний платформы с регуляторами РЛК и РУК, воздействующими соответственно на ведущие и ведомые ЭП, корректируя положение рабочей точки на резонансной характеристике ВУ или угловое рассогласование роторов. РЛК и РУК настраивают на ОМ при частотах среза указанных контуров $\omega_{CK} = 25...50c^{-1}$, что является достаточным для эффективной стабилизации режимов работы ВУ.

В ВУ, работающих в зарезонансной зоне, необходимо предусмотреть меры по преодолению электромеханического резонанса (эффекта Зоммерфельда) [57], а запуск ДР в установках средней и большой мощности следует выполнять способом односторонней или двусторонней раскачки роторов, для чего используют соответствующие алгоритмы управления [39]. При этом установленная мощность приводных двигателей может быть снижена в 1,5…2 раза.

Следует отметить, что наиболее рациональными являются околорезонансные режимы работы ВУ при скоростях ДР $\omega_{ДР} = (0,7...0,9)\omega_{УП}$, обеспечивающие хорошую энергетику и полную управляемость локальных ЭП, а также требуемые параметры плоскостных или пространственных колебаний платформы.

Приводными системами могут быть ЭП постоянного (для прецизионных ВУ $P_H < 1кВт$) или переменного тока (для ВУ средней $P_H < 10кВт$ и большой мощности $P_H > 10кВт$) с вентильными или асинхронными двигателями с векторным управлением и системами подчиненного регулирования [35-37].

2.2. Автоматизированные ЭМС двухроторных вибрационных установок

2.2.1. Способы построения и оптимизации ЭМС

Концепция управления двухроторной виброустановкой (ВУ) с регулированием фазы между роторами состоит в выборе одного привода в качестве ведущего, регулируемого по скорости, а другого привода – как ведомого, регулируемого по положению относительно первого привода. Системы управления электроприводами роторов являются унифицированными с подчиненным регулированием параметров, поэтому ведущий привод имеет контуры регулирования скорости и тока (САРС), а ведомый привод – контуры тока, скорости и положения (САРП). Силовая часть системы электропривода (СЭП) должна содержать малоинерционные транзисторные преобразователи, работающие на несущих частотах $f_0 = 3 \ldots 5\,кГц$ с целью достижения необходимого быстродействия контуров регулирования для подавления гармонических возмущений со стороны дебалансных роторов.

Назначение контуров САУ:

- контур тока служит для раскачки дебалансных роторов (ДР) перед пуском;
- контур скорости необходим для пуска приводов на заданную скорость;
- контур положения ведомого привода служит для регулирования углового рассогласования роторов $\theta(t)$.

Функциональная схема предлагаемой двухроторной СЭП представлена на рис. 2.1, где введены следующие обозначения: $П_1, П_2$ - силовые преобразователи; $РТ_i, РС_i, РП$ - регуляторы тока, скорости и положения; $ДТ_i$ - датчики тока; $ИДС_i$ - импульсные датчики скорости; $ПЧН$ - преобразователь "частота-напряжение"; $ФД$ - фазовый дискриминатор; $U_К, (f_К)$ - напряжение (частота) коррекции углового положения ведомого привода; $\theta_У$ - установившееся значение угла рассогласования θ роторов; $\theta_{Дi}, \omega_{Дi}$ - углы поворота и скорости двигателей; $U_{ФД}$ - напряжение выхода фазового дискриминатора, $U_{ФД} \equiv \theta(t)$, $\theta(t) = \theta_{Д1}(t) - \theta_{Д2}(t)$.

Один из способов управления углом рассогласования роторов приводов θ состоит в подаче напряжения коррекции $U_К \equiv \theta_У$. Принцип регулирования угла θ состоит в том, что в статике $U_{ФД} = U_К$, т.е. изменяя $U_К$, варьируем угол θ, поскольку $U_{ФД} = k_{ФД}\theta$. Изменением напряжения коррекции можно добиться изменения угла θ в обоих направлениях.

Другой способ регулирования θ состоит в подаче от ЭВМ серии корректирующих импульсов $f_К$, изменяющих значение $U_{ФД}$.

Динамическая структурная схема исследуемого двухдвигательного ЭП представлена на рис. 2.2, причём модель механической части установки соответствует ДСС рис. 1.3, ЗКТ – замкнутые контуры тока; ЗП – задатчик положения ведомого привода,

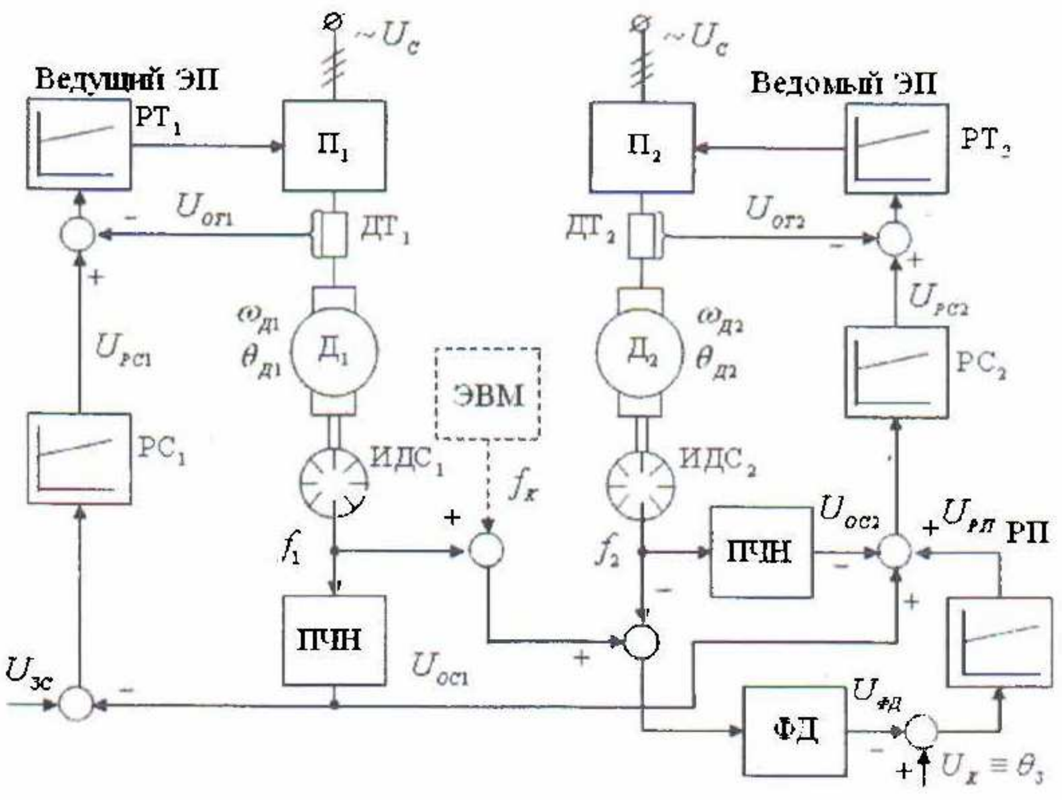


Рис. 2.1. Функциональная схема СЭП двухроторной виброустановки

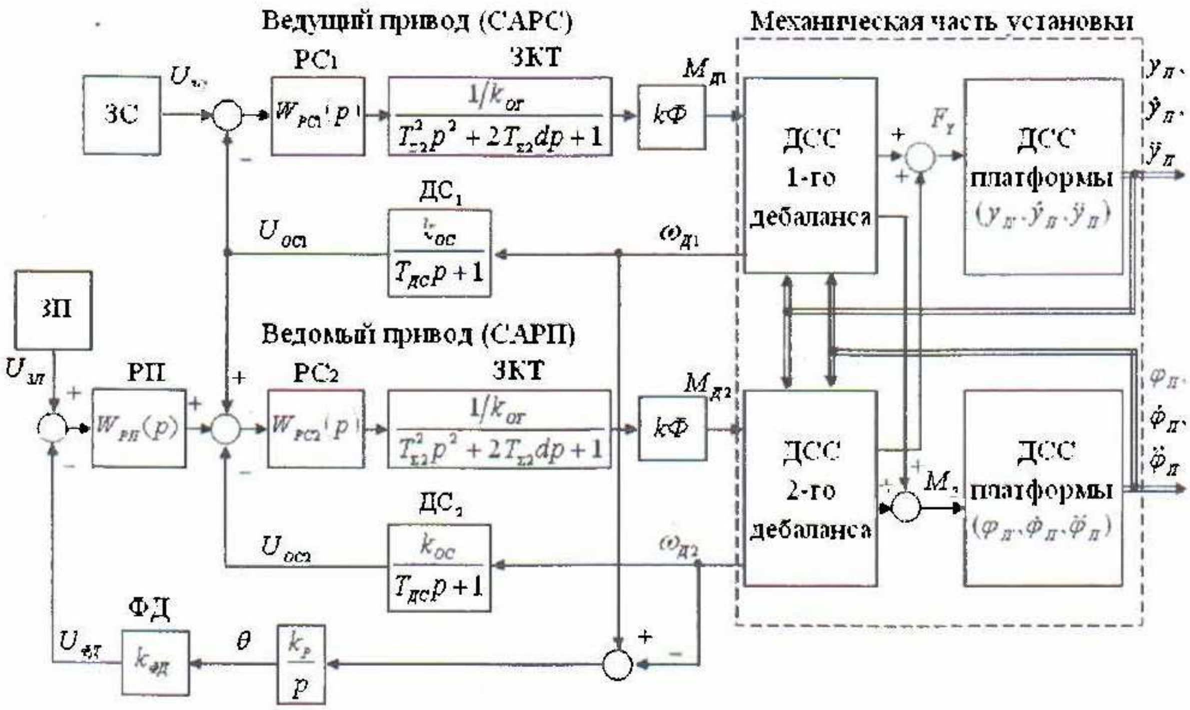


Рис. 2.2. Динамическая структурная схема СЭП двухроторной виброустановки с регулированием угла рассогласования между роторами

$k_{OC}, T_{ДС}$ - коэффициент передачи и постоянная времени датчика скорости;
k_{OT} - коэффициент передачи датчика тока;
$kФ$ - коэффициент момента двигателей;
$J_1 = J_2 = J_Б$ - моменты инерции дебалансов;
k_C - коэффициент скоростного трения;
$M_{БМ} = m_Б g \rho_Б$ - амплитудный момент сопротивления дебалансного ротора;
$k_{ФД}$ - коэффициент передачи фазового дискриминатора;
k_P - коэффициент передачи редуктора.

Регуляторы тока настраиваются на наибольшее быстродействие, т.е. на компромиссный оптимум (КО). При этом ЗКТ имеют передаточную функцию

$$W_{З2}(p) = \frac{1/k_{OT}}{T_{\Sigma 2}^2 p^2 + 2dT_{\Sigma 2} p + 1}, \qquad (2.1)$$

где $d = 0{,}5$ - коэффициент демпфирования.
Эквивалентная инерционность ЗКТ складывается из постоянных времени преобразователя и датчика тока $T_{\Sigma 2} = T_П + T_{ДТ}$, так что частота среза ЗКТ: $\omega_{C2} = 1/T_{\Sigma 2} = 200...250\ c^{-1}$.

Регуляторы скорости настраиваются на симметричный оптимум (СО) с целью подавления гармонического возмущения $M_{Бi}$ со стороны дебалансов. Параметры регуляторов скорости будут:

$$\beta_1 = \frac{T_Б}{2 \cdot \dfrac{kФ\, k_{OC}}{k_{OT}\, k_C} \cdot T_{\Sigma 1}}; \; \tau_1 = 4T_{\Sigma 1} \qquad (2.2)$$

где $T_Б = J_Б / k_C$ - постоянная времени дебаланса; $T_{\Sigma 1} = T_{ДС} + T_{\Sigma 2}$ - малая постоянная времени контура скорости.

Частота среза контуров скорости

$$\omega_{C1} = 1/2T_{\Sigma 1} = 100...125\ c^{-1}.$$

При настройках контуров скорости на СО передаточная функция разомкнутого контура положения будет иметь вид

$$W_{P0}(p) \approx W_{РП}(p) \cdot \frac{k_{ФД} k_P (T_{ДС} p + 1)(4T_{\Sigma 1} p + 1)}{k_{OC}\, p (2T_{\Sigma 1} p + 1)(4T_{\Sigma 1}^2 p^2 + 2T_{\Sigma 1} p + 1)}. \qquad (2.3)$$

Для исключения статистической ошибки по угловому положению ведомого привода РП должен быть выполнен как ПИ-регулятор с передаточной функцией

$$W_{РП}(p) = \beta_0 \frac{\tau_0 p + 1}{\tau_0 p}, \qquad (2.5)$$

где β_0 - динамический коэффициент усиления; τ_0 - постоянная времени.

При оптимизации ведомого привода необходимо стремиться к высокому быстродействию контура положения, чтобы его частота среза $\omega_{CO} > \omega_{уп}$, где $\omega_{уп}$ - частота собственных колебаний платформы.

В соответствии с этим параметры РП при настройке на ОМ будут:

$$\beta_0 = \frac{k_{OC}}{4\,k_{ФД}\,k_P\,T_{\Sigma 1}};\ \tau_0 = (8\ldots12)T_{\Sigma 1} \qquad (2.5)$$

Частота среза контура положения $\omega_{C0} \approx 1/(4T_{\Sigma 1}) = 50...60\ c^{-1}$.

Частоты упругих колебаний платформ прецизионных вибростендов составляю $\omega_{уп} \approx 20...40\ c^{-1}$ [39], следовательно предложенные способы построения и оптимизации динамики СЭП обеспечивают выполнение предъявленных требований.

2.2.2. Исследование динамики ЭМС на ЭВМ

1) Построение имитационной модели взаимосвязанной системы

Пакет расширения Simulink [17] служит для структурного моделирования линейных и нелинейных систем, состоящих из типовых динамических звеньев с заданными параметрами. Компоненты моделей, в свою очередь, являются унифицированными графическими блоками, которые содержатся в библиотеке среды MATLAB – Simulink и с помощью "мыши" могут переноситься в основное окно и соединяться друг с другом соответствующими связями. В состав моделей могут включаться различные источники сигналов, виртуальные регистрирующие приборы, средства анимации и др. Каждый блок имеет список редактируемых параметров, выводимых на экран двойным нажатием клавиши "мыши". Запуск имитации обеспечивает математическое моделирование режимов работы динамических систем с визуальным представлением результатов. Пакет основан на построении структурных моделей по ДСС исследуемых систем, что обеспечивает физическую наглядность, удобство вариации параметров и структур систем, а также контроль регулируемых переменных на выходах блоков.

В соответствии с изложенным на рис. 2.3 представлена имитационная модель взаимосвязанной ЭМС, построенная по ДСС рис. 2.2. Задание скорости $\omega_{Д1}$ ведущего электропривода осуществляется от блока ЗС; задание угла рассогласования роторов выполняется с помощью блока ЗП, обеспечивающего сдвиг $\theta_З(t)$ относительно начала координат ($\tau_{ЗАП}$), что позволяет вводить сигнал $\theta_З$ после завершения переходных процессов, обусловленных пуском виброустановки.

2) Исследование ЭМС на имитационной модели

Исследования динамики ЭМС ВУ проводились на околорезонансной скорости $\omega_Д = 30 c^{-1}$ при задании различных углов $\theta_З$ рассогласования дебалансов в пределах от 0 до 180 градусов.

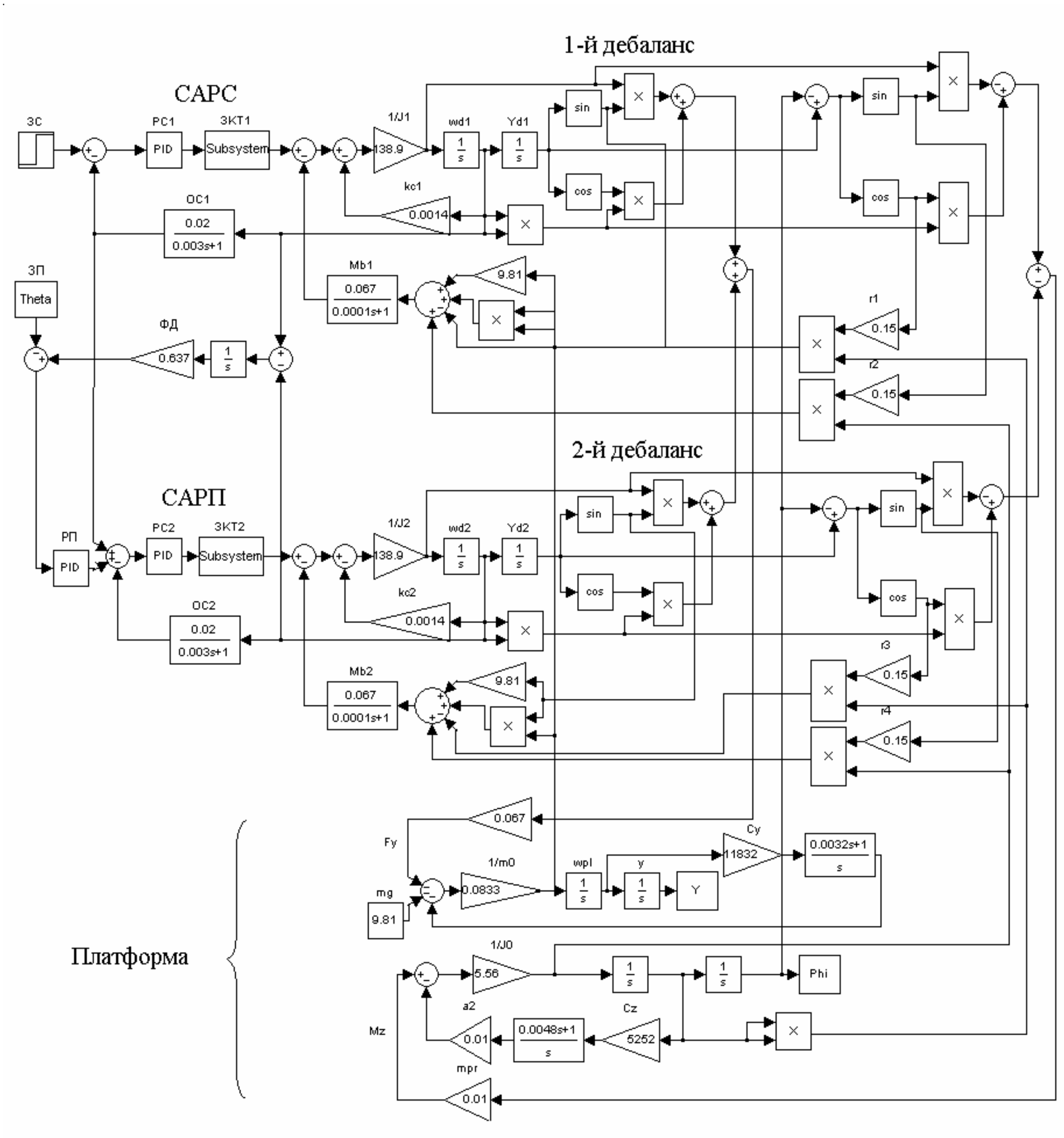


Рис. 2.3. Имитационная модель взаимосвязанной ЭМС двухроторной виброустановки в пакете MATLAB-Simulink

На рис. 2.4 представлены динамические характеристики ЭМС при $\theta_З = \pi/2$. Изменение $\theta(t)$ начинается с запаздыванием $\tau_{ЗАП} = 2c$ (рис. 2.4,а) после запуска модели, как это оговорено выше. Линейные (вертикальные) $y_П(t)$ и угловые $\varphi_П(t)$ колебания платформы показаны на рис. 2.4,б, где видна достаточная стабильность квазиустановившегося режима работы вибростенда.

Следует отметить зависимость параметров колебаний от значения $\theta_З$. На рис. 2.5 построены соответствующие графики изменения $y_П$ и $\varphi_П$, откуда следует обратно-пропорциональная зависимость между указанными параметрами при вариации θ.

Для стабилизации режимов работы виброустановки в условиях вариации параметров объекта, в частности массы продукта на платформе, следует ввести наложенное вибрационное управление с контурами регулирования линейных и угловых колебаний платформы. При этом регулятор линейных колебаний (РЛК) воздействует на САРС ведущего привода, изменяя положение рабочей точки ω_C на резонансной характеристике установки в пределах $\omega_C = (0{,}7...0{,}9)\omega_{yn}$, а регулятор угловых колебаний (РУК) корректирует угловое рассогласование θ роторов через САРП ведомого привода [48].

Концепция построения СЭП с поворотными осями дебалансов остается прежней. Для построения взаимосвязанной ЭМС следует объединить математическую модель механической части виброустановки (см. п. 1.2.2.) со структурной схемой СЭП. Соответствующая ДСС представлена на рис. 2.6., где введены обозначения: ЗЛК, ЗУК, ДЛК, ДУК – задающие устройства и датчики линейных и угловых колебаний платформы, БВМ – блок выделения модуля сигналов. Общие принципы оптимизации САРС и САРП, изложенные выше, остаются в силе.

Компьютерное моделирование выполнено по ДСС рис. 2.6 в программной среде MATLAB – Simulink. На рис. 2.7 показана динамика развития колебательных режимов платформы при управлении угловым рассогласованием ДР: θ, изменении наклона их осей $\alpha_{1,2}$ и длины h, что подтверждает достаточно широкие возможности разработанной ВЭМС по генерированию требуемого множества плоскостных и пространственных колебаний платформы. Следует отметить, что вариация h обеспечивает поступательно-угловые колебания по шести степеням свободы (3 степени линейных движений $x_П, y_П, z_П$ по осям *X*, *Y*, *Z* и 3 степени угловых $\chi_П, \psi_П, \varphi_П$ относительно данных осей).

На рис. 2.8 представлен типовой цикл ВУ "запуск с раскачкой ДР – квазистационарный режим на околорезонансной скорости с вариацией нагрузки", где видна стабилизация линейных и угловых колебаний платформы.

а)

б)

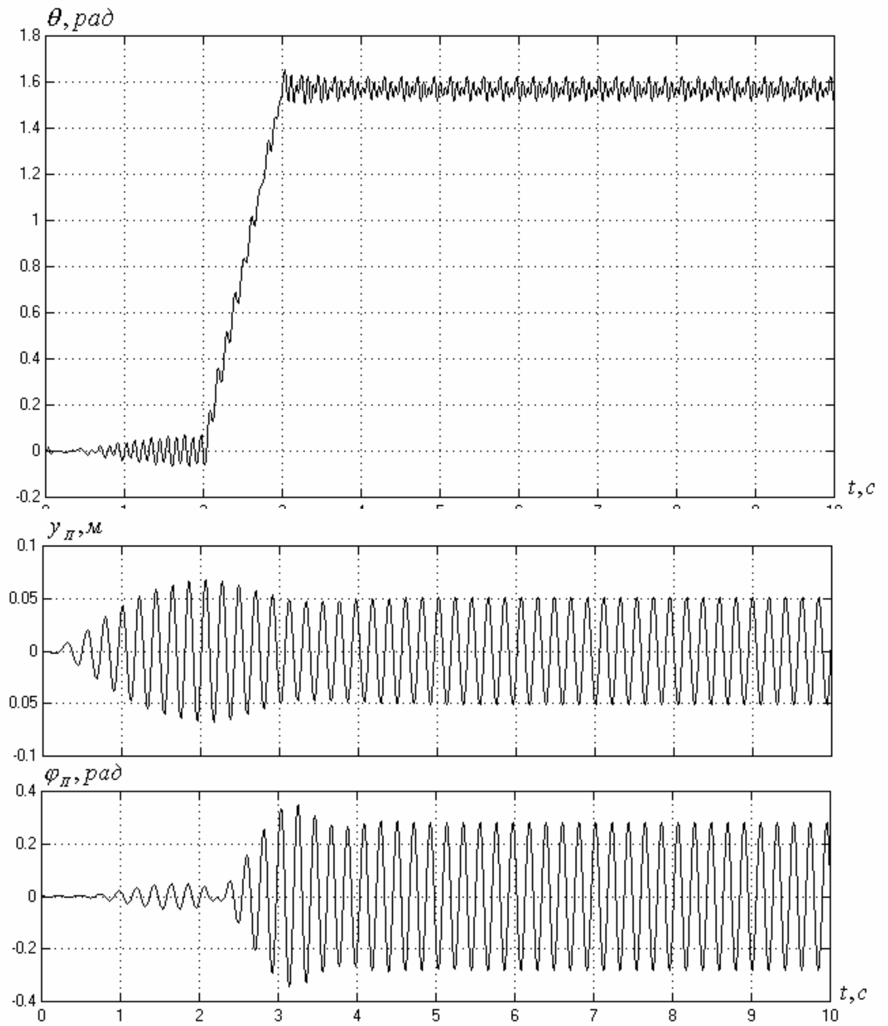


Рис. 2.4. Динамика ЭМС виброустановки при $\theta_з = \pi / 2$;

а – переходный процесс угла рассогласования роторов; б – линейные $y_П$ и угловые $\varphi_П$ колебания платформы;

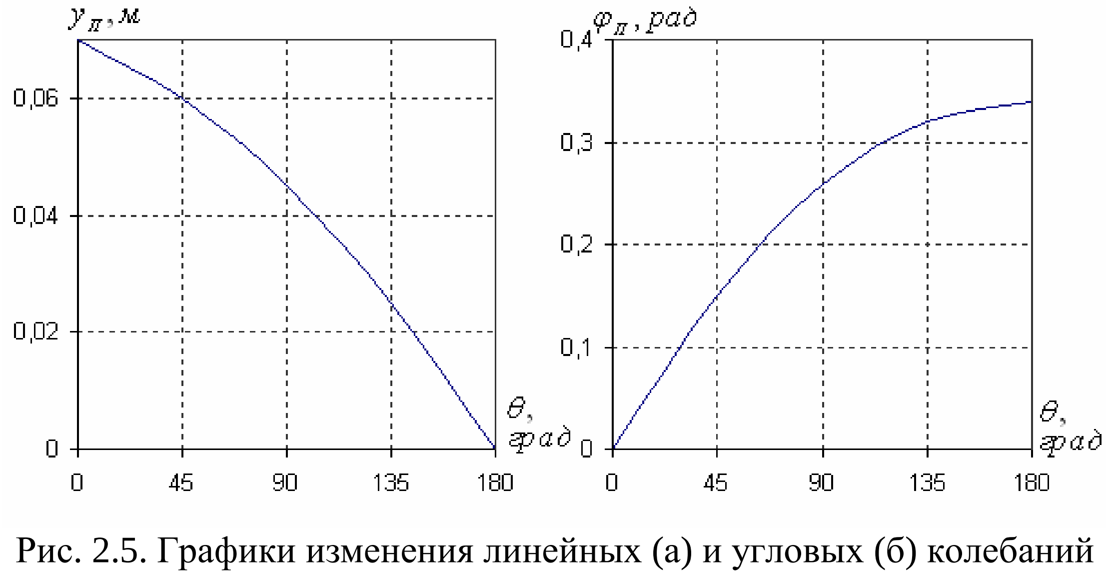


Рис. 2.5. Графики изменения линейных (а) и угловых (б) колебаний виброплатформы в функции углового рассогласования роторов

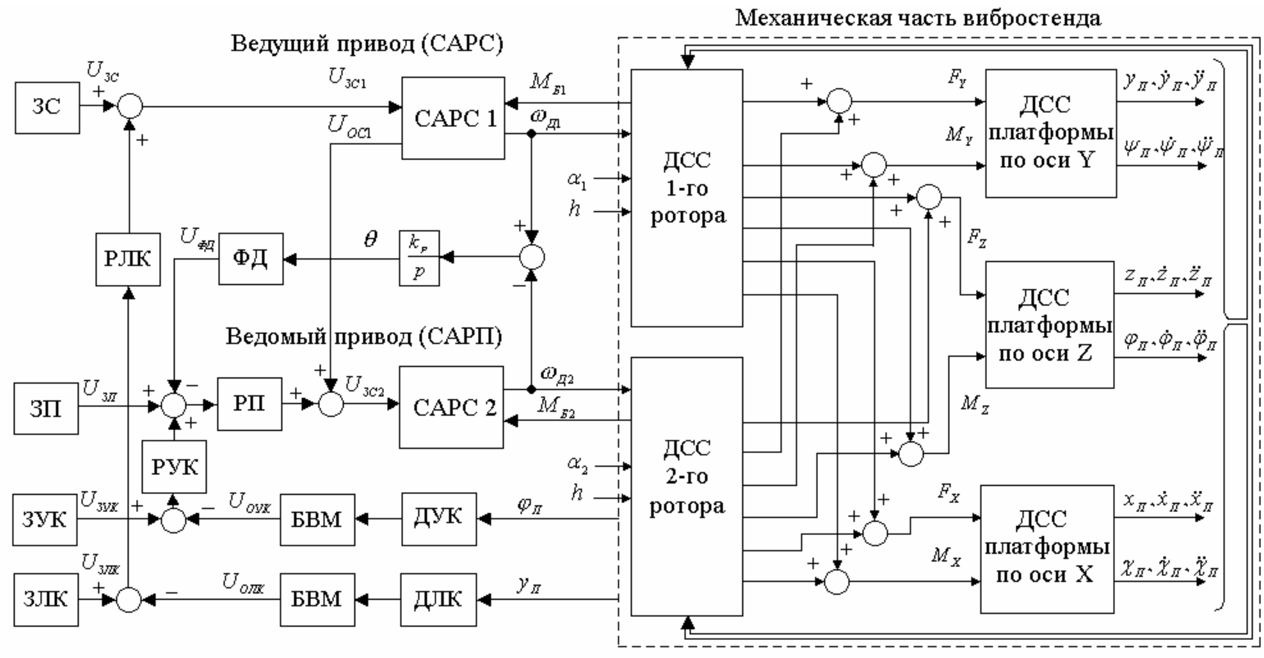


Рис. 2.6. Динамическая структурная схема ЭМС виброустановки

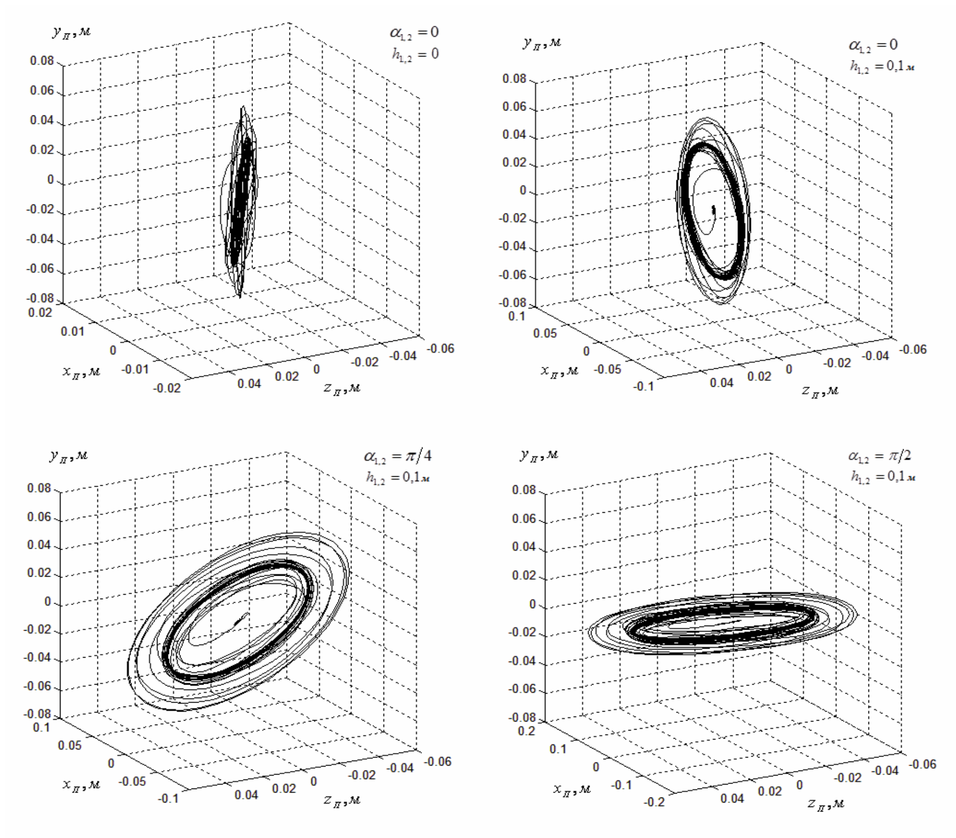


Рис. 2.7. Управляемые колебания платформы

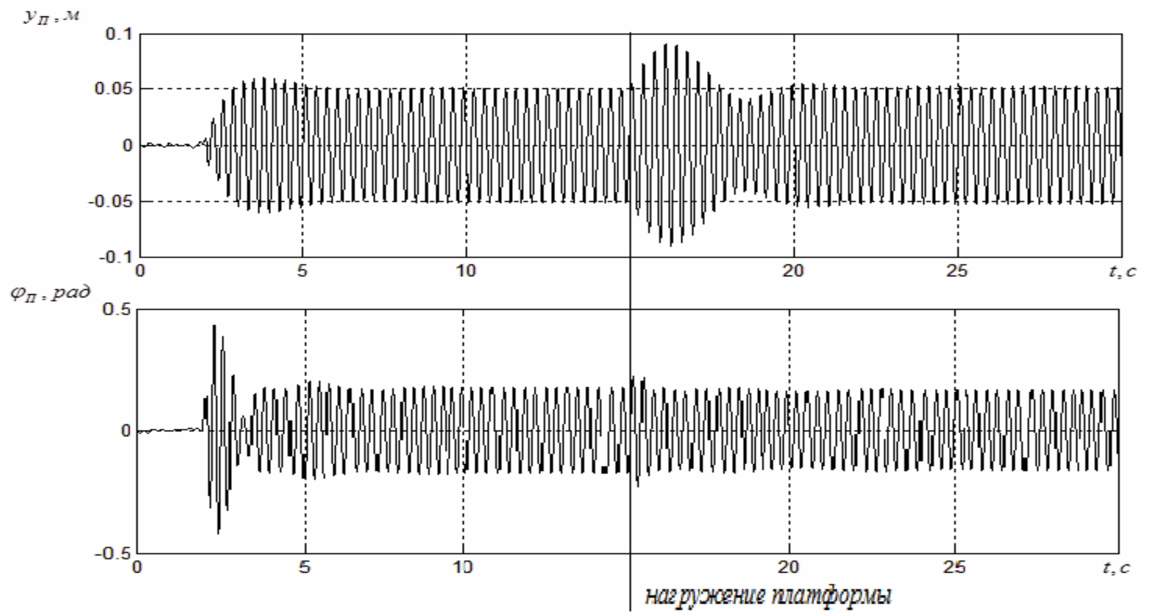


Рис. 2.8. Стабилизированные колебания виброплатформы при ступенчатой нагрузке при $\theta = \pi/2$

2.2.3. Динамика взаимосвязанной ЭМС двухроторной виброустановки с нагруженной наклонной платформой

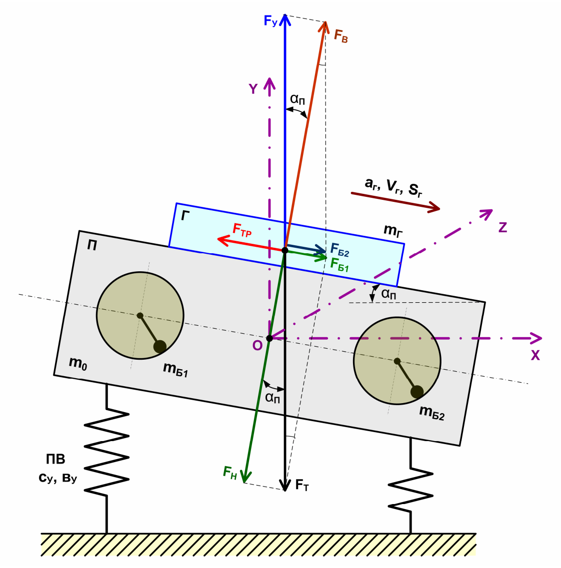
Применение двух ДР с регулированием их фазового рассогласования дает возможность получить определенный спектр колебаний платформы. Вместе с тем управление углом наклона поворота платформы позволяет использовать ВУ и для перемещения продукта (груза), находящегося на платформе.

Задачей настоящего раздела является исследование динамики ВЭМС двухроторной ВУ с нагруженной поворотной платформой в заданном множестве режимов функционирования.

1. Математическая модель нагруженной поворотной платформы

Расчетная кинематическая схема двухроторной ВУ с поворотной платформой представлена на рис.2.9,а, где введены обозначения: Г – груз (твердое тело); П – платформа; $m_Б$ – масса ДР; $m_П$ – масса платформы; $m_Г$ – масса груза; $m_0 = m_П + 2\ m_Б$; $c_у$, $b_у$ – жесткость и демпфирование пружинных виброизоляторов ПВ; $V_Г$ – линейная скорость перемещения груза; $a_Г$ – линейное ускорение груза; $S_Г$ – перемещение груза; $\alpha_п$ – угол наклона платформы; $F_Т$ – сила тяжести груза; $F_{Б1}$ – боковое усилие от силы $F_Т$; $F_у$=$F_{1у}$+$F_{2у}$ – гармоническая вынуждающая сила дебалансных роторов на ось Y; $F_В$ – реакция опоры, действующая на груз со стороны платформы; $F_{Б2}$ – боковое усилие от силы $F_В$; $F_Н$ – сила нормального давления груза; $F_{ТР}$ – сила трения; g – ускорение свободного падения; μ – коэффициент трения, который для большинства пар материалов находится в диапазоне 0,1— 0,5 [12].

а) б)



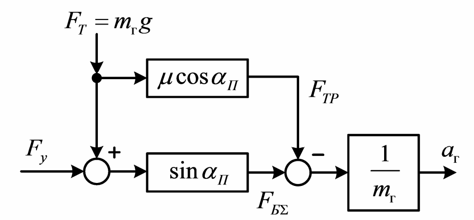


Рис. 2.9. Расчётная кинематическая (а) и ДСС двухроторной виброустановки (б) с учетом перемещения груза по платформе

Для данной схемы действительны следующие уравнения:

$$F_{ТР} = \mu F_{Н} = \mu F_{Т}\cos\alpha_{п},\ \text{где}\ F_{Т} = m_{Г}g.$$

Суммарное боковое усилие на груз

$$F_{Б\Sigma} = F_{Б1} + F_{Б2},$$

где $F_{Б1} = F_{T}\sin\alpha_{п}$; $F_{Б2} = F_{у}\sin\alpha_{п}$ – боковые усилия на груз.

Динамическая сила, определяющая перемещение груза по платформе

$$F_{дин} = F_{Б\Sigma} – F_{ТР} = m_{Г}a_{Г}.$$

Поскольку $F_{Б\Sigma} = (F_{Т} + F_{у})\sin\alpha_{п}$, то $F_{дин} = (F_{Т} + F_{у})\sin\alpha_{п} – \mu F_{Т}\cos\alpha_{п}$.

Отсюда можно получить уравнения ускорения $a_{Г}$, скорости $V_{Г}$ и пути $S_{Г}$ груза на платформе:

$$a_{Г} = \frac{(F_{Т} + F_{у})\sin\alpha_{П} - \mu F_{Т}\cos\alpha_{П}}{m_{Г}};\quad V_{Г} = \frac{a_{Г}}{p};\quad S_{Г} = \frac{V_{Г}}{p};\quad p = \frac{d}{dt}.$$

На основании полученных уравнений можно построить ДСС нагруженной платформы (рис. 2.9,б), наглядно отражающую физику происходящих процессов.

2) Имитационное моделирование ВЭМС

Компьютерное моделирование ВЭМС в программной среде MATLAB-Simulink скомпонована путем объединения модулей СЭП, ДР и наклонной платформы. При этом введена подсистема стабилизации колебаний платформы с регуляторами РЛК и РУК. Математическая модель нагрузки встроена в базовую модель платформы.

Моделирование динамики ВЭМС выполнялось в околорезонансной зоне $\omega_{ДР} \approx 0{,}7\omega_{УП}$ для режимов работы ВУ с вариацией угла наклона платформы $\alpha_п$, коэффициента трения μ, массы груза $m_Г$ и углового рассогласования ДР θ.

На рис.2 .10 построены графики изменения $a_Г$, $V_Г$, $S_Г$ от коэффициента трения μ для различных углов θ за время моделирования 10 с при $m_Г = 5$ кг. На рис. 2.11 соответственно представлены графики изменения $a_Г$, $V_Г$, $S_Г$ от массы груза $m_Г$ при вариации θ для $\mu = 0{,}5$.

Из полученных результатов следует, что применение оптимизированной ВЭМС двухроторной ВУ с наклонной платформой позволяет получить достаточно широкое множество технологических режимов установки с заданными траекториями колебаний и перемещения продукта (груза).

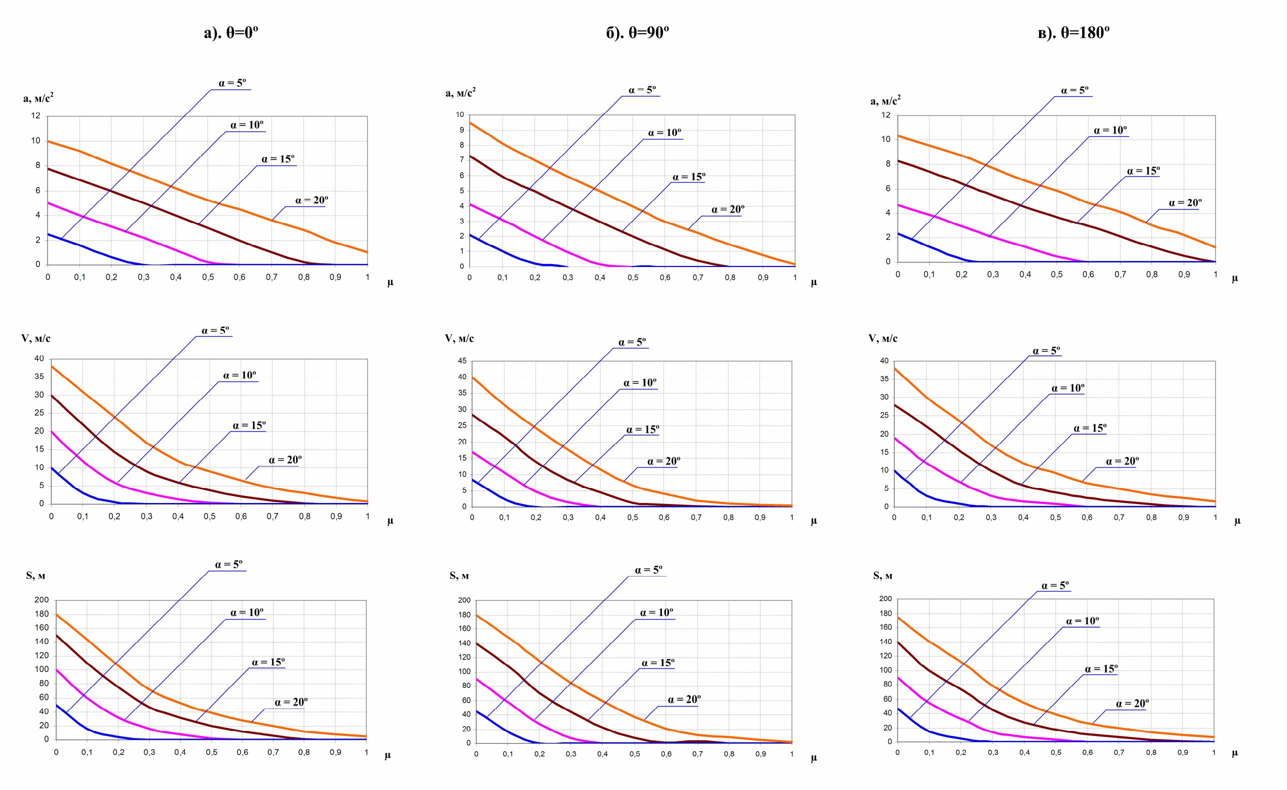


Рис. 2.10. Графики изменения $a_Г$, $V_Г$, $S_Г$ от трения μ для различных углов θ за время моделирования 10 с при $m_Г = 5$ кг

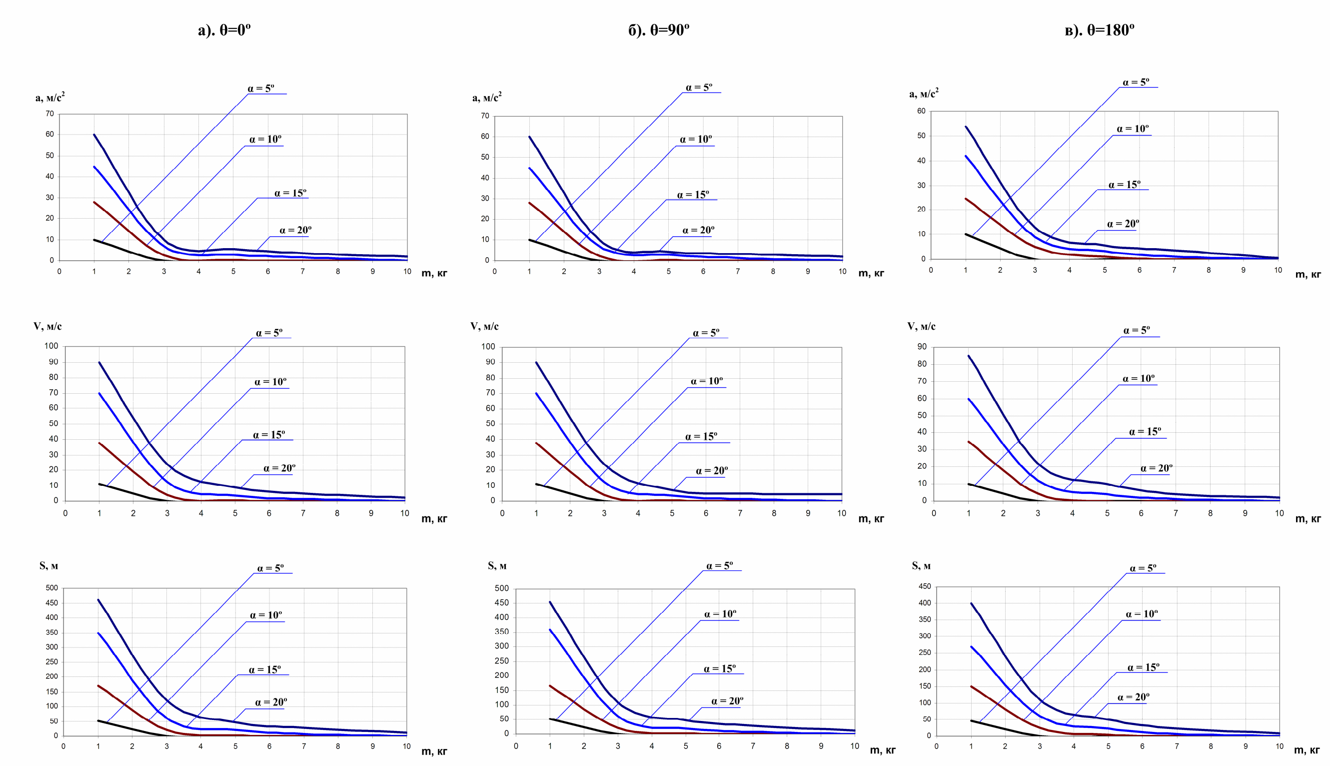


Рис.2.11. Графики изменения $a_Г$, $V_Г$, $S_Г$ от массы груза $m_Г$ для различных углов θ за время моделирования 10 с при μ = 0,5

2.2.4. Синтез законов управления режимами работы автоматизированных виброустановок

1. Методика мехатронного управления ВЭМС

Форма колебаний платформы определяется совокупностью задающих сигналов, основными из которых являются: задание скорости ДР ($\omega_{ДР}$) и угловое рассогласование роторов (θ_i). В установках с вариацией углов наклона валов ДР и изменением их длины дополнительно вводятся сигналы α_i и h. Для управления этими координатами необходимы соответствующие сервоприводы, выполненные на шаговых или вентильных электродвигателях. От сервоприводов не требуется высокого быстродействия, поскольку они изменяют характер колебаний платформы, что должно выполняться достаточно плавно.

Методика мехатронного микропроцессорного управления ЭМС ВУ содержит следующие этапы:

1) Определение совокупности колебательных режимов платформы при вариации задающих сигналов в требуемой области (прямой синтез управления ЭМС). Данный этап заканчивается построением соответствующих зависимостей (номограмм) выходных координат объекта от управляющих воздействий, т.е. $\omega_{ДР}, \theta_i, \alpha_i, h = f(z_{3C}, z_{3П}, z_{3\alpha}, z_{3h})$, с выделением областей плоскостных и пространственных колебаний платформы.
2) Определение совокупности задающих сигналов для обеспечения требуемого множества колебаний платформы (обратный синтез управления ЭМС). При

этом получают необходимые номограммы, связывающие задающие сигналы с выходными координатами объекта, т.е. $z_{ЗС}, z_{ЗП}, z_{З\alpha}, z_{Зh} = f(\omega_{ДР}, \theta_i, \alpha_i, h)$.

3) Формирование алгоритмов управления объектом на основе номограмм предыдущего этапа в областях плоскостных и пространственных колебаний платформы.
4) Разработка программ на выбранном языке программирования для управляющего микроконтроллера, реализующего сформированные алгоритмы.
5) Многофакторные имитационные исследования взаимосвязанной ЭМС ВУ с управляющим контроллером и моделью объекта (полунатуральное моделирование) в требуемом множестве рабочих режимов.

2. Синтез рабочих режимов виброустановок

Апробация предложенной методики произведена на имитационной модели СЭП двухроторной ВУ с поворотными осями ДР. Модель скомпонована с использованием программ САПР SolidWorks, Pro-Engineer и пакета имитационного моделирования MATLAB-Simulink с расширением SimMechanics, позволяющих исследовать динамику управляемых механических систем. При разработке 3D-модели в САПР задаются свойства компонентов сборки и необходимые параметры механической системы. Далее с помощью CAD-транслятора SimMechanics Link формируется математическая модель в виде блок-схемы в Simulink (SimMechanics) на основе заданных массо-инерционных характеристик компонентов сборки, определяющих её динамические свойства.

Виброустановка работала на околорезонансной скорости $\omega_{ДР} = (0{,}7...0{,}9)\omega_{УП}$ ($\omega_{УП}$ - резонансная частота платформы), что обеспечило оптимальную управляемость ЭМС.

Прямой синтез управления ЭМС выполнен с вариацией угла рассогласования роторов (θ) и углов наклона их осей $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$. На рис. 2.12 представлены зависимости выходных координат виброплатформы $y_П$, $z_П$, $\varphi_П$, $\psi_П$ от управляющих сигналов. Обратный синтез выполнен по результатам 1-го этапа. На рис. 2.13 построены зависимости входных координат θ и α от регулируемых параметров виброплатформы $y_П$, $z_П$, $\varphi_П$, $\psi_П$.

Совокупность подобных номограмм позволяет выбирать заданные режимы функционирования многороторных виброустановок с требуемыми параметрами плоскостных и пространственных колебаний платформы.

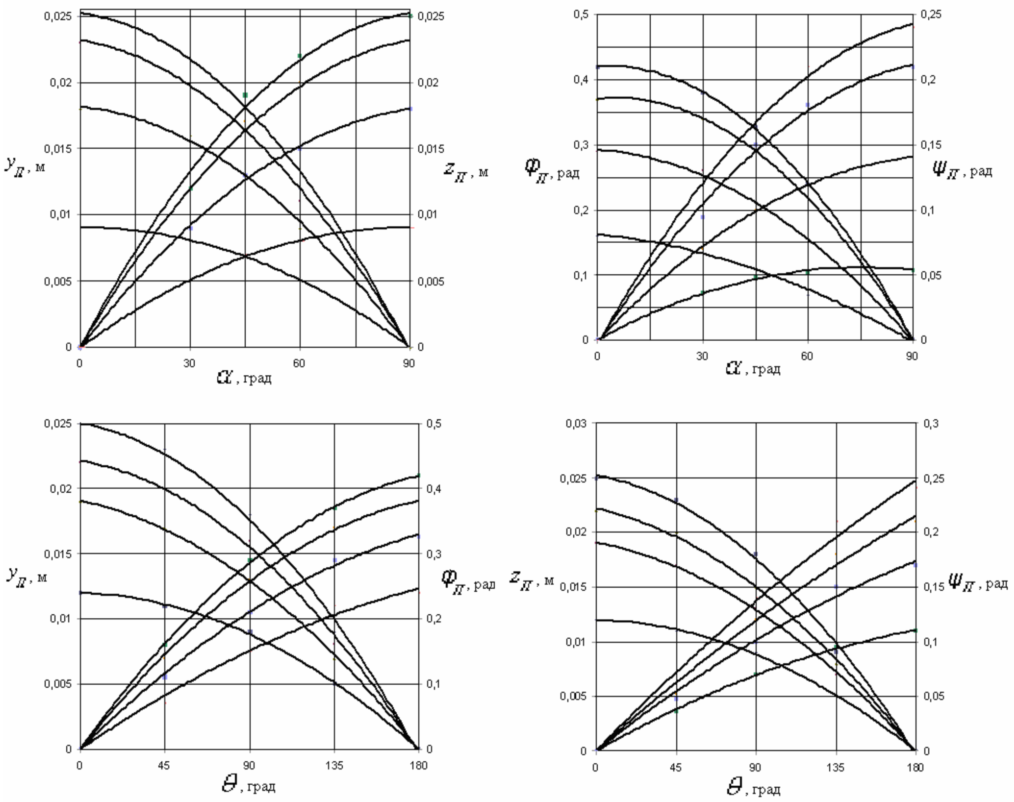


Рис. 2.12. Зависимости регулируемых координат при прямом синтезе управления ЭМС виброустановки

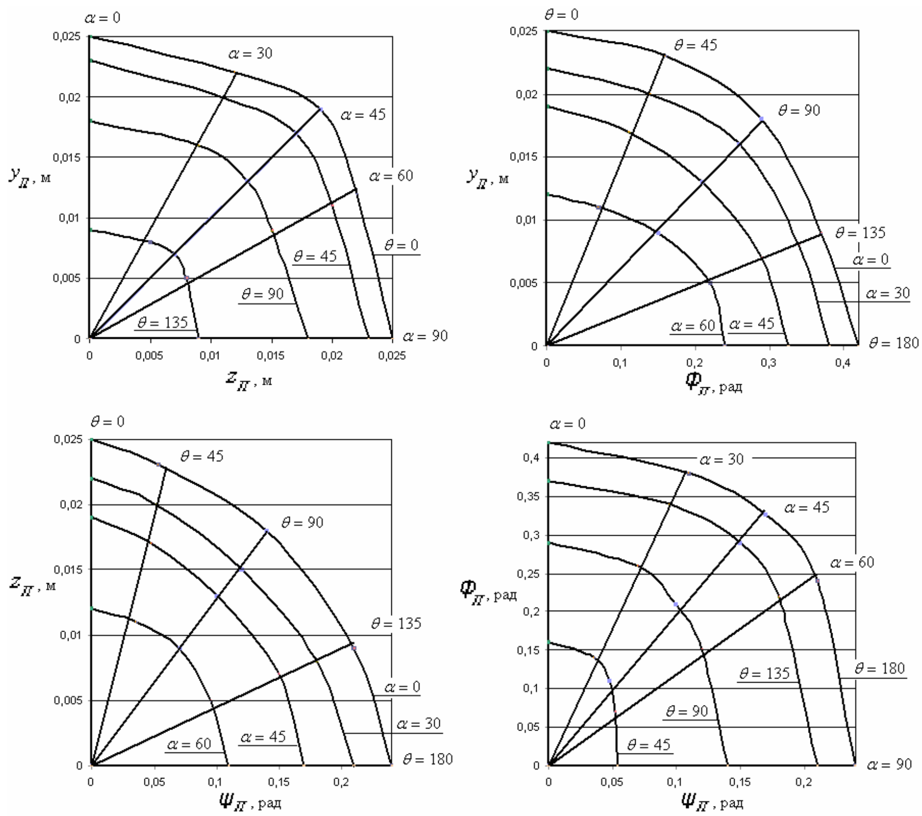


Рис. 2.13. Зависимости регулируемых координат при обратном синтезе управления ЭМС виброустановок

2.3. Автоматизированные ЭМС трёхроторных вибрационных установок

2.3.1. Исследование СЭП виброустановки с ортогональным расположением роторов

1. Имитационное моделирование динамических режимов ЭМС виброустановки

Концепция построения взаимосвязанной СЭП трёхроторной виброустановки (ВУ) с регулированием фаз между дебалансами состоит в выборе 1-го привода в качестве ведущего, регулируемого по скорости (САРС), а 2-го и 3-го приводов – как ведомых, регулируемых по положению (САРП) относительно 1-го привода. САР являются унифицированными, с подчинённым регулированием параметров, поэтому САРС имеет контуры регулирования тока и скорости, а САРП – контуры тока, скорости и положения.

Соответствующая ДСС ЭМС виброустановки показана на рис. 2.14, где введены обозначения: ЗС – задатчик скорости СЭП; ЗП1, ЗП2 – задатчики положения роторов ведомых приводов; РС, РП – регуляторы скорости и положения; ЗКТ – замкнутые контуры тока двигателей; ДС – датчики скорости; Р – редукторы; ФД – фазовые дискриминаторы; k_M - коэффициенты момента электродвигателей. Механическая часть виброустановки разработана в п. 1.3.1. Настройки контуров СЭП выполняют в соответствии с ранее изложенными рекомендациями. Рабочий режим ВУ выбирается околорезонансным при средних скоростях ДР $\omega_{БС} \approx (0,7...0,9)\,\omega_{УП}$ ($\omega_{УП}$ - частота упругих колебаний платформы),

Имитационное моделирование ЭМС выполнялось на ЭВМ по ДСС рис. 2.14 в среде MATLAB-Simulink. Структурное моделирование сложных динамических систем в Simulink обеспечивает физическую наглядность проводимых исследований, удобство вариации структуры и параметров системы и наблюдение нескольких регулируемых координат. В рассматриваемом случае модель взаимосвязанной ЭМС строится по модульному принципу с вложенными структурами сепаратных подсистем (сервоприводы, дебалансные роторы, платформа в координатных осях X, Y, Z).

На рис. 2.15,а представлены переходные процессы углов рассогласования роторов при задании $\theta_{12} = 0$ и $\theta_{13} = \pi / 2$ в процессе запуска виброустановки на околорезонансную скорость $\omega_{БС} = 0,8\omega_{УП}$ ($\omega_{УП} \approx 30\,c^{-1}$), где видно высокое быстродействие САРП и эффективное подавление оборотных биений, что подтверждает справедливость разработанных рекомендаций по построению и оптимизации системы.

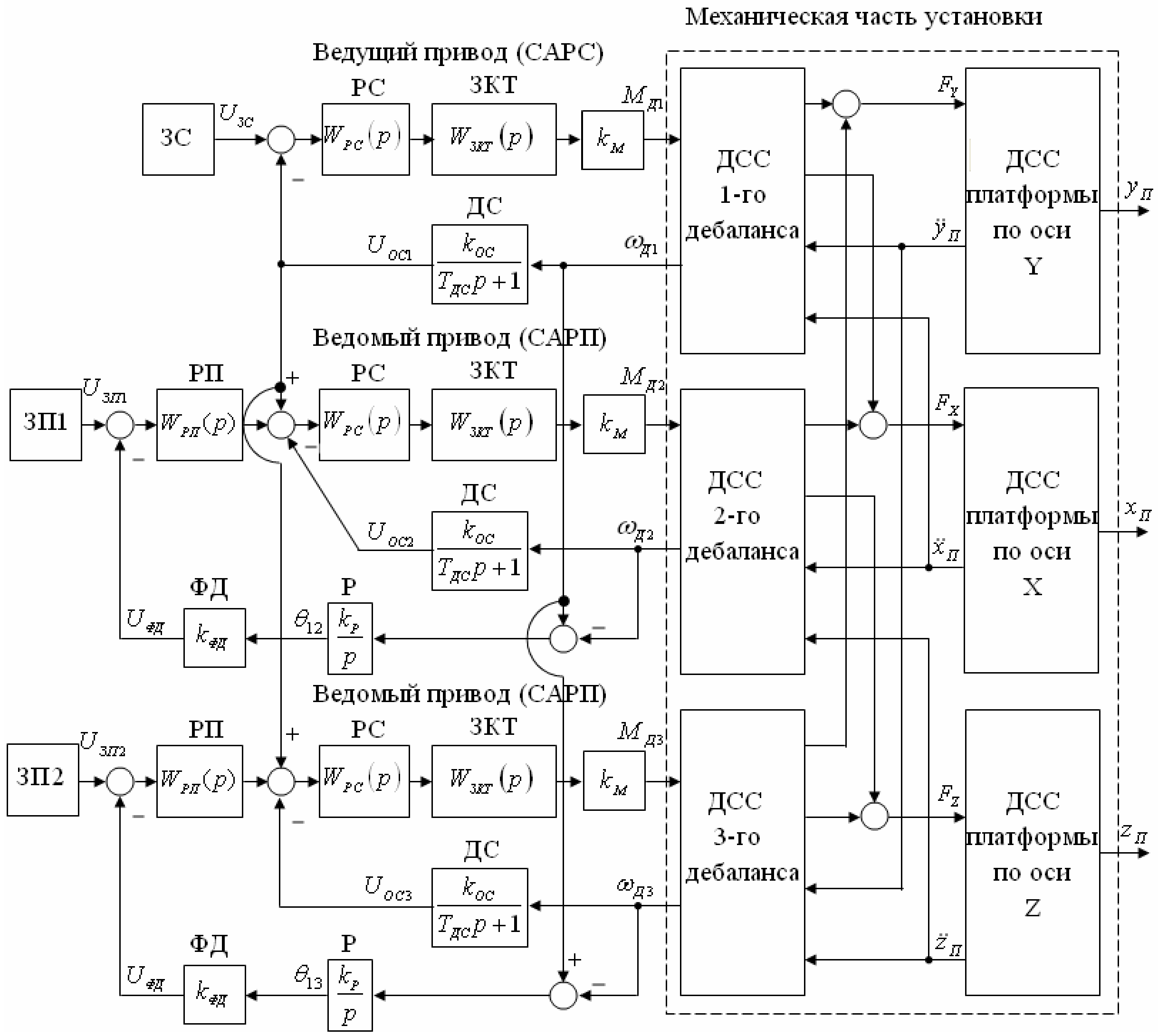
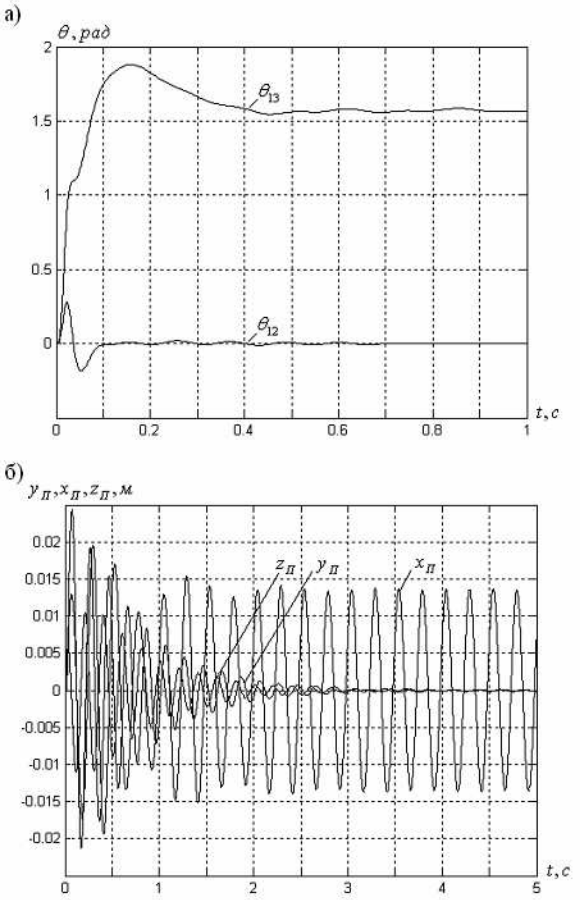


Рис. 2.14. Динамическая структурная схема ЭМС трёхроторной вибрационной установки

На рис. 2.15,б показаны колебания виброплатформы при задании $\theta_{12} = 0$ и $\theta_{13} = \pi$. При этом вынуждающие силы дебалансов 1, 3 и 2, 3 находятся в противофазе (противофазное вращение роторов), а колебания платформы по координатам Y и Z в квазиустановившемся режиме практически отсутствуют.

По результатам проведённых исследований на рис. 2.16 построены графики зависимости амплитуды колебаний платформы по координатам Y (а), Z (б), X (в) от углов рассогласования ДР θ_{12} и θ_{13} при их характерном сочетании, откуда видна возможность управления колебаниями платформы в широких пределах, а именно $0 < y_П < y_{П\max}$; $0 < z_П < z_{П\max}$; $0 < x_П < 0{,}7x_{П\max}$, где максимальные значения колебаний соответствуют удвоенным амплитудам однороторных ВУ. Вместе с тем следует отметить, что независимое управление колебаниями платформы возможно лишь по двум координатам (в данном



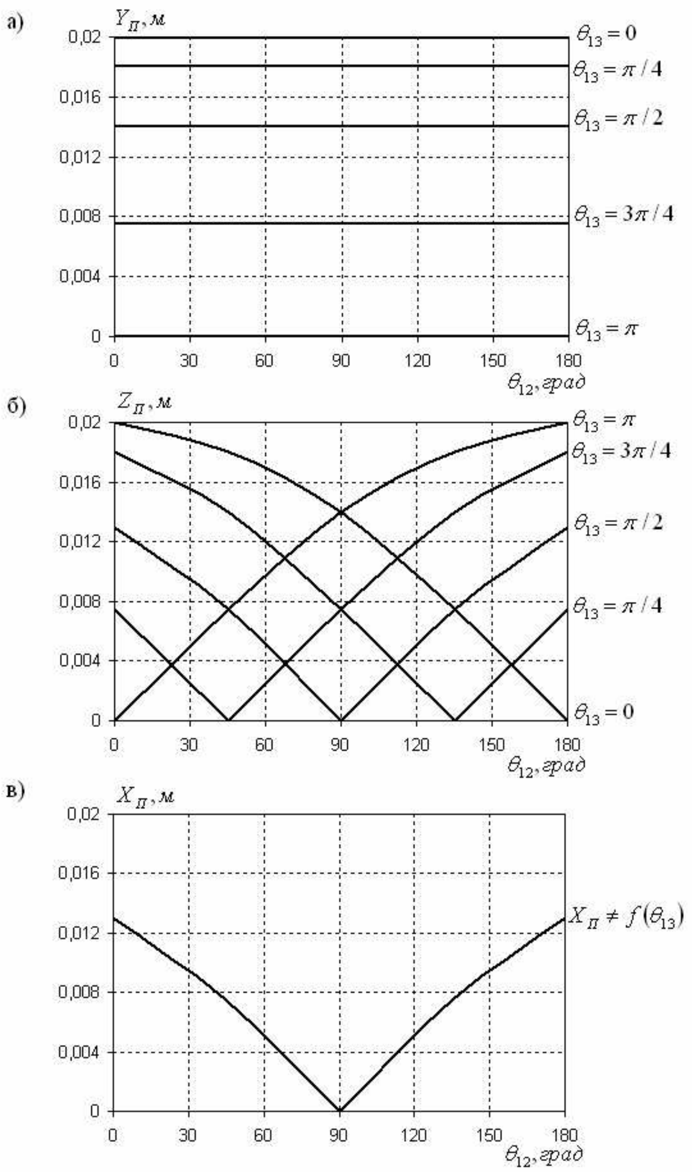


Рис. 2.15. Переходные процессы углов рассогласования ДР (а) и колебаний виброплатформы (б)

Рис. 2.16. Характеристики управления колебаниями виброплатформы при вариации углов θ_{12} и θ_{13}

случае по Y и Z), что обусловлено синхронной скоростью роторов при вращении их в ортогональных плоскостях.

Применение трёхроторных виброустановок позволяет существенно расширить возможности управления колебаниями рабочего органа по сравнению с одно- и двухроторными агрегатами. При соответствующем построении и оптимизации взаимосвязанной ЭМС достигается устойчивая работа ВУ при тонком регулировании параметров плоскостных и пространственных колебаний платформы.

Для стабилизации колебаний платформы при изменении нагрузки вводят наложенное вибрационное управление с регуляторами линейных колебаний (РЛК) [52]. Здесь возможны следующие варианты. Первый способ основан на регулировании амплитуды колебаний $y_{П}$ путем изменения угловой скорости роторов на склоне резонансного пика установки в дорезонансной области через коррекцию скорости ведущего ДР. Второй способ базируется на управлении углами рассогласования ДР при постоянстве их скорости. Проведенные исследования показали, что в данном случае возможно независимое управление амплитудой колебаний платформы по двум из трёх координат. Третий вариант сочетает в себе 1-й и 2-й способы и является фазоскоростным, при котором осуществляется регулирование скорости ведущего ДР и углов рассогласования ведомых роторов.

Оценивая указанные варианты стабилизации режимов работы ВУ, следует отметить, что первая система с коррекцией скорости роторов обеспечивает более широкий диапазон изменения нагрузки виброплатформы.

2. Динамика ЭМС виброустановки с нагруженной наклонной платформой

При вибрационном грохочении, транспортировании грузов, а также в вибродозаторах различного назначения необходимо обеспечить соответствующие параметры направленных виброколебаний рабочего органа. В рассматриваемом случае необходимо провести исследование автоматизированной ЭМС ВУ с наклонной (поворотной) платформой в условиях вариации параметров объекта управления. В соответствии с этим основными задачами являются разработка адекватной математической модели ЭМС и проведение многофакторных имитационных исследований системы в требуемом множестве режимов функционирования. На рис. 2.17 представлена расчетная кинематическая схема трехроторной ВУ с грузом, движущимся по платформе.

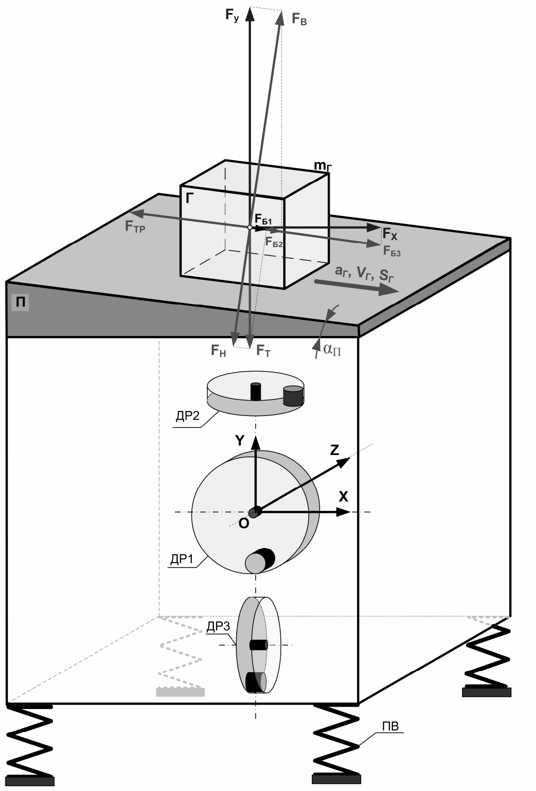


Рис.2.17. Расчётная кинематическая схема трехроторной вибрационной установки с учетом перемещения груза по платформе

На рисунке введены обозначения: ПВ – пружинные виброизоляторы; ДР – дебалансные роторы; Г – груз; П – платформа; $m_Г$ – масса груза; $a_Г$, $V_Г$, $S_Г$ – ускорение, скорость и перемещение груза; $\alpha_п$ – угол наклона платформы; $F_Т$ – сила тяжести груза; $F_Н$ – сила нормального давления груза; $F_{Б1}$ – боковое усилие от силы $F_Т$; $F_у$=$F_{1у}$+$F_{3у}$ – вынуждающая сила дебалансов по оси y; $F_В$ – возмущающая сила, действующая на груз со стороны платформы; $F_{Б2}$ – боковое усилие от силы $F_В$; $F_х$ – сила вынуждающих колебаний по оси X; $F_{Б3}$ – боковое усилие от силы $F_х$; $F_{ТР}$ – сила трения; μ – коэффициент трения (0,1...0,5).

Рассмотрим процесс перемещения груза в направлении наклона платформы (в плоскости XY). Поскольку сила терния $F_{ТР}$ и сила нормального давления груза $F_Н$ связаны между собой выражением $F_{ТР} = \mu F_Н$, то можно записать $F_{ТР} = \mu F_Н = \mu F_Т \cos\alpha_п$, где $F_Т = m_Г g$.

Суммарное боковое усилие на груз:

$$F_{БΣ} = F_{Б1} + F_{Б2} + F_{Б3},$$

где $F_{Б1} = F_Т \sin\alpha_п$; $F_{Б2} = F_у \sin\alpha_п$; $F_{Б3} = F_х \cos\alpha_п$ – боковые усилия на груз.

Динамическая сила, определяющая перемещение груза по платформе:

$$F_{дин} = F_{БΣ} – F_{ТР} = m_Г a_Г.$$

Поскольку $F_{БΣ} = F_Т \sin\alpha_п + F_у \sin\alpha_п + F_х \cos\alpha_п$, то

$$F_{дин} = (F_Т + F_у) \sin\alpha_п – (\mu F_Т – F_х) \cos\alpha_п.$$

Отсюда можно получить уравнения ускорения $a_Г$, скорости $V_Г$ и пути $S_Г$ груза на платформе

$$a_Г = \frac{\sin\alpha_П(F_Т + F_у) + F_х\cos\alpha_П - \mu F_Т\cos\alpha_П}{m_Г},\ V_Г = \frac{a_Г}{p},\ S_Г = \frac{V_Г}{p}.$$

На основании полученных уравнений можно построить ДСС нагруженной платформы (рис. 2.18), отражающую физику происходящих процессов.

Если данную ДСС включить в состав имитационной модели трехроторной ВУ, выполненной в Matlab Simulink, то получим модель взаимосвязанной ЭМС для проведения многофакторных исследований.

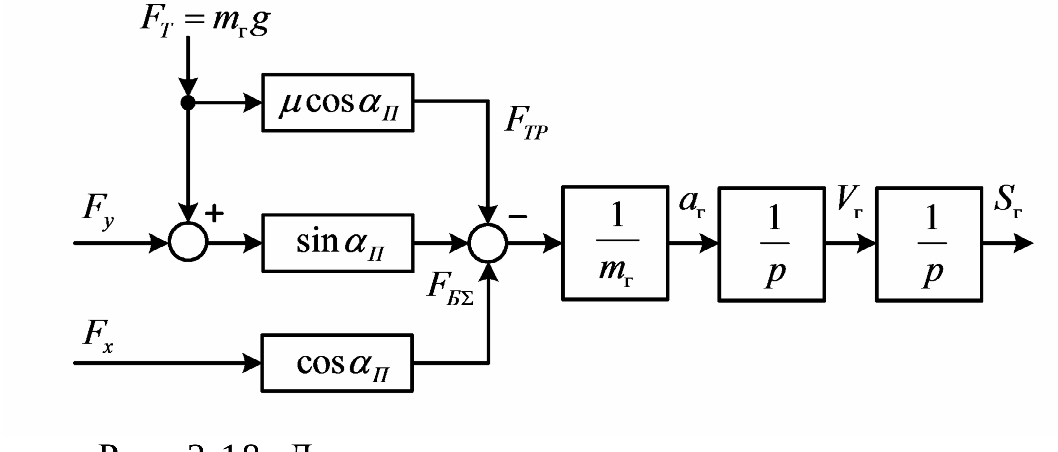


Рис. 2.18. Динамическая структурная схема
для расчета перемещения груза на платформе

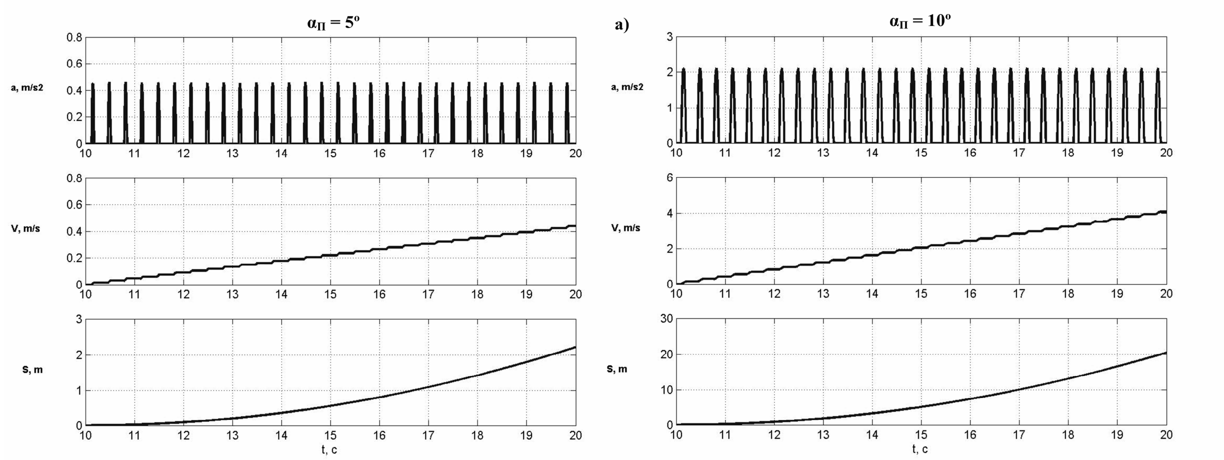
При анализе динамики ЭМС рассматриваются сочетания углов рассогласования ДР, при которых отсутствуют колебания по оси Z, т.е. θ_{12}=0º, θ_{13}=180º; θ_{12}=45º, θ_{13}=135º; θ_{12}=90º, θ_{13}=90º; θ_{12}=135º, θ_{13}=45º; θ_{12}=180º, θ_{13}=0º.

Имитационное моделирование динамики ЭМС выполнялось в околорезонансной зоне работы ВУ $\omega_{ДР} \approx 0{,}7\omega_{УП}$ ($\omega_{УП}$ – частота упругих колебаний) с вариацией угла наклона платформы $\alpha_п$, массы груза $m_Г$, коэффициента трения μ и углового рассогласования θ ДР.

На рис. 2.19,а построены графики изменения ускорения $a_Г$, скорости $V_Г$ и пути $S_Г$ груза за время моделирования 10 с при μ = 0,5, углах рассогласования θ_{12}=135º, θ_{13}=45º, $m_Г$ = 5 кг., а на рис. 2,19,б – при нагрузке 7 кг.

Из анализа полученных зависимостей следует, что при увеличении массы груза значения ускорения, скорости и пути груза уменьшаются, что связано с увеличением силы трения и снижением амплитуды колебаний платформы. При определенном соотношении массы груза и угла наклона платформы сила трения окажется больше величины вектора вынуждающих сил и груз остановится. При увеличении коэффициента трения платформы этот эффект по времени будет наблюдаться раньше. С увеличением угла наклона платформы достигаются большие величины ускорений, скоростей, и, как следствие, груз проходит больший путь.

а)



б)

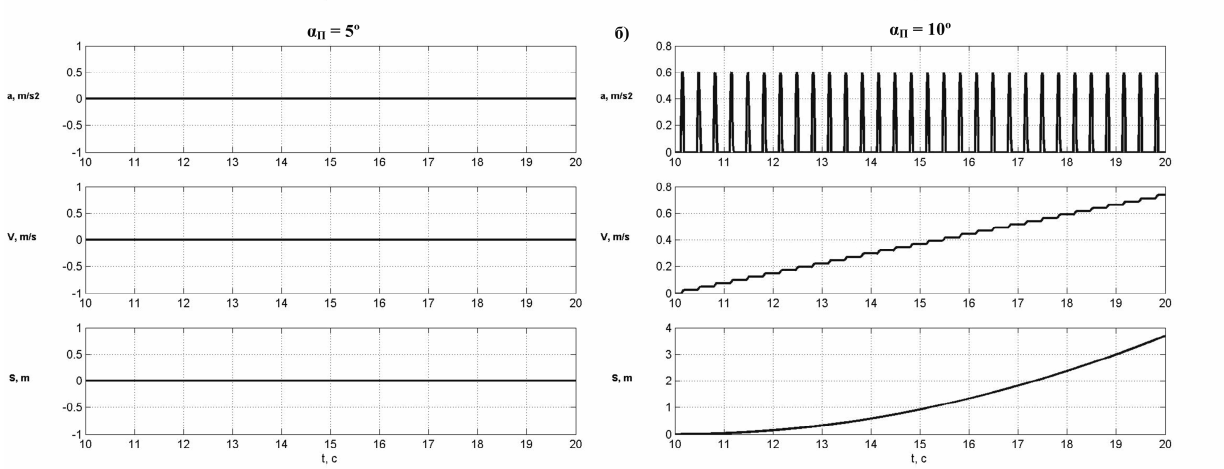


Рис. 2.19. Графики $a_Г$, $V_Г$, $S_Г$ при вариации угла наклона и нагрузки платформы

2.3.2. Исследование СЭП виброустановки со средним поворотным ротором

СЭП выполняется с индивидуальными приводами ДР (рис. 2.20). В качестве ведущего выбирают 3-й (средний) ротор, регулируемый по скорости (САРС с контурами тока и скорости двигателя $Д_3$). Ведомыми являются роторы 1 и 2, регулируемые по угловому положению θ_{13} и θ_{23} относительно ротора 3 (САРП$_1$ и САРП$_2$ с контурами тока, скорости и положения).

Настройка регуляторов САРС и САРП производится по рекомендациям, изложенным выше, с обеспечением необходимого быстродействия контуров САУ. Для стабилизации параметров колебаний платформы следует ввести наложенное вибрационное управление с регуляторами линейных (РЛК) и угловых (РУК) колебаний платформы по координатам $y_П$ и $\varphi_П$. При этом РЛК воздействует на вход САРС, а РУК – на вход САРП.

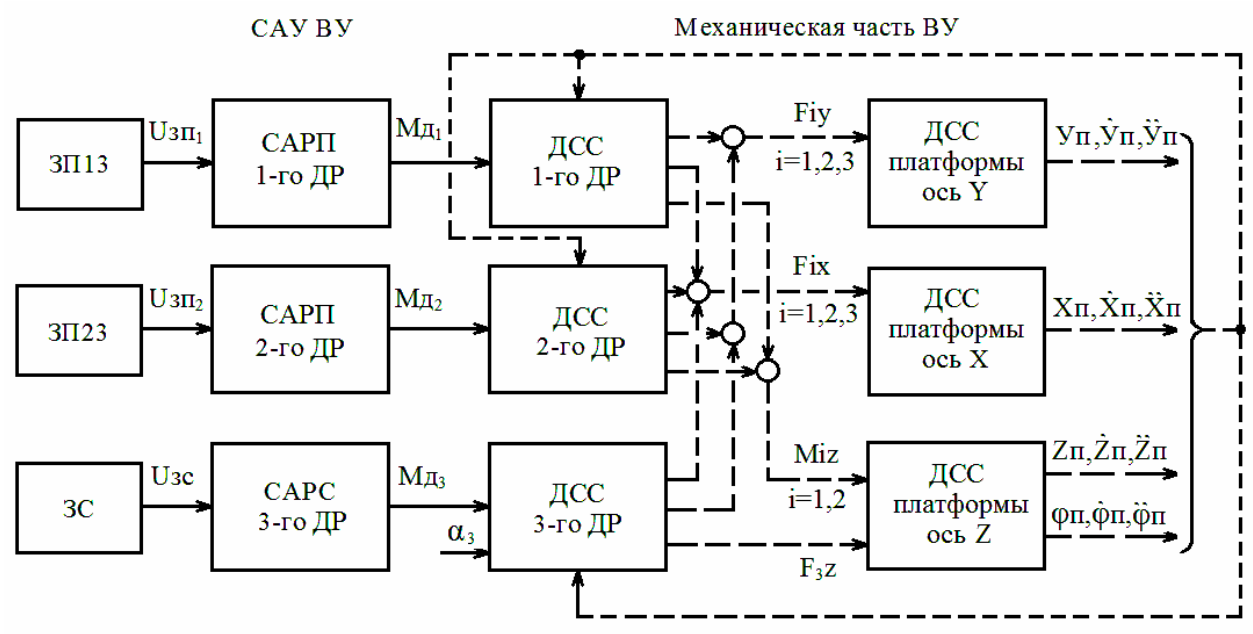


Рис. 2.20. Динамическая структурная схема трехроторной ВУ со средним поворотным ДР

Компьютерное моделирование ВЭМС проводилось в среде Matlab-Simulink. Имитационная модель компоновалась в соответствии с ДСС рис. 2.20.

Исследования квазиустановившихся режимов ВУ проводились на околорезонансной скорости роторов $\omega_{ДР} = (0{,}7...0{,}9)\omega_{УП}$, где $\omega_{УП}$ – частота свободных упругих колебаний платформы. Вначале исследовались процессы генерирования плоскостных, а затем пространственных колебаний виброплатформы при $m_{б1} = m_{б2} = m_б$ и $m_{б3} = 2m_б$.

При $\alpha_3 = 0^0, \theta_{13} = \theta_{23} = 0^0$ платформа совершает колебания в плоскости XY с $y_{П\max}$ (рис. 2.21,а). При $\alpha_3 = 0^0, \theta_{13} = \theta_{23} = 180^0$ роторы 1 и 2 находятся в противофазе к ДРЗ, что обуславливает отсутствие колебаний платформы.

При $\alpha_3 = 90^0, \theta_{13} = \theta_{23} = 0^0$ траектории движения платформы имеют наклон в плоскости ZY, равный 45^0 (рис. 2.21,б). Следует отметить, что при указанном соотношении масс роторов угол наклона колебаний платформы $\beta_П = \frac{\alpha_3}{2}$. При противофазном движении роторов 1 и 2 у платформы отсутствуют линейные колебания по оси Y, а имеются лишь угловые колебания $\varphi_П$ относительно оси Z, что позволяет ДРЗ при $\alpha_3 = 90^0$ перевести движение платформы в плоскость XZ (рис. 2.21,в).

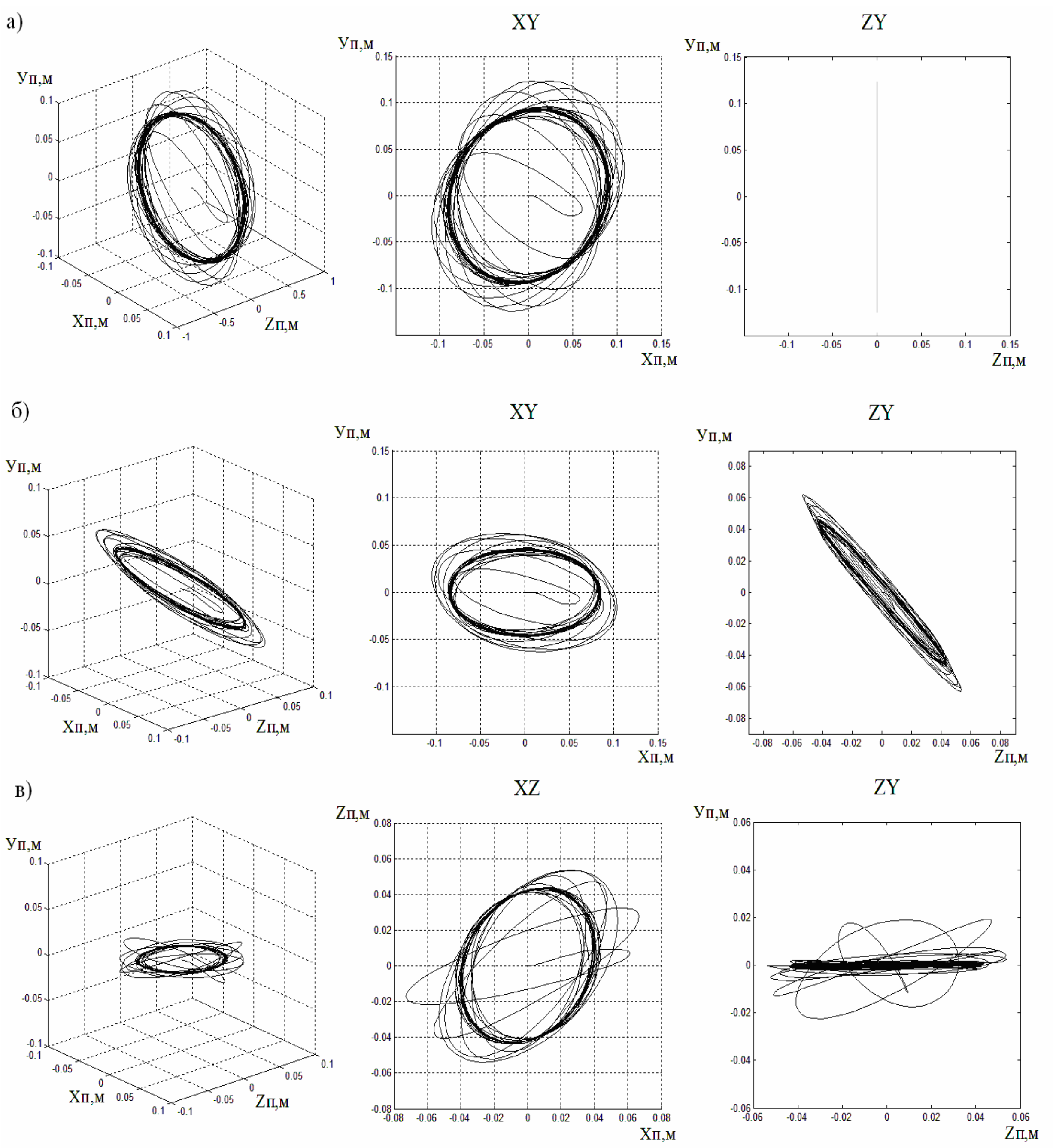


Рис. 2.21. Траектории движения платформы:
а - при $\alpha_3 = 0^0, \theta_{13} = \theta_{23} = 0^0$; б - при $\alpha_3 = 90^0, \theta_{13} = \theta_{23} = 0^0$;
в - при $\alpha_3 = 90^0, \theta_{13} = -90^0, \theta_{23} = 90^0$.

2.4. Автоматизированные ЭМС четырёхроторных вибрационных установок

В четырехроторных ВУ с индивидуальным электроприводом ДР получение требуемого множества колебательных режимов возможно как при управлении рассогласованием фаз дебалансов внутри пар, где ведущими в каждой паре являются 1-й и 3-й роторы $\theta_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$; $\theta_{34} = \varphi_3 - \varphi_4$, так и при управлении разностью фаз между парами дебалансов $\theta_{П13} = \varphi_1 - \varphi_3$. При использовании в САУ взаимосвязанных структур подчиненного регулирования 1-й привод выполняется ведущим с контурами тока и скорости, а ведомые приводы, регулируемые по угловому рассогласованию θ, с контурами тока, скорости и положения.

Реализация данной концепции построения ЭМС представлена на рис. 2.22, где введены обозначения: ЗС - задатчик скорости ведущего привода; ЗП – задатчики положения ведомых приводов; РП, РС, ЗКТ – регуляторы положения, скорости и замкнутые контуры тока с соответствующими передаточными функциями $W_{РП}(p), W_{РС}(p), W_{ЗКТ}(p)$; ДС, ФД – датчики скорости ($k_{ос}$, $T_{ДС}$) и фазовые дискриминаторы ($k_{ФД}$), $k_р$ - коэффициенты передачи редукторов; $k_М$ - коэффициенты момента электродвигателей, в качестве которых могут быть использованы двигатели постоянного тока или вентильные двигатели, питаемые от транзисторных преобразователей.

Для надежного управления режимами работы ВУ необходимо подавление оборотных колебаний скоростей ДР, обусловленных гармоническим характером момента сопротивления $M_{Бi}$, что требует достаточно высокого быстродействия САУ. При этом контуры тока настраиваются на оптимум по модулю (ОМ) с частотами среза $\omega_{с.КТ} = 200,...,250 c^{-1}$, контуры скорости – на скорректированный оптимум (СКО) с частотами среза $\omega_{с.КС} = 100,...,120 c^{-1}$, а контуры положения – на ОМ с $\omega_{с.КП} = 50,...,60 c^{-1}$, причём для поддержания фазового рассогласования ДР необходимо, чтобы $\omega_{с.КП} > \omega_{УП}$, где $\omega_{УП}$ - частота упругих колебаний платформы. Указанные значения частот среза контуров САУ относятся к электроприводам с малоинерционными двигателями ($P_Н$ до 1 кВт), применяемыми в испытательных вибростендах.

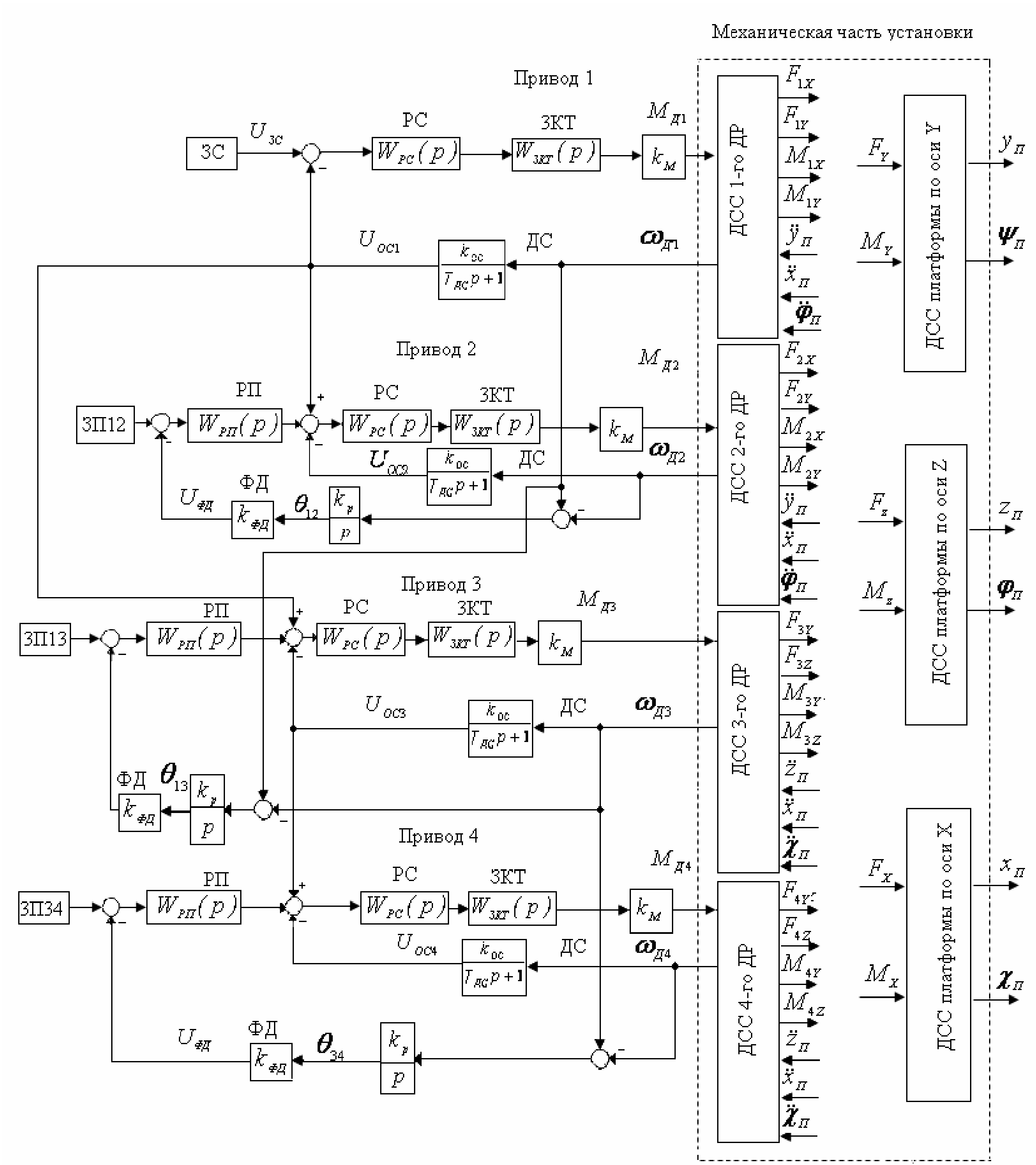


Рис. 2.22. Динамическая структурная схема ЭМС четырёхроторной вибрационной установки

2.4.1. Имитационное исследование ЭМС виброустановок

Имитационное моделирование взаимосвязанной ЭМС ВУ выполнено в программной среде Matlab-Simulink.

Структура модели сформирована по ДСС рис. 2.22 на базе разработанных модулей механической и электрической частей ЭМС с использованием технологии подсистем (Subsystem). Приводы ДР с САУ находятся в подсистемах ServoDrive, их выходами являются моменты двигателей $M_{Дi}$; ДР расположены в подсистемах Potor и их выходами являются проекции вынуждающих сил F_{iX}, F_{iY}, F_{iZ} и моментов M_{iX}, M_{iY}, M_{iZ}, действующих на виброплатформу, а также угловые скорости двигателей (дебалансов) $\omega_{Дi}$.

Модель виброплатформы разделена на три подсистемы Platform с проекциями по осям X, Y, Z; выходами подсистем являются линейные $y_П$, $z_П$, $x_П$ и угловые $\psi_П, \varphi_П, \chi_П$ движения платформы, а также их производные. Подсистема Interconnect реализует сложение проекций вынуждающих сил дебалансов в проекции суммарных сил F_Y, F_Z, F_X и моментов M_Y, M_Z, M_X, действующих на платформу по каждой координате.

Имитационное моделирование ЭМС осуществлено в дорезонансной зоне на скорости приводов $\omega_{Дi} = 0{,}8\omega_{УП}$ для оценочных параметров ВУ ($\omega_{УП} \approx 30c^{-1}$) при различных углах рассогласования роторов. Результаты исследований представлены в виде обобщенных зависимостей параметров колебаний платформы от θ для ВУ с прямоугольным расположением ДР (см. п. 1.4.1).
На рис. 2.23,а построены характеристики управления линейными колебаниями в функции угла рассогласования θ_{12} при различных значениях углов θ_{13} между парами ДР. На рис. 2.23,б показаны соответствующие зависимости угловых колебаний платформы. Следовательно, данная ВУ обеспечивает управление колебаниями платформы по шести степеням свободы. ВУ с крестообразным расположением ДР реализует управление по пяти координатам за исключением угла $\psi_П$.

Вывод

При рациональном построении и выборе способов оптимизации взаимосвязанной ЭМС четырехроторные виброустановки обеспечивают колебательные режимы по 5-6-ти степеням свободы, аналогичные режимам функционирования шестироторных ВУ. Вместе с тем при равных условиях амплитуды колебаний по осям X и Z у них будут меньше. Применение установок рассматриваемого класса целесообразно для генерирования сложных форм пространственных колебаний при испытаниях изделий различного назначения.

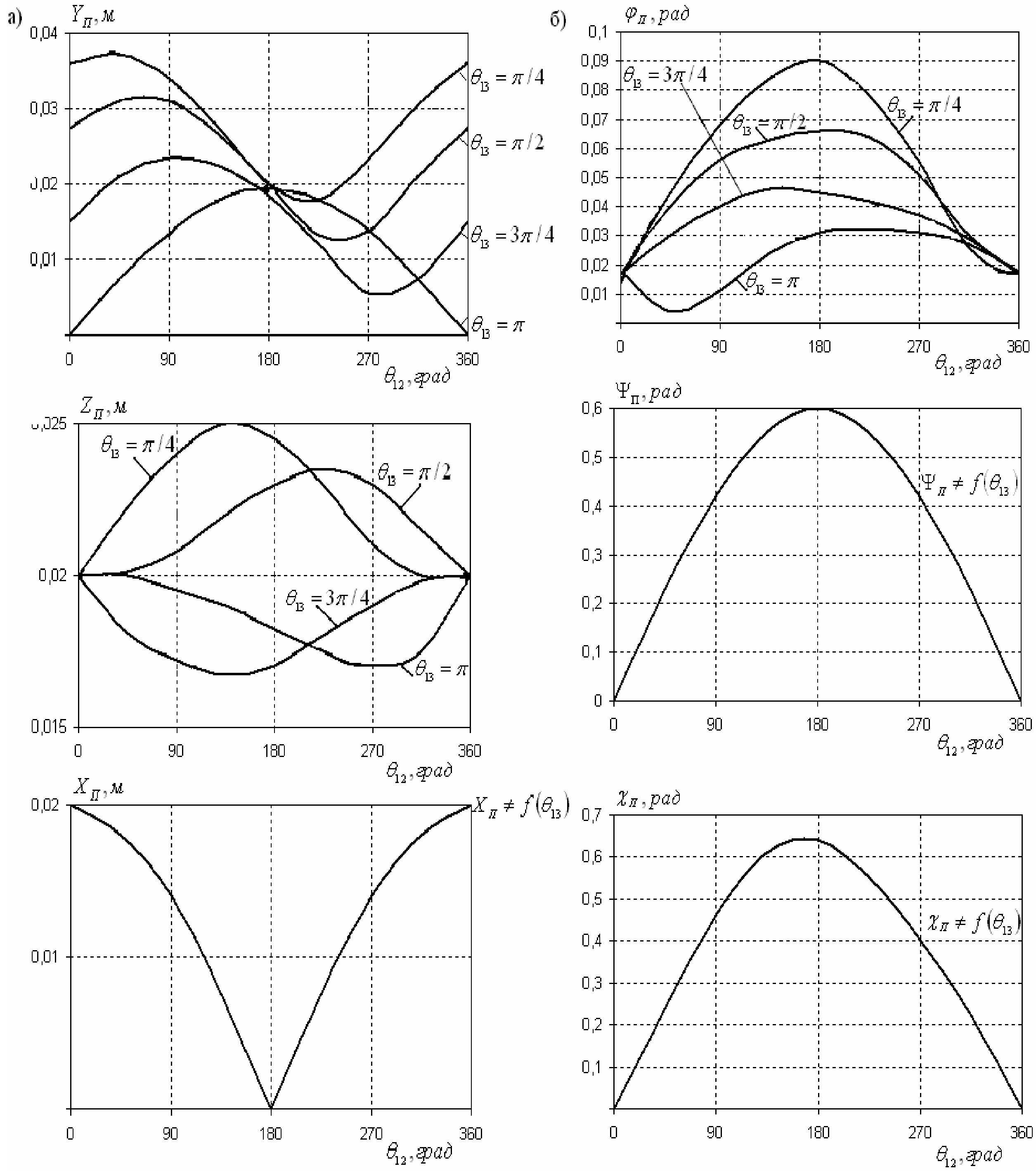


Рис. 2.23. Характеристики управления линейными (а) и угловыми (б) колебаниями платформы при вариации углов рассогласования ДР

2.4.2. Способы преодоления электромеханического резонанса

Технологические режимы вибрационных установок требуют изменения скорости дебалансных роторов (ДР) в широком диапазоне, поэтому в ряде случаев приходится выходить в зарезонансную зону работы ЭМС. При пуске ВУ, в период прохождения ЭМС резонансной зоны наблюдается «застревание» системы электропривода (СЭП) и интенсивные упругие колебания платформы, обуславливающие удары в исполнительном механизме и выход из строя пружинных виброизоляторов. Данное явление известно также как эффект Зоммерфельда [57], наблюдаемый в СЭП с мягкими механическими характеристиками.

В процессе исследования эффекта Зоммерфельда в унифицированных СЭП с подчиненным регулированием параметров нами был предложен ряд способов его преодоления [48]:

– применение электродвигателей с высокой перегрузочной способность (высокомоментных двигателей);
– более интенсивный пуск ВУ;
– повышение жесткости механических передач приводов;
– введение контуров скорости, обеспечивающих жесткость механических характеристик приводных электродвигателей;
– введение дополнительных средств электротехнической коррекции СЭП (ПД – коррекции по скорости ДР; ПД – коррекции по скорости платформы; П – коррекции по ускорению платформы).

В последнем случае наибольший эффект дала коррекция по скорости платформы на вход контура тока двигателя.

Дальнейшие исследования показали, что эффект Зоммерфельда усиливается при увеличении количества ДР. Следовательно, задача преодоления электромеханического резонанса для многороторных установок является наиболее актуальной.

В многороторных ВУ открываются новые возможности подавления эффекта Зоммерфельда. При соответствующем построении взаимосвязанной ЭМС определенный эффект может дать управление фазовым рассогласованием ДР в период прохождения резонансной зоны. Рассмотрим данное техническое предложение на примере четырёхроторных установок с крестообразным расположением роторов (см. п. 1.4.2).

Одним из достоинств рассматриваемой структуры механической части ВУ является возможность достижения квазистатического режима, когда платформа (П) практически не совершает колебаний при вращающихся ДР. Для этого необходимо, чтобы сумма векторов вынуждающих сил и моментов, действующих на П со стороны дебалансов, была равна нулю, т.е.

$$\sum_{i=1}^{4}\overline{F}_{Y\,i},\ \sum_{i=1}^{4}\overline{F}_{X\,i},\ \sum_{i=1}^{4}\overline{F}_{Z\,i}=0;\ \sum_{i=1}^{4}\overline{M}_{X\,i},\ \sum_{i=1}^{4}\overline{M}_{Z\,i}=0. \tag{2.6}$$

Предлагаемое решение по безопасному прохождению области резонансных частот заключается в поддержании квазистатического режима на период преодоления зоны резонанса, для чего необходимо выполнение следующих условий:

$$\begin{cases}\omega_{Б1}=-\omega_{Б2}=\omega_{Б3}=-\omega_{Б4};\\ \theta_{12}=\theta_{34}=0;\ \theta_{13}=\pi,\end{cases} \tag{2.7}$$

т.е. необходимо поддержание равенства скоростей ДР с разными знаками внутри пар и противофазным движением между ними.

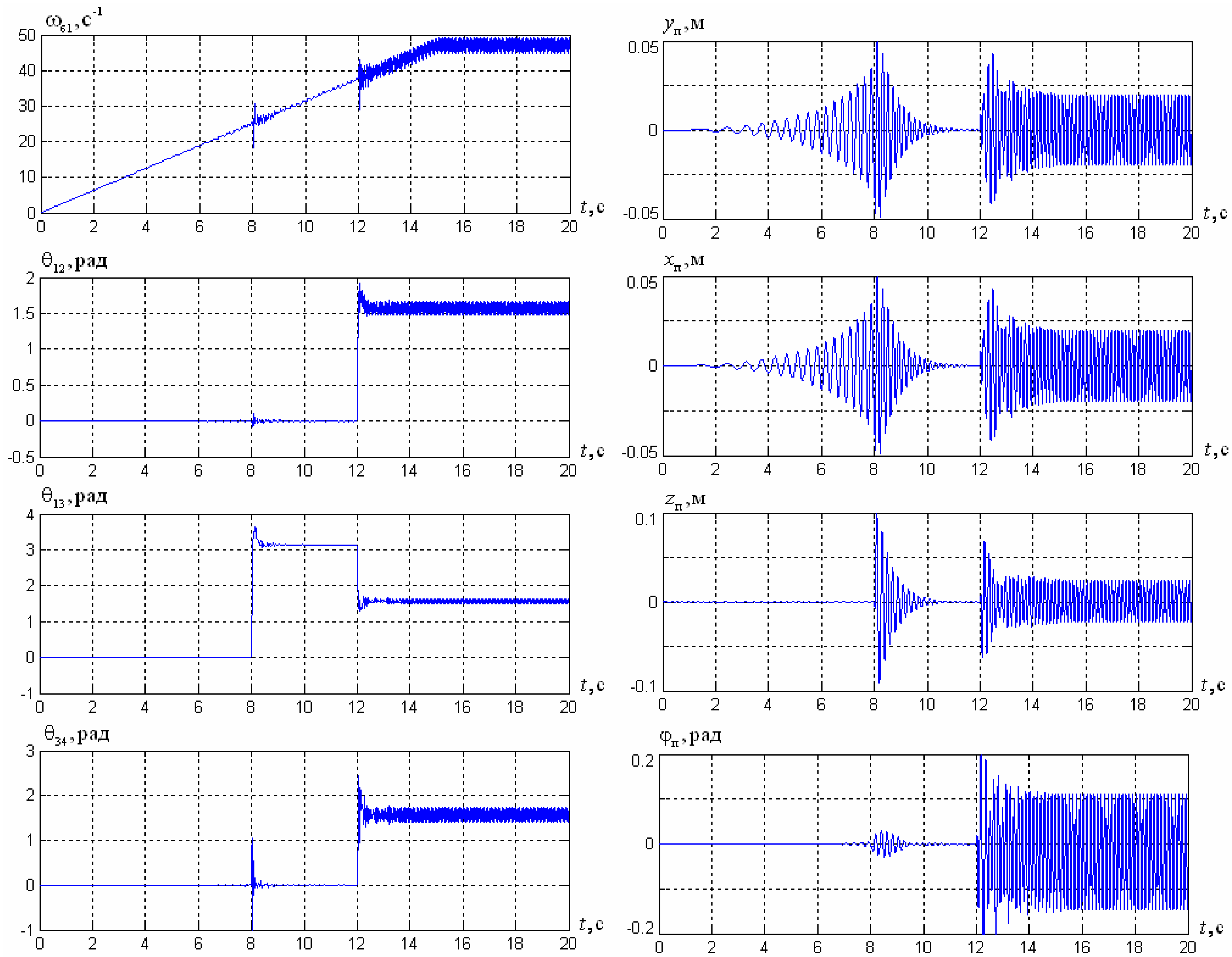


Рис. 2.24. Динамика пуска виброустановки в зарезонансную область

Имитационное моделирование взаимосвязанной ЭМС выполнено структурным методом (Subsystem) в программной среде Matlab-Simulink. Структура механической части ВУ описана в п.1.4.2 и скомпонована в виде 3-х подсистем Platform по осям Y, Z, X. Модуль управления пуском ВУ выполнен в подсистеме AntiZomm при использовании редактора Stateflow, идентифицирующего состояние ЭМС с переключением алгоритмов управления. В дорезонансной зоне (состояние S1) углы θ между дебалансами определяются заданием. При вхождении в зону резонанса ($\omega_{Бi} \approx \omega_{УП}$) система управления переходит в состояние S2 с реализацией алгоритма (2.7). При выходе в зарезонансную зону наступает состояние S3 (отключение) с восстановлением заданных углов θ ДР. При торможении ВУ происходит обратный процесс.

Исследование процессов пуска и торможения четырёхроторной виброустановки выполнено при оценочных параметрах с частотой резонанса $\omega_{УП} \approx 30c^{-1}$. Пуск в зарезонансную область на $\omega_{Бi} = 1{,}5\omega_{УП}$ производится подачей линейно растущего сигнала задания скорости ведущего ДР с подавлением эффекта Зоммерфельда (рис. 2.24,а). Там же представлены процессы управления углами рассогласования дебалансов при прохождении резонансной зоны (состояние S2) в период $t_{рез} = 8...12c$, где видна четкая отработка алгоритма (2.7). На рис. 2.24,б показаны осциллограммы линейных и угловых колебаний виброплатформы, подтверждающие подавление резонанса в ЭМС ВУ. Аналогичный результат был получен и при торможении установки из зарезонансной зоны, что дает основание рекомендовать предложенный способ управления системой в многороторных ВУ.

2.5. Автоматизированные ЭМС шестироторных вибрационных установок

2.5.1. Построение взаимосвязанной СЭП

Шестироторные ВУ, благодаря своим конструктивным особенностям, в частности трём парам ДР с индивидуальным приводом (см. п. 1.4), имеют определённый спектр колебательных режимов, получаемый при управлении как рассогласованием фаз дебалансов внутри пар $\theta_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$, $\theta_{34} = \varphi_3 - \varphi_4$, $\theta_{56} = \varphi_5 - \varphi_6$, так и рассогласованием фаз между парами дебалансов $\theta_{П12} = \varphi_1 - \varphi_3$, $\theta_{П13} = \varphi_1 - \varphi_5$.

Реализация данной концепции управления взаимосвязанной ЭМС ВУ представлена на рис. 2.25 и состоит в организации соподчинённых структур, причём первый привод выполняется ведущим с задатчиком скорости ЗС, а другие – ведомыми, регулируемыми по угловому положению относительно ведущего привода с задатчиками положения роторов ЗП12, ЗП34, ЗП56 внутри пар и ЗП13, ЗП15 между парами ДР. На рис. 2.25 обозначены: РП, САРС –

регуляторы положения и САР скорости ДР, ФД - фазовые дискриминаторы, k_P - коэффициенты передачи редукторов.

Контуры положения настраиваются на ОМ с частотами среза $\omega_{С.КП} = 50...75c^{-1}$, причём для поддержания фазового рассогласования ДР необходимо, чтобы $\omega_{С.КП} > \omega_{УП}$, где $\omega_{УП}$ - частота упругих колебаний платформы. Следует отметить, что Указанные значения частот относятся к электроприводам испытательных вибростендов.

2.5.2. Имитационные исследования виброустановки

Имитационное моделирование ЭМС ВУ выполнено на ЭВМ в пакете программ MATLAB - Simulink. Структура модели скомпонована по ДСС рис. 2.22 на основе полученных выше математических модулей механической и электрической частей ЭМС с использованием технологии подсистем (Subsystem). Приводы ДР с контурами тока и скорости находятся в подсистемах ServoDrive, их выходами являются моменты двигателей $M_{Дi}$. ДР расположены в подсистемах Rotor, и их выходами являются проекции вынуждающих сил F_{iX}, F_{iY}, F_{iZ}, действующих на виброплатформу, а также угловые скорости двигателей (дебалансов) $\omega_{Дi}$. Модель виброплатформы разделена на три подсистемы Platform с проекциями по осям X, Y, Z. Выходами подсистем являются линейные $y_П$, $z_П$, $x_П$ и угловые $\psi_П$, $\varphi_П$, $\chi_П$ движения платформы, а также их производные. Подсистема Interconnect реализует сложение проекций вынуждающих сил дебалансов в проекции суммарных сил F_Y, F_Z, F_X и моментов M_Y, M_Z, M_X, действующих на платформу по каждой координате. Задающая часть САУ с контурами положения реализована в соответствии с принципами структурного моделирования динамических систем.

Имитационное моделирование ЭМС выполнено в дорезонансной зоне на скорости приводов $\omega_{Дi} = 0{,}8\omega_{УП}$ для оценочных параметров ВУ ($\omega_{УП} \approx 30c^{-1}$) при различных углах рассогласования роторов. Результаты исследований представлены в виде обобщённых зависимостей параметров колебаний платформы от θ. На рис. 2.23 построены характеристики управления линейными и угловыми колебаниями платформы в функции от углов рассогласования внутри пар ДР при нулевых углах рассогласования между парами. На рис. 2.24 показаны соответствующие зависимости колебаний при вариации углов θ_{13} и θ_{15} между парами ДР при нулевых углах рассогласования внутри пар. Из графиков видно, что колебания платформы по оси Y не зависят от угла θ_{13}, а колебания по оси X инвариантны к углу θ_{15}, что обусловлено ортогональностью осей Y и X к плоскостям вращения 2-й и 3-й пар ДР соответственно. Из полученных результатов следует, что данная ВУ обеспечивает управление колебаниями платформы по шести степеням свободы с независимым регулированием по двум линейным и трём угловым координатам.

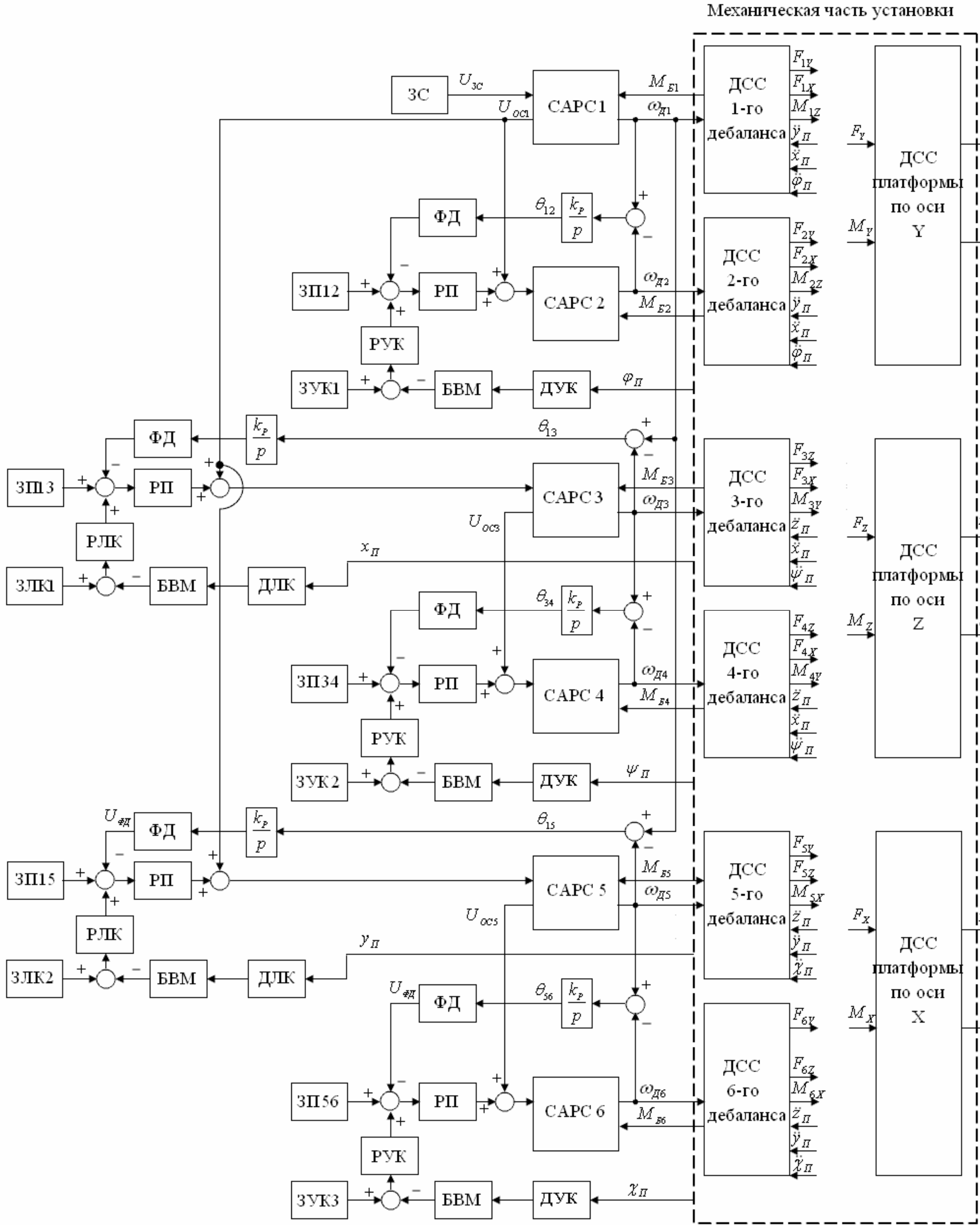


Рис. 2.25. Динамическая структурная схема системы управления шестироторной вибрационной установкой

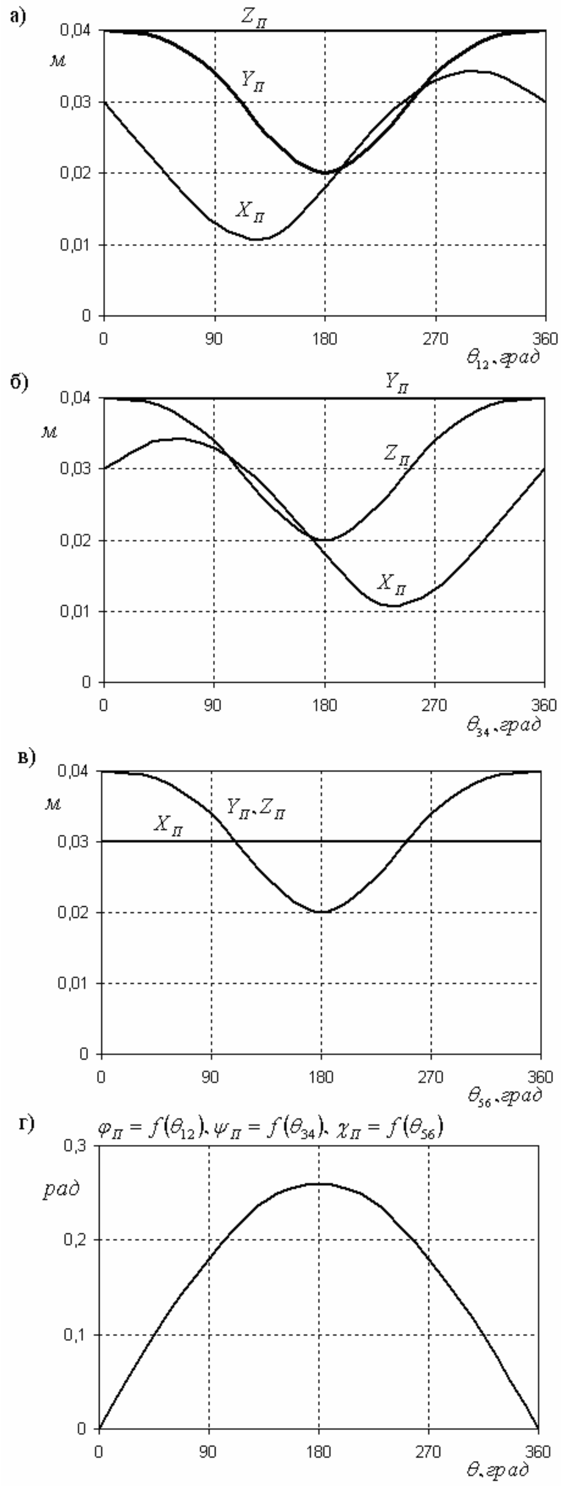


Рис. 2.26. Характеристики управления линейными (а, б, в) и угловыми (г) колебаниями платформы при вариации углов рассогласования внутри пар ДР

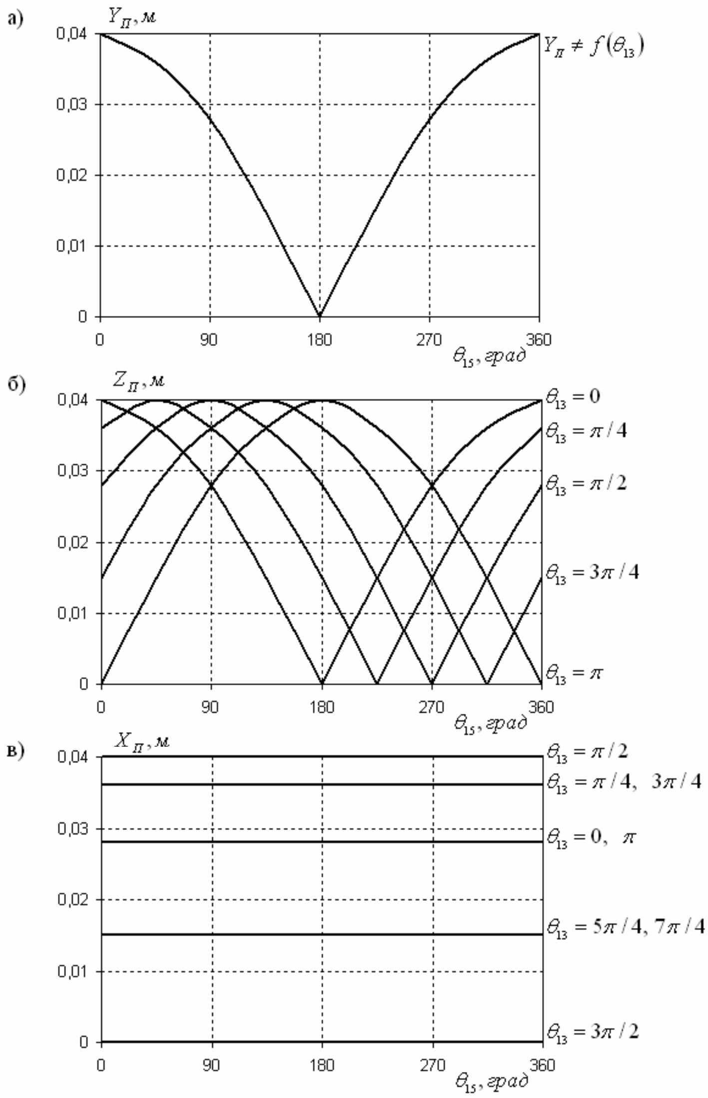


Рис. 2.27. Характеристики управления колебаниями платформы при вариации углов рассогласования между парами ДР

2.5.3. Система стабилизации колебаний платформы

Рассмотрим способ стабилизации амплитуд колебаний платформы регулированием углов рассогласования ДР. Система стабилизации (рис. 2.25) реализуется вводом контуров линейных колебаний, корректирующих углы рассогласования пар дебалансов θ_{13} и θ_{15} и вводом контуров угловых колебаний, корректирующих углы рассогласования дебалансов θ_{12}, θ_{34} и θ_{56}. В контурах стабилизации линейных колебаний задатчики положения ЗП13 и ЗП15 осуществляют начальное задание углов рассогласования пар роторов, а задатчики ЗЛК1 и ЗЛК2 – задание амплитуд линейных колебаний. Контуры линейных колебаний, состоящие из датчиков ДЛК, блоков выделения модуля БВМ и регуляторов РЛК, осуществляют коррекцию сигналов задатчиков, с учетом выходных величин задатчиков ЗЛК и сигналов обратных связей по регулируемым координатам $x_{\text{П}}$, $y_{\text{П}}$. В контурах стабилизации угловых колебаний задатчики положения ЗП12, ЗП 34 и ЗП56 осуществляют начальное задание углов рассогласования роторов, а задатчики ЗУК1, ЗУК2, ЗУК3 – задание амплитуд угловых колебаний. Контуры угловых колебаний, состоящие из датчиков ДУК, блоков БВМ и регуляторов РУК, осуществляют коррекцию сигналов задатчиков, с учётом заданных величин ЗУК и сигналов обратных связей $\varphi_П$, $\psi_П$, $\chi_П$. Синтез РЛК и РУК выполняется, как это изложено выше.

Имитационное исследование ВЭМС осуществлено на ЭВМ в пакете MATLAB – Simulink. Структура модели скомпонована по ДСС рис. 2.25. Моделирование системы проведено в дорезонансной зоне на скорости приводов $\omega_{Дi} = 0{,}8\omega_{\text{УП}}$ для оценочных параметров ВУ ($\omega_{УП} \approx 30 c^{-1}$). Оценка эффективности предложенного способа стабилизации колебаний выполнена при подаче возмущающего воздействия в виде ступенчатого нагружения виброплатформы массой 5 кг на 30-й секунде моделирования.

Без системы стабилизации нагрузка оказывает существенное влияние на амплитуды колебаний по линейным $y_П$, $z_П$, $x_П$ и угловым $\varphi_П$, $\psi_П$, $\chi_П$ координатам. При включении системы стабилизации контуры колебаний осуществляют регулирование углов рассогласования ДР (рис. 2.28,а), что приводит к стабилизации амплитуд колебаний по двум линейным ($y_П$, $x_П$) и трём угловым ($\varphi_П$, $\psi_П$, $\chi_П$) координатам (рис. 2.2,б). Вместе с тем колебания $z_П$ несколько изменяются вследствие отсутствия соответствующего контура регулирования.

Выводы

- шестироторные ВУ обеспечивают более широкий спектр колебательных режимов по сравнению с двух-, трёх- и четырёхроторными установками;

- при рациональном построении и выборе способов оптимизации взаимосвязанной ЭМС достигается надёжное управление по шести степеням свободы с получением как плоскостных, так и пространственных колебаний платформы;

- применение установок рассматриваемого класса целесообразно в промышленности и на испытательных полигонах, где требуется реализация сложных форм колебаний исполнительных механизмов.

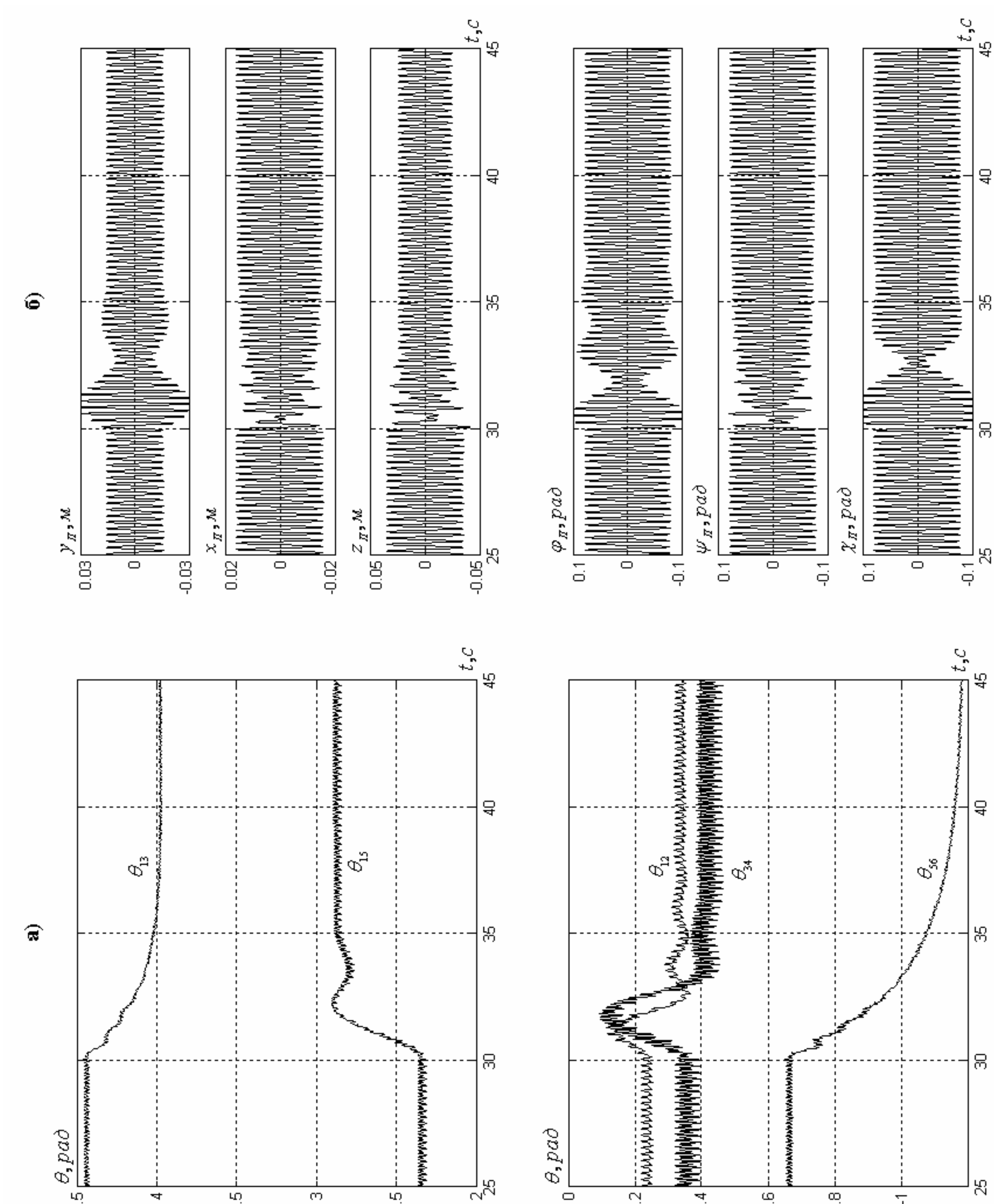


Рис. 2.28. Переходные процессы по углам рассогласования дебалансов (а) и стабилизированные колебания виброплатформы (б) при ступенчатой нагрузке

ЛИТЕРАТУРА

1. Алексеев А. А., Имаев Д. Х., Кузьмин Н. Н., Яковлев В. Б. Теория управления. – СПб.: СПбГЭТУ "ЛЭТИ", 1999.
2. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1986.
3. Базаров Н. Х. Автоматика вибромашин. – Ташкент: "Узбекистан", 1976.
4. Базаров Н. Х. Теоретические аспекты создания автоматизированных виброэлектроприводов. – В кн. Автоматизированный электропривод // Под общей ред. Н. Ф. Ильинского, М. Г. Юнькова. – М.: Энергоатомиздат, 1986.
5. Башарин А. В., Новиков В. А., Соколовский Г. Г. Управление электроприводами. – Л.: Энергоиздат, 1982. – 392 с.
6. Блехман И. И. Вибрационная механика. - М.: Наука, 1994. - 400 с.
7. Блехман И. И. Синхронизация динамических систем. – М.: Наука, 1971. – 894 с.
8. Блехман И. И., Васильков В. Б., Лавров Б. П., Нагибина О. Л., Томчина О. П., Фрадков А. Л., Шестаков В. М., Якимова К. С. Способ пуска электродвигателя, приводящего во вращение неуравновешенный ротор: Патент РФ на изобретение № 2161076, 27.10.2000. Бюл. № 36.
9. Борцов Ю. А. Математические модели автоматических систем. – СПб.: СПбГЭТУ, 1994.
10. Борцов Ю. А., Поляхов Н. Д., Путов В. В. Электромеханические системы с адаптивным и модальным управлением. – Л.: Энергоатомиздат, 1984. – 215 с.
11. Борцов Ю. А., Соколовский Г. Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб.: Энергоатомиздат, 1992. – 288 с.
12. Вайсберг Л. А. Проектирование и расчет вибрационных грохотов. – М.: Недра, 1986. – 1986. – 143 с.
13. Вейц В. Л., Коловский М. З., Кочура А. Е. Динамика управляемых машинных агрегатов. – М.: Наука, 1984. – 351 с.
14. Водовозов В. М. Теория и системы электропривода. – СПб.: СПбГЭТУ "ЛЭТИ", 2004.
15. Вибрационные процессы и машины. Справочник в 6-ти т. / Под ред. Лавендела Э.Э. - М.: Машиностроение, 1991.
16. Грузов В. Л., Ковчин С. А., Сабинин Ю. А. Автоматизированный электропривод. – Вологда: ВоГТУ, 2006.
17. Дьяконов В. П. Simulink 4. Специальный справочник. – СПб.: Питер, 2002.
18. Егоров В. Н., Шестаков В. М. - Л.: Динамика систем электропривода. Энергоатомиздат, 1983. - 214 с.
19. Епишкин А. Е. Шестаков В. М. Взаимосвязанные электромеханические системы четырехроторных вибрационных установок // Электричество, 2011, № 2. – С.64–68.

20. Епишкин А. Е., Шестаков В. М. Управление параметрами колебаний автоматизированных вибрационных установок // XXX Юбилейная Неделя науки СПбГТУ. Ч.VII: Материалы межвузовской научной конференции. СПб.: Изд. СПбГТУ, 2002. - С. 88-90.
21. Епишкин А. Е., Шестаков В. М. Способы подавления электромеханического резонанса при пуске вибрационных установок // Мехатроника, автоматизация, управление, 2011, № 6. – С. 26-30.
22. Инжиниринг электроприводов и систем автоматизации / под ред. В. А. Новикова, Л. М. Чернигова. – М.: Академия, 2006.
23. Кельзон А. С., Малинин Л. М. Управление колебаниями роторов. – СПб.: Политехника, 1992. – 120 с.
24. Ковчин С. А., Мубеези-Магоола Э. Математические модели исполнительных механизмов с сухим и вязким трением // Проблемы машиноведения и машиностроения: Межвуз. сб. Вып.22. - СПб.: СЗТУ, 2001. - С. 10-21.
25. Ковчин С. А., Сабинин Ю. А. Теория электропривода: Учебник для вузов. - СПб.: Энергоатомиздат, 2000. - 496 с.
26. Коноплев В. А. Агрегативная механика систем твердых тел. - СПб.: Наука, 1996. - 166 с.
27. Коноплев В. А. Исследование кинематики сложного движения тела с помощью матричных методов // Прикладная механика, 1984. - Т. 20 - № 9. - С. 130-131.
28. Лавров Б. П., Шестаков В. М., Томчина О. П. и др. Динамика электромеханических систем вибрационных установок. – Электричество. 2001, № 1.- С. 31-36.
29. Ланда П. С. Нелинейные колебания и волны. - М.: Наука, Физматлит, 1997. – 496 с.
30. Леонов Г. А., Буркин И. М., Шепелявый А. И. Частотные методы в теории колебаний. - СПб.: Изд-во СПбГУ, 1992.
31. Малинин Л. М., Первозванский А. А. Оптимизация перехода несбалансированного ротора через критическую скорость // Машиноведение. 1993, № 4. - С. 36-41.
32. Первозванский А. А., Гайцгори В. Г. Декомпозиция, агрегатирование и приближенная оптимизация. – М.: Наука, 1979. – 344 с.
33. Попов Е. П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. – М.: Наука, 1978.
34. Попов Е. П. Прикладная теория процессов управления в нелинейных системах. – М.: Наука, 1972. – 584 с.
35. Рудаков. В. В., Столяров И. М., Дартау В. А. Асинхронные электроприводы с векторным управлением. – Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние. 1987. – 136 с.
36. Сандлер А. С., Сарбатов А. С. Автоматическое частотное управление асинхронными двигателями. – М.: Энергия, 1974.
37. Соколовский Г. Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 265 с.

38. Терехов В. М., Осипов О. И. Системы управления электроприводов. – М.: Издательский центр «Академия», 2005.
39. Управление мехатронными вибрационными установками / Б. Р. Андриевский, И. И. Блехман, Ю. А. Борцов, С. В. Гаврилов, В. А. Коноплев, Б. П. Лавров, Н. Д. Поляхов, О. П. Томчина, А. Л. Фрадков, В. М. Шестаков / Под ред. И. И. Блехмана и А. Л. Фрадкова. СПб.: Наука, 2001. - 278 с.
40. Чиликин М. Г., Ключев В. И., Сандлер А. С. Теория автоматизированного электропривода. – М.: Энергия, 1979. – 616 с.
41. Шенфельд Р., Хабигер Э. Автоматизированные электроприводы / Пер. с нем. / Под ред. Ю. А. Борцова. – Л.: Энергоатомиздат, 1985. – 464 с.
42. Шестаков В. М., Епишкин А. Е. Динамика электромеханической системы вибрационной установки при работе в зоне резонанса // Современное машиностроение: Сб. научных трудов. Вып. 2. – СПб.: Изд. С.-Петербургского института машиностроения, 2000. – С. 93-98.
43. Шестаков В. М., Алексеев Д.В., Епишкин А.Е. Построение и оптимизация взаимосвязанных электромеханических систем двухроторных вибрационных установок // Электричество. 2002, №10 – с.65-68.
44. Шестаков В. М., Алексеев Д.В., Епишкин А.Е., Нагибина О. Л. Оптимизация динамических режимов работы взаимосвязанных электромеханических систем испытательных вибростендов // Электротехника. 2003, №5. – С.25-30.
45. Шестаков В. М., Епишкин А. Е., Шаряков В. А. Принципы построения экономичных систем электропривода для высокопроизводительных вибрационных установок // Привод и управление. 2003, № 3. - С. 10-13.
46. Шестаков В. М., Епишкин А. Е. Квазистационарные режимы работы электромеханических систем вибрационных установок // Мехатроника, автоматизация, управление. 2004, № 2. – С. 46-51.
47. Шестаков В. М., Епишкин А. Е. Вопросы математического описания и имитационного моделирования взаимосвязанных электромеханических систем пространственных вибромеханизмов. Диагностика, эксплуатация, модернизация оборудования. Современные технологии: Сборник докладов 3-й Международной научно-практической конференции. СПб.: Изд. ПИМаш, 2005. – С. 279-286.
48. Шестаков В. М., Епишкин А. Е. Динамика автоматизированных электромеханических систем вибрационных установок / Под общ. ред. проф. В. М. Шестакова. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2005. 94 с.
49. Шестаков В. М., Алексеев Д. В., Епишкин А. Е. Разработка и исследование управляемой электромеханической системы двухроторного вибростенда. Электричество, 2006, № 7. – С. 50-55
50. Шестаков В. М., Епишкин А. Е. Построение мехатронных систем автоматизированных вибрационных установок с управляемыми колебаниями платформы. Материалы 1-й Российской мультиконференции по проблемам управления. Мехатроника, автоматизация, управление. – СПб, 2006. – С. 183-186.

51. Шестаков В. М., Епишкин А. Е. Разработка системы стабилизации колебаний трехроторной вибрационной установки регулированием скорости дебалансов. "Технология, оборудование и автоматизация машиностроительного производства": Сб.научн.тр. – СПб.: Изд. "Инструмент и технологии", 2008. – С. 204-206.
52. Шестаков В. М., Епишкин А. Е., Шаряков В. А. Динамика взаимосвзанных электромеханических систем многороторных вибрационных установок / Под общ. ред. проф. В. М. Шестакова. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2009, 107 с.
53. Шестаков В. М., Епишкин А. Е. Регулируемая электромеханическая система трёхроторного вибростенда. Электричество, 2009, № 2. – С. 46-50.
54. Шестаков В. М., Епишкин А. Е. Построение взаимосвязанной электромеханической системы шестироторной вибрационной установки. – Электричество, 2009, № 9. С. 55-60.
55. Шестаков В. М., Епишкин А. Е., Нацин Г. В. Разработка и исследование системы стабилизации колебаний шестироторной вибрационной установки / Мехатроника, автоматизация, управление, 2009, № 12. С. 35-40.
56. Шестаков В. М., Епишкин А. Е., Нацин Г. В. Унифицированные способы построения и оптимизации взаимосвязанных электромеханических систем многороторных вибрационных установок. – Электричество, 2012, №2. С. 33-36.
57. Merten F. Untersuchungen zum Sommerfeld-Effekt mittels Simulation und Experiment. – Otto-von-Guericke-Universitat Magdeburg, Germany, Preprint Nr.6, 1995.

ГЛАВА 3. УПРАВЛЕНИЕ РЕЖИМАМИ КРАТНОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ РОТОРОВ МНОГОРОТОРНЫХ ВИБРАЦИОННЫХ УСТАНОВОК

При проектировании вибрационных установок, осуществляющих грохочение, дробление, вибротранспортирование сыпучих материалов, и другие технологические операции, повышение производительности в значительной мере определяется стабильностью синхронного режима вращения вибровозбудителей. Традиционный подход базируется на явлении самосинхронизации, открытом и изученном И.И. Блехманом [1]. Дополнительные технологические возможности использования виброустановок предоставляет режим кратной синхронизации, при котором вибровозбудители вращаются со средними угловыми скоростями, кратными друг другу. Кратный синхронный режим, вносящий асимметрию в систему, способствует возникновению и усилению эффекта вибрационного перемещения, особенно для таких трудноосуществимых технологических процессов как транспортирование пылевидных, влажных и липких грузов. При этом синхронность обеспечивает максимальную скорость вибротранспортирования. Кроме того, наличие двух различных частот вращения роторов позволяет транспортно-технологическим машинам осуществлять одновременно вибротранспортирование, возбуждаемое низкой частотой, а также просеивание и сепарацию сыпучих материалов, осуществляемые за счет большей кратной частоты. Но, при рассмотрении задач кратной синхронизации, стабильная самосинхронизация может и не наблюдаться. Условия на соотношение масс и на взаимное расположение роторов и несущей платформы, обеспечивающее кратную самосинхронизацию, были получены в работах [2–4].

Однако в ряде практически важных случаев эти условия не выполняются, и режим кратной самосинхронизации оказывается неустойчивым. В связи с этим разработка новых подходов к решению задачи обеспечения стабильного кратного синхронного вращения вибровозбудителей является актуальной технической задачей. Одним из перспективных подходов является подход, основанный на управляемой синхронизации. Управлению синхронизацией колебательных механических систем посвящен целый ряд работ [5–7]. В настоящем разделе предложены и исследованы новые алгоритмы управления кратной синхронизацией, обеспечивающие улучшенные характеристики процессов в системе.

3.1. Постановка задачи управления кратной синхронизацией роторов

Представим динамическую модель вибрационной системы, в которой вибровозбудители связаны через общее несущее тело в виде:

$$\begin{cases} \frac{dx_i}{dt} = F_i(x_i, u_i(t), t) + \widetilde{F}_i(x_0, x_1, ..., x_k, t); \\ \frac{dx_0}{dt} = F_0(x_0, x_1, ..., x_k, t), \end{cases} \tag{3.1}$$

где функция F_0 описывает динамику связующего тела; F_i, i=1,…,k описывают динамику вибровозбудителей, $\widetilde{F}_i$ - описывают взаимосвязи систем, $u_i(t)$ – управляющее воздействие на i-ый вибровозбудитель, заданное как функция времени. Пусть $x_1(t),…, x_k(t)$ - решения системы (3.1) с начальными условиями $x_1(0),…, x_k(0)$, определенные для $t\in [t_0, \infty)$.

В соответствии с [7-9] процессы $x_1(t),…, x_k(t)$ называют синхронизированными по отношению к функционалам $g_1,…,g_l$, если тождества

$$g_j(y_1(\cdot),..., y_k(\cdot), t) \equiv 0; \quad j = 1,...,l \tag{3.2}$$

верны для $t\in [t_0, \infty)$, где $y_i(\cdot)$ - функции выходов вибровозбудителей $y_i(t)=h(x_i(t),t)$, $t\in [t_0, \infty)$, i=1,…,k. Если вместо тождеств (3.2) имеют место неравенства

$$\left|g_i(y_1(\cdot),..., y_k(\cdot), t)\right| \le \varepsilon, \ j = 1,...,l, \tag{3.3}$$

где $\varepsilon>0$ - некоторое положительное число, то говорят, что вибровозбудители приближенно синхронизированы по отношению к функционалам $g_1,…,g_l$.

В случае отсутствия *само*синхронизации вибровозбудителей [*10*] возникает задача управляемой синхронизации по отношению к функционалам g_j, j=1,…,l, которая состоит в нахождении управления u(t) как функции обратной связи по состояниям $x_0,x_1,…,x_k$ и времени $u(t)=U(x_0, x_1,…,x_k, t)$ при условии, что условие (3.2) выполнено для замкнутой системы.

Важными типами синхронизации для вибросистем является частотная и координатная синхронизация вибровозбудителей.

Частотная синхронизация понимается как точное совпадение скоростей вибровозбудителей: $\omega_s=\omega_r$; s, r=1,…,k.

Более общий случай - это кратная частотная синхронизация, когда скорости вибровозбудителей пропорциональны:

$$\omega_i = n_i \cdot \omega^* \ (i = 1,...,k) \tag{3.4}$$

для некоторых целых n_i, где $\omega^*>0$ - синхронная частота.

Здесь функционалы:

$$g_{sr}(y_s(\cdot), y_r(\cdot)) = \frac{\omega_s}{n_s} - \frac{\omega_r}{n_r}. \tag{3.5}$$

На практике для случая кратной синхронизации скоростей (средних скоростей) вибровозбудителей имеет смысл рассматривать приближенную синхронизацию.

$$\left|\omega_s - \frac{n_s}{n_r} \cdot \omega_r\right| \le \varepsilon, \tag{3.6}$$

где $\varepsilon>0$ численно может быть выбрано $\varepsilon=0{,}05\omega^*$, по аналогии с заданной точностью при традиционном определении времени переходного процесса.

Координатная синхронизация, хорошо изученная в физике и механике [1, 7, 8] возникает, когда выходы или некоторые фазовые координаты одной из подсистем вибровозбудителей совпадают с соответствующими координатами других подсистем при всех $t \geq t_0$.

Понятие *кратной координатной синхронизации*, сформулированное в [8,11], предполагает, что фазы вибровозбудителей φ_i, $i = 1, \ldots, k$ удовлетворяют тождествам:

$$\frac{\varphi_s}{n_s} - \frac{\varphi_r}{n_r} = L_{sr}; \quad s, r = 1, \ldots, k. \tag{3.7}$$

В практических задачах соотношение (3.7) может выполняться лишь приближенно, т.е. должно быть заменено на

$$\left| \frac{\varphi_s}{n_s} - \frac{\varphi_r}{n_r} - L_{sr} \right| < \varepsilon; \quad s, r = 1, \ldots, k. \tag{3.8}$$

Ниже предлагается решение задачи синтеза алгоритмов управляемой синхронизации, обеспечивающих кратную частотную и кратную координатную синхронизацию вибровозбудителей для многороторных вибрационных установок

3.2. Интегро-дифференцирующие алгоритмы скоростного градиента

В данном разделе, следуя [12,13], описывается общий подход к синтезу нелинейных систем управления – так называемый метод скоростного градиента, предложенный в конце 70-х годов прошлого века первоначально для задач адаптивного управления [14]. Метод основан на использовании функций Ляпунова и требует задания цели управления как уменьшения значений некоторой скалярной целевой функции (функционала) до заданной величины.

Исходными данными для синтеза алгоритма управления являются: уравнение объекта управления (далее называемого для краткости объект) и цель управления. Будем считать, что объект задан уравнением

$$\dot{x} = F(x, u, t), \tag{3.9}$$

где $x \in R^n$ – вектор состояния объекта; $u \in R^m$ – вектор управления (настраиваемых параметров), вектор-функция $F(\cdot)$ определена при всех $x \in R^n$, $u \in R^m$, $t \geq 0$, кусочно-непрерывна по t и непрерывно дифференцируема по x, u.

Цель управления зададим в виде

$$Q_t \leq \Delta, \quad t > t_*, \tag{3.10}$$

где Q_t – целевой функционал (постоянные Δ, t_* могут быть заданы или нет в зависимости от конкретной задачи).

Будем различать два типа целевых функционалов: локальный и интегральный. Локальным называется функционал вида

$$Q_t = Q(x(t), t),$$

где $Q(x, t)$ – скалярная функция n+1 переменных.

Функционал вида

$$Q_t = \int_0^t R(x(\tau), u(\tau), \tau) d\tau,$$

где $R(x, u, t)$ – скалярная функция $n+m+1$ переменных, будем называть интегральным.

Ставится задача: определить алгоритм управления

$$u(t) = U\left[x(\tau), u(\tau)\right], \quad 0 \le \tau \le t, \tag{3.11}$$

так, чтобы в системе (3.9), (3.11) достигалась ЦУ (3.10) и все ее траектории оставались ограниченными при $t \ge 0$.

Отметим прежде всего, что сформулированная задача весьма общая и включает, как частные случаи, различные типы задач управления и адаптации. Например, в качестве ЦУ (3.10) может фигурировать как исходная цель управления, так и некоторая вспомогательная цель, выражающая требования к синтезируемой системе. Уравнение (3.9) также может относиться к различным системам. Более того, в одной и той же системе управления модель (3.9) может использоваться для описания различных частей системы так, что переменные x, u могут иметь различный смысл. Введение такого унифицированного описания позволяет единообразно ставить и решать задачи синтеза как основного контура, так и контура адаптации в адаптивных системах.

Важную роль в задачах синтеза нелинейных и адаптивных систем играет класс объектов, линейных по входам:

$$\dot{x} = A(x,t) + B(x,t)u, \tag{3.12}$$

Уравнение (3.12) можно переписать также в виде

$$\dot{x} = A(x,t) + \sum_{i=1}^{m} B_i(x,t) u_i, \tag{3.13}$$

где u_i – компоненты вектора $u \in R^m$; $B_i(x,t) \in R^n$ – столбцы матрицы $B(x, t)$.

Пусть ЦУ (3.10) задана при помощи локального целевого функционала $Q_t = Q(x(t), t)$. Для построения алгоритма управления (3.11) вычислим скалярную функцию $\dot{Q}(t) = \omega(x,u,t)$ – скорость изменения Q_t в силу уравнения объекта (3.9):

$$\omega(x,u,t) = \frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} + [\nabla_x Q(x,t)]^T F(x,u,t).$$

Затем найдем градиент $\omega(x,u,t)$ по входным переменным

$$\nabla_u \omega(x,u,t) = \left[\frac{\partial \omega}{\partial u}\right]^T = \left[\frac{\partial F}{\partial u}\right]^T \nabla_x Q(x,t)]^T.$$

Наконец, зададим алгоритм изменения u(t) дифференциальным уравнением

$$\frac{du}{dt} = -\Gamma \nabla_u \omega(x,u,t), \qquad (3.14)$$

где $\Gamma = \Gamma^T > 0$ – симметрическая положительно определенная матрица, например $\Gamma = \mathrm{diag}\{\gamma_1,\ldots,\gamma_m\}$, $\gamma_i > 0$. Алгоритм (3.14) естественно назвать алгоритмом скоростного градиента (АСГ), поскольку в нем изменение $u(t)$ происходит пропорционально градиенту скорости изменения Q_t. Интегрируя (3.14) на промежутке $[0, t]$, можно записать АСГ в форме (3.11) с интегральным оператором $U(\cdot)$.

Происхождение алгоритма (3.14) можно объяснить следующим образом. Для достижения ЦУ (3.10) желательно изменять $u(t)$ в направлении уменьшения Q_t. Однако Q_t не зависит от $u(t)$ и найти такое направление затруднительно (в частности, это связано с нахождением функций чувствительности). Вместо этого можно пытаться уменьшить Q_t, стремясь к выполнению неравенства $\dot{Q}(t) < 0$, означающего, в свою очередь, уменьшение Q_t. Функция $\dot{Q}(t) = \omega(x,u,t)$ уже явно зависит от u, что и позволяет написать алгоритм (3.14). Можно также рассматривать АСГ как непрерывный аналог или «идеализированный» вариант дискретного градиентного алгоритма, поскольку при малом шаге дискретизации градиент целевой функции, совпадающий с градиентом ее приращения, приближается по направлению к градиенту скорости изменения целевой функции в силу объекта [12].

В качестве примера выпишем АСГ для задачи регулирования линейного по входам объекта управления (3.12) при целевой функции

$$Q(x,t) = \frac{1}{2}[y - y_*(t)]^T H[y - y_*(t)], \qquad (3.15)$$

где $y = G(x,t) \in R^1$; $y_*(t) \in R^1$ – задающее воздействие (желаемая траектория выхода), $G(x, t)$ – гладкая вектор-функция, H – $l \times l$-матрица.

Скорость изменения $Q(x,t)$ будет равна

$$\omega(x,u,t) = [y - y_*(t)]^T H[CA(x,t) + CB(x,t)u - \dot{y}_*(t)], \qquad (3.16)$$

где $C = C(x,t) = \partial G(x,t)/\partial x$, а скоростной градиент и АСГ примут вид соответственно

$$\nabla_u \omega(x,u,t) = B(x,t)^T C^T H[y - y_*(t)], \qquad (3.17)$$

$$\frac{du}{dt} = -\Gamma B(x,t)^T C^T H[y - y_*(t)]. \qquad (3.18)$$

В качестве матрицы усиления Γ часто берется диагональная ($\Gamma = \mathrm{diag}\{\gamma_i\}$) или скалярная ($\Gamma = \gamma I$) матрица ($\gamma_i$, γ – положительные числа).

Алгоритм (3.18) при $B(x,t) = \mathrm{const}$ и $C(x,t) = \mathrm{const}$ представляет собой хорошо известный интегральный закон регулирования.

Алгоритм управления (3.11) может конкретизироваться не только в дифференциальной, но и в конечной форме. АСГ в конечной форме имеет вид

$$u(t) = u_0 - \Gamma \nabla_u \omega(x(t),u(t),t), \qquad (3.19)$$

где u_0 – некоторое начальное (опорное) значение управления.

Введем более общую структуру

$$u(t) = u_0 - \gamma\psi(x(t), u(t), t), \qquad (3.20)$$

где $\gamma > 0$ – скалярный множитель шага (коэффициент усиления), а вектор-функция $\psi(x, u, t)$ удовлетворяет *условию псевдоградиентности*

$$\psi(x, u, t)^T \nabla_u \omega(x, u, t) \ge 0, \qquad (3.21)$$

и назовем (3.20) *алгоритмом скоростного псевдоградиента.*

Запись (3.20) является, вообще говоря, уравнением относительно $u(t)$. Всюду в дальнейшем будем предполагать, что это уравнение однозначно разрешимо при данном u_0 и любых x, t. Для этого достаточно, например, чтобы функция $\psi(x, u, t)$ не зависела явно от управления или удовлетворяла условию Липшица

$$|\psi(x, u, t) - \psi(x, \bar{u}, t)| \le L|u - \bar{u}|, \quad L < 1.$$

Очевидно, частным случаем (3.20) является алгоритм (3.19), поскольку $\psi(\cdot) = \Gamma\nabla_u \omega(\cdot)$ удовлетворяет (3.21). Однако (3.20) включает и другие структуры, например, знаковый алгоритм

$$u(t) = u_0 - \gamma \operatorname{sign} \nabla_u \omega(x(t), u(t), t), \qquad (3.22)$$

где знак вектора понимается покомпонентно: для $x = \operatorname{col}(x_1, \ldots, x_m)$ имеем

$$\operatorname{sign} x = \operatorname{col}(\operatorname{sign} x_1, \ldots, \operatorname{sign} x_m).$$

Выпишем алгоритм скоростного градиента в конечной форме для линейного объекта (3.12) и квадратичной целевой функции $Q(x) = 0{,}5(y - y_*)^2$ при $u \in R^1$, $y \in R^1$. Считая $u_0 = 0$, получим алгоритм (3.19) в виде

$$u(t) = -\gamma(y(t) - y_*),$$

представляющем собой классический пропорциональный закон регулирования.

Алгоритм (3.22) принимает вид

$$u(t) = -\gamma \operatorname{sign}(y(t) - y_*),$$

т. е. задает релейный закон регулирования.

Выпишем алгоритм (3.22) для задачи (3.15), (3.21) с квадратичной целевой функцией и аффинным по входу объектом управления:

$$u(t) = u_0 - \gamma \operatorname{sign}[B(x, t)^T CH(y - y_*(t))]. \qquad (3.23)$$

Выписанные выше алгоритмы можно использовать во всевозможных сочетаниях. Наиболее употребительными из них являются: алгоритм с локально-интегральным функционалом

$$\frac{du}{dt} = -\Gamma\nabla_u[\omega(x, u, t) + \delta R(x, u, t)], \qquad (3.24)$$

(очевидно, (3.24) является АСГ по отношению к функционалу

$$Q(x, u, t) + \delta\int_0^t R(x, u, \tau)d\tau,)$$

и *АСГ* в конечно-дифференциальной форме:

$$\frac{d[u+\gamma\psi(x,u,t)]}{dt} = -\Gamma\nabla_u\omega(x,u,t)\,.$$

Наконец, наиболее общей формой АСГ является

$$\frac{d[u+\gamma\psi(x,u,t)]}{dt} = -\Gamma\nabla_u[\omega(x,u,t)+\delta R(x,u,t)]\,. \qquad (3.25)$$

Алгоритм (3.25) становится более наглядным в частном случае, если взять

$$\psi(x,u,t)=\nabla_u\omega(x,u,t), \quad R(x,u,t)=\frac{1}{2}\left|u-\bar{u}\right|^2, \quad \Gamma=\beta I,$$

где $\bar{u}$ – некоторый постоянный вектор.

Тогда $\nabla_u R(x,u,t)=u-\bar{u}$ и, меняя местами вторые слагаемые в (3.25), алгоритм можно представить в виде

$$\frac{du}{dt}+\delta(u-\bar{u})=-\beta\nabla_u\omega-\frac{\gamma d(\nabla_u\omega)}{dt}\,. \qquad (3.26)$$

Соотношение (3.26) задает преобразование вектора $\nabla_u\omega(x,u,t)$ в вектор поправки к управлению $u-\bar{u}$. Очевидно, этот закон является линейным и может быть описан передаточной матрицей

$$W(p)=-\frac{\beta+\gamma p}{p+\delta}I \qquad (3.27)$$

т.е. алгоритму (3.26) соответствует матричное интегро-дифференцирующее звено (3.27) [12, 15].

3.3. Применение интегро-дифференцирующего алгоритма для управления синхронизацией двухроторной виброустановки

В разделе 1.2 представлен синтез математических моделей механической части двухроторных вибрационных установок при упрощающих допущениях относительно угла поворота платформы (1.4) и (1.5). Однако при рассмотрении *кратных* синхронных режимов незначительный по величине угол поворота платформы φ и перемещение платформы вдоль горизонтальной оси Ox существенно влияют на время установления кратного синхронного режима и на его стабильность. Поэтому в данном разделе уравнения динамики механической части двухроторной вибрационной установки синтезированы без упрощающих предположений.

Расчетная схема для синтеза уравнений динамики двухроторного вибрационного стенда с учетом горизонтального перемещения в вертикальной плоскости представлена на рис. 3.1 [16], где используются следующие обозначения: m_i – масса i-го неуравновешенного ротора; ρ_i – эксцентриситет i-го ротора; i = 1, 2; $m_{\text{ПЛ}}$ – масса платформы; x_C, y_C – текущие координаты центра масс платформы – точки 0′; φ – угол поворота платформы; φ_1, φ_2 – углы отклонения неуравновешенных роторов от горизонтального положения; r – расстояние между центром платформы и точками крепления неуравновешенных роторов; β – коэффициент демпфирования пружин. Четыре упругих опоры, на которых закреплена платформа вибрационного стенда, рассматриваются в динамической модели вертикального движения как две пружины с соответствующей эквивалентной жесткостью c_{0i}. В модели не учитывается скручивание пружин. Система координат, связанная с платформой, обозначена $0'x'y'$. Абсциссы крепления пружин $x_{пi} = \pm a$.

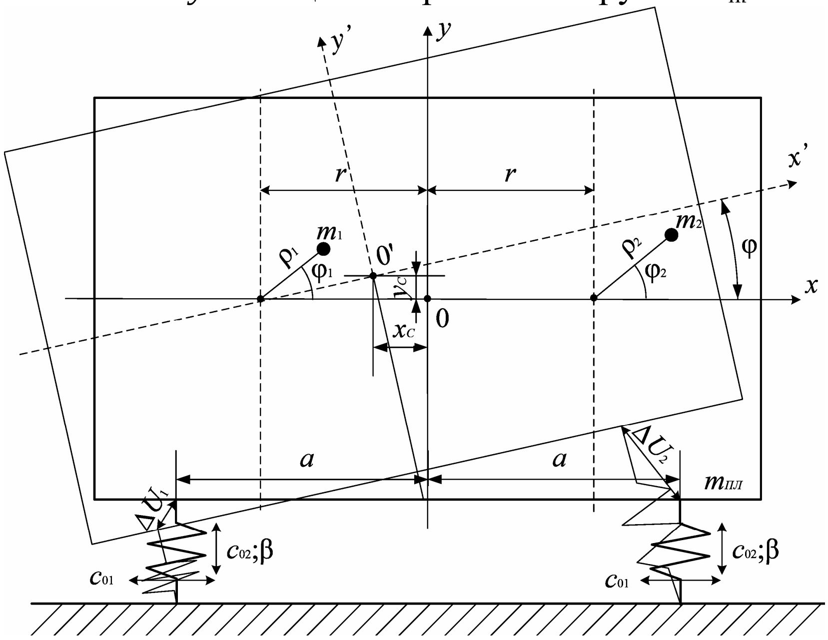


Рис. 3.1. Расчетная схема двухроторного вибрационного стенда

Координаты дебалансных роторов, в неподвижной системе координат выражаются формулами:

$$
\begin{aligned}
x_1 &= x_c - r\cos\varphi + \rho\cos(\varphi+\varphi_1)\\
y_1 &= y_c - r\sin\varphi + \rho\sin(\varphi+\varphi_1)\\
x_2 &= x_c + r\cos\varphi + \rho\cos(\varphi+\varphi_2)\\
y_2 &= y_c + r\sin\varphi + \rho\sin(\varphi+\varphi_2)
\end{aligned} \tag{3.28}
$$

а выражения для кинетической и потенциальной энергии принимают следующий вид

$$
\begin{aligned}
W_K &= \frac{1}{2}m_0(\dot{x}_c^2+\dot{y}_c^2)+\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2\left[J+J_1+J_2-2mr\rho(\cos\varphi_1-\cos\varphi_2)\right]+\frac{1}{2}J_1\dot{\varphi}_1^2+\frac{1}{2}J_2\dot{\varphi}_2^2-\\
&-m\rho\left[\sin(\varphi+\varphi_1)+\sin(\varphi+\varphi_2)\right]\dot{x}_c\dot{\varphi}+m\rho\left[\cos(\varphi+\varphi_1)+\cos(\varphi+\varphi_2)\right]\dot{y}_c\dot{\varphi}-\\
&-m\rho\sin(\varphi+\varphi_1)\dot{x}_c\dot{\varphi}_1+m\rho\cos(\varphi+\varphi_1)\dot{y}_c\dot{\varphi}_1-m\rho\sin(\varphi+\varphi_2)\dot{x}_c\dot{\varphi}_2+m\rho\cos(\varphi+\varphi_2)\dot{y}_c\dot{\varphi}_2+\\
&+\dot{\varphi}\dot{\varphi}_1\left[J_1-m\rho r\cos\varphi_1\right]+\dot{\varphi}\dot{\varphi}_2\left[J_2+m\rho r\cos\varphi_2\right];
\end{aligned} \tag{3.29}
$$

$$
\begin{aligned}
W_П &= (m_{ПЛ}+2m)gy_c+m\rho g\left[\sin(\varphi+\varphi_1)+\sin(\varphi+\varphi_2)\right]+c_{01}\left(x_c^2+a^2\cos^2\varphi\right)+\\
&+c_{02}\left(y_c^2+a^2\sin^2\varphi\right).
\end{aligned}
$$

Уравнения динамики двухроторной виброустановки, синтезируемые в виде уравнений Лагранжа второго рода, имеют вид [16]:

$$
\begin{gathered}
m_0\ddot{x}_c-\ddot{\varphi}m\rho(\sin(\varphi+\varphi_1)+\sin(\varphi+\varphi_2))-\ddot{\varphi}_1 m\rho\sin(\varphi+\varphi_1)-\ddot{\varphi}_2 m\rho\sin(\varphi+\varphi_2)-\\
-\dot{\varphi}^2 m\rho(\cos(\varphi+\varphi_1)+\cos(\varphi+\varphi_2))-\dot{\varphi}_1^2 m\rho\cos(\varphi+\varphi_1)-\dot{\varphi}_2^2 m\rho\cos(\varphi+\varphi_2)-\\
-2\dot{\varphi}\dot{\varphi}_1 m\rho\cos(\varphi+\varphi_1)-2\dot{\varphi}\dot{\varphi}_2 m\rho\cos(\varphi+\varphi_2)+2c_{01}x_c+\beta\dot{x}_c=0;\\
m_0\ddot{y}_c+\ddot{\varphi}m\rho(\cos(\varphi+\varphi_1)+\cos(\varphi+\varphi_2))-\ddot{\varphi}_1 m\rho\cos(\varphi+\varphi_1)-\ddot{\varphi}_2 m\rho\cos(\varphi+\varphi_2)-\\
-\dot{\varphi}^2 m\rho(\sin(\varphi+\varphi_1)+\sin(\varphi+\varphi_2))-\dot{\varphi}_1^2 m\rho\sin(\varphi+\varphi_1)-\dot{\varphi}_2^2 m\rho c\sin(\varphi+\varphi_2)-\\
-2\dot{\varphi}\dot{\varphi}_1 m\rho\sin(\varphi+\varphi_1)-2\dot{\varphi}\dot{\varphi}_2 m\rho\sin(\varphi+\varphi_2)+m_0 g+2c_{02}y_c+\beta\dot{y}_c=0;\\
-\ddot{x}_c m\rho(\sin(\varphi+\varphi_1)+\sin(\varphi+\varphi_2))+\ddot{y}_c m\rho(\cos(\varphi+\varphi_1)+\cos(\varphi+\varphi_2))+\\
+\ddot{\varphi}\left(J+J_1+J_2-2rm\rho(\cos\varphi_1-\cos\varphi_2)\right)+\\
+\ddot{\varphi}_1(J_1-rm\rho\cos\varphi_1)+\ddot{\varphi}_2(J_2+rm\rho\cos\varphi_2)+\\
\dot{\varphi}_1^2 rm\rho\sin\varphi_1-\dot{\varphi}_2^2 rm\rho\sin\varphi_2+2rm\rho\dot{\varphi}\dot{\varphi}_1\sin\varphi_1-2rm\rho\dot{\varphi}\dot{\varphi}_2\sin\varphi_2+\\
+m\rho g(\cos(\varphi+\varphi_1)+\cos(\varphi+\varphi_2))+c_{03}\varphi+\beta\dot{\varphi}=0;\\
-\ddot{x}_c m\rho\sin(\varphi+\varphi_1)+\ddot{y}_c m\rho\cos(\varphi+\varphi_1)+\ddot{\varphi}(J_1-rm\rho\cos\varphi_1)+\\
+\ddot{\varphi}_1 J_1-\dot{\varphi}^2 rm\rho\sin\varphi_1+m\rho g\cos(\varphi+\varphi_1)+\mathrm{k_c}\dot{\varphi}_1=M_1;\\
-\ddot{x}_c m\rho\sin(\varphi+\varphi_2)+\ddot{y}_c m\rho\cos(\varphi+\varphi_2)+\ddot{\varphi}(J_2+rm\rho\cos\varphi_1)+\\
\ddot{\varphi}_2 J_2+\dot{\varphi}^2 rm\rho\sin\varphi_2+m\rho g\cos(\varphi+\varphi_2)+k_c\dot{\varphi}_2=M_2;
\end{gathered}
\tag{3.30}
$$

где M_1, M_2 – управляющие моменты.

В работах [17, 18] предложено применять метод скоростного градиента к управлению колебаниями в механических системах. При этом в качестве множества целевых (желаемых) состояний объекта управления z* предлагается выбирать множество состояний, имеющих заданные значения некоторых инвариантов движения невозмущенной системы: $z^*=\{z:I(z)=I^*\}$, где *I(z)* – набор инвариантов, I^* – заданный вектор. Наиболее часто рассматривается случай, когда в качестве единственного инварианта выбирается полная энергия (гамильтониан) свободной консервативной системы *H(z)*. При этом целевой функционал имеет вид:

$$Q(z)=(H(z)-H^*)^2\ , \tag{3.31}$$

где H^* – желаемое значение полной энергии, рассчитываемое исходя из заданного номинального режима работы механической системы. В тех же работах получены различные варианты условий достижения цели $Q(z(t))\to 0$ при $t\to\infty$ для функционала (3.31).

Однако в задачах управления кратной синхронизацией роторов двухроторной виброустановки использование целевого функционала (3.31) недостаточно, т.к. он лишь обеспечивает выход угловых скоростей вибровозбудителей на заданный уровень. Поэтому предлагается для обеспечения заданного соотношения между угловыми скоростями ввести в целевой функционал дополнительное неотрицательное слагаемое

$(\dot{\varphi}_1/n_1 \pm \dot{\varphi}_2/n_2)^2$, где n_i – требуемые кратности синхронизации (знак «+» соответствует противофазному вращению роторов, знак «–» – синфазному).

Таким образом, в данной работе предлагается выбрать целевой функционал в виде:

$$Q(z) = 0,5\left[(1-\alpha)(H-H^*)^2 + \alpha\left(\frac{\dot{\varphi}_1}{n_1} \pm \frac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right)^2\right] \qquad (3.32)$$

где α: 0< α <1 – весовой коэффициент; Н=Т+П – полная механическая энергия системы, рассчитанная с помощью формул (3.29). При достижении цели управления Q(z)=0, получим $H=H^*$ и кратное соотношение скоростей роторов $\dot{\varphi}_1/n_1 = \pm\dot{\varphi}_2/n_2$. Применительно к модели динамики плоского движения вибрационной установки (3.30) имеем $z = [x_C, \dot{x}_C, y_C, \dot{y}_C, \varphi, \dot{\varphi}, \dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_1, \varphi_2, \dot{\varphi}_2]^T$.

Первый этап синтеза алгоритма скоростного градиента состоит в вычислении скорости изменения целевой функции (3.32) вдоль траекторий объекта управления (3.30) в предположении, что система консервативна (k_c=0, β=0):

$$\dot{Q}(z) = (1-\alpha)\left(H - H^*\right)\dot{H} + \alpha\left(\frac{\dot{\varphi}_1}{n_1} \pm \frac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right)\left(\frac{\ddot{\varphi}_1}{n_1} \pm \frac{\ddot{\varphi}_2}{n_2}\right), \qquad (3.33)$$

Вычислим производную по времени для механической энергии H(t):

$$\dot{H} = \frac{d}{dt}(W_К + W_П) = \frac{d}{dt}\Big\{\frac{1}{2}m_0\dot{x}_c^2 + \frac{1}{2}m_0\dot{y}_c^2 + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2\left[J + J_1 + J_2 - 2mr\rho\left(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2\right)\right] +$$
$$+\frac{1}{2}J_1\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2}J_2\dot{\varphi}_2^2 - m\rho\left[\sin\left(\varphi+\varphi_1\right) + \sin\left(\varphi+\varphi_2\right)\right]\dot{x}_c\dot{\varphi} + m\rho\left[\cos\left(\varphi+\varphi_1\right) + \cos\left(\varphi+\varphi_2\right)\right]\dot{y}_c\dot{\varphi} -$$
$$- m\rho\sin\left(\varphi+\varphi_1\right)\dot{x}_c\dot{\varphi}_1 + m\rho\cos\left(\varphi+\varphi_1\right)\dot{y}_c\dot{\varphi}_1 - m\rho\sin\left(\varphi+\varphi_2\right)\dot{x}_c\dot{\varphi}_2 + m\rho\cos\left(\varphi+\varphi_2\right)\dot{y}_c\dot{\varphi}_2 +$$
$$+\dot{\varphi}\dot{\varphi}_1\left[J_1 - m\rho r\cos\varphi_1\right] + \dot{\varphi}\dot{\varphi}_2\left[J_2 + m\rho r\cos\varphi_2\right] +$$
$$+\left(m_{пл} + 2m\right)gy_c + m\rho g\left[\sin\left(\varphi+\varphi_1\right) + \sin\left(\varphi+\varphi_2\right)\right] + c_{01}\left(x_c^{\,2} + a^2\cos^2\varphi\right) +$$
$$+ c_{02}\left(y_c^{\,2} + a^2\sin^2\varphi\right)\Big\} =$$
$$= m_0\dot{x}_c^2\ddot{x}_c^2 + m_0\dot{y}_c^2\ddot{y}_c^2 + 2\dot{\varphi}\ddot{\varphi}m[r^2 + \rho^2 - \rho r(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2) + \dot{\varphi}^2 m[\rho r(\sin\varphi_1\dot{\varphi}_1 -$$
$$-\sin\varphi_2\dot{\varphi}_2)] + J_1\dot{\varphi}_1\ddot{\varphi}_1 + J_2\dot{\varphi}_2\ddot{\varphi}_2 - m\rho[\cos(\varphi+\varphi_1)(\dot{\varphi}+\dot{\varphi}_1) + \cos(\varphi+\varphi_2)(\dot{\varphi}+\dot{\varphi}_2)]\dot{x}_c\dot{\varphi} -$$
$$- m\rho[\sin(\varphi+\varphi_1) + \sin(\varphi+\varphi_2)]\ddot{x}_c\dot{\varphi} - m\rho[\sin(\varphi+\varphi_1) + \sin(\varphi+\varphi_2)]\dot{x}_c\ddot{\varphi} +$$
$$+ m\rho[-\sin(\varphi+\varphi_1)(\dot{\varphi}+\dot{\varphi}_1) - \sin(\varphi+\varphi_2)(\dot{\varphi}+\dot{\varphi}_2)]\dot{y}_c\dot{\varphi} + m\rho[\cos(\varphi+\varphi_1) +$$
$$+\cos(\varphi+\varphi_2)]\ddot{y}_c\dot{\varphi} + m\rho[\cos(\varphi+\varphi_1) + \cos(\varphi+\varphi_2)]\dot{y}_c\ddot{\varphi} - m\rho\cos(\varphi+\varphi_1)(\dot{\varphi}+\dot{\varphi}_1)\dot{x}_c\dot{\varphi}_1 -$$
$$- m\rho\sin(\varphi+\varphi_1)\ddot{x}_c\dot{\varphi}_1 - m\rho\sin(\varphi+\varphi_1)\dot{x}_c\ddot{\varphi}_1 - m\rho\sin(\varphi+\varphi_2)(\dot{\varphi}+\dot{\varphi}_2)\dot{y}_c\dot{\varphi}_2 +$$
$$+ m\rho\cos(\varphi+\varphi_2)\ddot{y}_c\dot{\varphi}_2 + m\rho\cos(\varphi+\varphi_2)\dot{y}_c\ddot{\varphi}_2 - m\rho\cos(\varphi+\varphi_2)(\dot{\varphi}+\dot{\varphi}_2)\dot{x}_c\dot{\varphi}_2 -$$

$$-m\rho\sin(\varphi+\varphi_2)\ddot{x}_c\dot{\varphi}_2 - m\rho\sin(\varphi+\varphi_2)\dot{x}_c\ddot{\varphi}_2 - m\rho\sin(\varphi+\varphi_1)(\dot{\varphi}+\dot{\varphi}_1)\dot{y}_c\dot{\varphi}_1 +$$
$$+m\rho\cos(\varphi+\varphi_1)\ddot{y}_c\dot{\varphi}_1 + m\rho\cos(\varphi+\varphi_1)\dot{y}_c\ddot{\varphi}_1 + m\rho r\sin\varphi_1\dot{\varphi}\dot{\varphi}_1^2 - m\rho r\sin\varphi_2\dot{\varphi}\dot{\varphi}_2^2 +$$
$$+m\rho(\rho - r\cos\varphi_1)\ddot{\varphi}\dot{\varphi}_1 + m\rho(\rho - r\cos\varphi_1)\dot{\varphi}\ddot{\varphi}_1 + m\rho(\rho + r\cos\varphi_2)\ddot{\varphi}\dot{\varphi}_2 + m\rho(\rho +$$
$$+r\cos\varphi_2)\dot{\varphi}\ddot{\varphi}_2 + m_0 g y_c + m\rho g[\cos(\varphi+\varphi_1)(\dot{\varphi}+\dot{\varphi}_1)] +$$
$$+\cos(\varphi+\varphi_2)(\dot{\varphi}+\dot{\varphi}_2)] + 2c_{01}x_c\dot{x}_c + 2c_{01}a^2\cos\varphi(-\sin\varphi) + 2c_{01}y_c\dot{y}_c +$$
$$+2c_{01}a^2\sin\varphi\cos\varphi\dot{\varphi} =$$
$$= \dot{x}_c\{m_0\ddot{x}_c - m\rho[\sin(\varphi+\varphi_1)+\sin(\varphi+\varphi_2)]\ddot{\varphi} - m\rho\sin(\varphi+\varphi_1)\ddot{\varphi}_1 - m\rho\sin(\varphi+\varphi_2)\ddot{\varphi}_2 -$$
$$-m\rho[\cos(\varphi+\varphi_1)+\cos(\varphi+\varphi_2)]\dot{\varphi}^2 - m\rho\cos(\varphi+\varphi_1)\dot{\varphi}_1^2 - m\rho\cos(\varphi+\varphi_2)\dot{\varphi}_2^2 -$$
$$-2m\rho\cos(\varphi+\varphi_1)\dot{\varphi}\dot{\varphi}_1 - 2m\rho\cos(\varphi+\varphi_2)\dot{\varphi}\dot{\varphi}_2 + 2c_{01}x_c\} +$$
$$+\dot{y}_c\{m_0\ddot{y}_c + m\rho[\cos(\varphi+\varphi_1)+\cos(\varphi+\varphi_2)]\ddot{\varphi} + m\rho\cos(\varphi+\varphi_1)\ddot{\varphi}_1 + m\rho\cos(\varphi+\varphi_2)\ddot{\varphi}_2 -$$
$$-m\rho[\sin(\varphi+\varphi_1)+\sin(\varphi+\varphi_2)]\dot{\varphi}^2 - m\rho\sin(\varphi+\varphi_1)\dot{\varphi}_1^2 - m\rho\sin(\varphi+\varphi_2)\dot{\varphi}_2^2 -$$
$$-2m\rho\sin(\varphi+\varphi_1)\dot{\varphi}\dot{\varphi}_1 - 2m\rho\sin(\varphi+\varphi_2)\dot{\varphi}\dot{\varphi}_2 + m_0 g + 2c_{02}y_c\} +$$
$$+\dot{\varphi}\{-m\rho[\sin(\varphi+\varphi_1)+\sin(\varphi+\varphi_2)]\ddot{x}_c + m\rho[\cos(\varphi+\varphi_1)+\cos(\varphi+\varphi_2)]\ddot{y}_c +$$
$$+[J+J_1+J_2-2m\rho r(\cos\varphi_1-\cos\varphi_2)]\ddot{\varphi} + [J_1 - mr\rho\cos\varphi_1]\ddot{\varphi}_1 + [J_2 + mr\rho\cos\varphi_2]\ddot{\varphi}_2 +$$
$$+2m\rho r\sin\varphi_1\dot{\varphi}\dot{\varphi}_1 - 2m\rho r\sin\varphi_2\dot{\varphi}\dot{\varphi}_2 + m\rho r\sin\varphi_1\dot{\varphi}_1^2 - m\rho r\sin\varphi_2\dot{\varphi}_2^2 +$$
$$+mg\rho[\cos(\varphi+\varphi_1)+\cos(\varphi+\varphi_2)] + c_{03}\varphi\} + \dot{\varphi}_1\{J_1\ddot{\varphi}_1 - m\rho\sin(\varphi+\varphi_1)\ddot{x}_c +$$
$$+m\rho\cos(\varphi+\varphi_1)\ddot{y}_c + [J_1 - mr\rho\cos\varphi_1]\ddot{\varphi} - m\rho r\sin\varphi_1\dot{\varphi}^2 + m\rho g\cos(\varphi+\varphi_1)\} +$$
$$+\dot{\varphi}_2\{J_2\ddot{\varphi}_2 - m\rho\sin(\varphi+\varphi_2)\ddot{x}_c + m\rho\cos(\varphi+\varphi_2)\ddot{y}_c + [J_2 + mr\rho\cos\varphi_2]\ddot{\varphi} +$$
$$+m\rho r\sin\varphi_2\dot{\varphi}^2 + m\rho g\cos(\varphi+\varphi_2))\} = \dot{\varphi}_1 M_1 + \dot{\varphi}_2 M_2.$$

Окончательно получаем

$$\dot{H} = \dot{\varphi}_1\mathrm{M}_1 + \dot{\varphi}_2\mathrm{M}_2.$$

Отсюда следует:

$$\dot{Q}(z) = (1-\alpha)\left(H - H^*\right)\left(\dot{\varphi}_1 M_1 + \dot{\varphi}_2 M_2\right) + \alpha\left(\frac{\dot{\varphi}_1}{n_1} \pm \frac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right)\left(\frac{\ddot{\varphi}_1}{n_1} \pm \frac{\ddot{\varphi}_2}{n_2}\right).$$

Выразим ускорения роторов $\ddot{\varphi}_1$ и $\ddot{\varphi}_2$ из уравнений (3.30) не учитывая на данном этапе трение в подшипниках:

$$\ddot{\varphi}_1 = \frac{1}{J_1}\{M_1 + m\rho\sin(\varphi+\varphi_1)\ddot{x}_c - m\rho\cos(\varphi+\varphi_1)\ddot{y}_c - [J_1 - mr\rho\cos\varphi_1]\ddot{\varphi} +$$

$$+ m\rho r\sin\varphi_1 \cdot \dot{\varphi}^2 - m\rho g\cos(\varphi+\varphi_1)\};$$

$$\ddot{\varphi}_2 = \frac{1}{J_2}\{M_2 + m\rho\sin(\varphi+\varphi_2)\ddot{x}_c - m\rho\cos(\varphi+\varphi_2)\ddot{y}_c - [J_2 + mr\rho\cos\varphi_2]\ddot{\varphi} -$$

$$- m\rho r\sin\varphi_2 \cdot \dot{\varphi}^2 - m\rho g\cos(\varphi+\varphi_2)\}.$$

Тогда производная по времени для целевой функции примет вид:

$$\dot{Q}(z) = (1-\alpha)(H-H^*)(\dot{\varphi}_1 M_1 + \dot{\varphi}_2 M_2) + \alpha\left(\frac{\dot{\varphi}_1}{n_1} \pm \frac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right)\left\{\frac{1}{J_1 n_1}[M_1 + m\rho\sin(\varphi+\varphi_1)\ddot{x}_c -\right.$$

$$- m\rho\cos(\varphi+\varphi_1)\ddot{y}_c - (J_1 - mr\rho\cos\varphi_1)\ddot{\varphi} + \dot{\varphi}^2 mr\rho\sin\varphi_1 - mg\rho\cos(\varphi+\varphi_1)] \pm \frac{1}{J_2 n_2}[M_2 +$$

$$\left. + m\rho\sin(\varphi+\varphi_2)\ddot{x}_c - m\rho\cos(\varphi+\varphi_2)\ddot{y}_c - (J_2 + mr\rho\cos\varphi_2)\ddot{\varphi} - \dot{\varphi}^2 mr\rho\sin\varphi_2 - mg\rho\cos(\varphi+\varphi_2)]\right\}.$$

Далее вычисляются частные производные по управляющим моментам M_i:

$$\frac{\partial\dot{Q}}{\partial M_1} = (1-\alpha)(H-H^*)\dot{\varphi}_1 + \frac{\alpha}{J_1 n_1}\left(\frac{\dot{\varphi}_1}{n_1} \pm \frac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right);$$

$$\frac{\partial\dot{Q}}{\partial M_2} = (1-\alpha)(H-H^*)\dot{\varphi}_2 \pm \frac{\alpha}{J_2 n_2}\left(\frac{\dot{\varphi}_1}{n_1} \pm \frac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right),$$

и в соответствии со схемой скоростного градиента записывается алгоритм управления, общий вид которого представлен формулой (3.27).

Очевидно, что положив $\beta = 0$, $\delta = 0$ в (3.27), получим в соответствии с (3.32) пропорциональный (П-) алгоритм управления кратной синхронизацией [11]:

$$\begin{cases} M_1 = -\gamma_1\left\{(1-\alpha)(H-H^*)\dot{\varphi}_1 + \dfrac{\alpha}{J_1 n_1}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1} \pm \dfrac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right)\right\}; \\ M_2 = -\gamma_2\left\{(1-\alpha)(H-H^*)\dot{\varphi}_2 \pm \dfrac{\alpha}{J_2 n_2}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1} \pm \dfrac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right)\right\}. \end{cases} \tag{3.34}$$

а положив $\delta = 0$, получим пропорционально-интегральный (ПИ-) алгоритм управления [13].

$$\begin{cases} M_1 = -\gamma_1\left\{(1-\alpha)\left[(H-H^*)\dot{\varphi}_1 + \int(H-H^*)\dot{\varphi}_1 dt\right] + \dfrac{\alpha}{J_1 n_1}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1} \pm \dfrac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right) + \dfrac{\alpha}{J_1 n_1}\left(\dfrac{\varphi_1}{n_1} \pm \dfrac{\varphi_2}{n_2} + C_1\right)\right\}; \\ M_2 = -\gamma_2\left\{(1-\alpha)\left[(H-H^*)\dot{\varphi}_2 + \int(H-H^*)\dot{\varphi}_2 dt\right] \pm \dfrac{\alpha}{J_2 n_2}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1} \pm \dfrac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right) \pm \dfrac{\alpha}{J_2 n_2}\left(\dfrac{\varphi_1}{n_1} \pm \dfrac{\varphi_2}{n_2} + C_2\right)\right\}. \end{cases} \tag{3.35}$$

Для упрощения реализации ПИ-алгоритма, отбросим полученные при синтезе интегралы от первых членов в правых частях (3.35) и запишем упрощенный ПИ-алгоритм в виде:

$$\begin{cases} M_1 = -\gamma_1 \left\{ (1-\alpha)\left(H - H^*\right)\dot{\varphi}_1 + \dfrac{\alpha}{J_1 n_1}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1} \pm \dfrac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right) + \dfrac{\alpha}{J_1 n_1}\left(\dfrac{\varphi_1}{n_1} \pm \dfrac{\varphi_2}{n_2} + \Delta\varphi_{1зад}\right)\right\}; \\ M_2 = -\gamma_2 \left\{ (1-\alpha)\left(H - H^*\right)\dot{\varphi}_2 \pm \dfrac{\alpha}{J_2 n_2}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1} \pm \dfrac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right) \pm \dfrac{\alpha}{J_2 n_2}\left(\dfrac{\varphi_1}{n_1} \pm \dfrac{\varphi_2}{n_2} + \Delta\varphi_{2зад}\right)\right\}. \end{cases}$$

(3.36)

Обоснованием введенного упрощения является малость отброшенных интегралов после переходного процесса по скоростям, который заканчивается достаточно быстро. Поскольку интеграл от функции $(\dot{\varphi}_1/n_1 \pm \dot{\varphi}_2/n_2)$ равен, вообще говоря, $(\varphi_1/n_1 \pm \varphi_2/n_2 + C)$, в (3.36) выбрано $C = \Delta\varphi_{iзад}$. Задавая $\Delta\varphi_{iзад}$, можно влиять на установившееся значение приведенного сдвига фаз $\Delta\varphi(\infty)$ и, в конечном итоге, на параметры траектории платформы.

Поскольку выражение для полной механической энергии H имеет довольно громоздкий вид, целесообразно его редуцировать (сократить) для упрощения расчета величин управляющих моментов. Эти упрощения возможны благодаря робастным свойствам алгоритмов скоростного градиента [12]. При этом правомерность такого упрощения будет исследоваться с помощью компьютерного моделирования. Необходимость редуцирования диктуется имеющимися датчиками и другими возможностями для восстановления не измеряемых координат установки. Наибольшие затруднения вызывает измерение или оценка с помощью наблюдателей угла поворота платформы φ. Кроме того, в установившихся режимах, как показало предварительно проведенное моделирование, величина угла φ незначительна. Поэтому целесообразно использовать в алгоритме управления упрощенное выражение для полной энергии, положив φ=0:

$$\begin{aligned} \overline{H} &= 0.5m_0(\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2) + 0.5J_1\dot{\varphi}_1^2 + 0.5J_2\dot{\varphi}_2^2 - m\rho\sin\varphi_1\dot{x}_C\dot{\varphi}_1 - m\rho\sin\varphi_2\dot{x}_C\dot{\varphi}_2 + \\ &+ m\rho\dot{y}_C(\cos\varphi_2\dot{\varphi}_2 + \cos\varphi_1\dot{\varphi}_1) + m_0 g y_C + mg\rho(\sin\varphi_1 + \sin\varphi_2) + c_{01}(x_c^2 + a^2) + c_{02}y_c^2. \end{aligned}$$

(3.37)

Тогда пропорциональный алгоритм управления кратной синхронизацией роторов с редуцированным выражением для полной механической энергии будет иметь вид:

$$\begin{cases} M_1 = -\gamma_1\left[(1-\alpha)(\overline{H} - \overline{H}^*)\dot{\varphi}_1 + \dfrac{\alpha}{J_1 n_1}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1} \pm \dfrac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right)\right], \\ M_2 = -\gamma_2\left[(1-\alpha)(\overline{H} - \overline{H}^*)\dot{\varphi}_2 \pm \dfrac{\alpha}{J_2 n_2}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1} \pm \dfrac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right)\right]. \end{cases} \quad (3.38)$$

где $\overline{H}$ - уровень полной механической энергии виброустановки без учета угла поворота платформы φ, а пропорционально-интегральный алгоритм, обеспечивающих кратную синхронизацию скоростей и фаз, следующий:

$$\begin{cases} M_1 = -\gamma_1 \left\{ (1-\alpha)(\overline{H} - \overline{H}^*)\dot{\varphi}_1 + \dfrac{\alpha_1}{J_1 n_1} \left[\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1} \pm \dfrac{\dot{\varphi}_2}{n_2} \right) + \left(\dfrac{\varphi_1}{n_1} \pm \dfrac{\varphi_2}{n_2} + \Delta\varphi_{1зад} \right) \right] \right\}, \\ M_2 = -\gamma_2 \left\{ (1-\alpha)(\overline{H} - \overline{H}^*)\dot{\varphi}_2 \pm \dfrac{\alpha_2}{J_2 n_2} \left[\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1} \pm \dfrac{\dot{\varphi}_2}{n_2} \right) \pm \left(\dfrac{\varphi_1}{n_1} \pm \dfrac{\varphi_2}{n_2} + \Delta\varphi_{2зад} \right) \right] \right\}. \end{cases} \quad (3.39)$$

Результаты сравнительного компьютерного исследования пропорционального алгоритма (П-алгоритма) управления синхронизацией (3.38) и упрощенного пропорционально-интегрального алгоритма (ПИ-алгоритма) (3.39) представлены на рис. 3.2 и рис.3.3 соответственно. На графиках используется обозначение для скоростей роторов $\dot{\varphi}_i = \omega_i$. Как видно из рисунков, графики скоростей роторов $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2$ и кратной разности скоростей $\Delta\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_1/2 - \dot{\varphi}_2$ в обоих случаях идентичны. Аналогичен и характер изменения кратного сдвига фаз $\Delta\varphi = \varphi_1/2 - \varphi_2$, однако время координатной синхронизации, определяемое по графику сдвига фаз, для ПИ-алгоритма (3.39) почти в четыре раза меньше, чем для П-алгоритма (3.38).

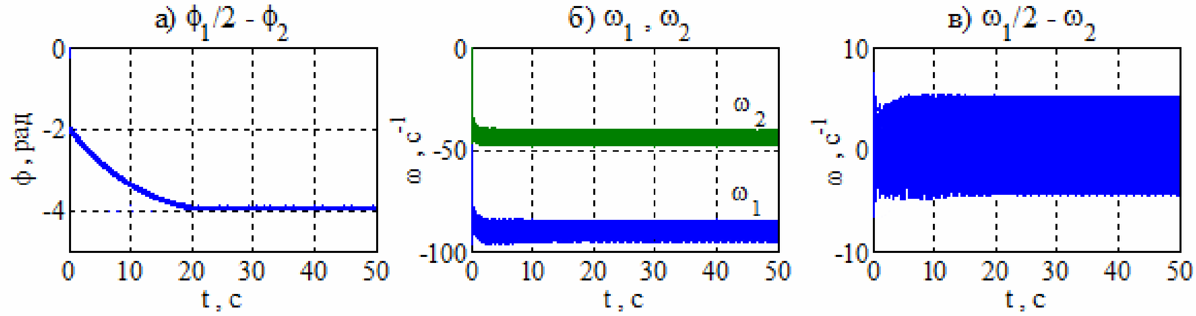


Рис.3.2. Динамика виброустановки с П-алгоритмом управления при $n_1 = 2$, $n_2 = 1$: график кратной разности фаз роторов $\Delta\varphi = \varphi_1/2 - \varphi_2$ (а); графики изменения скоростей $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2$ (б) и кратной разности фаз роторов $\Delta\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_1/2 - \dot{\varphi}_2$ (в)

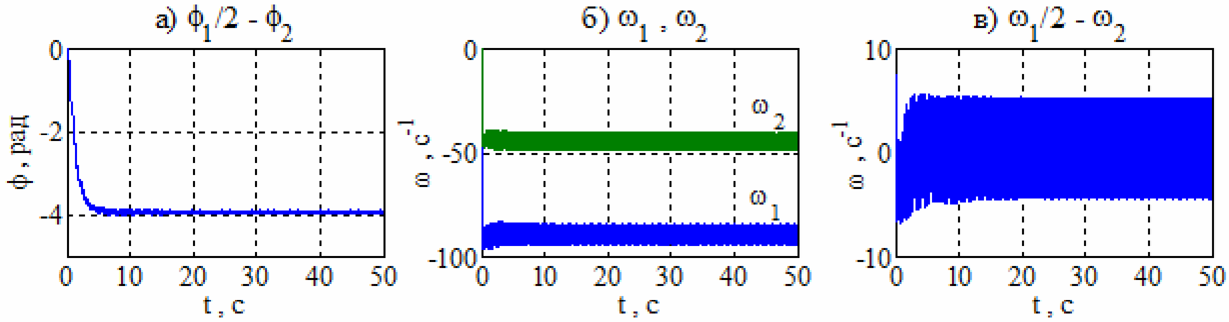


Рис. 3.3. Динамика виброустановки с ПИ-алгоритмом управления при $n_1 = 2$, $n_2 = 1$: график кратной разности фаз роторов $\Delta\varphi = \varphi_1/2 - \varphi_2$ (а); графики изменения скоростей $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2$ (б) и кратной разности фаз роторов $\Delta\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_1/2 - \dot{\varphi}_2$ (в)

Вторым существенным преимуществом ПИ-алгоритма кратной синхронизации (3.39) по сравнению с П-алгоритмом (3.38) является возможность управления траекторией платформы в вертикальной плоскости. Однако, применяя алгоритм (3.38), можно варьировать лишь отношение скоростей роторов (n_1/n_2). Например, для двукратной синхронизации возможны два варианта: n_1/n_2=1/2 или n_1/n_2= 2/1. Вид траекторий платформы для указанных случаев заданного соотношения скоростей представлен на рис. 3.4. В случае же алгоритма (3.39) задача управления наклоном траектории может быть решена путем задания соответствующих сдвигов фаз $\Delta\varphi_{iзад}$ в выражениях для управляющих моментов [11]. На рис.3. 5 - рис.3.8 представлены результаты компьютерного исследования алгоритма кратной синхронизации (3.39), позволяющего управлять приведенным кратным сдвигом фаз роторов $\Delta\varphi_{iзад}$ [16]. В процессе исследования анализировалось влияние заданного в алгоритме (3.39) приведенного сдвига фаз $\Delta\varphi_{iзад}$ на установившийся сдвиг фаз роторов $\Delta\varphi(\infty)$. При моделировании задавались следующие численные значения параметров стенда: $m_{пл}$=9кг; m=1,5кг; ρ=0,04м; g=9,81м/с^2; $c_{01}=c_{02}$=5300кг/с^2; $к_с$=0,01 Н·м·с; β=5кг/с; $J_1=J_2$ =0,014кг·м^2; r=0,2м; $\gamma_1=\gamma_2$=0,02; $\alpha_1=\alpha_2$= 0,25; $\bar{H}^*$=75Дж.

На рис. 3.5 представлены графики изменения кратной разности фаз $\Delta\varphi(\infty)=\varphi_1 - \varphi_2/2$ и траектория центра масс платформы $y_c(x_c)$ при заданных $\Delta\varphi_{1зад}=$-3рад, $\Delta\varphi_{2зад}=$6рад. Как видно из графика $\Delta\varphi(\infty)\to 0$, траектория платформы практически симметрична относительно оси абсцисс. На рис. 3.6 - рис. 3.8 приводятся результаты моделирования при $\Delta\varphi_{1зад}=$ 0 и различных значениях $\Delta\varphi_{2зад}$. Как видно из представленных рисунков, установившаяся разность фаз изменяется, что приводит к изменению ориентации траектории платформы относительно оси Ох и позволяет влиять на скорость вибротранспортирования. На рис. 3.9 приводится график изменения установившейся разности фаз $\Delta\varphi_2(\infty)$ при изменении $\Delta\varphi_{2зад}$ для случая $\Delta\varphi_{1зад}=0$. Кроме того исследования показали, что при задании $\Delta\varphi_{iзад}$ для обоих управляющих моментов можно с определенной степенью точности обеспечить любое значение $\Delta\varphi(\infty)$.

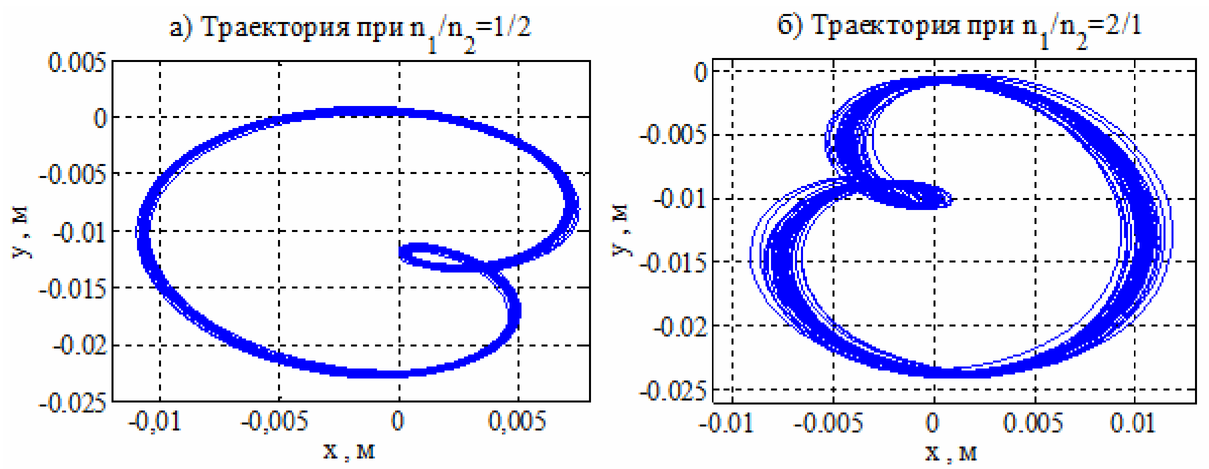


Рис.3. 4. Траектории центра масс платформы при управляющем алгоритме (3.38): n_1/n_2 = 1/2 (а); n_1/n_2 = 2/1 (б)

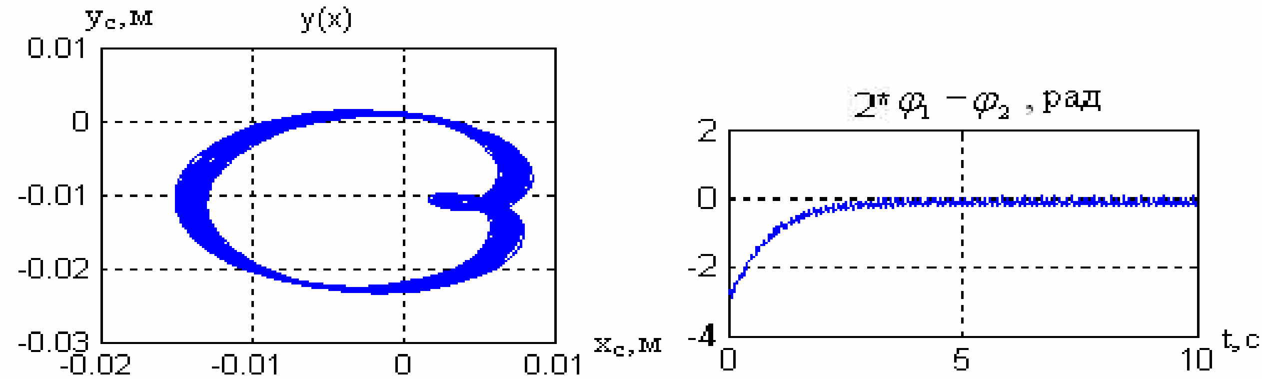


Рис.3.5. Результаты моделирования (3.39) при $\Delta\varphi_{1зад}$ =-3(рад), $\Delta\varphi_{2зад}$ =6(рад).

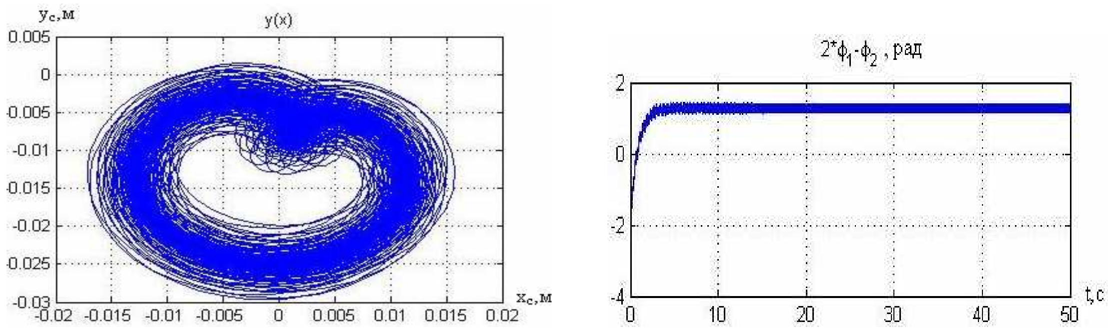


Рис. 3.6. Результаты моделирования (3.39) при $\Delta\varphi_{1зад} = 0$; $\Delta\varphi_{2зад}$ =-1(рад).

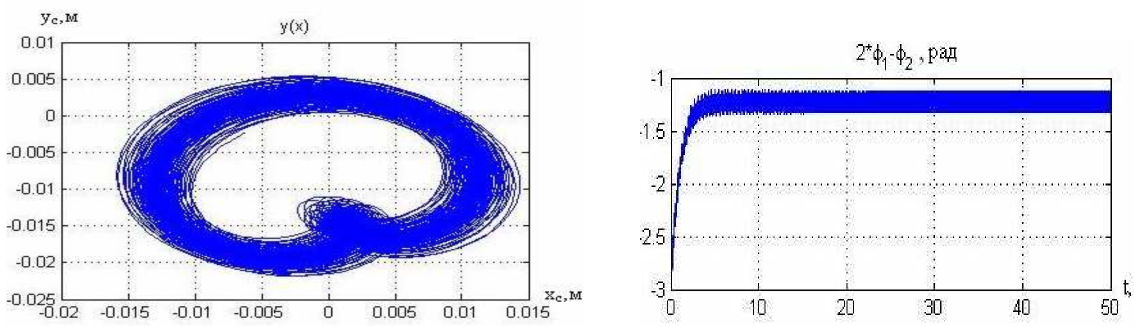


Рис.3.7 . Результаты моделирования (3.39) при $\Delta\varphi_{1зад} = 0$; $\Delta\varphi_{2зад}$ =1(рад).

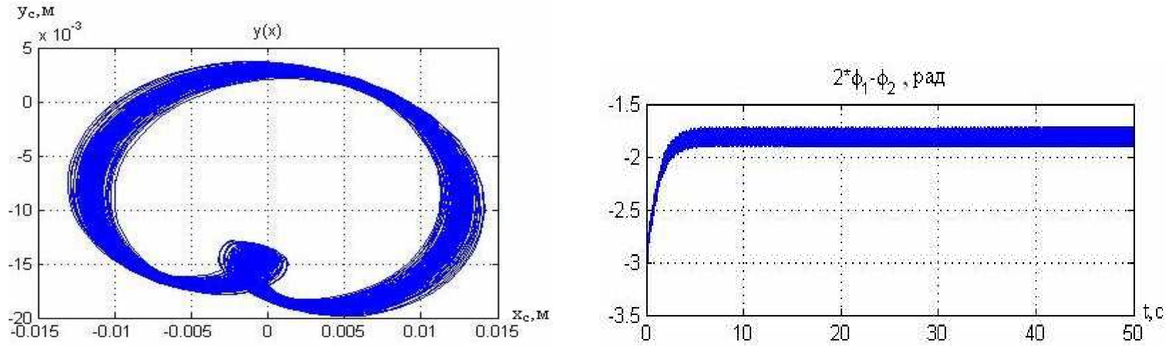


Рис.3.8 . Результаты моделирования (3.39) при $\Delta\varphi_{1зад} = 0$; $\Delta\varphi_{2зад} = 4$(рад).

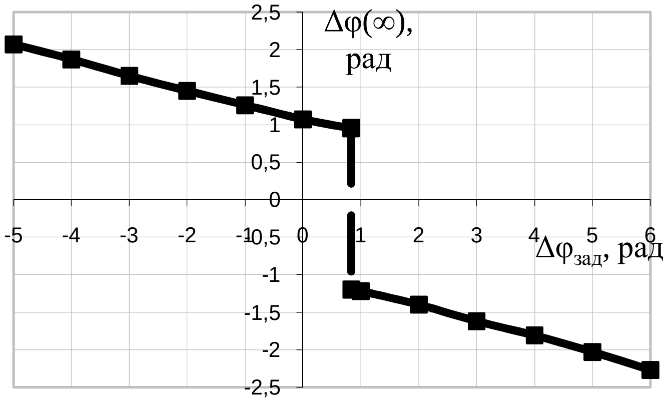
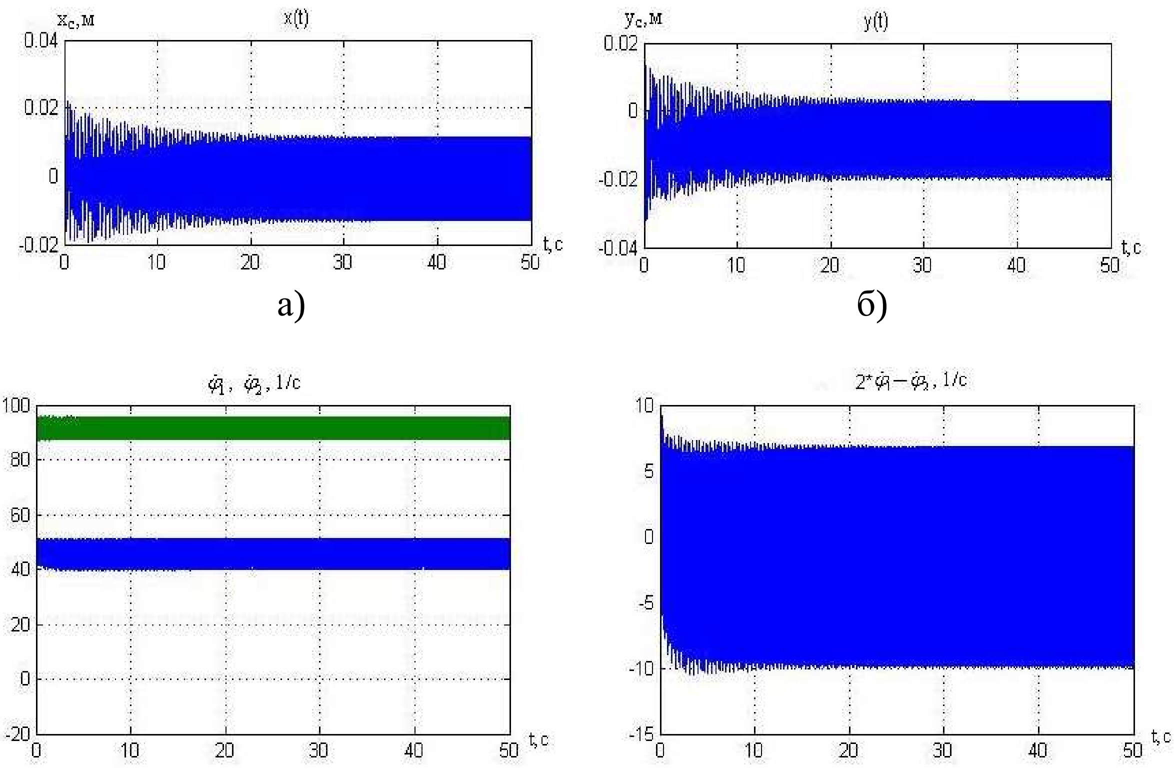


Рис.3.9. Зависимость $\Delta\varphi_2(\infty)$ от $\Delta\varphi_{2зад}$



а) б)

в) г)

Рис.3.10. Результаты моделирования при $\Delta\varphi_{1зад} = 0; \Delta\varphi_{2зад} = 1$(рад).

Графики, характеризующие колебания платформы и поведение скоростей роторов для параметров алгоритма, соответствующих графикам, изображенным на рис. 3.7 ($\Delta\varphi_{1зад} = 0$, $\Delta\varphi_{2зад}$ =1рад), приводятся на рис. 3.10.

Представленные результаты позволяют сделать вывод, что по окончании процесса координатной синхронизации амплитуда колебаний платформы как по вертикали (рис.3.10,б), так и по горизонтали (рис.3.10,а) стабилизируется, а кратная разность скоростей роторов (рис. 3.10,г) не превышает (6-8)% от установившихся значений средних скоростей (рис. 3.10,в), что соответствует определению приближенной кратной частотной синхронизации. Задание $\Delta\varphi_{iзад}$ для обоих управляющих моментов в алгоритме (3.39) может с определенной степенью точности обеспечить любое значение $\Delta\varphi(\infty)$.

Наконец, в ходе моделирования установлено, что алгоритм (3.39) существенно менее чувствителен к выбору параметров алгоритма α, γ.

Таким образом, сравнительное компьютерное исследование пропорционального и пропорционально-интегрального алгоритмов управления кратной синхронизацией, показывает, что ПИ-алгоритмы обладают рядом преимуществ перед П- алгоритмами. Именно, существенно уменьшается время синхронизации, появляется возможность управления траекторией платформы в вертикальной плоскости и снижается чувствительность алгоритма к выбору параметров.

3.4. Особенности режима кратной самосинхронизации трехроторных вибрационных установок, совершающих плоскопараллельное движение

Вибрационные установки с тремя и более роторами предоставляют дополнительные возможности при применении вибрационных технологий [1,19,20]. Расчетная схема для синтеза уравнений динамики трехроторного вибрационного стенда представлены на рис. 3.11.

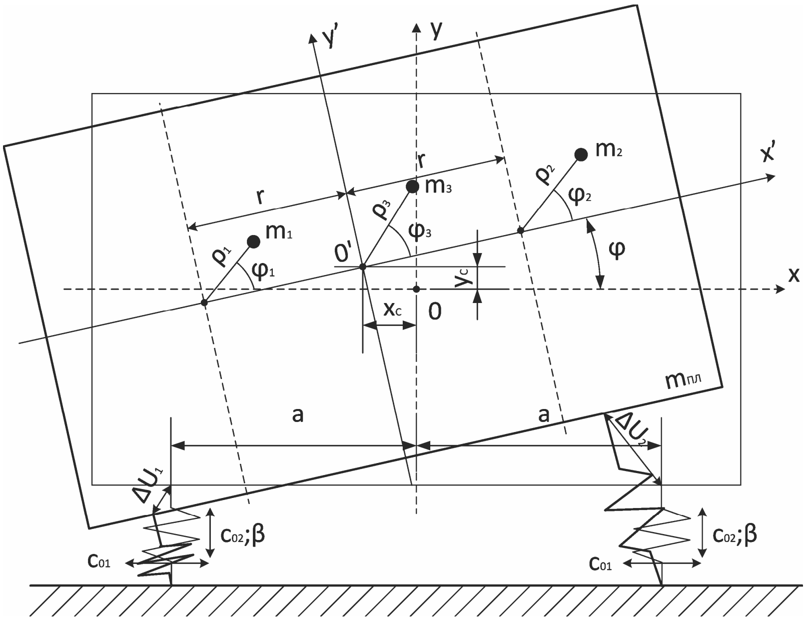


Рис. 3.11. Расчетная схема трёхроторного вибрационного стенда

Предполагается, что три неуравновешенных ротора симметрично расположены на мягко виброизолированном несущем твердом теле, причем третий (центральный) ротор расположен в центре тяжести платформы. Координаты дебалансных роторов, в неподвижной системе координат, моделируемых как одинаковые маятники с массой $m_i=m$ и эксцентриситетом $\rho_i=\rho$ в неподвижной системе координат, в данном случае выражаются формулами:

$$x_1 = x_c - r\cos\varphi + \rho\cos(\varphi + \varphi_1);\ y_1 = y_c - r\sin\varphi + \rho\sin(\varphi + \varphi_1);$$

$$x_2 = x_c + r\cos\varphi + \rho\cos(\varphi + \varphi_2);\ y_2 = y_c + r\sin\varphi + \rho\sin(\varphi + \varphi_2);$$

$$x_3 = x_c + \rho\cos(\varphi + \varphi_3);\ y_3 = y_c + \rho\sin(\varphi + \varphi_3);$$

где $\varphi_1,\varphi_2,\varphi_3$ – углы отклонения неуравновешенных роторов, отсчитываемые от горизонтали.

Кинетическая и потенциальная энергия рассматриваемой четырехмассовой системы аналогичны энергии двухроторной вибрационной установки (3.29):

$$W_К = \frac{1}{2}\left[m_0\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2\right] + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2\left[J + J_1 + J_2 + J_3 - 2rm\rho(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)\right] +$$
$$+\frac{1}{2}J_1\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2}J_2\dot{\varphi}_2^2 + \frac{1}{2}J_2\dot{\varphi}_3^2 + \dot{\varphi}\dot{\varphi}_1(J_1 - rm\rho\cos\varphi_1) + \dot{\varphi}\dot{\varphi}_2(J_2 + rm\rho\cos\varphi_2) + \dot{\varphi}\dot{\varphi}_3 J_3 -$$
$$-\dot{x}_c\dot{\varphi}m\rho(\sin(\varphi+\varphi_1) + \sin(\varphi+\varphi_2) + \sin(\varphi+\varphi_3)) +$$
$$+\dot{y}_c\dot{\varphi}m\rho(\cos(\varphi+\varphi_1) + \cos(\varphi+\varphi_2) + \cos(\varphi+\varphi_3)) -$$
$$-\dot{x}_c\dot{\varphi}_1 m\rho\sin(\varphi+\varphi_1) + \dot{y}_c\dot{\varphi}_1 m\rho\cos(\varphi+\varphi_1) - \dot{x}_c\dot{\varphi}_2 m\rho\sin(\varphi+\varphi_2) + \dot{y}_c\dot{\varphi}_2 m\rho\cos(\varphi+\varphi_2) -$$
$$-\dot{x}_c\dot{\varphi}_3 m\rho\sin(\varphi+\varphi_3) + \dot{y}_c\dot{\varphi}_3 m\rho\cos(\varphi+\varphi_3),$$

$$W_П = m_0 g y_c + m\rho g\left[\sin(\varphi+\varphi_1) + \sin(\varphi+\varphi_2) + \sin(\varphi+\varphi_3)\right] +$$
$$+c_{01}\left(x_c^2 + a^2\cos^2\varphi\right) + c_{02}\left(y_c^2 + a^2\sin^2\varphi\right)$$

Тогда уравнения динамики для трехроторной вибрационной установки, синтезируемые в виде уравнений Лагранжа второго рода, примут вид:

$$m_0\ddot{x}_c - \ddot{\varphi}m\rho(\sin(\varphi+\varphi_1) + \sin(\varphi+\varphi_2) + \sin(\varphi+\varphi_3)) - \ddot{\varphi}_1 m\rho\sin(\varphi+\varphi_1) - \ddot{\varphi}_2 m\rho\sin(\varphi+\varphi_2) -$$
$$-\ddot{\varphi}_3 m\rho\sin(\varphi+\varphi_3) - \dot{\varphi}^2 m\rho(\cos(\varphi+\varphi_1) + \cos(\varphi+\varphi_2) + \cos(\varphi+\varphi_3)) - m\rho\cos(\varphi+\varphi_1)\dot{\varphi}_1^2 - m\rho\cos(\varphi+\varphi_2)\dot{\varphi}_2^2 -$$
$$-m\rho\cos(\varphi+\varphi_3)\dot{\varphi}_3^2 - 2m\rho\cos(\varphi+\varphi_1)\dot{\varphi}\dot{\varphi}_1 - 2m\rho\cos(\varphi+\varphi_2)\dot{\varphi}\dot{\varphi}_2 - 2m\rho\cos(\varphi+\varphi_3)\dot{\varphi}\dot{\varphi}_3 +$$
$$+\beta\dot{x}_c + 2c_{01}x_c = 0;$$
$$m_0\ddot{y}_c + m\rho\ddot{\varphi}(\cos(\varphi+\varphi_1) + \cos(\varphi+\varphi_2) + \cos(\varphi+\varphi_3)) + m\rho\cos(\varphi+\varphi_1)\ddot{\varphi}_1 + m\rho\cos(\varphi+\varphi_2)\ddot{\varphi}_2 +$$
$$+\ddot{\varphi}_3 m\rho\cos(\varphi+\varphi_3) - m\rho\left[\sin(\varphi+\varphi_1) + \sin(\varphi+\varphi_2) + \sin(\varphi+\varphi_3)\right]\dot{\varphi}^2 - m\rho\sin(\varphi+\varphi_1)\dot{\varphi}_1^2 -$$
$$-m\rho\sin(\varphi+\varphi_2)\dot{\varphi}_2^2 - m\rho\sin(\varphi+\varphi_3)\dot{\varphi}_3^2 - 2m\rho\sin(\varphi+\varphi_1)\dot{\varphi}\dot{\varphi}_1 - 2m\rho\sin(\varphi+\varphi_2)\dot{\varphi}\dot{\varphi}_2 -$$
$$-2m\rho\sin(\varphi+\varphi_3)\dot{\varphi}\dot{\varphi}_3 + m_0 g + 2c_{02}y_c + \beta\dot{y}_c = 0;$$
$$-\ddot{x}_c m\rho(\sin(\varphi+\varphi_1) + \sin(\varphi+\varphi_2) + \sin(\varphi+\varphi_3)) + \ddot{y}_c m\rho(\cos(\varphi+\varphi_1) + \cos(\varphi+\varphi_2) +$$
$$+\cos(\varphi+\varphi_3)) + \ddot{\varphi}[J + J_1 + J_2 + J_3 - 2rm\rho(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)] +$$
$$+\ddot{\varphi}_1(J_1 - rm\rho\cos\varphi_1) + \ddot{\varphi}_2(J_2 + rm\rho\cos\varphi_2) + \ddot{\varphi}_3 J_3 + \dot{\varphi}_1^2 m\rho r\sin\varphi_1 -$$
$$-\dot{\varphi}_2^2 m\rho r\sin\varphi_2 + 2rm\rho\dot{\varphi}\dot{\varphi}_1\sin\varphi_1 - 2rm\rho\dot{\varphi}\dot{\varphi}_2\sin\varphi_2 + m\rho g(\cos(\varphi+\varphi_1) + \qquad (3.40)$$
$$\cos(\varphi+\varphi_2) + \cos(\varphi+\varphi_3)) + c_{03}\varphi + \beta\dot{\varphi} = 0$$
$$-\ddot{x}_c m\rho\sin(\varphi+\varphi_1) + \ddot{y}_c m\rho\cos(\varphi+\varphi_1) + \ddot{\varphi}(J_1 - m\rho\cos\varphi_1) + \ddot{\varphi}_1 J_1 -$$
$$-\dot{\varphi}^2 rm\rho\sin\varphi_1 + m\rho g\cos(\varphi+\varphi_1) + k_c\dot{\varphi}_1 = M_1$$
$$-\ddot{x}_c m\rho\sin(\varphi+\varphi_2) + \ddot{y}_c m\rho\cos(\varphi+\varphi_2) + \ddot{\varphi}(J_2 + m\rho\cos\varphi_1) + \ddot{\varphi}_2 J_2 +$$
$$+\dot{\varphi}^2 rm\rho\sin\varphi_2 + m\rho g\cos(\varphi+\varphi_2) + k_c\dot{\varphi}_2 = M_2;$$
$$-\ddot{x}_c m\rho\sin(\varphi+\varphi_3) + \ddot{y}_c m\rho\cos(\varphi+\varphi_3) + \ddot{\varphi}J_3 + \ddot{\varphi}_3 J_3 - m\rho g\cos(\varphi+\varphi_3) + k_c\dot{\varphi}_3 = M_3;$$

где M_1, M_2, M_3 – управляющие моменты.

Для сравнительного анализа стабильности режима самосинхронизации, имеющего место в двухроторных и трехроторных вибрационных установках, было проведено компьютерное моделирование в программной среде MATLAB [21].

На первом этапе компьютерного исследования динамической модели трехроторного вибростенда рассматривался режим простой синхронизации, при котором на все три двигателя подавались электромеханические моменты, одинаковые по величине. Однако синхронный режим имел место не во всех случаях. На рис. 3.12 и рис.3.13 представлены графики изменения угловых скоростей $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_3$ при значениях моментов M_i=2,7 Н·м и M_i=3 Н·м соответственно.

Как видно из графиков, при меньших по величине моментах (M_i=2,7 Н·м), первый ротор ($\dot{\varphi}_1$) на рис.3.12 не выходит в зарезонансную область ($\omega_{рез}$ = 30 с$^{-1}$), т.е. происходит «захват» скорости ротора, который называют эффектом Зоммерфельда. Два других ротора выходят в зарезонансную область, и скорости роторов таким образом, остаются различными, т.е. синхронизация отсутствует. При больших значениях моментов все три ротора вращаются с равными скоростями и выходят в зарезонансный режим (рис.3.13). При этом величины скоростей роторов при минимальном моменте, обеспечивающем прохождение через резонанс, равны $\dot{\varphi}_i$ = 300 с$^{-1}$, и диапазон скоростей $\omega_{рез}$ от 30 с$^{-1}$ до 300 с$^{-1}$ выпадает из области допустимых рабочих скоростей. Аналогичная область «нерабочих» зарезонансных скоростей имеет место и для двухроторной вибрационной установки.

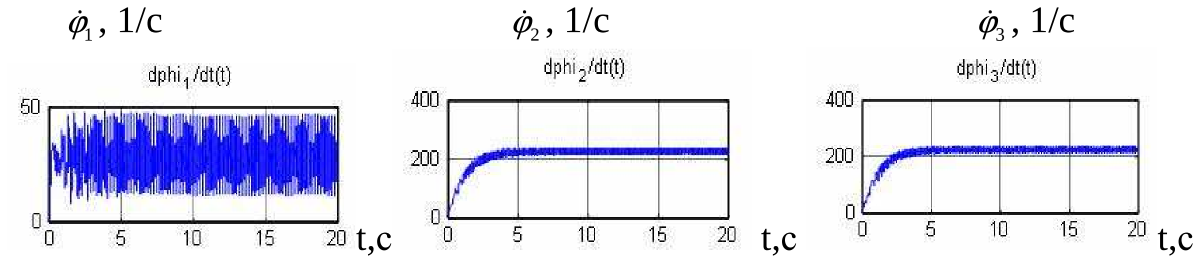


Рис.3.12. Результаты исследования при M_i = 2,7 Н·м

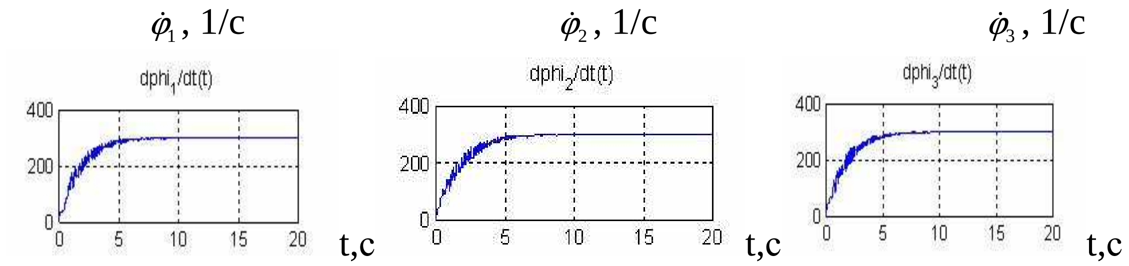


Рис.3.13. Результаты исследования при M_i = 3 Н·м

Как известно, эффект самосинхронизации проявляется в том, что при подаче на неуравновешенные роторы неодинаковых по величине постоянных управляющих сигналов в установившимся режиме скорости роторов выравниваются. Поэтому на втором этапе исследования как в двухроторной (3.30), так и в трехроторной (3.40) моделях виброустановок задавались различающиеся по величине моменты M_i.

На рис. 3.14 - 3.16 представлены результаты моделирования для двухроторной виброустановки. На каждом рисунке приводятся графики разности скоростей роторов (с учетом направления вращения), которые при наличии синхронного режима сходятся к нулю, и графики разности фаз, которые в соответствии с определением координатной синхронизации должны стабилизироваться на постоянном уровне.

Как видно из графиков синхронизация имеет место как при синфазном (рис. 3.15), так и при противофазном (рис. 3.14) режиме вращения роторов, но только при подаче одинаковых по величине управляющих моментов (M_i=2,3Н·м). При различных по величине управляющих моментах (рис. 3.16): M_1=2,3Н·м, M_2=3Н·м самосинхронизации не происходит, на что указывает ненулевая разность скоростей и стремящаяся к бесконечности разность фаз.

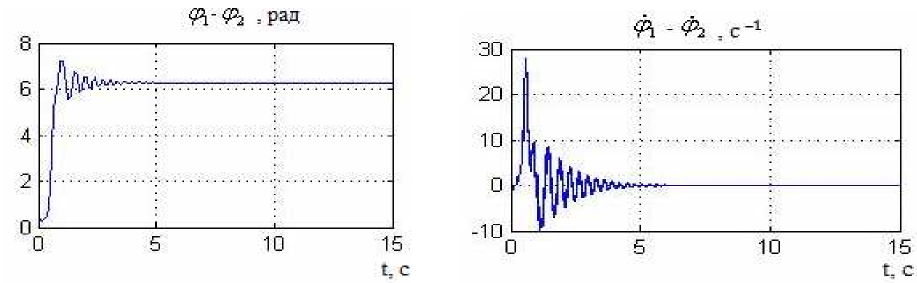


Рис.3.14. Результаты исследования двухроторной модели при M_i =2, 3 Н·м.

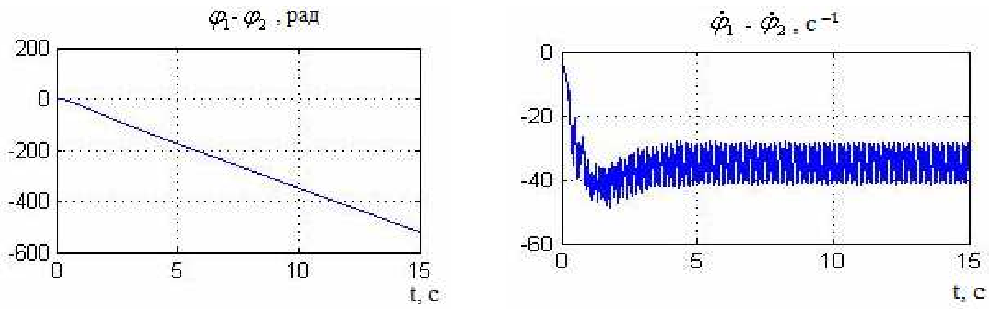


Рис. 3.15.Исследование двухроторной модели при M_1 =2, 3Н·м; M_2 = 3Н·м.

В отличие от двухроторной виброустановки в системе с тремя роторами наблюдается эффект самосинхронизации. Так при задании значений моментов M_i, различающихся между собой в 1,5 – 2 раза происходит выравнивание скоростей роторов и стабилизация разностей фаз, причем значение установившихся скоростей роторов соответствует моменту, являющему среднеарифметическим для моментов M_i, т.е. М = $(M_1+M_2+M_3)/3$. На рис.3.16 представлены графики скоростей роторов $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_3$, графики разностей фаз роторов $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2, \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_3$ и $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_3$, а также графики траектории центра масс и координаты y_c платформы при неодинаковых моментах: M_1= M_2=6 Н·м, M_3=5 Н·м.

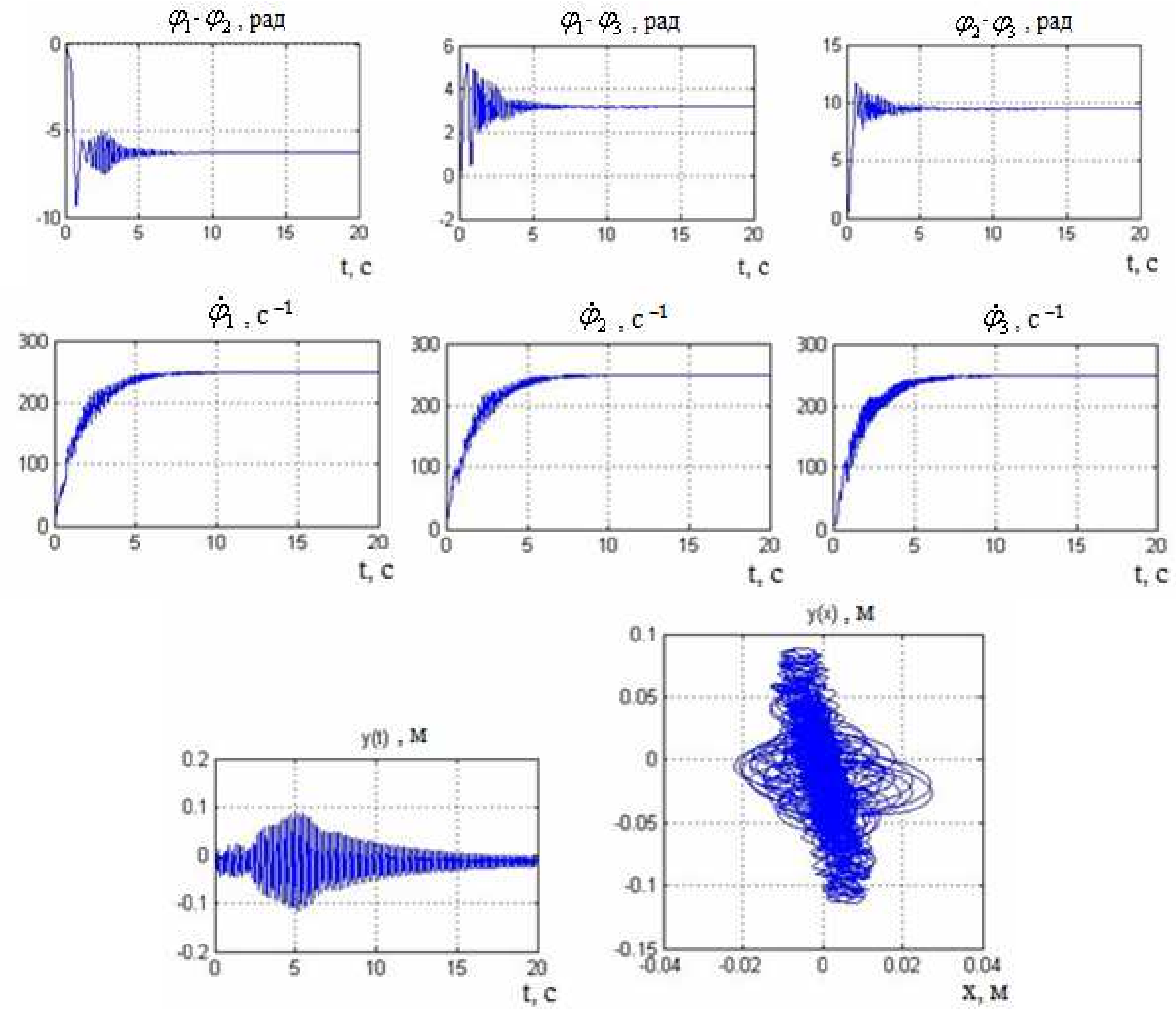


Рис. 3.16. Исследование трехроторной модели при M_1= M_2=6 Н·м, M_3=5 Н·м.

Более того, режим самосинхронизации в трехроторной виброустановке позволяет сузить диапазон недостижимых зарезонансных скоростей: если задать для крайних роторов моменты M_1 и M_2, при которых на первом этапе исследования осуществлялось прохождение через резонанс, а величину M_3 задать меньше «проходного» значения момента, то благодаря самосинхронизации, скорости роторов выравниваются и соответствуют усредненному значению момента, которое меньше, чем M_1 и M_2. На рис. 3.17 представлены результаты моделирования для случая M_1= M_2=3 Нм, M_3 = 1,5 Н·м. Как видно из графиков скорости роторов $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_3$ стабилизируются на уровне 250 $с^{-1}$, что позволяет уменьшить диапазон нерабочих зарезонансных частот от $\omega_{рез}$ = 30 $с^{-1}$ до 250 $с^{-1}$.

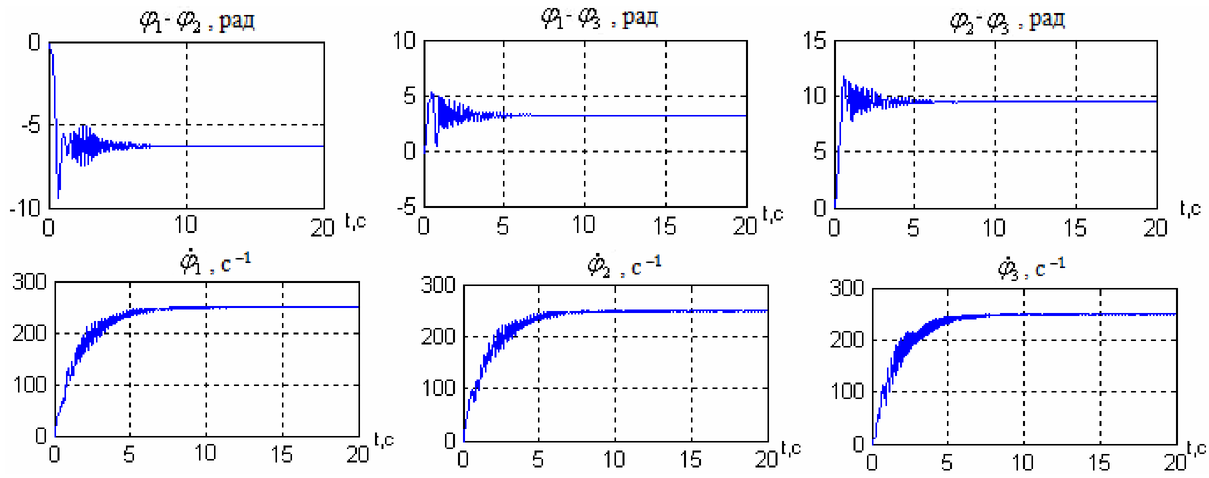


Рис. 3.17. Исследование трехроторной модели при пониженном моменте $M_3 =$ 1,5 Н·м

На третьем этапе исследовалась стабильность режимов двукратной самосинхронизации. Условия на соотношение масс и на взаимное расположение роторов и несущей платформы, обеспечивающие кратную самосинхронизацию, были получены в работах [2,3]. Однако в ряде практически важных случаев эти условия не выполняются, и режим кратной синхронизации оказывается неустойчивым. В частности при нагружении виброустановок сыпучими материалами масса несущей платформы может изменяться, что может привести к выпадению роторов из синхронизма. На рис. 3.18 и рис. 3.19 представлены результаты моделирования для двух- и трехроторных виброустановок соответственно. Как видно из графиков разности фаз, время стабилизации в случае кратного режима существенно больше, чем при простой синхронизации.

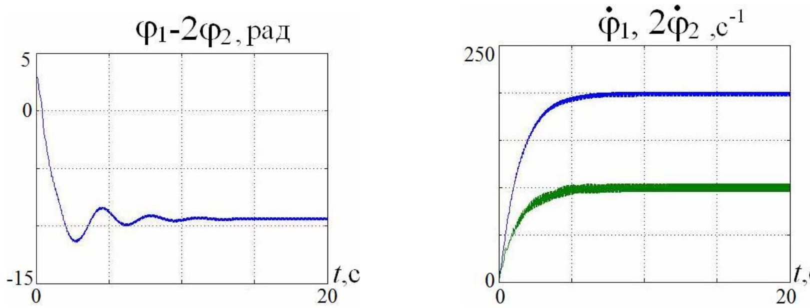


Рис. 3.18. Двукратная самосинхронизация для двухроторной виброустановки.

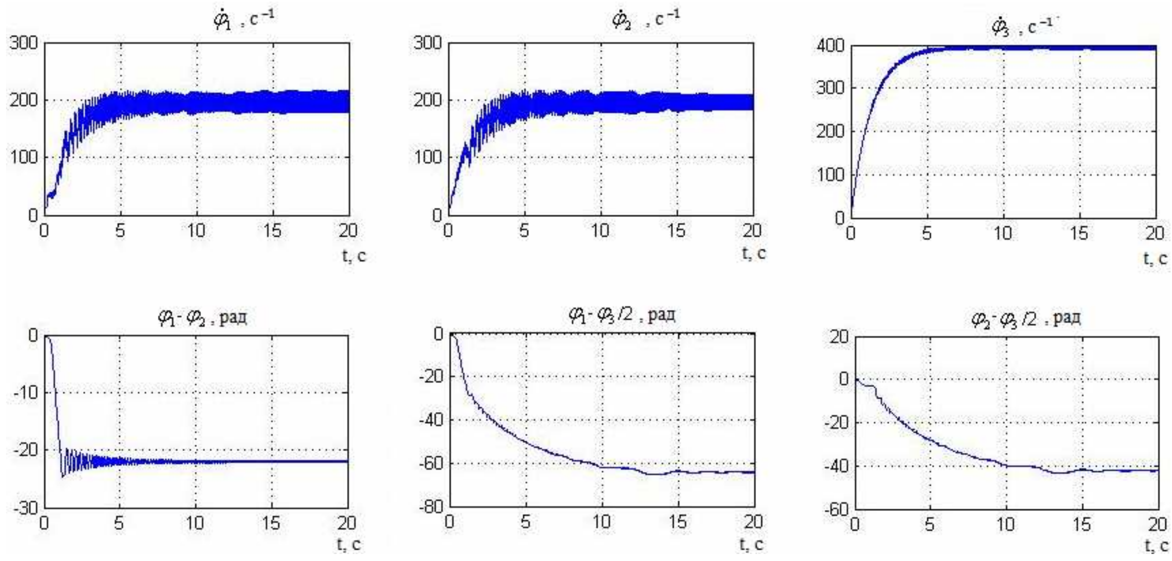


Рис. 3.19 Двукратная самосинхронизация для трехроторной виброустановки.

Из проведенного исследования можно сделать следующий вывод: как для двухроторной, так и для трехроторной виброустановки, кратная *само*синхронизация имеет место лишь при точно подобранных параметрах виброустановки, при которых регламентируются расположение вибровозбудителей и соотношение их масс и момента инерции платформы. В случае незначительного изменения этих параметров кратная самосинхронизация не наблюдается. Однако для трехроторной виброустановки простая (однократная) самосинхронизации при задании величин управляющих моментов, различающихся в 1,5 – 2 раза, имеет место, причем она является практически нечувствительной к изменениям параметров системы. Для двухроторной виброустановки данный эффект отсутствует.

3.5.Управление кратными синхронными режимами трехроторных виброустановок

Как и в предыдущем разделе для синтеза алгоритма управления кратной синхронизацией применяется метод скоростного градиента, который базируется на целевом функционале, использующем полную энергию системы $H = W_K + W_\Pi$. По-прежнему, в качестве цели управления выберем достижение роторами заданных кратных угловых скоростей, соответствующих случаю частотной синхронизации. Достижение заданных средних значений скоростей вращения каждого ротора на этапе синтеза удобно заменить требованием достижения заданной полной механической энергии H*, соответствующей движению роторов с желаемыми средними скоростями.

Один из известных подходов при решении задач синхронизации – выделение одного из вибровозбудителей в качестве ведущего [19], что позволяет получить более простые выражения для управляющих сигналов. Выберем в качестве ведущего первый ротор.

Целевую функцию выбираем в виде, аналогичном виду функции (3.32):

$$Q(z) = 0.5\left\{(1-\alpha)\left(H - H^*\right)^2 + \alpha_{12}\left(\frac{\dot\varphi_1}{n_1} \pm \frac{\dot\varphi_2}{n_2}\right)^2 + \alpha_{13}\left(\frac{\dot\varphi_1}{n_1} \pm \frac{\dot\varphi_3}{n_3}\right)^2\right\}, \qquad (3.41)$$

где $z = [x, \dot x, y, \dot y, \varphi, \dot\varphi, \varphi_1, \dot\varphi_1, \varphi_2, \dot\varphi_2, \varphi_3, \dot\varphi_3]^T$ – вектор состояния системы; α_{ij} – весовые коэффициенты, $\sum\limits_{i,j}\alpha_{ij} = \alpha$, $0<\alpha_{ij}<1$; H^* – заданное значение полной механической энергии системы.

Производя вычисления, аналогичные вычислениям, приведенным для двухроторной вибрационной установки в п.3.3, получим выражения для скорости изменения целевой функции (3.40) вдоль траекторий объекта управления в виде:

$$\dot Q(z) = (1-\alpha)\left[\left(H - H^*\right)\dot H\right] + \alpha_{12}\left(\frac{\dot\varphi_1}{n_1} \pm \frac{\dot\varphi_2}{n_2}\right)\left(\frac{\ddot\varphi_1}{n_1} \pm \frac{\ddot\varphi_2}{n_2}\right) + \alpha_{13}\left(\frac{\dot\varphi_1}{n_1} \pm \frac{\dot\varphi_3}{n_3}\right)\left(\frac{\ddot\varphi_1}{n_1} \pm \frac{\ddot\varphi_3}{n_3}\right),$$

где $\dot H$ – производная полной энергии по времени, $\dot H = \dot\varphi_1 M_1 + \dot\varphi_2 M_2 + \dot\varphi_3 M_3$.

Тогда:

$$\dot Q(z) = (1-\alpha)\left(H - H^*\right)\left(\dot\varphi_1 M_1 + \dot\varphi_2 M_2 + \dot\varphi_3 M_3\right) + \alpha_{12}\left(\frac{\dot\varphi_1}{n_1} \pm \frac{\dot\varphi_2}{n_2}\right)\left(\frac{\ddot\varphi_1}{n_1} \pm \frac{\ddot\varphi_2}{n_2}\right) + \alpha_{13}\left(\frac{\dot\varphi_1}{n_1} \pm \frac{\dot\varphi_3}{n_3}\right)\left(\frac{\ddot\varphi_1}{n_1} \pm \frac{\ddot\varphi_3}{n_3}\right).$$

Откуда по схеме алгоритма скоростного градиента получаем уравнения для управляющих моментов трехроторной виброустановки с одним ведущим ротором в виде П-алгоритма скоростного градиента:

$$\begin{cases} M_1 = -\gamma_1\left[(1-\alpha)(H - H^*)\dot\varphi_1 + \dfrac{\alpha_{12}}{J_1 n_1}\left(\dfrac{\dot\varphi_1}{n_1} \pm \dfrac{\dot\varphi_2}{n_2}\right) + \dfrac{\alpha_{13}}{J_1 n_1}\left(\dfrac{\dot\varphi_1}{n_1} \pm \dfrac{\dot\varphi_3}{n_3}\right)\right]; \\ M_2 = -\gamma_2\left[(1-\alpha)(H - H^*)\dot\varphi_2 \pm \dfrac{\alpha_{12}}{J_2 n_2}\left(\dfrac{\dot\varphi_1}{n_1} \pm \dfrac{\dot\varphi_2}{n_2}\right)\right]; \\ M_3 = -\gamma_3\left[(1-\alpha)(H - H^*)\dot\varphi_2 \pm \dfrac{\alpha_{13}}{J_3 n_3}\left(\dfrac{\dot\varphi_1}{n_1} \pm \dfrac{\dot\varphi_3}{n_3}\right)\right]. \end{cases} \qquad (3.42)$$

Как и ранее для упрощения расчета величин управляющих моментов выражение для полной механической энергии H целесообразно редуцировать $\widetilde H = \widetilde W_{\text{К}} + \widetilde W_{\text{П}}$:

$$\begin{aligned} \tilde H = {} & 0.5 m_0 \dot x_c^2 + 0.5 m_0 \dot y_c^2 + 0.5 J_1 \dot\varphi_1^2 + 0.5 J_2 \dot\varphi_2^2 + 0.5 J_3 \dot\varphi_3^2 - \dot x_c \dot\varphi_1 m\rho \sin\varphi_1 + \\ & + \dot y_c \dot\varphi_2 m\rho\cos\varphi_2 - \dot x_c \dot\varphi_2 m\rho\sin\varphi_2 + \dot y_c \dot\varphi_1 m\rho\cos\varphi_1 - \dot x_c \dot\varphi_3 m\rho\sin\varphi_3 + \\ & + \dot y_c \dot\varphi_3 m\rho\cos\varphi_3 + m_0 g y_c + m\rho g[\sin\varphi_1 + \sin\varphi_2 + \sin\varphi_3] + c_{01}(x_c^2 + a^2) + c_{02} y_c^2. \end{aligned} \qquad (3.43)$$

Так как далее рассматривается только синфазное вращение роторов, которому соответствует знак «–» в формуле (3.43), то окончательно выражения для управляющих моментов примут вид:

$$
\begin{cases}
\tilde{M}_1 = -\gamma_1\left[(1-\alpha)(\tilde{H}-H^*)\dot{\varphi}_1 + \dfrac{\alpha_{12}}{J_1 n_1}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1}-\dfrac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right) + \dfrac{\alpha_{13}}{J_1 n_1}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1}-\dfrac{\dot{\varphi}_3}{n_3}\right)\right];\\
\tilde{M}_2 = -\gamma_2\left[(1-\alpha)(\tilde{H}-H^*)\dot{\varphi}_2 - \dfrac{\alpha_{12}}{J_2 n_2}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1}-\dfrac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right)\right];\\
\tilde{M}_3 = -\gamma_3\left[(1-\alpha)(\tilde{H}-H^*)\dot{\varphi}_2 - \dfrac{\alpha_{13}}{J_3 n_3}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1}-\dfrac{\dot{\varphi}_3}{n_3}\right)\right].
\end{cases} \tag{3.44}
$$

Наряду с подходом, выделяющим один ведущий ротор, целесообразно рассмотреть эффективность алгоритма, который синтезируется по целевому функционалу, содержащему квадраты разностей скоростей каждого ротора с каждым. Назовем алгоритм, базирующийся на данном подходе, алгоритмом взаимной синхронизации. Тогда для трехроторной виброустановки целевой функционал, обеспечивающий взаимную синхронизацию, имеет вид:

$$
Q(z) = 0.5\left\{(1-\alpha)\left(H-H^*\right)^2 + \alpha_{12}\left(\frac{\dot{\varphi}_1}{n_1}\pm\frac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right)^2 + \right.
$$

$$
\left. \alpha_{13}\left(\frac{\dot{\varphi}_1}{n_1}\pm\frac{\dot{\varphi}_3}{n_3}\right)^2 + \alpha_{23}\left(\frac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\pm\frac{\dot{\varphi}_3}{n_3}\right)^2\right\}. \tag{3.45}
$$

Переходя, как и в случае алгоритма (3.44) к использованию редуцированной энергии (3.43), получим выражения для управляющих моментов, соответствующих взаимной синхронизации:

$$
\begin{cases}
\tilde{M}_1 = -\gamma_1\left\{(1-\alpha)\left(\tilde{H}-H^*\right)\dot{\varphi}_1 + \dfrac{\alpha_{12}}{J_1 n_1}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1}\pm\dfrac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right) + \right.\\
\qquad\qquad \left. \dfrac{\alpha_{13}}{J_1 n_1}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1}\pm\dfrac{\dot{\varphi}_3}{n_3}\right)\right\};\\
\tilde{M}_2 = -\gamma_2\left\{(1-\alpha)\left(\tilde{H}-H^*\right)\dot{\varphi}_2 \pm \dfrac{\alpha_{12}}{J_2 n_2}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1}\pm\dfrac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right) + \right.\\
\qquad\qquad \left. \dfrac{\alpha_{23}}{J_2 n_2}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\pm\dfrac{\dot{\varphi}_3}{n_3}\right)\right\};\\
\tilde{M}_3 = -\gamma_3\left\{(1-\alpha)\left(\tilde{H}-H^*\right)\dot{\varphi}_3 \pm \dfrac{\alpha_{13}}{J_3 n_3}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1}\pm\dfrac{\dot{\varphi}_3}{n_3}\right) \pm \right.\\
\qquad\qquad \left. \dfrac{\alpha_{23}}{J_3 n_3}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\pm\dfrac{\dot{\varphi}_3}{n_3}\right)\right\}.
\end{cases} \tag{3.46}
$$

По аналогии с пропорционально–интегральным алгоритмом (3.39), для повышения быстродействия процесса синхронизации целесообразно ввести составляющие, зависящие от приведенных разностей фаз роторов. Так как в работе рассматривается только синфазное вращение роторов, которому соответствует знак «–» в формуле (3.42), то окончательно выражения для управляющих моментов алгоритма с одним ведущим ротором примут вид:

$$
\begin{cases}
\tilde{M}_1 = -\gamma_1 \left[(1-\alpha)(\tilde{H} - H^*)\dot{\varphi}_1 + \dfrac{\alpha_{12}}{J_1 n_1}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1} - \dfrac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right) + \dfrac{\alpha_{13}}{J_1 n_1}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1} - \dfrac{\dot{\varphi}_3}{n_3}\right) + \right. \\
\qquad \left. + \dfrac{\alpha_{12}}{J_1 n_1}\left(\dfrac{\varphi_1}{n_1} - \dfrac{\varphi_2}{n_2}\right) + \dfrac{\alpha_{13}}{J_1 n_1}\left(\dfrac{\varphi_1}{n_1} - \dfrac{\varphi_3}{n_3}\right) \right]; \\
\tilde{M}_2 = -\gamma_2 \left[(1-\alpha)(\tilde{H} - H^*)\dot{\varphi}_2 - \dfrac{\alpha_{12}}{J_2 n_2}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1} - \dfrac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right) - \dfrac{\alpha_{12}}{J_2 n_2}\left(\dfrac{\varphi_1}{n_1} - \dfrac{\varphi_2}{n_2}\right) \right]; \\
\tilde{M}_3 = -\gamma_3 \left[(1-\alpha)(\tilde{H} - H^*)\dot{\varphi}_2 - \dfrac{\alpha_{13}}{J_3 n_3}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1} \pm \dfrac{\dot{\varphi}_3}{n_3}\right) - \dfrac{\alpha_{13}}{J_3 n_3}\left(\dfrac{\varphi_1}{n_1} - \dfrac{\varphi_3}{n_3}\right) \right].
\end{cases}
\tag{3.47}
$$

Аналогичные формулы могут быть получены и для расчета управляющих моментов по алгоритму взаимной синхронизации (3.46):

$$
\begin{cases}
\tilde{M}_1 = -\gamma_1 \left[(1-\alpha)(\tilde{H} - H^*)\dot{\varphi}_1 + \dfrac{\alpha_{12}}{J_1 n_1}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1} - \dfrac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right) + \dfrac{\alpha_{13}}{J_1 n_1}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1} - \dfrac{\dot{\varphi}_3}{n_3}\right) + \dfrac{\alpha_{12}}{J_1 n_1}\left(\dfrac{\varphi_1}{n_1} - \dfrac{\varphi_2}{n_2}\right) + \dfrac{\alpha_{13}}{J_1 n_1}\left(\dfrac{\varphi_1}{n_1} - \dfrac{\varphi_3}{n_3}\right) \right]; \\
\tilde{M}_2 = -\gamma_2 \left[(1-\alpha)(\tilde{H} - H^*)\dot{\varphi}_2 - \dfrac{\alpha_{12}}{J_2 n_2}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1} - \dfrac{\dot{\varphi}_2}{n_2}\right) + \dfrac{\alpha_{23}}{J_2 n_2}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_2}{n_2} - \dfrac{\dot{\varphi}_3}{n_3}\right) - \dfrac{\alpha_{12}}{J_2 n_2}\left(\dfrac{\varphi_1}{n_1} - \dfrac{\varphi_2}{n_2}\right) + \dfrac{\alpha_{23}}{J_2 n_2}\left(\dfrac{\varphi_2}{n_2} - \dfrac{\varphi_3}{n_3}\right) \right]; \\
\tilde{M}_3 = -\gamma_3 \left[(1-\alpha)(\tilde{H} - H^*)\dot{\varphi}_3 - \dfrac{\alpha_{13}}{J_3 n_3}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_1}{n_1} - \dfrac{\dot{\varphi}_3}{n_3}\right) - \dfrac{\alpha_{23}}{J_3 n_3}\left(\dfrac{\dot{\varphi}_2}{n_2} - \dfrac{\dot{\varphi}_3}{n_3}\right) - \dfrac{\alpha_{13}}{J_3 n_3}\left(\dfrac{\varphi_1}{n_1} - \dfrac{\varphi_3}{n_3}\right) - \dfrac{\alpha_{23}}{J_3 n_3}\left(\dfrac{\varphi_2}{n_2} - \dfrac{\varphi_3}{n_3}\right) \right].
\end{cases}
\tag{3.48}
$$

Моделирование системы с управляющими моментами, рассчитываемыми по формулам (3.47) и (3.48), также осуществляется в программной среде MATLAB.

На рис. 3.20 - 3.22 приведены результаты компьютерного исследования алгоритма синхронизации с одним ведущим ротором при заданной кратности угловых скоростей роторов $n_1=1$, $n_2=2$, $n_3=3$ и заданной полной механической энергии $H^*=190$ *Дж*. Отметим, что при меньших значениях энергии H^*, один или более роторов не выходят в зарезонансную область, т.е. происходит «застревание» скоростей роторов на резонансной частоте $\omega_{рез}=30\ c^{-1}$ (эффект Зоммерфельда). Однако, при сравнении с результатами моделирования системы при традиционном управлении с помощью одинаковых по величине постоянных моментов (рис.3.12), можно заключить, что применение алгоритма (3.47) позволяет существенно сузить область «недостижимых» зарезонансных скоростей до диапазона $[\omega_{рез} = 30\ с^{-1}\ ,\ \omega_{min} = 50\ с^{-1}]$. На рисунках введено обозначение для угловых скоростей роторов $\omega_i = \dot{\varphi}_i$.

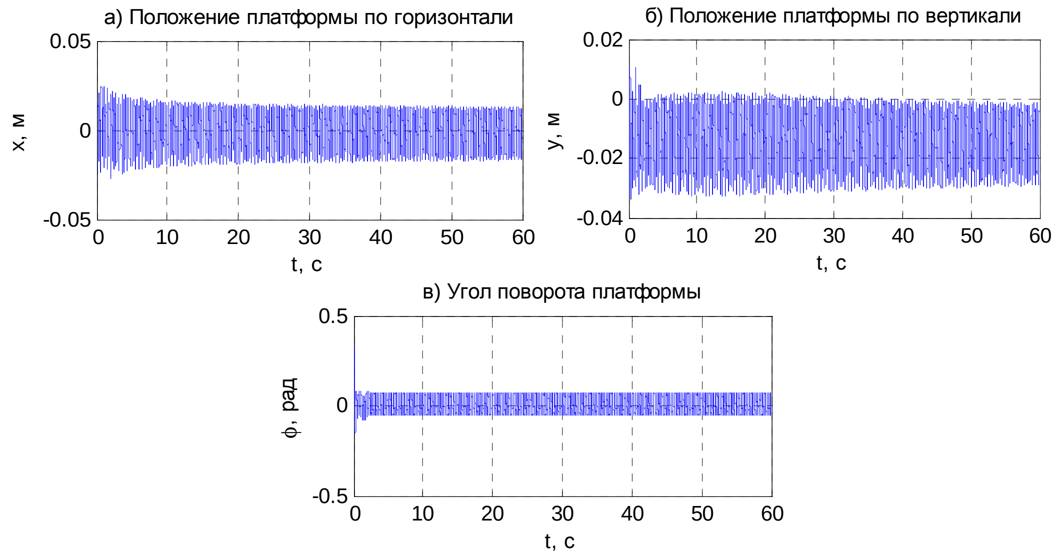


Рис. 3.20. Графики движения несущей платформы

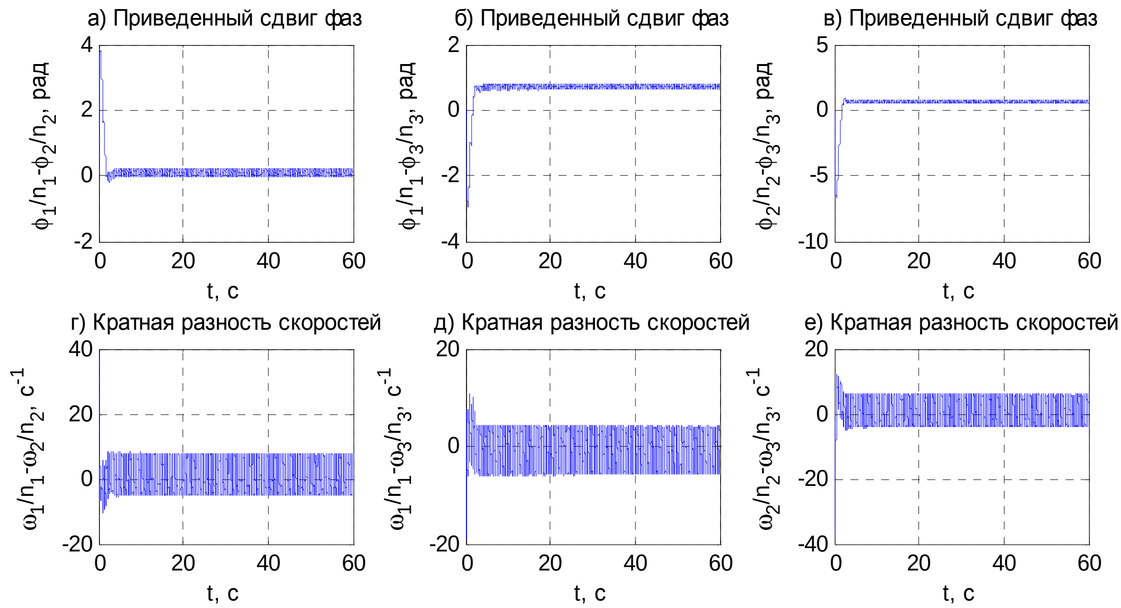


Рис. 3.21. Графики приведенных сдвигов фаз и кратных разностей скоростей

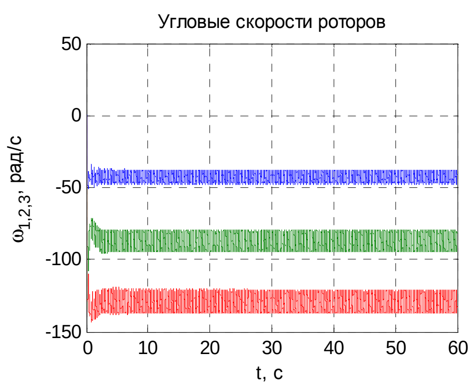


Рис. 3.22. Графики угловых скоростей роторов (сверху-вниз – $\dot{\varphi}_1$, $\dot{\varphi}_2$ и $\dot{\varphi}_3$).

Аналогичные результаты имеют место и при моделировании системы с алгоритмом взаимной синхронизации (3.48). Однако алгоритм взаимной синхронизации имеет некоторое преимущество перед алгоритмом с одним ведущим ротором. Как показало моделирование, алгоритм взаимной синхронизации обеспечивает более устойчивый, чем алгоритм с одним ведущим ротором, синхронный режим в околорезонансной области [19]. Этот результат хорошо заметен при управлении с помощью алгоритмов (3.47) и (3.48) режимом однократной синхронизации в околорезонансной области, недостижимой при традиционном управлении (рис. 3.23 и рис. 3.24). Как видно из графиков скоростей роторов, при применении алгоритма (3.48) средние скорости роторов стабилизируются на уровне $\dot{\varphi}_i$=58 с$^{-1}$, и разности фаз стремятся к постоянной величине (рис. 3.23), что указывает на устойчивый режим координатной синхронизации. В случае же алгоритма с ведущим ротором (рис. 3.47), средние скорости первоначально выходят на уровень $\dot{\varphi}_i$=58 с$^{-1}$, но через 20 секунд вследствие недостаточности управляющих моментов скорости двигателей снижаются и приближаются к резонансной частоте, синхронизация нарушается (рис. 3.24).

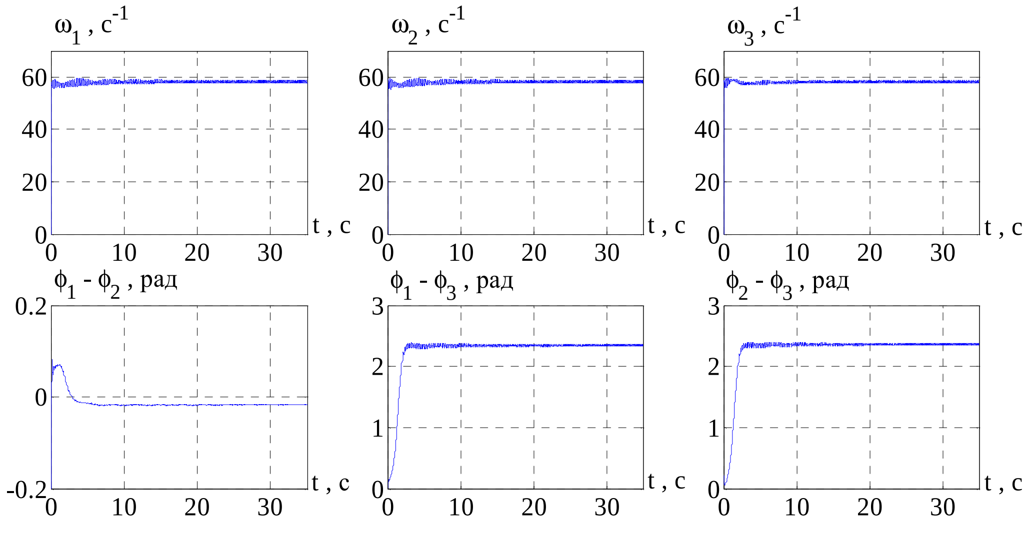


Рис.3.23. Результаты моделирования алгоритма (3.48) при n_i = 1, i = 1,2,3.

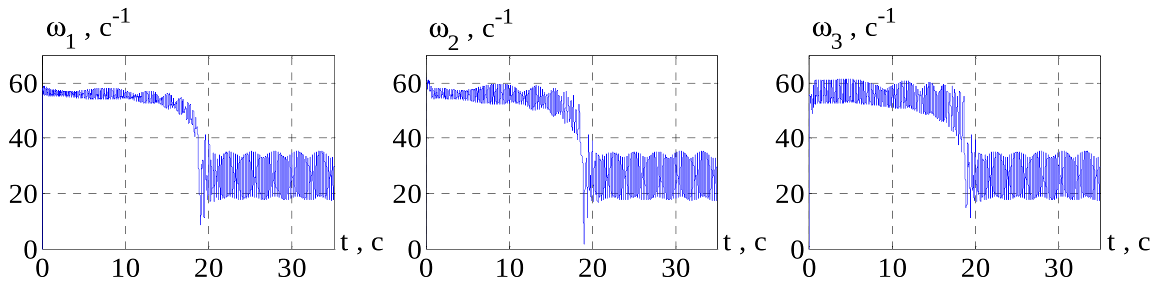


Рис.3.24. Результаты моделирования алгоритма (3.47) при n_i = 1, i=1,2,3.

Результаты моделирования системы с алгоритмами (3.47) и (3.48) для случая, когда заданная кратность скорости среднего ротора в 2 раза больше заданных скоростей крайних роторов (n_1 = n_2 = 1, n_3 = 2), представлены на рис.3.25 и рис.3.26 соответственно. При этом значения установившихся средних скоростей роторов этом случае задавались в области, далеко отстоящей от частоты резонанса (H^* = 1800 Дж).

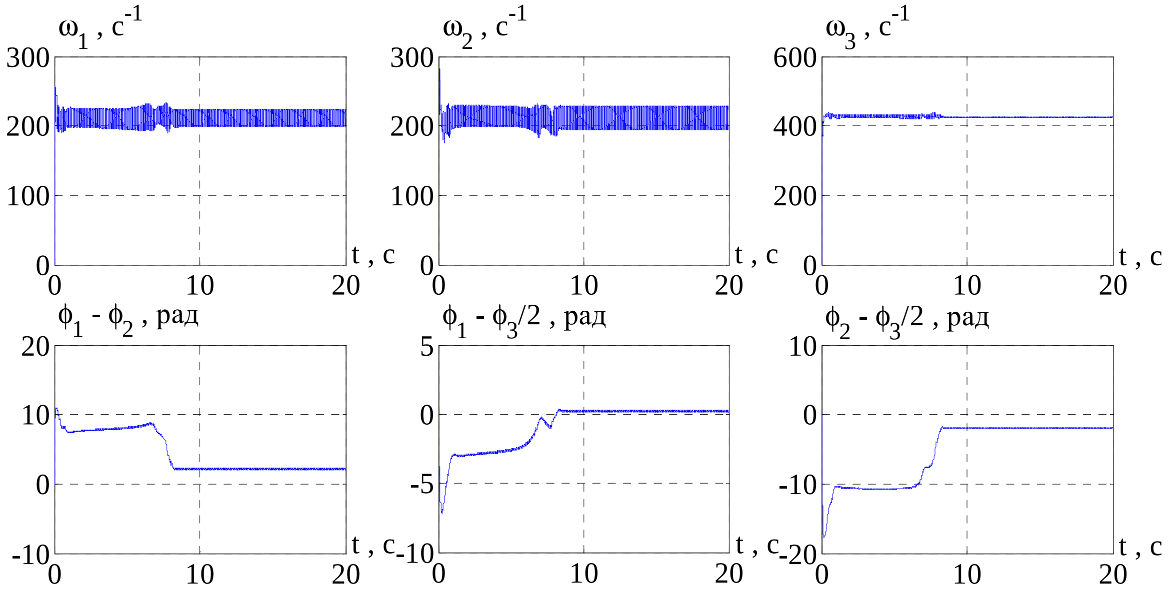


Рис.3.25. Результаты моделирования алгоритма (3.47) при n_1 = n_2 = 1, n_3 = 2.

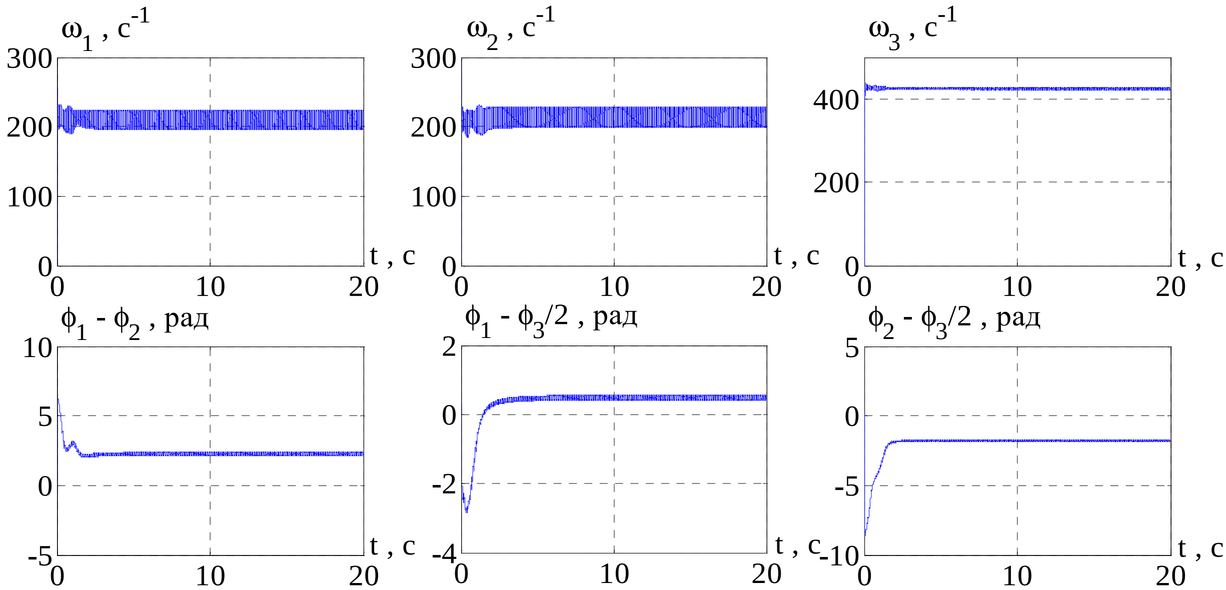


Рис.3.26. Результаты моделирования алгоритма (3.48) при n_1 = n_2 = 1, n_3 = 2.

Как видно из представленных графиков, время переходного процесса для кратной разности фаз (φ_i / n_i – φ_j / n_j) при применении алгоритма взаимной синхронизации несколько меньше. Однако такое различие с точки зрения эффективности виброустановки при ее эксплуатации не существенно.

ЛИТЕРАТУРА К ГЛАВЕ 3

1. Блехман И.И. Теория вибрационныхпроцессов и устройств. Вибрационная механика и вибрационная техника. СПб., Издательский дом «Руда и Металлы», 2013. – 640 с.
2. Барзуков О.П. Кратная синхронизация в системе слабосвязанных объектов с одной степенью свободы // Прикладная математика и механика. – 1972. – Т. 36. – С. 225–231.
3. Ярошевич Н.П. К теории синхронизации механических вибровозбудителей, связанных с линейной колебательной системой // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2003. – № 4. – С. 3–10.
4. Блехман И.И., Ярошевич Н.П. Кратные режимы вибрационного поддержания вращения неуровновешенных роторов // Известия АН СССР. Машиноведение. – 1986. – № 6. – С. 62–67.
5. Blekhman I.I., Fradkov A.L., Nijmeijer H. and Pogromsky A.Yu. On self-synchronization and controlled synchronization // Systems and Control Letters. – 1997. – V. 31. – P. 299–305.
6. Мирошник И.В., Никифоров В.О. Методы координации в задачах планирования и управления пространственным движением манипуляционных роботов // Анализ и управление нелинейными колебательными системами / Под ред. Г.А. Леонова и А.Л. Фрадкова. – СПб: Наука, 1998. – С. 215–236.
7. Андриевский Б.Р., Блехман И.И., Борцов Ю.А., Гаврилов С.В., Коноплев В.А., Лавров Б.П., Поляхов Н.Д., Томчина О.П., Фрадков А.Л., Шестаков В.М. Управление мехатронными вибрационными установками. – СПб: Наука, 2001. – 278 с.
8. I.I.Blekhman, A.L.Fradkov. On general definitions of synchronization. In: Selected topics in vibrational mechanics// Ed. I.I.Blekhman, Singapore: World Scientific. 2004. P. 179-188.
9. I.I. Blekhman, A.L.Fradkov, O.P.Tomchina, D.E.Bogdanov. Self-Synchronization and Controlled Synchronization: General Definition and Example Design// Mathematics and Computers in Simulation.2002. V.58. Issue 4-6. P.367-384
10. Блехман И.И. Синхронизация в природе и технике. М.: Наука. 1981.
11. Кудрявцева И.М., Томчина О.П. Алгоритм кратной синхронизации для двухроторного вибрационного стенда с нестационарной нагрузкой // Информатика и системы управления. – 2009. – № 3 (21). – С. 34–44.
12. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление в сложных динамических системах. – СПб: Наука, 2000. – 549 с.
13. А.Л. Фрадков, О.П. Томчина, В.А. Галицкая, Д.В. Горлатов. Интегро-дифференцирующие алгоритмы скоростного градиента в задачах кратной синхронизации вибрационных установок. Научно-технический вестник ИТМО, 2013, №1, С.30-37.

14. Фрадков А.Л. Схема скоростного градиента и ее применение в задачах адаптивного управления // Автоматика и телемеханика. – 1979. – № 9. – С. 90–101.

15. Фрадков А.Л. Интегро-дифференцирующие алгоритмы скоростного градиента // ДАН СССР. – Т. 288. – № 4. – С. 832–835.

16. В.А. Галицкая, О.П. Томчина. Пропорционально-интегральный энергоскоростной алгоритм управления кратной синхронизацией роторов вибрационной установки // Информатика и системы управления. - 2012. - №3 (33). – С. 158-168.

17. Андриевский Б.Р., Гузенко П.Ю., Фрадков А.Л. Управление нелинейными колебаниями механических систем методом скоростного градиента. // Автоматика и телемеханика.- 1996- № 4.- С.4-17.

18. Fradkov A.L. Swinging control of nonlinear oscillations.// International J. Control. -1996. - Vol.64, № 6, P.1189-1202.

19. Tomchina O., Galitskaya V., Gorlatov D., Bagaev J. Master-slave and mutual multiple synchronization for multi-rotor vibration units. Cybernetics And Physics, Vol. 1, No. 3, 2012 , 216–222.

20. Шестаков В.М., Епишкин А.Е. Динамика автоматизированных электромеханических систем вибрационных установок. СПб.: СПбГПУ, 2005.

21. О.П.Томчина, В.А.Галицкая. Кратная самосинхронизация многороторной виброустановки. В кн.: Современное машиностроение. Наука и образование: материалы 2-й Международной научно-практической конференции/ под ред. М.М.Радкевича и А.Н.Евграфова. СПб.: Изд-во Политехн.ун-та, 2012. С.742-751.