

## Оценка динамического поведения неоднородных систем с учетом нелинейно-вязкоупругих свойств грунта

*К.т.н., доцент Т.З. Султанов;  
к.ф.-м.н., доцент Д.А. Ходжаев;  
д.т.н., заведующий кафедрой М.М. Мирсаидов,  
Ташкентский институт ирригации и мелиорации*

**Аннотация.** В статье приводится подробный обзор современного состояния проблемы учета нелинейных реологических свойств грунтов при оценке напряженно-деформированного состояния грунтовых сооружений.

Даны математическая постановка, методы и алгоритмы для оценки динамического поведения грунтовых сооружений с учетом неоднородных особенностей конструкции, линейных, нелинейно-упругих, нелинейно-вязкоупругих свойств грунта при различных динамических воздействиях. Результатами динамического расчета является исследование неустановившихся вынужденных колебаний ряда грунтовых плотин с учетом нелинейных вязкоупругих свойств грунта и неоднородных особенностей конструкции.

Полученные результаты позволили выявить некоторые механические эффекты, имеющие теоретическое и практическое значение. Выявлено, что при высокочастотном интенсивном воздействии характер колебаний сооружений, обладающих низкочастотным спектром, имеет три выраженных этапа: начальный – с малыми амплитудами, переходной этап, когда происходит раскачка сооружения, и этап свободных колебаний с достигнутой амплитудой и частотой собственных колебаний. Несмотря на высокую интенсивность высокочастотного воздействия, вызывающего большие напряжения в теле рассматриваемых плотин, учет нелинейного деформирования материала не сильно искажает картину линейно упругого расчета.

**Ключевые слова:** грунтовая плотина; реология грунтов; неоднородность; нелинейность; вязкоупругость; акселерограмма; гидростатическое давление; кинематические воздействия

### *Изученность вопроса*

Теоретические и экспериментальные основы проявления нелинейных реологических свойств различных грунтов приводятся в фундаментальных работах [1–7]. Несмотря на это, оценка напряженно-деформированного состояния грунтовых сооружений зачастую проводится только в рамках линейной вязкоупругости, так как учет нелинейных свойств грунта является сложной задачей, на решение которой направлено современное развитие науки и практики.

В последнее время опубликован ряд работ, где учитывается проявление упругих, вязкоупругих линейных и нелинейных, а также упруговязкопластических и др. свойств материала грунтовых сооружений как при статических, так и при динамических воздействиях. Краткое содержание некоторых из них приводится ниже.

В работе [8] приведена расчетная модель деформирования основания фундамента на основе метода послойного суммирования с учетом компонент девиатора и шарового тензора, соотношение между которыми различно в разных точках основания. Рассмотрено нелинейное объемное деформирование грунта во времени с учетом уплотнения несущего слоя грунта в основании фундамента вследствие дилатации.

Исследована динамическая реакция грунтовых плотин [9] с учетом нелинейных и вязкоупругих свойств грунта, установлена зависимость величины возникающих динамических реакций от нагрузки и механических свойств грунта.

В работе [10] для прогноза геологических бедствий в грунтах предложена динамическая модель и получено уравнение, описывающее реологические свойства грунта при динамических воздействиях.

Динамическое поведение грунтовых плотин с учетом нелинейных свойств материала рассмотрено в работе [11]. Исследованы переходные динамические процессы и эффекты ползучести при циклических воздействиях. Задачи решены методом Ньюмарка.

Разработана математическая модель для оценки напряженно-деформированного состояния вязкоупругих водонасыщенных оснований с учетом порового давления и предложен новый способ приближенного решения задач вязкоупругости, повышающий точность вычисления [12].

В работе [13] с использованием нелинейно реологических моделей исследовано напряженное состояние плотины. Возможность использования этой модели продемонстрирована сопоставлением численных результатов с результатами лабораторных испытаний.

В работе [14] предложены обобщенные реологические модели неводонасыщенных и водонасыщенных грунтов и составлены соответствующие уравнения, использованные при количественной оценке дополнительных остаточных деформаций и напряжений в грунтовой среде. Решена одномерная задача консолидации слоя не полностью водонасыщенного грунта при циклическом изменении внешней нагрузки.

Предложены модель [15] и набор определяющих соотношений для реологической модели мягких грунтов. Возможность использования этой модели подтверждена рядом экспериментов реологической консолидации с разной скоростью загрузки.

В работе [16] показана тенденция к увеличению мгновенного модуля деформации с увеличением ползучести. Введена модель нелинейной ползучести для мягких пород грунтов, в которых распад ползучести описывается нелинейной функцией упрочнения и коэффициентом вязкости, а кривые нелинейной ползучести хорошо согласуются с экспериментальными данными.

В работе [17] исследуются свойства крупнозернистых материалов каменно-набросной плотины с использованием реологических моделей. Показано, что для моделирования деформации необходимо единое описание взаимодействия различных факторов. Полученные результаты численного моделирования сравниваются с имеющимися экспериментальными данными для каменно-набросного материала.

В работе [18] приводятся постановка и методы решения задачи о взаимодействии длинных свай с окружающим неоднородным массивом с учетом нелинейных и реологических свойств грунтов на основе новой модели. Показано, что учет этих свойств грунта приводит к перераспределению во времени усилия в боковых и нижних частях свай.

На основе реологических моделей Максвелла предложены уравнения [19] для деформации сдвига в неполном насыщенном глинистом грунте. С помощью предлагаемого уравнения показана возможность описания процесса ползучести, релаксации и кинетического сдвига, а также переходное, устойчивое состояния и прогрессивная ползучесть в зависимости от интенсивности тангенциального напряжения.

Поведение конкретных сооружений с использованием наследственной теории вязкоупругости в условиях динамических нагрузений недостаточно исследовано [20, 21, 23, 32]. При этом подавляющее число публикаций, связанных с динамическими задачами наследственной теории вязкоупругости, посвящено расчету (линейных и геометрически нелинейных) тонкостенных конструкций – балок, пластин и оболочек [22, 23].

Схема решения динамических задач вязкоупругости для тонкостенных конструкции достаточно стандартна. Подбирая координатную функцию, удовлетворяющую граничным условиям, исходную задачу можно свести к задаче о колебаниях системы с конечным числом степеней свободы, т. е. к системе линейных или нелинейных интегродифференциальных уравнений с одной независимой переменной времени [22, 23]. Как правило, при этом в качестве координатных функций применяются тригонометрические либо балочные функции. Такой выбор координатных функций ограничивает класс решаемых задач конструкциями простейших конфигураций – балками постоянных сечений, прямоугольной пластиной, цилиндрической оболочкой [22, 23].

Эти авторы, допуская ряд неточностей при подборе координатных функций, стараются повысить точность решений системы интегродифференциальных уравнений. Однако для конструкций с реальной геометрией невозможно подобрать аналитические координатные функции, удовлетворяющие граничным условиям задачи.

Приведенный обзор известных работ показывает необходимость оценки напряженно-деформированного состояния и динамического поведения грунтовых сооружений не только с учетом нелинейных реологических свойств грунта, а также неоднородной особенности конструкции и реальной геометрии.

В данной работе приводятся методика, алгоритм и результаты исследования динамического поведения 2 грунтовых плотин (различной высоты) с учетом нелинейных упругих и вязкоупругих свойств грунта и неоднородности конструкции при различных динамических воздействиях, включая реальные записи акселерограммы землетрясения.

### Постановка задачи и методы решения

Рассматривается неоднородная система (рис. 1), состоящая из деформируемых тел объемом  $V = V_1 + V_2 + V_3$ . Нижняя часть системы находится на жестком основании  $\Sigma_0$ , где приложено кинематическое воздействие  $\vec{u}_o(\vec{x}, t)$ . На  $S_p$  части поверхности  $\Sigma_1$  действует гидростатическое давление  $\vec{P}_c(x_1, x_2)$ , на поверхности  $\Sigma_p$  действует нагрузка  $\vec{P}_1(x_1, x_3; t)$ , а остальная часть поверхности ( $\Sigma_2, \Sigma_3$ ) свободна от напряжения. Система (рис. 1) представляет собой массивное тело, поэтому при расчете учитываются массовые силы  $\vec{f}$ . Материал разных частей ( $V_1, V_2, V_3$ ) системы считается линейно вязкоупругим, нелинейно упругим или нелинейно вязкоупругим. На границах раздела областей компоненты перемещения и напряжений непрерывны.

Задача состоит в определении полей перемещений и напряжений в системе (рис. 1) при учете массовых сил  $\vec{f}$ , давления воды  $\vec{P}_c$ , нагрузки  $\vec{P}_1$  и кинематического воздействия в основании  $\vec{u}_o(\vec{x}, t)$ .

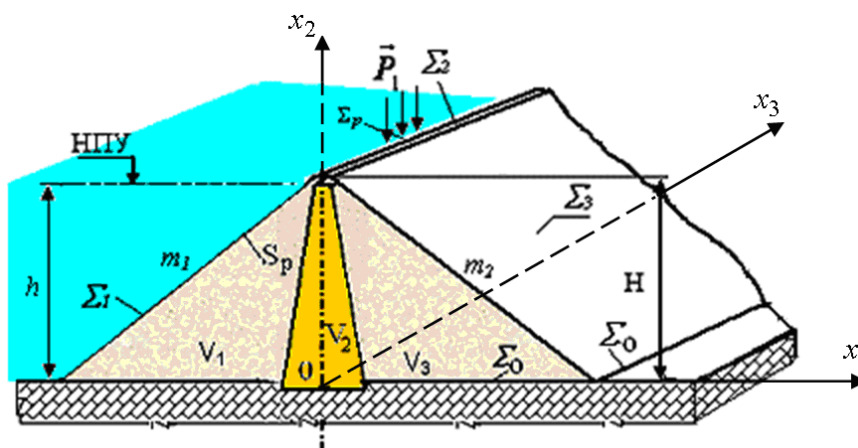


Рисунок 1. Неоднородная деформируемая система

Для постановки задачи используется принцип возможных перемещений, согласно которому сумма работ всех активных сил, включая силы инерции, на возможных перемещениях равна нулю:

$$\delta A = - \int_V \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV - \int_V \rho_n \ddot{u} \delta \bar{u} dV + \int_V \vec{f} \delta \bar{u} dV + \int_{S_p} \vec{P}_c \delta \bar{u} dS + \int_{\Sigma_p} \vec{P}_1 \delta \bar{u} d\Sigma = 0. \quad (1)$$

Здесь  $\vec{u}$ ,  $\varepsilon_{ij}$ ,  $\sigma_{ij}$  – соответственно, вектор перемещений и компоненты тензоров деформаций и напряжений;  $\delta \vec{u}$ ,  $\delta \varepsilon_{ij}$  – изохронные вариации перемещений и деформаций;  $\rho_n$  – плотность материала элементов ( $V_1, V_2, V_3$ ) рассматриваемой системы;  $\vec{f}$  – вектор массовых сил;  $\vec{P}_c$  – гидростатическое давление воды;  $\vec{P}_1$  – приложенная нагрузка.

Для описания свойств нелинейно вязкоупругого материала используется кубическая нелинейная зависимость [24]:

$$S_{ij} = 2G_n \left\{ \left[ e_{ij}(t) - \int_0^t \Gamma_1(t-\tau) e_{ij}(\tau) d\tau \right] - \lambda \left[ e_{ij}(t) e(t) - \int_0^t \Gamma_3(t-\tau) e_{ij}(\tau) e(\tau) d\tau \right] \right\},$$

$$\sigma = K_n \theta, \quad \sigma = \frac{1}{3} \sigma_{ii}, \quad S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij}, \tag{2}$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases}, \quad i, j, k, \ell = 1, 2, 3.$$

Зависимость (2) используется для описания как линейно, так и нелинейно упругих и вязкоупругих свойств материала частей системы (индекс  $n = 1, \dots, 3$  относится к соответствующему объему  $V_n$ ). Здесь приняты следующие обозначения:  $S_{ij}, e_{ij}$  – компоненты девиатора напряжений и деформаций;  $\sigma$  – гидростатическая составляющая тензора напряжений;  $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - (1/3)\theta\delta_{ij}$ ;  $e = e_{k\ell}e_{\ell k}$  – второй инвариант тензора деформаций;  $K_n, G_n$  – мгновенный объемный и сдвиговый модули упругости;  $\lambda$  – коэффициент нелинейности;  $\Gamma_1, \Gamma_3$  – ядра релаксации для линейной и нелинейной составляющих вязкости материала;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера;  $\theta = \varepsilon_{ii}$  – объемная деформация;  $i, j, k, \ell = 1, 2, 3$ .

Связь тензора деформации с компонентами вектора перемещений описывается линейными соотношениями Коши:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad i, j = 1, 2, 3. \tag{2}$$

Задаются также кинематические условия в основании

$$\vec{x} \in \Sigma_0 : \vec{u}_0(\vec{x}, t) = \vec{\psi}_1(t) \tag{4}$$

и начальные условия при  $t=0$ :

$$\vec{x} \in V : \vec{u}(\vec{x}, 0) = \vec{\psi}_2(\vec{x}); \quad \dot{\vec{u}}(\vec{x}, 0) = \vec{\psi}_3(\vec{x}), \tag{5}$$

где  $\vec{\psi}_1$  – заданная функция времени;  $\vec{\psi}_2, \vec{\psi}_3$  – заданные функции координат.

Приближенное решение рассматриваемой задачи ищется в виде разложения по собственным формам колебаний упругой задачи для неоднородных систем [20, 25], т. е.:

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \vec{u}_0(\vec{x}, t) + \sum_{k=1}^N \vec{u}_k^*(\vec{x}) y_k(t); \quad \delta \vec{u} = \sum_{k=1}^N \vec{u}_k^*(\vec{x}) \delta y_k(t), \tag{6}$$

где  $\vec{u}_0(\vec{x}, t)$  – известная функция (4), удовлетворяющая краевым условиям задачи;  $\vec{u}_k^*(\vec{x})$  – собственные формы колебаний упругой задачи для неоднородных систем;  $y_k(t)$  – искомые функции времени;  $\delta y_k(t)$  – произвольные константы;  $N$  – количество собственных форм, удерживаемых в разложении (6).

При использовании данного подхода основная трудность состоит в выборе координатных функций  $\vec{u}_k^*(\vec{x})$ , которые достаточно просты в случае тел простой формы и условий закрепления.

Для тел сложной формы выбор координатных функций  $\vec{u}_k^*(\vec{x})$ , сводящих исходную систему вариационных уравнений (1) к системе разрешающих уравнений с конечным числом степеней свободы, представляет трудную задачу. Использование же собственных форм колебаний позволяет точно описать реальную геометрию и различные особенности тел сложной формы при разного рода воздействиях. Именно этим объясняется выбор в качестве координатных функций собственных форм колебаний. Поэтому в данной работе сначала с учетом всех факторов МКЭ определяются собственные формы колебаний неоднородной линейной упругой системы (рис. 1).

Далее решение задачи о вынужденных колебаниях системы с учетом нелинейных вязкоупругих свойств материала строится в виде разложения по найденным собственным формам.

Задача о неустановившихся вынужденных колебаниях нелинейной неоднородной вязкоупругой системы после постановки (6) в (1) сводится к решению системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений [21]:

$$M_{ij}\ddot{y}_j(t) + K_{ij}y_j(t) - C_{ij}\int_0^t \Gamma_1(t-\tau)y_j(\tau)d\tau = F_i + Q_i f(t) - \\ - \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N L_{ijkm}y_j(t)y_k(t)y_m(t) + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N H_{ijkm}\int_0^t \Gamma_3(t-\tau)y_j(\tau)y_k(\tau)y_m(\tau)d\tau, \quad (7)$$

с начальными условиями:

$$y_i(0) = y_{0i}, \quad \dot{y}_i(0) = \dot{y}_{0i}; \quad i, j, k, m = 1, 2, \dots, N. \quad (8)$$

Порядок системы уравнений (7) равен  $N$  – количеству удержанных собственных форм колебаний упругой неоднородной системы в разложении (6). Коэффициенты  $Q_i, F_i, M_{ij}, K_{ij}, C_{ij}, L_{ijkm}, H_{ijkm}$  системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений (7) определяются через собственные формы колебаний  $\bar{u}_k^*(\bar{x})$  путем интегрирования их по объему рассматриваемой неоднородной системы. Здесь  $F_i$  – суммарная внешняя нагрузка от массовых сил и гидростатического давления;  $f(t)$  – функция, представляющая кинематическое воздействие и нагрузку, изменяющуюся по времени.

При учете только линейных вязкоупругих свойств материала сооружений система (7) превращается в линейную систему интегро-дифференциальных уравнений, которая при начальных условиях (8) решается методом, изложенным в работе [26]. При учете нелинейно вязкоупругих свойств материала система нелинейных уравнений (7) при начальных условиях (8) решается методом замораживания [27, 28].

### Тестовый пример

Для проверки достоверности разработанного алгоритма и программы на ЭВМ было решено нелинейное интегро-дифференциальное уравнение

$$\ddot{y} + \omega^2 \left[ y - \int_0^t \Gamma(t-\tau)y(\tau)d\tau \right] + \rho\omega^2 \left[ y^3 - \int_0^t \Gamma_1(t-\tau)y^3(\tau)d\tau \right] = f(t) \quad (9)$$

при начальных условиях:

$$y(0) = 1, \quad \dot{y}(0) = -\beta \quad (10)$$

и исходных данных

$$\Gamma(t) = Ae^{-\beta t} \cdot t^{\alpha-1}, \quad \Gamma_1(t) = Ae^{-2\beta t} \cdot t^{\alpha-1}; \quad f(t) = \left[ \beta^2 + \omega^2 - \frac{A\omega^2 t^\alpha}{\alpha} + \rho\omega^2 e^{-2\beta t} \left( 1 - \frac{At^\alpha}{\alpha} \right) \right] e^{-\beta t}, \quad (11) \\ \beta = 0.05; \quad \alpha = 0.25; \quad \omega = 2\pi; \quad A = 0.01; \quad \rho = 0.01.$$

Уравнение (9) при условиях (10) и (11) имеет точное решение [22]:  $y(t) = e^{-\beta t}$ .

В таблице 1 приведено сравнение точного решения  $y(t) = e^{-\beta t}$  с решением, полученным по разработанной программе.

**Таблица 1. Сравнение точного решения с решением, полученным по разработанной программе**

Время $t$ , сек.	0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5	1.75	2.00	2.25
Точное решение	1.0	0.9669	0.9763	0.9673	0.9511	0.9387	0.9277	0.9167	0.9048	0.8928
Полученное решение	1.0	0.9875	0.9753	0.9632	0.9512	0.9394	0.9277	0.9162	0.9048	0.8936

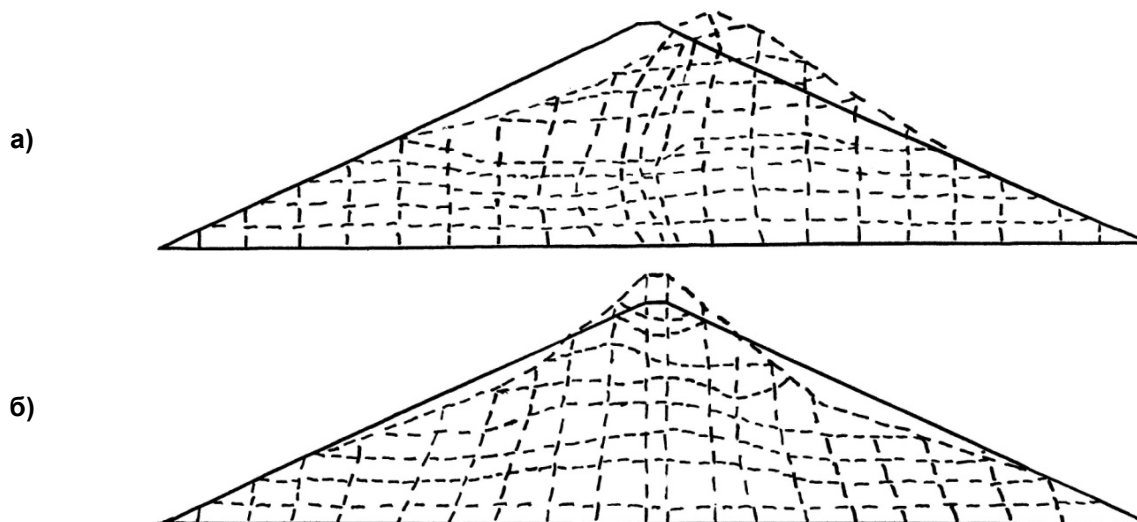
Сравнение полученных результатов подтверждает их высокую точность.

### Результаты исследований

Исследовалось динамическое поведение и напряженно-деформированное состояние нескольких грунтовых плотин [21, 29–32] высотой от 70 до 296 м с учетом их реальной геометрии и неоднородности конструкции.

При этом для различных участков плотины учитывались различные механические характеристики грунта, а для описания вязкоупругих свойств грунта использовались трехпараметрические ядра релаксации А.Р. Ржаницына [33] с параметрами ядра, приведенными в работе [29].

**Собственные колебания.** С помощью разработанного алгоритма и программы расчета на ЭВМ для рассмотренных плотин определялись собственные частоты и формы колебаний в упругой постановке. Например, для Нурекской плотины полученные первые собственные частоты колебаний имеют значение:  $\omega_1 = 0.8087$  Гц;  $\omega_2 = 1.2405$  Гц;  $\omega_3 = 1.4639$  Гц;  $\omega_4 = 1.6617$  Гц;  $\omega_5 = 1.7876$  Гц;  $\omega_6 = 1.8876$  Гц;  $\omega_7 = 1.1815$  Гц;  $\omega_8 = 2.2482$  Гц;  $\omega_9 = 2.4740$  Гц;  $\omega_{10} = 2.5392$  Гц. На рисунке 2 приведены только третья (рис. 2а) и четвертая (рис. 2б) собственные формы колебаний для этой плотины, показывающие преобладание вертикально-сдвиговых деформаций сечения, которые проявляются и в других высших формах колебаний сооружения.



**Рисунок 2. Собственные формы колебания**

**Неустановившиеся вынужденные колебания.** Исследовалось динамическое поведение модели Нурекской грунтовой плотины с учетом неоднородных особенностей конструкции и физически нелинейного деформирования грунта при следующих кинематических воздействиях: кратковременный и продолжительный прямоугольные импульсы, гармоническое и синусоидально-затухающее воздействие, реальная запись акселерограммы Газлийского землетрясения [34]. При этом начальные условия задачи были приняты однородными.

Исследовалась сходимость решения как по перемещениям, так и по напряжениям для различных точек плотины при удержании в разложении (6) различного числа собственных форм колебаний.

Динамическое поведение и напряженно-деформированное состояние этой плотины с учетом нелинейных вязкоупругих свойств грунта исследовались при различной продолжительности нестационарных кинематических воздействий ускорения в виде

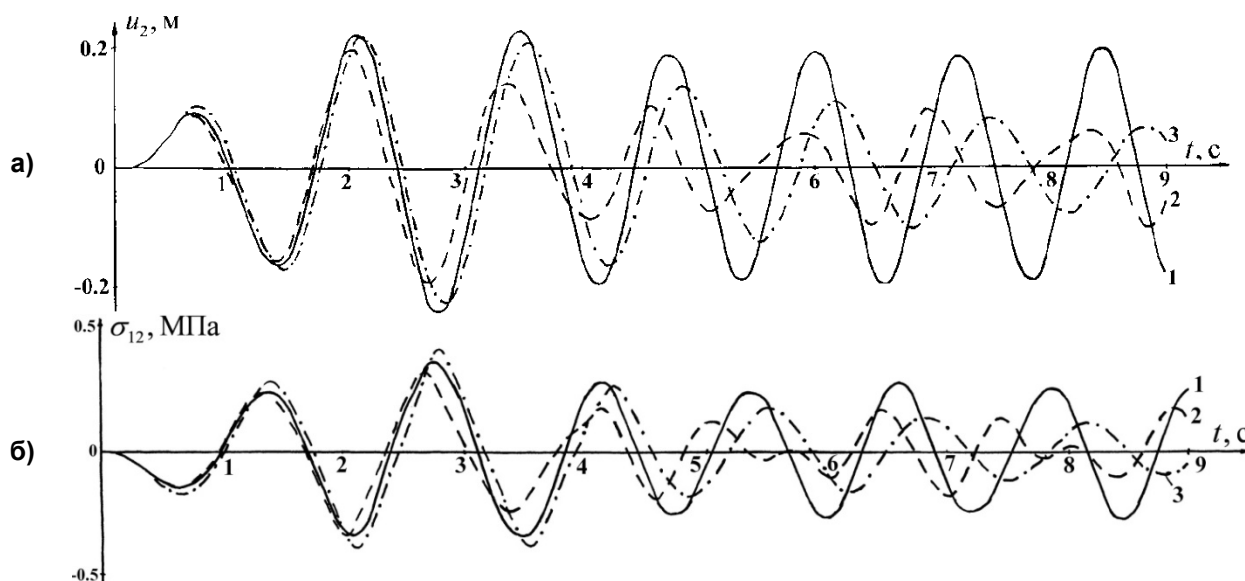
$$\bar{x} \in \sum_0 : \ddot{u}_{10}(t) = \ddot{u}_{20}(t) = B \sin pt, \quad 0 < t \leq t^* \quad (12)$$

1. При кратковременном воздействии (12) продолжительностью  $t^* = 0.1$  сек. колебания сооружения носят затухающий характер. При этом максимальные амплитуды нормальных напряжений достигаются в нижней части ядра, где вертикальные напряжения больше горизонтальных на определенных участках верховых и низовых откосов, а также в пригребневой зоне, где горизонтальные напряжения превышают вертикальные.

Большие касательные напряжения возникают на верхней части ядра, а также в центральных зонах верхового и низового откосов.

2. При продолжительном воздействии (12) с параметрами  $B = 0.25$  и  $p = 0.64$  Гц и периодом  $t^* = 4$  сек. на рисунке 3 показано изменение вертикального перемещения  $u_2$  и касательного напряжения  $\sigma_{12}$  для точки плотины ( $x_1=140.2$  м;  $x_2=29.6$  м), где обозначены решения: 1 – линейно-упругое, 2 – нелинейно-упругое, 3 – нелинейно-вязкоупругое.

Анализ результатов показал заметное снижение амплитуды перемещений точек плотины при учете нелинейности по сравнению с линейной задачей. Влияние вязкости материала в начальный момент приводит к незначительному затуханию колебаний по времени. После снятия нагрузки и линейные и нелинейные колебания имеют почти гармонический характер с заметным различием амплитуд. Для нелинейно-вязкоупругого случая характерно постепенное затухание колебаний во времени.

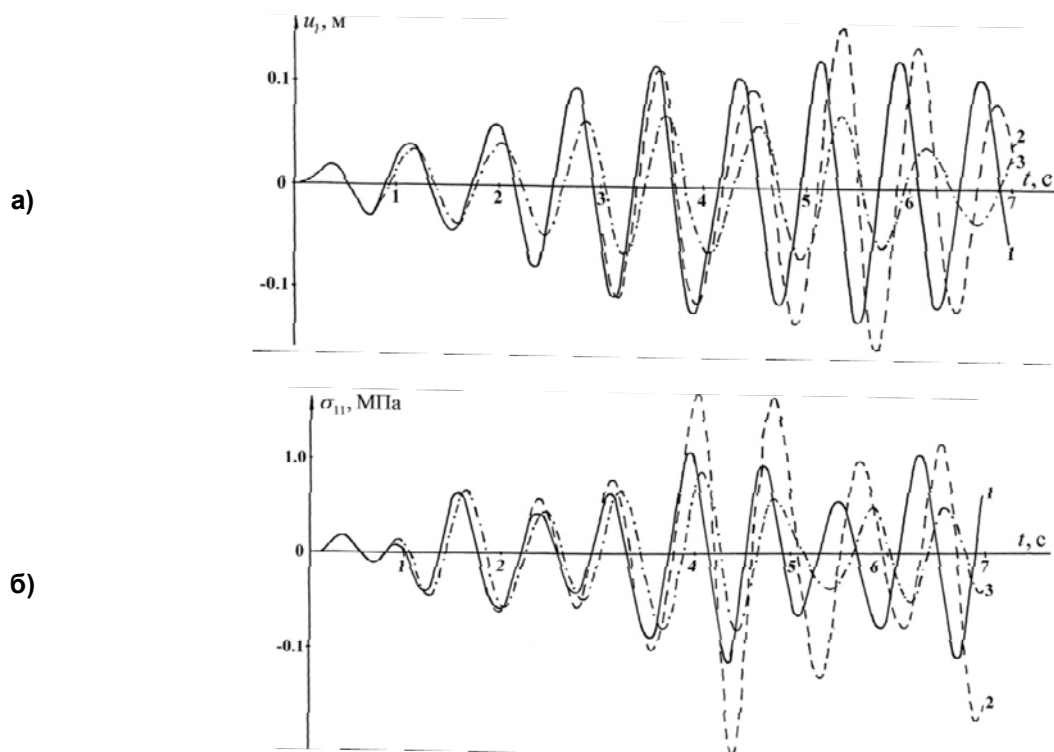


**Рисунок 3. Изменение вертикального перемещении (а) и касательного напряжении (б) по времени в точке плотины:**

**1 — — линейно-упругое, 2 — ---- нелинейно-упругое, 3 - - - - - нелинейно-вязкоупругое**

Касательные напряжения в отдельных точках сооружения в линейно-упругом случае несколько превышают нелинейно-упругие, а учет нелинейно-вязкоупругих свойств материала снижает эти напряжения по сравнению с линейно и нелинейно-упругим случаями.

На рисунке 4 показано изменение горизонтального перемещения  $u_1$  точки плотины ( $x_1 = 140.2$  м;  $x_2 = 29.6$  м) и нормального напряжения  $\sigma_{11}$  в точке плотины ( $x_1 = -476.2$  м;  $x_2 = 59.2$  м) при резонансном режиме воздействия (12) с параметрами  $B = 0.2$  и  $p = 1.24$  Гц ( $p \approx \omega_2$ ).



**Рисунок 4. Изменение горизонтального перемещения (а) и нормального напряжения (б) по времени в точках плотины**

В резонансном режиме вынужденные колебания плотины происходят с линейно возрастающим размахом. Учет нелинейной зависимости ( $\sigma \sim \varepsilon$ ) между напряжением и деформацией либо уменьшает, либо увеличивает амплитуду колебаний при различной (жесткой или мягкой, т. е.  $\pm \lambda$ ) диаграмме  $\sigma \sim \varepsilon$  для грунта. Максимальные напряжения в различных точках плотины возникают через некоторый промежуток времени после прекращения действия импульса, и далее напряжения постепенно убывают за счет вязкости.

Исследовано напряженно-деформированное состояние Гиссаракской плотины при высокочастотном сейсмическом воздействии (акселерограмма Газлийского землетрясения [34]) с учетом неоднородной особенности конструкции (материал призмы плотины – линейно-упругий, ядра – нелинейно-вязкоупругий). Результаты показали, что при высокочастотном интенсивном воздействии характер колебаний сооружений, обладающих низкочастотным спектром, имеет три выраженных этапа: начальный этап (примерно до 2 сек.) с малыми амплитудами, переходной этап (примерно до 6 сек.), когда происходит раскочка сооружения, и этап свободных колебаний с достигнутой амплитудой и частотой собственных колебаний. При этом высокочастотный характер воздействия не позволяет в полной мере выявить нелинейные деформации и, несмотря на высокую интенсивность воздействия, вызывающего большие напряжения в теле рассматриваемых плотин, учет нелинейного деформирования материала не сильно искажает картину упругого расчета.

Исследования напряженно-деформированного состояния плотин в динамических режимах показали значительное превышение горизонтальных напряжений в некоторых участках плотины над вертикальными, а учет нелинейного деформирования материалов приводит к уменьшению интенсивности  $\sigma_i$  и увеличению касательных  $\sigma_{12}$  напряжений в сечении плотины. При этом в ядре плотины увеличивается арочный эффект, проявляемый в упругой постановке.

В динамике на напряженно-деформированное состояние нелинейно неоднородных сооружений в значительной мере оказывают влияние не только максимальные значения ускорений, но в большей степени – его частотный спектр и продолжительность. При этом учет нелинейного деформирования увеличивает период колебаний сооружения и усиливает арочный эффект в зоне ядра, характерный для вертикальных напряжений при различных деформационных свойствах грунтов ядра и призм.



## Заключение

Проведенные исследования динамического поведения и напряженно-деформированного состояния неоднородных грунтовых плотин с учетом нелинейно упругих и вязкоупругих свойств материала позволяют сделать следующие выводы.

1. Максимальные значения нормальных и касательных напряжений при кратковременном кинематическом воздействии достигаются в разных точках плотины: вертикальные – у основания, горизонтальные – на откосных зонах, касательные – в верхней части ядра.
2. Учет нелинейно-упругих свойств материала приводит к уменьшению, а нелинейно-вязкоупругих свойств – к увеличению периода колебаний плотины и заметному изменению напряжений. Вязкоупругие свойства грунта способствуют постепенному затуханию колебаний.
3. На напряженно-деформированное состояние сооружения в значительной мере оказывает влияние не только интенсивность воздействия, но в большей степени – его частотный спектр и продолжительность.
4. Учет неоднородности конструкции и различие деформационных свойств грунтов ядра и призм приводят к усилению арочного эффекта в зоне ядра, характерного для вертикальных напряжений.
5. При сильных землетрясениях в большинстве зон грунтовых плотин возникают растягивающие динамические напряжения.

## Литература

1. Шукой Л. Реологические проблемы механики грунтов. М.: Стройиздат, 1976. 485 с.
2. Вялов С.С. Реологические основы механики грунтов. М.: Высшая школа, 1978. 447 с.
3. Месчан С.Р. Экспериментальная реология глинистых грунтов. М.: Недра, 1985. 342 с.
4. Ширинкулов Т.Ш., Зарецкий Ю.К. Ползучесть и консолидация грунтов. Ташкент: Фан, 1986. 302 с.
5. Зарецкий Ю.К. Вязкопластичность грунтов и расчеты сооружений. М.: Стройиздат, 1988. 552 с.
6. Месчан С.Р. Экспериментальные основы реологии глинистых грунтов. Ер.: Гитутюн, 2008. 807 с.
7. Тер-Мартirosян З.Г. Механика грунтов. М.: АСВ, 2009. 552 с.
8. Мирсаяпов И.Т., Королева И.В. Прогнозирование деформаций оснований фундаментов с учетом длительного нелинейного деформирования грунтов // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2011. №4. С. 16–23.
9. Bao-Lin Xiong, Xi-Liang Wang, Chun-Jiao Lu. Dynamic Reaction Analysis of Tailing Dams Under Earthquake // Advances in Environmental Geotechnics. 2010. No.6. Pp. 697–701.
10. Hua Hu, Hengxing Gu, Dengrong Yu. The Research on Dynamic Rheological Mechanical Response and Rheological Dynamic Model of Geological Disaster of Soft Rock-Soil // Geotechnical Engineering for Disaster Mitigation and Rehabilitation. 2008. Part 4. Pp. 359–366.
11. Bilge Siyahi, Haydar Arslan. Nonlinear dynamic finite element simulation of Alibey earth dam // Environmental Geology. 2008. Vol. 54. No.1. Pp. 77–85.
12. Емельянова Т.В. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния вязкоупругих водонасыщенных оснований: Дисс. канд. техн. наук. Тюмень, 2009. 162 с.
13. Bauer E., Fu Z.Z., Liu S. Constitutive modeling of materials for Rockfill dams // 6th International conference on dam engineering. Lisbon, Portugal. February 15–17, 2011. Pp.1–14.
14. Тер-Мартirosян А.З. Взаимодействие фундаментов с основанием при циклических и вибрационных воздействиях с учётом реологических свойств грунтов: Дисс. канд. техн. наук. Москва, 2010. 190 с.
15. Bo-ning Ma, Xin-yu Xie, Kai-fu Liu. Rheological catastrophic model for soft clays // Journal of Central South University. 2012. Vol.19. Issue 8. Pp. 2316–2322.
16. Yan-lin Zhao, Ping Cao, Wei-jun Wang, Wen Wan, Ye-ke Liu. Viscoelasto-plastic rheological experiment under circular increment step load and unload and nonlinear creep model of soft rocks // Journal of Central South University of Technology. 2009. Vol. 16. Issue 3. Pp. 488–494.
17. Bauer E., Fu Z.Z., Liu S. Influence of pressure and density on the rheological properties of rockfills // Frontiers of Structural and Civil Engineering. 2012. Vol. 6. Issue 1. Pp. 25–34.

Султанов Т.З., Ходжаев Д.А., Мирсаидов М.М. Оценка динамического поведения неоднородных систем с учетом нелинейно-вязкоупругих свойств грунта

18. Тер-Мартirosян З.Г., Нгуен Занг Нам. Взаимодействие свай большой длины с неоднородным массивом с учетом нелинейных и реологических свойств грунта // Вестник МГСУ. 2008. №2. С. 4–14.
19. Тер-Мартirosян З.Г., Тер-Мартirosян А.З. Реологические свойства грунтов при сдвиге // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2012. №6. С. 9–13.
20. Мирсаидов М.М., Трояновский Е.И. Динамика неоднородных систем с учетом внутренней диссипации и волнового уноса энергии. Ташкент: Фан, 1990. 108 с.
21. Мирсаидов М.М. Теория и методы расчета грунтовых сооружений на прочность и сейсмостойкость. Ташкент: Фан, 2010. 312 с.
22. Бадалов Ф.Б. Методы решения интегральных и интегродифференциальных уравнений наследственной теории вязкоупругости. Ташкент: Мехнат, 1987. 269 с.
23. Абдикаримов Р.А., Эшматов Х., Бобаназаров Ш.П., Ходжаев Д.А., Эшматов Б.Х. Математическое моделирование и расчет гидротехнических сооружений типа плотины-пластины с учетом сейсмической нагрузки и гидродинамического давления воды // Инженерно-строительный журнал. 2011. №3(21). С. 59–70.
24. Ильющин А.А., Победря Б.Е. Основы математической теории термовязкоупругости. М.: Наука, 1970. 280 с.
25. Челомей В.Н. Динамическая устойчивость элементов авиационных конструкций. М.: Аэрофлот, 1939.
26. Мирсаидов М.М., Трояновский И.Е., Балакиров А. Об одном способе решения задачи Коши для системы интегродифференциальных уравнений // Изв. АН РУз. Сер. техн. наук. Ташкент: 1985. №6. С. 32–36.
27. Филатов А.Н. Асимптотические методы и теория дифференциальных и интегродифференциальных уравнений. Ташкент: Фан, 1974. 216 с.
28. Ишматов А.Н., Мирсаидов М.М. Нелинейные колебания осесимметричного тела при нестационарных воздействиях // Прикладная механика. 1991. №4(27). С. 68–74.
29. Мирсаидов М.М., Султанов Т.З. Использование линейной наследственной теории в вязкоупругости при динамическом расчете грунтовых сооружений // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2012. №6. С. 30–34.
30. Мирсаидов М.М., Султанов Т.З., Ходжаев Д.А. Моделирование динамических процессов в неоднородных вязкоупругих системах // Электронное моделирование. 2012. №6(34). С. 41–54.
31. Mirsaidov M.M., Sultanov T.Z., Khodzaev D.A. Stability evaluation of slopes of earth dams with account of soil rheological properties // Magazine of Civil Engineering. 2012. No.9. Pp.49–58.
32. Красников Н.Д. Сейсмостойкость гидротехнических сооружений из грунтовых материалов. М.: Энергоиздат, 1981. 240 с.
33. Ржаницын А.Р. Теория ползучести. М.: Стройиздат, 1968. 416 с.
34. Штейнберг В.В., Плетнев К.Т., Грайзер В.М. Акселерограммы колебаний грунта при разрушительном Газлийском землетрясении 17 мая 1976 г. // Сейсмостойкое строительство. 1977. №1. С. 45–61.

*Тахиржон Зокирович Султанов, г. Ташкент, Узбекистан  
+7(987)2372267; эл. почта: tohir-zs@mail.ru*

*Дадахан Акмарханович Ходжаев, г. Ташкент, Узбекистан  
+7(987)2371948; эл. почта: dhodjaev@mail.ru*

*Мирзиёд Мирсаидович Мирсаидов, г. Ташкент, Узбекистан  
+7(987)2370981; эл. почта: theormir@mail.ru*

© Султанов Т.З., Ходжаев Д.А., Мирсаидов М.М., 2014

doi: 10.5862/MCE.45.9

# The Assessment of Dynamic Behavior of Heterogeneous Systems taking into account Non-linear Viscoelastic Properties of Soil

**T.Z. Sultanov**

*Tashkent Institute of Irrigation and Melioration, Tashkent, Uzbekistan*  
+7(987)237-22-67; e-mail: tohir-zs@mail.ru

**D.A. Khodzhaev**

*Tashkent Institute of Irrigation and Melioration, Tashkent, Uzbekistan*  
+7(987)237-19-48; e-mail: dhodjaev@mail.ru

**M.M. Mirsaidov**

*Tashkent Institute of Irrigation and Melioration, Tashkent, Uzbekistan*  
+7(987)237-09-81; e-mail: theormir@mail.ru

## Key words

earth dam; soil rheology; heterogeneity; non-linearity, viscoelasticity; accelerogram; hydro-static pressure; kinematic effect

## Abstract

The paper reviews in detail the modern state of the calculation problem for non-linear rheological properties of soil in making an assessment of the stress-strain state of ground structures.

The mathematical statement, methods and algorithms to assess the dynamic behavior of earth structures taking into account heterogeneous specific features of a structure, linear, non-linear-elastic, non-linear-viscoelastic properties of soil under different dynamic effects are given. The result of a dynamic calculation is the study of unsteady forced oscillations of a number of earth dams taking into consideration non-linear viscoelastic properties of soil and heterogeneous specific features of a structure.

The obtained results permit us to reveal several mechanical effects of theoretical and practical value. It was revealed that under high-frequency intensive effect the character of structures oscillations having low-frequency specter has three pronounced stages: an initial one that is characterized with low amplitudes, transitional one, when the swinging of structure occurs; and the stage of free oscillation with realized amplitude and frequency of own vibrations. In spite of the high intensity of high-frequency effect, which causes large stresses in the body of the discussed dams, the calculation of non-linear strain in the material does not greatly distort the pattern of linearly elastic design.

## References

1. Shukoi L. *Reologicheskiye problemy mekhaniki gruntov* [Rheological Problems of Soil Mechanics]. Moscow: Stroyizdat, 1976. 485 p. (rus)
2. Vyalov S.S. *Reologicheskiye osnovy mekhaniki gruntov* [Rheological Basis of the Mechanics of Soil]. Moscow: Vysshaya shkola, 1978. 447 p. (rus)
3. Meschan S.R. *Eksperimentalnaya reologiya glinistyx gruntov* [Experimental rheology of Clayey Soils]. Moscow: Nedra, 1985. 342 p. (rus)
4. Shirinkulov T.Sh., Zaretsky Yu.K. *Polzuchest i konsolidatsiya gruntov* [Creeping and Consolidation of Soils]. Tashkent: Fan, 1986. 302 p. (rus)
5. Zaretsky Yu.K. *Vyazkoplachnost gruntov i raschety sooruzheniy* [Viscous-plasticity of Soils and Design of Structures]. Moscow: Stroyizdat, 1988. 552 p. (rus)
6. Meschan S.R. *Eksperimentalnyye osnovy reologii glinistyx gruntov* [Experimental Bases of Rheology of Clayey Soils]. Yerevan: Ghitutyun, 2008. 807 p. (rus)
7. Ter-Martirosyan Z.G. *Mekhanika gruntov* [Soil Mechanics]. Moscow: ACB Publishes, 2009. 552 p. (rus)
8. Mirsayapov I.T., Korolyova I.V. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2011. No.4. Pp. 16–23. (rus)
9. Bao-Lin Xiong, Xi-Liang Wang and Chun-Jiao Lu. Dynamic Reaction Analysis of Tailing Dams Under Earth-quake. *Advances in Environmental Geotechnics*. 2010. No.6. Pp. 697–701.
10. Hua Hu, Hengxing Gu and Dengrong Yu. The Research on Dynamic Rheological Mechanical Response and Rheological Dynamic Model of Geological Disaster of Soft Rock-Soil. *Geotechnical Engineering for Disaster Mitigation and Rehabilitation*. 2008. Part 4. Pp. 359–366.

Sultanov T.Z., Khodzhaev D.A., Mirsaidov M.M. The assessment of dynamic behavior of heterogeneous systems taking into account non-linear viscoelastic properties of soil

11. Bilge Siyahi and Haydar Arslan. Nonlinear dynamic finite element simulation of Alibey earth dam. *Environmental Geology*. 2008. Vol. 54. No.1. Pp. 77–85.
12. Emelyanova T.V. *Matematicheskoe modelirovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya vyazkoupругikh vodonasyschennykh osnovaniy* [Mathematical Modeling of Stress-Strain State of Viscous-elastic Water Saturated Foundations]. Doctoral dissertation. Tyumen, 2009. 162 p. (rus)
13. Bauer E., Fu Z.Z., Liu S. Constitutive modeling of materials for Rockfill dams. *6th International conference on dam engineering*. Lisbon, Portugal. February 15–17, 2011. Pp. 1–14.
14. Ter-Martirosyan Z.G. *Vzaimodeystviye fundamentov s osnovaniyem pri tsiklicheskikh i vibratsionnykh vozdeystviyakh s uchetom reologicheskikh svoystv gruntov* [Foundation Interaction with Bases under Cyclic and Vibration Effects with Account of Rheological Properties of Soils]. Doctoral dissertation. Moscow, 2010. 190 p. (rus)
15. Bo-ning Ma, Xin-yu Xie, Kai-fu Liu. Rheological catastrophic model for soft clays. *Journal of Central South University*. 2012. Vol. 19. Issue 8. Pp. 2316–2322.
16. Yan-lin Zhao, Ping Cao, Wei-jun Wang, Wen Wan, Ye-ke Liu. Viscoelasto-plastic rheological experiment under circular increment step load and unload and nonlinear creep model of soft rocks. *Journal of Central South University of Technology*. 2009. Vol.16. Issue 3. Pp. 488–494.
17. Bauer E., Fu Z.Z., Liu S. Influence of pressure and density on the rheological properties of rockfills. *Frontiers of Structural and Civil Engineering*. 2012. Vol.6. Issue 1. Pp. 25–34.
18. Ter-Martirosyan Z.G., Nguen Zang Nam. *Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering*. 2008. No.2. Pp. 4–14. (rus)
19. Ter-Martirosyan Z.G Ter-Martirosyan A.Z. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2012. No.6. Pp. 9–13. (rus)
20. Mirsaidov M.M., Troyanovskiy E.I. *Dinamika neodnorodnykh sistem s uchetom vnutrenney dissipatsii i volnovogo unosa energii* [Dynamics of Inhomogeneous Systems with Account of Internal Dissipation and Wave Transfer of Energy]. Tashkent: FAN, 1990. 108 p. (rus)
21. Mirsaidov M.M. *Teoriya i metody rascheta gruntovykh sooruzheniy na prochnost i seysmostoykost* [Theory and Methods of Design of Earth Structures on Strength and Seismic Stability]. Tashkent: FAN, 2010. 312 p. (rus)
22. Badalov F.B. *Metody resheniya integralnykh i integrodifferentsialnykh uravneniy nasedstvennoy teorii vyazkoupругosti* [Methods of Solution of Integral and Integral-Differential Equations of Hereditary Theory of Viscous-Elasticity]. Tashkent: Mekhnat, 1987. 269 p. (rus)
23. Abdikarimov R.A., Eshmatov Kh. [et al]. *Magazine of Civil Engineering*. 2011. No.3. Pp. 59–70. (rus)
24. Ilyushin A.A., Pobedrya B.E. *Osnovy matematicheskoy teorii termovyazkoupругosti* [Basis of Mathematical Theory of Thermal-viscous-elasticity]. Moscow: Nauka, 1970. 280 p. (rus)
25. Chelomei V.N. *Dinamicheskaya ustoychivost elementov aviatsionnykh konstruktsiy* [Dynamic Stability of the Elements of Aircraft Structures]. Moscow: Aeroflot, 1939. (rus)
26. Mirsaidov M.M., Troyanovsky I.E., Balakirov A. *Izv. AN RUz. Ser. techn. nauk*. 1985. No.6. Pp. 32–36. (rus)
27. Filatov A.N. *Asimptoticheskiye metody i teoriya differentsialnykh i integro-differentsialnykh uravneniy* [Asymptotic Methods and Theory of Differential and Integro-Differential Equations]. Tashkent: Fan, 1974. 216 p. (rus)
28. Ishmatov A.N., Mirsaidov M.M. *International applied mechanics*. 1991. No.4(27). Pp. 68–74. (rus)
29. Mirsaidov M.M., Sultanov T.Z. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2012. No.6. Pp. 30–34. (rus)
30. Mirsaidov M.M., Sultanov T.Z., Khodzhaev D.A. *Electronic modeling*. 2012. No.6(34). Pp. 41–54. (rus)
31. Mirsaidov M.M., Sultanov T.Z., Khodzhaev D.A. *Magazine of Civil Engineering*. 2012. No.9(35). Pp. 49–58.
32. Krasnikov N.D. *Seysmostoykost gidrotekhnicheskikh sooruzheniy iz gruntovykh materialov* [Seismic Stability of Hydro-technical Structures from Soil Materials]. Moscow: Energoizdat, 1981. 240 p. (rus)
33. Rzhantsin A.R. *Teoriya polzuchesti* [Theory of Creeping]. Moscow: Stroyizdat, 1968. 416 p. (rus)
34. Shteinberg V.V., Pletnev K.T., Graizer V.M. *Seysmostoykoye stroitelstvo*. 1977. No.1. Pp. 45–61. (rus)

**Full text of this article in Russian: pp. 80–89**