

На правах рукописи



КРАСНОВА Надежда Константиновна

**ТЕОРИЯ И СИНТЕЗ ДИСПЕРГИРУЮЩИХ И ФОКУСИРУЮЩИХ
ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКИХ СРЕД**

01.04.04 – физическая электроника

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Санкт-Петербург – 2013

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет».

Научный консультант: доктор физико-математических наук, профессор

Голиков Юрий Константинович

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор
Актюбинского регионального государственного
университета им. К. Жубанова

**Спивак-Лавров Игорь
Феликсович**

доктор физико-математических наук, профессор,
профессор ФГБОУ высшего профессионального
образования «Рязанский государственный универ-
ситет им. С. А. Есенина»

**Конёнков Николай
Витальевич**

доктор физико-математических наук, профессор,
заведующая лабораторией ФГБУ науки «Институт
Аналитического приборостроения РАН»

**Галль Лидия
Николаевна**

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук»

Защита состоится «22» мая 2014 г. в 14.00 на заседании диссертационного совета Д 212.229.01 при ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет», по адресу: 195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29, корпус 4, аудитория 305.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет».

Автореферат разослан «__» _____ 2014 г.

Учёный секретарь диссертационного совета,
доктор техн. наук, профессор



Коротков А. С.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

Электронная спектроскопия со всеми своими разновидностями и масс-анализ являются основой многих диагностических методик, широко применяющихся в физической электронике, физике, биологии, медицине, нанотехнологиях, материаловедении, космических исследованиях и других областях. Арсенал аналитических приборов – электронных спектрометров и масс-анализаторов – достаточно широк и многообразен. Однако с появлением новых объектов сложной природы таких, например, как композитные материалы, биомолекулярные объекты и другие, структур микро- и наноразмеров растут и требования исследователей и инженеров на производстве к характеристикам аналитических приборов – чувствительности, разрешению, а также появляется необходимость иметь новые функциональные возможности аппаратуры.

До 80^{ых} годов XX столетия электронная спектроскопия совершенствовала электронно-оптическую схему электростатических спектрометров, отличительным признаком которых является транспортировка частиц по единому неподвижному в пространстве траекторному ансамблю с выводом нужной порции частиц заданной энергии на малую выходную селективирующую щель с детектором. Развёртка спектра во времени осуществляется за счёт изменения одного или более потенциалов на электродах анализатора. По такой же схеме устроены статические масс-спектрометры, но с неизменным участием магнитного поля. Главной трудностью при создании этих приборов (электронных спектрометров и масс-спектрометров) является достижение достаточно высокой дисперсии по энергии (или массе) в сочетании с большой светосилой, то есть качеством фокусировки измеряемого потока электронов или ионов. В этом направлении достигнуты значительные успехи, но до рекордных характеристик ещё далеко.

С появлением позиционно-чувствительных многоканальных детекторов (ПЧД) в середине 80^{ых} годов возможности анализа значительно расширились: например, за счёт сокращения времени регистрации спектра стало возможным изучать процессы, протекающие на поверхности, контролируя состояние поверхности в каждый момент времени. В масс-анализе, в свою очередь, появилась тенденция к разработке более мобильных, компактных и дешёвых динамических масс-анализаторов, таких как квадрупольные фильтры и ловушки В. Пауля, Фурье-анализаторы и времяпролётные системы (time-of-flight, TOF). Однако как в области энергоанализирующих, так и в области динамических масс-анализирующих систем обнаружилось принципиальные трудности.

Так, в области TOF-систем непреодолимым препятствием явилось расплывание ионных пакетов за счёт энергетического разброса и так называемого «времени возврата ионов», что существенно сокращало предельную разрешающую способность, которая значительно ниже уровня таковой классических статических спектрометров. Квадрупольные фильтры В. Пауля страдают недостатком разрешения, ионные статические и динамические ловушки тоже пришли к некоторому непреодолимому порогу по разрешению и чувствительности.

Особенно остро возникли проблемы в теории синтеза электронных спектрографов с ПЧД на

выходе. Желание фиксировать сразу широкий диапазон энергий на ПЧД с хорошим уровнем чувствительности предполагает, что первоначальный поток электронов пространственно разбивается (диспергируется) на ряд квазипараллельных пучков, и каждый из них со своей энергией должен фокусироваться в определённую точку ПЧД, образуя свой электрический сигнал. Естественно, пучки у детектора должны разбегаться друг от друга как можно дальше, чтобы иметь хорошее разрешение, а сами пучки с фиксированными энергиями E должны фокусироваться в очень маленькие области. При этом предполагается, что ПЧД – плоский. Всем этим требованиям классическая электронная оптика удовлетворить не смогла. Попытки приспособить традиционные спектрометры для работы в режиме спектрографа с многоканальной регистрацией сигнала привели к весьма малым успехам, поскольку линия фокусов в этом случае оказывалась сильно искривлённой. Для синтеза высокоразрешающих чувствительных спектрографов с захватом широкого диапазона энергий традиционная теория практически не подходит совсем. Нужны новые алгоритмы и новая идеология синтеза. Отдельные удачные варианты появляются, однако общей концепции синтеза нет. Таким образом, тема синтеза спектрографов оказалась исключительно актуальной. Чтобы продвинуть столь трудную проблему, заранее отказались от привычных традиционных подходов и разработали собственную систему физико-математических воззрений. Центральным элементом новой теории явилось понятие «электронно-оптическая спектрографическая среда», в которой можно в идеальном варианте реализовать идею спектрографа. В диссертационной работе впервые представлены теория и синтез важного класса электронно-оптических сред. Предложенные аналитические подходы в литературе отсутствуют, а полученные результаты раскрывают широкие возможности для реализации новых классов приборов для электронной спектроскопии и масс-спектрометрии.

Степень разработанности темы

Работа представляет собой подробное и углублённое физико-математическое исследование свойств спектрографов и их приложений, основанное на хорошо развитой в лаборатории корпускулярной оптики СПбГПУ нетрадиционной идеологии поиска новых электронно-оптических систем с заранее заданными функциональными характеристиками. Контрапунктом этой теории является систематическое применение современных методов математической физики и электродинамики, теории функций комплексного переменного, а, главное, обратных задач механики частиц в электромагнитных полях. Симбиоз методик привёл к созданию вполне конкретной и эффективной системы математических алгоритмов, в результате которых генерируются новые спектрографические среды с необычными и крайне полезными для энерго-масс-анализа свойствами. Доминантой данной идеологии синтеза являются сугубо аналитические методы, синтезирующие напрямую структуры с рекордными характеристиками; их невозможно найти на базе одних лишь компьютерных технологий и программ, заполонивших научный мир. Результаты имеют общетеоретическое значение, важное для прогресса инструментальной электронной и ионной оптики в целом, но и позволяют построить ряд конкретных новых схем спектроаналитических приборов, которые можно непосредственно внедрять в практику научного приборостроения.

Цели и задачи исследования

Целью работы является построение общей эффективной физико-математической теории синтеза спектрографов высокого разрешения и чувствительности с большим диапазоном одновременно регистрируемых энергий. Для её достижения следует решить следующие задачи:

1. Разработать общую теоретическую концепцию спектрографических сред на базе специального механического принципа подобия и его обобщений для заряженных частиц в электростатических полях.
2. Построить точный математический алгоритм описания полевых структур с однородными по Л. Эйлеру потенциалами при помощи комплексного представления Донкина и решение задачи Коши для систем с плоскостью симметрии.
3. Найти аналитическое представление для обобщённо-однородных потенциалов с логарифмической особенностью и решить задачу Коши для них.
4. Рассчитать и оптимизировать класс спектрографов со степенными потенциалами.
5. Разработать аналитический алгоритм перестройки спектрографических сред друг в друга с управлением величины дисперсии и качества фокусировки на базе специально подобранных конформных преобразований плоскости.
6. Синтезировать спектрографические среды с идеальной угловой фокусировкой.
7. Рассчитать оптическую схему нового динамического масс-спектрометра с электрическим ударом на основе спектрографов и спектрометров высокого разрешения.

Научная новизна

1. Предложена и разработана новая оригинальная концепция синтеза электрических спектрографов заряженных частиц со свойствами, близкими к идеальным. В основу теории синтеза положен специальный принцип механического подобия траекторий электронов и ионов в электрических полях с потенциалом, однородным по Л. Эйлеру. Этот принцип видоизменён и обобщён на класс потенциалов в виде суперпозиции однородных функций с коэффициентом перемешивания, имеющим логарифмическую особенность. Сформулировано новое электронно-оптическое понятие «спектрографические среды», на многообразии которых можно ставить разнообразные прямые и обратные задачи синтеза оптимальных спектрографов.
2. Разработана теория обобщённых Лапласовых шаровых функций, имеющих комплексное элементарное представление на базе формулы Донкина. На основании этой теории синтезирован широкий класс однородных потенциалов спектрографических сред, с помощью которых можно решать важнейшую задачу теории синтеза, а именно задачу Коши для систем с плоскостью симметрии. В рамках новых подходов удаётся явно найти пространственное распределение однородных потенциалов по их ходу в плоскости симметрии. Алгоритм решения выведен в виде простых замкнутых аналитических выражений.

3. Найден новый класс потенциалов, в котором действует приближённый принцип подобия. Эти потенциалы составлены из гармонических и негармонических функций, однородных одинаковой степени кратности, соединённых коэффициентом перемешивания в виде логарифма однородной функции произвольной кратности. Эти потенциалы, получившие название «обобщённо-однородных», составляют новый класс структур и служат основой спектрографических сред, удобных для синтеза спектрографов большой светосилы.
4. Построена математическая теория спектрографов с плоскостью симметрии, ход потенциала в которой определяется степенными функциями. Показано, что в этих системах достигается фокусировка II порядка по углу для всего диапазона энергий в условиях большой энергетической дисперсии и плоском ПЧД. Приведена конкретная геометрия таких спектрографов и вычислены необходимые электронно-оптические параметры.
5. Построен новый аналитический аппарат трансформации спектрографических потенциалов с сохранением либо разрушением свойства однородности, но с сохранением порядка фокусировки и возможностью управления величинами абберационных коэффициентов и энергетической дисперсии. Метод основан на конформных преобразованиях уравнения Гамильтона-Якоби, теореме Э. Гурса и специальном целенаправленном выборе аналитических функций комплексного переменного, осуществляющих нужное преобразование.
6. Применяя математический аппарат, обозначенный в пункте 5, построен алгоритм определения спектрографических электрических сред с идеальной угловой фокусировкой. Изучена геометрия эквипотенциальных портретов этих сред и выработаны критерии выбора их как основы спектрографов с рекордной чувствительностью.
7. Предложена, разработана и доведена до практического воплощения новая ионно-оптическая компактная схема динамического масс-анализатора, в основе работы которого лежит трансформация монохроматического ионного пакета с набором масс в пакет частиц, отличающихся энергетическим распределением. Энергетический спектр можно измерить (зафиксировать) с помощью энергоанализатора высокого разрешения, работающего либо по схеме спектрометра, либо спектрографа. В результате образуется оптическая схема масс-анализаторов, отличающаяся исключительной компактностью и гибкостью построения, поскольку типы ударных устройств и энергоанализаторов можно варьировать сколь угодно широко. В работе представлена оптическая схема масс-анализатора с электрическим спектрографом, на основе двумерного поля с однородным потенциалом кратности 3. Также предложен новый тип электронного спектрометра «Модифицированная арка» с высоким уровнем фокусировки и дисперсии, изучено ударное устройство (Δ-трансформатор спектров), и всё соединено в конкретную схему прибора, воплощённого в металле.

Теоретическая и практическая значимость работы

Данная диссертация является теоретическим исследованием, относящимся к фундаментальным проблемам корпускулярной оптики. Решая глубокие физико-математические вопросы теории спектрографов, она, в то же время, направлена на решение практических задач синтеза кон-

кретных реальных спектроаналитических приборов с высоким уровнем рабочих характеристик: разрешения, чувствительности, пропускания, светосилы, дисперсии и других, при компактности и малогабаритности полезадающих электродных конфигураций. На основе эффективной аналитической теории, впервые представленной в работе, предложены и рассчитаны конкретные схемы спектрографов для различных приложений энерго- и масс-анализа. Этим подтверждается ценность работы и в практическом отношении.

Методология и методы исследования

В основе методологии данной работы лежат принципы теоретической физики, математики, математической физики и особенно классической механики. Поскольку развивается совершенно новый раздел теоретической корпускулярной оптики, стандартные подходы классической традиционной оптики применяются очень редко, за исключением расчёта таких общепринятых параметров как порядок фокусировки, дисперсия и некоторых других. В данной работе синтезируются системы с большим фазовым объёмом транспортируемых потоков, поэтому теория параксиальных пучков совершенно не эффективна, зато выступают на первый план общие закономерности механики заряженных частиц в потенциальных полях, краевые задачи и задача Коши для полей, прямые и обратные задачи динамики частиц, базирующиеся на методе Гамильтона-Якоби интегрирования уравнений движения. Методы, применяемые в работе, во многом базируются на общей теории голоморфных и мероморфных функций комплексного переменного. Следует подчеркнуть сугубо аналитический подход ко всем проблемам, вследствие чего и все результаты приобретают ярко выраженный аналитический характер в виде замкнутых математических формул и алгоритмов. Программное обеспечение типа пакетов SIMION, Mathematica используются только при расчёте конкретных схем приборов, но никак при общих изысканиях. Это позволило построить многообещающую и плодотворную универсальную теорию синтеза спектрографов.

Положения, выносимые на защиту

1. Общая методология синтеза электронно-оптической схемы идеальных электрических спектрографов заряженных частиц, основанная на базе специального принципа механического подобия в спектрографических средах с потенциалами, однородными по Л. Эйлеру.
2. Алгоритм аналитического расчёта потенциалов однородных электрических структур при помощи комплексного представления Донкина однородных гармонических функций нулевой кратности. Решение задачи Коши восстановления пространственного распределения электрического поля по заданному распределению потенциала в плоскости симметрии, возле которой сосредоточен исследуемый поток электронов или ионов.
3. Обобщение специального принципа механического подобия на суперпозиции однородных функций с коэффициентом перемешивания в виде логарифма однородной функции произвольной кратности. Алгоритм аналитического представления Лапласовых структур такого рода и решение задач Коши для них в условиях симметрии.

4. Аналитическая теория спектрографов со степенной зависимостью потенциала от координат. Расчёт геометрии электродных конфигураций и оптимизация электронно-оптических параметров.
5. Аналитический алгоритм трансформации потенциалов спектрографических сред с сохранением порядка фокусировки пучков заряженных частиц и плоскости позиционно-чувствительного детектора с возможностью управления величиной дисперсии и коэффициентами aberrаций на базе теоремы Э. Гурса и специального подбора конформных преобразований уравнения Гамильтона-Якоби.
6. Определение спектрографических сред с идеальной угловой фокусировкой веерных пучков заряженных частиц.
7. Разработка ионно-оптической схемы нового динамического масс-анализатора, использующего преобразование спектра масс монохроматического ионного пакета в сопутствующий энергетический спектр при действии на ионы коротких по времени и высоких по амплитуде импульсов электрического поля (электрический удар). Расчёт и оптимизация спектрометра и спектрографа для измерения электрического спектра и «прочтения» по нему спектра масс.

Степень достоверности и апробации результатов

Степень достоверности данного теоретического исследования определяется использованием безупречных по корректности и строгости математических методов, логикой ясных физических рассуждений и совпадением некоторых результатов с литературными данными других авторов там, где сопоставление оказалось возможным. Результаты диссертационной работы докладывались на следующих конференциях и семинарах: Всероссийском симпозиуме по эмиссионной электронике (Рязань, 1996), международной конференции по оптике заряженных частиц СРО-5 (Дельфт, 1998), Всероссийском семинаре «Проблемы теоретической и прикладной электронной и ионной оптики» (Москва, 2001, 2003, 2005, 2007, 2009, 2011, 2013), IV Всероссийской конференции «Аналитические приборы» (Санкт-Петербург, 2012).

Основные результаты, вошедшие в диссертацию, изложены в 40 публикациях, из них монография [1], 15 статей в рецензируемых российских журналах, входящих в перечень рекомендованных ВАК [2–16], российский патент [17], 5 статей в зарубежных реферируемых журналах [18–22], 18 тезисов докладов на российских и зарубежных конференциях.

Личный вклад автора

Автор принимала самое активное участие в разработке всех без исключения разделов диссертации и публикаций, в большинстве из них её роль, как в постановке, так и в проведении математических расчётов была определяющей.

Объём и структура диссертации

Диссертация состоит из введения, девяти глав и заключения. Объём в страницах – 259, число иллюстраций – 77, таблиц – 4, библиографический список включает 115 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность темы настоящего исследования и дана общая характеристика диссертационной работы, сформулированы её цели и задачи, определены научная новизна, теоретическая и практическая значимость. Изложены основные методы исследования и обрисована общая методология работы, представлены основные положения, выносимые на защиту.

В **главе первой** дан исторический очерк развития вопроса об электрических спектрографах, как устройствах, фиксирующих энергетический спектр вторичных электронов в методах электронной спектроскопии. Проанализированы различные конструкции энергоанализаторов, работающих в многоканальном режиме регистрации сигнала, отмечены недостатки и возможности этих приборов в решении проблем энергоанализа. В большинстве своём электронно-оптические схемы этих энергоанализаторов расчётные, однако, есть и конкретные реализации спектрографов.

На основе анализа публикаций разных авторов, можно сделать вывод, что на данный момент не выработана теория электростатических спектрографов, а значит, и нет стратегии для синтеза таких энергоанализирующих устройств. Те идеи, которые использовались для создания спектрометров, для конструирования спектрографов не подходят. Таким образом, необходимо выработать общие критерии (свойства) для полевых структур, в которых реализуется спектрографический режим.

С целью упрощения анализа аналитических потенциальных структур электростатических полей и движения частиц в этих полях вводится безразмерная модель изгнанием размерных физических коэффициентов в основных уравнениях и результатах. Переход от размерной физической модели к безразмерной абстрактной (математической) является однозначным, в то время как обратный переход в реальное пространство принципиально многозначен. Здесь вступают в действие законы физического подобия, которые следует учесть. На их основании формулируются важные правила и общие физические следствия для инструментальной электронной оптики.

Далее обсуждается вопрос о разрешающей способности энергоанализаторов. Для повышения точности регистрируемого спектра обычно применяют предварительное торможение частиц в линзе. Линза используется также и для формирования пучка, подаваемого на вход спектрометра. Выделены три способа торможения в схеме линза-спектрометр, анализ которых проведён с позиций безразмерной модели, позволяющей выявить плюсы и минусы этих режимов.

Формулируются времяпролётный принцип и принцип трансформации спектра масс в спектр энергий, которые важны в теории и практике динамических масс-анализаторов; безразмерная модель движения и здесь оказывается удобным инструментом для анализа и выявления закономерностей. В заключительном параграфе формулируются цели, очерчивается круг проблем и задач, которые необходимо решить в ходе данного исследования, а также обосновываются нетрадиционные подходы и методы к их решению.

Во второй главе вводится понятие «спектрографическая среда» для обозначения тех потенциальных структур, в которых поток частиц разделяется пространственно на моноэнергетические струи, сфокусированные на плоский ПЧД.

В качестве основополагающего признака идеальной спектрографической среды принимается точный специальный принцип механического подобия. Если из точки выходит веер траекторий с фиксированной энергией W , то при переходе к другой энергии W^* семейство подобным образом изменяется с коэффициентом преобразования $k(W)$ и центром гомотетии в неподвижной точке. Рис. 1 иллюстрирует подобие траектории в плоском зеркале.

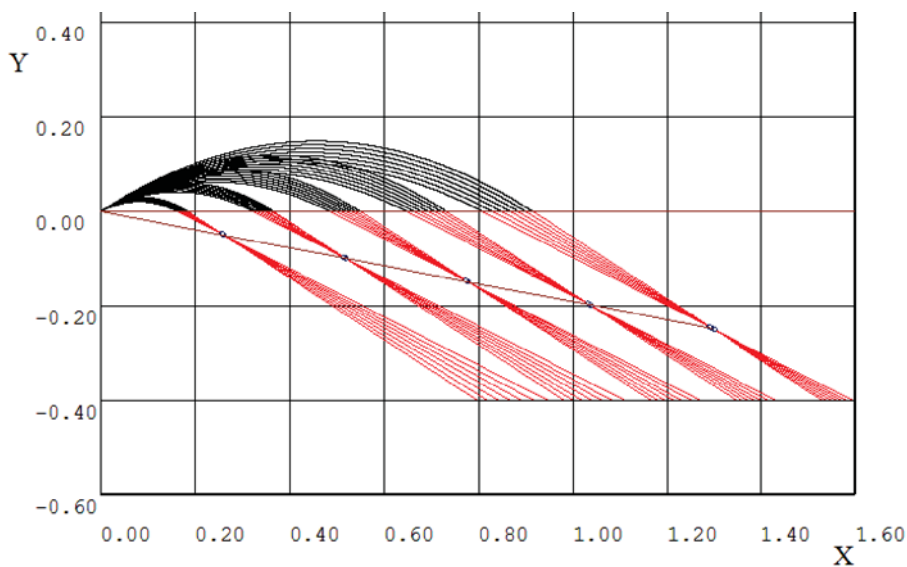


Рис. 1. Спектрографический режим в плоском зеркале (режим фокусировки II порядка).

Поля с потенциалами, однородными по Л. Эйлеру n -кратности, где n – любые целые числа, обладают этим выделенным признаком, и в них траектории частиц с разными значениями энергий подобны. Однородность для непрерывных функций $F(x, y, z)$ определяется функциональным тождеством

$$F(kx, ky, kz) = k^n F(x, y, z), \quad (1)$$

где k – произвольное вещественное число. Если функции $F(x, y, z)$ дифференцируемы, то свойство однородности можно выразить дифференциальным уравнением I порядка

$$x \frac{\partial F}{\partial x} + y \frac{\partial F}{\partial y} + z \frac{\partial F}{\partial z} = nF. \quad (2)$$

Строится строгое доказательство существования подобных траекторий в этих полях. Вывод основывается на свойстве инвариантности функции Лагранжа относительно произвольного постоянного множителя. Пусть траектория $x(\tau), y(\tau), z(\tau)$ отражает движение частицы с энергией W . Переход к подобной по геометрии траектории, растянутой в k раз, означает, что движение частицы теперь будет определяться изменёнными координатами, скоростью, и, следовательно, энергией. Пересчёт кинетической энергии осуществляется по формуле

$$W^* = \frac{W}{k^n}. \quad (3)$$

Таким образом, из принципа подобия следует, что из любого изоэнергетического семейства траекторий можно получить бесконечное множество взаимноподобных семейств, но с пере-

стройкой энергии. Если изначальное семейство траекторий $W = const$ было сфокусировано по углам, то в процессе подобных преобразований факт фокусировки сохраняется, также как и порядок фокусировки. Если использовать поля с однородными потенциалами нулевой кратности ($n = 0$), то траектории в них изменяются подобным образом без изменения энергии $W = W^*$.

Отметим ещё одно свойство функции Лагранжа. Уравнения Лагранжа сохраняют свою форму и при добавлении к функции произвольной аддитивной постоянной. Если составить комбинацию

$$\varphi = \psi_1(x, y, z) + \ln \psi_2(x, y, z), \quad (4)$$

где $\psi_1(x, y, z)$ – однородная функция нулевой кратности, а $\psi_2(x, y, z)$ – однородная функция n -кратности, то семейство изоэнергетических траекторий порождает многообразие подобных, но при этом их начальная энергия сохраняется.

Помимо названных классов полей найдена обобщённая потенциальная структура, где можно ожидать выполнение принципа подобия в приближённой форме

$$\varphi(x, y, z) = P(x, y, z) \ln S(x, y, z) + Q(x, y, z), \quad (5)$$

где $P(x, y, z), S(x, y, z), Q(x, y, z)$ – произвольные однородные функции, причём P и Q имеют кратность n , а S – кратности m .

Приближённый принцип подобия выполняется только для ограниченного семейства траекторий из всех существующих в этих полях. Далее сформулирован критерий, на основании которого можно судить о степени выполнимости принципа подобия, а значит, и реализации спектрографического режима. Образует логарифм от интересующей нас функции потенциала и подставляем вновь образованную функцию в дифференциальную формулу Л. Эйлера для однородных функций n -кратности (2). В результате, если изначальная функция однородная, справа образуется постоянное число, а если она близка к однородной, тогда справа будет медленно меняющаяся функция, которую можно представить в виде суммы постоянной и некоторой добавки. Оценив добавку, можно судить о том, насколько траектории подобны и в какой области пространства выполняется подобие. Приведён ряд примеров структур, где действует приближённый принцип подобия, и определены области сохранения приближённого подобия траекторий в этих полях.

В заключении формулируется абстрактная схема идеального спектрографа. Наиболее прозрачной она выглядит для однородных гармонических полиномов. В начале координат помещаем точечный источник с малым угловым разбросом и широким спектром энергий. Пучок с энергией W_0 фокусируется полем в малое пятно около точки (x_0, y_0, z_0) . При переходе к другой энергии W_S в силу принципа подобия все траектории преобразуются подобным образом, и точка фокусировки переместится в положение (x_S, y_S, z_S) , оставаясь лежать на прямом луче, соединяющем начало координат и точку (x_0, y_0, z_0) . Таким образом, вдоль луча выстраиваются точки фокусировки всех энергий диапазона, и коэффициент преобразования энергии выразится $k = \left(\frac{W_0}{W_S}\right)^{\frac{1}{n}}$.

Выбор потенциала для конкретной ситуации определяется типом источника: для ленточных пучков выгодней использовать двумерные гармонические поля, для конических это будут осе-

симметричные структуры, а для сосредоточенного в узком телесном угле – структуры с плоскостью симметрии.

Предметом исследования в **третьей главе** стали двумерные гармонические потенциалы. Для их описания в электронной оптике вводят комплексный потенциал

$$\Omega(\omega) = \psi(x, y) + i\varphi(x, y), \quad \omega = x + iy, \quad (6)$$

где гармонические функции $\psi(x, y)$ и $\varphi(x, y)$ связаны друг с другом системой Коши-Римана

$$\psi_x = \varphi_y, \quad \psi_y = -\varphi_x. \quad (7)$$

Один из способов генерации гармонических полей состоит в том, что любую комбинацию элементарных функций от вещественной переменной x можно превратить в аналитическую функцию $\Omega(\omega)$, заменив x на ω , а все внутренние вещественные параметры на комплексные.

Другой способ порождения двумерных полей – это задание функции $f(x)$ в плоскости симметрии, и тогда комплексный потенциал будет определяться в пространстве как

$$\Omega(\omega) = if(\omega). \quad (8)$$

Рассматривается класс однородных потенциалов, аналитическая форма которого уже приведена к канонической

$$\Omega(\omega) = \omega^n, \quad (9)$$

где n – любые целые числа. Структура (9) порождает две бесконечные цепочки рациональных потенциалов с положительными и отрицательными показателями n . Эквипотенциальные портреты ($\varphi = const$) обладают общим для всех признаком. Нулевая эквипотенциаль представляет собой перекрестие прямых, проходящих через начало координат и разбивающих пространство на $2n$ областей. Начало координат для потенциалов $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$ является седловой точкой, а для потенциалов $\varphi_{-1}, \varphi_{-2}, \varphi_{-3}, \dots$ – полюсом нарастающего порядка. На рис. 2 и 3 представлены эквипотенциальные портреты двумерных полей. Если записать скалярный потенциал в полярных координатах, то, используя формулу (9), можно получить базис потенциалов с дробными и иррациональными значениями n . Подробно проанализированы эквипотенциальные портреты полей этого класса.

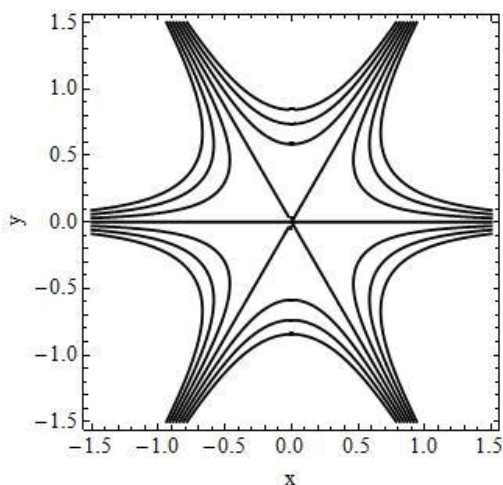


Рис. 2. Эквипотенциальный портрет потенциальной структуры $\varphi_3 = const: 0, 0.2, 0.4, 0.6, -0.2, -0.4, -0.6$.

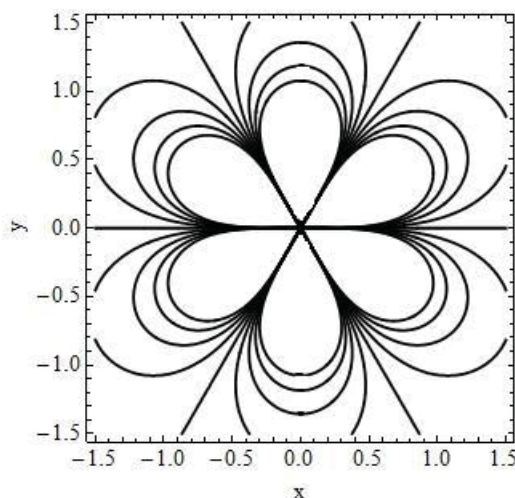


Рис. 3. Эквипотенциальный портрет потенциальной структуры $\varphi_{-3} = const: 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, -0.2, -0.4, -0.6, -0.8$.

Затем рассматривается комплексный потенциал с логарифмической особенностью, аналитическое выражение которого есть

$$\Omega(\omega) = P\omega^n \ln \omega, \quad (10)$$

P – произвольное комплексное число, n – любые целые числа. В представлении (10) можно усмотреть три канонические формы потенциальных структур

$$\begin{aligned} \varphi^{(1)} &= r^n (\ln r \sin n\gamma + \gamma \cos n\gamma), \\ \varphi^{(2)} &= r^n (\ln r \cos n\gamma - \gamma \sin n\gamma), \\ \varphi^{(3)} &= P_1 r^n (\ln r \sin n\gamma + \gamma \cos n\gamma) + P_2 r^n (\ln r \cos n\gamma - \gamma \sin n\gamma). \end{aligned} \quad (11)$$

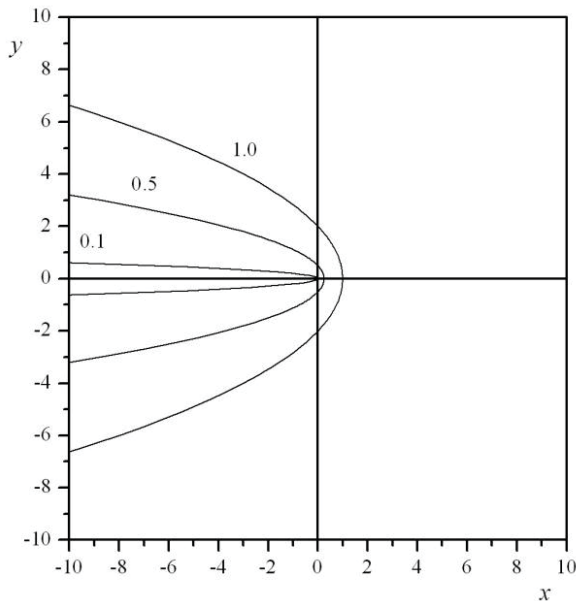
Среди этого многообразия выделяются потенциалы заряженной нити $\varphi = \ln r$, двугранного угла $\varphi = \gamma$, логарифмических спиралей $\varphi = a \ln r + b\gamma$. Потенциальные структуры (11) имеют в начале координат существенную особенность, многозначную при любых показателях n . Аналитически исследованы форма нулевой эквипотенциали при различных значениях n , наличие седловых точек, а также проанализировано поведение поля в особых точках. Представлены некоторые типичные эквипотенциальные портреты.

В последующих параграфах исследуются электронно-оптические свойства отдельных вариантов класса двумерных полей с плоскостью симметрии $y = 0$. И первым аналитически изучается поведение пучков в поле со степенным ходом потенциала в плоскости симметрии

$$\varphi|_{y=0} = x^n. \quad (12)$$

Наибольший интерес представляет вариант $0 < n < 2$. Рис. 4 иллюстрирует эквипотенциальные портреты полей с разными значениями показателя n в плоскости симметрии. Траектории частиц в плоскости симметрии выражаются в элементарных функциях, если показатель принимает значения $n = 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{2}{9}, \dots$. Во всех остальных случаях траектории выражаются через Γ -функцию Л. Эйлера.

а).



б).

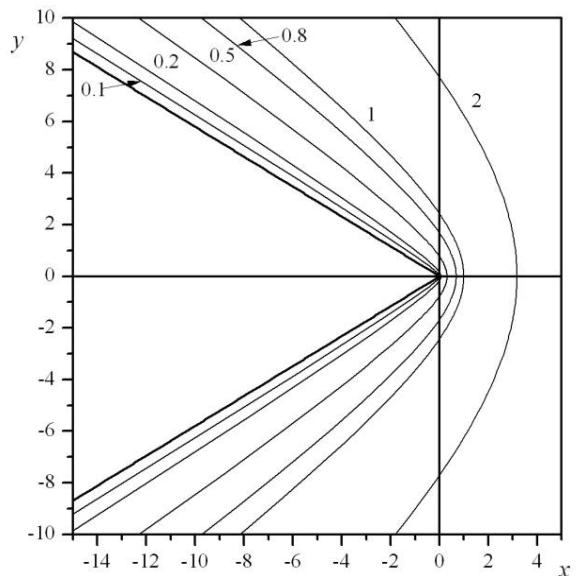


Рис. 4. Эквипотенциальные портреты полей с ходом потенциала в плоскости симметрии $\varphi|_{y=0} = x^n$ с разными показателями а) $n = \frac{1}{2}$, б) $n = \frac{3}{5}$.

При запуске частиц из начала координат имеет место фокусировка I порядка. Угол фокусировки определяется $\theta_{fI} = \text{arctg} \sqrt{\frac{2-n}{n}}$. Поскольку θ_{fI} не зависит от энергии, то в этих полях реализуется спектрографический режим. При выносе источника и детектора в дрейфовое пространство находим режим фокусировки II порядка, здесь угол фокусировки вычисляется $\theta_{fII} = \text{arctg} \sqrt{\frac{2-n}{3n}}$. Линия изображений точечного источника имеет вид прямой.

Далее выводится общая формула для вычисления размытия изображения, энергетической и удельной дисперсии. При разбросе углов на входе $\Delta\theta = 6^\circ$ относительное энергетическое разрешение составляет 0.06 %.

Через представление комплексного потенциала (8) строим аналитическое продолжение потенциальной структуры в пространство. Компьютерным моделированием определено, что существует поперечная фокусировка для полей (12) с показателями $0 < n < 1$. Качество фокусировки не превышает I порядка в силу паракиального приближения для траекторий. Изображение точечного объекта получается стигматичным, поэтому для каждого конкретного набора начальных данных можно подобрать поле со своим показателем n , где размер объёмного пучка минимален в обеих плоскостях.

Далее исследуются спектрографические свойства полей с однородными потенциалами с целыми показателями для ленточных пучков. В кубическом спектрографе, потенциал которого задаётся как

$$\varphi(x, y) = 3x^2y - y^3, \quad (13)$$

выбираем рабочую область, ограниченную двумя ветвями нулевой эквипотенциали с углом в 60° . Пучок, выпущенный из начала координат – центра гомотетии, с осевой траекторией $\theta_0 = 12^\circ$ формирует изображение в дрейфовой области. Угол наклона линии фокусов составляет $\sim -7^\circ$, а фокусы располагаются неравномерно. Расчётное разрешение для всего диапазона энергий варьируется в широких пределах $0.15\% \div 10\%$. Изучены потенциальные структуры для смешанных полей, составленных как комбинации плоского, квадрупольного и кубического. Однако в этих полях значительно уменьшается угол ввода пучка и снижается разрешающая способность, что делает бесперспективным применение этих полей для синтеза спектрографов.

В поле двугранного угла имеет место фокусировка I и II порядка. Качество фокусировки высокое, что позволяет использовать широкие пучки до $\Delta\theta = 10^\circ$. Фокусы, отвечающие разным энергиям, укладываются также на прямую с углом наклона $\sim -15^\circ$ и располагаются неравномерно. Энергетическое разрешение – 0.05 %.

Поле, являющееся произведением заряженной нити и двугранного угла, относится к изучаемому классу с логарифмической особенностью. Рабочая область ограничена осью x (положительной частью) и окружностью $r = 1$. Точка старта и центр гомотетии не совпадают, поэтому в рассматриваемом диапазоне энергий $[0.1 \div 1.0]$ траектории почти подобны. При небольших значениях энергии ($W \leq 0.3$) имеет место фокусировка II порядка, но с ростом энергии этот режим разоряется. Линия фокусов – прямая с углом наклона $\sim -12^\circ$. Разрешение монотонно меняется во всём диапазоне расчётных энергий от $\sim 0.04\%$ до $\sim 1.0\%$.

Проведённое исследование поведения пучков в двумерных полях демонстрирует разнообразие режимов и конфигураций, а также перспективность спектрографических сред с целью создания на их основе спектрографов разного назначения.

В **четвёртой главе** исследуются спектрографические среды с осевой симметрией. Вводятся сферические координаты $\rho = \sqrt{r^2 + z^2}, \gamma = \arctg \frac{r}{z}$, что позволяет разделить переменные в уравнении Лапласа, решение которого ищем в виде $\varphi = R(\rho) \cdot T(\gamma)$. Можно выделить два случая. В первом случае, когда параметр разделения (произвольное вещественное число) $\lambda = 0$, образуется семейство потенциалов

$$\varphi = \left(\frac{a_1}{\rho} + a_2 \right) \left(b_1 \ln \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} + b_2 \right), \quad (14)$$

где a_1, a_2, b_1, b_2 – произвольные вещественные числа.

Общая формула распадается на 4 варианта, которые пригодны для реализации идей спектрографии: кулоновский центр $\varphi = \frac{1}{\rho}$, потенциал коаксиальных круговых конусов $\varphi = \ln \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}$, потенциалы $\varphi = \frac{b_1 \ln \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} + b_2}{\rho}$ и $\varphi = \left(\frac{1}{\rho} - 1 \right) \left(\ln \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} + b \right)$. Два последних варианта изучены мало, но являются перспективными для решения задач энергоанализа как реализации спектрографических режимов, так и схем спектрометров.

В общей ситуации, когда параметр разделения произволен ($\lambda \neq 0$), уравнение для радиальной части легко интегрируется методом Л. Эйлера, а для угловой части решение строится согласно классической теории Лежандра. Исследовать всю цепочку потенциальных структур, перебирая значения параметра λ , представляется достаточно сложной и объёмной задачей для данной работы, поэтому ограничимся несколькими вариантами, где решение формируется из функций Лежандра с малыми номерами. Анализ выбранных структур сводится к обсуждению их эквипотенциальных портретов, иллюстрации которых представлены в работе, и формы нулевой эквипотенциали. Во многом эти спектрографические среды могут оказаться весьма эффективными для энергоанализа конических пучков.

В следующем параграфе предлагается другой подход к поиску осесимметричных гармонических потенциалов, используя степенные ряды. Поставим задачу Коши для потенциалов трансаксиальных систем: ищем гармонический потенциал, симметричный относительно плоскости $z = 0$, а ход потенциала в этой плоскости задаётся как

$$\varphi|_{z=0} = f(r). \quad (15)$$

Решение строится по вполне стандартной схеме, где дифференциальное уравнение с бесконечным числом членов трансформируется в цепочку рекуррентных равенств для неизвестных функций. Если в качестве функции-генератора выбрать полином конечной степени $f(r) = r^m$, где m – чётное положительное число, то ряд обрывается, и образуются конечные полиномы. Таким образом, можно построить все чётные по r и z гармонические полиномы.

Другой вариант функции-генератора $f(r) = r^{2m} \ln r$ также порождает цепочку потенциальных структур с ограниченным числом членов, но уже относящихся к семейству обобщённо-однородных потенциалов с логарифмической особенностью (5). Образуется базис потенциалов,

сочетающих в себе чётные полиномы по r и z и логарифмическую функцию. Операцией дифференцирования по z можно получить новый базис гармонических нечётных по z потенциалов.

В следующем параграфе исследуются свойства некоторых спектрографических сред на базе однородных полиномов. Поле с потенциалом $\varphi(r, z) = z^2 - \frac{r^2}{2}$ организуем с помощью двух электродов – кругового конуса (нулевая эквипотенциаль) и гиперболоида вращения. При старте частиц из начала координат с осевой траекторией пучка $\theta_0 = 40^\circ$ имеет место фокусировка II порядка в дрейфовом пространстве, которая сохраняется для большого диапазона энергий $W - [0.1 \div 2.5]$. Фокусы располагаются на конической поверхности с вершиной в точке старта, уплотняясь с ростом энергии (рис. 5). Энергетическое разрешение в этом режиме не превышает 0.82 % во всём диапазоне энергий при угловом разбросе в пучке $\Delta\theta = 6^\circ$.

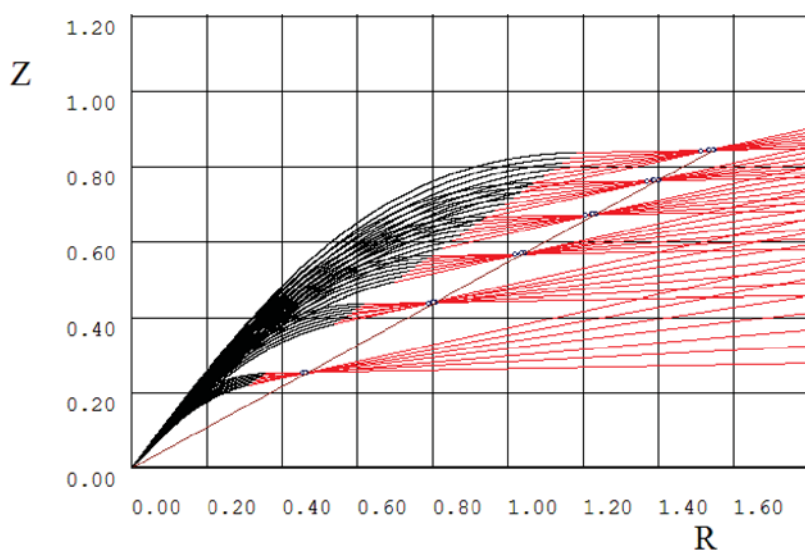


Рис. 5. Спектрографическая мода в осесимметричном поле $\varphi(r, z) = z^2 - \frac{r^2}{2}$ в режиме фокусировки II порядка.

Потенциальная структура на базе однородной функции кратности (+3) $\varphi(r, z) = \frac{2}{3}z^3 - r^2z$ имеет нулевую эквипотенциаль, одна из ветвей которой есть плоскость $z = 0$. В этом поле также имеет место острая фокусировка II порядка. Фокальная поверхность – конус с раствором при вершине $\sim 169^\circ$. При небольшом энергетическом диапазоне $[0.1 \div 1.0]$ и неравномерности расположения фокусов наихудшая разрешающая способность составляет $\sim 0.5\%$, а число каналов, одновременно регистрируемых на ПЧД, – до 7 при растворе пучка $\Delta\theta = 6^\circ$.

Результаты исследования семейства осесимметричных потенциалов с логарифмической особенностью представлены в заключительном параграфе. В структурах, потенциалы которых суть однородные функции нечётных кратностей ($n = 1, 3, 5, \dots$), плоскость $z = 0$ есть нулевая эквипотенциаль. Но для поля $\varphi(r, z) = z \ln r$, как представителя этого семейства, и поверхность $r = 1$ («труба») также есть нулевая эквипотенциаль. Как отмечалось в главе 2, принцип подобия в полях с логарифмической особенностью выполняется приближённо. Поэтому при старте из точки $r_0 = 1, z_0 = 0$ и выводе пучка через $z = 0$ значения углов осевых траекторий для разных энергий в рассматриваемом энергетическом диапазоне слабо меняется, что характерно как для режима фокусировки I, так и II порядка. Качество фокусировки достаточно хорошее: для пучка с угловым разбросом в 10° энергетическое разрешение не превышает 0.3 %, если источ-

ник точечный. Уменьшая угловой разброс в пучке до 6° , разрешение можно повысить до $\sim 0.05\%$ (с числом каналов не менее 80).

В этом поле можно реализовать и другую схему. При сохранении точки старта выводить частицы через цилиндрическую поверхность ($r = 1$). Фокусировка осуществляется в дрейфовом пространстве: для пучка с раствором $\Delta\theta = 10^\circ$ энергетическое разрешение $\frac{\Delta W}{W}$ лучше $\sim 0.6\%$, для пучка $\Delta\theta = 6^\circ$ – менее $\sim 0.15\%$.

Потенциальная структура $\varphi(r, z) = (2z^2 - r^2) \ln r + r^2 - 1$ построена на базе полинома второй степени. Эквипотенциальный портрет представлен на рис. 6. Поверхность $r = 1$ (нулевая эквипотенциаль) – местоположение источника и детектора. В этом варианте найдены режимы, когда изображение источника формируется на границе и в дрейфовой области. Однако при переходе к другой энергии условие фокусировки меняется, т.е. подобие траекторий нарушается. Электронно-оптические характеристики (дисперсия, разрешение, число каналов) невысоки и даже ниже, чем у других потенциальных конфигураций данного класса.

В поле с потенциалом $\varphi(r, z) = \left(\frac{4}{3}z^3 - 2r^2z\right) \ln r - zr^2 + 2z^3$ из семейства обобщённо-однородных потенциалов, эквипотенциальный портрет которого приведён на рис. 7, при старте частиц с плоскости $z = 0$ определены режимы фокусировки на границе поля (на этой же плоскости) и вне поля. Однако точного подобия траекторий с разной энергией достичь не удаётся. Но, в целом, фокусы (или кроссоверы парциальных струй) укладываются на прямую, проходящую через точку старта. Численное моделирование показало, что при угловом разбросе в пучке $\Delta\theta = 8^\circ$ и осевой траектории $\theta_0 = 71^\circ$ можно достичь энергетического разрешения на уровне до 0.067% и числа каналов до 28.

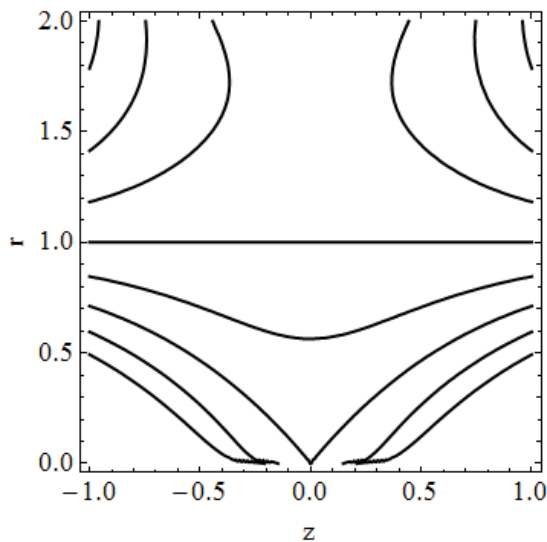


Рис. 6. Эквипотенциальный портрет поля $\varphi(r, z) = (2z^2 - r^2) \ln r + r^2 - 1$.

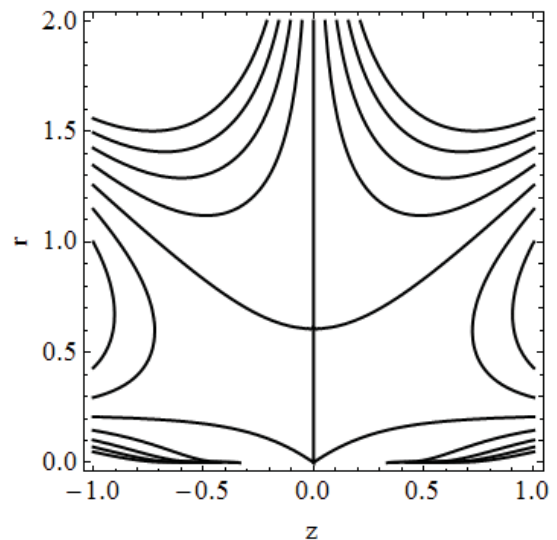


Рис. 7. Эквипотенциальный портрет $\varphi(r, z) = \left(\frac{4}{3}z^3 - 2r^2z\right) \ln r - zr^2 + 2z^3$.

Синтезу полей с потенциалами $\varphi(x, y, z)$, зависящими от трёх декартовых координат, посвящена **пятая глава**. Предлагается несколько аналитических алгоритмов для построения однородных по Л. Эйлеру гармонических 3-мерных полиномов.

Первый – классический подход – состоит в решении трёхмерного уравнения Лапласа в сферических координатах. В результате имеем однородные гармонические полиномы по x, y, z , которые в теории функций называются шаровыми [1]. С ростом индекса n (степень полинома) вид решений сильно усложняется и построение гармонических полиномов выглядит крайне неэффективно.

Другой алгоритм синтеза однородных гармонических функций основан на комплексном построении общих решений уравнения Лапласа в виде интеграла (метод Уиттекера) [2]

$$\varphi(x, y, z) = \int_{-\pi}^{\pi} (z + ix \cos \theta + iy \sin \theta)^n d\theta.$$

Однако и этот алгоритм приводит только к некоторым частным видам однородных полиномов.

Оригинальный подход для синтеза трёхмерных полиномов разработан и представлен в работе. Формулируется задача Коши: найти потенциал, симметричный относительно плоскости $z = 0$ и определённый на ней как двумерная функция

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z) &= \varphi(x, y, -z), \\ \varphi|_{z=0} &= g(x, y). \end{aligned} \quad (16)$$

Решение ищется в виде степенного ряда по z . Применяя стандартную схему нахождения неизвестных функций-коэффициентов, находим форму потенциальной структуры. Перебирая $g(x, y)$ в классе однородных полиномов по переменным x, y , строим семейство трёхмерных полиномов, чётных по z .

Рассмотрим другой подход. Пусть задача Коши формулируется иначе, а именно: ищем антисимметричный гармонический потенциал, удовлетворяющий условию

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z) &= -\varphi(x, y, -z), \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} \Big|_{z=0} &= p(x, y). \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь решение представляется в виде ряда по нечётным степеням z . Следуя той же процедуре, что была применена выше и в предыдущей главе, найдём функции-коэффициенты, которые выражаются через $p(x, y)$, и реконструируем нечётный ряд по степеням z . Выбор функции $p(x, y)$ в классе конечных однородных по x, y полиномов, позволяет построить полный спектр нечётных по z однородных гармонических полиномов. Далее доказывается, что оба подхода, основанные на решении задачи Коши, являются достаточным для построения вообще всех гармонических полиномов.

Преобразование В. Томсона (Кельвина) предполагает замену переменных на конструкции вида

$$x \rightarrow \frac{x}{x^2 + y^2 + z^2}, \quad y \rightarrow \frac{y}{x^2 + y^2 + z^2}, \quad z \rightarrow \frac{z}{x^2 + y^2 + z^2}, \quad (18)$$

и умножение гармонической функции на $\frac{1}{\rho}$. Применим его к полученным классам потенциалов. В результате образуется новый класс однородных потенциалов с отрицательными кратностями.

Класс однородных полиномов дополним новыми структурами, если выберем функцию-зародыш в (17) в общем виде

$$p = x^\mu y^\nu (x + iy)^n, \quad (19)$$

где μ, ν – целые положительные числа, n – произвольное число (и даже дробное или иррацио-

нальное). Функция-зародыш есть негармоническая функция кратности $(\mu + \nu + n)$. В итоге образуется потенциальная структура, состоящая из полиномов, степенных функций от аргумента и нечётных степеней z .

В следующем параграфе развит ещё один алгоритм синтеза однородных трёхмерных потенциалов, основанный на применении функций $f(\omega)$ от аргумента Донкина [3]

$$\omega = \frac{x + iy}{z + \rho}, \quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (20)$$

Потенциал $\varphi_0 = f(\omega)$, где f – произвольная аналитическая функция, распадается на две гармонические функции нулевой кратности $\varphi_0 = \psi_1 + i\psi_2$. Поверхности постоянного уровня $\psi_1 = const$ и $\psi_2 = const$ есть конуса разнообразного сечения с общей вершиной в начале координат.

Потенциал $\varphi_{-1} = \frac{f(\omega)}{\rho}$ есть также гармоническая функция при любом выборе $f(\omega)$. Используя функцию φ_{-1} , можно построить целый ряд однородных гармонических потенциалов целочисленной кратности, вычисляя производные по x, y, z . Демонстрируется, что функции $\frac{\partial}{\partial x} \frac{f(\omega)}{\rho}, \frac{\partial}{\partial y} \frac{f(\omega)}{\rho}, \frac{\partial}{\partial z} \frac{f(\omega)}{\rho}$ также есть гармонические функции, но кратности (-2) . Далее доказывается по индукции, что, вычисляя производные по x, y, z , образуются новые гармонические структуры с отрицательными кратностями, которые можно использовать в качестве спектрографических сред. Преобразование В. Томсона (Кельвина), применённое к этим структурам, позволяет сформировать ряд однородных потенциалов с положительными кратностями.

Введём аналитическую функцию

$$\Omega(\omega) = \Omega\left(\frac{x + iy}{z + \rho}\right) = \psi\left(\frac{z}{x}, \frac{y}{x}\right) + i\varphi\left(\frac{z}{x}, \frac{y}{x}\right), \quad (21)$$

где обе функции, ψ – функция потока, φ – скалярный потенциал, есть функции, зависящие только от отношения координат. Формулируем задачу Коши при условии симметрии по y

$$\begin{aligned} \varphi\left(\frac{z}{x}, \frac{y}{x}\right) &= \varphi\left(\frac{z}{x}, -\frac{y}{x}\right), \\ \varphi\left(\frac{z}{x}, \frac{y}{x}\right)\Big|_{y=0} &= g\left(\frac{z}{x}\right). \end{aligned} \quad (22)$$

Положим

$$\Omega(\omega) = if(u + iv). \quad (23)$$

Тогда появляется вполне очевидная связь неизвестной функции f и заданной функции g

$$\varphi|_{y=0} = f\left(\frac{x + iy}{z + \rho}\right)\Big|_{y=0} = f\left(\frac{x}{z + \sqrt{x^2 + z^2}}\right) = g\left(\frac{z}{x}\right). \quad (24)$$

Выполнив преобразование в аргументах обеих функций, заменяем усечённый аргумент Донкина на $\frac{x}{z + \sqrt{x^2 + z^2}}$ на полный ω , получаем выражение комплексного потенциала, решающего задачу Коши в классе однородных гармонических функций нулевой кратности

$$\Omega(\omega) = ig\left(\frac{1 - \omega^2}{2\omega}\right). \quad (25)$$

Этот алгоритм решения задачи Коши применим и для однородных потенциалов кратности

(-1) $\Omega_{-1} = \frac{f(\omega)}{\rho}$. Чтобы распространить эту методику на однородные потенциалы кратности, например (-2), воспользуемся процедурой дифференцирования, применённой к потенциалу Ω_{-1} . В этом случае необходимо трансформировать условие задачи Коши в плоскости симметрии, решая которое относительно неизвестной функции f , найдём её выражение через функцию g , заданную на плоскости. Далее замена усечённого аргумента Донкина на полный реконструирует комплексный потенциал Ω_{-2} . Преобразование В. Томсона (Кельвина), применённое к Ω_{-2} , трансформирует его в потенциал кратности (+1) Ω_1 .

Выработанный алгоритм решения задачи Коши легко распространяется и для потенциалов любых целочисленных кратностей n . Для этого необходимо многократно дифференцировать по переменной z потенциал-зародыш Ω_{-1} .

В заключительном параграфе исследуются свойства поля, ход потенциала которого в плоскости симметрии аналитически задаётся как однородная функция кратности (+1)

$$\varphi|_{y=0} = \frac{x^2}{z}. \quad (26)$$

Численным моделированием определён режим фокусировки на ось z при старте частиц из положения, смещённого относительно начала координат. Поле выполаживает пучок так, что угловой разброс на входе $\Delta\theta_1 = 5^\circ$ трансформирует пучок практически в параллельный на выходе $\Delta\theta_2 \cong 0.4^\circ \div 0.5^\circ$. Энергетическое разрешение с ростом энергии уменьшается незначительно во всём диапазоне энергий $[1 \div 10]$ и составляет $< 0.3\%$. Модификация поля (26) с такими добавками как $\frac{x^3}{z^2}$ или $\frac{x^5}{z^4}$ мало меняет электронно-оптические параметры поля в плоскости.

Теперь формулируем задачу Коши: найти симметричный потенциал, который в плоскости $y = 0$ задаётся формулой (26). Следуя выше описанному алгоритму, получим потенциал вида

$$\varphi_1(x, y, z) = \frac{x^2 z}{z^2 + y^2} - y \cdot \operatorname{arctg} \frac{y}{z}, \quad (27)$$

эквипотенциальные поверхности которого есть расширяющиеся от начала координат квазиконуса, вложенные друг в друга. На рис. 8 представлена нулевая эквипотенциальная поверхность структуры $\varphi_1(x, y, z)$ (27). Поперечной фокусировки в поле нет, и плоскость $y = 0$ является плоскостью расталкивания частиц.

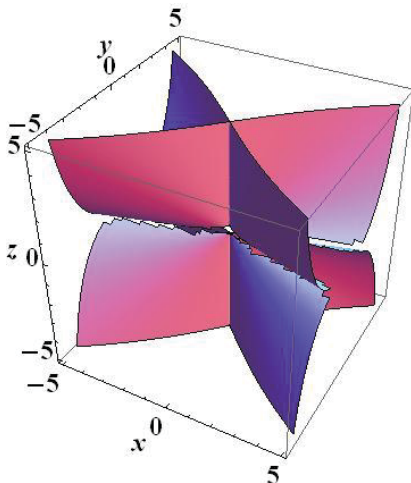


Рис. 8. Вид нулевой эквипотенциальной поверх-

$$\text{ности } \varphi_1 = \frac{x^2 z}{z^2 + y^2} - y \cdot \operatorname{arctg} \frac{y}{z} = 0.$$

В шестой главе предметом описания и изучения стали электрические поля с обобщённо-однородным потенциалом в классе трёхмерных структур. Новый математический аппарат синтеза таких структур строится на основе комплексного потенциала Донкина. Ищем потенциальные обобщённо-однородные структуры вида $\Phi(x, y, z) = \mathcal{P}(x, y, z) \ln R(x, y, z) + Q(x, y, z)$, предполагая, что все функции \mathcal{P}, Q, R комплексные.

Среди многообразия однородных функций выберем для $R(x, y, z)$ шесть вариантов

$$\begin{aligned}
 R &= z^m S\left(\frac{x}{z}, \frac{y}{z}\right), \\
 R &= (x + iy)^m S\left(\frac{x}{x+iy}, \frac{y}{x+iy}, \frac{z}{x+iy}\right), \\
 R &= (x - iy)^m S\left(\frac{x}{x-iy}, \frac{y}{x-iy}, \frac{z}{x-iy}\right), \\
 R &= r^m S\left(\frac{x}{r}, \frac{y}{r}, \frac{z}{r}\right), \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}, \\
 R &= \rho^m S\left(\frac{x}{\rho}, \frac{y}{\rho}, \frac{z}{\rho}\right), \quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \\
 R &= (z + \rho)^m S\left(\frac{x}{z+\rho}, \frac{y}{z+\rho}, \frac{z}{z+\rho}\right), \quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},
 \end{aligned} \tag{28}$$

Для определённости положим, что функция $\mathcal{P}(x, y, z)$ – однородная и гармоническая функция, тогда функция $Q(x, y, z)$ может быть найдена из уравнения Пуассона

$$\Delta Q = -\{2\nabla \ln R \cdot \nabla \mathcal{P} + \mathcal{P} \cdot \Delta \ln R\}.$$

Функция Q выступает в роли компенсатора, чтобы полный потенциал Φ был гармоничным. Формулируем задачу синтеза потенциальных структур так, чтобы при определённых (заданных) \mathcal{P} и R компенсатор был бы нетривиальным, т.е. отличающимся от $\mathcal{P} \ln R$ не только знаком.

Для успешности всех построений будем пользоваться либо специальными криволинейными Донкинскими координатами $u = \frac{x}{z+\rho}, v = \frac{y}{z+\rho}, \lambda = \frac{1}{\rho}$ либо комплексно-сопряжёнными переменными Донкина $\omega, \bar{\omega}$. В обоих случаях Лапласиан имеет компактную и удобную для дальнейших вычислений форму.

Сначала выберем в качестве функции $\mathcal{P}(x, y, z)$ гармоническую однородную функцию нулевой кратности $f(\omega)$, а функцию $R(x, y, z)$ – из списка (28). Полное исследование показало, что всё многообразие структур фактически свелось к одной в силу нетривиальности полученного компенсатора $Q(x, y, z)$. Полный комплексный потенциал, освобождённый от гармонических членов, приобрёл форму

$$\Omega_0 = f(\omega) \ln \rho - \bar{\omega} \int \frac{f(\omega) d\omega}{1 + \omega \bar{\omega}}. \tag{29}$$

Структуру Ω_0 можно рассматривать как потенциал-генератор, порождающий множество однородно-обобщённых гармонических потенциалов с целочисленными показателями кратности. Главным инструментом трансформации (29) послужит операция дифференцирования по x, y, z , создающая разрастающуюся цепочку структур с отрицательными показателями кратности, а преобразование В. Томсона (Кельвина) весь спектр новых гармонических потенциалов «переводит» в класс структур с положительными показателями кратности. Меняя $f(\omega)$ только в классе полиномов и отношения полиномов, получают многообразные спектрографические среды с неограниченными возможностями. В вычислении функции-компенсатора при разных

вариантах функций $\mathcal{P}(x, y, z)$ и $R(x, y, z)$ и состоит первый алгоритм в поиске трёхмерных гармонических потенциалов для спектрографических сред.

Другой подход к синтезу потенциалов с логарифмической особенностью основывается на построении рядов для симметричных гармонических потенциалов, где функция-зародыш $g(x, y)$, в общем случае – комплексная, может принимать одну из двух форм

$$\begin{aligned} g(x, y) &= p_k(x, y) \ln(x^2 + y^2), \\ g(x, y) &= p_k(x, y) \ln(x + iy), \end{aligned} \quad (30)$$

где $p_k(x, y)$ – однородный полином. Тогда получаем обобщённо-однородные гармонические потенциалы с логарифмической особенностью. Далее вычисляются конкретные примеры потенциальных структур этого класса, которые синтезируются, используя оба подхода.

В последнем параграфе решается задача Коши для симметричных обобщённо-однородных полей нулевой кратности в обычной манере с постановкой физической проблемы, связанной с синтезом спектрографических сред с заранее предписанными электронно-оптическими характеристиками. Плоскость xz выбираем в качестве плоскости симметрии. По аналогии с ситуацией, рассмотренной в главе 5, комплексный потенциал нулевой кратности задаётся как

$$\Omega_0 = if(\omega) \ln \rho - i\bar{\omega} \int \frac{f(\omega)d\omega}{1 + \omega\bar{\omega}} + ig(\omega) = \psi + i\varphi, \quad (31)$$

где все функции не содержат внутри себя i нигде, кроме самого Донкинского аргумента ω . Дополнительно, введена функция $g(\omega)$, которая даёт некоторую свободу в постановке электронно-оптических проблем. Таким образом, требуется найти две неизвестные функции f и g , поэтому в отличие от формулировки задачи Коши для двумерного случая в плоскости симметрии необходимо задать две угловые функции $\alpha\left(\frac{z}{x}\right)$ и $\beta\left(\frac{z}{x}\right)$. Уравновешивая члены справа и слева в условии задачи, находим обе неизвестные функции, а заменив усечённый аргумент Донкина на полный, получаем общий вид для комплексного потенциала Ω_0 .

По той же схеме решается задача Коши для потенциалов кратности (-1) . Чтобы получить решение для потенциальных структур кратности (-2) , воспользуемся операцией дифференцирования по z от Ω_{-1} . Двигаясь по описанному алгоритму, приходим к необходимости решать неоднородные линейные обыкновенные дифференциальные уравнения I порядка относительно двух неизвестных функций f и g схожего вида, куда вплетаются $\alpha\left(\frac{z}{x}\right)$ и $\beta\left(\frac{z}{x}\right)$, заданные в плоскости симметрии. Эту схему решения задачи Коши легко распространяется и на обобщённо-однородные потенциалы более высокой кратности (-3) , (-4) и т.д., применяя многократное дифференцирование по z от Ω_{-1} .

Седьмая глава посвящена обратным задачам динамики частиц в спектрографических средах. Центральным моментом теории является поиск электрических потенциалов по некоторым заранее заданным характеристикам (свойствам) движения частиц.

Прямые задачи, когда решается система дифференциальных уравнений в определённой полевой конфигурации, традиционно применяются в корпускулярной оптике, и задача исследователя состоит в том, чтобы найти оптимальные режимы работы. Однако число «полевых» кон-

фигураций со временем исчерпалось и, кроме того, повысились требования экспериментаторов к чувствительности измеряемой аппаратуры, что уже не удаётся реализовать с помощью спектрометров с традиционной геометрией.

В обратных задачах задаются характеристики движения заряженных частиц, например их траектории или электронно-оптические параметры (дисперсия, фокусировка), а потом находятся те полевые структуры, которые обеспечивают нужный характер движения частиц. Опыт постановки и решения обратных задач в вопросах спектрометрии позволяет надеяться на успешность решения задач такого типа и для поиска спектрографических сред. Важным аспектом обратных задач является интегрирование уравнений движения в электрических полях. Наилучшим инструментом выступает метод разделения переменных в уравнении Гамильтона-Якоби в криволинейных координатах.

Полностью интегрируемых вариантов Лапласовых потенциалов немного, тем более их меньше, если рассматривать только однородные по Л. Эйлеру потенциалы, которые нам необходимы для реализации спектрографического режима. Класс интересующих нас структур можно расширить, если ввести понятие «частичной интегрируемости» ценой потери информации о геометрии и кинематике траекторий. Такой подход – снижение числа управляемых параметров – оказывается плодотворным, если изучать движения в полях с плоскостью симметрии. Допустим, что потенциал в плоскости симметрии есть однородная по Л. Эйлеру функция, но не является Лапласовым. Однако, будучи продолженным в пространство, становится таковым. В этой связи задача Коши, решаемая в предыдущих главах, весьма расширяет класс спектрографических сред.

Пусть плоскость xz будет плоскостью симметрии спектрографических сред. Ход потенциала в ней зададим двумя типами формул, выраженные через полярные координаты

$$\varphi|_{y=0} = r^n f(\gamma), \quad (32)$$

$$\varphi|_{y=0} = r^n (f(\gamma) \ln r + g(\gamma)), \quad (33)$$

где n – степень однородности, $f(\gamma)$ и $g(\gamma)$ – однозначные аналитические функции, в общем виде негармонические.

Уравнение Гамильтона-Якоби для структуры (32) легко интегрируется для любой функции $f(\gamma)$ при $n = -2$, а решение ищется в аддитивной форме; в этих условиях переменные разделяются. Далее, следуя стандартным процедурам метода Гамильтона-Якоби, получается уравнение геометризованной траектории. Однако, успешность решения (представление траектории в явном виде) во многом зависит от выбора функции $f(\gamma)$. Она должна быть гладкой и однозначной, но кроме того, и периодической с периодом 2π по γ . Хотя, от последнего жёсткого условия можно благополучно отказаться, перейдя к многозначной функции в плоскости, а значит, и в пространстве.

Подробнее рассмотрено решение уравнения Гамильтона-Якоби, выраженное через цилиндрические координаты, для потенциала нулевой кратности ($n = 0$). Искать решение следует в мультипликативной форме, тогда уравнение в частных производных превращается в нелинейное дифференциальное уравнение I порядка. Дальнейшее исследование интегрируемости полу-

ченного уравнения построено на обработке нелинейной части уравнения и попытках сведения его к известным типам дифференциальных уравнений. К сожалению, выражение для укороченного действия в явном виде представлено быть не может. Однако приёмы, развитые в работе, могут быть вполне успешными, и для ограниченного числа вариантов можно получить интересные частности.

В следующем параграфе возвращаемся к решению уравнения Гамильтона-Якоби, но смещаем акценты. Если в выше рассмотренных подходах основной задачей было нахождение укороченного действия, то здесь мы ищем потенциал $\varphi(x, y)$, зная действие $S(x, y)$. Наши рассуждения сводятся к тому, что для потенциала можно написать обобщённую формулу

$$\varphi(x, z) = -\varepsilon + \left(\frac{dK}{dS}\right)^2 \frac{S_x^2(x, z) + S_z^2(x, z)}{2}, \quad (34)$$

где $K[S(x, z)]$ выступает в роли нового действия; линии $K[S(x, z)] = const$ отличаются от линий $S(x, z) = const$ только значением констант, но не геометрией.

Распространим этот подход на однородные потенциалы нулевой кратности. Допустим, что укороченное действие представлено в мультипликативной форме $S = r \cdot A(\gamma)$. Используя связь функции Лагранжа и укороченного действия, можно записать уравнения движения, выражая правые части через действие. Далее решение представим как геометризованное уравнение траектории. В итоге для разных функций $A(\gamma)$ образуется семейство взаимно подобных спиралей.

Другой вариант решения можно получить, если разрешить систему уравнений движения не относительно $r(\gamma)$, а относительно функции $A(\gamma)$, и теперь функция действия выражается через одну заданную траекторию. Задав $r(\gamma)$ как кривую любого профиля, вычисляется действие, а затем через уравнение Гамильтона-Якоби вычисляется Донкинский потенциал в плоскости симметрии xz . Восстановление потенциала в пространстве уже осуществляется процедурами, описанными в предыдущих главах.

Рассмотрим ситуацию с однородными потенциалами произвольной кратности n , за исключением $n = -2$. Записав уравнение Лагранжа и интеграл энергии в полярных координатах, для траекторий получим геометризованное дифференциальное уравнение II порядка, куда входят две неизвестные функции $r(\gamma)$ и $f(\gamma)$. Относительно r уравнение сугубо нелинейное II порядка и в общем виде не интегрируемо. А относительно $f(\gamma)$ уравнение линейное I порядка, хотя и неоднородное. Далее построен алгоритм для нахождения функции $f(\gamma)$.

Таким образом, в любом симметричном однородном по Л. Эйлеру поле с произвольным показателем можно задать траекторию $r(\gamma)$, нужной нам формы, и по ней с помощью разработанного алгоритма вычислить целое семейство угловых функций, характеризующих поле, в которых эта траектория реализуется.

В следующем параграфе решается задача о нахождении спектрографической среды с идеальной фокусировкой по углу в плоскости симметрии. В поле с потенциалом вида $\varphi = \frac{f(\gamma)}{r^2}$ все интегралы движения через действие выражаются в квадратурах. Ход решения построим через уравнения Лагранжа. Используя традиционный алгоритм решения, получим уравнение траектории в геометризованной форме. Если частица стартует из точки $(r_0, \gamma_0 = 0)$, то описав дугу,

частица возвращается на $\gamma = 0$. Точка возврата $r = P$ определяется из

$$2 \int_0^{\gamma_{max}} \frac{d\gamma}{\sqrt{A - f(\gamma)}} = \frac{1}{\sqrt{A}} \left[\arcsin \sqrt{\frac{A}{W}} \frac{1}{r_0} - \arcsin \sqrt{\frac{A}{W}} \frac{1}{P} \right], \quad (35)$$

где $A = \frac{r_0^4 \gamma_0^2}{2}$, γ_{max} есть решение уравнения $A - f(\gamma_{max}) = 0$. Зафиксировав r_0, W и назначив $P(A)$, можно, используя метод Н. Абеля решения интегральных уравнений, получить

$$\gamma = \frac{1}{2\pi} \int_0^f \left[\frac{\arcsin a\sqrt{A}}{\sqrt{A(f-A)}} - \frac{\arcsin b\sqrt{A}}{\sqrt{A(f-A)}} \right] dA, \quad (36)$$

где $a = \frac{1}{r_0\sqrt{W}}$, $b = \frac{1}{P\sqrt{W}}$. Интеграл в элементарных функциях не берётся, но, в целом, (36) можно представить в виде ряда, разложенного по степеням f с коэффициентами, которые включают a и b . Если $0 < f < 1$ и $a < 1, b < 1$, то ряд довольно быстро сходится.

Ещё один подход к синтезу спектрографических сред, основанных на применении теоремы Гурса, изучен в работе. Если уравнение Гамильтона-Якоби для плоскости подвергнуть конформному преобразованию вместе с изоэнергетическим семейством траекторий, то получится уравнение, которое можно трактовать как новое уравнение Гамильтона-Якоби, но с нулевой полной энергией и новым потенциалом.

Преобразование $\xi = \ln \omega$, применённое к одномерным потенциальным полям, порождает класс однородных по Л. Эйлеру полей кратности $n = -2$. Если это же преобразование применить к скрещенным полям, то образуется новый класс спектрографических сред с логарифмической особенностью.

Далее этот алгоритм Гурса распространён для однородных полей нулевой кратности и произвольной кратности $(-m)$, воспользовавшись преобразованием $\xi = \omega^n$. Так для однородных полей нулевой кратности получается класс однородных полей кратности $2(n - 1)$, а поля с однородным потенциалом кратности $(-m)$ трансформируются в суперпозицию двух однородных функций разной кратности, где работает приближённый принцип подобия.

В **восьмой главе** помещены результаты исследования режимов работы некоторых спектрографических сред, которые могут иметь приложение не только для решения задач энергоанализа, но и масс-анализа.

Теория квазиконического энергоанализатора, реализующего полевою конфигурацию

$$\varphi(r, z) = \ln r - \left(\frac{r^2}{2} - z^2 \right), \quad (37)$$

разработана в нашей лаборатории корпускулярной оптики и нашла отражение в большом числе работ и публикаций. Главной исключительной особенностью этого поля (37) является тот факт, что движение частиц по z независимо от движения по r . Кроме того, движение вдоль оси z есть движение идеального осциллятора с периодом колебания $\tau_p = \sqrt{2}\pi$

$$z = z_0 \cos \sqrt{2}\tau + \frac{\dot{z}_0}{\sqrt{2}} \sin \sqrt{2}\tau. \quad (38)$$

В моменты времени $\tau = \frac{\pi}{\sqrt{2}}n$, где $n = 1, 2, 3, \dots$ бесконечно тонкий пакет частиц, стартующий

с плоскости $z = z_0$, соберётся вновь на плоскости либо $z = -z_0$, когда n – нечётное число, либо возвратится в исходное состояние $z = z_0$, когда n – чётное число, причём это не зависит от разброса начальной скорости \dot{z}_0 . При переходе к размерным величинам физическое время будет зависеть от массы ионов, т.е. ионы движутся по одним и тем же траекториям, но с разным темпом. В этом состоит принцип пространственно-временной фокусировки ионных пакетов по координате z .

Если с уровня r_0 параллельный поток, движущийся вдоль радиуса, попадает в поле, то через четверть периода $\tau^* = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ все частицы окажутся в плоскости $z = 0$ независимо от начальной энергии и точки старта. Смещение вдоль радиуса будет определяться их энергией, а темп движения ионов будет зависеть от массы. Таким образом, в чисто электростатическом поле реализуется энерго-угловой анализ совместно с масс-анализом: на плоском ПЧД, установленном в плоскости $z = 0$, ионы фокусируются в виде колец (или полуколец), радиус которых определяется начальной энергией, положение на окружности – углом эмиссии, а ионы разных масс будут регистрироваться на детекторе последовательно, т.е. их приход разнесён во времени, как обычно это осуществляется во времяпролётных системах.

Предложена схема энергоанализатора-ТОФ, реализующего этот режим, и даны оценки массового разрешения для разных массовых диапазонов.

Другая система, представляющая собой два соосных конуса с общей вершиной, может быть использована для регистрации энергетического и углового спектров. Коническое поле, потенциал которого зависит от отношения координат

$$\varphi = \ln \left(\frac{z}{r} + \sqrt{\frac{z^2}{r^2} + 1} \right), \quad (39)$$

является в нашей классификации полем с однородным потенциалом нулевой кратности. В этом поле работает эффект телескопичности: любой параллельный веерообразный поток сохраняет свою параллельность и на выходе, и в зависимости от направления движения он либо сжимается (движение к особенности – вершине конусов), либо расширяется (движение от особенности).

Анализ движения частиц в коническом поле выполнен исключительно для потоков в меридиональных плоскостях, и для определённости выбрано направление движения от особенности поля. Поскольку потенциал есть функция, зависящая от отношения координат, то траектории частиц с разными точками старта подобны при сохранении всех остальных начальных данных. В поле (39) реализуется режим фокусировки на границе поля, но более приемлемым оказывается режим, когда при точечном источнике на оси фокус образуется в дрейфовой области. Причём качественная фокусировка сохраняется и для широких пучков с раствором до 16° . Другие электронно-оптические характеристики этого спектроскопического режима таковы: $D^* = 0.646$, $\delta = 0.00794$, $r = 2.3\%$.

Этот режим легко трансформируется в спектрографический, поскольку траектории частиц с разной энергией подобны. В меридиональной плоскости фокусы укладываются на прямую, угол наклона с осью которой составляет $\sim -10^\circ$.

Коническая система может быть использована также для регистрации энерго-угловых спектров и в электронной спектроскопии с угловым разрешением. С помощью конической системы можно анализировать вторичные электроны, эмиттируемые с поверхности образца под разными полярными углами. Источник находится на оси. Узкая щель в нижнем электроде вырезает из всего потока слабо расходящийся веерообразный пучок с центральной плоскостью, перпендикулярной оси z . Фокусировка осуществляется вне поля, и фокусы укладываются на прямую, угол наклона которой зависит от номера эквипотенциала, выбранной в качестве нижнего электрода. В этой схеме детектору следует придать коническую форму. Также возможен вариант спектрографа с плоским ПЧД, когда он устанавливается перпендикулярно оси. Но в этой схеме изображения, создаваемыми разными парциальными струями, будут различного размера, поэтому энергетическое разрешение будет варьироваться, но не будет превышать 0.5%.

Девятая глава служит иллюстрацией приложения спектрографических сред, теория синтеза которых изложена в предыдущих главах, для решения вопросов масс-анализа. В основу анализа заложен новый принцип разделения ионов по массам с применением неконсервативного воздействия на частицы. Суть его состоит в следующем. Пакет ионов движется в некотором устройстве, далее на электроды устройства подаётся импульс электрического поля, длительность которого много меньше времени пролёта частиц через данное устройство, (соотношение этих времён составляет менее чем 1:10), а амплитуда импульса большая. В конце импульса ионы «зарабатывают» энергию, причём добавка будет строго зависеть от их массы, при этом смещение по координате будет незначительным. В результате монохроматичный ионный пакет трансформируется в пакет ионов с разными энергиями. Используя энергоанализатор, фиксируем энергетический спектр, который однозначно связан с масс-спектром ионного пакета. Такое воздействие на частицы получило название «электрический удар», а устройство – Δ -трансформатор. Введены основные понятия и даны основные соотношения в одномерном случае.

Далее подробно изучен вопрос о параметрах удара, если в качестве Δ -трансформатора выбрать плоский конденсатор, а электрический импульс имеет прямоугольную форму. При определённых значениях удара оказывается, что частица может оставаться на месте либо начать двигаться в противоположную сторону. Применяя варианты «тянущего» и «тормозящего» электрического удара, подбираются оптимальные режимы фильтрации частиц. Предлагается общая схема динамического масс-спектрометра, реализующий описанный принцип. Она включает источник ионов, Δ -трансформатор, энергоанализатор и детектирующее устройство.

В качестве энергоанализирующего устройства предложен вариант со спектрометром, обладающий большой дисперсией и фокусировкой высокого порядка. С этой целью изучены основные электронно-оптические характеристики нового электростатического энергоанализатора «Модифицированная арка». Электроды имеют простую форму: плоский заземлённый электрод и П-образный электрод, на который подаётся отклоняющий потенциал. В средней плоскости $y = 0$ ход потенциала

$$\varphi|_{y=0} = 1 - \frac{4}{\pi} \operatorname{arctg} e^{-\frac{\pi x}{2}}. \quad (40)$$

Структура поля почти не отличается от таковой поля энергоанализатора «Арка», обладающего идеальной угловой фокусировкой в этой плоскости. Для «Модифицированной арки» найдены режимы фокусировки I порядка, причём фокусы располагаются достаточно кучно. Кроме того имеет место поперечная фокусировка в этом поле. Для выбранного диапазона углов $\theta_0 = 85^\circ \div 89^\circ$ приведённая энергетическая дисперсия составляет рекордное значение свыше 50 при энергии настройки $W = 1$, а разрешение в случае точечного источника – $r \cong 0.011\%$.

Для защиты от краевых полей введены боковые электроды, и в результате получается компактный энергоанализатор в виде замкнутой вытянутой коробки с размерами 100x35x135 мм (рис. 9). Подбором потенциалов, подаваемых на боковые вставки, удалось моделированием с помощью программы SIMION выйти на уровень разрешения $\sim 0.05\%$.

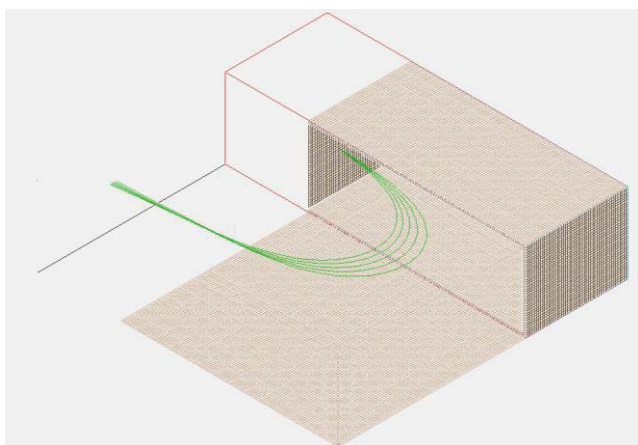


Рис. 9. Внешний вид энергоанализатора «Модифицированная арка» и траектории в нём.

Другой вариант динамического масс-анализатора предлагается на базе электростатического спектрографа с плоским ПЧД. Спектрограф реализован на базе двумерного поля с потенциалом

$$\varphi(x, y) = y^3 - 3x^2y, \quad (41)$$

который есть однородная функция кратности 3. Рабочую область выбираем в секторе, образованном между двумя ветвями нулевой эквипотенциали $y = 0$ и $y = \sqrt{3}x$. Ввод и вывод частиц осуществляется через плоскость $y = 0$. Поле хорошо фокусирует широкий пучок $\Delta\theta = 9^\circ$ в дрейфовом пространстве. Линия фокусов – прямая, угол наклона составляет $\sim 5^\circ$ относительно плоскости $y = 0$. Фокусы располагаются неравномерно: с ростом энергии они сближаются.

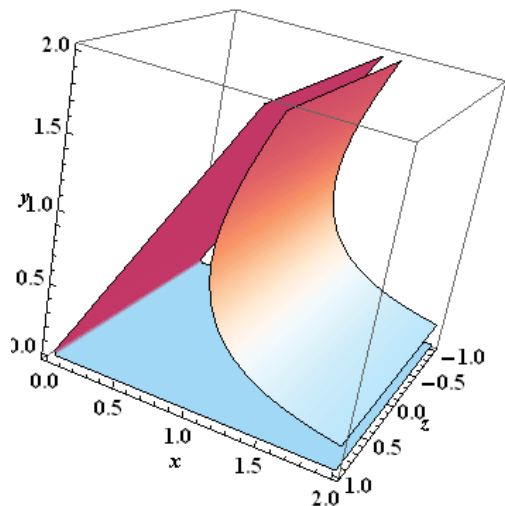


Рис. 10. Полезадающие электроды спектрографа на базе однородного потенциала кратности 3.

Расчётное значение энергетического разрешения составило не менее $\sim 0.5\%$. На рис. 10 представлена электродная конфигурация спектрографа, реализующее нужное распределение поля: угольный электрод заземлён, на другой гиперболический подаётся потенциал настройки. В заключении даётся оценка работы динамического масс-анализатора, состоящего из источника ионов, Δ -трансформатора, спектрографа и ПЧД, обрисовываются перспективы приборов такого класса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключительной части работы формулируются основные результаты, отмечаются перспективы развития и возможные сферы применения как изученных автором электронно-оптических систем, так и полей из тех классов спектрографических сред, которые были найдены и представлены в диссертации. Выделим основные теоретические и практические результаты и достижения:

1. Выработана оригинальная концепция синтеза электрических спектрографов заряженных частиц, которая основывается на специальном механическом принципе подобия ионных и электронных траекторий в электрических полях с однородными по Л. Эйлеру потенциалами. В несколько изменённой форме этот принцип обобщён на класс потенциалов, являющихся суперпозицией однородных функций с коэффициентом перемешивания в виде функции логарифма.
2. Построена теория обобщённых шаровых функций на базе формулы Донкина; на их основе можно синтезировать широкий класс однородных потенциалов спектрографических сред с элементарным комплексным представлением. Разработан алгоритм решения задачи Коши в виде замкнутых аналитических выражений для однородных потенциалов, заданных в плоскости симметрии.
3. Определён новый класс обобщённо-однородных потенциалов, для которых действует приближённый принцип подобия траекторий заряженных частиц. Эти потенциалы представляют собой суперпозицию однородных функций одной кратности с коэффициентом перемешивания в виде логарифма однородной функции с другой степенью кратности. Для синтеза потенциальных структур данного класса используются как гармонические, так и негармонические функции.
4. Построен строгий математический алгоритм синтеза полевых структур с однородными потенциалами для ленточных и конических пучков. Изучены фокусирующие и дисперсионные свойства отдельных спектрографических структур этого класса.
5. Решена задача Коши для трёхмерных однородных потенциалов нулевой кратности, выраженных через функцию Донкина, с плоскостью симметрии. Алгоритм решения задачи распространён на трёхмерные потенциалы кратности (-1) , (-2) и выше.

6. Решена задача Коши для обобщённо-однородных потенциалов в случае однородных функций нулевой кратности. Распространён алгоритм решения задачи Коши на обобщённо-однородные функции более высокой степени кратности.
7. Построена аналитическая теория спектрографов с плоскостью симметрии, ход потенциала в которой представляет собой степенную функцию. Обнаружено, что в этих полях имеет место фокусировка II порядка по углу во всём диапазоне энергий с хорошим уровнем энергетической дисперсии. Приведены конкретные схемы таких спектрографов в сочетании с плоским ПЧД, представлены результаты расчётов электронно-оптических параметров этих схем.
8. Разработан новый аналитический алгоритм трансформации спектрографических потенциалов с сохранением порядка фокусировки и управлением величины энергетической дисперсии. В основе метода положены конформные преобразования уравнения Гамильтона-Якоби, теорема Гурса и выбор аналитических функций комплексного переменного для необходимых преобразований.
9. Построен алгоритм определения спектрографических сред с идеальной фокусировкой по углу в плоскости симметрии на основе выше обозначенного аналитического алгоритма.
10. Разработана ионно-оптическая схема нового динамического масс-анализатора, включающего источник ионов, ударное устройство, электрический энергоанализатор и детектор. В результате серии электрических коротких высоких импульсов в ударном устройстве ионы разной массы получают добавку к энергии в соответствии с их массой, в итоге монохроматичный пакет ионов трансформируется в немонохроматичный. Полученный спектр энергий, регистрируемый в энергоанализирующем устройстве, связан однозначно с массой ионов. Предложена ионно-оптическая схема для масс-анализатора, где встраивается спектрограф в сочетании с плоским ПЧД. Спектрограф реализован на базе двумерного поля с однородным потенциалом кратности (+3). Другая схема использует энергоанализатор «Модифицированная арка», работающий в режиме спектрометра.

Цитируемая литература

1. Кошляков, Н. С. Основные дифференциальные уравнения математической физики / Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. — М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1962. — 768 с.
2. Уиттекер, Э. Курс современного анализа в 2 т. Ч. 1 / Э. Т. Уиттекер, Дж. Н. Ватсон. — М.: Физматгиз, 1963. — 344 с.
3. Уиттекер, Э. Курс современного анализа в 2 т. Ч. 2 / Э. Т. Уиттекер, Дж. Н. Ватсон. — М.: Физматгиз, 1963. — 516 с.

Список основных публикаций автора

1. Голиков, Ю. К. Теория синтеза электростатических энергоанализаторов : монография / Ю. К. Голиков, Н. К. Краснова. — СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2010. — 409 с.

2. Габдуллин, П. Г. Применение формулы Донкина в теории энергоанализаторов. I. / П. Г. Габдуллин, Ю. К. Голиков, Н. К. Краснова, С. Н. Давыдов // ЖТФ.– 2000. – Т. 70, № 2. – С. 91 – 94.
3. Габдуллин, П. Г. Применение формулы Донкина в теории энергоанализаторов. II. / П. Г. Габдуллин, Ю. К. Голиков, Н. К. Краснова, С. Н. Давыдов // ЖТФ.– 2000. – Т. 70, № 3. – С. 44 – 47.
4. Голиков, Ю. К. Обобщённое комплексное разделение переменных в теории осесимметричных потенциалов / Ю. К. Голиков, Д. В. Григорьев, Н. К. Краснова, К. В. Соловьёв // Прикладная физика. – 2004. – № 1. – С. 124–126.
5. Голиков, Ю. К. О некоторых аналитических связях осесимметричных и двухмерных лапласовых полей / Ю. К. Голиков, Д. В. Григорьев, Н. К. Краснова, К. В. Соловьёв // Прикладная физика. – 2004. – № 1. – С. 47–49.
6. Голиков, Ю.К. Трёхмерные лапласовы потенциалы с комплексным представлением / Ю. К. Голиков, Н. К. Краснова, К. В. Соловьёв // ЖТФ. – 2006. – Т. 76, № 1. – С. 24–27.
7. Голиков, Ю. К. Обобщённый принцип подобия и его применение в электронной спектроскопии / Ю. К. Голиков, Н. К. Краснова // Прикладная физика. – 2007. – № 2. – С. 5–11.
8. Краснова, Н. К. Теория энергоанализатора «Модифицированная арка» / Н. К. Краснова // Научно-технические ведомости СПбГПУ (Физико-математические науки). – 2010.– № 3. – С. 163–170.
9. Голиков, Ю. К. Электрические поля, однородные по Л. Эйлеру, для электронной спектроскопии / Ю. К. Голиков, Н. К. Краснова // ЖТФ. – 2011. – Т. 81, № 2. – С. 9–15.
10. Краснова, Н. К. Семейство полевых структур с плоскостью симметрии для электронной спектроскопии / Н. К. Краснова, О. А. Абрамёнок // Научно-технические ведомости СПбГПУ (Физико-математические науки). – 2011.– № 2. – С. 85–92.
11. Краснова, Н. К. Двумерные степенные электронные спектрографы с плоскостью симметрии / Н. К. Краснова // ЖТФ. – 2011. – Т. 81, № 6. – С. 97–103.
12. Краснова, Н. К. Синтез электростатических энергоанализаторов с помощью обратных задач динамики / Н. К. Краснова, И. А. Марциновский // Научно-технические ведомости СПбГПУ (Физико-математические науки). – 2011. – № 3. – С. 84–91.
13. Голиков, Ю. К. Электрические спектрографы потоков заряженных частиц с потенциалами Эйлера типа / Ю. К. Голиков, Н. К. Краснова, О. А. Абрамёнок // Прикладная физика. – 2011. – № 5. – С. 69–73.
14. Голиков, Ю. К. Высокодисперсионные энергоанализирующие электрические поля // Ю. К. Голиков, Н. К. Краснова, И. А. Марциновский / Прикладная физика. – 2012. – № 1. – С. 76–81.
15. Краснова, Н. К. Идеальная фокусировка в теории электростатических спектрографов / Н. К. Краснова // ЖТФ. – 2012. – Т. 82, № 8. – С. 105–109.
16. Елохин, В. А. Новый динамический масс-спектрометр с электрическим ударом / В. А. Елохин, Ю. К. Голиков, Н. К. Краснова, В. И. Николаев // Научное приборостроение. – 2013. – Т. 23, № 1. – С. 68–73.

17. Давыдов, С. Н. Спектрометр заряженных частиц / С. Н. Давыдов, Ю. К. Голиков, В. В. Кораблёв, Н. К. Краснова, Ю. А. Кудинов // Патент № 2076387 от 27.03.1997, с приоритетом от 06.07.1994 г.
18. Krasnova, N. K. Cone electrostatic energy analyser, used for concurrent energy- and angle-resolved measurements / N. K. Krasnova, S. N. Davydov, Yu. K. Golikov, V. V. Korablev, Yu. A. Kudinov // J. Electron Spectrosc.Relat.Phenom. – 1995. – V. 72. – P. 323–326.
19. Krasnova, N. K. An analysing system for concurrent energy and angular distribution measurements of charged particles' emission / N. K. Krasnova, Yu. K. Golikov, Yu. A. Kudinov, S. N. Davidov // Meas.Sci.Technol. – 1998.– V. 9, № 9.– P. 1446 – 1450.
20. Davydov, S. N. Cone electrostatic energy analyser of high luminosity / S. N. Davydov, Yu. K. Golikov, S. N. Romanov, N. K. Krasnova // J.Electron Spectrosc.Relat.Phenom. – 1998. – V. 97.– P. 209–214.
21. Golikov, Yu. K. Electrostatic mass spectrometer for concurrent mass-, energy- and angle-resolved measurements / Yu. K. Golikov, N. K. Krasnova // NIM-A. – 1999.– V. 427, № 1 – 2. – P. 208–212.
22. Golikov, Yu.K. Non-traditional systems of charged particle optics for electron spectroscopy and mass spectrometry / Yu. K. Golikov, V. V. Korablev, S. N. Davydov, N. K. Krasnova, P. G. Gabdullin // Proceeding of SPIE. – 2000. – V. 4064. – P. 58–79.