

doi: 10.5862/MCE.49.5

Работа симметричных двутавровых сечений при развитии пластических деформаций и действии изгибающего момента и бимомента

*Д.т.н., заведующий кафедрой металлических конструкций А. Р. Туснин;
аспирант М. Прокич,
Московский государственный строительный университет*

Аннотация. В строительных металлических конструкциях возможно совместное действие изгибающего момента и бимомента на стержни, имеющие двутавровое сечение. В упругой стадии работы материала проверка прочности состоит в определении максимальных нормальных напряжений, которые для симметричных двутавров равны сумме напряжений от момента и бимомента. Максимальные напряжения сравниваются с расчетным сопротивлением.

При развитии пластических деформаций несущая способность профиля выше, чем в упругой стадии. Расчет тонкостенных стержней открытого профиля с учетом пластических деформаций позволит более корректно определить их несущую способность и требует дальнейшего исследования.

В статье рассматривается совместное действие изгибающего момента и бимомента на двутавровые профили. Даны рекомендации по проверке их несущей способности с учетом развития пластических деформаций.

Ключевые слова: стесненное кручение; двутавровая балка; изгибающий момент; бимомент; коэффициент для учета пластических деформаций

Введение

Работа симметричных двутавров под действием изгибающего момента и при развитии пластических деформаций вплоть до образования пластического шарнира хорошо изучена. В строительных нормах даны рекомендации по расчету двутавров на изгиб в пластической стадии работы стали. Учет пластических деформаций с введением соответствующего коэффициента согласно действующим нормам по проектированию позволяет увеличить несущую способность двутаврового профиля до 19 % (СП 16.13330.2011. Стальные конструкции):

$$\frac{M}{c W_n R_y \gamma_c} \leq 1, \quad (1)$$

где M – изгибающий момент; W_n – момент сопротивления сечения нетто; R_y – расчетное сопротивление по пределу текучести стали; γ_c – коэффициент условия работы; c – коэффициент, учитывающий развитие пластических деформаций в сечении при изгибе.

В тонкостенных стержнях открытого профиля при стесненном кручении возникают дополнительные секториальные напряжения. Секториальные напряжения эквивалентны внутреннему усилию – бимоменту. При совместном действии изгибающего момента и бимомента переход в пластическую стадию работы происходит раньше, чем при изгибе, поскольку на определенных участках сечения нормальные секториальные напряжения от бимомента суммируются с нормальными напряжениями от изгиба. Цель исследования совместного действия изгиба и стесненного кручения при развитии пластических деформаций заключается в разработке практической методики расчета тонкостенных стержней открытого профиля при сложном нагружении.

Состояние вопроса

Стесненное кручение тонкостенных стержней открытого профиля в упругой стадии изучали В.З. Власов, Д.В. Бычков, С.П. Тимошенко, Г.Ю. Джанелидзе, Я.Г. Пановко, Н. Wagner [1–5], рассматривая малые углы поворота поперечного сечения. Экспериментальные исследования двутавровых балок при чистом кручении проводили N.S. Boulton, K.S. Dinno и S.S. Gill, C.R. Farwell и T.W. Galambos. Полученные ими результаты показали, что при упругопластическом кручении предельные моменты были значительно выше, чем предсказывалось теорией [6–8]. Теоретические исследования пластического разрушения консольных стержней при стесненном Туснин А.М., Прокич М. Работа симметричных двутавровых сечений при развитии пластических деформаций и действии изгибающего момента и бимомента

кручении проводили K.S. Dinno и W. Merchant, определяя несущую способность стержня в пластической стадии как сумму двух составляющих: чистого и стесненного кручения [9].

Г.И. Белый, Н.И. Ватин, Э.Л. Айрумян, В.А. Рыбаков и др. [10, 17] на конкретных примерах показали неприменимость гипотезы плоских сечений при анализе напряженно-деформированного состояния (НДС) тонкостенных стержней открытого профиля и отметили неясность при учете бимоента как дополнительного силового фактора, присутствующего в российских строительных нормах. Теоретическими и экспериментальными исследованиями подтверждена значимость учета бимоента как силового фактора, вносящего большой вклад в нормальные напряжения элементов конструкций [18–23]. При решении инженерных задач расчета тонкостенных конструкций на кручение использовались разные способы моделирования стержня: с помощью конечных элементов оболочки в современных программных комплексах, а также конечных элементов, учитывающих деформацию поперечного сечения стержня [24–27].

Y.L. Pi и N.S. Trahair [28] исследовали поведение стальных двутавровых балок при стесненном кручении. Их исследования показали, что исчерпание несущей способности такого элемента происходит вследствие пластического разрушения полок и при больших углах закручивания, возникающих до образования пластического шарнира в балке.

Более поздние результаты испытаний [29] и численных исследований [30] показали, что самоупрочнение стали с развитием пластических деформаций приводит к значительному увеличению несущей способности при больших углах поворота сечения. Также экспериментально исследовано влияние деформаций контура поперечного сечения на работу тонкостенных стержней открытого профиля в зависимости от безразмерного параметра kl и условий закрепления концов стержня [31].

N.S. Trahair [32], пользуясь методикой W. Merchant, получил выражения пластического момента при чистом кручении и пластического бимоента для двутавровых профилей:

$$B_{pl} = \frac{R_y b_f^2 t_f h}{4}, \quad (2)$$

где величины b_f , t_f , h – размеры двутаврового сечения согласно рисунку 1.

Авторами данной работы было предложено выполнять расчет в пластической стадии работы двутавровых профилей в форме, соответствующей российским нормам проектирования, и сформулировано выражение для проверки несущей способности двутаврового сечения при действии бимоента [33]. Расчет выполняется с использованием коэффициента учета пластических деформаций при стесненном кручении c_ω :

$$\frac{B}{c_\omega \cdot W_\omega \cdot R_y \cdot \gamma_c} \leq 1, \quad (3)$$

где W_ω – секториальный момент сопротивления сечения; $c_\omega = 1,47$.

Постановка задачи

В статье анализируется НДС симметричного двутаврового сечения при действии изгибающего момента и бимоента и развитии пластических деформаций. Анализ НДС проводится для ряда двутавровых сечений, охватывающих широкий диапазон размеров.

Относительные деформации при действии изгибающего момента распределяются по сечению линейно, при действии бимоента – пропорционально секториальным площадям. При исследовании работы предполагается, что пластические деформации по сечению могут развиваться неограниченно, а величина напряжений ограничена пределом текучести. Выводятся теоретические зависимости предельного бимоента в зависимости от действующего изгибающего момента.

Для проверки теоретических зависимостей и практической формулы выполняются численные исследования с учетом физической нелинейности системы.

Описание исследования

Рассмотрим распределение деформаций и напряжений по сечению симметричного двутавра (рис. 1). Качественно эпюры деформаций по высоте сечения и по ширине полки Туснин А.М., Прокич М. Работа симметричных двутавровых сечений при развитии пластических деформаций и действии изгибающего момента и бимоента

не меняются с ростом нагрузки (эпюра " ε_u " – от изгиба, эпюра " ε_ω " – от бимомента). Нормальные напряжения определяются деформациями с учетом диаграммы работы стали. При анализе несущей способности принято отсутствие стадии самоупрочнения, т. е. площадка текучести считается бесконечной (согласно диаграмме на рисунке 4). При рассмотрении эпюр от двух составляющих – момента и бимомента – принята схема, вытекающая из известного подхода к оценке НДС в пластической стадии работы материала¹. Изгибные нормальные напряжения σ_M (рис. 1, а) суммируются с нормальными напряжениями от бимомента σ_B , действующего в полках сечения (рис. 1, б). Суммарные напряжения (рис. 1, в) при переходе в состояние предельного равновесия достигают значений, равных пределу текучести σ_Y (рис. 1, г). На рисунке 1, г эпюры нормальных напряжений даны для состояния, соответствующего предельной несущей способности профиля. В пластическом состоянии и предельном равновесии даже при первоначально однозначных эпюрах из-за развития пластических деформаций произойдет перемена знака напряжений на части полки. Особенностью распределения напряжений по сечению является равновесие нормальных напряжений и усилий, действующих в стержне. С учетом этого центральная зона эпюры (шириной a на полках с наклонной штриховкой) уравнивает изгибающий момент M , боковые зоны эпюры с прямой штриховкой (шириной d) уравнивают бимомент B .

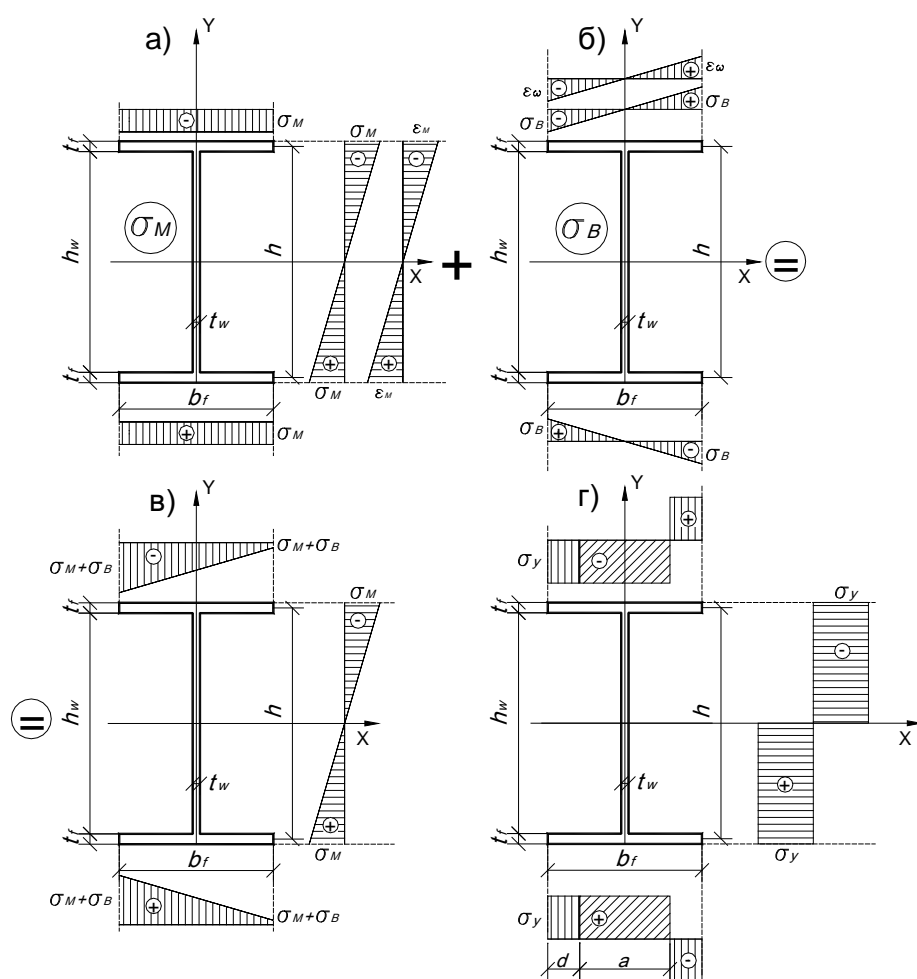


Рисунок 1. Напряженно-деформированное состояние двутаврового сечения при совместном действии изгибающего момента относительно оси X и бимомента

Ширину участка a эпюры нормальных напряжений легко определить из равенства внешнего изгибающего момента M и внутреннего изгибающего момента, воспринимаемого сечением M_{int} : $M = M_{int}$. При переходе к методике расчета произведем замену предела текучести стали σ_y на расчетное сопротивление по пределу текучести R_y .

¹ Беленя Е. И. Металлические конструкции. М.: Стройиздат, 1986. 560 с.

Туснин А.М., Прокич М. Работа симметричных двутавровых сечений при развитии пластических деформаций и действии изгибающего момента и бимомента

С учетом того, что

$$M_{\text{int}} = t_f a h R_y + \frac{A_w h}{2} R_y, \quad (4)$$

где $A_w = h_w t_w$ – площадь стенки, ширина a равна:

$$a = \frac{M - A_w h R_y / 4}{t_f R_y h} = \frac{M}{t_f R_y h} - \frac{A_w}{4 t_f}. \quad (5)$$

Внутренний бимомент, воспринимаемый сечением B_{int} , равен:

$$B_{\text{int}} = d \cdot t_f R_y (d + a) h, \quad (6)$$

где $d = (b_f - a) / 2$. Подставив определенное выше значение a в формулу для d и приравняв внешний бимомент B к внутреннему бимоменту B_{int} , получим:

$$B = 0.5 \left(A_f R_y - \frac{M}{h} + \frac{A_w R_y}{4} \right) \left(\frac{b_f h}{2} - \frac{M}{2 t_f R_y} + \frac{A_w h}{8 t_f} \right). \quad (7)$$

Анализ выражения (7) показал, что предельный бимомент зависит от величины изгибающего момента, действующего совместно с бимоментом. Предельный изгибающий момент можно определить с использованием методики строительных норм: $M_{pl} = c W_n R_y \gamma_c$, где коэффициент c определяется по действующим нормам. Аналогично для пластического бимоента, воспринимаемого сечением, можно записать: $B_{pl} = c_\omega W_\omega R_y \gamma_c$, где $c_\omega = 1.47$. При совместном действии изгибающего момента и бимоента проверку прочности с учетом развития пластических деформаций необходимо выполнять, учитывая влияние на несущую способность обоих усилий. В таблице 1 представлены результаты расчетов отношений предельного бимоента к пластическому бимоменту в зависимости от отношения действующего момента к пластическому моменту. Рассмотрим два варианта определения искомого отношения.

1 вариант: из условия

$$\frac{M}{c W_n} + \frac{B}{c_\omega W_\omega} = R_y \gamma_c \quad (8)$$

следует

$$B / B_{pl} = \left(R_y \gamma_c - \frac{M}{c W_n} \right) c_\omega W_\omega / B_{pl}. \quad (9)$$

2 вариант: бимомент определяется выражением (7), которое модифицировано с учетом того, что по российским нормам (СП 16.13330.2011 Стальные конструкции) развитие пластических деформаций в сечении ограничено, поэтому в районе нейтральной оси сохраняется упругое ядро и бимомент определяется по формуле:

$$B = 0.5 \left(A_f R_y - \frac{M}{h} + \frac{M_{wpl}}{h} \right) \left(\frac{b_f h}{2} - \frac{M}{2 t_f R_y} + \frac{M_{wpl}}{2 t_f R_y} \right), \quad (10)$$

где $M_{wpl} = M_{pl} - A_f R_y h$ – момент, воспринимаемый стенкой при развитии пластических деформаций; $a > t_w$.

Расчет по двум вариантам проведен для 5 типов сечений, для которых соотношение ширины полки к высоте стенки меняется в диапазоне 0.25...0.5, что соответствует балочным и широкополочным двутавровым профилям.

Таблица 1. Расчет совместного действия момента и бимомента

Тип сечения	1	2	3	4	5
hw, см	40.00	50.00	50.00	75.00	80.00
tw, см	0.80	0.60	0.60	0.80	1.00
bf, см	10.00	14.00	16.00	25.00	40.00
tf, см	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2
h, см	41.4	51.6	51.8	77.0	82.2
Aw, см ²	32.0	30.0	30.0	60.0	80.0
Af, см ²	14.0	22.4	28.8	50.0	88.0
It, см ⁴	30.1	50.2	79.0	175.4	372.7
Iw, см ⁶	99981	487071	824291	7720052	39640128
Wn, см ³	760.0	1356.0	1674.9	4464.6	8056.1
Ww, см ⁴	982.6	2739.4	4048.6	16252.7	48878.1
Git, кН/м ²	23.512	39.152	61.596	136.781	290.734
EIw, кН/м ⁴	20.596	100.337	169.804	1590.331	8165.866
k	1.068	0.625	0.602	0.293	0.189
Ry, кН/см ²	24.0	24.0	24.0	24.0	24.0
Af/Aw	0.438	0.747	0.960	0.833	1.100
c	1.138	1.095	1.074	1.087	1.067
cw	1.470	1.470	1.470	1.470	1.470
Mpl, кН м	207.48	356.48	431.74	1164.36	2063.01
Mwpl, кН м	68.38	79.07	73.69	240.36	326.94
Bpl, кН м ²	3.47	9.66	14.28	57.34	172.44
Расчёт по 1 варианту					
V/Bpl при моменте 0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
V/Bpl при моменте 0.2Mpl	0.800	0.800	0.800	0.800	0.800
V/Bpl при моменте 0.4Mpl	0.600	0.600	0.600	0.600	0.600
V/Bpl при моменте 0.6Mpl	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400
V/Bpl при моменте 0.8Mpl	0.200	0.200	0.200	0.200	0.200
V/Bpl при моменте Mpl	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Расчёт по 1 варианту					
V/Bpl при моменте 0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
V/Bpl при моменте 0.2Mpl	1.000	1.004	1.001	1.000	1.004
V/Bpl при моменте 0.4Mpl	0.992	0.952	0.926	0.947	0.924
V/Bpl при моменте 0.6Mpl	0.840	0.767	0.734	0.759	0.730
V/Bpl при моменте 0.8Mpl	0.509	0.450	0.425	0.444	0.422
V/Bpl при моменте Mpl	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

При расчете по 1 варианту отношение B/B_{pl} представляет собой линейную зависимость от отношения M/M_{pl} . При расчете по 2 варианту зависимость нелинейная, при этом величина бимомента заметно выше, чем при расчете по 1 варианту. На рисунке 2 показаны графики зависимостей отношения B/B_{pl} от отношения M/M_{pl} .

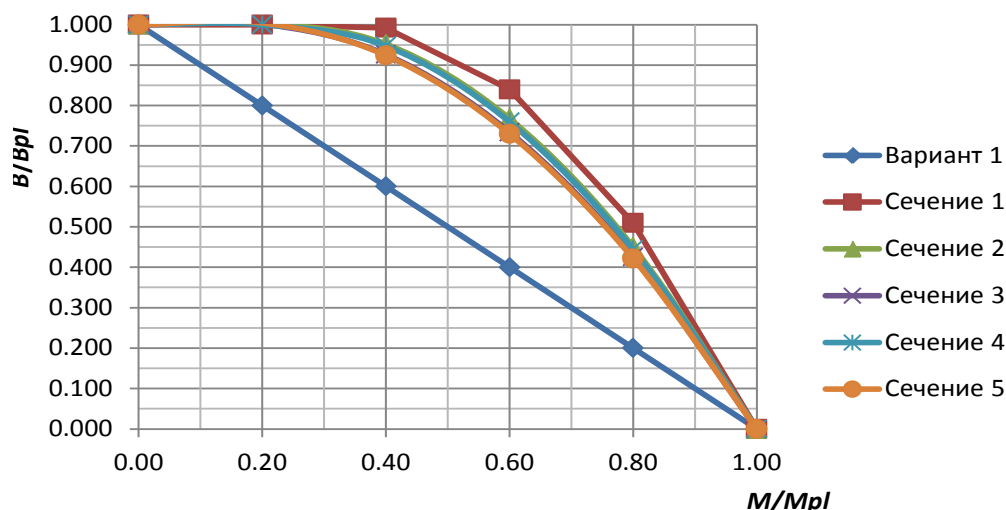


Рисунок 2. Зависимости отношения V/B_{pl} от отношения M/M_{pl}

Для оценки достоверности полученных теоретических зависимостей выполнены численные исследования работы двутавровых профилей. Расчеты выполнены вычислительным комплексом Nastran для сечения 5-го типа, имеющего по 2-му варианту минимальные предельные значения бимоента по сравнению с другими сечениями. При проведении численных исследований рассчитывалась консоль длиной 5 м, которая моделировалась конечными элементами оболочки. Стержень разбит по длине на 250 элементов, по ширине на 10 элементов, по высоте на 20 элементов. В начале консоли жестко закреплена, на свободном конце консоли прикладывается нагрузка в виде сосредоточенных сил, приложенных в узлы полки и стенки, эквивалентная пластическому изгибающему моменту и бимоменту. Рассмотрено два нагружения: 1 – момент; 2 – бимомент. Величины сосредоточенных сил определены в таблице 2. Расчеты проводились для комбинаций нагрузки, включающих доли от 1 до 0 для 1-го и 2-го нагружений. Для 1-го нагружения сосредоточенные силы приложены во все узлы полки и стенки за исключением узла по нейтральной оси, где действуют две равные по абсолютной величине, но противоположно направленные силы. Во 2-м нагружении аналогично компенсируются силы в точке сопряжения полки и стенки. На нагруженном конце предусмотрено поперечное ребро жесткости толщиной 6 мм, что исключает искривление контура сечения. На рисунке 3 показана расчетная схема консоли.

Таблица 2. Сосредоточенные силы в узлах полок и стенки

Параметр	Сечение 5	
	Мпл, кН м	Впл, кН м ²
Полное значение	2063.00	172.44
h, см	82.200	82.200
b, см	40.000	40.000
tw, см	1.000	1.000
tf, см	2.200	2.200
Ry, кН/см ²	24.000	24.000
Число узлов на полке	11	11
Сила на средний узел полки, кН	211.20	209.78
Сила на крайние узлы полки, кН	105.60	104.89
Момент воспринимаемый стенкой, кН м	326.94	
Число узлов на стенке	21	21
Сила на средний узел стенки, кН	19.89	
Сила на крайние узлы стенки, кН	29.83	

При проведении численных расчетов учтена геометрическая и физическая нелинейность конструкции. На рисунке 4 показана зависимость напряжений от деформаций:

- для напряжений до предела текучести, равного 240 МПа, зависимость линейная с модулем упругости 206000 МПа;
- далее практически горизонтальная линия с небольшим ростом до 250 МПа при относительной деформации 0.3.

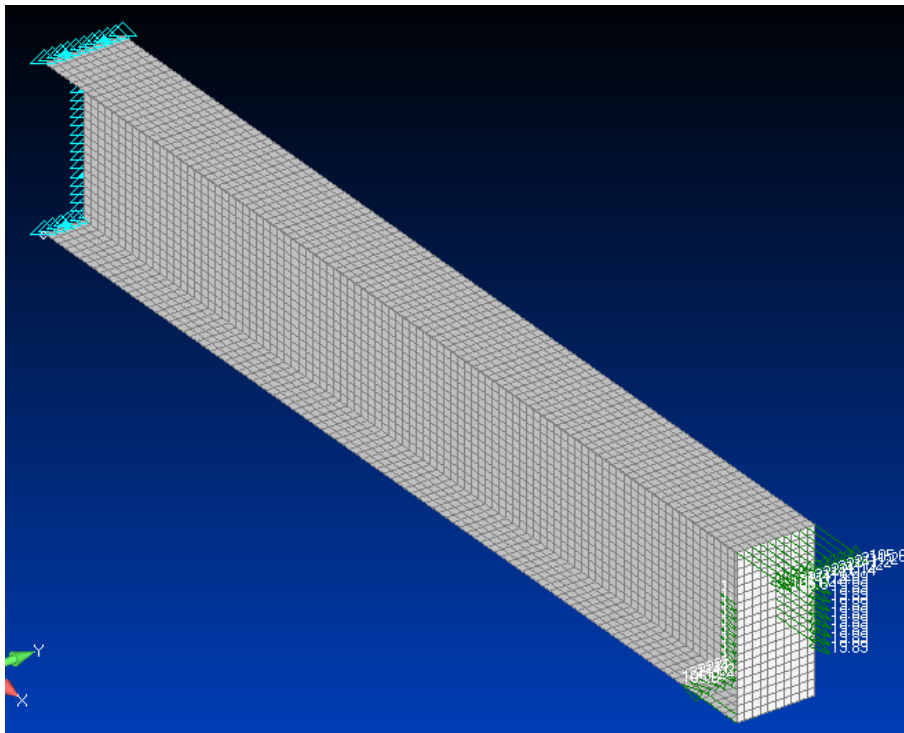


Рисунок 3. Расчетная схема консоли при действии изгибающего момента

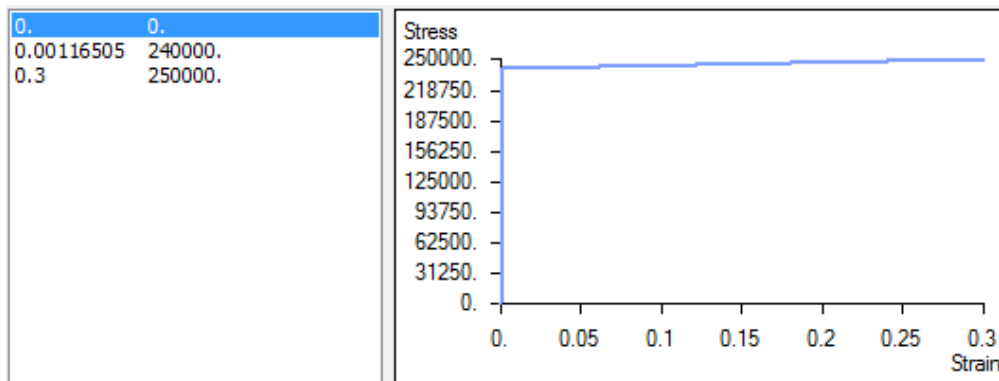


Рисунок 4. Зависимость между деформациями и напряжениями

Распределение нормальных напряжений при одновременном действии момента, равного 0.4 от пластического момента, и бимомента, равного 0.6 от пластического бимомента, показано на рисунке 5.

Для каждого из вариантов совместного действия момента и бимомента нелинейный расчет выполнялся до тех пор, пока стержень сохранял несущую способность. На первом этапе рассмотрены следующие сочетания совместного действия момента и бимомента.

- 1 сочетание: $M = 0$ и $B = B_{pl}$;
- 2 сочетание: $M = 0.2M_{pl}$ и $B = 0.8B_{pl}$;
- 3 сочетание: $M = 0.4M_{pl}$ и $B = 0.6B_{pl}$;
- 4 сочетание: $M = 0.6M_{pl}$ и $B = 0.4B_{pl}$;
- 5 сочетание: $M = 0.8M_{pl}$ и $B = 0.2B_{pl}$;
- 6 сочетание: $M = M_{pl}$ и $B = 0$.

Туснин А.М., Прокич М. Работа симметричных двутавровых сечений при развитии пластических деформаций и действии изгибающего момента и бимомента

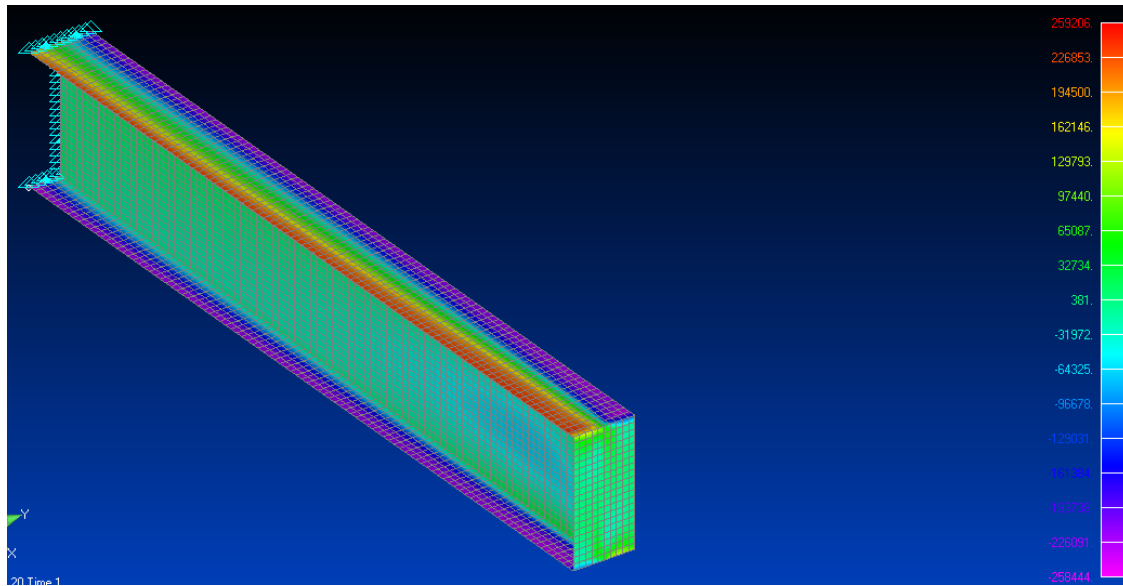


Рисунок 5. Распределение нормальных напряжений по сечению при $M = 0.4M_{pl}$ и $B = 0.6B_{pl}$

При проведении расчетов установлено, что для 3, 4 и 5-го вариантов отличие предельной нагрузки (состоящей из совместно действующих изгибающего момента и бимомента) от принятой достигало 14 %. На втором этапе величина бимомента подбиралась так, чтобы несущая способность сохранялась при полной нагрузке для каждого из вариантов. Соотношения усилий, полученных разными способами, для которых обеспечена несущая способность, показаны в таблице 3.

Таблица 3. Соотношения усилий, при которых обеспечена несущая способность

M/M _{pl}	B/B _{pl}		
	1 вариант табл.2	2 вариант табл.2	Численный расчёт
0	1.000	1.000	1.000
0.2	0.800	1.004	0.800
0.4	0.600	0.924	0.400
0.6	0.400	0.730	0.260
0.8	0.200	0.422	0.100
1	0.000	0.000	0.000

Анализ результатов численных расчетов показал, что несущая способность двутаврового профиля при развитии пластических деформаций значительно меньше несущей способности, полученной как теоретически (вариант 2), так и с использованием методики, аналогичной нормативной (вариант 1: $\frac{M}{cW_n} + \frac{B}{c_\omega W_\omega} \leq R_y \gamma_c$), где коэффициенты c и c_ω зависят только от параметров сечения. Таким образом, для практических расчетов нормативная методика нуждается в уточнении.

На основании проведенных исследований установлено, что при проверке несущей способности коэффициент c можно не менять во всем диапазоне изменения M и B и назначать в соответствии с действующими нормами проектирования стальных конструкций. Коэффициент c_ω следует менять при изменении соотношения M / M_{pl} . В таблице 4 даны рекомендуемые значения коэффициента c_ω .

Таблица 4. Рекомендуемые значения коэффициента c_ω

M/Мрl	B/Врl
0	1.470
0.2	1.470
0.4	1.176
0.6	0.956
0.8	0.833
0.9	0.588
1	0.588

Промежуточные значения коэффициента c_ω определяются линейной интерполяцией. Окончательная проверка несущей способности симметричного двутавра профиля осуществляется по формуле:

$$\frac{M}{cW_n R_y \gamma_c} + \frac{B}{c_\omega W_\omega R_y \gamma_c} \leq 1, \quad (11)$$

где коэффициент c определяется по действующим нормам, коэффициент c_ω – по таблице 4.

Выводы

1. Анализ работы симметричного двутавра, нагруженного изгибающим моментом и бимоментом, позволил установить закономерности перехода сечения из упругой в пластическую стадию работы и исследовать предельную несущую способность.

2. Численными расчетами установлено, что при росте изгибающего момента несущая способность уменьшается быстрее, чем по данным теоретических исследований.

3. Предложена инженерная методика, позволяющая проверять прочность симметричного двутавра при совместном действии момента и бимоментов.

Литература

1. Власов В.З. Тонкостенные упругие стержни. М.: Физматгиз, 1959. 568 с.
2. Бычков Д.В. Строительная механика стержневых тонкостенных конструкций. М.: Госстройиздат, 1962. 475 с.
3. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975. 576 с.
4. Джанелидзе Г.Ю., Пановко Я.Г. Статика упругих тонкостенных стержней. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1948. 208 с.
5. Wagner H. Verdrehung und Knickung von offenen Profilen. NACA Tech. Memo. No. 807, NACA, Washington D.C. 1936.
6. Boulton N.S. Plastic twisting and bending of an I-section in which warp is restricted // International Journal of Mechanical Sciences. 1962. Vol. 4. Issue 6. Pp. 491–502.
7. Dinno K.S., Gill S.S. The plastic torsion of I-sections with warping restraint // International Journal of Mechanical Sciences. 1964. Vol.6. Issue 1. Pp. 27–43.
8. Farwell Jr. C.R., Galambos T.V. Nonuniform torsion of steel beams in elastic range // Journal of Structural Engineering, ASCE. 1969. Vol. 95(12). Pp. 2813–2829.
9. Dinno K.S., Merchant W. A procedure for calculating the plastic collapse of I-sections under bending and torsion // The Structural Engineer. 1965. Vol. 43(7). Pp. 219–221.
10. Рыбаков В. А., Гамаюнова О.С. Напряженно-деформированное состояние элементов каркасных сооружений из тонкостенных стержней // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2013. №7(12). С. 79–123.
11. Назмеева Т.В. Несущая способность сжатых стальных тонкостенных элементов сплошного и перфорированного сечения из холодного С-профиля // Инженерно-строительный журнал. 2013. №5(40). С. 44–51.
12. Ватин Н.И., Рыбаков В.А. Расчет металлоконструкций - седьмая степень свободы // Стройпрофиль. 2007. №2. С. 370–373.

Туснин А.М., Прокич М. Работа симметричных двутавровых сечений при развитии пластических деформаций и действии изгибающего момента и бимоментов

13. Vatin N.I., Nazmeeva T.V., Guslinsky R. Problems of cold-bent notched c-shaped profile members // *Advanced Materials Research*. 2014. Vol. 941–944. Pp. 1871–1875.
14. Vatin N.I., Havula J., Martikainen L., Sinelnikov A., Orlova A. and Salamakhin S. Thin-walled cross-sections and their joints: tests and FEM-modelling // *Advanced Materials Research*. 2014. Vol. 945–949. Pp. 1211–1215.
15. Белый Г.И. Влияние эксцентричного опирания концов и уровня приложения нагрузки на устойчивость плоской формы изгиба тонкостенного криволинейного стержня // *Сб. трудов ЛИСИ*. 1974. С. 18–25.
16. Белый Г. И. Расчет упругопластических тонкостенных стержней по пространственно-деформируемой схеме // *Межвуз. темат. сб. тр. (Строительная механика сооружений)*. 1983. №42. С. 40–48.
17. Айрумян Э. Л. Особенности расчета конструкций из тонкостенных гнутых профилей // *Монтажные и специальные работы в строительстве*. 2008. №3. С. 2–7.
18. Смазнов Д.Н. Устойчивость при сжатии составных колонн, выполненных из профилей из высокопрочной стали // *Инженерно-строительный журнал*. 2009. № 3(5). С. 42–49.
19. Vecque, J., Rasmussen, K.J.R. Experimental investigation of local-overall interaction buckling of stainless steel lipped channel columns // *Journal of Constructional Steel Research*. 2009. Vol. 65. Issues 8–9. Pp. 1677–1684.
20. Hancock, G.J. Cold-formed steel structures // *Journal of Constructional Steel Research*. 2003. Vol. 59. Issue 4. Pp. 473–487.
21. Ungermann D., Lübke S., Brune B. Tests and design approach for plain channels in local and coupled local-flexural buckling based on eurocode 3 // *Thin-Walled Structures*. 2014. Vol. 81. Pp. 108–120.
22. Heinisuo M., Kukkonen J. Resistance of cold-formed steel members by new eurostandard // *Structural Mechanics*. 2006. Vol. 39. №2. Pp. 3–21.
23. Winter G. Light gauge (thin-walled) steel structures for building in the U.S.A. // *4th Congress of the International Association for Bridge and Engineering*, 1952. 524 p.
24. Лалин В.В., Рыбаков В.А., Морозов С.А. Исследование конечных элементов для расчета тонкостенных стержневых систем // *Инженерно-строительный журнал*. 2012. №1(27). С. 53–73.
25. Шатов Д.С. Конечно-элементное моделирование перфорированных стоек открытого сечения из холодногнутой профилей // *Инженерно-строительный журнал*. 2011. №3(21). С. 32–35.
26. Li Z., Ádány S., Schafer B.W. Modal identification for shell finite element models of thin-walled members in nonlinear collapse analysis // *Thin-Walled Structures*. 2013. Vol. 67. Pp. 15–24.
27. Schafer B.W., Peköz T. Computational modeling of cold-formed steel: characterizing geometric imperfections and residual stresses // *Journal of Constructional Steel Research*. 1998. Vol. 47(3). Pp. 193–210.
28. Pi Y.L., Trahair N.S. Inelastic torsion of steel I-beams // *Research Report No. R679. The University of Sydney*. 1993.
29. Aalberg A. An experimental study of beam-columns subjected to combined torsion, bending, and axial actions. Dr.ing. thesis, Trondheim, 1995.
30. Trahair N.S. Non-linear elastic non-uniform torsion // *Journal of Structural Engineering, ASCE*. 2005. Vol. 131. No. 7. Pp. 1135–1142.
31. Селянцев И.М. Экспериментальная оценка влияния деформации контура поперечного сечения на работу тонкостенных стержней открытого профиля // *Научно-технический вестник Поволжья*. 2012. №6 С. 370–373.
32. Trahair N.S. Plastic torsion analysis of monosymmetric and point-symmetric beams // *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 1999. Vol. 125. No. 2. Pp. 175–182.
33. Туснин А.Р., Прокич М. Прочность двутавровых профилей при стеснённом кручении с учётом развития пластических деформаций // *Вестник МГСУ*. 2014. №1. С. 75–82.

*Александр Романович Туснин, Москва, Россия
Тел. раб.: +7(495)287-4914; эл. почта: valeksol@mail.ru*

*Милан Прокич, Москва, Россия
Тел. моб.: +7(925)1751964; эл. почта: prokic@mail.ru*

© Туснин А. Р., Прокич М., 2014