



Информационные, управляющие и измерительные системы

УДК 531.383-11:681.7

С.Г. Николаев, Ю.В. Ившина

КАЛИБРОВКА БЕСПЛАТФОРМЕННЫХ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ ПО ВЫХОДНЫМ СИГНАЛАМ МОДЕЛИ ОШИБОК

S.G. Nikolaev, Yu.V. Ivshina

CALIBRATION OF STRAPDOWN INERTIAL NAVIGATION SYSTEMS USING OUTPUT SIGNALS OF ERROR MODEL

Рассмотрена проблема повышения точности калибровки бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС). Калибровка выполнена на наклонно-поворотном стенде. Исследован способ определения погрешностей датчиков БИНС (гироскопов и акселерометров) по выходным сигналам ее модели ошибок. Входными сигналами модели ошибок БИНС являются погрешности гироскопов и акселерометров. Решается обратная задача. Погрешности гироскопов и акселерометров определяются по ошибкам БИНС, определенным экспериментально в процессе калибровки. Предложены алгоритмы вычисления погрешностей датчиков, проанализирована их эффективность. Разработана методика калибровки датчиков по выходным сигналам модели ошибок с коррекцией БИНС по сигналам стенда.

БЕСПЛАТФОРМЕННАЯ ИНЕРЦИАЛЬНАЯ НАВИГАЦИОННАЯ СИСТЕМА; КАЛИБРОВКА; ГИРОСКОПЫ; АКСЕЛЕРОМЕТРЫ.

The problem of increasing the accuracy of the calibration of Strapdown Inertial Navigation System (SINS) is considered. Calibration is performed on precision motion simulator. Method of determining sensor errors (gyroscopes and accelerometers) using output signals of error model of SINS is investigated. Entrance signals of errors model of SINS are errors gyroscopes and accelerometers. The method is based on solving the inverse problem, it is determination of errors gyroscopes and accelerometers using output signals of error model that are determined experimentally during calibration. The algorithms are proposed for sensor errors, the algorithms efficiency is analyzed. Procedure for calibrating the sensors using output signals of error model of SINS is developed, it is with correction system by precision motion simulators signals.

STRAPDOWN INERTIAL NAVIGATION SYSTEM; CALIBRATION; GYROSCOPE; ACCELEROMETER.

Точность работы бесплатформенных инерциальных навигационных систем зависит от точностных характеристик и качества выполнения калибровки акселерометров и гироскопов. Целью калибровки является определение их систематических погрешностей, которые затем учитываются в алгоритмах бортового вычислителя БИНС.

Калибровка выполняется на специальных наклонно-поворотных (калибровочных) стендах (рис. 1).

Стенд ориентируется относительно плоскостей горизонта и меридиана, может вращаться и разворачиваться на постоянные углы. Ориентация стенда, угловые скорости вращения и углы измеряются

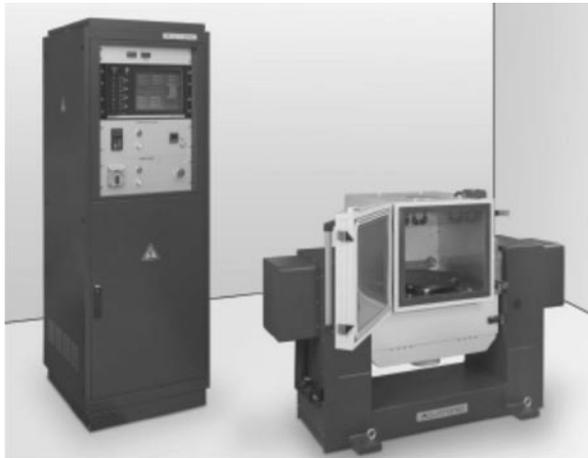


Рис. 1. Наклонно-поворотный стенд ACUTRONIC

с высокой точностью. Погрешности акселерометров и гироскопов называются *калибровочными коэффициентами*. Калибровочные коэффициенты после окончания калибровки «зашиваются» в бортовой вычислитель БИНС для компенсации систематических погрешностей. В качестве калибровочных сигналов для акселерометров и гироскопов используется ускорение силы тяжести g и проекции угловой скорости суточного вращения Земли.

Основной недостаток традиционного способа калибровки – высокий уровень шумов (непараметрических флуктуационных погрешностей) в сигналах датчиков.

Разрешение этого противоречия возможно с помощью калибровки по значительно менее зашумленным выходным сигналам модели ошибок БИНС [1, 2]. При данном способе калибровка проводится в два этапа. На первом этапе решается обратная задача определения входных сигналов модели ошибок БИНС, которые являются функциями систематических ошибок акселерометров и гироскопов. На втором этапе по полученным входным сигналам модели ошибок определяются калибровочные коэффициенты.

Постановка задачи. Необходимо разработать алгоритмы вычисления калибровочных коэффициентов по выходным сигналам модели ошибок БИНС, проанализировать эффективность алгоритмов,

оценить точность идентификации входных сигналов модели ошибок и разработать методику двухэтапной калибровки БИНС с коррекцией от наклонно-поворотного стенда.

Способ калибровки двухканальной БИНС по выходным сигналам модели ошибок. Структурная схема калибровки БИНС представлена на рис. 2. В схеме используются следующие обозначения: вектор ошибок БИНС $X(k) = (\delta V_e, \delta \gamma, \delta V_n, \delta v, \delta r_n, \delta r_e, \delta \psi)^T$ для k -й ориентации стенда; $X'(k)$ – производная вектора ошибок для k -й ориентации стенда; ψ_c, v_c, γ_c – углы разворота стенда по углам курса, тангажа и крена соответственно; ψ_u, v_u, γ_u – углы курса, тангажа и крена на выходе БИНС; $\delta \psi = \psi_u - \psi_c, \delta v = v_u - v_c, \delta \gamma = \gamma_u - \gamma_c$ – ошибки определения углов курса, тангажа и крена; $\delta V_e, \delta V_n$ – ошибки определения восточной и северной составляющих скоростей; $\delta r_n, \delta r_e$ – ошибки определения координат в северном и восточном направлениях; $F(k)$ – вектор входных сигналов модели ошибок для k -й ориентации стенда; Z – вектор калибровочных коэффициентов, определенных в процессе калибровки. ПЭВМ1 управляет движением стенда, а в ПЭВМ2 реализуются алгоритмы идентификации входных сигналов модели ошибок БИНС и алгоритмы вычисления калибровочных коэффициентов.

Идентификация входных сигналов моде-

ли ошибок БИНС. Модель ошибок БИНС представляется в виде дифференциального матричного уравнения с постоянными ко-

эффициентами [3]:

$$\dot{X} = A \cdot X + F, \quad (1)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -g & 2U_{up} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/a & 0 & 0 & -U_{up} & -U_{up}/a & 0 & 0 \\ -2U_{up} & 0 & 0 & g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & U_{up} & -1/a & 0 & 0 & -U_{up}/a & -U_n \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & U_n & U_n/a & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$X = (\delta V_e, \alpha_n, \delta V_n, \alpha_e, \delta r_n, \delta r_e, \beta)^T, F = (\delta f_e, \delta \omega_n, \delta f_n, \delta \omega_e, 0, 0, \delta \omega_{up})^T,$$

X – вектор ошибок БИНС; F – вектор входных сигналов модели ошибок БИНС; δV_i ($i = e, n$) – ошибки определения восточной и северной составляющих линейной скорости; α_i ($i = e, n$) – ошибки определения углов отклонения квазиприборного трехгранника от географической вертикали; β – ошибка определения азимутального направления; δr_i ($i = e, n$) – ошибки определения координат; g – ускорение силы тяжести; a – радиус Земли; $U_n = \Omega \cos \varphi$, $U_{up} = \Omega \sin \varphi$ – горизонтальная и вертикальная составляющие угловой скорости суточного вращения Земли Ω ; δf_i ($i = e, n$) – сумма проекций векторов систематических

погрешностей акселерометров на оси Oe и On ; $\delta \omega_i$ ($i = e, n, up$) – сумма проекций векторов погрешностей гироскопов на оси Oe , On и OUp .

Структуру моделей инструментальных ошибок датчиков БИНС примем в стандартном виде. Погрешности датчиков включают смещения нулей, ошибки масштабных коэффициентов, углы перекосов осей чувствительности и непараметрические флуктуационные погрешности:

$$\begin{pmatrix} \delta f_x \\ \delta f_y \\ \delta f_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{nx} \\ f_{ny} \\ f_{nz} \end{pmatrix} + N_a \begin{pmatrix} f_{kx} \\ f_{ky} \\ f_{kz} \end{pmatrix} + m_a, \quad (2)$$

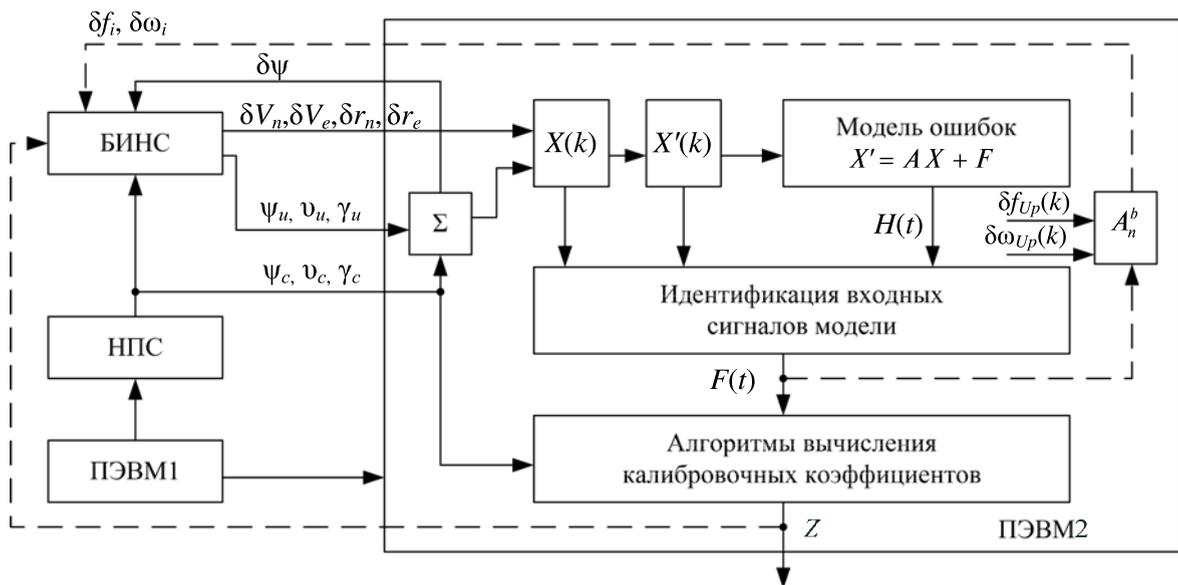


Рис. 2. Схема калибровки двухканальной БИНС: НПС – наклонно-поворотный стенд; ПЭВМ 1, 2 – персональные компьютеры

$$N_a = \begin{pmatrix} \delta k_{ax} & \mu_{xy} & -\mu_{xz} \\ -\mu_{yx} & \delta k_{ay} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & -\mu_{zy} & \delta k_{az} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$\begin{pmatrix} \delta \omega_x \\ \delta \omega_y \\ \delta \omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_{nx} \\ \omega_{ny} \\ \omega_{nz} \end{pmatrix} + N_d \begin{pmatrix} \omega_{kx} \\ \omega_{ky} \\ \omega_{kz} \end{pmatrix} + m_d, \quad (3)$$

$$N_d = \begin{pmatrix} \delta k_{dx} & v_{xy} & -v_{xz} \\ -v_{yx} & \delta k_{dy} & v_{yz} \\ v_{zx} & -v_{zy} & \delta k_{dz} \end{pmatrix},$$

где f_{ni} , ω_{ni} , $i = x, y, z$ – смещения нулей акселерометров и гироскопов; δk_{li} , $i = x, y, z$; $l = a, d$ – ошибки масштабных коэффициентов акселерометров и гироскопов; μ_{ij} , v_{ij} , $i \neq j$ – углы перекосов осей чувствительности акселерометров и гироскопов относительно связанной системы координат $Oxyz$, ориентированной по посадочным плоскостям БИНС; m_a , m_d – непараметрические флуктуационные погрешности акселерометров и гироскопов; f_{ki} , ω_{ki} , $i = x, y, z$ – проекции калибровочных сигналов на оси чувствительности акселерометров и гироскопов.

Запуску БИНС в рабочий режим предшествует выставка, во время которой определяется начальное значение вектора состояний, а в нашем случае – начальное состояние вектора ошибок $X(0)$. Выставку выполним по показаниям стенда, который является образцовым измерительным средством.

Следовательно, можно принять $X(0) = 0$.

Если определена фундаментальная матрица решений $H(t)$, то, следуя [4], решение системы (1) для принятых начальных условий получим в виде:

$$X(t) = H(t) \int_0^t H^{-1}(\tau) F d\tau. \quad (4)$$

Решение однородной системы $\dot{X} = A \cdot X$ равно:

$$X(t) = H(t)C, \quad (5)$$

где постоянный вектор C определяется начальными условиями.

Фундаментальная матрица решений $H(t)$ строится по собственным векторам, соот-

ветствующим собственным значениям матрицы A . Представим, что вектор $C \neq \text{const}$. Тогда вектор $X(t)$ с учетом зависимостей (4) и (5) примем равным:

$$X(t) = H(t)C(t), \quad (6)$$

$$C(t) = \int_0^t H^{-1}(\tau) F d\tau. \quad (7)$$

Возьмем производную от векторной функции (6):

$$\dot{X}(t) = \dot{H}(t)C(t) + H(t)\dot{C}(t). \quad (8)$$

Учитывая выражение (8) и свойства фундаментальной матрицы решений $H(t)$, матричное уравнение (8) запишем в виде:

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= AH(t)C(t) + H(t)\dot{C}(t) = \\ &= AX(t) + H(t)\dot{C}(t). \end{aligned} \quad (9)$$

Сравнивая уравнения (1) и (9), получим выражение для определения F :

$$F = H(t)\dot{C}(t). \quad (10)$$

Используем векторные уравнения (4) и (10) для построения алгоритмов вычисления F . Для конкретных значений моментов времени $t = t_i$ (4) можно представить в виде системы линейных алгебраических уравнений:

$$H(t_i) \int_0^{t_i} H^{-1}(\tau) F d\tau = \tilde{X}(t_i), \quad (11)$$

где $\tilde{X}(t_i)$ – измеренный вектор ошибок БИНС в момент времени t_i .

В случае построения алгоритмов по уравнению (8) необходимо $\dot{C}(t)$ выразить через параметры, которые можно определить во время калибровки. В качестве таких параметров могут использоваться измеренный вектор ошибок $\tilde{X}(t)$ и его производная $\dot{\tilde{X}}(t)$, полученная численным дифференцированием $\tilde{X}(t)$. Чтобы уменьшить влияние погрешностей исходных данных предварительно перед численным дифференцированием компоненты вектора $\tilde{X}(t)$ аппроксимируются полиномом, а затем проводится численное дифференцирование.

Используя (6), (8) и (10), получим еще два варианта алгоритмов для вычисления F :

$$F = \dot{\tilde{X}}(t_i) - \dot{H}(t_i)H^{-1}(t_i)\tilde{X}(t_i), \quad (12)$$

$$(I + \dot{H}(t_i) \int_0^{t_i} H^{-1}(t)dt)F = \dot{\tilde{X}}(t_i), \quad (13)$$

где I – единичная матрица.

Выражения (12) и (13), записанные для конкретных моментов времени t_i , являются системами линейных алгебраических уравнений.

Существуют разные способы построения матрицы $H(t)$. Будем определять фундаментальную матрицу решений $H(t)$ по алгоритму:

$$H(t) = V(e^{Jt}),$$

где V – матрица собственных векторов матрицы A ; (e^{Jt}) – диагональная матрица с элементами $e^{\lambda_i t}$; λ_i – собственные значения матрицы A .

Оценим эффективность вычисления вектора F по измеренному вектору ошибок $\tilde{X}(t)$. Для этого запишем систему (11) в виде:

$$M_1(t_i)F = \tilde{X}(t_i), \quad (14)$$

где матрица $M_1(t_i) = H(t_i) \int_0^{t_i} H^{-1}(t)dt$.

Вычислим определитель матрицы $M_1(t_i)$. График значений определителя $\det(M_1(t_i))$ представлен на рис. 3. Из графика следует, что имеются моменты времени, когда

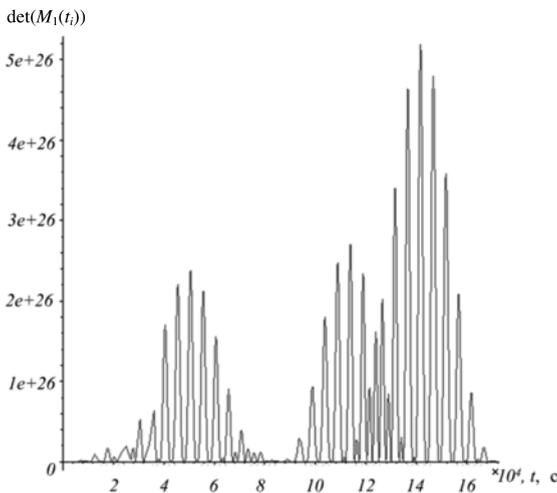


Рис. 3. График значений определителя $\det(M_1(t_i))$

определитель становится равным нулю. Это означает, что система (14) плохо обусловлена, и использовать алгоритм (11) для расчета F ввиду больших вычислительных ошибок нецелесообразно.

Аналогичным образом оценим эффективность вычисления вектора F по производной вектора ошибок $\dot{\tilde{X}}(t)$. Для этого запишем систему (13) в виде:

$$M_2(t_i)F = \dot{\tilde{X}}(t_i), \quad (15)$$

где матрица $M_2(t_i) = I + \dot{H}(t_i) \int_0^{t_i} H^{-1}(t)dt$.

Определитель матрицы $M_2(t_i)$, вычисленный для различных моментов времени калибровки t_i , равен единице. Это означает, что алгоритм (13) может быть использован для вычисления вектора F . Запишем систему (12) в виде:

$$I \cdot F = \dot{\tilde{X}}(t_i) - \dot{H}(t_i)H^{-1}(t_i)\tilde{X}(t_i), \quad (16)$$

где I – единичная матрица.

Система (16) хорошо обусловлена. Прямое введение компонент F в алгоритмы навигационной системы невозможно. Это можно сделать только с помощью введения поправок $\delta f_{x,y,z}$ и $\delta \omega_{x,y,z}$ в выходные сигналы акселерометров и гироскопов, которые определяются через компоненты вектора F :

$$\begin{pmatrix} \delta f_x \\ \delta f_y \\ \delta f_z \end{pmatrix} = A_n^b \begin{pmatrix} \delta f_n \\ \delta f_{Up} \\ \delta f_e \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} \delta \omega_x \\ \delta \omega_y \\ \delta \omega_z \end{pmatrix} = A_n^b \begin{pmatrix} \delta \omega_n \\ \delta \omega_{Up} \\ \delta \omega_e \end{pmatrix},$$

где A_n^b – матрица направляющих косинусов перехода от опорной системы координат $OnUp_e$ к связанной системе координат $OXYZ$. Вектор погрешностей гироскопов $(\delta \omega_x, \delta \omega_y, \delta \omega_z)^T$ определяется однозначно по компонентам вектора F . Для определения вектора погрешностей $(\delta f_x, \delta f_y, \delta f_z)^T$ не хватает компоненты δf_{Up} ввиду отсутствия в БИНС вертикального канала. Недостающая компонента δf_{Up} определяется с помощью матрицы A_n^b и разностей выходных сигналов акселерометров и калибровочного сигнала g .

Матрица A имеет одно собственное значение, равное нулю ($\lambda_7 = 0$). Это приводит к неустойчивости модели ошибок по углу

азимута и вызывает существенные погрешности определения вектора F . Проблему можно решить с помощью введения корректирующего сигнала от калибровочного стенда. Если в алгоритмах БИНС в каждый расчетный момент времени вычисленному значению угла азимута присваивать значение азимутального угла, заданного стендом, то можно осуществить редукцию модели ошибок навигационной системы, уменьшив ее порядок на единицу. Рассмотрим способ такой коррекции более подробно.

В этом случае матричное уравнение (1) будет иметь вид:

$$\dot{X}_1 = A_1 X_1 + F_1, \quad (17)$$

где A_1 – матрица, полученная из матрицы A вычеркиванием последней строки и последнего столбца; $X_1 = (\delta V_e, \delta \alpha_n, \delta V_n, \alpha_e, \delta r_n, \delta r_e)^T$, $F_1 = (\delta f_e, \delta \omega_n, \delta f_n, \delta \omega_e, 0, 0)^T$. Матрица A_1 не имеет нулевых собственных значений.

Фундаментальную матрицу решений $H_1(t)$ системы (17) находим по приведенному выше алгоритму.

Оценим эффективность вычисления вектора F_1 по вычисленной производной вектора ошибок $\dot{X}_1(t)$. Для этого запишем систему (13) в виде:

$$M_3(t_i) F_1 = \dot{X}_1(t_i), \quad (18)$$

где матрица $M_3(t_i) = I + \dot{H}_1(t_i) \int_0^{t_i} H_1^{-1}(t) dt$.

Определитель матрицы $M_3(t_i)$, вычисленный для различных моментов времени калибровки t_i , равен единице. Окончательно получим два алгоритма для определения компонент вектора F_1 :

$$F_1 = \dot{X}_1(t_i) - \dot{H}_1(t_i) H_1^{-1}(t_i) \tilde{X}_1(t_i), \quad (19)$$

$$F_1 = M_3^{-1}(t_i) \dot{X}_1(t_i). \quad (20)$$

Численный эксперимент определения компонент векторов F и F_1 . Проведем численный эксперимент определения компонент векторов F и F_1 . Пусть БИНС установлена на наклонно-поворотном стенде следующим образом. Система координат $OXYZ$, связанная с осями чувствительности акселерометров и гироскопов БИНС, ориентирована относительно системы $OnUp$

так, что ось OX совпадает с осью On , оси OY и OZ направлены по осям Oe и OUp соответственно. Сначала определим по алгоритму (12) компоненты вектора F .

Численные значения вектора $F = (\delta f_e, \delta \omega_n, \delta f_n, \delta \omega_e, 0, 0, \delta \omega_{Up})^T$ примем равными: $\delta f_e = -0,076g$, $\delta f_n = -0,062g$, $\delta \omega_n = 0,0021^\circ/ч$, $\delta \omega_{Up} = 0,0092^\circ/ч$, $\delta \omega_e = 0,0052^\circ/ч$. Составляющие вектора $\tilde{X}(t)$ определим численным решением системы (1). Вектор $\tilde{X}(t)$ получим численным дифференцированием $X(t)$. Время интегрирования системы (1) примем равным периоду Шулера ($\sim 1,5$ ч). Для определения компонент вектора F используем метод простых итераций. Суть метода состоит в следующем. На первом шаге итераций для начальных условий $X(0)$ по алгоритму (12) определяем первую группу значений компонент вектора $F(k) = (\delta f_x(k), \delta \omega_n(k), \delta f_n(k), \delta \omega_e(k), 0, 0, \delta \omega_{Up}(k))^T$, где $k = 1, \dots, n$ – число итераций. По найденным компонентам вектора $F(1)$ определяются погрешности акселерометров и гироскопов:

$$\begin{pmatrix} \delta f_x(1) \\ \delta f_y(1) \\ \delta f_z(1) \end{pmatrix} = A_n^b \begin{pmatrix} \delta f_n(1) \\ \delta f_{Up}(1) \\ \delta f_e(1) \end{pmatrix}, \quad (21)$$

$$\begin{pmatrix} \delta \omega_x(1) \\ \delta \omega_y(1) \\ \delta \omega_z(1) \end{pmatrix} = A_n^b \begin{pmatrix} \delta \omega_n(1) \\ \delta \omega_{Up}(1) \\ \delta \omega_e(1) \end{pmatrix}.$$

Значения $\delta f_{x,y,z}$ и $\delta \omega_{x,y,z}$ заводим в бортовой вычислитель БИНС в качестве сигналов коррекции к показаниям акселерометров и гироскопов. Затем цикл вычислений повторяется. На рис. 4–6 приведены графики относительных погрешностей компонент вектора F , вычисленных на i -й итерации (по оси абсцисс приводятся номера итераций). Из графиков следует, что компоненты вектора F δf_n и δf_e определяются с высокой точностью уже на третьей итерации. Компоненты $\delta \omega_n$, $\delta \omega_{Up}$ и $\delta \omega_e$ (рис. 4) вычисляются с недопустимыми погрешностями. Эти погрешности обусловлены ростом с течением времени ошибки по углу азимутального направления.

Оценим относительные погрешности компонент вектора F , вычисленные по ал-

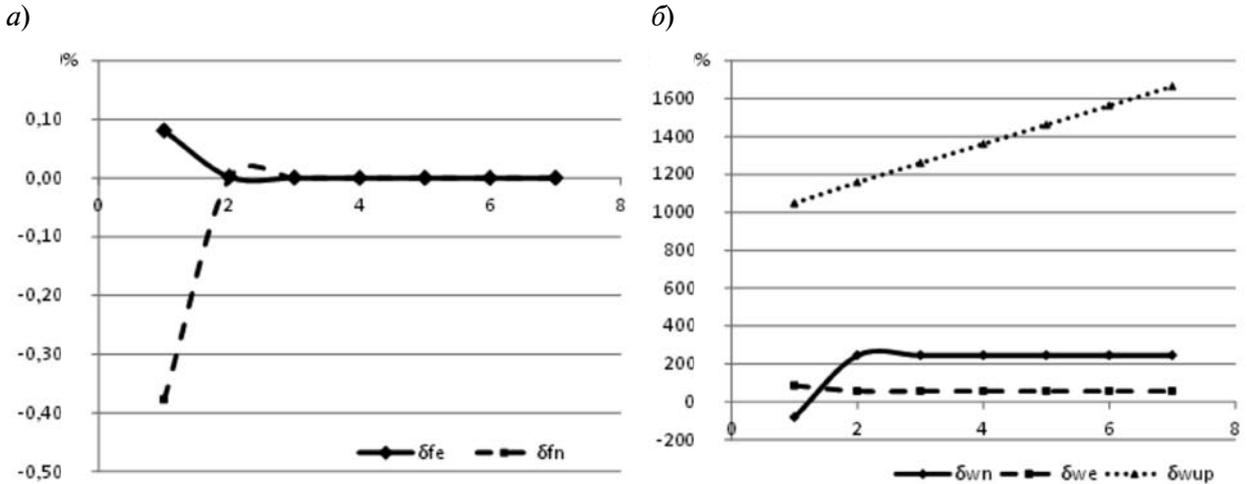


Рис. 4. Графики относительных ошибок компонент F

горитму (13), посредством использования только вектора $\dot{X}(t)$.

Из графиков рис. 5 следует, что и в этом случае компоненты вектора F вычисляются с недопустимыми погрешностями, хотя ошибка $\delta\omega_{up}$ уже не растет с течением времени.

Делаем вывод, что алгоритмы, построенные по неустойчивой исходной системе дифференциальных уравнений (1), не могут обеспечить точное вычисление всех компонент входных сигналов модели ошибок БИНС.

Проведем численный эксперимент, с помощью которого попытаемся оценить возможность построения устойчивых ал-

горитмов определения входных сигналов модели ошибок БИНС с использованием коррекции от калибровочного стенда. Рассмотрим вариант коррекции с редукцией модели ошибок БИНС $\dot{X}_1 = A_1 X_1 + F_1$.

Исходные данные и ориентация стенда остаются прежними.

На рис. 6 приведены графики относительных погрешностей компонент вектора $F_1 = (\delta f_e, \delta\omega_n, \delta f_n, \delta\omega_e, 0, 0)^T$, вычисленных на i -й итерации.

Из них следует, что все компоненты вектора F_1 определяются с высокой точностью уже на третьей итерации. Используя компоненты $\delta f_e, \delta\omega_n, \delta f_n, \delta\omega_e$ и дополнительно вычисленные компоненты δf_{up} и $\delta\omega_{up}$, вы-

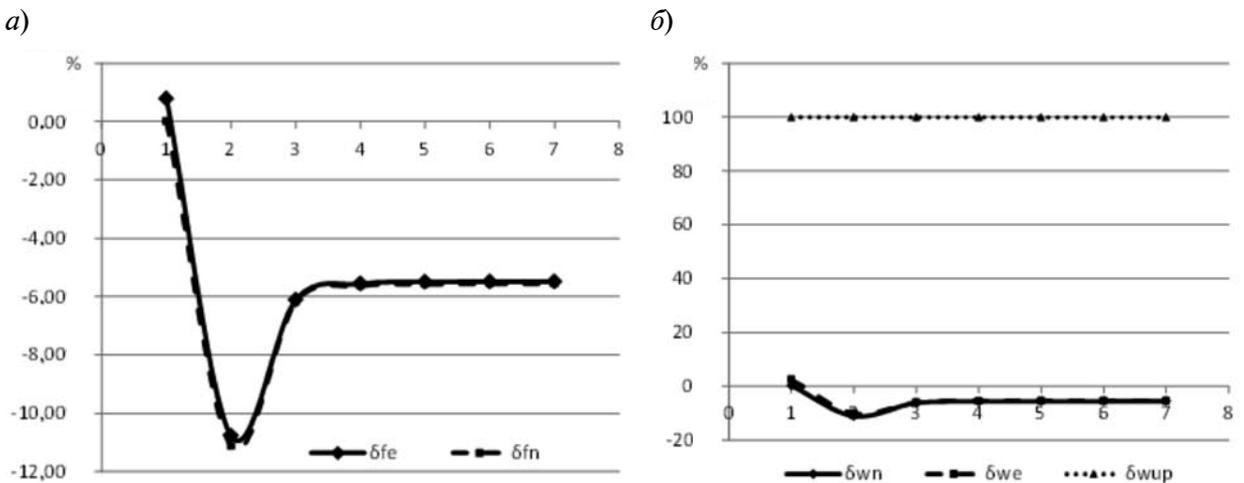


Рис. 5. Графики относительных ошибок компонент F по $\dot{X}(t)$

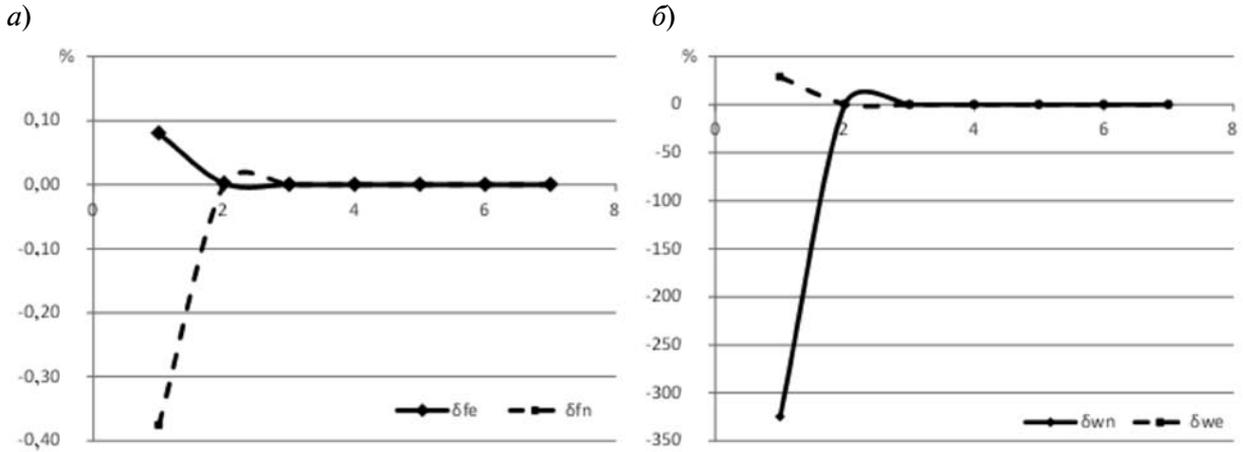


Рис. 6. График относительных ошибок компонент F_1

числа погрешности акселерометров $\delta f_i(k)$ ($I = x, y, z$) и гироскопов $\delta \omega_i(k)$ ($I = x, y, z$) для выбранных ориентаций калибровочного стенда. На этом первый этап калибровки заканчивается.

Определение калибровочных коэффициентов БИНС. На втором этапе вычисляются калибровочные коэффициенты акселерометров и гироскопов. Можно использовать традиционные методики расчетов. Отличия заключаются в том, что вместо показаний датчиков используются ошибки инструментальных погрешностей $\delta f_i(k)$ и $\delta \omega_i(k)$. Для определения калибровочных коэффициентов блока акселерометров и гироскопов применим методику скалярного способа калибровки. Калибровочные соотношения скалярного способа получаются с помощью скалярного произведения векторов калибровочного сигнала и показаний датчика. В нашем случае будем использовать скалярное произведение векторов калибровочных сигналов и векторов инструментальных погрешностей акселерометров и гироскопов.

Перейдем к безразмерным моделям ошибок акселерометров и гироскопов [5]. Для этого необходимо разделить левые и правые части уравнений (2) и (3) на скаляры g_0 и Ω_0 , являющиеся модулями векторов ускорения силы тяжести и угловой скорости суточного вращения Земли:

$$\frac{\delta f_i(k)}{g_0} = N_a n_a(k) + g_0^{-1} C_a + g_0^{-1} m_a(k), \quad (22)$$

$$\frac{\delta \omega_i(k)}{\Omega_0} = N_d n_d(k) + \Omega_0^{-1} C_d + \Omega_0^{-1} m_d(k), \quad (23)$$

где k – номер итерации, δf_i и $\delta \omega_i$ – ошибки гироскопов и акселерометров.

$$n_a(k) = g_0^{-1} \begin{pmatrix} f_{kx}(k) \\ f_{ky}(k) \\ f_{kz}(k) \end{pmatrix}, \quad n_d(k) = \Omega_0^{-1} \begin{pmatrix} \omega_{kx}(k) \\ \omega_{ky}(k) \\ \omega_{kz}(k) \end{pmatrix},$$

$$C_a = \begin{pmatrix} f_{nx} \\ f_{ny} \\ f_{nz} \end{pmatrix}, \quad C_d = \begin{pmatrix} \omega_{nx} \\ \omega_{ny} \\ \omega_{nz} \end{pmatrix}.$$

В виду того, что в каждой ориентации калибровочного стенда проводились процедуры осреднения показаний датчиков, безразмерными векторами шумов $g_0^{-1} m_a(k)$ и $\Omega_0^{-1} m_d(k)$ будем пренебрегать. Основные калибровочные соотношения для вычисления калибровочных коэффициентов получим, применив к векторным зависимостям (22) и (23) операцию скалярного умножения векторов калибровочных сигналов и векторов относительных погрешностей датчиков [6]:

$$n_a^T(k) \frac{\delta f_i(k)}{g_0} = n_a^T(k) N_a n_a(k) + g_0^{-1} n_a^T(k) C_a, \quad (24)$$

$$n_d^T(k) \frac{\delta \omega_i(k)}{\Omega_0} = n_d^T(k) N_d n_d(k) + \Omega_0^{-1} n_d^T(k) C_d. \quad (25)$$

Общее количество калибровочных коэффициентов датчиков БИНС для стандартных моделей ошибок акселерометров и гироскопов равно 24. Для одной ориентации стенда по скалярным уравнениям (24) и (25) получаем одну зависимость для определения калибровочных коэффициентов акселерометров и одну зависимость для определения калибровочных коэффициентов гироскопов. Выберем в качестве плоскости калибровки, в которой будут располагаться оси чувствительности акселерометров и гироскопов, плоскость меридиана nUp . С этой плоскостью будем последовательно совмещать плоскости осей чувствительности датчиков xu , xz и yz . Оси чувствительности акселерометров и гироскопов будем располагать под углом 45° к осям On и OUp , что позволит использовать одни и те же ориентации для определения калибровочных коэффициентов акселерометров и гироскопов. Введем обозначения для значений скалярных произведений векторов калибровочных сигналов и векторов инструментальных погрешностей акселерометров и гироскопов в ориентации k :

$$S_a(k) = n_a^T(k) \cdot \frac{\delta f_i(k)}{g_0}, \quad (27)$$

$$S_d(k) = n_d^T(k) \cdot \frac{\delta \omega_i(k)}{\Omega_0}.$$

Используя калибровочные соотношения (24)–(26), получим выражения для определения калибровочных коэффициентов (ошибок масштабных коэффициентов, смещений нуля и углов «взаимных» перекосов осей чувствительности акселерометров и гироскопов):

$$\delta k_{ax} = \frac{1}{4} \left(\sum_{1-4} S_a(k) - \sum_{5-8} S_a(k) + \sum_{9-12} S_a(k) \right);$$

$$\delta k_{ay} = \frac{1}{4} \left(\sum_{1-4} S_a(k) + \sum_{5-8} S_a(k) - \sum_{9-12} S_a(k) \right);$$

$$\delta k_{az} = \frac{1}{4} \left(-\sum_{1-4} S_a(k) + \sum_{5-8} S_a(k) + \sum_{9-12} S_a(k) \right);$$

$$\frac{f_{nx}}{g_0} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\sum_{3,4} S_a(k) - \sum_{1,2} S_a(k) \right);$$

$$\frac{f_{ny}}{g_0} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\sum_{2,3} S_a(k) - \sum_{1,4} S_a(k) \right);$$

$$\frac{f_{nz}}{g_0} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\sum_{7,8} S_a(k) - \sum_{5,6} S_a(k) \right);$$

$$\Delta_{axy} = \mu_{xy} - \mu_{yx} = \frac{1}{2} \left(\sum_{1,3} S_a(k) - \sum_{2,4} S_a(k) \right);$$

$$\Delta_{ayz} = \mu_{yz} - \mu_{zy} = \frac{1}{2} \left(\sum_{5,7} S_a(k) - \sum_{6,8} S_a(k) \right);$$

$$\Delta_{axz} = \mu_{xz} - \mu_{zx} = \frac{1}{2} \left(\sum_{9,11} S_a(k) - \sum_{10,12} S_a(k) \right);$$

$$\delta k_{dx} = \frac{1}{4} \left(\sum_{1-4} S_d(k) - \sum_{5-8} S_d(k) + \sum_{9-12} S_d(k) \right);$$

$$\delta k_{dy} = \frac{1}{4} \left(\sum_{1-4} S_d(k) + \sum_{5-8} S_d(k) - \sum_{9-12} S_d(k) \right);$$

$$\delta k_{dz} = \frac{1}{4} \left(-\sum_{1-4} S_d(k) + \sum_{5-8} S_d(k) + \sum_{9-12} S_d(k) \right);$$

$$\frac{\omega_{nx}}{\Omega_0} = -\frac{1}{2\sqrt{2}(n_{d_1} + n_{d_2})} \left(\frac{n_{d_1}}{n_{d_2}} \left(\sum_{3,4,5,6} S_d(k) - \sum_{1,2,7,8} S_d(k) \right) + \sum_{11,12} S_d(k) - \sum_{9,10} S_d(k) \right);$$

$$\frac{\omega_{ny}}{\Omega_0} = -\frac{1}{2\sqrt{2}(n_{d_1} + n_{d_2})} \left(\frac{n_{d_2}}{n_{d_1}} \left(\sum_{1,2,11,12} S_d(k) - \sum_{3,4,9,10} S_d(k) \right) + \sum_{5,6} S_d(k) - \sum_{7,8} S_d(k) \right);$$

$$\frac{\omega_{nz}}{\Omega_0} = -\frac{1}{2\sqrt{2}(n_{d_1} + n_{d_2})} \times \left(\sum_{1,2,7,8,11,12} S_d(k) - \sum_{3,4,5,6,9,10} S_d(k) \right);$$

$$\Delta_{dxy} = v_{xy} - v_{yx} = \frac{1}{2(n_{d_1}^2 - n_{d_2}^2)} \left(\sum_{2,4} S_d(k) - \sum_{1,3} S_d(k) + 2n_{d_1}n_{d_2} \left(\sum_{9-12} S_d(k) - \sum_{5-8} S_d(k) \right) \right);$$

$$\Delta_{dyz} = v_{yz} - v_{zy} = \frac{1}{2(n_{d_1}^2 - n_{d_2}^2)} \left(\sum_{6,8} S_d(k) - \sum_{5,7} S_d(k) - 2n_{d_1}n_{d_2} \left(\sum_{1-4} S_d(k) - \sum_{9-12} S_d(k) \right) \right);$$

$$\Delta_{dxz} = v_{xz} - v_{zx} = \frac{1}{2(n_{d_1}^2 - n_{d_2}^2)} \left(\sum_{10,12} S_d(k) - \sum_{9,11} S_d(k) + 2n_{d_1}n_{d_2} \left(\sum_{1-4} S_d(k) - \sum_{5-8} S_d(k) \right) \right).$$

Методика калибровки. Это совокупность технических и вычислительных приемов, связанных с определением калибровочных коэффициентов. В соответствии со схемой калибровки двухканальной БИНС можно предложить следующую совокупность основных операций.

1. Задается модель ошибок БИНС и определяется ее фундаментальная матрица решений $H(t)$.

2. Задается первая ориентация стенда ($k = 1$).

2.1. Производится выставка БИНС по показаниям стенда, формируется начальный вектор ошибок модели $X(0)$ БИНС; включается инерциальный (автономный) режим работы БИНС на конкретный отрезок времени t_i ; в течение этого отрезка БИНС корректируется по углу азимута по сигналам стенда.

2.2. Производится обработка сигналов датчиков и БИНС, полученных на отрезке времени t_i ; формируются массивы показаний датчиков БИНС, ошибок выходных сигналов БИНС и вычисленных производных от ошибок выходных сигналов БИНС.

2.3. Выполняется идентификация входных сигналов модели ошибок $F(k)$ и определение векторов инструментальных ошибок акселерометров $\delta f_{x,y,z}(k)$ и гироскопов $\delta \omega_{x,y,z}(k)$.

2.4. Производится итерационная процедура уточнения входного сигнала $F(k)$ и векторов инструментальных ошибок акселерометров $\delta f_{x,y,z}(k)$ и гироскопов $\delta \omega_{x,y,z}(k)$. На каждом цикле итераций ($i + 1$) осуществляется коррекция сигналов датчиков на величины $\delta f_{x,y,z}^i(k)$ и $\delta \omega_{x,y,z}^i(k)$ и повторяются операции пунктов 2.2, 2.3.

3. Задается следующая ориентация стенда ($k + 1$) и совокупность операций пункта 2 повторяется. После выполнения всех двенадцати ориентаций первый этап калибровки завершается.

4. На втором этапе калибровки вычисляются калибровочные коэффициенты.

5. Вычисленные коэффициенты заносятся в бортовой вычислитель БИНС и проводятся контрольные вычисления вектора ошибок X .

6. В случае неудовлетворительных результатов включается внешний итерационный цикл для уточнения составляющих вектора калибровочных коэффициентов с повторением операций пунктов 2–5.

Предложен способ калибровки бесплатформенных инерциальных навигационных систем по выходным сигналам модели ошибок системы с коррекцией БИНС в процессе калибровки по сигналам калибровочного стенда. Разработаны алгоритмы калибровки и выполнена оценка их эффективности. Получены зависимости для вычисления калибровочных коэффициентов датчиков БИНС. Представлена методика калибровки с коррекцией БИНС по сигналам калибровочного стенда.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андреев А.Г., Ермаков В.С., Николаев С.Г., Колеватов А.П. Способ калибровки бесплатформенных инерциальных навигационных систем // Патент РФ № 2406973. Приоритет 10.08.2010.
2. Николаев С.Г. Калибровка бесплатформенных инерциальных навигационных систем // Известия вузов. Приборостроение. СПб.: Изд-во СПбГУ ИТМО, 2009. Т. 52. № 7. С. 50–55.
3. Голован А.А., Парусников Н.А. Математи-

- ческие основы навигационных систем: Ч. I. Математические модели инерциальной навигации. М.: МАКС Пресс, 2011. 136 с.
4. Коддингтон Э.А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Иностран. лит., 1958. 462 с.
5. Деревянкин А.В., Матасов А.И. Методика калибровки блока акселерометров при грубой информации о его угловом положении. М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, 2006. 69 с.

REFERENCES

1. **Andreyev A.G., Yermakov V.S., Nikolayev S.G., Kolevatov A.P.** Sposob kalibrovki besplatformennykh inertsiyalnykh navigatsionnykh sistem, *Patent RF No. 2406973*, Prioritet 10.08.2010. (rus)
2. **Nikolayev S.G.** Kalibrovka besplatformennykh inertsiyalnykh navigatsionnykh sistem, *Izvestiya vuzov. Priborostroyeniye*. St. Petersburg: SPbGU ITMO Publ., 2009, Vol. 52, No. 7, Pp. 50–55. (rus)
3. **Golovan A.A., Parusnikov N.A.** Matematicheskiye osnovy navigatsionnykh sistem: Chast I. *Matematicheskiye modeli inertsiyalnoy navigatsii*. Moscow: MAKS Press Publ., 2011, 136 p. (rus)
4. **Koddington E.A., Levinson N.** *Teoriya obyknovennykh differentsialnykh uravneniy*. Moscow: Inostrannaya literatura Publ., 1958, 462 p. (rus)
5. **Derevyankin A.V., Matasov A.I.** *Metodika kalibrovki bloka akselerometrov pri gruboy informatsii o yego uglovom polozenii*. Moscow: MGU im. M.V. Lomonosova Publ., 2006, 69 p. (rus)

НИКОЛАЕВ Станислав Георгиевич – доцент кафедры измерительно-вычислительных комплексов летательных аппаратов Пермского национального исследовательского политехнического университета.

614990, Россия, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29.

E-mail: nikolaev@ppk.perm.ru

NIKOLAEV, Stanislav G. *Perm National Research Polytechnic University.*

614990, Komsomolsky Ave. 29, Perm, Russia.

E-mail: nikolaev@ppk.perm.ru

ИВШИНА Юлия Владимировна – старший преподаватель кафедры измерительно-вычислительных комплексов летательных аппаратов Пермского национального исследовательского политехнического университета.

614990, Россия, г. Пермь, Комсомольский пр., д. 29.

E-mail: uivka@yandex.ru

IVSHINA, Yulia V. *Perm National Research Polytechnic University.*

614990, Komsomolsky Ave. 29, Perm, Russia.

E-mail: uivka@yandex.ru