

*Решением Президиума Российской академии наук от 18 февраля 2014 года большая золотая медаль имени М.В. Ломоносова 2013 года была присуждена академику Людвигу Дмитриевичу Фаддееву за выдающийся вклад в квантовую теорию поля и теорию элементарных частиц. Эта медаль — высшая награда РАН, которая ежегодно присуждается двум наиболее отличившимся ученым (российскому и иностранному).*

*Академик Фаддеев (родился 23 марта 1934 года в Ленинграде) — это крупнейший российский ученый в области математики и теоретической физики. К наиболее ярким его достижениям относятся решение квантовой задачи трех частиц, построение корректных правил работы с полями Янга — Миллса, создание формализма квантовых интегрируемых систем. Международный авторитет ученого подтвержден большим числом наград и почетных званий. Он иностранный член национальных академий США, Франции, Китая, Бразилии, Швеции, Финляндии, Австрии, Польши, Болгарии и Лондонского королевского общества. Кроме того, он Почетный гражданин г. Санкт-Петербурга.*

*В торжественной обстановке Общего собрания РАН, которое состоялось 27 марта 2014 года, награду академику Людвигу Дмитриевичу Фаддееву вручил Президент РАН, академик Владимир Евгеньевич Фортов. После вручения высокой награды академик Фаддеев сделал доклад; этот доклад представлен в нашем журнале с любезного согласия автора, а также по согласованию с редакцией журнала «Вестник РАН», которая опубликовала доклад в № 9 за 2014 год.*

*Члены редакционного совета и редколлегии журнала «Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета» горячо поздравляют Людвигу Дмитриевичу Фаддееву с юбилеем и заслуженной наградой.*

*Л.Д. Фаддеев*

Санкт-Петербургское отделение  
Математического института им. В.А. Стеклова РАН

## **МОЯ ЖИЗНЬ СРЕДИ КВАНТОВЫХ ПОЛЕЙ**

Прежде всего я хочу сказать, что я очень благодарен Президиуму РАН за высокую оценку моей научной работы и предоставленную возможность выступить перед Общим собранием. В тексте постановления Президиума сказано, что золотая медаль им. Ломоносова присуждена мне за вклад в развитие квантовой теории поля и теории элементарных частиц. Выбранное мной по совету жены название доклада в должной мере соответствует этой формулировке.

Слово «поле» имеет в русском языке, как и в других языках, много значений. Так, увидев название книги «Мезоны и поля», одна интеллигентная дама сказала:

«Ах, что это за роман о пейзажной жизни?» Наши новые коллеги из сельскохозяйственной академии тоже имеют свою интерпретацию этого слова. Однако в физике термин «поле» закреплен за физической реальностью, распространенной по всему нашему трехмерному пространству. Тем самым поле описывается одной или несколькими функциями от пространственной переменной  $\vec{x}$  и в классической физике задает механическую систему с бесконечным числом степеней свободы. Переменная  $\vec{x}$  играет роль номера степени свободы, подобно тому, как индекс  $i$  нумерует координаты фазового пространства  $p_i, q_i$  для конечномерной механической системы.

Важнейшим и исторически первым примером поля является электромагнитное, описываемое напряженностями  $\vec{E}(\vec{x}), \vec{H}(\vec{x})$  или векторным потенциалом  $A_\mu(\vec{x})$ ,  $\mu = 0, 1, 2, 3$ . Второе фундаментальное поле – поле тяготения Эйнштейна – вошло в физику в начале прошлого века. Квантовая механика системы с конечным числом степеней свободы получила законченную формулировку в середине 1920-х гг. Естественно, что возник вопрос и о квантовании электромагнитного поля, удовлетворительно решенный в работах П. Дирака, В. Гейзенберга и В. Паули. Большая роль в этом развитии принадлежала нашему соотечественнику В.А. Фоку. Его имя связано с понятием градиентной инвариантности (больше об этом ниже) и конструкцией пространства состояний квантовополевой системы – пространства Фока.

Первым важнейшим достижением квантовой электродинамики явилось разрешение исторического конфликта между корпускулярной и волновой теориями света. Возбуждения квантового электромагнитного поля получили интерпретацию частицами – фотонами.

Далее последовали удовлетворительные расчеты элементарных процессов: эффекта Комптона, рассеяния Мёллера и т. д. – в низшем порядке по заряду электрона. Однако попытки получить радиационные поправки столкнулись с трудностями – расходящимися интегралами. В современных обозначениях типичный расходящийся интеграл по четырехмерному пространству импульсов имеет вид

$$I_k = \int \frac{d^4 p}{(p^2 + p^m)((p - k)^2 + m^2)}$$

и расходится на бесконечности. Если ограничить область интегрирования шаром  $|p| < \Lambda$ , то этот интеграл содержит слагаемое, пропорциональное  $\ln \Lambda$ , то есть логарифмически расходится. В результате, несмотря на усилия многих выдающихся исследователей, квантовая электродинамика не получила удовлетворительной формулировки и интерес к ней к концу 1930-х гг.

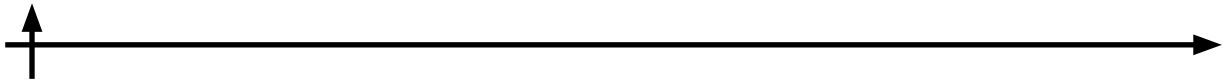
угас. А затем Вторая мировая война заставила физиков перейти на оборонную тематику. Так произошел первый кризис квантовой теории поля на протяжении ее драматического развития с взлетами и падениями.

Во время войны цвет европейской теоретической физики оказался в США. В общении с мэтрами выросли молодые американские ученые, и среди них Дж. Швингер и Р. Фейнман. И вот после окончания войны, освобожденные от работы над атомной бомбой, все они с радостью и энтузиазмом вернулись к нормальной работе. Квантовая электродинамика опять вышла на передовое место. Замеченное еще до войны явление сдвига атомных уровней водорода получило бесспорное экспериментальное подтверждение в опытах У. Лэмба. Радиационные поправки должны были дать объяснение этому факту.

Важнейшей вехой в истории стала конференция в Шелтер-Айленде весной 1947 г. В ней участвовало 25 человек – как знаменитые европейцы, так и молодые американцы. В результате обсуждения был выработан новый взгляд на бесконечности: радиационные поправки меняли значения параметров теории – электрического заряда  $e$  и массы электрона  $m$ , и все бесконечности собирались в этом переопределении. Остающиеся конечные результаты давали физический эффект и подтверждали сдвиг Лэмба.

Принято считать, что основной вклад в идею и первый расчет был сделан Х.А. Бете, однако должную роль сыграли предложения Х. Крамерса, В. Вайскопфа, Дж. Швингера и др. Так родилась теория перенормировок, которая развивается до сих пор, привлекая все более возвышенную математику. На начальном ее этапе важную роль сыграли работы Н.Н. Боголюбова и его ученика О.С. Парасюка.

В течение двух лет, после нового успеха квантовой электродинамики, Швингером и Фейнманом были разработаны два варианта теории, полностью удовлетворяющие требованию явной релятивистской инвариантности. Техническое усовершенствование



ние состояло в том, что электроны также описывались своим полем. Таким образом, концепция поля стала универсальной. Ничего другого нет. Вся физика начинается с теории поля.

Швингер разработал операторный формализм, Фейнман создал метод, основанный на функциональном интеграле. Оказалось, что в Японии С. Томонага также сформулировал сходные идеи. В варианте Фейнмана квантовые ответы получают усреднением функционала  $\exp\{(i/\hbar)S\}$  по всем конфигурациям полей. Здесь  $S$  — классическое действие,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\hbar$  — константа Планка. В электродинамике  $S$  зависит от электронно-позитронного поля  $(\bar{\psi}(x), \psi(x))$  и электромагнитного поля, заданного вектор-потенциалом  $A_\mu(\bar{x})$  ( $\mu = 0, 1, 2, 3$ ):

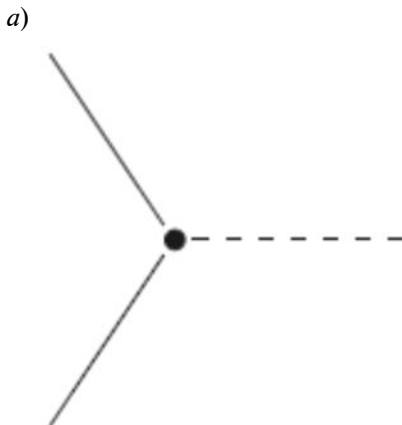
$$S = \frac{1}{4e^2} \int F_{\mu\nu}^2 d^4x + \int (\bar{\psi} \gamma_\mu (\partial_\mu + iA_\mu) \psi + m \bar{\psi} \psi) d^4x. \quad (1)$$

Здесь  $F_{\mu\nu}$  — напряженность электромагнитного поля, которая следует выражению

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu.$$

Как видим, этот функционал содержит квадратичную форму полей и одно слагаемое  $\bar{\psi} \gamma_\mu A_\mu \psi$  третьей степени. В интеграле

$$\int e^{(i/\hbar)S(\bar{\psi}, \psi, A)} \prod d\bar{\psi} d\psi dA$$



можно разложить экспоненту с этой кубической формой в ряд, и тогда возникающие гауссовы интегралы явно считаются. Фейнман предложил запись для этих ответов в терминах графов, вершины которых отвечают форме  $\bar{\psi} \gamma_\mu A_\mu \psi$  и изображены на рис. 1, а, а линии отвечают функциям Грина операторов

$$\square = \partial_\mu \partial_\mu; \gamma_\mu \partial_\mu + m$$

(рис. 1, б).

Простейшие диаграммы отвечают рассеянию заряженных частиц — электронов и позитронов (рис. 2, а) и рассеянию фотона на заряженной частице (рис. 2, б).

Наглядный характер диаграмм Фейнмана очень импонировал специалистам: громоздкие формулы старых нерелятивистских вычислений приобрели компактный и красивый вид. В результате их вывод через функциональный интеграл был забыт, а сами диаграммы были абсолютизированы как «лаборатория теоретической физики» (по словам М. Гелл-Манна). Более того, Ф. Дайсон привел альтернативный вывод диаграмм из более знакомого операторного формализма.

Здесь следует сказать, что действие  $S(\bar{\psi}, \psi, A)$  является функцией классов эквивалентных полей по отношению к преобразованию

$$\psi \rightarrow e^{i\theta} \psi, \quad \bar{\psi} \rightarrow e^{-i\theta} \bar{\psi}, \quad A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu \theta, \quad (2)$$

где  $\theta(x)$  — произвольная вещественная функция.



Рис. 1. Термины графов, предложенные Р. Фейнманом:  
а — вершина, б — линии

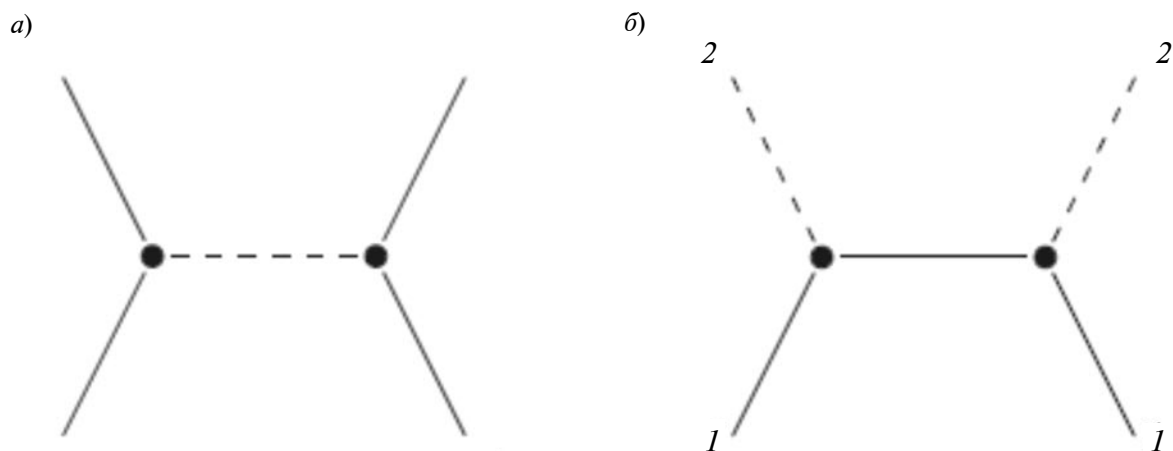


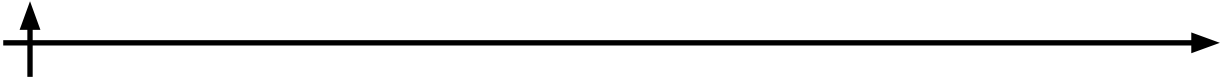
Рис. 2. Простейшие диаграммы Фейнмана:  
*a* – рассеяние заряженных частиц (электроны, позитроны); *б* – рассеяние электрона (1) на фотоне (2)

Именно это преобразование было обнаружено В.А. Фоком и названо им градиентным преобразованием. В современной литературе, следуя Г. Вейлю, его называют калибровочным преобразованием. Влияние этого преобразования на формулировку функционального интеграла будет обсуждено ниже.

После этого исторического введения я могу начать рассказ о моей научной жизни, возвращаясь к ней несколько раз. Я поступил на физический факультет Ленинградского университета в 1951 году и на третьем курсе выбрал специализацию «математическая физика», которая только что была организована. В это время вышла книга А.И. Ахиезера, В.Б. Берестецкого «Квантовая электродинамика» и собранный Д.Д. Иваненко том «Новейшее развитие квантовой электродинамики», в который вошли статьи Фейнмана, Швингера, Томонаги и Дайсона. Для моих приятелей из группы «теоретическая физика» эти книги стали своего рода библией. Все вокруг меня суммировали диаграммы, проводили перенормировку и т. п. Однако я получил другой импульс от своего студенческого руководителя О.А. Ладыженской. Ее научные интересы были связаны с уравнениями в частных производных и пересекались с работами американских математиков из института Куранта в Нью-Йорке с традиционным интересом к физике, идущей

от Геттингенской школы Д. Гильберта. В том числе в 1952 году К. Фридрихс организовал для своих коллег семинар по основам квантовой теории поля. Его лекции были опубликованы в журнале “Communications in Pure and Applied Mathematics” и вскоре вышли в виде монографии «Математические основы квантовой теории поля». Ладыженская решила организовать студенческий семинар по этой книге, и вся наша группа – два юноши и три девушки – принялись разбирать книгу Фридрихса. Я думаю, что это было полезно только для меня; я помню, как Ольга Александровна в начале каждого семинара, где я докладывал, спрашивала: «Людвиг, напомните нам, что такое оператор рождения». Но я получил хорошую тренировку и стал мечтать, что когда-нибудь смогу начать серьезно заниматься квантовой теорией поля. Однако поскольку кроме счета диаграмм не было ничего, за что можно было бы зацепиться, я весьма прагматично решил подождать и заняться более реальными задачами квантовой теории рассеяния. Мне удалось найти оригинальный подход к квантовой задаче трех тел, довольно рано защитить докторскую диссертацию и получить международное признание.

А тем временем квантовая теория поля опять попала в трудное положение. Л.Д. Ландау, А.А. Абрикосов и И.М. Халатников, суммируя диаграммы, показали



противоречие в программе перенормировки квантовой электродинамики. В реалистическом подходе Ландау считалось, что перенормировка состоит в том, что затраченные параметры теории — масса  $m_0$  и заряд электрона  $e_0$  — являются функциями от импульса обрезания  $\Lambda$  и вместе с радиационными поправками определяют физические значения  $m_r, e_r$ . Ландау и соавторы получили формулу для  $e_r$  через  $e_0$  и  $\Lambda$ :

$$\frac{1}{e_r^2} = \frac{1}{e_0^2} + \beta \ln \frac{\Lambda}{\mu}, \quad (3)$$

где  $\mu$  — фиксированная константа. Коэффициент  $\beta$  оказался положительным.

Тем самым, каково бы ни было значение  $e_0(\Lambda)$ , перенормированный заряд  $e_r^2$  обращается в нуль при  $\Lambda \rightarrow \infty$ . Это замечание сыграло убийственную роль для теории поля. Множество других моделей для мезонной теории ядерных сил и четырехфермионных моделей для слабых взаимодействий имели тот же эффект, что и квантовая электродинамика. В результате Ландау — этот неумолимый цензор физики — объявил, что квантовая теория поля мертва и должна быть похоронена с надлежащими почестями. И все. Начиная с 1956 года теория поля в Советском Союзе была закрыта. Примерно то же было и за границей в связи с разочарованием в мезонной теории ядерных сил и неперенормированности теории Ферми слабых взаимодействий.

На этом фоне незаметно прошло появление новой модели. Молодой китайский эмигрант С.Н. Янг выступил на семинаре Дж.Р. Оппенгеймера в Принстоне с предложением обобщения понятия калибровочного преобразования. К тому времени были хорошо известны более сложные внутренние степени свободы элементарных частиц помимо электрического заряда. Так, изотопический спин был введен для различия протона и нейтрона. Тем самым соответствующее поле  $\psi$  имело две компоненты:  $\psi = (\psi_1, \psi_2)$ . Вращение заряженного поля в преобразовании (2) естественно обобщается на преобразование

$$\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \alpha\psi_1 + \beta\psi_2 \\ \gamma\psi_1 + \delta\psi_2 \end{pmatrix} = g \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

в котором участвует унитарная матрица

$$g = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}.$$

Соответствующее векторное поле, аналог электромагнитного потенциала  $A_\mu$ , должно также стать матрицей с преобразованием

$$A_\mu \rightarrow g A_\mu g^{-1} + \partial_\mu g g^{-1}. \quad (5)$$

С.Н. Янг сосчитал, что в формуле для напряженности следует добавить квадратичный член

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + A_\mu A_\nu - A_\nu A_\mu \quad (6)$$

с тем, чтобы  $F_{\mu\nu}$  получило однородное преобразование

$$F_{\mu\nu} \rightarrow g F_{\mu\nu} g^{-1},$$

так что в результате лагранжиан

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4g^2} \text{tr} F_{\mu\nu}^2 + \bar{\psi} \gamma_\mu (\partial_\mu + A_\mu) \psi + m \bar{\psi} \psi,$$

являющийся естественным обобщением электромагнитного лагранжиана (1), становится инвариантным по отношению к калибровочным преобразованиям (4) и (5). С.Н. Янг поделился этим открытием со своим соседом по лаборатории в Брукхэвене Р.Л. Миллсом, и они написали маленькую заметку, о которой Янг и рассказывал в Принстоне.

На семинаре присутствовал В.Э. Паули — другой неумолимый цензор, которому эти формулы были знакомы. Действительно, в дифференциальной геометрии величины типа матриц  $A_\mu$  называются связностями. В физике уже использовались связности в теории тяготения Эйнштейна для описания взаимодействия гравитационного поля и поля Дирака Г. Вейлем и В.А. Фоком в 1929 году. Квадратичное слагаемое в формуле для тензора кривизны можно там увидеть. Однако Паули не позволял себе говорить о модели, подобной Янгу — Миллсу. Действительно, при интерпретации модели в соответствии с парадигмой «одно поле — одна частица», модель Янга — Миллса содержит, кроме фотона, еще две заряженные безмассовые векторные частицы, которых в

природе нет. И поэтому модель физически бессмысленна, несмотря на свою математическую красоту. Паули спросил у Янга, какая масса у возбуждений его поля. Янг ответил, что это трудная динамическая задача. Паули буркнул, что «это вам не извинение», и доклад Янга не был сорван только благодаря проявленной Оппенгеймером политической корректности.

Итак, математическая интуиция входила в противоречие с физическим смыслом, и модель Янга – Миллса оставалась на периферии интересов физиков.

Вернусь теперь к моей истории. В 1964 году я решил, что несмотря на запрет Ландау я, будучи далеко в Ленинграде, могу начать работать над квантовой теорией поля. Я стал читать литературу по теории тяготения Эйнштейна и довольно случайно получил два важных импульса. На выставке новых поступлений в библиотеке появился номер журнала «Acta Physica Polonica», в котором была опубликована магнитофонная запись доклада Фейнмана на организованной в Варшаве конференции по теории тяготения. Надо сказать, что в то время сообщества специалистов по гравитации и по элементарным частицам были совершенно разобщены, и появление Фейнмана в Варшаве было для меня неожиданным. Однако, как оказалось, Фейнман занялся теорией Эйнштейна под влиянием В. Вайскопфа, который предложил ему посмотреть, как диаграммные методы работают в теории Эйнштейна. Фейнман быстро вывел все известные эффекты классической теории гравитации на основании диаграмм без петель и стал искать квантовые поправки по аналогии с электродинамикой. К своему недоумению он получил неудовлетворительный результат.

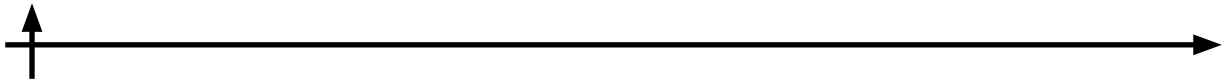
Счет с полем тяготения очень громоздок. И М. Гелл-Манн, компаньон Фейнмана в Пасадене, посоветовал ему потренироваться на бессмысленной с физической точки зрения, но более удобной с технической точки зрения модели Янга – Миллса. Общее с гравитационным полем – самодействие поля Янга – Миллса, порожденное квадратичным членом в форму-

ле (6); Фейнман обнаружил, что наивный диаграммный подход дает в однопетлевом приближении неунитарный ответ. Тогда он воспользовался известным методом восстановления однопетлевого ответа через древесные диаграммы на основании условия аналитичности. Он получил, что корректный ответ отличается от наивного на слагаемое, которое может быть проинтерпретировано как вклад скалярной частицы. При этом данное слагаемое входило со знаком минус, что нужно интерпретировать как ферми-характер этой фиктивной частицы спина 0.

Основную часть доклада Фейнмана и составляло описание этого эффекта, а я понял, что есть задача объяснения трюка Фейнмана на все порядки теории возмущений.

Второй импульс тоже довольно случаен. На развале старых книг на Невском проспекте я заметил тонкую монографию французского геометра А. Лихнеровича «Голономии и теория связностей в целом» и купил ее за смешную цену – 50 копеек. Я знал имя Лихнеровича как автора большой книги по теории тяготения. Когда я открыл купленную книгу, то сразу увидел уже знакомые формулы Янга – Миллса. Поле Янга – Миллса – это связность, и тем самым оно столь же геометрично, как поле тяготения. Задача его квантования стала еще более привлекательной.

В середине 1960-х гг. у меня хорошо шла работа по многомерной обратной задаче рассеяния, но я стал активно присматриваться к полю Янга – Миллса. Я обсуждал задачу квантования с молодым сотрудником института Виктором Поповым, и мы решили привлечь исходный метод Фейнмана – функциональный интеграл, так как только в этом формализме можно удовлетворительно учесть калибровочную инвариантность. Калибровочные преобразования в случае электродинамики (группа  $U(1)$ ) и Янга – Миллса (группа  $SU(2)$ ) отличались важным образом: орбиты групп, то есть классы эквивалентных полей, линейны в первом случае и не линейны во втором.



Тем самым выбор представителя класса при наложении калибровочного условия  $\partial_\mu A_\mu = 0$  имеет важное отличие: в первом случае эта поверхность пересекает орбиты под фиксированным углом, во втором же этот угол зависит от поля. Надо помнить, что мы имеем дело с бесконечномерным пространством, поэтому слова «поверхность» и «угол» должны быть правильно интерпретированы. Как всегда, угол задается определителем. Я сказал Виктору, что естественный оператор, определитель которого нам нужен, это вариация калибровочного условия при бесконечно малом калибровочном преобразовании

$$\delta A_\mu = \partial_\mu \epsilon + [A_\mu, \epsilon],$$

то есть

$$\delta \partial_\mu A_\mu = M(A)\epsilon, \quad M(A) = \partial_\mu^2 + [A_\mu, \partial_\mu],$$

и интеграл Фейнмана надо записывать в виде

$$\int e^{(i/\hbar) \int \mathcal{L}(x) dx} \delta(\partial_\mu A_\mu) \det M \prod dA_\mu.$$

Через пару дней Виктор предложил простой метод вывода этой формулы. Мы знали от Ф.А. Березина, что определители имеют функциональное представление через грассмановы (фермиевские) переменные:

$$\det M = \int e^{\int \bar{c} M c} \prod d\bar{c} dc,$$

так что учет определителя означает увеличение числа полей в интеграле Фейнмана с добавкой к действию слагаемого, зависящего от полей  $(\bar{c}, c)$ . Было легко проверить, что однопетлевой результат Фейнмана отвечал дополнительной петле этих полей.

Я был очень удовлетворен этим результатом, но совсем не было ясно, что с ним делать. В декабре 1966 года мне позволили поехать в научную командировку во Францию, в Институт высших научных исследований в окрестности Парижа. Приглашение было основано на моей работе по теории рассеяния, так что о Янге — Миллсе я не рассказывал. Однако моим соседом

в доме приезжих ученых был американец Дезер; он рассказал мне, что его коллега Б.С. Де-Витт, который присутствовал на лекции Фейнмана в Варшаве, тоже занимался квантованием поля Янга — Миллса. Я понял, что надо торопиться, и по возвращению домой сказал Виктору, что пора писать работу. Но куда? В СССР журнал ЖЭТФ статью не возьмет из-за отсутствия физического смысла. К счастью, как раз в это время был организован европейский журнал “Physics Letters”, куда советским ученым разрешалось посылать статьи. Объем — две журнальные страницы. Я помню, как я писал текст, используя экономно каждое слово или формулу. Так интеграл Березина в статью не попал. Много позже один коллега сказал мне, что, судя по торжественному стилю текста, я чувствовал важность результата.

Статья была послана и опубликована. Вот что много позже написал М. Вельтман об этой истории:

#### Ludwig Faddeev (1934)

This Russian mathematician from Steklov Mathematical Institute, St. Petersburg, is one of the very few mathematicians that contributed to the investigations of gauge theories. In 1962 Feynman initiated such an investigation trying to find out the Feynman rules for such a theory. The Feynman rules are the precise prescriptions concerning the mathematical expressions corresponding to the diagrams. Feynman reported at some conference in Poland, never wrote it down himself, but the Polish made a transcript of his lecture. He introduced ghost particles, which are particles that occur in the Feynman rules and are essential to mathematical prescriptions, but do not correspond to physical particles. He did that up to a point, using his own path-integral formalism, but got stuck at some level. Faddeev (together with V.N. Popov), using the same path-integral formalism, published a beautiful method to derive these Feynman rules for gauge theories in full generality. Since then the ghost particles are called Faddeev — Popov ghosts. You could say that Faddeev and Popov did beat Feynman at his own game.

Faddeev was already quite famous before that. He derived equations concerning the three-body problem that have been used heavily in nuclear physics.

As it happened I was editor of *Physics Letters*, a scientific journal to which Faddeev and Popov submitted their publication. At the time I did not know about path integrals, and I did not understand the article in any detail. Also I did not know then that gauge theories were important for understanding weak interaction. Nonetheless, I somehow felt that this work was important, and I accepted it (thank God). Here you see something quite important: new work is often difficult to recognize, and an editor must have a nose for those things.

Действительно, непонятно, почему Фейнман сам забыл исходный вывод диаграммной техники.

Примерно в то же время, что и наша двухстраничная статья в *“Physics Letters”*, вышла многостраничная серия статей Б.С. Де-Витта, посвященная квантованию поля Янга – Миллса. Он тоже понял необходимость определителя, но не знал интеграла Березина, так что в его работе не было локального эффективного действия с фиктивными частицами. В настоящее время за полем  $(c, c)$  закрепилось название «духи Фаддеева – Попова». Летом 1967 года мы опубликовали развернутую версию нашего подхода в виде препринта Института теоретической физики в Киеве. Когда его английский вариант появился в 1972 году в США, в предисловии к переводу сказано, что он публикуется по версии, изготовленной для Вельтмана в 1968 году. Тем самым аспирант М. Вельтмана Г. т'Хоофт узнал о нашем подходе в самом начале своей карьеры.

Физические приложения пришли неожиданно и довольно скоро. В 1969 году С. Вайнберг предложил модель объединенного электромагнитного и слабого взаимодействия, основанного на векторных токах лептонов (в теорию которых вошла и награждаемая сегодня работа С.С. Герштейна и Я.Б. Зельдовича) и на векторных полях Янга – Миллса. Масса для векторных по-

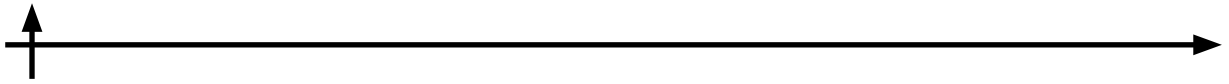
лей обеспечивалась полем Хиггса.

Я хорошо знал имя Вайнберга, у нас были общие интересы по проблеме многих тел, и я написал ему в Гарвард письмо, где указал, что мы с Витей знаем корректные правила работы с полями Янга – Миллса. Он ответил, что было бы хорошо показать на основании этих правил перенормируемость его модели. Я не принял всерьез его предложение, а он отдал нашу работу аспиранту, который больше играл в теннис, чем работал. К большому удовлетворению физиков перенормируемость была доказана, но в это внесли вклад другие люди и среди них А. Славнов в СССР, Ж. Зин-Жюстен во Франции, Бен Ли в США и пара т'Хоофт – Вельтман в Голландии.

В результате квантовая теория поля снова возродилась. Вскоре пришло понимание, что использование полей Янга – Миллса естественно и в теории сильных взаимодействий. Важнейшую роль в этом сыграло вычисление Г. т'Хоофтом, Х.Д. Политцером, Д. Гроссом и Ф. Вилчеком знака коэффициента  $\beta$  в формуле (3). Оказалось, что он отрицателен, так что предел при  $\Lambda \rightarrow \infty$  имеет смысл, и перенормируемый заряд конечен, но зависит от неопределенной константы  $\mu$ . Последнюю можно взять за новый параметр, задающий всю теорию. Другими словами, произошла размерная трансмутация – безразмерный заряд  $g$  заменен размерной константой  $\mu$ , которая входит в теорию как масштаб. Так квантование нарушает масштабную инвариантность классической теории Янга – Миллса и вводит массовый параметр в квантовую теорию. Проблема с бесконечностями полностью решена. Осталось решить задачу, поставленную Паули при докладе Янга в 1954 году. Математический институт Клэя включил эту задачу в число семи задач 2000-летия, оценив ее решение в миллион долларов.

Так в результате описанного развития квантовой теории поля появилась стандартная модель элементарных частиц. Она охватывает сильное, электромагнитное и слабое взаимодействия, сейчас в нее входят три поколения лептонов и кварков и векторные поля, описывающие их взаимодей-





ствии. До настоящего времени эта теория хорошо описывает все экспериментальные факты, полученные на ускорителях.

Для меня как математического физика важно, что в возрождении квантовой теории поля на этом этапе математическая интуиция показала преимущество перед существующим физическим смыслом.

Успех теории поля был отмечен многими международными наградами. За объединенную модель электромагнитных и слабых взаимодействий Нобелевская премия была присуждена Вайнбергу, а вместе с ним Саламу, который сумел доказать комитету, что он имел сходную идею.

Нобелевская премия за перенормировку теории Салама – Вайнберга была присуждена М. Вельтману и Г. т'Хоофту.

Нобелевская премия за вычисление знака константы  $\beta$  и ее интерпретацию в терминах асимптотической свободы была дана Д. Гроссу, Ф. Вилчеку и Д. Полтцеру.

Без ложной скромности приведу два комментария по поводу моего отсутствия в этом списке. Вот что сказано в коротком тексте по поводу присуждения мне премии Гумбольдта:

Professor Faddeev is one of the leading mathematical physicists of our time. His seminal work reaches from multiparticle scattering, integrable systems through the quantization of gauge theories to new mathematical structures such as quantum groups. At least three Nobel prizes in theoretical particle physics were awarded for work that would be inconceivable without his insights. He remains to be one of the driving forces in mathematical and theoretical physics through his work, which stands out by its originality, technical mastery and depth.

Особенно ценно для меня мнение Янга, которое входит как предисловие в том моих избранных публикаций, готовящийся Гонгконгским издательством (наше издательство «Наука» не имеет возможности аналогичным образом отметить мое 80-летие):

I am very happy that my friend Faddeev's "Selected Papers" is finally published. His contributions to physics and to mathematics are

intensive and extremely important. Many people, including myself, felt that he should have shared the Nobel Prize of 1999 with 't Hooft and Veltman. Perhaps by 2049, in the Nobel archives, one could find why he was not included in that 1999 prize.

There is a strange cultural phenomenon among theoretical physicists in the 20th century: downplaying the importance of mathematics. In the 19th century, the papers and letters of Maxwell, Boltzmann, Gibbs, Kelvin, Helmholtz and Lorentz showed, if anything, the opposite value judgment about mathematics and physics. It seems that with the exuberance of the youthful Heisenberg and Pauli, there began the idea that mathematics is at best detrimental to originality in physics. Witness the sufferings and bitterness of Max Born. Or of Wigner, who in the 1960s and 1970s in Princeton, had murmured "when I was young, nothing that I did was considered important. Nowadays everything I did is considered important."

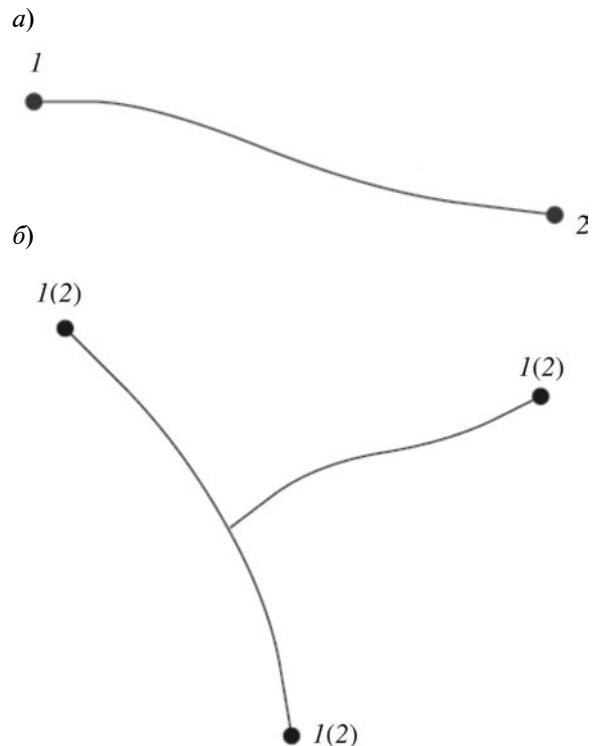


Рис. 3. Графическое представление составных частиц в стандартной модели в виде струн, удерживающих кварки: *a* – мезон, *б* – нуклон; 1, 2 – кварк и антикварк соответственно

Although the mature Heisenberg in his old age changed his views about mathematics, American hubris seemed to have taken over, to perpetuate the cultural phenomenon of downplaying the importance of mathematics. I speculate that may have been part of the reason that Faddeev was not included in the 1999 prize.

But of course, what really matters is what the author feels himself at the time of the work. This was beautifully said thirteen centuries ago by the great Tang poet Tu Fu (A.D. 712 – 770) (my translation):

*A piece of literature  
Is meant for the millenium.  
But its ups and downs are known  
Already in the author's heart.*

Что же, остается последовать мудрому совету классического китайского поэта.

Рассказанная история моей жизни на фоне развития квантовой теории поля от-

носится к периоду конца 1960-х и начала 1970-х гг. Что же было после? Масса вещей, связанная с построением квантовой теории солитонов и сопровождающих математических конструкций. В том числе время от времени я возвращаюсь к задаче Янга, то есть построению возмущений поля Янга – Миллса. Сейчас ясно, что эти возмущения – глюоны – не имеют отношения к безмассовым векторным частицам. Моя старая мечта – показать, что это солитоны, имеющие полуклассическое описание в виде узлов.

Действительно, по нынешним представлениям, в стандартной модели цветные поля Янга – Миллса концентрируются в струны, которые удерживают кварки. Мезон состоит из двух кварков, нуклон – из трех (рис. 3).

Можно поставить математический вопрос: «А что будет в модели Янга – Миллса без кварков?» – «Скорее всего, струны

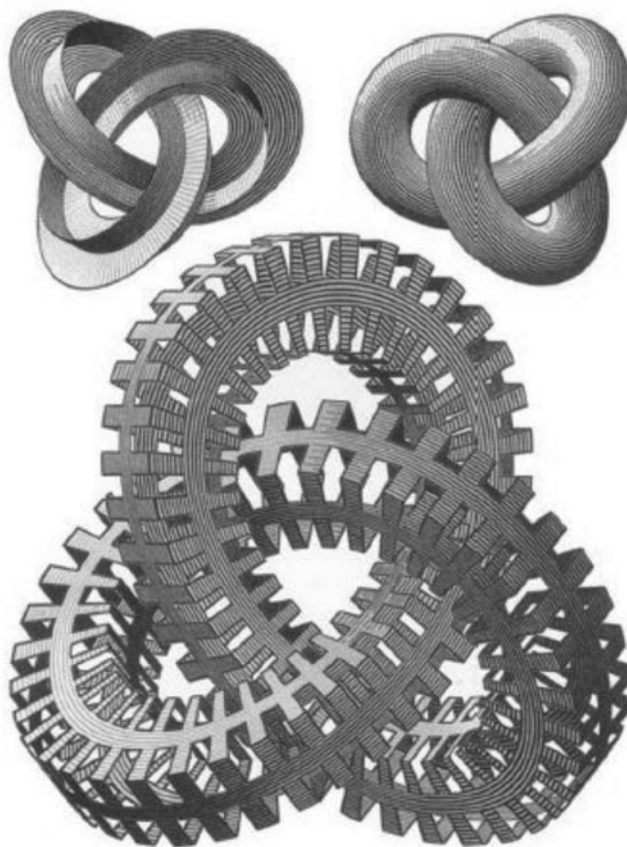
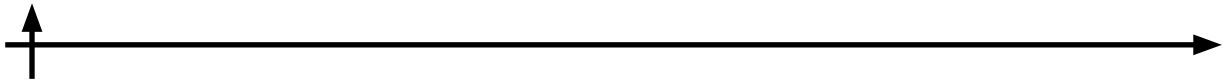


Рис. 4. М.К. Эшер (нидерландский художник-график). Гравюра «Узлы» (1965)



должны замкнуться сами с собой, образуя петли и узлы».

В середине 1970-х гг. я предложил модель теории поля, допускающую солитоны в виде узлов. С тех пор рисунок М.К. Эшера (рис. 4) находится в моем кабинете. В конце 1990-х гг. было получено вычислительное доказательство моего предположения. А в начале этого века мой коллега Антти

Ниemi и я показали, что среди динамических переменных в модели Янга – Миллса присутствуют переменные, составляющие мою модель.

Тем самым гипотеза «глюоны – узлы» получила теоретическое подтверждение, но предстоит еще большая работа для ее обоснования. Я надеюсь, что смогу найти молодых помощников для этой работы.

#### **СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ**

**ФАДДЕЕВ Людвиг Дмитриевич** – доктор физико-математических наук, академик РАН, директор Международного математического института им. Л. Эйлера (Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В.А. Стеклова РАН).

191023, Россия, г. Санкт-Петербург, наб. р. Фонтанки, 27

---

*Faddeev L.D. MY LIFE IN THE QUANTUM FIELDS (the report at the General Meeting of RAS on March 27, 2014).*

#### **THE AUTHOR**

**FADDEEV Ludvig D.**

*Euler International Mathematical Institute*

*(St. Petersburg Department of V.A. Steklov Institute of Mathematics of RAS)*

27 Fontanka Emb., St. Petersburg, 191023, Russia