

УДК 621.373.826

О.Л. Головков, Г.А. Купцова, В.А. Степанов

Рязанский государственный университет им. С.А. Есенина

## СТАЦИОНАРНОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ТАНГА – СТАТЦА – ДЕМАРСА ДЛЯ YAG:Nd-ЛАЗЕРА

Представлены два варианта записи системы уравнений Танга – Статца – Демарса, объясняющих генерацию YAG:Nd-лазером двух длин волн при температуре 300 К: 1064,2 и 1061,5 нм. Проведенные расчеты показали некорректность введения релаксационных переходов между населенностями решеток инверсий подуровней мультиплета  ${}^4F_{3/2}$ .

ДЛИНА ВОЛНЫ, ЛАЗЕР НА YAG:Nd, СПЕКТР ГЕНЕРАЦИИ, ЛАЗЕРНАЯ МОДА, УРАВНЕНИЯ ТАНГА – СТАТЦА – ДЕМАРСА.

### Введение

В настоящее время для объяснения причин одновременной генерации YAG:Nd-лазером двух длин волн – 1064,2 и 1061,5 нм при температуре 300 К выдвинуто два подхода к теоретической интерпретации данного явления.

Впервые для описания двухволновой генерации в микро-чип-YAG-лазере предложены уравнения баланса [1], основанные на системе уравнений Танга – Статца – Демарса [2]:

$$\begin{aligned} \frac{dI_k}{d\tau} &= GI_k [g_k^{(1)}(D_0 - D_k) + \\ &+ (g_k^{(2)} + g_k^{(3)})(N_0 - N_k) - 1]; \\ \frac{dD_0}{d\tau} &= A - D_0 \left( 1 + \sum_{m=1}^M g_m^{(1)} I_m \right) + \\ &+ \sum_{m=1}^M g_m^{(1)} I_m D_m - w_{AB} D_0 + w_{BA} N_0; \\ \frac{dD_k}{d\tau} &= -D_k \left( 1 + \sum_{m=1}^M g_m^{(1)} I_m \right) + \\ &+ \frac{1}{2} g_k^{(1)} I_k D_0 - w_{AB} D_k + w_{BA} N_k; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{dN_0}{d\tau} &= A - N_0 \left( 1 + \sum_{m=1}^M (g_m^{(2)} + g_m^{(3)}) I_m \right) + \\ &+ \sum_{m=1}^M (g_m^{(2)} + g_m^{(3)}) I_m N_m - w_{BA} N_0 + w_{AB} D_0; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{dN_k}{d\tau} &= -N_k \left( 1 + \sum_{m=1}^M (g_m^{(2)} + g_m^{(3)}) I_m \right) + \\ &+ \frac{1}{2} (g_k^{(2)} + g_k^{(3)}) I_k N_0 - w_{BA} N_k + w_{AB} D_k, \end{aligned}$$

где  $I_k$  – интенсивность  $k$ -й моды;  $D_0, D_k$  – пространственно-однородная инверсия и ее решетки на переходе с верхним рабочим подуровнем  $A$  ( $11507 \text{ см}^{-1}$ );  $N_0, N_k$  – то же для перехода с верхним рабочим подуровнем  $B$  ( $11423 \text{ см}^{-1}$ );  $G = 2k / \gamma_{\parallel}$ ,  $\tau = t / \gamma_{\parallel}$  ( $\gamma_{\parallel}$  – скорость релаксации инверсии населенности);  $A$  – параметр накачки;  $w_{AB}, w_{BA} = w_{AB} / w$  – скорости релаксационных переходов между уровнями  $A$  и  $B$  ( $w = \exp[(E_B - E_A) / (k_B T)]$ ;  $E_A, E_B$  – энергии уровней  $A$  и  $B$ ;  $k_B$  – постоянная Больцмана);  $g_k^{(i)}$  – лоренцевы формы линий усиления  $i$ -й компоненты, нормированные к сечению сильного перехода, равные

$$g_k^{(i)} = \frac{\sigma_i}{\sigma} \left[ 1 + ((p - k)\Delta_0 + \Delta_i)^2 \right]^{-1};$$



$$\Delta_i = \frac{\omega_0^{(i)} - \omega_0}{\gamma_{\perp}},$$

причем  $\omega_0$  – центр сильной линии усиления на длине волны  $\lambda = 1064,15$  нм;  $\omega_0^{(i)}$  – центр линии усиления  $i$ -й линии усиления;  $\sigma_i$  – сечение перехода  $i$ -й линии усиления;  $\Delta_0$  – межмодовый интервал, задаваемый длиной резонатора;  $\gamma_{\perp}$  – скорость релаксации поляризации, равная полуширине однородной линии усиления.

Авторы статьи [1] не приводят стационарного решения системы уравнений (1), а дают упрощенный вариант решения для микро-чип-Nd:YAG-лазера, где рассматривают случай одночастотной генерации на длине волны 1061,5 нм, в связи с чем справедливо пренебрегают релаксационными коэффициентами  $w_{BA}$  и  $w_{AB}$  между решетками инверсий. Приведенная система уравнений (1) для одночастотной генерации, происходящей в микро-чип-Nd:YAG-лазере, достоверно описывает экспериментальные результаты, представленные в статье [1].

Для обоснования важности учета скоростей релаксации  $w_{BA}$ ,  $w_{AB}$  авторы статьи [1] специально приравнивали нулю величины  $w_{BA}$ ,  $w_{AB}$  и показали, что учет скоростей релаксации в уравнениях баланса необходим; при температуре 300 К  $w_{BA} = 0,2$ ,  $w_{AB} = 0,3$ .

Авторы статей [3, 4] обнаружили в YAG-лазере с длиной резонатора 30 мм генерацию двух длин волн – 1064,2 и 1061,5 нм при температуре выше 300 К, когда происходит генерация множества аксиальных мод. Основой для первоначального анализа двухволнового режима генерации была система уравнений (1), но проведенные расчеты показали, что эта система не может корректно описывать спектр генерации многочастотного YAG-лазера.

Описание процессов, происходящих при генерации в YAG-лазере, системой уравнений (1) [1] вызывает сомнение относительно правомерности введения релаксационных коэффициентов  $w_{BA}$  и  $w_{AB}$ .

Во-первых, наличие ограниченных скоростей релаксации  $w_{BA}$  и  $w_{AB}$  между одно-

родными инверсиями подуровней в системе уравнений (1) должно приводить к большому обеднению населенности подуровня  $A$  мультиплета  ${}^4F_{3/2}$  (с него идет генерация на длине волны 1064,2 нм), чем населенности подуровня  $B$  (генерация на длине волны 1061,5 нм). Такая математическая модель должна показать генерацию двух длин волн (1064,2 и 1061,5 нм) YAG:Nd-лазером в пиковом режиме, когда инверсия верхнего подуровня  $A$  мультиплета  ${}^4F_{3/2}$  периодически обедняется и создаются благоприятные условия для генерации с более низкого подуровня  $B$  (длина волны – 1061,5 нм) при температуре 300 К, а этого не наблюдается на практике.

Во-вторых, необходимо отметить, что спектры генерации на длинах волн 1064,2 и 1061,5 нм не пересекаются, поэтому и пространственно решетки инверсии не совпадают. В связи с этим применение скоростей релаксации  $w_{BA}$  и  $w_{AB}$  для решеток инверсий некорректно. Также некорректно утверждение, что индексы  $k$  для решеток инверсий  $N_k$  и  $D_k$ , генерирующих на разных длинах волн, совпадают, и потому решетки инверсий влияют друг на друга.

В-третьих, для обоснования важности учета скоростей релаксации  $w_{BA}$  и  $w_{AB}$  авторы статьи [1] приравнивали нулю скорости релаксаций  $w_{BA}$  и  $w_{AB}$ , чем постулировали отсутствие какой-либо связи между уровнями  $A$  и  $B$ . Это привело к ошибочному выводу о необходимости учета скоростей релаксации в уравнениях баланса.

Кроме того, в системе уравнений (1) параметр накачки  $A$  одинаков для обоих уровней, а это противоречит известным данным, согласно которым  $A' / A = 0,3$  [5] ( $A$ ,  $A'$  – параметры накачки на уровни  $A$  и  $B$  соответственно).

На основе того, что «время жизни» на мультиплете  ${}^4F_{3/2}$  составляет  $2,5 \cdot 10^{-4}$  с и время релаксации между подуровнями мультиплета  ${}^4F_{3/2}$  равно  $10^{-7}$  с [6], авторы статей [3, 4] предположили, что как только произойдет обеднение населенности какого-либо из подуровней мультиплета  ${}^4F_{3/2}$ , тут же восстановятся населенности подуровней в соответствии с распределением Больцма-

на. Такой подход как раз соответствует общепринятой точке зрения [7, 8].

В связи с вышеизложенным, нами предложены уравнения баланса [3, 4], основанные на системе уравнений Танга – Статца – Демарса и теоретическом описании влияния слабой линии усиления (длина волны – 1064,4 нм) на спектр генерации (1064,2 нм) кольцевого лазера, представленного в работе [5]:

$$\begin{aligned} \frac{dm_k}{d\tau} &= Gm_k [L_k^{(1)}(n_0 + n_k) + \\ &+ (L_k^{(2)} + L_k^{(3)})(n'_0 + n'_k) - 1 - \beta_k]; \\ \frac{dn_0}{d\tau} &= A - n_0 \left( 1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(1)} m_m \right) - \sum_{m=1}^M L_m^{(1)} m_m n_m; \\ \frac{dn_k}{d\tau} &= -n_k \left( 1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(1)} m_m \right) - \frac{1}{2} L_k^{(1)} m_k n_0; \\ \frac{dn'_0}{d\tau} &= A' - n'_0 \left( 1 + \sum_{m=1}^M (L_m^{(2)} + L_m^{(3)}) m_m \right) - \\ &- \sum_{m=1}^M (L_m^{(2)} + L_m^{(3)}) m_m n'_m; \\ \frac{dn'_k}{d\tau} &= -n'_k \left( 1 + \sum_{m=1}^M (L_m^{(2)} + L_m^{(3)}) m_m \right) - \\ &- \frac{1}{2} (L_k^{(2)} + L_k^{(3)}) m_k n'_0; \\ \frac{n_0}{n'_0} &= \exp\left(\frac{E_B - E_A}{k_B T}\right) = w. \end{aligned} \quad (2)$$

Системы уравнений (1) и (2) аналогичны, но описывают разные физические процессы в лазерной среде.

В данной статье приведены стационарные решения систем уравнений (1) и (2) для YAG-лазера с длиной резонатора 30 мм и проведен сравнительный анализ расчетов спектров генерации при температурах 300 и 180 К. На этом основании сделаны выводы о правильности представленных теорий.

#### Анализ системы уравнений (1) для YAG:Nd-лазера

Для корректного анализа указанной системы уравнений Танга – Статца – Демарса считаем, что подуровням  $A$  и  $B$  мульти-

плета  ${}^4F_{3/2}$  соответствуют разные параметры накачки [5]. Тогда получается следующее соотношение:

$$\begin{aligned} &(D_0 + w_{AB} D_0 - w_{BA} N_0) + \\ &+ (N_0 + w_{BA} N_0 - w_{AB} D_0) = \\ &= A + A' - (1 + \beta_k) \sum_{n=1}^M I_n. \end{aligned} \quad (3)$$

Известно, что на спектр генерации YAG:Nd-лазера на длине волны 1064,2 нм влияют два контура усиления (длины волн – 1064,15 и 1064,40 нм) [6], расположенных на разных подуровнях мультиплета  ${}^4F_{3/2}$ . Поэтому для разделения переменных  $D_0$  и  $N_0$  используем известный факт, что линия усиления на длине волны 1064,4 нм вносит вклад в спектр генерации на длине волны 1064,15 нм, смещая его на 0,03 – 0,05 нм. Тогда можно записать следующие выражения:

$$\begin{aligned} D_0 &= \frac{A - cI_1 + w_{BA}(A + A' - I_1 - I_2)}{1 + w_{AB} + w_{BA}}; \\ N_0 &= \frac{A' - (1 - c)I_1 - I_2}{1 + w_{AB} + w_{BA}} + \\ &+ \frac{w_{AB}(A + A' - I_1 - I_2)}{1 + w_{AB} + w_{BA}}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $c$  – энергетический вклад линии усиления с длиной волны 1064,4 нм в спектр генерации на длине волны 1064,2 нм;  $I_1, I_2$  – мощности генерации на длинах волн 1064,2 и 1061,5 нм соответственно.

Тогда система уравнений (1) имеет стационарное решение:

$$\begin{aligned} D_0 &= \frac{A - cI_1 + w_{BA}(A + A' - I_1 + I_2)}{1 + w_{AB} + w_{BA}}; \\ N_0 &= \frac{A' - (1 - c)I_1 - I_2}{1 + w_{AB} + w_{BA}} + \\ &+ \frac{w_{AB}(A + A' - I_1 - I_2)}{1 + w_{AB} + w_{BA}}; \\ N_k &= F_1 \left( \frac{(g_k^{(2)} + g_k^{(3)})N_0 - (1 + \beta_k)}{g_k^{(1)}} + D_0 \right) \times \\ &\times \left( F_2 + F_1 \frac{(g_k^{(2)} + g_k^{(3)})}{g_k^{(1)}} \right)^{-1}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$D_k = \frac{(g_k^{(2)} + g_k^{(3)})(N_0 - N_k) - (1 + \beta_k)}{g_k^{(1)}} + D_0;$$

$$I_k = \frac{D_k \left( 1 + \sum_{m=1}^M g_m^{(1)} I_m + w_{AB} \right) - w_{BA} N_k}{0,5 g_k^{(1)} D_0},$$

где

$$F_1 = N_0 (g_k^{(2)} + g_k^{(3)}) \left( 1 + \sum_{m=1}^M g_m^{(1)} I_m + w_{AB} \right) + w_{AB} g_k^{(1)} D_0;$$

$$F_2 = D_0 g_k^{(1)} \left( 1 + \sum_{m=1}^M (g_m^{(2)} + g_m^{(3)}) I_m + w_{BA} \right) + N_0 w_{BA} (g_k^{(2)} + g_k^{(3)}).$$

Проведенные расчеты по системе уравнений (5) показали, что спектр генерации YAG:Nd-лазера зависит от коэффициента  $c$ . Так, при  $c = 0,052$  происходит генерация двух длин волн – 1064,2 и 1061,5 нм при температуре 300 К, а при  $c = 0,060$  – гене-

рация одной длины волны 1064,2 нм при 150 К. Максимум спектра генерации YAG:Nd-лазера при температуре 300 К обычно равен 1064,2 нм, чему, согласно расчетам, соответствует значение  $c = 0,052 - 0,060$ .

На рис. 1 графически представлены результаты расчетов модового состава генерации YAG:Nd-лазера при температурах 300 и 180 К по системе уравнений (1) для следующих исходных данных:

длина резонатора – 30 мм ( $\Delta_0 = 0,05$ );

параметры накачки  $A = 7,7$  и  $A' = 2,3$ ;

потери  $\beta_k = 0,034$ ;

коэффициент  $c = 0,054$  (максимальная мощность генерации на длине волны 1061,5 нм при температуре 180 К).

С учетом межмодового интервала  $\Delta_0 = 0,05$ , для удобства расчетов положим произвольным образом, что мода, соответствующая максимуму усиления на длине волны 1064,15 нм, имеет номер 70. Тогда мода, соответствующая максимуму усиле-

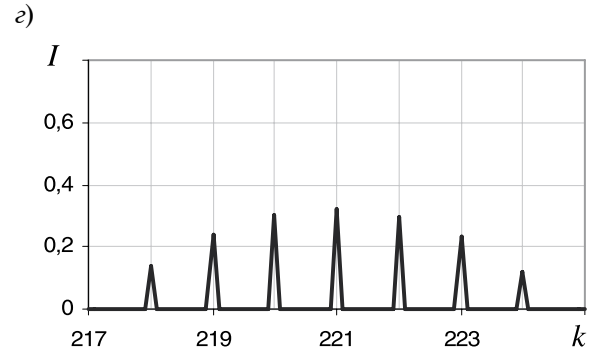
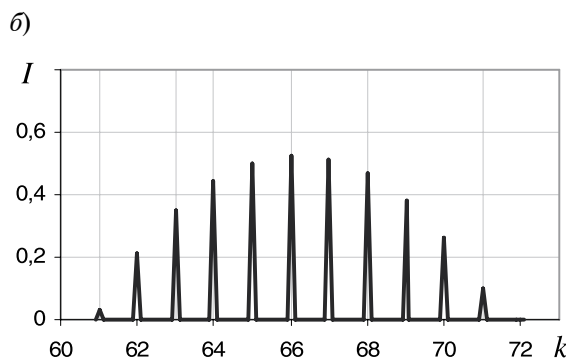
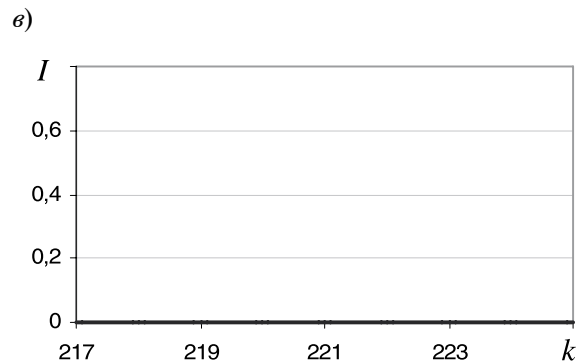
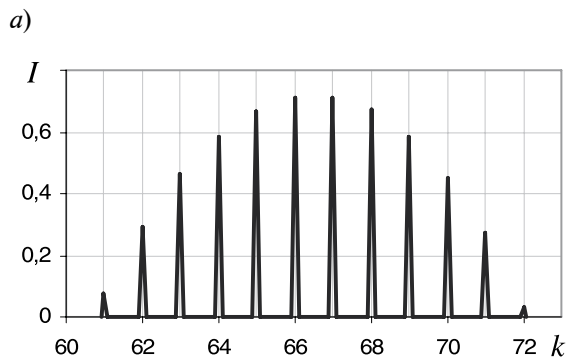


Рис. 1. Результаты расчета модового состава генерации YAG:Nd-лазера на длинах волн 1064,2 нм (а, б) и 1061,5 нм (в, з), рассчитанные по системе уравнений (1) для температуры 300 К (а, в) и 180 К (б, з)

ния на длине волны 1064,4 нм, имеет номер 56, и мода, соответствующая максимуму усиления на длине волны 1061,5 нм, имеет номер 222.

При температуре 180 К мощность генерации на длине волны 1061,5 нм меньше, чем на длине волны 1064,2 нм (см. рис. 1), что противоречит общеизвестным данным. Кроме того, не проявляется сдвиг спектра генерации на длине волны 1064,2 нм в режиме генерации двух длин волн, обнаруженный в работе [3].

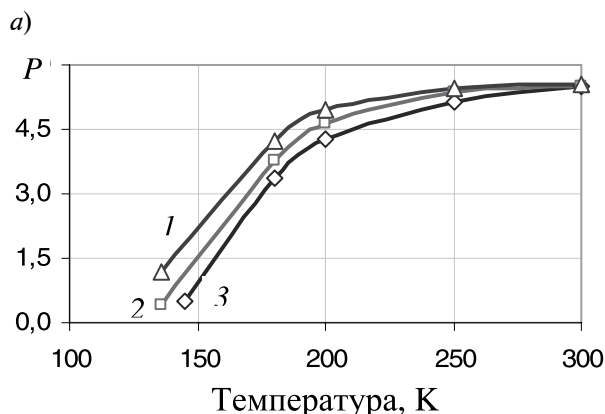
Проведены также расчеты мощности генерации YAG:Nd-лазера по той же системе уравнений (1) для разных температур кристалла и разных значений параметра  $c$  (рис. 2). Видно, что перескока с одной длины волны генерации на другую не происходит, а осуществляется устойчивая одновременная генерация двух длин волн; при этом данный процесс протекает в диапазоне температур 135 – 300 К, что также противоречит общеизвестным данным [9].

### Анализ системы уравнений (2) для YAG:Nd-лазера

Система уравнений Танга – Статца – Демарса (2) имеет стационарное решение [3, 4]:

$$n'_k = \frac{1}{1+w} \left( A + A' - (1 + \beta_k) \sum_{m=1}^M m_m \right);$$

$$n_0 = \frac{w}{1+w} \left( A + A' - (1 + \beta_k) \sum_{m=1}^M m_m \right);$$



$$n'_k = F_1 \left( \frac{1 + \beta_k - (L_k^{(2)} + L_k^{(3)})n'_0}{L_k^{(1)}} - n_0 \right) \times \left( F_2 + F_1 \frac{L_k^{(2)} + L_k^{(3)}}{L_k^{(1)}} \right)^{-1}; \quad (6)$$

$$n_k = \frac{(1 + \beta_k) - (L_k^{(2)} + L_k^{(3)})(n'_0 + n'_k)}{L_k^{(1)}} - n_0;$$

$$m_k = \frac{n_k \left( 1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(1)} m_m \right)}{-0,5 L_k^{(1)} n_0},$$

где

$$F_1 = n'_0 (L_k^{(2)} + L_k^{(3)}) \left( 1 + \sum_{m=1}^M L_m^{(1)} m_m^{(1)} \right);$$

$$F_2 = n_0 L_k^{(1)} \left( 1 + \sum_{m=1}^M (L_m^{(2)} + L_m^{(3)}) (m_m^{(2)} + m_m^{(3)}) \right).$$

Видно, что решение (6) значительно проще решения (5). На рис. 3 приведены результаты расчетов модового состава генерации YAG:Nd-лазера при температуре 300 и 180 К в соответствии с системой уравнений (2) для следующих исходных данных:

- длина резонатора – 30 мм ( $\Delta_0 = 0,05$ );
- параметр накачки  $A = 10$ ;
- потери  $\beta_k = 0,03A$ .

Мощность генерации лазера на длине волны 1061,5 нм при температуре 180 К значительно выше, чем соответствующая мощность на 1064,2 нм (см. рис. 3); при этом заметен сдвиг максимума спектра генерации на длине волны 1064,2 нм при

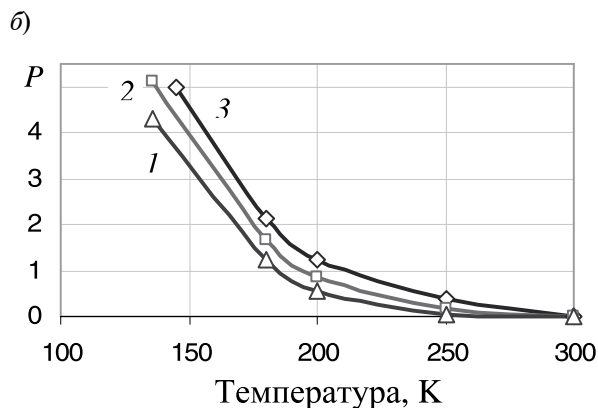


Рис. 2. Температурные зависимости мощности генерации лазера на длинах волн 1064,2 нм (а) и 1061,5 нм (б), рассчитанные по системе уравнений (1) для разных значений параметра  $c$ : 0,052 (1), 0,054 (2), 0,056 (3)

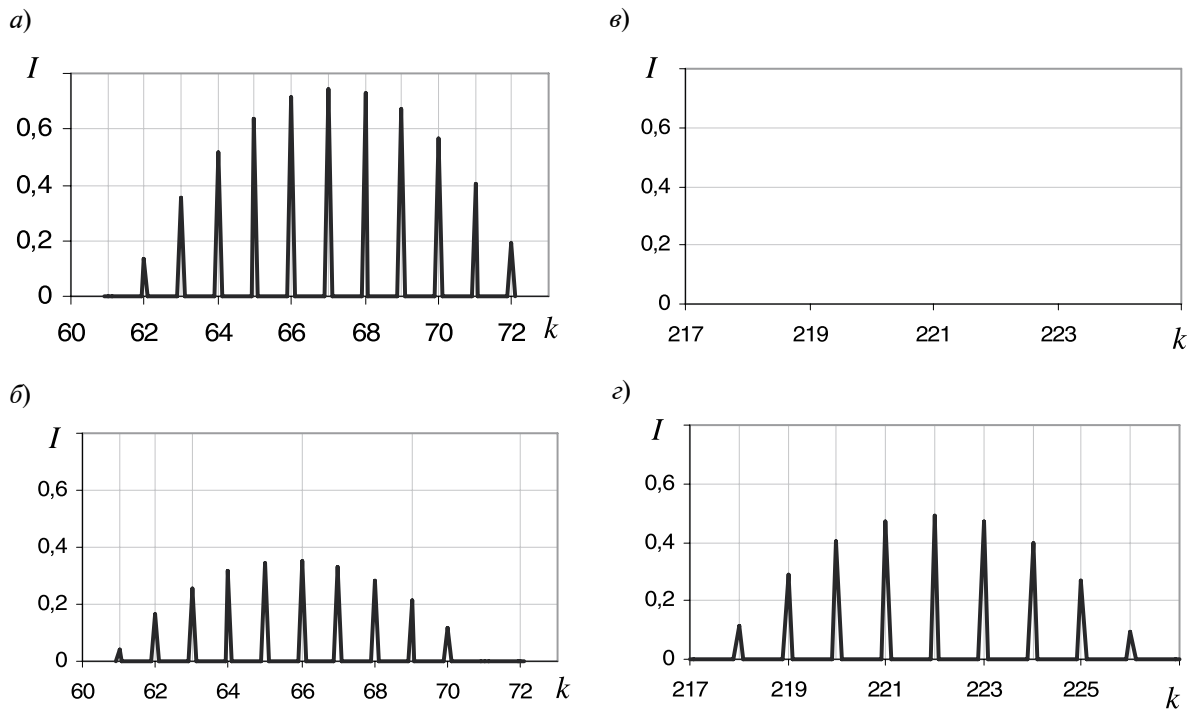


Рис. 3. Результаты расчета модового состава генерации лазера на длинах волн 1064,2 нм (а, б) и 1061,5 нм (в, з), полученные по системе уравнений (2) для температуры 300 К (а, в) и 180 К (б, з)

одновременной генерации лазером двух длин волн, (этот сдвиг описан нами в работе [3]).

Проведены расчеты мощности генерации YAG:Nd-лазера в соответствии с системой уравнений (2) для разной температуры кристалла (рис. 4). Видно, что при понижении температуры ниже 210 К происходит перескок длины волны генерации с 1064,2

на 1061,5 нм, а это согласуется с уже известными научными данными [9].

### Выводы

В результате проведенного теоретического анализа и сопоставления полученных данных с общеизвестными научными результатами для YAG:Nd-лазера установлено следующее:

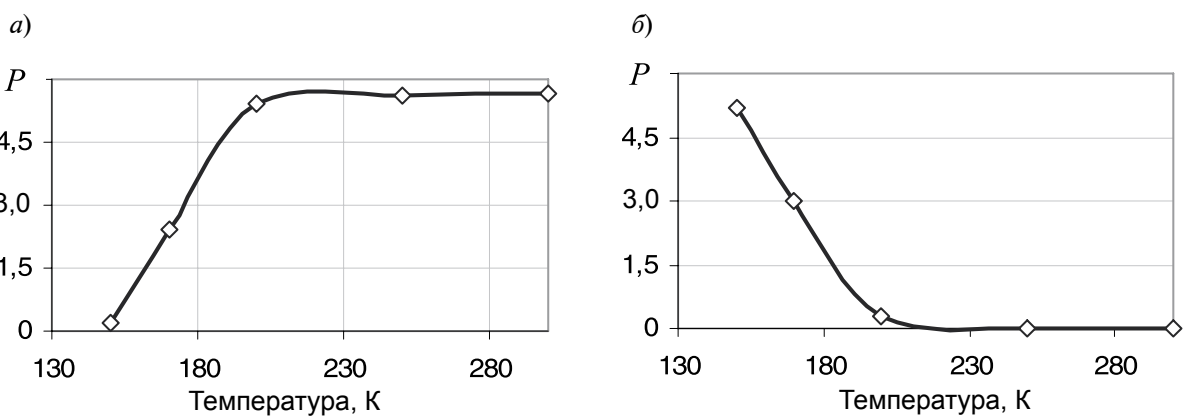


Рис. 4. Температурные зависимости мощности генерации лазера на длинах волн 1064,2 нм (а) и 1061,5 нм (б), рассчитанные по системе уравнений (2)

система уравнений (1), описывающая двухволновую генерацию 1064,2 и 1061,5 нм при температуре 300 К в микро-чип-YAG:Nd-лазере, оказывается непригодной для описания процессов генерации YAG:Nd-лазером множества продольных мод;

учет универсальности распределения Больцмана для населенностей подуровней мультиплета  ${}^4F_{3/2}$  (учет был введен в статьях [3, 4]) обеспечивает с высокой достоверно-

стью адекватное описание спектров генерации множества продольных мод YAG:Nd-лазера;

следует признать некорректным применение условия релаксационных переходов между решетками инверсий подуровней мультиплета  ${}^4F_{3/2}$ ;

применение условия релаксационных переходов между однородными инверсиями подуровней мультиплета  ${}^4F_{3/2}$  требует всестороннего дополнительного анализа.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Иевлев И.В., Корюкин И.В., Лебедева Ю.С., Хандохин П.А.** Непрерывная двухволновая генерация в микрочип-Nd:YAG-лазерах // Квантовая электроника. 2011. Т. 41. № 8. С. 715–721.

2. **Tang C.L., Statz H., DeMars G.** Spectral output and spiking behavior of solid-state lasers. *J. Appl. Phys.* 1963. Vol. 34. P. 2289.

3. **Головков О.Л., Купцова Г.А., Степанов В.А.** Особенности спектра излучения YAG:Nd-лазера в режиме одновременной генерации двух длин волн // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2013. № 2 (170). С. 110–114.

4. **Головков О.Л., Купцова Г.А., Степанов В.А.** Влияние потерь, вызванных двулучепреломлением в YAG-кристалле, на генерацию

двух длин волн 1064,15 и 1061,5 нм // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2013. № 2. С. 171–177.

5. **Ханин Я.И.** Основы динамики лазеров. М.: Наука. Физматлит, 1999. 360 с.

6. **Зверев Г.М., Голяев Ю.Д., Шалаев Е.А., Шокин А.А.** Лазеры на алюмоиттриевом гранате с неодимом. М.: Радио и связь, 1985. 144 с.

7. **Карлов Н.В.** Лекции по квантовой электронике. М.: Наука, 1983. 319 с.

8. **Мезенов А.В., Сомс Л.Н., Степанов А.И.** Термооптика твердотельных лазеров. Л.: Машиностроение, 1986. 199 с.

9. **Каминский А.А.** Лазерные кристаллы. М.: Наука, 1975. 256 с.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**ГОЛОВКОВ Олег Леонидович** – кандидат физико-математических наук, докторант кафедры общей и теоретической физики и методики преподавания физики Рязанского государственного университета имени С.А. Есенина, начальник бюро ОАО «Государственный Рязанский приборный завод».

390000, Россия, г. Рязань, Семинарская ул., 32  
golovkow@mail.ru

**КУПЦОВА Галина Александровна** – аспирантка кафедры общей и теоретической физики и методики преподавания физики Рязанского государственного университета имени С.А. Есенина.

390000, Россия, г. Рязань, ул. Свободы, 46

**СТЕПАНОВ Владимир Анатольевич** – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой общей и теоретической физики и методики преподавания физики Рязанского государственного университета имени С.А. Есенина.

390000, Россия, г. Рязань, ул. Свободы, 46

**Golovkov O.L., Kupцова G.A., Stepanov V.A.** STATIONARY SOLUTION OF THE TANG – STATZ – DEMARS SYSTEM OF EQUATIONS FOR YAG:Nd-LASER.

The paper focuses on deciding between two notations of the Tang – Statz – DeMars system of equations for a YAG:Nd laser, explaining the generation of two wavelengths: of 1064,2 nm and of 1061,5 nm at a temperature of 300 K. In the former case relaxation transitions between homogeneous inversions and inversion



gratings between the  ${}^4F_{3/2}$  multiplet sublevels were used. In the latter case we have used the condition, which supposed that the inversions of the  ${}^4F_{3/2}$  multiplet sublevels always followed the Boltzmann distribution. We found two solutions of the equations in question taking into account three lines of amplification and two upper sublevels of levels. Calculations performed showed it was incorrect to insert the relaxation transitions between inversion gratings populations of the  ${}^4F_{3/2}$  multiplet sublevels.

If the universal character of the Boltzmann distribution in populations of the  ${}^4F_{3/2}$  multiplet sublevels is taken into account it supplies reliably an adequate description of the generation spectra of longitudinal mode assemblage for a YAG:Nd laser.

WAVELENGTH, YAG : Nd LASER, SPECTRUM OF GENERATIONS, LASER MODE, TANG – STATZ – DEMARS EQUATIONS.

#### REFERENCES

1. Ievlev I.V., Koryukin I.V., Lebedeva Yu.S., Khandokhin P.A. Continuous two-wave lasing in microchip Nd : YAG lasers. *Quantum Electronics*, 2011, Vol. 41, No. 8, pp. 715-721.
2. Tang C.L., Statz H., DeMars G. Spectral output and spiking behavior of solid-state lasers. *J. Appl. Phys*, 1963, Vol. 34. P. 2289.
3. Golovkov O.L., Kuptsova G.A., Stepanov V.A. Spectral features of YAG:Nd laser emission in regime of simultaneous generation of two wavelengths. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics*, 2013, No. 2 (170), pp. 110-114. (rus)
4. Golovkov O.L., Kuptsova G.A., Stepanov V.A. The influence of losses caused by birefringent in YAG-crystal on generation of waves of 1064.15 and 1061.5 nm length. *University proceedings. Volga region. Physics and Mathematics Sciences*, 2013, No. 2, pp. 171-177. (rus)
5. Khanin Ya.I. *Osnovy dinamiki lazerov*. Moscow, Nauka. Fizmatlit, 1999, 360 p. (rus)
6. Zverev G.M., Golyaev Yu.D., Shalaev E.A., Shokin A.A. *Lazery na alyumoitrievom granate s neodimom*. Moscow, Radio i svyaz', 1985, 144 p. (rus)
7. Karlov N.V. *Lektsii po kvantovoy elektronike*. Moscow, Nauka, 1983, 319 p. (rus)
8. Mezenov A.V., Soms L.N., Stepanov A.I. *Termooptika tverdotel'nykh lazerov*. Leningrad, Mashinostroenie, 1986, 199 p. (rus)
9. Kaminskiy A.A. *Lazernye kristally*. Moscow, Nauka, 1975, 256 p. (rus)

#### THE AUTHORS

##### GOLOVKOV Oleg L.

Ryazan State University named for S.A. Yesenin  
46 Svobody St., Ryazan, Russia, 390000  
golovkov@mail.ru

##### KUPTSOVA Galina A.

Ryazan State University named for S.A. Yesenin  
46 Svobody St., Ryazan, Russia, 390000

##### STEPANOV Vladimir A.

Ryazan State University named for S.A. Yesenin  
46 Svobody St., Ryazan, Russia, 390000