

doi: 10.5862/MCE.53.2

## Определение остаточной несущей способности железобетонных балок на стадии эксплуатации по критерию прочности арматуры и бетона

*Д.т.н., профессор В.С. Уткин,  
Вологодский государственный университет*

**Аннотация.** Экспериментально рассмотрен теоретический метод оценки остаточной несущей способности индивидуальной железобетонной балки на стадии эксплуатации по критериям прочности рабочей арматуры и прочности бетона сжатой зоны балки. Используются интегральные методы испытаний балки и вероятностные методы описания случайных величин.

В качестве меры несущей способности принята предельная нагрузка в интервальном виде на стадии эксплуатации, приведен анализ выбора ее значения из полученных границ интервала. Рассмотрен переход от экспериментально полученного значения предельной нагрузки к предельной эксплуатационной нагрузке.

Приведены примеры расчетных схем балок с эксплуатационной нагрузкой и указания по определению их предельных значений.

**Ключевые слова:** несущая способность; железобетонная балка; прочность арматуры; прочность бетона; предельная нагрузка; расчетная схема

### *Введение*

Железобетонные балки (и балочные плиты) входят в состав большинства зданий и сооружений. Одной из мер их качества и конструктивной (механической) безопасности эксплуатации служит остаточная несущая способность по различным критериям: прочности арматуры и бетона, жесткости, трещинообразованию, ширине раскрытия трещин. Под несущей способностью элементов конструкций понимается их способность выдерживать наибольшие нагрузки, обеспечивая безопасное функционирование конструкции на стадии эксплуатации. По стандарту ГОСТ Р 54257-2010 «Надежность строительных конструкций и оснований» под несущей способностью понимается «максимальный эффект воздействия, реализуемый в строительном объекте без превышения предельных состояний». Мерой несущей способности является значение наибольшей нагрузки (воздействия), которую способна выдержать конструкция по критериям работоспособности, не доходя до состояния отказа. По межгосударственному стандарту ГОСТ 31937-2011 «Здания и сооружения. Правила обследования и мониторинга технического состояния», вступившего в силу с 01.01.2014 г., мерой несущей способности конструкции является наибольшая нагрузка, при которой отсутствует недопустимый риск разрушения.

Из приведенной информации следует, что основной задачей при оценке несущей способности конструкций является определение значения наибольшей, предельной нагрузки или воздействия. В процессе эксплуатации конструкций несущая способность несущих элементов понижается [1] вследствие старения (деградации) материалов, образования неисправностей и повреждений и т.д. Соответственно, уменьшается значение предельной нагрузки на нее по условиям безопасности эксплуатации. Это приводит к снижению надежности, сокращению остаточного временного ресурса и других показателей, характеризующих безопасность зданий и сооружений, что свидетельствует об актуальности обсуждаемой проблемы – оценки остаточной (оперативной) несущей способности железобетонных конструкций, в частности балок, на стадии их эксплуатации.

### *Постановка задачи*

Для определения несущей способности железобетонной балки необходимо выявить наименьшую предельную нагрузку по всем критериям ее работоспособности (по всем видам предельных состояний). Критериями для железобетонных балок по действующим нормативным документам являются прочность арматуры и бетона, жесткость балки, трещинообразование в растянутой зоне и сжатых областях бетона и ширина раскрытия трещин. В настоящей статье предлагается рассмотреть проблему определения остаточной несущей способности только по критерию прочности арматуры и бетона.

Уткин В.С. Определение остаточной несущей способности железобетонных балок на стадии эксплуатации по критерию прочности арматуры и бетона

## Обзор источников по проблеме

В СП 13-102-2003 «Правила обследования несущих строительных конструкций зданий и сооружений», а также в стандартах ГОСТ 31337-2011 и JSO 13882:2010 (E) при оценке несущей способности конструкций по тому или иному критерию работоспособности предписывается проводить теоретические поверочные расчеты по результатам неразрушающих испытаний механических и физических характеристик материалов конструкций на стадии эксплуатации. В ГОСТ 31937-2011 приведена информация о видах дефектов и повреждений в железобетонных конструкциях и о возможном снижении их несущих способностей. В работе [2] приведен теоретический анализ несущей способности железобетонных балок после их частичного разрушения по критерию прочности бетона, а также приведена методика экспериментальных исследований балок. В работе [3] исследуется несущая способность железобетонных балок при изгибе по трещинообразованию с использованием теории механики разрушения.

Расчетам несущей способности эксплуатируемых железобетонных конструкций с дефектами и повреждениями посвящена работа А.Н. Бедова и В.Ф. Сапрыкина [4], где также приводятся методики испытаний бетона и арматуры в условиях эксплуатации железобетонных конструкций и статистической обработки результатов измерений. В [5] рассматриваются методы испытаний железобетонных конструкций. В работе [6] предложен способ неразрушающего определения несущей способности металлических конструкций, а в [7] – железобетонных конструкций. В качестве контролируемых параметров в [7] используются деформации арматуры  $\varepsilon_s$  и бетона  $\varepsilon_b$ . Однако в качестве предельных значений деформаций приняты средние значения без учета изменчивости этих случайных величин. Так, принято  $\varepsilon_{b,пред} = 0,002$  и  $\varepsilon_{s,np} = R_s / E_s$ , где  $R_s$  – расчетное сопротивление арматуры,  $E_s$  – среднее значение модуля упругости стали арматуры. Кроме этого, зависимости нагрузки от деформаций для арматуры приняты линейными, в то время как они криволинейные для арматуры при ее совместной работе с бетоном.

Полезная информация о повреждениях и дефектах в железобетонных конструкциях и об их влиянии на несущую способность приведена в работе [8], однако в ней отсутствует информация о методах оценки несущей способности железобетонных элементов.

Наиболее эффективным методом определения остаточной несущей способности железобетонных балок является метод интегральных испытаний конструкций с измерением контролируемых параметров в совокупности с измерением механических и физических характеристик стали арматуры и бетона балки. Методика проведения интегральных испытаний конструкций рассмотрена в общем виде в работах [5] и др. В работе [9] приводятся методы определения несущей способности металлических и железобетонных конструкций при различных видах деформирования при ограниченных (малых) объемах информации о контролируемых параметрах с помощью методов теории возможностей [10]. При ограниченной информации описание неопределенностей этими методами оправдано [10, 11]. Однако из-за более осторожного подхода и использования целого класса или множества распределений вероятностей при описании неопределенностей в этом методе не удастся выявить возможный резерв несущей способности конструкций, что снижает его экономическую эффективность в случаях, когда такой резерв имеется.

## Описание исследования

Предлагается новый метод определения остаточной несущей способности железобетонной балки и балочных плит по критериям прочности арматуры и бетона на стадии эксплуатации. По этому методу балка нагружается пробной (испытательной) нагрузкой, направленной для безопасности испытаний противоположно эксплуатационной нагрузке, которую удалить по тем или иным причинам невозможно. Нагрузка (разгрузка) с помощью гидравлического домкрата с манометром прикладывается в месте наибольшего изгибающего момента от эксплуатационной нагрузки.

Наибольшее (безопасное) значение пробной нагрузки  $F_{max}$  определяется из равенства  $M_F \leq M_q$ , где  $M_q$  – наибольший изгибающий момент от эксплуатационной нагрузки (с учетом собственного веса балки) и  $M_F$  – изгибающий момент от нагрузки  $F_{max}$  в том же сечении балки, определяемые методами строительной механики.

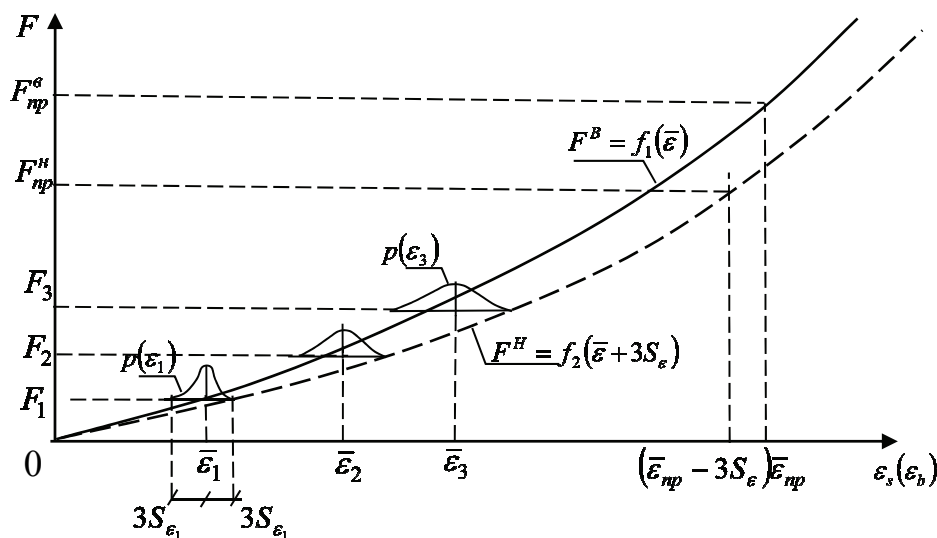
Уткин В.С. Определение остаточной несущей способности железобетонных балок на стадии эксплуатации по критерию прочности арматуры и бетона

Испытание балки нагрузкой  $F_i < F_{\max}$  осуществляется многократным ( $\geq 10$ ) воздействием на балку не менее чем при трех разных значениях  $F_i$  для возможности проведения статистического анализа и применения известного «правила трех сигм» [12]. Предварительно на участке приложения пробной нагрузки  $F$  удаляется защитный слой бетона на участке длиной 100–200 мм. Для измерения деформаций на крайних стержнях арматуры и в сжатой зоне бетона наклеивают тензорезисторы в соответствии с указаниями [7]. Для стабилизации деформаций железобетонная балка выдерживается под нагрузкой до четырех часов. Деформации по [5] определяются по формуле  $\varepsilon = (R_1 - R_0) / kR_0$ , где  $R_0, R_1$  – омическое (электрическое) сопротивление тензорезисторов до и после приложения нагрузки и ее выдержки,  $k$  – коэффициент тензочувствительности тензорезисторов.

По результатам измерений деформаций  $\varepsilon_s$  и  $\varepsilon_b$  от каждого значения нагрузки  $F_i$  при числе измерений  $m \geq 10$  находят средние значения  $\bar{\varepsilon}_j$  и средние квадратические отклонения  $S_j$  деформаций на каждом уровне пробной нагрузки  $F_i$ . Используя «правило трех сигм» [12, 13 и др.], находят наибольшие возможные значения деформаций  $\varepsilon_{j,\max} = \bar{\varepsilon}_j + 3S_\varepsilon$  с вероятностью 0,997 при каждом уровне от нагрузки  $F_i$ . По методу наименьших квадратов [13 и др.], используя для описания случайных величин  $\tilde{\varepsilon}_s$  и  $\tilde{\varepsilon}_b$  по [14] нормальный закон распределения, находят с помощью компьютерных программ функции  $F^g = f_1(\bar{\varepsilon})$  и  $F^H = f_2(\bar{\varepsilon} + 3S_\varepsilon)$ .

На рисунке 1 условно показаны эти функции в виде кривых, например, для арматуры балки. Также на рисунке 1 условно изображены графики функций плотностей распределения вероятностей  $p_i(\varepsilon_i)$  и доверительные интервалы ( $6S_\varepsilon$ ).

Зависимость между нагрузкой и деформациями в арматуре представлена на рисунке 1 криволинейной, т. к. при совместной работе арматуры с бетоном в растянутой зоне балки нарушается линейная зависимость между  $\sigma$  и  $\varepsilon$ , наблюдаемая при испытаниях арматуры. Также учтено возрастание среднеквадратического отклонения  $S_\varepsilon$  с ростом среднего значения измеряемой величины [15].



**Рисунок 1. Графики функциональной зависимости нагрузки  $F$  от деформаций в арматуре  $F_1^g(\bar{\varepsilon}_s)$ ,  $F_2^H(\bar{\varepsilon}_s + 3S_\varepsilon)$  и условные функции плотностей вероятностей  $p(\varepsilon_i)$**

Значения предельных деформаций  $\varepsilon_{s,np}$ ,  $\varepsilon_{b,np}$  по условиям прочности стали арматуры и бетона находят по априорной информации. Так, по СП 52-101-2003 при двухлинейной диаграмме  $\sigma - \varepsilon_s$  для стальной арматуры недопустимо превышение среднего значения деформации,

Уткин В.С. Определение остаточной несущей способности железобетонных балок на стадии эксплуатации по критерию прочности арматуры и бетона

равного  $\bar{\varepsilon}_{s,np} = 0,025$ . Этому значению деформации будет соответствовать верхнее значение предельной нагрузки  $F_{np}^e$  как меры несущей способности балки по критерию прочности арматуры. Значение ее находят из уравнения  $F_{np}^e = f_1(\bar{\varepsilon}_s = \bar{\varepsilon}_{s,np})$ .

Так как предельная деформация по СП 52-101-2003 определяется по результатам испытаний серии образцов арматуры, то ее приходится оценивать по средним значениям и доверительному интервалу, равному  $6S_{\varepsilon}$ , если использовать «правило трех сигм». Значение наименьшей предельной деформации (худший вариант) определяется как  $(\bar{\varepsilon}_{np} - 3S_{\varepsilon_{np}})$ . В этом случае предельная нагрузка (нижнее значение) определяется из уравнения  $F_{np}^H = f_2(\bar{\varepsilon}_{s,np} - 3S_{\varepsilon_{np}})$ , как показано на рисунке 1, т. е. по пессимистическому (наихудшему) варианту.

Известно [14], что коэффициент вариации  $\nu_{\sigma}$  для предела текучести стали арматуры для одного и того же профиля с одного и того же завода равен  $\nu_{\sigma} = 0,01 \div 0,04$ . Примем  $\nu_{\sigma} = 0,025$ . Среднее квадратическое отклонение прочности арматуры находим из  $S_{\sigma} = \nu_{\sigma} \cdot \bar{\sigma}_T$  или, при отсутствии информации о значениях предела текучести  $\sigma_T$  для арматуры по условию  $S_{\sigma} = \nu_{\sigma} R_{s,n}$ , где  $R_{s,n}$  – нормативное значение прочности стали арматуры, которое принимается по СП 52-101-2003 или определяется испытаниями арматуры балки по [4]. Коэффициент вариации модуля упругости стали арматуры  $E_s$  по [14] колеблется от 0,02 до 0,06. По СП 52-1-1-2003 принято значение  $\bar{E}_s = 2 \cdot 10^5$  МПа.

Примем для модуля упругости стали арматуры  $E_s$  коэффициент вариации по [16] равным 0,04. Тогда  $S_E = \bar{E}_s \nu = 2 \cdot 10^5 \cdot 0,04 = 8 \cdot 10^3$  МПа. При линейной зависимости между  $\varepsilon_s$  и  $\sigma_s$

имеем  $\varepsilon_s = \sigma_s / E_s$ . Используя метод линеаризации [14], найдем  $S_{\varepsilon_s} = \sqrt{\left(\frac{1}{E_s}\right)^2 S_{\sigma}^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_s}{E_s^2}\right) S_E^2}$ .

Например, при  $\bar{\sigma}_s = R_{s,n} = 400$  МПа имеем  $S_{\sigma} = \nu_{\sigma} \sigma_s = 0,025 \cdot 400 = 10$  МПа и

$$S_{\varepsilon_s} = \sqrt{\left(\frac{1}{2 \cdot 10^5}\right)^2 \cdot 10^2 + \left[\frac{400}{(2 \cdot 10^5)^2}\right]^2 (8 \cdot 10^3)^2} = 0,5 \cdot 10^{-3}, \quad 3S_{\varepsilon_s} = 1,5 \cdot 10^{-3}.$$

Тогда имеем  $\bar{\varepsilon}_{np} - 3S_{\varepsilon} = 0,025 - 0,0015 = 0,0235$ , и эта деформация будет соответствовать нижнему значению предельной нагрузки  $F_{np}^H$ , значение которой находится графически по рисунку 1 или аналитически из функции  $F_{np}^H = f_2(\bar{\varepsilon}_s - 3S_{\varepsilon})$ . Верхнее значение предельной нагрузки  $F_{np}^e$  находят также графически по рисунку 1 или аналитически из функции  $F_{np}^e = f_1(\bar{\varepsilon}_s)$ .

Косвенным образом в рассмотренном методе определения остаточной несущей способности железобетонной балки учитывается работа растягиваемого бетона балки (в отличие от СНиП 52-01-2003, введенного с 2013 г., где несущая способность балки рассчитывается без учета работы растянутого бетона). Тем самым достигается реализация существующего резерва несущей способности балок на стадии эксплуатации.

В ответственных случаях для определения параметров необходимо использовать апостериорную информацию, для чего проводят испытания арматуры балки по рекомендациям [4]. В результате мера несущей способности балки по критерию прочности арматуры характеризуется интервалом значений [17, 18] предельной нагрузки  $[F_{np}^H, F_{np}^e]$ . При более осторожном подходе принимают  $F_{np} = F_{np}^H$ .

Если рассматривать  $F_{np}$  в интервале  $F_{np}^H \leq F_{np} \leq F_{np}^6$  как случайную величину  $\tilde{F}_{np}$ , то для ее вероятностного описания можно использовать равномерное распределение [12] с функцией плотности вероятности (при обозначении  $\tilde{F} = X$ ):

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \leq F_{np}^H \\ 1/(F_{np}^6 - F_{np}^H), & \text{если } F_{np}^H < x < F_{np}^6 \\ 0, & \text{если } x \geq F_{np}^6 \end{cases}$$

Если считать  $F_{np}^H$  и  $F_{np}^6$  точными крайними значениями для  $\tilde{F}_{np}$  и средние значения принять как  $\bar{F}_{np} = 0,5(F_{np}^H + F_{np}^6)$ , то для вероятностного описания  $\tilde{F}_{np}$  можно использовать усеченное интервальное распределение [11, 19] в виде границ нижних и верхних функций множества возможных распределений вероятностей отказа балки по прочности арматуры, представленных условно на рисунке 2 и имеющих следующие аналитические выражения:

$$\underline{P}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq m_x \\ \frac{x - m_x}{x - a}, & \text{если } m_x < x < b; \\ 1, & \text{если } x \geq b \end{cases}$$

$$\bar{P}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq a \\ \frac{b - m_x}{b - x}, & \text{если } a < x < m_x; \\ 1, & \text{если } x \geq m_x \end{cases} \quad (1)$$

где  $a$  и  $b$  – нижняя и верхняя границы случайной величины  $X$ ;  $m_x$  – среднее значение  $X$ .

Значение предельной нагрузки  $F_{np}$ , принятое из интервала  $[a, b]$ , или для нашей задачи  $[F_{np}^H, F_{np}^6]$ , можно характеризовать значением границ вероятностей отказа из интервала вероятностей  $[\underline{P}, \bar{P}]$ .

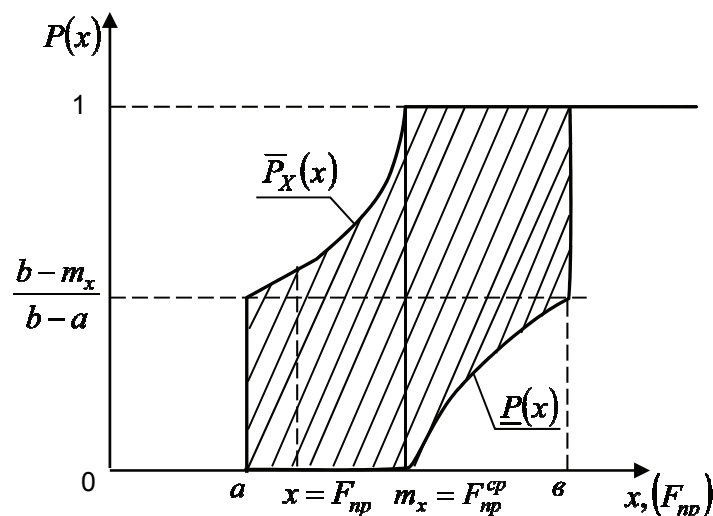


Рисунок 2. Границы множества распределений вероятностей  $\underline{P}(x), \bar{P}(x)$  случайной величины  $X$ , усеченного интервального распределения  $a = F_{np}^H, b = F_{np}^6$

По такой же методике устанавливается значение предельной нагрузки на железобетонную балку по критерию прочности бетона балки. Для этого одновременно с измерением деформаций в арматуре измеряются деформации в сжатой зоне бетона с учетом требований в [7]. По результатам испытаний балки методом наименьших квадратов [13] (по компьютерной программе) находят функции  $F_1 = f_1(\bar{\varepsilon}_b)$  и  $F_2 = f_2(\bar{\varepsilon}_b + 3S_{\varepsilon_b})$ , графический вид которых аналогичен функциям на рисунке 1. Значения предельных деформаций бетона устанавливаются по априорной информации. Известно, что по СП 52-101-2003 значение предельной деформации бетона при сжатии и непродолжительном действии нагрузки составляет  $\varepsilon_{b0} = 0,002$ . По [20] коэффициент вариации прочности бетона при сжатии можно принять равным 0,04. Немецкие исследователи Х. Рюш и др. нашли, что прочность бетона на сжатие хорошо описывается нормальным распределением. Модуль упругости бетона при сжатии по СП 52-101-2003 зависит от класса бетона. Так, например, при классе бетона В30 имеем  $E_b = 34,5 \cdot 10^3$  МПа.

Методика определения класса бетона в изделии на стадии эксплуатации хорошо описана в [4]. Там же описана оценка средней прочности  $R_m = \sum_{i=1}^n R_i / n$  и среднеквадратического

отклонения прочности бетона по известной [13] формуле  $S = \sqrt{\sum_{i=1}^n (R_i - R_m)^2 / (n-1)}$  или по

размаху [13] в зависимости от объема информации. Перспективным является определение модуля упругости бетона методом динамического индектирования [21] применительно к эксплуатируемым железобетонным конструкциям. Использование эмпирической формулы для определения модуля упругости бетона в этом методе позволяет определить среднее значение модуля упругости и его среднее квадратическое отклонение  $S_E$  для статистического анализа. Таким образом, имеем среднее значение предельной деформации бетона  $\bar{\varepsilon}_{b,np} = \bar{R}_m / \bar{E}_b$  и, применяя метод линеаризации, его среднеквадратическое отклонение:

$$S_{\varepsilon_{np}} = \sqrt{\left(\frac{1}{\bar{E}_b}\right)^2 S_R^2 + \left(\frac{\bar{R}_m}{\bar{E}_b^2}\right)^2 S_E^2}.$$

Из двух значений предельной нагрузки по критериям прочности арматуры и бетона в интервальной форме для оценки несущей способности балки на практике используется наименьшая предельная нагрузка  $F_{np \min} = F_{np}^H$  (при осторожном подходе). Однако действительная предельная нагрузка находится в интервале и остается неизвестной. В ряде обоснованных случаев, как было описано выше, возможно идти на некоторый риск [22, 23] и принимать  $F_{np} > F_{np}^H$ .

Для повышения точности определения предельной нагрузки (несущей способности) для железобетонной балки необходимо провести несколько независимых испытаний балки и получить некоторое множество интервалов значений  $[F_{npi}^H, F_{npi}^B]$ . Обработывая это множество с использованием теории свидетельств Демпстера – Шейфера [24, 25], можно получить интервал предельной нагрузки и оценить его функцией доверия ( $Bel(F_{np})$ ) и функцией правдоподобия ( $Pl(F_{np})$ ) [26]. Если при этом будут известны в интервальном виде и эксплуатационные нагрузки, то можно рассчитать надежность (вероятность безотказной работы) балки и любой другой конструкции, используя методику из [26]. Эти замечания показывают перспективность приведенного метода определения предельной нагрузки (несущей способности) несущих элементов любых конструкций.

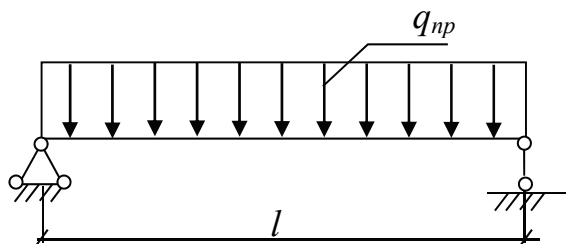
Полученное значение предельной нагрузки  $F_{np}$  не будет иметь практического значения, если нельзя выразить через нее эксплуатационную нагрузку на балку в стадии эксплуатации.

Уткин В.С. Определение остаточной несущей способности железобетонных балок на стадии эксплуатации по критерию прочности арматуры и бетона

ГОСТ 31937-2011 (от 01.01.2014 г.) предписывает на стадии эксплуатации в результате обследования выявлять «реальную расчетную схему здания или сооружения и его отдельных конструкций для проверочных расчетов несущей способности».

Таким образом, возникает проблема в выявлении уточненной расчетной схемы балки на стадии эксплуатации и перехода от  $F_{np}$  к предельной эксплуатационной нагрузке, например, равномерно распределенной  $q_{np}$  и с учетом собственного веса самой конструкции. Рассмотрим этот вопрос на примерах.

**Пример 1.** Балка свободно (шарнирно) оперта и загружена равномерно распределенной нагрузкой, показанной на рисунке 3.



**Рисунок 3. Расчетная схема балки**

Предельную нагрузку  $q_{np}$  найдем из равенства  $M_{q_{np}} = M_{F_{np}}$ , где  $M_{F_{np}}$  – наибольший изгибающий момент от предельной нагрузки  $F_{np}$ , полученной по вышеописанному методу;  $M_{q_{np}}$  – изгибающий момент от нагрузки  $q_{np} + q_{c.в.}$  ( $q_{c.в.}$  – собственный вес балки). В качестве  $q_{np}$  принимается  $q_{np}^h$  (нижнее значение, определяемое по нижнему значению  $F_{np}^h$ ) или большее значение, но с некоторым риском.

Из расчетной схемы по рисунку 3 имеем  $M_{q_{np}} = (q_{np} + q_{c.в.})l^2/8$  и  $M_{F_{np}} = \frac{F_{np}l}{4}$ . Отсюда  $q_{np}^h + q_{c.в.} = \frac{2F_{np}^h}{l}$  и  $q_{np}^e = \frac{2F_{np}^e}{l} - q_{c.в.}$ .

Верхнее значение предельной нагрузки  $q_{np}^e = \frac{2F_{np}^e}{l} - q_{c.в.}$ . Несущая способность балки характеризуется интервалом нагрузки  $[q_{np}^h, q_{np}^e]$ . Действующая нагрузка на балку должна отвечать условию  $q \leq q_{np}^h$  при осторожном (пессимистическом) варианте несущей способности.

Если  $q_{np}$  в интервале ее значений принять как случайную величину  $\tilde{q}_{np}$ , то при среднем значении  $q_{np} = 0,5(q_{np}^h + q_{np}^e)$  ее можно описывать усеченным интервальным распределением по рисунку 2.

**Пример 2.** На рисунке 4 показана уточненная расчетная схема балки с учетом упругой податливости опор при наличии угловой жесткости опорных закреплений.

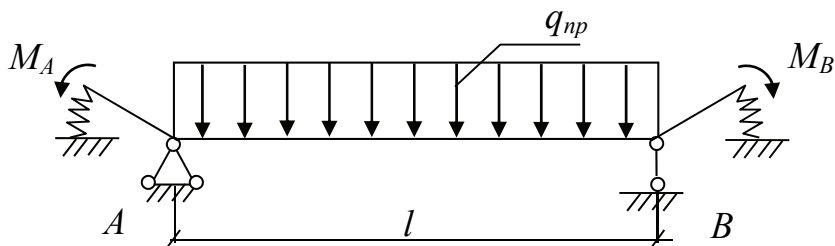


Рисунок 4. Уточненная расчетная схема балки

В такой схеме место с наибольшим изгибающим моментом неизвестно. Поэтому предварительно перед испытаниями балки нагрузкой  $F$  приходится выявлять угловую жесткость опорных закреплений и только после этого решать статически неопределимую задачу и находить в балке  $M_{\max}$  и его место. В этом месте и прикладывается испытательная (пробная) нагрузка. Описание метода выявления угловой жесткости опор A и B и дальнейший расчет балки по рисунку 4 можно найти в работе [9].

### Заключение

1. Предложен новый метод определения несущей способности железобетонных балок и балочных плит по критериям прочности арматуры и бетона балки на стадии эксплуатации.
2. Способ в исполнении отличается безопасностью, т. к. вместо нагружения балки при интегральных испытаниях используется ее разгружение.
3. В качестве меры несущей способности использована предельная нагрузка в интервальной форме, которую выдерживает балка с определенным уровнем вероятности.
4. Предложенный метод может быть использован для других видов предельных состояний железобетонной балки, для других конструктивных форм и различных видов воздействий.

### Литература

1. Рибички Р. Повреждения и дефекты в строительных конструкциях. Пер. с нем. М.: Стройиздат, 1982. 432 с.
2. Байда Д.Н. Остаточная несущая способность железобетонных балок после их частичного разрушения: Автореф. дисс.... канд. техн. наук. Киев, 2005. 21 с.
3. Лотыш В.В. Определение несущей способности железобетонных балок при изгибе с учетом трещинообразования. Анализ развития трещин: Автореф. дисс.... канд. техн. наук. Львов, 2001. 17 с.
4. Бедов А.И., Сапрыкин В.Ф. Обследование и реконструкция железобетонных и каменных конструкций эксплуатируемых зданий и сооружений. М.: Изд-во АСВ. 1995. 192 с.
5. Землянский А.А. Обследование и испытание зданий и сооружений. М.: Изд-во АСВ, 2001. 240 с.
6. Патент на изобретение № 2460057. Способ неразрушающего определения несущей способности строительных конструкций / Уткин В.С., Редькин А.Н. М., 2012, бюл. № 24.
7. Патент на изобретение № 2275613. Способ неразрушающего контроля несущей способности железобетонных конструкций / Уткин В.С., Кошелева Ж.В. М., 2006, бюл. №12.
8. Mohebihoghaddan B., Dianat S.H. Evolution of the corrosion and strength of concrete exposed to sulfate solution // International Journal of Civil Engineering and Technology. 2012. Vol. 3. Issue 2. Pp. 158–206.
9. Уткин В.С., Уткин Л.В. Несущая способность и надежность строительных конструкций. Вологда: ВоГУ, 2000. 152 с.
10. Utkin L.V., Kozine I. On new cautious structural reliability models in the framework of imprecise probabilities // Structural Safety. 2010. Vol. 32. Issue 6. Pp. 411–416.
11. Utkin V.S. Safety analysis of the soil beds of foundations based on bearing-capacity criterion // Soil Mechanics and Foundation Engineering. 2014. Vol. 51, No. 1 (Russian Original No.1, January-February, 2014). Pp. 9–16.

Уткин В.С. Определение остаточной несущей способности железобетонных балок на стадии эксплуатации по критерию прочности арматуры и бетона



12. Шишкин Н.Ф. Основы метрологии, стандартизации и контроля качества: Учеб. пособие. М.: Изд-во стандартов, 1987. 320 с.
13. Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. Пер. с англ. М.: Мир, 1980. 510 с.
14. Шпете Г. Надежность несущих строительных конструкций. Пер. с нем. М.: Стройиздат, 1994. 288 с.
15. Ермолаев Н.Н., Михеев В.В. Надежность оснований сооружений. Л.: Стройиздат, 1976. 152 с.
16. Аугусти Г., Баратта А., Кашмати Ф. Вероятностные методы в строительном проектировании. Пер. с англ. М.: Стройиздат, 1988. 580 с.
17. Yan Wang. Imprecise probabilities based on generalized intervals for system reliability assessment // International Journal of Reliability and Safety. 2010. Vol. 4. No. 4. Pp. 319–342.
18. Ning-Cong Xiao, Hong-Zhong Huang, Yan-Feng Li, Zhonglai Wang, Xiao-Ling Zhang. Non-probabilistic reliability sensitivity analysis of the model of structural systems with s interval variables whose state of dependence is determined by constrains // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability. 2013. Vol. 227. Issue 5. Pp. 491–498.
19. Ярыгина О.В. Методы расчета надежности железобетонных конструкций в составе зданий и сооружений при ограниченной статистической информации: Автореф. дисс.... канд.техн. наук. Санкт-Петербург, 2013. 23 с.
20. Rüsч H., Sell R., Rackwity R. Statistische Analyse der Betonfestigkeit. Berlin: Dentschee Ausschup fü Stanleton, 1969. 206 p.
21. Мацулевич О.В., Рудницкий В.А., Литвиновский Д.А. Определение модуля упругости бетона методом динамического индексирования // Неразрушающий контроль и диагностика. 2012. №4. С. 46–56.
22. Aven T. Interpretations of alternative uncertainty representations in a reliability and risk analysis context // Reliability Engineering & System Safety. 2011.Vol. 96. Issue 3. Pp. 353–360.
23. Aven T., Zio E. Some considerations on the treatment of uncertainties in risk assessment for practical decision making // Reliability Engineering & System Safety. 2011. Vol. 96. Issue 1. Pp. 64–74.
24. Dempster A.P. Upper and lower probabilities induced by a multivalved mapping // Annals of Mathematical Statistics. 1967. Vol. 38. No.2. Pp. 325–339.
25. Shafer G.A. Mathematical Theory of Evidence. Princeton: Princeton University Press, 1976. 297 p.
26. Zhang Z., Jiang C., Han X., Dean Hu, Yu S. A response surface approach for Structure reliability analysis using evidence theory // Advanced in Engineering Software. 2014. Pp. 37–45.

*Владимир Сергеевич Уткин, г. Вологда, Россия*

*Тел. раб.: +7(8172)518396; эл. почта: UtkinVoGTU@mail.ru*

© Уткин В.С., 2015

doi: 10.5862/MCE.53.2

## Determination of residual load-bearing capacity of concrete beams at the operation stage by the strength reinforcement and concrete criterion

V.S. Utkin

Vologda State University, Vologda, Russia  
+78172518396; e-mail: UtkinVoGTU@mail.ru

### Key words

bearing capacity of reinforced concrete beam; the strength of reinforcement; concrete strength; ultimate load; the design scheme

### Abstract

An experimental theoretical method was considered for estimating the residual load-bearing capacity of an individual reinforced concrete beam at the operational stage according to the criteria of the working strength and durability of concrete reinforcement compressed zone of the beam. Integrated methods of beam testing and probabilistic methods of random variables definition were used.

Ultimate load in the form of interval during the operational phase was accepted as the measure of carrying capacity, discussion is presented on the choice of its value obtained from the interval boundary that has been obtained. Transition from the experimentally obtained value of the ultimate load to the maximum operational load was studied.

Examples of design models of beams with operational load and guidelines on how to determine their limit values were given.

### References

1. Ribitski R. *Povrezhdeniya i defekty v stroitelnykh konstruktsiyakh* [Damage and defects in structures]. Translated from German. Moscow: Stroyizdat, 1982. 432 p. (rus)
2. Bayda D.N. *Ostatochnaya nesushchaya sposobnost zhelezobetonnykh balok posle ikh chastichnogo razrusheniya* [The residual load-bearing capacity of reinforced concrete beams after their partial destruction]. Doctoral dissertation abstract. Kiyev, 2005. 21 p. (rus)
3. Lotysh V.V. *Opredeleniye nesushchey sposobnosti zhelezobetonnykh balok pri izgibe s uchedom treshchينوobrazovaniya. Analiz razvitiya treshchin* [Determination of the bearing capacity of reinforced concrete beams under bending with the crack. Analysis of the development of cracks]. PhD thesis abstract. Lvov, 2001. 17 p. (rus)
4. Bedov A.I., Saprykin V.F. *Obsledovaniye i rekonstruktsiya zhelezobetonnykh i kamennykh konstruktsiy ekspluatiruyemykh zdaniy i sooruzheniy* [Inspection and reconstruction of concrete and masonry structures maintained buildings and structures]. Moscow: Izd-vo ASV, 1995. 192 p. (rus)
5. Zemlyanskiy A.A. *Obsledovaniye i ispytaniye zdaniy i sooruzheniy* [Inspection and testing of buildings and structures]. Moscow: Izd-vo ASV, 2001. 240 p. (rus)
6. Patent No. 2460057. *Sposob nerazrushayushchego opredeleniya nesushchey sposobnosti stroitelnykh konstruktsiy* [A method of non-destructive determination of the bearing capacity of building structures]. Utkin V.S., Redkin A.N. Moscow, 2012. Bulletin No. 24. (rus)
7. Patent No. 2275613. *Sposob nerazrushayushchego kontrolya nesushchey sposobnosti zhelezobetonnykh konstruktsiy* [A method of non-destructive testing of bearing capacity of reinforced concrete structures]. Utkin V.S., Kosheleva Zh.V. Moscow, 2006. Bulletin No. 12. (rus)
8. Mohebihoghaddan B., Dianat S.H. Evolution of the corrosion and strength of concrete exposed to sulfate solution. *International Journal of Civil Engineering and Technology*. 2012. Vol. 3. Issue 2. Pp. 158–206.
9. Utkin V.S., Utkin L.V. *Nesushchaya sposobnost i nadezhnost stroitelnykh konstruktsiy* [Bearing capacity and reliability of building structures]. Vologda: VoGU, 2000. 152 p. (rus)
10. Utkin L.V., Kozine I. On new cautious structural reliability models in the framework of imprecise probabilities. *Structural Safety*. 2010. Vol. 32. Issue 6. Pp. 411–416.

Utkin V.S. Determination of residual load-bearing capacity of concrete beams at the operation stage by the strength reinforcement and concrete criterion

11. Utkin V.S. Safety analysis of the soil beds of foundations based on bearing-capacity criterion. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*. 2014. Vol. 51. No. 1. (Russian Original No. 1, January-February, 2014). Pp. 9–16.
12. Shishkin N.F. *Osnovy metrologii, standartizatsii i kontrolya kachestva: Ucheb. posobiye* [Fundamentals of Metrology, Standardization and Quality Control. Tutorial]. Moscow: Izd-vo standartov, 1987. 320 p. (rus)
13. Dzhonson N., Lion F. *Statistika i planirovaniye eksperimenta v tekhnike i nauke* [Statistics and experimental design in engineering and science]. Translated from English. Moscow: Mir, 1980. 510 p. (rus)
14. Shpete G. *Nadezhnost nesushchikh stroitelnykh konstruksiy* [Reliability bearing structures]. Translated from German. Moscow: Stroyizdat, 1994. 288 p. (rus)
15. Yermolayev N.N., Mikheyev V.V. *Nadezhnost osnovaniy sooruzheniy* [Reliability ground structures]. Leningrad: Stroyizdat, 1976. 152 p. (rus)
16. Augusti G., Baratta A., Kashmati F. *Veroyatnostnyye metody v stroitelnom proyektirovanii* [Probabilistic methods in structural design]. Translated from English. Moscow: Stroyizdat, 1988. 580 p. (rus)
17. Yan Wang. Imprecise probabilities based on generalized intervals for system reliability assessment. *International Journal of Reliability and Safety*. 2010. Vol. 4. No. 4. Pp 319–342.
18. Ning-Cong Xiao, Hong-Zhong Huang, Yan-Feng Li, Zhonglai Wang, and Xiao-Ling Zhang. Non-probabilistic reliability sensitivity analysis of the model of structural systems with s interval variables whose state of dependence is determined by constrains. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability*. 2013. Vol. 227. Issue 5. Pp. 491–498.
19. Yarygina O.V. *Metody rascheta nadezhnosti zhelezobetonnykh konstruksiy v sostave zdaniy i sooruzheniy pri ogranichennoy statisticheskoy informatsii* [Methods for calculating the reliability of reinforced concrete structures in the composition of buildings and structures with limited statistical information]. PhD thesis abstract. Saint-Petersburg, 2013. 23 p. (rus)
20. Rüsç H., Sell R., Rackwity R. *Statistische Analise der Betonfestigkeit*. Berlin: Dentschee Ausschup fü Stanleton, 1969. 206 p.
21. Matsulevich O.V., Rudnitskiy V.A., Litvinovskiy D.A. Opredeleniye modulya uprugosti betona metodom dinamicheskogo indektirovaniya [Determination of modulus of elasticity of concrete using dynamic indektirovaniya]. *Nondestructive testing and diagnostics*. 2012. No. 4. Pp. 46–56. (rus)
22. Aven T. Interpretations of alternative uncertainty representations in a reliability and risk analysis context. *Reliability Engineering & System Safety*. 2011. Vol. 96. Issue 3. Pp. 353–360.
23. Aven T., Zio E. Some considerations on the treatment of uncertainties in risk assessment for practical decision making. *Reliability Engineering & System Safety*. 2011. Vol. 96. Issue 1. Pp. 64–74.
24. Dempster A.P. Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping. *Annals of Mathematical Statistics*. 1967. Vol. 38. No. 2. Pp. 325–339.
25. Shafer G.A. *Mathematical Theory of Evidence*. Princeton: Princeton University Press, 1976. 297 p.
26. Zhang Z., Jiang C., Han X., Dean Hu, Yu S. A response surface approach for Structure reliability analysis using evidence theory. *Advances in Engineering Software*. 2014. Pp. 37–45

**Full text of this article in Russian: pp. 15–23**