

Министерство образования и науки Российской Федерации

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО

С. А. Аверьянова

**ТЕОРИЯ ГАШЕНИЯ ДУГИ
В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТАХ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДУГИ
ОТКЛЮЧЕНИЯ
С ГАЗОВЫМ ПОТОКОМ
В ВЫКЛЮЧАТЕЛЯХ ВЫСОКОГО
НАПРЯЖЕНИЯ**

Учебное пособие



Санкт-Петербург
2015

Министерство образования и науки Российской Федерации
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО

С. А. Аверьянова

ТЕОРИЯ ГАШЕНИЯ ДУГИ
В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТАХ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДУГИ
ОТКЛЮЧЕНИЯ
С ГАЗОВЫМ ПОТОКОМ
В ВЫКЛЮЧАТЕЛЯХ ВЫСОКОГО
НАПРЯЖЕНИЯ

Учебное пособие



Санкт-Петербург
2015

ББК 31.264

А19

Аверьянова С. А. Теория гашения дуги в электрических аппаратах. Взаимодействие дуги отключения с газовым потоком в выключателях высокого напряжения : учеб. пособие / С. А. Аверьянова. — СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2015. — 68 с.

Пособие соответствует государственному образовательному стандарту дисциплины «Теория гашения дуги в электрических аппаратах» (М2.Б.1) направления магистерской подготовки 140400 «Электроэнергетика и электротехника».

Рассмотрены вопросы взаимодействия электрической дуги отключения с газовым потоком в сопловых конструкциях дугогасительных устройств выключателей высокого напряжения (ВВ). Приведены элементы сопловых конструкций ВВ и методы математического описания процессов взаимодействия дуги отключения с газовым потоком. Особое внимание уделено моделям турбулентности и численному эксперименту по определению турбулентного взаимодействия электрической дуги отключения с газовым потоком и влияния этих процессов на восстановление электрической прочности межконтактного промежутка ВВ.

В приложениях приведены математические модели, используемые в различных моделях турбулентности.

Пособие может быть полезно студентам, аспирантам, а также инженерному персоналу, занятому разработкой и модернизацией газовых выключателей высокого напряжения.

Печатается по решению

Совета по издательской деятельности Ученого совета

Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

© Аверьянова С. А., 2015

© Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2015

ISBN 978-5-7422-4837-8

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ СОКРАЩЕНИЙ

ВВ — высоковольтный выключатель;

ДУ — дугогасительное устройство;

МГД — магнитная газовая динамика;

ПВН — переходное восстанавливающееся напряжение.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	6
1. ДУГОГАСИТЕЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА ГАЗОВЫХ ВЫКЛЮЧАТЕЛЕЙ ВЫСОКОГО НАПРЯЖЕНИЯ	8
1.1 Электрическая дуга отключения в дугогасительном устройстве	8
1.2 Взаимодействие газового потока с дугой отключения	10
2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРИ АНАЛИЗЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ГАЗОВОГО ПОТОКА С ДУГОЙ ОТКЛЮЧЕНИЯ	19
3. ТУРБУЛЕНТНОСТЬ И ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ДУГА ОТКЛЮЧЕНИЯ	24
3.1 Осреднение по Рейнольдсу	24
3.2 Метод крупных вихрей	27
3.3 Метод отсоединенных вихрей	27
3.4 Прямое численное моделирование	28
4. МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПРИ АНАЛИЗЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ ОТКЛЮЧЕНИЯ С ГАЗОВЫМ ПОТОКОМ (RANS МОДЕЛИРОВАНИЕ)	31
4.1. Алгебраические модели. Модели пути смешения Прандтля.	32
4.2. Дифференциальные модели турбулентности	37
4.2.1. Однопараметрические модели	38
4.2.2. Кинетическая энергия турбулентности и дуга отключения	39
4.2.3. Двухпараметрические модели.	41
4.2.4. Многопараметрические модели.	43
5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВОССТАНОВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ В ДУГОГАСИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВАХ ПРИ ОТКЛЮЧЕНИИ ТОКОВ КОРОТКОГО ЗАМЫКАНИЯ	47
5.1 Введение в численное моделирование восстановления электрической прочности в тепловой фазе пробоя	47
5.2 Численное моделирование восстановления прочности в дугогасительном устройстве	51
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	57

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. ЛОКАЛЬНОЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ РАВНОВЕ- СИЕ	60
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНО- СТИ	63
ПРИЛОЖЕНИЕ 3. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ УРАВ- НЕНИЯ БАЛАНСА ЭНЕРГИИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ	66

ВВЕДЕНИЕ

Газовые высоковольтные выключатели (ВВ) используют как основное силовое коммутационное оборудование в электроэнергетических системах высокого напряжения. Данные аппараты предназначены для коммутации электрических сетей в нормальных и аварийных режимах. Техничко-экономические критерии развития электроэнергетики, постоянный рост мощностей энергосистем и отдельных электроэнергетических установок вызывает необходимость постоянного развития и совершенствования ВВ. Разработка новых, модернизация существующих образцов ВВ, а также их экспериментальные исследования сопряжены с большими временными и материальными затратами, и, следовательно, необходимо развивать математическое моделирование, в том числе численные методы, ориентированные на описание сложного комплекса физических явлений, происходящих в ВВ.

При выполнении операции «отключение» происходит размыкание контактов, между которыми образуется электрическая дуга отключения. Горение и последующее гашение электрической дуги отключения происходит в дугогасительном устройстве (ДУ), которое обеспечивает ограничение распространения электрической дуги отключения и формирует газовый поток, способствующий гашению электрической дуги отключения. Взаимодействие газового потока сформированного сопловым каналом дугогасительного устройства с дугой отключения и характеристики взаимодействия играют определяющую роль в понимании процессов дугогашения в ДУ. К основным характеристикам, описывающим это взаимодействие можно отнести: распределение скорости и давления в спутном потоке вдоль оси дуги; угол, под которым поток натекает на дугу; турбулизация плазмы дуги при взаимодействии со спутным потоком и так далее. Особенно важную роль играет турбулентное взаимодействие плазмы дуги отключения с газовым потоком, поскольку сегодня общепризнано, что отвод тепла от плазмы дуги в период падения тока и прохождения его через ноль происходит за счет именно турбулентной, а не молекулярной теплопроводности.

В настоящем пособии рассмотрены газодинамические аспекты теории гашения электрической дуги отключения переменного тока в ДУ в тепловой фазе пробоя. Показаны особенности взаимодействия электрической дуги отключения с газовым потоком. Приведено математическое описание дуги отключения в потоке газа.

Особое внимание уделено методам моделирования турбулентности, так как характеристики турбулентности играют важную роль в разработке современных методов теории гашения дуги для выключателей высокого напряжения.

Автор будет благодарна за отзывы на учебное пособие, которые можно направлять по адресу: 195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29. Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, кафедра «Электротехника и электроэнергетика».

1. ДУГОГАСИТЕЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА ГАЗОВЫХ ВЫКЛЮЧАТЕЛЕЙ ВЫСОКОГО НАПРЯЖЕНИЯ

1.1 Электрическая дуга отключения в дугогасительном устройстве

При выполнении газовыми ВВ операции «отключение» между контактами ДУ возникает электрическая дуга отключения. Возникновение, горение и гашение дуги происходят в ДУ при определенных условиях и зависят как от собственных параметров ДУ, так и от внешних параметров, связанных с эксплуатацией ВВ. Собственными параметрам ДУ являются: тип дугогасящей среды, быстродействие, конструкция, контактные материалы, сопловые элементы ДУ, организация взаимодействия дугогасящей среды с электрической дугой отключения и т.д. К внешним параметрам обычно относят номинальные параметры сети, режим тока, переходное восстанавливающееся напряжение для точки энергосистемы где установлен ВВ и т.д.

В газовых ВВ для отключения электрической дуги используется воздействие на нее потока газа высокого давления, формируемого в ДУ. Этот поток обладает большой плотностью и высокой теплопроводностью, и, обтекая дугу с большой скоростью, обеспечивает охлаждение и деионизацию столба дуги в период прохождения тока через ноль.

В сильноточной фазе дуга, возникающая в ДУ между контактами при их размыкании, непроницаема для газа и в этот период она частично или полностью блокирует течение холодного газового потока. Поскольку радиус дуги изменяется пропорционально корню из тока [1], то газовые ДУ обеспечивают отключение в нule тока, когда становится возможным интенсивное взаимодействие остаточной плазмы дуги отключения с потоком газа.

В тот момент, когда ток приближается к нулю, радиус дуги хоть и мал, однако не убывает до нуля вслед за током. Между контактами остается тонкий след плазмы, в котором начинается конкуренция двух противоположных процессов. Первый процесс — это подвод джоулева тепла за счет остаточной проводимости плазмы в дуге и нарастающей напряженности электрического поля под действием переходного восстанавливающегося напряжения (ПВН). Второй

процесс — это отвод тепла за счет взаимодействия плазмы дуги с газовым потоком. Если скорость теплоотвода от плазмы дуги больше скорости нагрева, интенсивные процессы деионизации, проходящие в плазме, приводят к быстрому исчезновению проводимости и к росту электрической прочности межконтактного промежутка. Газ в межконтактном промежутке становится непроводящим, остаточный ток прерывается и электрическая прочность восстанавливается.

В противном случае, когда подвод тепла к плазме дуги оказывается больше, чем теплоотвод, проводимость межконтактного промежутка остается на достаточно высоком уровне и при приложении ПВН к межконтактному промежутку происходит так называемый тепловой пробой. Длиться эта фаза от нескольких микросекунд до нескольких десятков микросекунд.

В дальнейшем, если теплового пробоя не произошло, скорость роста ПВН в некоторый момент может превзойти скорость роста электрической прочности межконтактного промежутка и тогда, под действием внешнего поля происходит диэлектрический пробой. Обычно он происходит через 100 мкс после нуля тока и более, и связан с параметрами газа в межконтактном промежутке (уже практически холодного на тот момент), состоянием элементов ДУ (контактов и сопловых конструкций), распределением электрического поля между элементами ДУ.

Таким образом, исследование процесса гашения дуги в ДУ неразрывно связано с исследованием взаимодействия газового потока с электрической дугой отключения. Существенное влияние на процесс отключения дуги оказывает характер этого взаимодействия, определяемый следующими факторами: распределения термодинамических параметров в газовом потоке; угол под которым поток натекает на дугу; турбулизация плазмы дуги в пограничном слое смешения, где происходят основные процессы взаимодействия плазмы дуги с газовым потоком и так далее.

Таким образом, основной задачей при исследовании процессов дугогашения в ДУ газовых выключателей, является задача исследования взаимодействия дуги отключения с газовым потоком с тем, чтобы обеспечить максимально воз-

можную интенсивность теплоотвода от дуги при ограниченном перепаде давления (массовом расходе газа).

1.2 Взаимодействие газового потока с дугой отключения

Рассмотрим дугу отключения в газовом потоке в различных конструкциях газовых ДУ.

Дугогасительные устройства с одной ступенью давления. Дугогасительные устройства с одной ступенью давления — это дугогасительные устройства, в которых избыточное давление, обеспечивающее газовый поток, формируется в процессе отключения.

Дугогасительные устройства с автокомпрессией. Рассмотрим более подробно систему двустороннего дутья на примере автокомпрессионного ДУ, схема которого приведена на рис.1.1 (положение ДУ "включено" — слева, положение "отключено" — справа) [2].

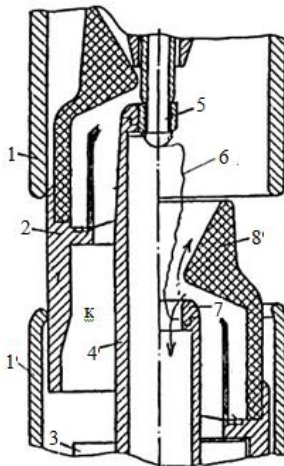


Рис. 1.1. Схема ДУ с автокомпрессией

Когда выключатель находится во включенном положении, главные (1, 2) и дугогасительные (5, 7) контакты замкнуты. Давление элегаза в полости сжатия K постоянно и равно номинальному давлению. При подаче команды на от-

ключение внешний привод обеспечивает перемещение подвижной системы ВВ, включающей в себя жестко связанные между собой контакты (2, 7) и шток 4, которые, в свою очередь, через тягу связаны с силовым приводным механизмом. Сначала размыкаются главные контакты 1 и 2, затем дугогасительные 5 и 7. Вся подвижная система перемещается относительно неподвижного поршня 3, при этом возникает сжатие элегаза в полости *K* и осуществляется принцип автокомпрессии. После размыкания дугогасительных контактов начинается истечение элегаза через сопло в подвижном контакте 7 и изоляционное сопло 8 (организуется двустороннее продольное дутье), а дуга *б* горит между оконечностью неподвижного дугогасительного контакта 5 и подвижным дугогасительным контактом 7. ДУ с автокомпрессией демонстрируют свои расчетные преимущества главным образом при отключении больших токов.

Дугогасительные устройства автогенерацией. Применение эффекта автогенерации в газовых ДУ возможно в тех случаях, когда в дугогасительной камере *K* под действием излучения и высокой температуры дугового разряда 1 между контактами 3 – 4, изоляционные стенки 2 камеры *K* выделяют газ, что позволяет увеличить давление газа в камере *K* не только благодаря высокой температуре, но и дополнительному массовому расходу от газогенерирующих стенок этой камеры (рис. 1.2) [3].

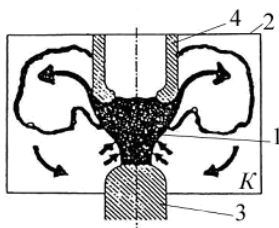


Рис. 1.2. Схема ДУ с автогенерацией

Дугогасительные устройства с двумя ступенями давления. Дугогасительные устройства с двумя ступенями давления — это ДУ, в которых газовый поток формируется за счет заранее созданного перепада давления. Дугогасительные устройства этого типа делятся на дугогасительные устройства продольного дутья и двустороннего дутья.

Дугогасительные устройства продольного дутья. В этом случае направление движение газа совпадает с продольной осью ДУ и осью электрической дуги отключения (рис. 1.3 [3]).

Электрическая дуга отключения 1, возникающая между контактами 3 и 4 взаимодействует с продольным потоком газа, формируемым соплом 2. Газовый поток обеспечивается перепадом давлений p_0/p_b , где p_0 — давление газа вверх по потоку; p_b — давление газа вниз по потоку. Этот перепад не является постоянным во время гашения, однако в оптимальном для дугогашения случае он обеспечивает критический массовый расход газа в течение максимально длительного отрезка времени. Основными параметрами системы, влияющими на формирование газового потока, являются: перепад давления p_0/p_b , диаметр горловины сопла (критическое сечение), расстояние между горловиной сопла и оконечностью контакта 1 вверх по потоку, расстояние между контактами,

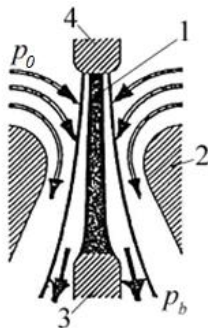


Рис. 1.3. Схема продольного газового дутья в ДУ

геометрия оконечностей контактов 1, 2 и их размеры, параметры конфузора и диффузора. Форма конфузора должна обеспечивать оптимальное (с точки зрения газовой динамики) поле течения газа для лучшей коаксиальной стабилизации потоком ствола дуги 3. Течение же в диффузоре должно быть по возможности безотрывным, поскольку отрывные зоны — это зоны рециркуляции с очень слабым теплоотводом. Полностью геометрия сопла должна обеспечивать такую форму электрического поля в межконтактном промежутке, чтобы электрическая прочность холодного межконтактного промежутка в отсутствии дуги была бы максимальной.

Дугогасительные устройства двустороннего дутья. В этом случае потоки газа, обдувающие дугу, направлены в противоположные стороны. В системе двустороннего дутья потоки газа, обдувающие дугу, формируются каналом, образованном оконечностями контактов, и поток направлен сначала в радиальном направлении и только потом начинается его распространение вдоль оси сопла в противоположные стороны (рис.1.4 [4]).

В этом случае электрическая дуга отключения I горит между контактами 3 и 4 в потоке газа, образованном двумя соплами 2 . При такой организации газового потока, поток направлен сначала в радиальном направлении и только потом начинает распространение вдоль оси дуги. В этом случае на оси соплового канала, там, где встречаются две радиально направленные струи, образуется застойная область (или область стагнации). Движения газа в зоне стагнации практически отсутствует. Теплоотвод так же слаб, соответственно, процессы распада остаточного ствола дуги замедлены и облако горячего, проводящего газа остается в этой области достаточно долго, что оказывает негативное влияние на процесс гашения дуги.

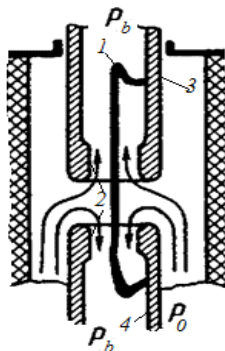


Рис. 1.4. Схема двустороннего газового дутья в ДУ

Области взаимодействия газового потока с дугой отключения. При взаимодействии дуги отключения с газовым потоком обычно выделяют три основных области.

При продольном дутье в газовых ДУ выделяют зоны взаимодействия газового потока с дугой отключения: область вверх по потоку (конфузорная, су-

жающаяся часть сопла, область в которой $dR(x)/dx < 0$, где $R(x)$ — кривая, описывающая геометрию стенки сопла), горловина сопла ($dR(x)/dx = 0$) и область вниз по потоку (диффузорная часть, в которой выполнено условие: $dR(x)/dx > 0$).

Форма конфузора должна обеспечивать аэродинамически оптимальное течение газа для стабилизации ствола дуги. Угол полураствора конфузора может быть практически произвольным — отрицательный градиент давления в конфузоре препятствует возникновению отрывных зон около стенки. Но около контакта, расположенного в области конфузора, возникает зона рециркуляции (застойная зона, зона стагнации). В этой области линии тока (т.е. линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора скорости в данной точке) замкнуты, и теплоотвод от этих областей крайне слаб, и высокая температура держится в этой области достаточно долгое время. В зоне стагнации замедлены процессы распада ствола дуги и восстановления электрической прочности после перехода тока через ноль. Одновременно с этим зона стагнации — это область высокого давления, а, следовательно, плотность газа в ней невелика. Поэтому эта область оказывает существенное влияние на диэлектрическую фазу восстановления электрической прочности межконтактного промежутка после нуля тока, поскольку горячий газ остается в зоне стагнации в тот период, когда волна переходного восстанавливающегося напряжения имеет предельные значения [2].

О том, что наличие застойной зоны с горячим газом может существенно замедлить восстановление электрической прочности межэлектродного промежутка, можно судить, например, по результатам расчетно-теоретического исследования [5], которые неплохо согласуются с опытными данными. В статье сделан расчет гашения дуги в потоке газа SF_6 , текущем в сопле Лавала. Длина сопла — 30 мм, диаметр критического сечения — 12 мм, давление заторможенного газа перед соплом — 14 атм, число Маха на выходе из сопла — 1,6. Перед началом отключения ток в дуге 2кА, затем следует падение тока до нуля со скоростью — 24 А/мкс. В [5] предполагалось, что высокотемпературная об-

ласть состоит из двух зон — из относительно тонкого следа дуги с высокой начальной температурой и с диаметром $2\delta_1$, и из окружающей след «теплой» мантии с начальной температурой около $2\,000\text{ °K}$ и с диаметром $2\delta_2$, при этом $2\delta_2 > 2\delta_1$. В [5] предполагалось так же, что в окрестности электрода, находящегося на входе в сопло, мантия образует застойную зону, температура которой остается равной $2\,000\text{ °K}$ в течении всего периода остывания следа, но диаметр — меняется: в момент отключения тока он достигает 5 мм , а по истечении 100 мкс становится равным, по расчетам, 2 мм . Температура горячего следа дуги в момент отключения тока ($t = 0$) равна $15\,000\text{ °K}$. В течение первых 50 мкс температура следа дуги быстро уменьшается, но затем скорость падения температуры резко замедляется, и в течение последних $70 - 100\text{ мкс}$ температура в следе оказывается почти одинаковой на всей длине горячего следа дуги и равной $2\,000\text{ °K}$ (см. рис. 1.5 [5]). Одной из причин этого является то, что мантия, берущая тепло от застойной зоны, остывает медленно и препятствует остыванию следа дуги. При таких условиях может возникнуть пробой, если напряжение на электродах будет достаточно большим.

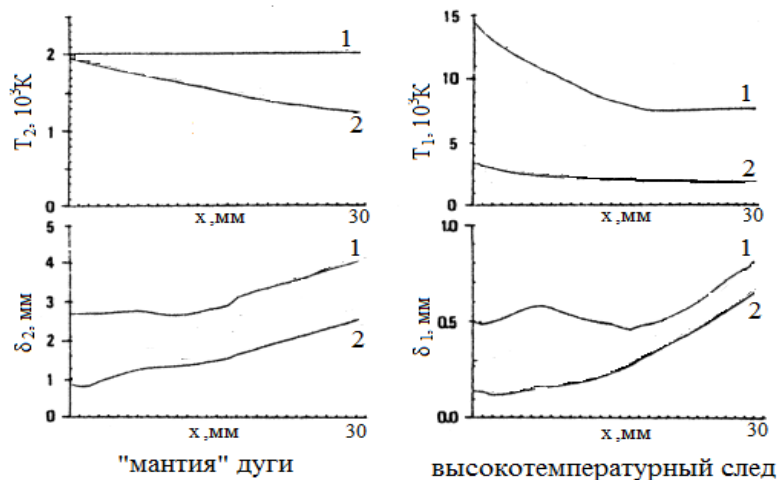


Рис. 1.5. Изменение температуры и радиуса высокотемпературного следа и "мантии" элегазовой дуги вдоль продольной оси. Кривая 1 — через 20 мкс , кривая 2 — через 100 мкс ек от начала расчета.

Область горловины оказывает наибольшее влияние на восстановление электрической прочности межконтактного промежутка ДУ в первые микросекунды после нуля тока (в фазе теплового пробоя). В области горловины сопла обеспечивается интенсивная теплоотдача за счет аксиальной конвекции и высокого уровня турбулентной теплопроводности около нуля тока. Об этом можно судить, например, по теньвым фотографиям угасающей дуги, представленным в [6]. Они приведены на рис. 1.6.

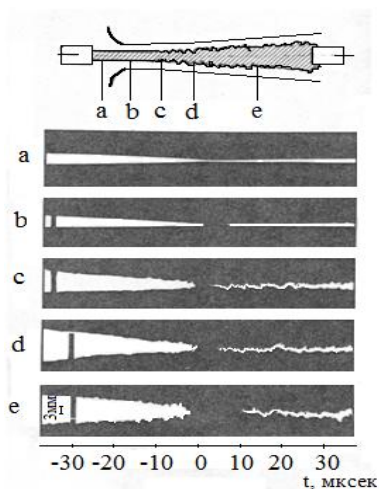


Рис. 1.6. Фоторазвертка дуги с повторным пробоем вблизи нуля тока ($t = 0$) в различных точках вдоль оси [6]

Снимки делались в окрестности момента времени, соответствующего нулю тока ($t = 0$), когда ток убывал от 2кА до нуля со скоростью -30 А/мксек. Фотографирование выполнялось через щелевые окна, расположенные в разных сечениях $x = \text{const}$ (ось x совпадала с осью сопла). Расположение щелевых окон на схеме показано стрелками, которые обозначены буквами а, b, с, d, е. Светящееся ядро дуги на рис. 1.6, расположенное левее момента времени $t = 0$, соответствует фазе угасающей дуги, о чем свидетельствует убывание диаметра ядра по мере приближения тока к нулю ($t \rightarrow 0$). Спустя $5 \div 10$ мксек после нуля тока дуга восстанавливается, ее ядро начинает светиться и увеличиваться в диаметре с течением времени. Судя по внешнему виду святающегося ядра дуги в сечении

a — оно квазиламинарно на всем интервале времени $-40 \leq t \leq 40$ мксек. В сечении b ядро квазиламинарно в интервале времени $-40 \leq t \leq 15$ мксек, но при $t > 15$ мксек видны слабые искажения ядра турбулентными пульсациями. В сечениях c, d, e турбулизация ядра ярко выражена, начиная с моментов времени $t \approx -20 \div -30$ мксек. Интенсивность пульсаций увеличивается с ростом времени, то есть с уменьшением значения силы тока. Извилистая форма восстанавливающейся дуги свидетельствует о том, что неизлучающий участок следа дуги (темный промежуток между концом угасшей и началом восстанавливающейся) сильно турбулизован. Так же из анализа фотографий видно, что наиболее быстрое охлаждение происходит в области горловины канала и диффузоре (сечение c, d, e). А в области зоны стагнации за левым контактом (сечение a) заметного остывания дуги не наблюдается — температура газа все время эксперимента настолько высока, что неизлучающий участок отсутствует.

Течение в третьей области — диффузоре — по возможности должно быть безотрывным, поскольку отрывные зоны — это так же застойные зоны, возникающие около стенки канала под действием положительного градиента давления. Однако, как правило, углы полураствора диффузора достаточно велики, поскольку это необходимо для увеличения скорости потока в диффузоре и, следовательно, для усиления теплоотвода от дуги отключения. Так что можно сказать, что улучшение работы проточной части в области диффузора заключается в максимально возможном смещении областей отрыва вниз по потоку к выходному сечению из диффузора и в уменьшении их размеров. Так же отметим, что увеличение степени турбулентности на входе в диффузор улучшает характеристики последнего, так как при этом увеличивается коэффициент турбулентной вязкости и профили скорости на входе делаются менее выпуклыми, что способствует сдвигу области отрыва вниз по потоку. Однако около контакта, расположенного вниз по потоку, всегда будет существовать достаточно большая застойная зона. Минимизировать ее размеры можно путем выбора формы электрода. Однако в данном случае необходимо учитывать влияние конечности электрода не только на газодинамические характеристики потока, но и на электромагнитное поле, возникающее в проточной части ДУ в процессе коммутации.

Как отдельную область, оказывающую влияние на отключающую способность ДУ при увеличении номинального напряжения на разрыв, можно рассматривать область за срезом изоляционного сопла [2]. Параметры струи за срезом сопла зависят от числа Маха на срезе сопла M_{out} и степени нерасчетности N , которую определяют как соотношение давлений на срезе сопла (P_{out}) и давления в баке, где находится контакт (P_b): $N = P_{out}/P_b$. В дугогасительных устройствах в силу конструктивных особенностей реализуется условие $N > 1$.

В системе двустороннего дутья выделяют следующие зоны взаимодействия: зона вверх по потоку между оконечностями контактов, область горловины и область вниз по потоку (диффузорная область). Особенности и влияние на процессы дугогашения двух последних зон не отличаются от тех, которые были рассмотрены выше.

Отличия существуют только в зоне образуемой оконечностями контактов. В этой области при радиальном стекании веерной струи к оси симметрии образуется медленно размываемая область горячего газа — застойная зона. Можно показать, что поверхность застойной зоны омывается ничтожной долей от всего газа, истекающего из сопла, образуемого оконечностями контактов. Поэтому, когда в застойной зоне скапливается газ, нагретый дугой на сильноточном этапе, он очень медленно охлаждается, во-первых, потому, что скорости газа на поверхности застойной зоны очень малы и конвективный унос тепла мал. Во-вторых, турбулентные слои смешения, фактически образующиеся на свободных поверхностях стекающихся струй и имеющие своим началом кромки контактов, распространяются в периферийных областях стекающихся и растекающихся струй, а поэтому турбулентные пульсации слоев смешения не возмущают и не перемешивают горячую плазму застойной зоны с холодным газом натекающей струи.

Таким образом, несмотря на то, что в системе двустороннего дутья массовый расход газа в два раза выше, чем в ДУ продольного дутья, скорость угасания дуги в ДУ такого типа возрастает существенно медленнее. Отключающая способность ДУ такого типа возрастет всего на 50%.

2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРИ АНАЛИЗЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ГАЗОВОГО ПОТОКА С ДУГОЙ ОТКЛЮЧЕНИЯ

В последние десятилетия все шире применяется численное моделирование процессов, протекающих в электрической дуге отключения. По мере роста вычислительных мощностей появляются возможности для все более детального описания процесса. Это, прежде всего, относится к введению в расчеты газодинамических полей, полей плотности тока, электромагнитных сил, приводящих к пинч-эффекту и ускорению плазмы, к более корректному описанию переноса излучения в столбе дуги. С указанным кругом вопросов связано использование гипотезы о локальном термодинамическом равновесии (ЛТР) в дуговой плазме. Подробнее о приближении ЛТР см. приложение 1.

Численное моделирование невозможно без качественной математической модели. Для описания взаимодействия дуги отключения с газовым потоком часто используют математические модели динамики сплошной среды, объединенные с системой уравнений электромагнитного поля. И с помощью компьютеров находят решения этой системы, обращаясь для постановки начальных и граничных условий к экспериментальной информации.

В настоящем пособии рассмотрены только подходы, используемые для создания и модернизации моделей, основанных на уравнениях магнитной газовой динамики (магнитогазодинамики, МГД).

Одно из определений магнитной газовой динамики гласит, что МГД — это наука о движении электропроводящих газов и жидкостей во взаимодействии с магнитным полем [7]. Поэтому при движении электропроводящей среды в магнитном поле в ней индуцируются электрические поля и токи, на которые влияет магнитное поле и которые сами способны влиять на магнитное поле, создавая, таким образом, сложную картину взаимодействия магнитных и гидродинамических явлений, описывать которые необходимо с помощью как уравнений гидродинамики, так и с помощью уравнений электромагнитного поля.

Уравнения, составляющие газодинамическую часть — это уравнения движения сплошной среды: баланс массы, баланс импульса и баланс энергии. Их вывод описан, например, в [8, 9]. В наиболее общем виде система может быть записана так:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\bar{v} \cdot \rho) = q \quad (2.1)$$

$$\rho \frac{d\bar{v}}{dt} = \rho \bar{F} + \operatorname{Div} P \quad (2.2)$$

$$\rho \frac{d}{dt} \left(U + \frac{\bar{v}^2}{2} \right) = \rho \bar{F} \cdot \bar{v} + \operatorname{div}(P \cdot \bar{v}) + \rho q, \quad (2.3)$$

где ρ — плотность; t — время; \bar{v} — вектор скорости с компонентами (u, v, w) ; F — объемные силы, действующие на движущуюся среду; P — тензор напряжений в среде; U — удельная (отнесенная к единице массы) внутренняя энергия среды, включающая в себя все возможные виды энергии внутренних движений материи; q — мощность внешних источников энергии.

Данная система носит название системы уравнений динамики сплошной среды и не является замкнутой. Для ее решения необходимо добавить замыкающие соотношения:

- уравнение состояния, которое дает связь между термодинамическими характеристиками среды;
- реологическое уравнение (если среда описывается в вязком приближении, то система носит название системы Навье – Стокса) позволяет определить вид тензора напряжений P как функции тензора скоростей деформации в зависимости от рассматриваемой задачи, т.е. является уравнением, связывающим напряжения, имеющиеся в окрестности некоторой точки среды, и деформации, возникающие вследствие этого. Причем в это уравнение могут входить и скорости изменения напряжений и деформаций, т.е. их производные по времени, и интегралы по времени от напряжений или деформаций;

- модель описания турбулентности (если движение среды турбулентно). Модель турбулентности позволяет описывать явления, происходящие в турбулентном потоке.

При моделировании плазмы в рамках МГД уравнений обычно используют приближение идеального газа, для которого справедливо уравнение состояния:

$$p/\rho = RT.$$

Поскольку молекулярная вязкость в плазме очень велика, то, естественно, тензор напряжений должен включать в себя учет напряжения трения между соседними, движущимися слоям плазмы. Поэтому для плазмы используют модель вязкой среды. В этой модели диагональные компоненты тензора P , входящие в уравнения (2.2) и (2.3) имеют вид:

$$p_{ii} = -p + 2\eta \frac{\partial u_i}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\eta \operatorname{div} \vec{u}$$

А недиагональные компоненты тензора P имеют вид:

$$p_{ij} = \eta \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right),$$

где η — динамический коэффициент молекулярной вязкости, а $i, j = (x, y, z)$.

Общий вид уравнений в этом случае достаточно громоздок, поэтому здесь не приводится. При необходимости его можно найти, например, в [8].

Уравнения, описывающие электромагнитное поле называются уравнениями Максвелла и в общем виде записываются так:

$$\operatorname{rot}(\vec{H}) = \vec{j} + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (2.4)$$

$$\operatorname{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.5)$$

$$\operatorname{div}(\vec{B}) = 0 \quad (2.6)$$

$$\operatorname{div}(\vec{D}) = \rho_e. \quad (2.7)$$

Здесь D — индукция электрического поля; B — индукция магнитного поля; E — напряженность электрического поля; H — напряженность магнитного поля; ρ_e — плотность стороннего электрического заряда; j — плотность тока; μ — магнитная проницаемость плазмы; μ_0 — магнитная проницаемость вакуума.

Первое уравнение в данной системе, уравнение (2.4) — это закон, говорящий о том, что электрический ток и изменение электрической индукции порождают вихревое магнитное поле. Второе уравнение — (2.5) — это закон Фарадея, гласящий, изменение магнитной индукции порождает вихревое электрическое поле. Третье уравнение — (2.6) — это закон Гаусса для магнитного поля, гласящий, что силовые линии магнитного поля замкнуты или, что одно и то же, что в природе не существует носителей магнитных зарядов. И, наконец, четвертое уравнение — (2.7) — это закон Гаусса, определяющий, что электрический заряд является источником электрической индукции. Эти уравнения так же должны быть дополнены законом Ома в той или иной форме. Если присутствует внешнее магнитное поле, то оно так же должно быть описано.

Объединяются же эти две системы посредством учета:

— силы Лоренца в уравнении баланса импульса (2.2):

$$\vec{F} = \vec{j} \times \vec{B} \quad (2.8)$$

— тепловыделения в уравнении баланса энергии, которое складывается из джоулева нагрева и потерь тепла за счет излучения (ψ) (2.3):

$$q = \sigma E^2 - \psi. \quad (2.9)$$

Объединенная таким образом система из 9 нелинейных уравнений в частных производных (5 уравнений газодинамики + 4 уравнения электромагнитного поля), дополненная замыкающими соотношениями является замкнутой системой МГД — уравнений и в принципе может быть решена.

Замыкающими соотношениями в данном случае будут уже упоминавшиеся ранее уравнение состояния, реологическое уравнение, модель для описания турбулентности. А поскольку при высоких температурах термогазодинамические параметры газа (молекулярная вязкость, теплоемкость, теплопроводность,

проводимость и т.д.) сильно зависят от температуры и давления плазмы в дуге, то к замыкающим уравнениям необходимо добавить модель описания термогазодинамических параметров газа. Если температура плазмы в дуге выше 10 000 °К, то излучение оказывает существенное влияние на распределение параметров плазмы, и, следовательно, для учета этого влияния в систему должна быть введена модель для описания излучения.

Таким образом, решение полной системы МГД очень сложный и трудоемкий процесс, связанный с решением множества сопряженных задач для построения замыкающих уравнений. При этом если написание уравнения состояния, реологического уравнения, определение термогазодинамических параметров в настоящее время не представляет особенных трудностей, то моделирование турбулентности и излучения и в настоящее время является нетривиальной задачей.

3. ТУРБУЛЕНТНОСТЬ И ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ДУГА ОТКЛЮЧЕНИЯ

Основываясь на экспериментальных данных можно сказать, что дуга практически всегда представляет собой турбулентный объект (см. рис. 1.6, рис. 3.1 [10]). А значит, для его описания необходимо использовать существующие в настоящее время модели, предназначенные для описания турбулентности, или создавать новые.

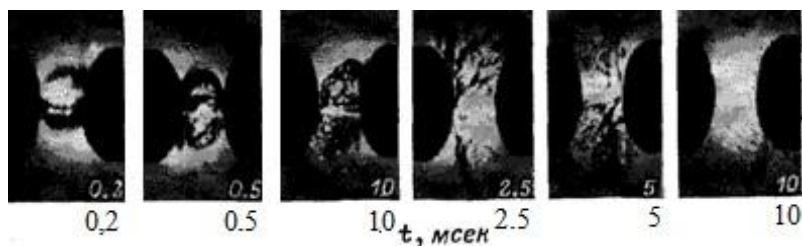


Рис. 3.1. Теневые фотографии газа, нагретого каналом разряда при протекании импульса тока $I_m = 20\text{кА}$, $t_u = 10\text{мкс}$. Снимки сделаны в различные моменты после прекращения тока разряда. [10]

В настоящее время существует несколько основных подходов к моделированию турбулентности. Далее рассмотрены основные особенности этих подходов.

3.1 Осреднение по Рейнольдсу

Осреднение по Рейнольдсу в англоязычной литературе носит название Reynolds averaged Navier – Stokes, или, сокращенно, **RANS**. Многочисленные наблюдения показывают, что при турбулентном движении параметры потока в каждой точке беспорядочно меняются во времени по величине и направлению, поэтому, при турбулентном течении нет стационарности в классическом понимании этого термина. В самом деле, при неупорядоченности турбулентного движения очень сложно описать такое движение во всех деталях как функцию времени и пространственных координат. А при решении большинства задач инженерного характера, когда требуются некоторые «средние» параметры по-

тока, это и не нужно. Но турбулентное движение не упорядочено в таком смысле, что может быть описано с помощью теории вероятности [8], то есть оказывается возможным указать точные средние значения различных величин, например: скорости, давления, температуры и т.п. Таким образом, мгновенные значения, например, продольной составляющей скорости u (а, по аналогии, и все другие величины, характеризующие поток) можно представить в виде суммы средних (\bar{u}) и пульсационных величин (u') (см. рис. 3.2):

$$u = \bar{u} + u' \quad v = \bar{v} + v' \quad w = \bar{w} + w' \quad p = \bar{p} + p' \quad T = \bar{T} + T'. \quad (3.1)$$

А среднюю скорость в направлении оси x определять как:

$$\bar{u} = \frac{1}{t} \int_0^t u d\tau, \quad (3.2)$$

где, \bar{u} — средняя скорость за промежуток времени t , u — мгновенная скорость. Аналогичные соотношения вводятся для других компонент скорости и для давления p и температуры T .

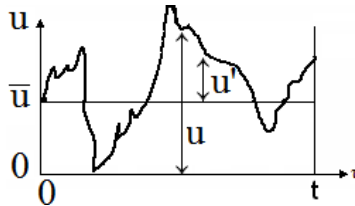


Рис. 3.2. Разложение мгновенной скорости на среднюю и пульсационную составляющие

Подобный подход был впервые предложен О. Рейнольдсом, в работе, относящейся к 1894 г. [11]. В ней впервые было предложено представлять мгновенные значения всех гидродинамических величин в турбулентном течении в виде суммы осредненных и пульсационных составляющих. В этом случае ограничиваются изучением только осредненных величин, сравнительно плавно меняющихся во времени и пространстве, которые чаще всего и представляют основной интерес для практики. Обычно для вывода уравнений осредненного

турбулентного движения применяют метод осреднения по времени в тех случаях, когда осредненное движение стационарно или медленно меняется во времени. В случаях, когда осредненное движение не стационарно и меняется во времени быстро, применяют теоретико-вероятностное осреднение или осреднение по ансамблю реализаций. Вид уравнений в обоих случаях получается одинаковым.

Для получения уравнений, описывающих изменение осредненных характеристик турбулентного движения предполагают, что действительное движение, несмотря на всю его иррегулярность и влияние на него случайных обстоятельств, связанных с предысторией потока, все же строго описывается уравнениями Навье – Стокса. В этом простом допущении заключается основная идея общего подхода к описанию турбулентных движений, выдвинутая Рейнольдсом. Положив в основу выкладок это принципиальное положение, и составляют уравнения для осредненных величин турбулентного движения. Полученные в итоге уравнения от уравнений Навье – Стокса отличаются только наличием дополнительного члена — дивергенцией так называемого *тензора турбулентных напряжений*:

$$\tau_t = \rho \begin{pmatrix} \overline{u'^2} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{v'u'} & \overline{v'^2} & \overline{v'w'} \\ \overline{w'u'} & \overline{w'v'} & \overline{w'^2} \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

Вследствие нелинейности исходных уравнений гидродинамики осредненная система уравнений — бесконечная, поскольку уравнения для моментов (произведений пульсационных составляющих) младшего порядка всегда содержат моменты более старшего порядка. Поэтому любая конечная система этих уравнений всегда является незамкнутой. И история теории турбулентности во многом связана с проблемой замыкания. На основе представлений, полученных в экспериментальных исследованиях, были построены так называемые полуэмпирические модели турбулентности, дающие связь между тензором турбулентных напряжений и тензором осредненных скоростей деформации.

Необходимо отметить, что попытки создания чисто статистической теории турбулентных движений, не опирающейся на уравнения Навье – Стокса, не привели пока к сколько-нибудь существенным результатам.

3.2 Метод крупных вихрей

Метод крупных вихрей в англоязычной литературе носит название large eddy simulation, или, сокращенно, **LES**. Впервые этот подход был использован в 1970 году Дирдорфом (Deardorff) для моделирования турбулентного течения в канале [12]. Основой LES моделирования турбулентных потоков с очень большими числами Рейнольдса является подтверждаемая экспериментально гипотеза о независимости статистических характеристик крупномасштабных турбулентных движений от молекулярной вязкости. Основываясь на этом положении, строят модели, описывающие нестационарную динамику только относительно крупных вихрей (вихрей, вносящих основной вклад в энергию турбулентного потока и определяющих взаимодействие турбулентности с осредненным движением), а эффекты более мелких вихрей моделируются с использованием правил «подсеточного замыкания». При этом вычислительные затраты необходимые для реализации такой модели не должны зависеть от числа Рейнольдса, поскольку нет необходимости явно и точно рассчитывать все мелкие вихри. Однако результирующая система уравнений оказывается незамкнутой, поскольку она включает в себя члены, описывающие нелинейные взаимодействия крупных (моделируемых явно) вихрей с мелкомасштабной турбулентностью, лежащей за пределами пространственного шага модели.

3.3 Метод отсоединенных вихрей

Метод моделирования отсоединенных вихрей в англоязычной литературе носит название Detached-Eddy Simulation, **DES**. Метод DES [12] был предложен в качестве альтернативы RANS и LES методам при расчете пристеночных течений с обширными отрывными зонами, для которых RANS модели не способны обеспечить приемлемую точность, а LES требует чрезмерно больших вычисли-

тельных ресурсов. Это привело к мысли о создании комбинированной модели, которая сочетала бы в себе лучшие качества обоих методов, а именно, надежность и вычислительную эффективность RANS в присоединенных пограничных слоях с понятной физикой, высокой точностью и приемлемыми вычислительными затратами LES вдали от стенок. Принципиальное отличие DES от LES состоит в том, что в рамках DES «точно» рассчитываются не все энергонесящие вихри, а лишь «отсоединенные» вихри, которые располагаются в отрывных зонах, а вихри, существующие в области присоединенных пограничных слоев, описываются обычными полуэмпирическими RANS моделями. Однако и этот метод не лишен недостатков, связанных с использованием метода на мелких сетках или при малых числах Рейнольдса.

3.4 Прямое численное моделирование

Прямое численное моделирование в англоязычной литературе носит название *direct numerical simulation*, **DNS** [12]. В рамках этого подхода численно решаются системы алгебраических уравнений, с высокой точностью аппроксимирующие исходную систему дифференциальных уравнений Навье – Стокса, поскольку считается, что в уравнениях Навье – Стокса присутствуют все решения (в зависимости от числа Рейнольдса), как ламинарные, так и турбулентные. DNS, безусловно, самый обоснованный и самый точный метод. Однако он требует детального пространственно-временного разрешения и, следовательно, ведет к большим вычислительным затратам. Поэтому DNS редко применяется в практических задачах и чаще всего служит инструментом для получения больших массивов данных о турбулентных потоках простой структуры. В работе [13] приведена интересная таблица:

Таблица 3.1.

**Вычислительные ресурсы и перспективы практического применения
различных подходов к моделированию турбулентных течений**

Метод	Необходимое число узлов сетки	Необходимое число шагов по времени	Готовность
3D RANS (стац.)	10^7	10^3	1985
3D RANS (нестац.)	10^7	$10^{3,5}$	1995
DES	10^8	10^4	2000
LES	$10^{11,5}$	$10^{6,7}$	предположительно 2045
DNS	10^{16}	$10^{7,7}$	предположительно 2080

В таб. 3.1 под готовностью подразумевается возможность расчета одного варианта в течение суток на самых мощных из доступных компьютеров. Под LES моделированием подразумевается LES с пристеночным RANS моделированием; в случае LES вплоть до твердых стенок, затраты оказываются сопоставимы с затратами DNS.

Из этой таблицы видно, что мощности современной вычислительной техники за приемлемое для инженерной практики время позволяют получить результат только для двух методов: RANS и DES. Однако необходимо отметить, что при исследовании процессов, происходящих в электрических дугах отключения, необходимо, как уже отмечалось ранее, решать не только уравнения газовой динамики, но и уравнения Максвелла, что существенно увеличивает потребности в мощности компьютеров. К тому же метод DES создавался в первую очередь для исследования структуры турбулентных пристеночных течений, в то время как дуга отключения, горит, как правило, в потоке газа и ассоциируется с затопленной струей. Соответственно, стенки канала, с точки зрения

дополнительной турбулизации, в большинстве случаев оказывают очень слабое воздействие на дуговые процессы. Пожалуй, применение DES было бы оправдано только в одном случае: моделирование взаимодействия дуги с поверхностью электрода.

В заключение данного раздела стоит отметить, что на нынешнем уровне развития вычислительной техники оптимальными методами для описания дуг с точки зрения магнитной гидродинамики остаются RANS модели, которые замыкаются с помощью полуэмпирических моделей турбулентности.

4. МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПРИ АНАЛИЗЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ ОТКЛЮЧЕНИЯ С ГАЗОВЫМ ПОТОКОМ (RANS МОДЕЛИРОВАНИЕ)

Как уже было отмечено, уравнения движения, осредненные по Рейнольдсу, принципиально не могут быть замкнутыми. Приближенные методы замыкания уравнений для моментов в ряде случаев основываются на методах теории подобия и анализе размерностей величин. Часто для замыкания уравнений для моментов используются те или иные модельные представления о турбулентности.

Развитие полуэмпирических замыкающих теорий для описания турбулентности основано на проведении аналогий между процессами переноса при ламинарном и турбулентном движении. В этом случае предполагается справедливость обобщенной гипотезы Буссинеска и закона Фурье. Обобщенная гипотеза Буссинеска постулирует линейную связь между тензором рейнольдсовых напряжений (τ_t) и тензором скоростей деформаций (S) и является аналогом реологического закона Ньютона для молекулярной вязкости [8]:

$$\tau_t = 2\eta_t S - \frac{2}{3}\rho k \cdot I, \quad (4.1)$$

где: η_t — динамический коэффициент турбулентной вязкости, S — тензор скоростей деформации; ρ — плотность; I — единичный тензор, k — кинетическая энергия турбулентности единицы массы, определяемая как:

$$k = \frac{\overline{u'_i u'_i}}{2}.$$

Закон Фурье постулирует линейную связь между потоком тепла и градиентом скорости:

$$\overline{q}_t = -\lambda_t \nabla T, \quad (4.2)$$

где λ_t — коэффициент турбулентной теплопроводности.

Таким образом, в данном случае роль модели турбулентности сводится к определению связи между η_t , λ_t и k с параметрами осредненного течения. При

этом при определении турбулентной теплопроводности предполагается, что она может быть выражена через турбулентную вязкость с помощью соотношения:

$$\lambda_t = c_p \eta_t / Pr_t,$$

где Pr_t — турбулентный аналог числа Прандтля, обычно полагаемый равным константе. Для турбулентных дуг он выбирается в диапазоне от 0,5 до 1 (обычно 0,75).

4.1. Алгебраические модели. Модели пути смешения Прандтля

Наиболее известными и распространенными алгебраическими моделями для описания турбулентности в потоке являются модели Л. Прандтля и их модификации. В соответствии с теорией Л. Прандтля при турбулентном движении в процессах переноса участвуют достаточно большие объемы жидкости, так называемые моли [8]. Пусть некоторый объем (моль) жидкости перемещается со скоростью \bar{u} в направлении r на расстояние l , сохраняя при этом переносимые им свойства жидкости в течение всего времени своей «жизни»¹. В новом слое моль скачкообразно приобретает скорость нового слоя (см. рис. 4.1 [8]).

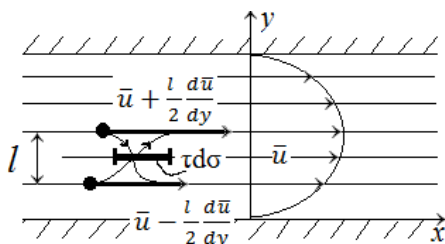


Рис. 4.1. Перемещение турбулентных молей в потоке

¹ Необходимо заметить, что при турбулентном перемешивании происходит перенос через границу между слоями импульса, энергии и других механических или термодинамических параметров осредненного движения жидкости, тепла, а также заключенных в жидкости примесей. Перенос импульса создает турбулентное трение между слоями, перенос тепла обуславливает турбулентную теплопроводность.

Этот скачок (или пульсация скорости) равен:

$$\overline{|u'|} \approx l \frac{\partial u}{\partial r}$$

где l — длина пути смешения, которую Л. Прандтль ввел по аналогии с длиной свободного пробега.

Далее, Л. Прандтль предложил считать, что поперечная и продольная пульсационные скорости пропорциональны друг другу, то есть $|v'| \approx |u'|$. Тогда, если принять, что корреляция величин v' и u' пропорциональна произведению $|v'| \cdot |u'|$, то касательные напряжения в потоке имеют вид:

$$\tau_t = C_1 \rho l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right| \frac{\partial u}{\partial r}, \quad (4.3)$$

где C_1 — коэффициент пропорциональности между продольной и поперечной пульсационными составляющими скорости.

Поток тепла, переносимого пульсационным движением, определяется формулой:

$$q_t = -c_p \rho l \cdot l_T \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right| \frac{\partial T}{\partial r}, \quad (4.4)$$

где l_T — путь смешения по температуре. В данной формуле учтено, что пути смешения по температуре и по скорости различны, что следует из экспериментальных данных. Поскольку пути смешения определяются с точностью до константы, то в данной формуле она принята равной 1.

Турбулентные вязкость и теплопроводность равны, соответственно:

$$\eta_t = C_1 \rho l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right|, \lambda_t = c_p \rho l \cdot l_T \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right|. \quad (4.5)$$

Это так называемая *первая гипотеза Л. Прандтля*.

Рассмотрим первую гипотезу Л.Прандтля в применении к электрической дуге, горящей в спутном потоке, которую обычно сравнивают с круглой затопленной струей. Из соображений размерности, которые подтверждаются сравнением результатов расчетов с опытом, следует, что в струях, а, значит, и в дугах,

можно принять $l \approx l_T \approx b(x)$, где $b(x)$ — толщина струи. То есть, в струях l от поперечной координаты не зависит. Но коэффициент турбулентной вязкости, как видно из (4.5) меняется по сечению струи и обращается в ноль на границе струи и на ее оси. Для упрощения расчетов струй Л.Прандтль предложил считать постоянным по сечению струи не только путь смешения, но и коэффициент турбулентной вязкости. Он принял допущение, что:

$$\left| \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{max} \approx \frac{u_{max} - u_e}{b},$$

где $u_{max} = u_{max}(x)$ — скорость на оси струи²; а $u_e = u_e(x)$ — скорость спутного потока. Тогда, полагая, что $l/b = C$, на основании формулы (4.5), можно записать:

$$\eta_t = C_1 \rho l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right| = C_1 \rho (Cb)^2 \frac{u_{max} - u_e}{b} = C_2 \rho b (u_{max} - u_e),$$

где $C_2 = C_1 C^2$ считается постоянной величиной и в результате выражение для турбулентной вязкости принимает вид:

$$\eta_t = C_2 \rho b (u_{max} - u_e). \quad (4.6)$$

Это вторая гипотеза Л. Прандтля. Теория Л. Прандтля хорошо отражает основные свойства сдвиговых турбулентных течений с *преимущественным направлением движения*.

Коэффициенты, присутствующие в обеих моделях, носят название *эмпирических коэффициентов* и определяются для каждого конкретного типа течения из согласия расчетных и опытных данных. На полуэмпирические коэффициенты моделей оказывает влияние множества факторов. Например, известно, что по мере увеличения числа Маха M происходит заметное уменьшение интенсивности смешения, и толщина слоя смешения струи сокращается. Поэтому, при значительных числах M гипотезы Л. Прандтля нуждаются в уточнении.

Разными авторами предложено много алгебраических моделей для турбулентной вязкости в струях, которые можно использовать для расчетов элек-

² Или дуги, если решается задача о взаимодействии потока с дугой отклонения.

трических дуг, но все они, в основном, являются модификациями первой и второй моделей Л. Прандтля.

Например, в работе [14] представлена модификация первой гипотезы Прандтля. В работе рассмотрено влияние на поведение дуги, горящей в сопле Лаваля, испарений металла катода. При решении этой задачи контакты находятся внутри сопла Лаваля, поэтому за катодом, расположенном около входа в канал и перед анодом, расположенном перед выходом из канала, образуются застойные зоны, для описания которых рассматривается решение полной системы газодинамических уравнений. В данном случае модели Прандтля (4.5) и (4.6) непригодны. В работе [14] предлагается использовать следующую модификацию первой модели Прандтля:

$$\eta_t = \rho(C\delta)^2 \left| \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right|, \quad (4.7)$$

здесь δ — толщина дуги определенная по изотерме 2 000 °К, C — эмпирический коэффициент, величина которого принята равной 0,1. На основании этой модели было учтено влияние турбулентности в областях около контактов. В работе показано, что, используя формулу (4.7), можно учесть не только влияние продольной (осевой) составляющей скорости u , но и влияние поперечной компоненты скорости v на турбулентную вязкость. Такой подход, позволяет на основе простой алгебраической модели проводить расчеты потоков, существенно меняющих направление течения при движении в канале.

К достоинствам теории Л. Прандтля можно отнести ее математическую простоту и ясность, минимальное количество эмпирических коэффициентов. К тому же модели Прандтля оказали большое влияние на дифференциальные модели, поскольку линейный масштаб турбулентности (то, что у Прандтля названо путем смешения) входит практически во все дифференциальные модели.

Однако *алгебраические модели не лишены недостатков*. Во-первых, алгебраические модели практически не применимы для расчета течений в областях сложной геометрии, или в случаях, когда рассчитывают течения с поворотами потока на большие углы, с обратными токами, и т.д. И для их использова-

ния при расчетах дуги в проточной части ДУ необходимо модифицировать модели, как это, например, было сделано в работах [14, 15].

Второй недостаток алгебраических моделей существенен именно для угасающих дуг: это отсутствие «эффектов памяти», т.е. при резком изменении параметров потока это приводит к столь же резкому изменению турбулентной вязкости, без «эффектов памяти». Действительно, в моделях ДУ с продольным дутьем дуга горит в сопле Лавалья, при быстром падении тока и, следовательно, быстром уменьшении температуры на оси дуги скорость, связанная с температурой соотношением:

$$u \approx u_e \sqrt{\frac{T}{T_e} \frac{Z(T,p)}{Z_e(T_e,p)}}, \quad (4.8)$$

так же быстро падает до скоростей, близких к скорости холодного газа, что приводит к резкому уменьшению поперечного градиента скорости потока, а, следовательно, в соответствии с моделями Прандтля, к уменьшению турбулентного трения. Однако многочисленные опытные данные [16] показывают, что при быстром убывании тока в дуге, наоборот, происходит интенсивный рост энергии турбулентности (см. рис. 1.6, рис. 4.1). Таким образом, использование алгебраических моделей для угасающих дуг требует модификации, учитывающей этот факт.

Например, эту модификацию можно сделать так. В качестве характерной плотности в коэффициенте турбулентной вязкости взять среднегеометрическую плотность $\rho_{эфф} = (\rho \rho_e)^{0.5}$, где ρ — местная плотность газа; ρ_e — плотность холодного газа за пределами мантии дуги в том же сечении $x = \text{const}$, что и местная плотность газа. Действительно, в стационарно горящей дуге при больших токах температура в ядре дуги велика, плотность мала, и коэффициенты турбулентной и молекулярной вязкостей сравнимы по величине. Кроме того, баланс тепла в этом случае определяется, в основном, джоулевым нагревом и излучением. Поэтому, как показывают сравнения расчетов стационарно горящей дуги с опытными данными, возможная погрешность в определении $\rho_{эфф}$ оказывается малозначительной [16]. Но, по мере приближения тока к нулю, как показывают фотографии, приведенные на рис. 1.6, ядро дуги утоньшается и, что главное,

ось ядра делается сильно извилистой. Тем самым, в какие-то моменты времени на идеализированной (осредненной) оси дуги оказывается не плазма, а холодный газ из внешней области. Иначе, через какую-либо неподвижную точку пространства, находящуюся на осредненной оси дуги, при падении тока проходят поочередно то частицы плазмы, то частицы холодного газа. Подобная модификация использовалась и в работе [17] при моделировании коэффициента турбулентной вязкости и давала удовлетворительные результаты.

Объяснение физических причин источника роста кинетической энергии турбулентности в угасающей дуге будет приведено ниже, с использованием дифференциальных моделей турбулентности.

Наконец, можно заметить, что, алгебраические модели не универсальны и при переходе от одного типа течения к другому возникает необходимость в их модификации.

4.2. Дифференциальные модели турбулентности

В дифференциальных моделях для турбулентных характеристик записываются не алгебраические соотношения, а уравнения переноса, которые, как правило, имеют следующий вид:

$$\text{Конвекция} = \text{Диффузия} + \text{Генерация} - \text{Диссипация}$$

Сложность при записи дифференциальных моделей состоит именно в конкретизации членов, стоящих в правой части. Поэтому искусство построения дифференциальных моделей включает в себя как выбор переменных, для которых записываются уравнения, так и умение удачно смоделировать члены, входящие в правую часть уравнений.

Дифференциальные модели легко применимы к течениям в областях сложной геометрии, они обладают «эффектом памяти», поскольку в уравнениях присутствуют конвективные и диффузионные члены.

Однако при использовании этих моделей в численном моделировании в системе появляются дополнительные дифференциальные уравнения, которые могут быть намного сложнее для численного моделирования, чем уравнения Навье – Стокса.

Дифференциальные модели принято классифицировать по количеству уравнений переноса, входящих в них. Так, например, модели, включающие в себя одно дифференциальное уравнение (как правило, это уравнение или для кинетической энергии турбулентности или для турбулентной вязкости) называют однопараметрическими³. Эти уравнения достаточно просты, но требуют, если уравнение записано для кинетической энергии турбулентности, дополнительных предположений о соотношении между турбулентной энергией и турбулентной вязкостью. Математические формулировки всех моделей, описываемых далее, приведены в приложении 2.

4.2.1. Однопараметрические модели. Наиболее известной однопараметрической моделью является *модель Спелларта – Алмареса*. В модели Спелларта – Алмареса уравнение переноса сформулировано для величины $\tilde{\nu}$, которая совпадает с турбулентной вязкостью всюду, кроме пристеночных областей.

Модель Спаларта – Алмареса оказывается экономичной и достаточно точной для расчётов безотрывного обтекания и для течений с не очень большими зонами отрыва. При этом точность модели не гарантирована для течений с большими зонами отрыва, свободных сдвиговых течений и затухающей турбулентности.

В силу различных обстоятельств, однопараметрические модели не получили должного развития и в настоящее время применяются меньше, чем двухпараметрические, т.е. модели, включающие в себя два дифференциальных уравнения (как правило, это уравнение или для кинетической энергии турбулентности и для какой-нибудь еще характеристики турбулентности).

Однако, основываясь на уравнении для кинетической энергии турбулентности можно дать объяснение причин роста кинетической энергии турбулентности в угасающей дуге.

³ Кстати, именно поэтому алгебраические модели, не имеющие в своем составе дифференциальных уравнений, называют иногда "нуль – параметрическими" (в англоязычной научной литературе: zero equation model)

4.2.2. *Кинетическая энергия турбулентности и дуга отключения.* При быстром убывании тока в дуге происходит интенсивный рост энергии турбулентности, которая для единицы объема может быть записана как:

$$E_t = \frac{\overline{\rho u'_k u'_k}}{2}.$$

На это указывают экспериментальные данные [6, 18, 19]. Объяснения данному явлению можно дать на основе уравнения баланса энергии турбулентности в единице объема, которое, будучи параболизировано, в цилиндрической системе координат в осесимметричном случае имеет вид [20]:

$$\frac{\partial E_t}{\partial t} + u \frac{\partial E_t}{\partial x} + v \frac{\partial E_t}{\partial r} = -\overline{\rho u' v'} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r v' \left(p' + \frac{\rho u'_k u'_k}{2} \right) \right] - \bar{\rho} \varepsilon_t - \overline{\rho u'} \frac{du}{dt}, \quad (4.9)$$

где ε_t — скорость диссипации турбулентной энергии.

Допустим, что столб дуги имеет цилиндрическую форму и величины, характеризующие дугу, не зависят от x . Для моделирования трех первых членов правой стороны (4.9) используем формулы, аналогичные тем, что использовались при создании модели, построенной на соотношении Невзглядова-Драйдена [21, 22]:

$$\tau_t = 0,3E_t. \quad (4.10)$$

Основываясь на приближенном равенстве $\rho u^2 \approx \rho_e u_e^2$ и теории пути смешения Прандтля можно показать (см. приложение 3), что:

$$\overline{\rho' u'} = C_1 l^2 \frac{\partial^2 \sqrt{\rho}}{\partial r^2}, \quad (4.11)$$

где $C_1 = u_e \sqrt{\rho_e} = const$, l — путь смешения. Учитывая вышесказанное, запишем (4.9) в виде:

$$\frac{\partial E_t}{\partial t} = 0,3E_t \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \eta_t \frac{\partial E_t}{\partial r} \right] - 1,7 \frac{E_t \Theta}{l} - u \sqrt{\rho} l^2 \frac{\partial^2 \sqrt{\rho}}{\partial r^2} \frac{du}{dt}, \quad (4.12)$$

где Θ — среднеквадратичное значение скорости пульсаций.

При быстром убывании тока практически столь же быстро убывает и температура плазмы дуги, а так же ее скорость (согласно (4.8)), поэтому при

гашении дуги $\partial u / \partial t < 0$. Величина $\sqrt{\rho} = f(r)$ имеет минимум на оси дуги, поэтому в ядре дуги $\partial^2 \rho / \partial r^2 > 0$. Таким образом, последний член в правой стороне (4.12) при гашении дуги является генерационным в области ядра дуги, как и первый член правой стороны. Второй член — диффузионный, третий член — диссипативный.

Введем характерные величины процесса и их числовые значения на основании расчетов, проведенных в [16], на основе экспериментальных данных [23]. Характерное время — время падения тока от 1 500 А до нуля со скоростью — 27А/мксек, $t_0 = 50$ мксек [23]. За время t_0 температура плазмы уменьшается от $T_{\max} \cong 20\,000$ °К ($u_{\max} \cong 2\,100$ м/сек) до $T_{\min} \cong 3\,000$ °К ($u_{\min} \cong 600$ м/сек). Таким образом, за время t_0 изменение скорости $\Delta u = u_{\max} - u_{\min} \approx 1\,500$ м/сек, а средняя скорость за то же время $U_0 = 1\,350$ м/сек. Пусть характерная плотность $\rho = \rho_0$ в тот момент, когда скорость газа на оси дуги равна некоторой характерной скорости $u = U_0$. Масштаб турбулентности примем равным $l = nR$, где $R = 0,3$ см — характерный радиус дуги. При этом коэффициент n может быть как меньше, так и больше единицы. Характерную величину пульсаций скорости примем равной $\theta_0 = 0,2nU_0$ (условие $\theta_0 \sim nU_0$ необходимо для соблюдения условия Невзглядова-Драйдена). Характерная величина энергии турбулентности $E_0 = 3/2 \rho_0 \theta_0^2 = 0,06n^2 \rho_0 U_0^2$, а коэффициент турбулентной вязкости равен $(\eta_t)_0 = 0,018n^2 R \rho_0 U_0$. Приведем все члены уравнения (4.12) к безразмерному виду, приняв, что $\partial u / \partial t = \left(\Delta u / t_0 \right) \partial u_* / \partial t_*$ (здесь и далее «*» обозначены безразмерные величины) и, умножив все члены уравнения на t_0 , получим:

$$\left(\frac{\partial E_t}{\partial t} \right)_* = \left\{ 0,405 (E_t)_* \frac{\partial u_*}{\partial r_*} + 0,0243 n^2 \frac{1}{r_*} \frac{\partial}{\partial r_*} \left[r_* (\mu_t)_* \frac{\partial (E_t)_*}{\partial r_*} \right] - 0,459 (E_t)_* \theta_* - 1,11 u_* \sqrt{\rho_*} \frac{\partial^2 \sqrt{\rho_*}}{\partial r_*^2} \frac{d u_*}{d t_*} \right\} n^2 \rho_0 U_0^2. \quad (4.13)$$

Из (4.13) видно, что последний член в фигурной скобке, являясь генерационным, по числовому значению существенно превосходит первый, который

определяет генерацию за счет скорости сдвига во всех сдвиговых течениях. Во внешней области дуги и ее мантии $\partial^2 \rho / \partial r^2 < 0$, но по абсолютной величине может иметь небольшое значение, поэтому в этих областях энергия генерируется первым членом, как в обычных случаях. Если учесть, что в ядре дуги первый и третий члены практически компенсируют друг друга, то становится очевидным, что в ядре дуги скорость роста E_t определяется в основном последним членом в фигурной скобке.

4.2.3. *Двухпараметрические модели.* Двухпараметрических дифференциальных моделей турбулентности в настоящее время достаточно много: например, $(k-\varepsilon)$ модель и различные ее модификации, « $k-\omega$ » модели, различные модификации « $k-kl$ » модели и другие.

Для инженерных расчетов чаще всего используется $(k-\varepsilon)$ — модель. В этом случае турбулентная вязкость определяется по формуле:

$$\eta_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon_t}, \quad (4.14)$$

где $\varepsilon_t = \frac{\eta}{\rho} \sum_{i,k} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)^2$ — скорость диссипации турбулентной энергии; C_μ — эмпирическая постоянная. В модель входят два дифференциальных уравнения: для кинетической энергии турбулентных пульсаций и для скорости диссипации турбулентной энергии.

В случае изотермических течений значения этих констант достаточно универсальны. Однако для получения удовлетворительного согласия расчетных и экспериментальных данных в случае осесимметричной струи необходима модификация коэффициентов, учитывающая толщину струи и влияние разности скоростей на оси струи и во внешнем потоке.

В случае применения классической « $k-\varepsilon$ » модели для расчетов электрических дуг с универсальными значениями эмпирических коэффициентов (см. приложение 2) расчетные результаты достаточно плохо согласуются с экспериментальными данными, как это представлено на рис. 4.2 из работы [24]. Для их согласования необходимо принять зависимость эмпирических коэффициентов модели, в частности коэффициента $C_{1\varepsilon}$, от величины силы тока. Действительно,

на рис. 4.2а, при значении тока в дуге 600 А, наилучшее согласие расчетных и экспериментальных данных наблюдается при значении коэффициента $C_{1\varepsilon}=1,1$, а для значения силы тока в дуге 100 А наилучшее согласие наблюдается при значении коэффициента $C_{1\varepsilon}=1,44$. В то же время при $C_{1\varepsilon}=1,44$ расчетные значения радиальной температуры оказываются достаточно сильно завышены по сравнению с опытными данными при $I = 600$ А. Таким образом, применение « $k-\varepsilon$ » модели для расчета угасающих дуг сопряжено с необходимостью определять значения коэффициентов модели при различных значениях силы тока. Неудовлетворительные результаты « $k-\varepsilon$ » модели для расчета угасающих дуг подтверждены в работе [25].

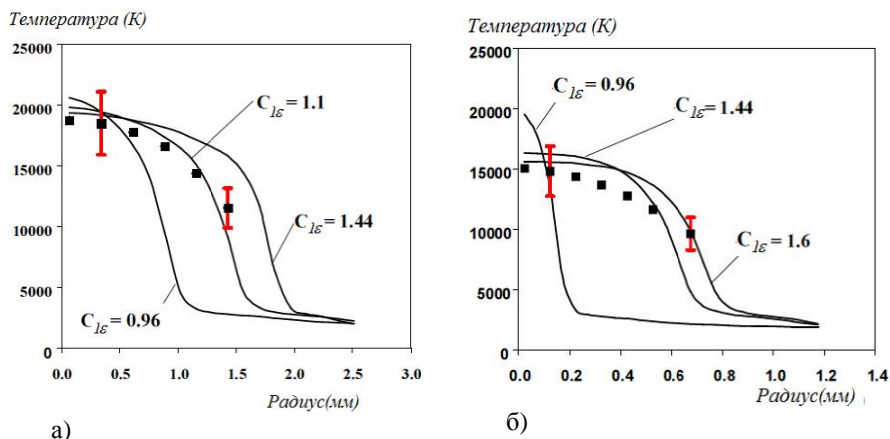


Рис. 4.2. Радиальное распределение температуры при токе дуги 600 А(а) и 100 А(б) при различных значениях коэффициента $C_{1\varepsilon}$ в « $k-\varepsilon$ » модели [24]

Кроме « $k-\varepsilon$ » модели существуют и достаточно распространены так называемые « $k-\omega$ » модели, которые в качестве второго уравнения включают в себя уравнения для завихренности $\omega = \varepsilon_t / (c_\mu k)$. В этом случае турбулентная вязкость определяется по формуле:

$$\eta_t = \rho \frac{k}{\omega}.$$

В качестве замечания можно отметить, что модели турбулентности типа $k-\varepsilon$ лучше описывают свойства свободных сдвиговых течений, а модели типа $k-\omega$ имеют преимущество при моделировании пристеночных течений. Основываясь на этом, Ментер (Menter) предложил модель, сочетающую указанные сильные стороны моделей $k-\varepsilon$ и $k-\omega$. Полученная формулировка объединенной двухпараметрической модели получила название *SST-модели* (Shear Stress Transport).

4.2.4 Многопараметрические модели. В качестве примера многопараметрической модели можно привести *модель рейнольдсовых напряжений* (Reynolds Stress Turbulence Model). Эта модель включает в себя уравнение для скорости диссипации кинетической энергии турбулентности (ε_i) и уравнения для компонентов тензора турбулентных напряжений τ_i — их 6. Таким образом, в данной модели требуется решение 7 дифференциальных уравнений достаточно сложной структуры. Уравнения, входящие в эту модель и ее модификации достаточно громоздки и в настоящем пособии не приводятся. Найти их при необходимости можно, например, в [26].

В работе [27] было проведено сравнение основных моделей, используемых в настоящее время для Ansys CFX расчетов, в применении к расчетам стационарной электрической дуги, горящей в сопле Лавала, геометрия которого представлена на рис. 4.3.

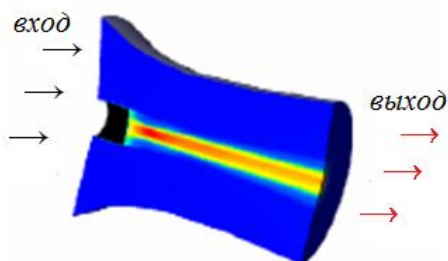


Рис. 4.3. Геометрия сопла, использованная в работе [27]

В работе [27] были рассмотрены модели, реализованные в коммерческом пакете вычислительной газовой динамики (так называемые cfd — пакеты, computational fluid dynamic) Ansys CFX:

- Алгебраическая модель⁴
- $k-\varepsilon$ модель
- SST модель
- Reynolds Stress Turbulence Models (SSG (Speziale, Sarkar, Gatski) версия).

Результаты расчетов, представленные в [27], приведены на рис. 4.4. На рис. 4.4а расчеты проводились при силе тока в дуге $I = 600$ А, на рис. 4.4б — при силе тока в дуге $I = 1800$ А. Как отмечено в работе [27], $k-\varepsilon$ модель и SSG модель дают неудовлетворительные результаты, и наиболее пригодна для расчетов SST — модель. Однако время, затраченное на расчеты с применением SST — модели очень велико и это является большим недостатком данной модели на данном этапе развития вычислительной техники.

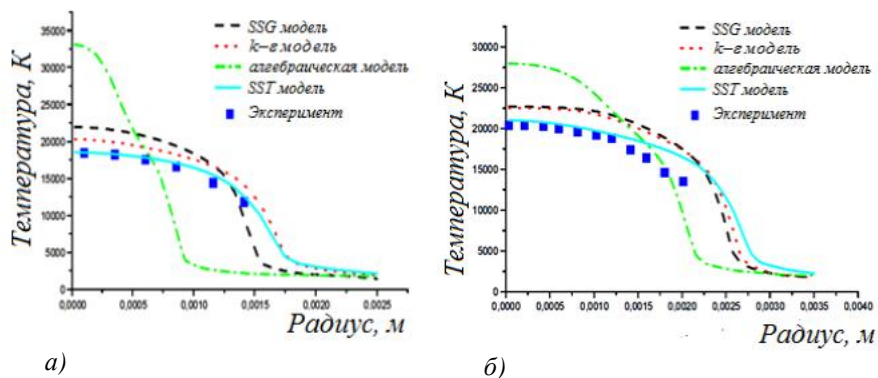


Рис. 4.4. Температура на оси стационарной дуги, горящей в сопле Лаваля при токе: $I = 600$ А(а); $I = 1800$ А(б) [27]

⁴ В Ansys CFX, в отличие от большинства других, широко распространенных cfd — пакетов имеется возможность использовать алгебраическую модель, в которой для всей расчетной области предполагается одно и то же значение турбулентной вязкости.

В то же время можно получить вполне удовлетворительный результат при использовании алгебраических моделей. Например, в работе [28] представлены результаты расчетов стационарных дуг, базирующихся на тех же данных, что и [27] (см. рис.4.5), с использованием модифицированной модели Прандтля, адаптированной для дуг [28]. Там же для сравнения приведены расчетные данные [24, 27] и экспериментальные данные [24] для следующих моделей турбулентности:

- Алгебраическая модель (1-я модель Прандтля) — кривая 1 [24];
- SST модель — кривая 3 [27];
- Алгебраическая модель, являющаяся модификацией модели Прандтля, адаптированной для дуг – кривая 3 [28].

Видно, что и при силе тока в 600 А (рис. 4.5а) и при силе тока в 1800 А (рис. 4.5б) алгебраические модели могут давать вполне удовлетворительные результаты.

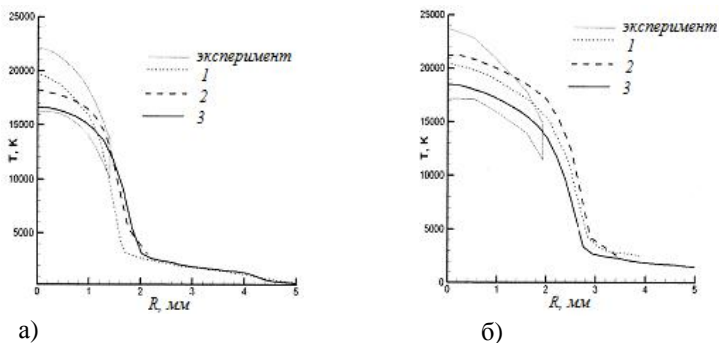


Рис. 4.5. Температура на оси стационарной дуги, горящей в сопле Лаваля при токе: $I = 600$ А(а); $I = 1800$ А(б). Кривая 1 – данные [24], кривая 2 – данные [27], кривая 3 – данные [28], эксперимент – данные [24]

В заключение нельзя не отметить, что полностью заменить эксперимент расчетом в настоящее время невозможно, поскольку во все существующие математические модели, описывающие процессы в дугогасительном устройстве,

введены те или иные предположения. В основном эти предположения возникают при описании турбулентности и при учете излучения дуги. Использование предположений приводит к появлению в уравнениях дополнительных коэффициентов, которые необходимо определять из сравнения расчетов с экспериментальными данными. Основной целью при разработке моделей и программ для расчета становится моделирование коэффициентов турбулентного переноса и излучения таким образом, чтобы при заданных коэффициентах описывался как можно более широкий спектр экспериментальных данных.

5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВОССТАНОВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ В ДУГОГАСИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВАХ ПРИ ОТКЛЮЧЕНИИ ТОКОВ КОРОТКОГО ЗАМЫКАНИЯ

5.1 Введение в численное моделирование восстановления электрической прочности в тепловой фазе пробоя

Центральным вопросом данного параграфа является моделирование процесса восстановления электрической прочности межконтактного промежутка в тепловой фазе пробоя. Тепловой пробой, как уже отмечалось, происходит в течение первых десятков микросекунд после нуля тока, в том случае, когда джоулев нагрев остаточного следа плазмы превысит теплоотвод от нее. Это происходит при приложении к контактам ПВН, превышающее напряжением пробоя $U_{пр}$.

Для оценки величины напряжения пробоя $U_{пр}$, приложенного к контактам высоковольтного выключателя (К1 и К2 на рис. 5.1), можно использовать достаточно простую гипотезу:

$$U_{пр}(t) = L(t)E_{пр}(t), \quad (5.1)$$

где $L(t)$ определяется как длина участка оси дуги, в пределах которого температура газа меньше некоторого порогового значения: $T < T_{пр}$; $E_{пр}(t)$ — напряженность пробоя.

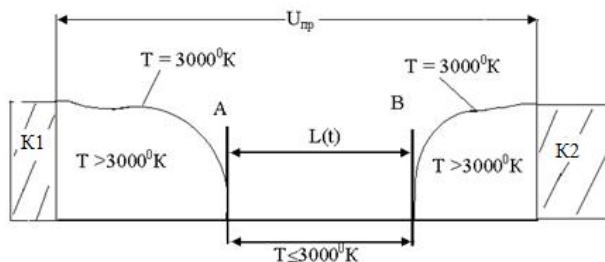


Рис. 5.1. К определению длины непроводящего ("холодного") участка

Пороговое значение температуры можно принять равным $T_{np} = 3\ 000\ \text{°K}$. Многочисленные расчетные данные, приведенные в литературе, а так же некоторые экспериментальные данные, показали, что в дугах, горящих в потоке газа, уже через $1 \div 2$ микросекунды после нуля тока образуются участки, на которых температура на оси дуги меньше чем $2\ 000 \div 3\ 000\ \text{°K}$. При таких температурах проводимость газа, ничтожно мала, и ее можно принять равной нулю.

Гипотеза (5.1) впервые была предложена в [29], а впоследствии использована в монографии [30]. Исходно предполагалось, что данная модель справедлива для электрического пробоя, возникающего в том случае, когда на участке АВ (рис. 5.1) температура газа близка к нормальной ($T_{np} = 300\ \text{°K}$), а его проводимость нулевая. Однако, в [16] было сделано допущение, что гипотеза, выражаемая формулой (5.1), применима, с небольшой модификацией, сразу после нуля тока, то есть для теплового пробоя, когда температура газа превышает $2000\ \text{°K}$. В [16] было принято, что E_{np} изменяется линейно со временем и окончательно можно принять [31]:

$$E_{np}(t) = E_0 \left(\frac{p}{p_a} \right)^{0.5} \left(\frac{t}{t_0} \right), \quad (5.2)$$

здесь $E_0 = 3\text{кВ/мм}$, p — среднее давление газа на длине $L(t)$; $p_a = 1\text{атм}$; t — время, прошедшее после возникновения $L(t)$; $t_0 = \frac{I_{max}}{(dI/dt)_0}$ — характерное время, определяемое скоростью падения тока — $(dI/dt)_0$ при $t = 0$ и максимальным током I_{max} .

Модель турбулентности при синтетических методах исследования дугогасительных устройств. Как отмечалось в гл. 4, для описания стационарно горящих дуг вполне допустимо использовать алгебраические модели. Они удобны тем, что просты в использовании и позволяют получать удовлетворительное согласие расчетных и опытных данных при минимальном количестве эмпирических коэффициентов. Однако, как указывалось ранее, они не очень хорошо подходят для описания угасающих дуг. Действительно, практически все алгебраические модели базируются на том предположении, что коэффициент турбулентной вязкости пропорционален градиенту продольной составляющей скоро-

сти по поперечной координате. При уменьшении тока падает не только температура, но и скорость потока плазмы, соответственно, градиент скорости уменьшается. И вместе с ним уменьшается коэффициент турбулентной вязкости. Однако, как показано в п.4.2.2, энергия турбулентности в период падения тока растёт. Получается противоречие. Тем не менее, в работах [15, 16] используется модификация алгебраической модели турбулентности, позволяющая рассчитывать угасающие дуги. Необходимо сразу отметить, что данная модификация модели турбулентности разрабатывалась для синтетической схемы падения тока с постоянной скоростью падения тока от некоторого стационарного значения.

Коэффициент турбулентной вязкости для случая стационарной дуги в [16] дается в виде:

$$\eta_t = (\rho\rho_e)^{0.5}v_t \quad (5.3)$$

$$v_t = \delta_\sigma f f_1 \sqrt{\left(C\delta_\sigma \frac{v_\Delta}{\Delta}\right)^2 + (C_1\{u_{max} - u_\Delta\})^2}, \quad (5.4)$$

где δ_σ — средний по координате x радиус дуги; Δ — значение координаты r , соответствующее точке вне дуги, u_{max} — значение продольной скорости на оси симметрии, u_Δ — значение осевой составляющей скорости, приписываемой внешнему потоку, в точке $r = \Delta$; v_Δ — значение скорости v в точке $r = \Delta$. Значения эмпирических коэффициентов приняты равными: $C = 10^{-1}$; $C_1 = 4,9 \cdot 10^{-3}$.

Модель (5.4) содержит два демпфирующих множителя. Первый f , обеспечивает предположение о том, что турбулентность сосредоточена в основном в ядре дуги и слое смешения, а внешний поток холодного газа слабо турбулизован. Поэтому необходимо ввести некоторый множитель, который обеспечивал бы убывание коэффициента v_t во внешнем потоке по направлению от дуги к стенке канала. В качестве такого множителя принята функция f , определенная следующим образом:

$$f = \begin{cases} 1 & \text{при } r < r^* \\ \exp\left(-1,15 \frac{r-r^*}{r^*}\right) & \text{при } r \geq r^* \end{cases} \quad (5.5)$$

где $r^* = k(x) \cdot r_{0,15}$, $k(x) = 1,5 \cdot R(x)/R_{max}$, $R(x)$ — радиус канала в данном сечении, R_{max} — максимальное значение радиуса канала.

Для обеспечения полного вырождения турбулентной вязкости у стенки для случая «толстых» дуг, т.е. дуг, радиус которых приближается к радиусу канала в данном сечении, вводится дополнительная функция f_1 :

$$f_1 = \begin{cases} 1 & \text{при } r < r_{0,75} \\ \left(\frac{1}{r_{0,75}-R}\right)(r-R) & \text{при } r \geq r_{0,75}, \end{cases} \quad (5.6)$$

где $r_{0,75} = R - 0,75 \cdot (R - r_{0,15})$.

Коэффициент турбулентного переноса энтальпии определяется выражением $k_t = \frac{\mu_t}{Pr_t}$, где Pr_t — турбулентное число Прандтля, принятое равным 0,75.

Коэффициент турбулентной вязкости в случае быстро убывающего тока. Как было показано в пункте 4.2.2, во время падения тока основным членом в уравнении энергии турбулентности является последний член (4.12). Пренебрежем всеми остальными членами в правой части уравнения (4.12) и перепишем его в виде:

$$\frac{dE_t}{dt} = -\overline{\rho'u'} \frac{du}{dt}. \quad (5.7)$$

Из приближенного равенства $\rho u^2 \approx \rho_e u_e^2$ имеем:

$$\frac{du}{dt} = -\frac{C_1}{\rho} \frac{d\sqrt{\rho}}{dt}; \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial^2 \sqrt{\rho}}{\partial r^2} \sim \frac{2C_1}{u^3} \left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)^2. \quad (5.9)$$

Выражение (5.9) получено в предположении, что $\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = 0$, то есть для точки перегиба. Подставляя (4.11), (5.8) и (5.9) в (5.7), получаем:

$$\frac{dE_t}{dt} \sim 2\sqrt{\rho} l^2 \frac{d\sqrt{\rho}}{dt} \left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)^2. \quad (5.10)$$

Как уже отмечалось, в струйных течениях сжимаемого газа выполняется соотношение Невзглядова-Драйдена (4.10). С другой стороны:

$$|\tau_t| = \eta_t \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right|. \quad (5.11)$$

Продифференцировав (5.11) по времени, учтя (4.10) и высказанные предположения, получим:

$$\frac{\partial \eta_t}{\partial t} \sim \left\{ 0.6 \sqrt{\rho} l^2 \frac{\partial u}{\partial r} \right\} \frac{d\sqrt{\rho}}{dt}. \quad (5.12)$$

Заметим, что максимальная скорость u_{max} и толщина дуги убывают, а плотность газа ρ возрастает в период падения тока, поэтому можно считать, что $\frac{\partial u}{\partial r}$ и произведение $l^2 \sqrt{\rho}$ будут слабо меняться в течение этого времени. Выбрав для выражения в фигурных скобках некоторое среднее значение за интервал времени, в течение которого ток убывает, получим, что изменение динамического коэффициента турбулентной вязкости пропорционально изменению $\sqrt{\rho}$ за тот же промежуток времени. Сравнивая (5.3) и (5.12) можно заметить, что коэффициент динамической вязкости в обеих формулировках имеет сходную структуру.

Таким образом, кинематический коэффициент турбулентной вязкости в течение малого промежутка времени, соответствующего падению тока и последующей фазе восстановления электрической прочности газа, остается неизменным во времени и равным тому стационарному значению, которое он имел в момент начала падения тока [15, 16]. Интенсификация процессов турбулентного обмена происходит за счет роста плотности в остывающей дуге согласно формуле (5.3).

Таким образом, при использовании в расчетах синтетической схемы тока возможно использование алгебраических моделей турбулентности для расчета угасающих дуг.

5.2 Численное моделирование восстановления прочности в дугогасительном устройстве

Дугогасительное устройство с односторонним дутьем. При моделировании угасающей дуги в ДУ газовых высоковольтных выключателей переменного тока часто используется синтетическая схема подхода тока к нулю. Возможность использования такой схемы для изменения тока во времени обусловлена двумя факторами. Во-первых, в реальных ВВ кривая изменения тока при

подходе тока к нулю отклоняется от синусоидального закона и может быть описана линейной зависимостью. Во-вторых, скорость восстановления прочности межконтактного промежутка не зависит от предыстории при достаточно большом времени падения тока, т.е., можно считать, что она не зависит от величины силы тока в сильноточной фазе дуги [1].

Расчеты проводятся на базе опытных данных, приведенных в [1]. Дуга горит в азоте в канале, геометрия которого представлена на рис. 5.2а. Перепад давления P_0/P_b составляет 38 : 1 атм. Ток изменяется в соответствии с синтетической схемой, см. рис. 5.2б. Стационарное значение силы тока: 1 А; 500 А; 750 А; 900 А; 1 кА; 1,25 кА; 1,5 кА; 1,65 кА, скорость падения тока $di/dt = -13,5$ А/мксек одинакова во всех случаях. Ток достигает нуля и не возобновляется. При таких условиях время падения тока варьируется в пределах от 37 до 122 мксек. При проведении расчетов считается, что канал осесимметричен, его стенки непроницаемы и адиабатичны. Срез левого контакта находится во входном сечении канала. Правый контакт вынесен за пределы канала, так что дуга горит по всей длине канала.

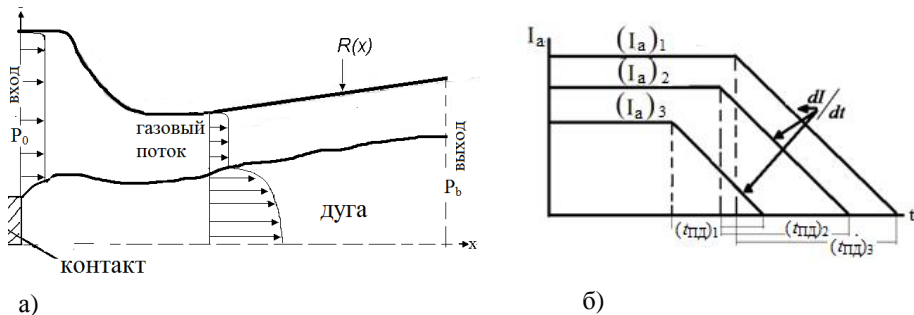


Рис. 5.2. Геометрия канала (а) и схема падения тока (б) для проведения численного эксперимента

На рис. 5.3 представлена кривая зависимости $dU/dt(t_{пл})$, где $(t_{пл})$ — время падения тока. Для получения этой зависимости, полученные в расчетах данные о длине непроводящего участка $L(t)$ и параметрах газа в нем, обрабатываются в соответствии с (5.1). Далее расчетные зависимости $U(t)$, линейно аппроксимируются и вычисляется угол наклона кривой $U(t)$ к оси абсцисс, ко-

торый и является искомой величиной. Видно, что в этом случае при временах падения тока более 75 мксек значения dU/dt остаются примерно постоянными и равными 1,7 кВ/мксек, что совпадает с экспериментальными данными [1], так же приведенными на рис. 5.3.

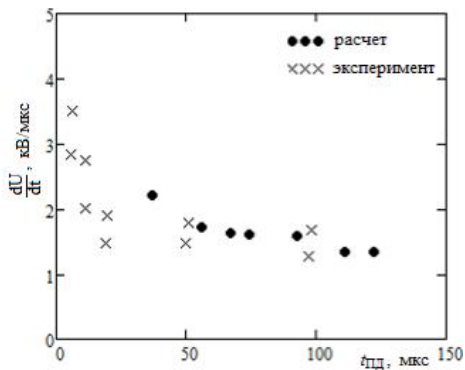


Рис. 5.3. Изменение dU/dt в зависимости от времени падения тока

Дугогасительное устройство с двусторонним дутьем. Данный численный эксперимент основан на экспериментальных данных [23]. Геометрия стенки канала представлена на рис. 5.4. Эта геометрия является упрощенным вари-

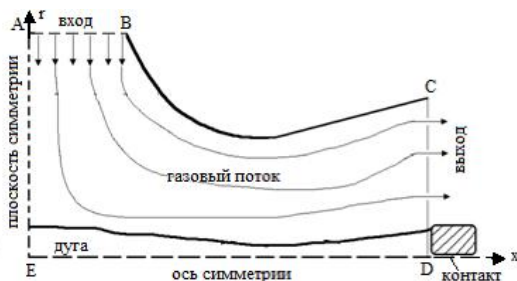


Рис. 5.4. Геометрия канала для численного исследования скорости восстановления электрической прочности газового промежутка после прохождения тока через ноль

антом проточной части дугогасительного устройства газового высоковольтного выключателя. Газ (SF_6) входит в канал через сечение АВ, поворачивает вдоль образующей ВС и вытекает из канала через сечение CD. Линия ED является осью симметрии проточной части ДУ, линия AE определяет плоскость симметрии. Ток изменялся во времени таким образом: в течение первых 750 мксек после начала движения ток оставался постоянным и равным $I = 1500 \text{ А}$, далее, в течение 55 мксек, падал со скоростью $— 27 \text{ А/мксек}$, достигал нуля и не возобновлялся.

Расчеты проводились при давлениях P_0 (в сечении АВ) 1,8; 3,4 и 6,8 атм. В выходном сечении CD давление принималось равным атмосферному.

Динамическая картина размыкания дуги при давлении на входе в канал 6,8 атм иллюстрируется на рис. 5.5 (а–в) [16]. Сплошные черные линии на рисунках показывают изотерму, соответствующую $3000 \text{ }^\circ\text{К}$.

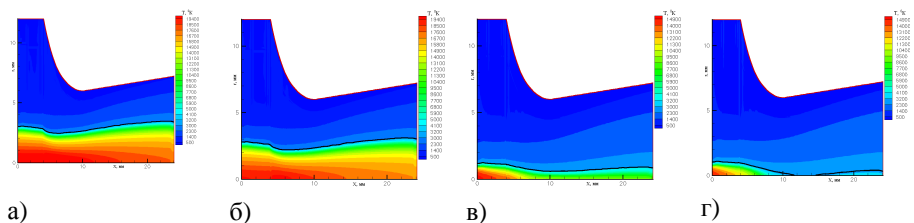


Рис. 5.5. Поле температуры: а) стационарное при токе $I = 2 \text{ кА}$; б) при токе $I = 992 \text{ А}$; в) при токе $I = 5 \text{ А}$; г) через $t = 1,44 \text{ мксек}$ после нуля тока. Черная линия – изотерма $3000 \text{ }^\circ\text{К}$

На рис. 5.5 а представлено поле температуры в стационарном режиме. Видно, что дуга слабо сужается в направлении к горловине. Это соответствует опытам, из которых известно, что самое узкое место дуги приходится как раз на область горловины канала, в котором она горит. Соответственно, и температура слабо меняется вдоль оси дуги ($18000 \div 20000 \text{ }^\circ\text{К}$).

На рис. 5.5 б представлено поле температуры в период падения тока для момента, когда $I = 992 \text{ А}$. Видно, что температура дуги в диффузоре несколько уменьшилась по сравнению со стационарным состоянием и находится в пределах $16500 \div 17000 \text{ }^\circ\text{К}$. Около плоскости симметрии температура практически

не изменилась. Радиус дуги в горловине в рассматриваемый момент времени немного уменьшился (примерно на 10%) по сравнению со стационарным значением.

На рис. 5.5 *в* представлено поле температуры в окрестности нуля тока ($I = 5 \text{ A}$). Видно, что дуга заметно истончилась, и температура в дуге, и, в частности, на ее оси, заметно упала — в среднем до $8\,000 \div 12\,000 \text{ }^\circ\text{K}$ (желтые и зеленые цвета). При этом видно, что около плоскости симметрии существует застойная область (место встречи радиальных струй), в которой температура газа выше, чем во всей остальной дуге примерно на $2\,000 \div 3\,000 \text{ }^\circ\text{K}$ и составляет около $15\,000 \text{ }^\circ\text{K}$.

На рис. 5.5 *г* представлено поле температур через 1,44 мксек после нуля тока. Видно, что в области горловины существует зона наименьшей температуры. В этот момент температура на оси дуги в горловине достигла $3\,000 \text{ }^\circ\text{K}$ и изотерма оказалась "разорвана". Именно этот непроводящий участок, с температурой ниже $3\,000 \text{ }^\circ\text{K}$, и обеспечивает ту электрическую прочность, которая необходима для успешной коммутации в любом газовом ДУ. При этом температура в области диффузора ненамного отличается от температуры в горловине (на $1\,000 \div 1\,500 \text{ }^\circ\text{K}$), а вот температура около плоскости симметрии все еще высока (порядка $15\,000 \text{ }^\circ\text{K}$). Если рассмотреть поля температур в последующие моменты времени, то будет хорошо видно, что длина этого непроводящего участка увеличивается. При этом скорость роста правого и левого конца оказываются неодинаковы. В области диффузора остывание газа происходит значительно быстрее, чем около плоскости симметрии, где застойная зона мешает быстрому охлаждению плазмы дуги.

Графики напряжения пробоя $U_{np}(t)$ на интервале времени $t \leq 10 \text{ мксек}$, рассчитанные по (5.1), в сравнении с опытными данными [23], представлены на рис. 5.6. Видно, что на всех рисунках расчетные графики удовлетворительно согласуются с опытными данными.

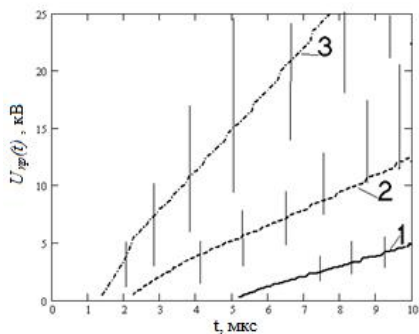


Рис. 5.6. Графики напряжения пробоя $U_{np}(t)$ для P_0/P_a : 1 – 1,8; 2 – 3,4; 3 – 6,8 в сравнении с разбросом экспериментальных данных [23].

Таким образом, данный метод расчета позволяет предсказать момент возникновения непроводящего, «холодного» участка и скорость его развития и, таким образом, рассчитать процесс восстановления электрической прочности газа в течение первых микросекунд после нуля тока.

БИблиографический список

1. Отключение токов в сетях высокого напряжения// под ред. Рагаллера К. //пер. с англ. — М.: Энергиздат, 1981. — с. 268–297.
2. Электрические аппараты высокого напряжения с элегазовой изоляцией / Г.Е. Агафонов, И.Б. Бабкин, Б.Е. Берлин и др. / под ред. Ю.И. Вишневого — СПб.: Энергоатомиздат, 2002. — 728 с.
3. *Тонконогов Е.Н.* Конструкции электрических аппаратов. Элегазовые выключатели высокого напряжения: учебное пособие / Е.Н. Тонконогов. — СПб.: Изд-во Политехнического университета, 2008. — 160 с.
4. <http://forca.ru/knigi/arhiv/vysokovoltnye-vyklyuchateli-peremennogo-toka-9.html>
5. *E.Richley, D.Tuma* "Free Recovery of the Gas-Blast Arc Column"//IEEE Trans. on Plasma Sci. v. PS-8, №4, pp. 405–411.
6. *Herman W., Kogelshatz U., Niemeyer L., Ragaller K., Shade E.* Investigation on the Physical Phenomena around current zero in HV gas Blast Breakers //IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems, — 1976. — v. PAS-95, №4. — p. 1165–1176.
7. http://dic.academic.ru/dic.nsf/enc_physics/3758/МАГНИТНАЯ.
8. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа: Учебник для ВУЗов/ Л. Г. Лойцянский — 7-е изд., испр. — М.: Дрофа, 2003. — 840 с.
9. *Абрамович Г. П.* Прикладная газовая динамика. В 2 ч. Ч. 1: учеб. руководство: для втузов.— 5-е изд., перераб. и доп. — М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит, 1991. — 600 с.
10. *Бельков Е. П.* Восстановление электрической прочности искровых промежутков после протекания больших импульсов тока //ЖТФ, — 1974. — т. XLIV, №9. — с. 1946–1951.
11. *Reynolds O.* On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion, // Phil. Trans. Roy. Soc, — 1894. — London, p. 123 — 161 (русск. перевод в сб. «Проблемы турбулентности», М.: ОНТИ, 1936, с. 185 — 227).

12. <http://www.inm.ras.ru>
13. *Гарбарук А.В.* Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений: учебное пособие / А.В. Гарбарук, М.Х. Стрелец, М.Л. Шур, СПб: Изд-во Политехн. ун-та, 2012. — 88 с.
14. *Zang J. L., Yan J. D., Fang M. T. C.* / Influence of cathode vaporization on arc characteristics in a supersonic nozzle // XIVth Symposium on Physics of Switching Arc, Nove Mesto na Morave, Czech Republic, 10–14 Sept., 2001. — p. 177–180.
15. *Averianova S., Akatnov N., Tonkonogov E.*, Numerical Modeling of the Interrupting Arc in HV SF₆-blast Interrupters // XV Symposium on Physics of Switching Arc. — Brno (Czech Republic), 22–26 Sept., 2003. — Vol.1. — pp. 3–6.
16. *Аверьянова С. А.* Численное моделирование потока газа в дугогасительном устройстве высоковольтного выключателя : диссертация кандидата физико-математических наук : 01.02.05 / СПб гос. политехн. ун-т: — СПб, 2005. — 166 с.
17. *Swanson B. W., Roidt R. M.* Boundary layer analysis of an SF₆ circuit breaker // IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems. — 1970. — v. PAS-90, №3. — p. 1086–1093.
18. *Nimeyer L., Ragaller K.* Development of turbulence by interaction of gas flow with plasma // Z. Naturforschung. — 1973. — v.28a. — heft 8. — p. 300–312.
19. *Greig J. R., Pachacek R. E., Raleigh M.* Channel cooling in turbulent convective mixing // Phys. Fluids. — 1985. — v. 28, №8. — p. 2357–2364.
20. *Averianova S., Akatnov N., Tonkonogov E.* Numerical Modeling of the Thermal Interruption Mode in HV SF₆-blast Arc Devices // XVI Symposium on Physics of Switching Arc. — Brno (Czech Republic), 5–9 Sept., 2005. — Vol.1. — pp. 13–17.
21. *Lee S.C., Harsha P.T.* Use of turbulent kinetic energy in free mixing studies // AIAA, — 1970. — т. 8. — с. 1026–1032.
22. Турбулентность // под ред. Фрост У., Моулден Т. М: Мир, 1983. — 536 с.
23. *Moll H-R.* / Untersuchungen ueber die dielektrische Verfestigung bei SF₆ Leistungsschaltern // Diss. arb. ETH Zuerich. — 1983.

24. *Yan J. D., Nuttall K. I., Fang M. T. C.* A comparative study of turbulence models for SF₆ arcs in a supersonic nozzle // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 1999. — v. 32. — p. 1401–1406.
25. *Zhang Q., Yan J.D. and Fang M.T.C.* Modeling of turbulent arc burning in a supersonic nozzle // *XX Symposium on Physics of Switching Arc.* — Brno (Czech Republic), 2–6 Sept., 2013. — *Contributed Papers.* — p. 331.
26. *Grotjans, Holger* Turbulenzmodelle höhere Ordnung für komplexere Anwendungen, VDI Fortschritts-Berichte VDI-Verlag Düsseldorf 1999.
27. *Lüders C.* Comparison of turbulence models for the simulation of SF₆ arcs in a supersonic nozzle // *XVI Symposium on Physics of Switching Arc.* – Brno (Czech Republic), 5–9 Sept., 2005. — Vol.1.
28. *Averianova S., Akatnov N., Kremlev S., Gorodchuk E., Tonkonogov E.* Numerical Simulation of Interaction Between Quenching Flow and Turbulent Arc in HV-Blast Circuit Breaker // *XVII Symposium on Physics of Switching Arc.* — Brno (Czech Republic), 10–13 Sept., 2007 — pp. 5–8.
29. *Kesslerling F., Koppelman B.* Das Schaltproblem der Hochspannungstechnik // *Arc. f. El.*, — 1936. — Bd.30., — h.1 .
30. *Кукеков Г. А.* Выключатели переменного тока высокого напряжения / Г. А. Кукеков. — Л.: Энергия. 1972. — 337 с.
31. *Averianova S., Akatnov N., Tonkonogov E.* Post-arc behavior in HV outdoor expulsion fuses // *IX International Conference on Electrical Fuses and their Applications – Maribor (Slovenia)*, 12–14 Sept., 2011 — pp. 40–44. Maribor, 2011.
32. *Launder B.E., Spalding D.B.* The numerical computation of turbulent flow// *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* – 1974 – v.3– pp. 268–289.
33. *Уилкок Д.К.* Уточнение для масштаба турбулентности в перспективных моделях турбулентности // *Аэрокосмическая техника* – 1989 – №11.

ЛОКАЛЬНОЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ

Плазма называется термодинамически равновесной, если ее параметры постоянны во времени и отсутствуют любые стационарные потоки за счет градиентов каких-либо величин или внешних источников. Модель термодинамически равновесной плазмы для условий технических плазменных установок часто является идеализацией реальных физических процессов. Прежде всего, это относится к предположению о равновесии излучения и вещества, поскольку равновесным поле излучения будет только в случае достаточно больших размеров плазменных объемов, когда плазму можно считать оптически плотной во всех областях спектра. Кроме того, предположение об изотропии излучения, обусловившее отсутствие потоков лучистой энергии, справедливо для однородной плазмы. В реальном же случае размеры систем ограничены, в плазме существуют неоднородные поля температуры, давления и других термодинамических параметров, идут интенсивные процессы переноса массы, заряда, импульса, энергии, излучения и другие необратимые процессы.

На практике при инженерном моделировании используют понятие локального термодинамического равновесия (ЛТР). Считают, что, хотя весь объем плазмы в целом и не находится в равновесии, его отдельные, макроскопически малые части, приходят в равновесное состояние, так что можно говорить о локальном равновесии в небольших частях рассматриваемой плазменной системы, характеризуя их локальными значениями температуры, давления и других термодинамических величин. При этом, несмотря на то, что размеры указанных макроскопически малых частей системы намного меньше размеров самой системы, они содержат множество частиц, так что не нарушается гипотеза о сплошности среды. Кроме того, отклонения системы от равновесия должны быть малыми, и в частности функция распределения частиц по скоростям

должна незначительно отличаться от максвелловской ⁵. Возмущение максвелловской функции распределения предполагается пропорциональным факторам, нарушающим равновесное распределение (градиентам величин, процессам переноса, электрическим и магнитным полям и так далее).

Необходимое условие существования состояния ЛТР плазмы — большая частота столкновений частиц, чтобы за время между столкновениями на расстоянии длины свободного пробега l состояние плазмы не претерпевало заметных изменений:

$$l \frac{|grad \varphi|}{|\varphi|} \ll 1, \quad (П.1.1)$$

где φ , являясь функцией температуры, числа частиц и их скорости и т.д., описывает процесс переноса, вносящий наибольший вклад в нарушение равновесия плазмы. Выполнение данного условия означает следующее:

1) электроны успевают передать энергию, полученную от электрического поля, тяжелым частицам;

2) процессы ионизации почти полностью уравниваются рекомбинацией (справедливо уравнение Саха), и лишь небольшая доля носителей зарядов теряется вследствие диффузии;

3) подавляющая часть возбужденных атомов отдает свою энергию при столкновениях;

4) обмен энергией между частицами преобладает над процессами, при которых энергия плазмы заметно возрастает или убывает.

⁵ Распределение хаотически движущихся частиц по скоростям можно изучить на простой модели. В плоскую коробку из плексигласа помещают небольшие полиэтиленовые шарики. В коробку через три отверстия с помощью пылесоса нагнетают воздух. Под воздействием воздуха шарики в коробке начинают беспорядочно двигаться. В боковой стенке коробки имеется отверстие, соединяющее ее с приемной камерой, разделенной на вертикальные ячейки. Чем больше скорость шарика, влетающего в приемную камеру, тем в более дальнюю ячейку приемной камеры он подает. Попадание шариков в разные ячейки приемной камеры показывает, что они движутся с разными скоростями. Их распределение по ячейкам моделирует максвелловское распределение.

В условиях, когда допустимо представление о ЛТР, термодинамика плазмы дополняется феноменологическими соотношениями, постулирующими линейную связь между тензором скоростей деформаций и тензором вязких напряжений (обобщенный закон Ньютона), между потоком тепла и градиентом температуры (закон Фурье), между потоком компоненты смеси и градиентом концентрации (закон Фика), между плотностью тока и градиентом электрического потенциала (закон Ома).

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

В пункте 4.2 рассмотрены различные дифференциальные модели турбулентности. Далее приведены дифференциальные уравнения, которые используются при математической формулировке этих моделей.

Модель Спелларта–Аллмареса. Данная модель входит в состав практически всех cfd-пакетов. Оригинальные уравнения модели приведены по [13]:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{v}}{dt} + u_i \frac{d\tilde{v}}{dx_i} &= C_{b1}(1 - f_{t2})\tilde{S}\tilde{v} + \frac{1}{\sigma}([\nabla \bullet ((v + \tilde{v})\nabla\tilde{v})] + C_{b2}[(\nabla\tilde{v}) \bullet (\nabla\tilde{v})]) - \\ &\quad - \left(C_{w1}f_w - \frac{C_{b1}}{k^2}f_{t2} \right) \left(\frac{\tilde{v}}{d} \right)^2 + f_{t1}\Delta U^2; \\ v_t &= f_{v1}\tilde{v}, \quad f_{v1} = \frac{x^3}{x^3 + C_{v1}^3}, \quad x = \frac{\tilde{v}}{v}; \\ \tilde{S} &= \Omega + f_{v2} \frac{\tilde{v}}{k^2 d^2}, \quad f_{v2} = 1 - \frac{x}{1 + x f_{v1}}; \\ f_w &= g \left(\frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}^6} \right)^{1/6}, \quad g = r + C_{w2}(r^6 - r), \quad r = \frac{\tilde{v}}{\tilde{S}k^2 d^2}; \\ f_{t1} &= C_{t1}g_t \exp \left(-C_{t2} \frac{\omega_t^2}{\Delta U^2} (d^2 + g_t^2 d_t^2) \right), \quad f_{t2} = C_{t3} \cdot \exp(-C_{t4}x^2), \\ g_t &= \min(0,1; \Delta U / \omega_t \cdot \Delta l_t), \quad \omega_t = \Omega_{w,trip}, \quad \Delta l_t = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta z^2}; \\ d_t^2 &= (z - z_{trip})^2 + (y - y_{trip})^2 + (x - x_{trip})^2, \quad \Delta U = |u - U_{trip}|. \\ \sigma &= 2/3, \quad k = 0,41, \quad C_{b1} = 0,1355, \quad C_{b2} = 0,622, \\ C_{w1} &= \frac{C_{b1}}{k^2} + \frac{(1 + C_{b2})}{\sigma}, \quad C_{w2} = 0,3, \quad C_{w3} = 2, \quad C_{v1} = 7,1; \\ C_{t1} &= 1, \quad C_{t2} = 2, \quad C_{t3} = 1,2, \quad C_{t4} = 0,5, \end{aligned}$$

где P_v — скорость генерации турбулентной вязкости, а ε_v — скорость её диссипации.

Стандартная (k-ε)- модель. Модификаций k-ε- модели достаточно много. Здесь приведены уравнения, высокорейнольдсовой версии модели, представленные в работе [32]:

$$\begin{aligned}\frac{d\varepsilon_t}{dt} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial x_k} \right] + C_1 \frac{\mu_t}{\rho} \frac{\varepsilon_t}{k} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - C_2 \frac{\varepsilon_t^2}{k} \\ \frac{dk}{dt} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_k} \right] + \frac{\mu_t}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \varepsilon_t \\ \mu_t &= C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon_t}\end{aligned}$$

Здесь x_i — декартовы координаты; u_i — проекция осредненной скорости на ось x_i , ρ — плотность жидкости, k — среднекинетическая энергия пульсационного движения единицы массы жидкости, ε_t — диссипация.

Рекомендуемые значения констант: $C_\mu = 0,09$; $C_1 = 1,44$; $C_2 = 1,92$; $\sigma_k = 1,0$; $\sigma_\varepsilon = 1,3$.

Однако для получения удовлетворительного согласия расчетных и экспериментальных данных в случае осесимметричной струи необходима модификация коэффициентов. Так же этот вариант модели непригоден для расчета пристеночных течений, поскольку никак не учитывает влияние стенки. В данном случае можно использовать пристеночные функции или низкорейнольдсовую версию модели.

k-ω модель. Здесь приведены уравнения из оригинальной работы [33]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) &= \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma^* \mu_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \omega u_j) &= (\gamma \omega / k) \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ \overline{\tau}_{ij} &= 2\mu \left[S_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] + \tau_{ij} \\ \tau_{ij} &= 2\mu_t \left[S_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad \mu_t = \gamma^* \frac{k \rho}{\omega}\end{aligned}$$

Значения коэффициентов в данной модели таковы:
 $\beta = 3/40$, $\beta^* = 9/100$, $\gamma = 5/9$, $\gamma^* = 1$, $\sigma = 1/2$, $\sigma^* = 1/2$, τ — тензор рейнольд-
совых напряжений в приближении Буссинеска, S_{ij} — тензор средних скоростей
деформаций.

ДОПЛНИТЕЛЬНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ БАЛАНСА ЭНЕРГИИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Для представления дополнительного генерационного члена в правой стороне уравнения баланса энергии турбулентности (4.9) необходимо найти явное выражение для момента $\overline{\rho'u'}$. Поскольку в дуге выполняется соотношение:

$$\rho u = C_1 \sqrt{\rho}, \quad C_1 = u_e \sqrt{\rho_e} = \text{const} \quad (\text{П3.1})$$

и при пульсациях $(\sqrt{\rho})'$ произведение ρu пульсирует слитно, принято, что $\rho'u' = (\rho u)'$. Таким образом, в данном случае будем иметь:

$$(\rho u)' = C_1 (\sqrt{\rho})', \quad (\text{П3.2})$$

В дуге наиболее резкие изменения температуры газа, его плотности и скорости происходят в радиальном направлении, то есть это течение аналогично течению в струях, следах и так далее. В этом случае, согласно теории пути смешения, турбулентная пульсация величины, описывающей течение, может быть выражена через производные от осредненного распределения данной величины в радиальном направлении и через путь смешения. Исходя из соображений размерности, примем:

$$C_1 (\sqrt{\rho})' = l' \frac{\partial \sqrt{\rho}}{\partial r} + \frac{1}{2} (l')^2 \frac{\partial^2 \sqrt{\rho}}{\partial r^2}, \quad (\text{П3.3})$$

где l' — случайная величина с нулевым средним значением. Производные от $\sqrt{\rho}$ величины неслучайные. Осредним обе стороны (П3.3) и получим:

$$\overline{\rho'u'} = \overline{(\rho u)'} = \overline{C_1 (\sqrt{\rho})'} = \frac{1}{2} \overline{(l')^2} \frac{\partial^2 \sqrt{\rho}}{\partial r^2}. \quad (\text{П3.4})$$

Далее заметим, что $\frac{1}{2} \overline{(l')^2} = C_1 l^2$ и получим требуемую формулу:

$$\overline{\rho'u'} = C_1 l^2 \frac{\partial^2 \sqrt{\rho}}{\partial r^2}.$$

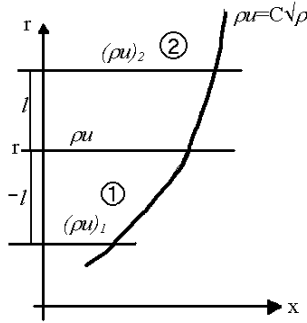


Рис. ПЗ.1. Схема зависимости $\rho u = C_1\sqrt{\rho}$

Данная формула может быть получена и иным путем. Пусть график зависимости $\rho u = C_1\sqrt{\rho}$ имеет вид, приведенный на рис. ПЗ.1. Определим величину пульсации $\rho'u'$ на некотором радиусе r , предполагая, что эти пульсации возникают из-за переноса количества движения ρu случайными пульсациями v' из областей 1 и 2. В области 2 импульс равен $(\rho u)_2$. Если за счет случайной поперечной пульсации $v' < 0$ моль с импульсом $(\rho u)_2$ будет перенесен в слой с радиусом r , то возникнет положительная пульсация:

$$(\rho u)_2 - (\rho u) = (\rho'u')_2. \quad (\text{ПЗ.5})$$

Моль с импульсом $(\rho u)_1$ из области 1, будучи перенесен в слой с радиусом r , создаст отрицательную пульсацию импульса:

$$(\rho u)_1 - (\rho u) = (\rho'u')_1. \quad (\text{ПЗ.6})$$

Введем дополнительное обозначение: $\rho u = f(r)$. Тогда, с учетом (ПЗ.1):

$$(\rho u)_1 - (\rho u) = f(r-l) - f(r) = -l \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{2}(l)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} \quad (\text{ПЗ.7})$$

$$(\rho u)_2 - (\rho u) = f(r+l) - f(r) = l \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{2}(l)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial r^2}. \quad (\text{ПЗ.8})$$

Складывая правые стороны (ПЗ.5), (ПЗ.6) и (ПЗ.7), (ПЗ.8) получим:

$$(\rho'u')_2 + (\rho'u')_1 = (l)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial r^2}.$$

Таким образом, учтя вид функции $f(r)$, окончательно имеем:

$$\overline{\rho'u'} = C_1 l^2 \frac{\partial^2 \sqrt{\rho}}{\partial r^2}.$$

Аверьянова Светлана Андреевна

**ТЕОРИЯ ГАШЕНИЯ ДУГИ
В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТАХ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДУГИ ОТКЛЮЧЕНИЯ
С ГАЗОВЫМ ПОТОКОМ В ВЫКЛЮЧАТЕЛЯХ
ВЫСОКОГО НАПРЯЖЕНИЯ**

Учебное пособие

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, т. 2; 95 3005 – учебная литература

Подписано в печать 22.04.2015. Формат 60×84/16. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 4,25. Тираж 28. Заказ 13018б.

Отпечатано с готового оригинал-макета, предоставленного
Издательством Политехнического университета,
в Типографии Политехнического университета.
195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.
Тел.: (812) 552-77-17; 550-40-14.