

DOI 10.8562/JEST.214.23
УДК 62-742

В.В. Елисеев, М. Бахрами

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ МАШИНА НА ПРОВОДАХ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧ: УСТРОЙСТВО И ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ

V.V. Eliseev, M.R. Bahrami

A DIAGNOSTIC MACHINE ON POWER TRANSMISSION LINES: CONFIGURATION AND MECHANICAL CHALLENGES

Для диагностики проводов линий электропередач (ЛЭП) создаются специальные машины-автоматы (ДМА). Их конструкция должна позволять двигаться с уклоном и преодолевать препятствия. Но в работе ДМА возможны отказы из-за колебаний проводов. Даже при медленном движении машины могут возникать интенсивные колебания и связанные с ними значительные инерционные нагрузки. В статье представлена оригинальная ДМА и рассмотрены вопросы математического моделирования ее движения по проводам.

МАШИНА-АВТОМАТ; ДИАГНОСТИКА ЛЭП; КОЛЕБАНИЯ СТРУНЫ; УРАВНЕНИЯ ЛАГРАНЖА; УПРУГАЯ НИТЬ; КОМПЬЮТЕРНАЯ МАТЕМАТИКА.

In this article a novel inspection machine for high-voltage electrical line has been proposed and mathematical modeling issues of its movement along the conductors have been considered. In order to improve the mechanical mechanism and achieve dynamical stability to navigate through overhead electrical transmission lines, variation methods for problems of string have been considered. However, DMAs operation might be subject to failures because of the conductor vibration. Even in the case of slow movement of the machine, intensive vibrations and stipulated by them significant inertial loading might occur. The behavior of the inspection machine while it is traveling through high-voltage electrical transmission lines has been studied.

AUTOMATIC MACHINE, POWER TRANSMISSION LINES INSPECTION, STRING VIBRATION, LAGRANGE EQUATIONS, ELASTIC THREAD, COMPUTER MATHEMATICS.

В ряде стран для проверки состояния проводов линий электропередач создаются специальные диагностические машины-автоматы (ДМА). Например, в Канаде уже работает машина LineScout [1]. Однако работа подобных устройств может быть нарушена из-за большой изгибной податливости проводов [2–8]. Даже при медленном движении могут возникнуть опасные колебания чрезмерной интенсивности. На элементы устройства начинают действовать значительные инерционные нагрузки, приводящие к отказам или разрушению. Математическое моделирование движения ДМА по проводам позволяет выбрать работоспособные варианты и предотвратить аварии.

Цель работы — создание методики моделирования и ее применение. Близких аналогов методики не обнаружено. Ее реализация позво-

лит избежать дорогих и опасных натурных экспериментов с ДМА. Актуальность работы состоит уже в том, что значительно повышается безопасность для персонала. Без математического моделирования понять и предсказать возникающие сложные и опасные механические явления едва ли возможно.

Статья рассматривает: устройство и возможности ДМА; модель струны с подвижной нагрузкой и ее обоснование исходя из механики упругих нитей; постановку и решение задачи нити с движущейся массой, в том числе с учетом сил внешнего сопротивления. В совокупности, эти аспекты дают представление о нежелательных динамических явлениях при движении ДМА, что позволяет предотвратить их после соответствующих расчетов с разными законами движения.

Методика моделирования включает в себя составление уравнений динамики конструкций и решение их средствами компьютерной математики.

Диагностическая машина

Аспирантом М.Р. Бахрами (Иран) разработана оригинальная ДМА [9], показанная на рис. 1, а. Она включает в себя две пары моторизованных ведущих колес, руку с захватом и центральную коробку. Предлагаемая машина с активными и пассивными механизмами может переходить через различные препятствия на проводах (амортизаторы, зажимы, предупреждающие шары и т. д.). В пассивных механизмах содержатся пружинные амортизаторы для плавности хода.

Возможности ДМА для движения с уклоном и перехода через препятствие (изолятор и предупреждающий шар) проиллюстрированы на рис. 1, б, в, г.

При конструировании, естественно, предполагалось, что опора ДМА на провод ЛЭП достаточно жесткая. Но очевидно, что податливость провода может повлиять на работу машины и даже нарушить ее. Необходим анализ механических явлений при движении ДМА по проводам. Его можно вести с помощью моделей различной сложности [10–13] как для провода (струна, нить, стержень), так и для ДМА (движущаяся нагрузка, масса, система со структурой).

Струна с подвижной нагрузкой

Это простейшая модель: провод является натянутой струной, а ДМА — движущейся нагрузкой (рис. 2, а).

Постановка задачи для прогиба струны $u(x, t)$ известна [14]:

$$\begin{aligned} Tu'' + p(x, t) &= \rho \ddot{u}; \\ u &= 0 \text{ при } x = 0, l; \\ u &= 0, \dot{u} = 0 \text{ при } t = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Обозначено: T — сила натяжения струны; p — погонная нагрузка (на единицу длины); ρ — погонная масса; l — длина струны; здесь и далее штрих и точка означают дифференцирование по координате x и времени t .

При нагрузке силой $P(t)$, сосредоточенной в точке $x = \xi$, будет $p(x, t) = P(t)\delta(x - \xi(t))$ (дельта-функция). Закон $\xi(t)$ перемещения точки произволен.

Решение задачи (1) можно построить в виде ряда Фурье [14]:

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(t) \varphi_n(x),$$

где $\varphi_n = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \lambda_n x$; $\lambda_n = \frac{n\pi}{l}$;

$$\int_0^l \varphi_n \varphi_k dx = \delta_{kn} \equiv \begin{cases} 1 & \text{при } k = n \\ 0 & \text{при } k \neq n \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u_n = \int_0^l u \varphi_n dx. \quad (2)$$

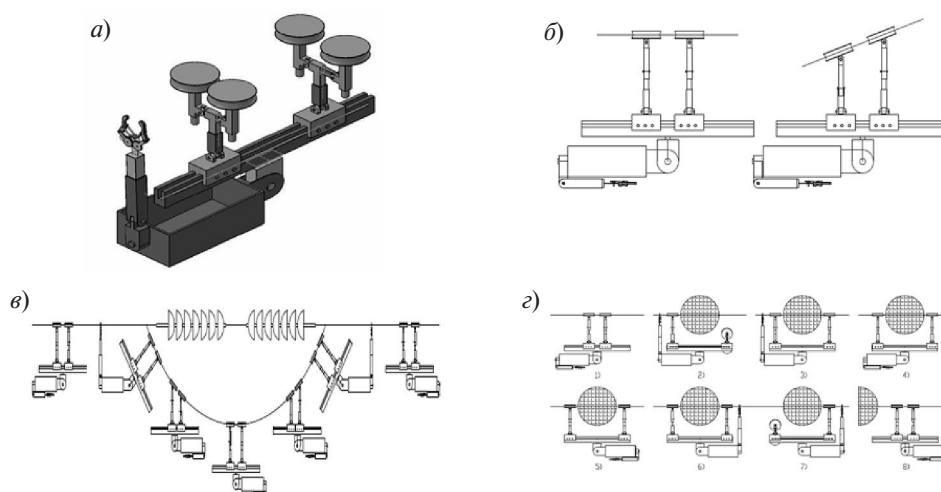


Рис. 1. Машина ДМА: а — общий вид; б — движение с уклоном; в — обход изолятора; д — переход через предупреждающий шар

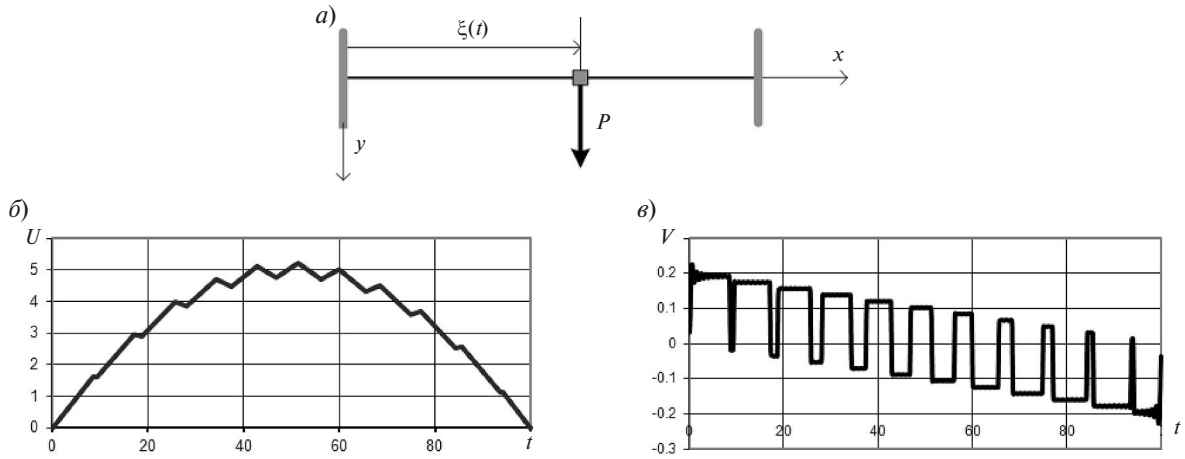


Рис. 2. Струна с подвижной нагрузкой (а), прогиб (б) и скорость (в)

Умножив обе части уравнения (1) на φ_n и проинтегрировав, получим обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) для u_n , решаемые посредством интеграла Дюамеля:

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(t) \varphi_n(x),$$

где $\varphi_n = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \lambda_n x$; $\lambda_n = \frac{n\pi}{l}$;

$$\int_0^l \varphi_n \varphi_k dx = \delta_{kn} \equiv \begin{cases} 1 & \text{при } k = n \\ 0 & \text{при } k \neq n \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow u_n = \int_0^l u \varphi_n dx \quad (3)$$

(при нулевых начальных условиях). Подставив в (2), получим решение задачи (1).

При сосредоточенной нагрузке имеем $p_n(t) = \sqrt{\frac{2}{l}} P(t) \sin \lambda_n \xi(t)$. Если функции $P(t)$, $\xi(t)$ произвольны, то для определения $u_n(t)$ можно использовать компьютерную математику (*Mathcad*). В простейшем случае $P(t) = \text{const}$ и $\xi = vt$ (нагрузка движется с постоянной скоростью v от левого конца) будет

$$u_n = \frac{P}{\rho \omega_n} \sqrt{\frac{2}{l}} \int_0^t \sin \lambda_n v \tau \sin \omega_n (t - \tau) d\tau = \\ = \frac{P}{\lambda_n (v^2 - c^2)} \sqrt{\frac{2}{T \rho l}} (v \sin \lambda_n c t - c \sin \lambda_n v t). \quad (4)$$

Расчет по формулам (2)–(4) делаем посредством *Mathcad* [15]. На рис. 2, б представлен про-

гиб нагруженной точки $U(t) = u(vt, t)$ при следующих значениях параметров: $T = 10$ кН, $P = 1$ кН, $v = 2$ м/с, $\rho = 5$ кг/м, $l = 200$ м; число членов ряда — $N = 100$ (практическая сходимость).

Для сравнения рассмотрим статическую постановку задачи (1). Имеем

$$T u'' + P \delta(x - \xi) = 0;$$

$$u = \begin{cases} U_s \frac{x}{\xi} & \text{при } x < \xi; \\ U_s \frac{1-x}{1-\xi} & \text{при } x > \xi; \end{cases}$$

$$U_s(\xi) = \frac{P}{T} \left(\frac{1}{\xi} + \frac{1}{1-\xi} \right)^{-1}. \quad (5)$$

График функции $U_s(vt)$ отличается от представленного на рис 2, б только отсутствием колебаний.

Эти колебания имеют пилообразный вид. Скорость $V(t) = \dot{U}(t)$ представлена на рис. 2, в (дифференцирование производилось с предварительной интерполяцией). Скачкам скорости соответствуют ударные импульсы сил инерции (переносного движения в расчете на единицу массы). Например, при $t \approx 47$ с скачок $[V] = = 0,192$ м/с.

В представленном алгоритме зависимость $\xi(t)$ может быть любой, и тогда в разложении (2) надо использовать интеграл (3), вычисляемый средствами компьютерной математики (*Mathcad*). На рис. 3 показаны зависимости от времени прогиба нагруженной точки $U(t)$ при двух законах:

$$\xi_1(t) = \xi_0 + vt;$$

$$\xi_2(t) = \begin{cases} vt & \text{при } t < t_1; \\ vt_1 & \text{при } t_1 < t < t_2; \\ vt_1 + t - t_2 & \text{при } t_2 < t. \end{cases} \quad (6)$$

В первом случае имеем движение не от конца, во втором — движение с остановкой. Параметры: $\xi_0 = 50, t_1 = 25, t_2 = 40$; удержано 15 членов ряда (при большем числе членов возникли вычислительные трудности).

Видно, что движение не от конца может быть нежелательным. В случае же с остановкой опасных колебаний нет.

Уравнения Лагранжа

Рассмотрим другой подход к той же задаче о струне — вариационный метод Лагранжа — Ритца — Канторовича [16, 17], основанный на уравнениях Лагранжа 2-го рода:

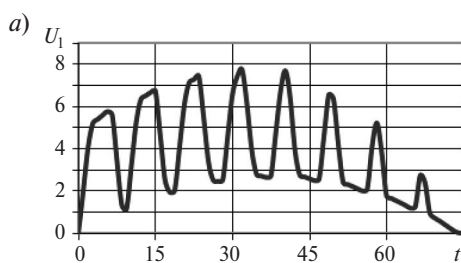
$$\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial K}{\partial q_i} = -\frac{\partial P}{\partial q_i} + Q_i. \quad (7)$$

Кинетическая энергия $K(\dot{q}_i, q_i, t)$ системы должна быть представлена как функция обобщенных координат, скоростей и (иногда) явно входящего времени; $P(q_i, t)$ — потенциальная энергия. Обобщенные силы Q_i определяются из выражения виртуальной работы $\delta A = \sum Q_i \delta q_i$ тех сил, которые не связаны с потенциалом P .

Выражения энергий струны

$$K = \frac{1}{2} \int_0^l \rho \dot{u}^2 dx; \quad P = \frac{T}{2} \int_0^l u^2 dx \quad (8)$$

соответствуют вариационной постановке $\int_{t_0}^{t_1} [\delta(K - P) + \delta A] dt = 0$ (принцип Гамильтона).



Задавая (в матричных обозначениях) аппроксимацию

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^n q_i(t) \varphi_i(x), \quad (9)$$

получим

$$K = \frac{1}{2} \dot{q}^T M \dot{q}; \quad P = \frac{1}{2} q^T C q;$$

$$M_{ij} = \int_0^l \rho \varphi_i \varphi_j dx;$$

$$C_{ij} = T \int_0^l \rho \varphi_i' \varphi_j' dx;$$

$$\delta A = \int_0^l p \sum \varphi_i \delta q dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_i = \int_0^l p \varphi_i dx \Rightarrow \underline{M} \ddot{q} + Cq = Q. \quad (10)$$

Подчеркнут итог перехода к дискретной модели — система ОДУ (линейная, с постоянными коэффициентами). Она представляется в виде

$$\begin{cases} \dot{q} = w; \\ \dot{w} = M^{-1}(-Cq + Q(t)) \end{cases} \quad (11)$$

и решается средствами компьютерной математики (*Mathcad, Rkadapt*) [15].

Расчет того же случая, что и на рис. 3, а (движение не от конца), дал идентичные результаты. Использовались координатные функции из (3); число степеней свободы $n = 15$. Вариационный метод (Лагранжа — Ритца — Канторовича) [16, 17] представляется более предпочтительным.

Провод как нить

Провод ЛЭП правильнее представлять не струной, а упругой нитью. Уравнения механики нити представлены, в частности, в [16, 18, 19].

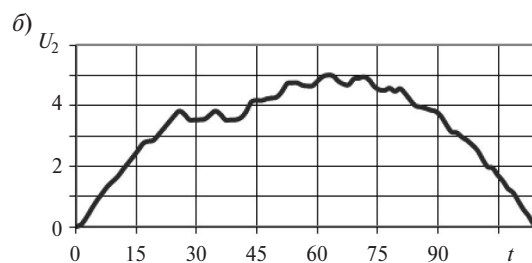


Рис. 3. Колебания при движении не от конца (а) и с остановкой (б)

Конфигурация нити определяется зависимостью $r(s)$ радиус-вектора точки от материальной (лагранжевой) координаты; до деформации — $r_0(s)$ (рис. 4, а).

Материальная координата частицы $s \in [0, L]$ сохраняется. Обычно считают s дуговой координатой в начальном состоянии; тогда r'_0 — орт касательной. Относительное удлинение — $\varepsilon = |r'| - 1$. Сила натяжения $Q = Q_0 + b\varepsilon$, где Q_0 — сила в начальном состоянии, b — жесткость на растяжение. Поскольку провод от нагрузки только растягивается, можно считать $Q_0 = 0$.

Учитывая уравнение баланса сил (с распределенной нагрузкой $q(s)$), имеем следующую систему [19]:

$$\begin{aligned} \underline{Q}' &= -\underline{q}, \quad \underline{Q} = \frac{Qr'}{|r'|} \Rightarrow \\ \Rightarrow r' &= \underline{Q} \left(b^{-1} + |\underline{Q}|^{-1} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Граничные условия: $x(0) = 0, y(0) = y_0; x(L) = x_1; y(L) = y_1$ (L — начальная длина провода).

Поставленная нелинейная граничная задача для системы ОДУ решается в *Mathcad* методом стрельбы с встроенными функциями *sbsval*-*Rkadapt* [15]. ОДУ представляется в матричном виде:

$$\begin{aligned} Y = \begin{pmatrix} Q_x \\ Q_y \\ x \\ y \end{pmatrix}; \quad Y' = F(s, Y) = \begin{pmatrix} -q_x(s) \\ -q_y(s) \\ Y_0 G(Y) \\ Y_1 G(Y) \end{pmatrix}; \\ G(Y) = \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{\sqrt{Y_0^2 + Y_1^2}} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Расчеты проводились для алюминиевого провода радиусом $R = 2,5$ см и длиной $L = 200$ м. Координаты закрепленных концов: $x_0 = 0, x_1 = L$,

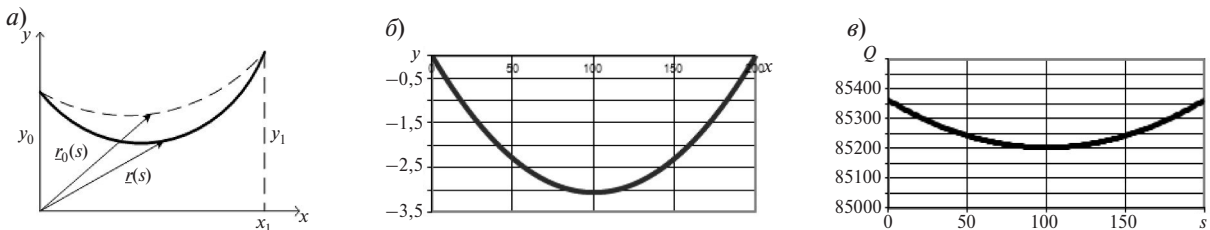


Рис. 4. Упругая нить: общая схема (а); форма провода (б); сила натяжения (в)

$y_0 = y_1 = 0$. Распределенная нагрузка: $q_x = 0, q_y = -\rho g$ (погонный вес). Жесткость на растяжение — $b = E\pi R^2$ (E — модуль Юнга). Рассчитанная конфигурация провода — на рис. 4, б.

Первостепенный интерес представляет сила натяжения $Q(s) = \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2}$. График — на рис. 4, в. Сила натяжения почти постоянна. Ее

среднее значение $T = L^{-1} \int_0^L Q(s) ds = 85,26$ кН

можно использовать в расчете провода как струны. При найденном натяжении прогиб струны под собственным весом $u_s(x) = qx(L-x)/2T$ практически совпадает с представленным на рис. 4, б.

Струна с движущейся массой

От простой расчетной схемы с подвижной нагрузкой перейдем к более адекватной схеме с массой (маленький квадратик на рис. 2, а). Координаты, скорость и ускорение движущейся массы (при прогибе струны $u(x, t)$):

$$\begin{aligned} x &= \xi(t); \quad y = (\xi(t), t) \Rightarrow \\ \Rightarrow \dot{x} &= \dot{\xi}; \quad \dot{y} = u'\dot{\xi} + \dot{u}; \\ \ddot{x} &= \ddot{\xi}; \quad \ddot{y} = u''\dot{\xi}^2 + u'\ddot{\xi} + 2\dot{u}\dot{\xi} + \ddot{u}. \end{aligned} \quad (14)$$

По закону Ньютона определяем сосредоточенные нагрузки ($P = mg$): $q_x = -m\ddot{x}\delta(x - \xi); q_y = m(g - \ddot{y})\delta(x - \xi)$. Но далее вместо решения уравнения струны (1) используем подход Лагранжа. Обобщенные координаты q_i ($i = 1, \dots, n$) введем аппроксимацией прогиба $u(x, t) = \sum_{i=1}^n q_i(t)\phi_i(x)$. Координатные функции ϕ_i можно взять из (2).

Определив кинетическую энергию (удвоенную)

$$\begin{aligned} 2K &= m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \rho \int_0^l \dot{u}^2 dx = \\ &= m\dot{\xi}^2 + \dot{q}^T [M + \mu(\xi)] \dot{q} + 2\dot{\xi} \dot{q}^T \eta(\xi) \dot{q} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \xi^2 q^T \sigma(\xi) q; \\
 M_{ij} &= \int_0^l \rho \varphi_i \varphi_j dx; \\
 \mu_{ik} &= m \varphi_i(\xi) \varphi_k(\xi); \\
 \sigma_{ik} &= m \varphi_i'(\xi) \varphi_k'(\xi); \\
 \eta_{ik} &= m \varphi_i'(\xi) \varphi_k(\xi); \\
 \eta_{ik} &= m \varphi_i'(\xi) \varphi_k(\xi).
 \end{aligned} \tag{15}$$

и потенциальную энергию

$$\begin{aligned}
 \Pi &= \frac{1}{2} T \int_0^l \dot{u}^2 dx - P u(\xi, t) = \\
 &= \frac{1}{2} q^T C q - q^T F(\xi); \\
 C_{ik} &= T \int_0^l \dot{\varphi}_i \dot{\varphi}_k dx, \quad F_i = P \varphi_i(\xi),
 \end{aligned} \tag{16}$$

составим уравнения Лагранжа:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial K}{\partial \dot{q}} &= (M + \mu) \dot{q} + \xi \eta^T q; \\
 \frac{\partial K}{\partial q} &= \xi \eta \dot{q} + \xi^2 \sigma q; \\
 \frac{\partial P}{\partial q} &= C q - F; \quad \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}} \right)' - \frac{\partial K}{\partial q} = - \frac{\partial P}{\partial q}; \\
 \Rightarrow F &= \left[C + \xi^2 (\eta'(\xi)^T - \sigma) \right] q + \\
 &+ (M + \mu) \dot{q} + \xi \left[\mu'(\xi) + \eta^T - \eta \right] \dot{q}
 \end{aligned} \tag{17}$$

Заметим, что $\eta'(\xi)^T - \sigma = k$; $k_{ij}(\xi) = m \varphi_i \varphi_j''$; $\dot{\mu}(\xi) + \eta^T - \eta = 2\eta^T$.

Подчеркнутое в (17) уравнение преобразуем к каноническому виду для последующего численного интегрирования:

$$\begin{cases} \dot{q} = w; \\ \dot{w} = (M + \mu)^{-1} [F - (c + \xi^2 k) q + 2\xi \eta^T w]. \end{cases} \tag{18}$$

Произведен расчет двух ситуаций с законом движения массы $\xi(t) = \xi_0 + vt$. Рис. 5, а соответствует движению от конца: $\xi_0 = 0$, $P(t) = mg$. Случай на рис. 5, б сложнее: $\xi_0 = 50$; $P(t) = mg(1 - \exp(-t/t_p))$; $t_p = 0,5$ с; нагрузка увеличена плавно во избежание чрезмерных колебаний. В обоих случаях число степеней свободы $n = 15$.

Сравнивая рис. 5, а и 2, б, видим, что в модели с массой расчетные колебания меньше. А рис. 5, б показывает, что движение не от конца является (как и выше) неблагоприятным вариантом.

Влияние сил сопротивления

Для учета распределенных сил внешнего сопротивления в уравнении струны (1) можно произвести следующую замену:

$$p \rightarrow p = - \begin{cases} \beta_1 \dot{u} - \text{линейное сопротивление;} \\ \beta_1 \dot{u} |\dot{u}| - \text{квадратичное.} \end{cases} \tag{19}$$

Первый вариант проще для расчета, но далек от реальности; эквивалентное значение β_1 выбрать сложно. Зато во втором варианте можно сразу принять $\beta_2 = \rho_0 R$ (ρ_0 — плотность воздуха; R — радиус провода), что соответствует единичному коэффициенту лобового сопротивления (c_x).

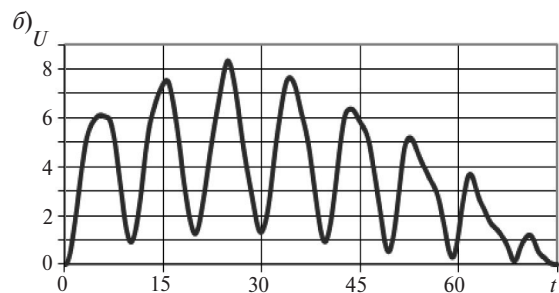
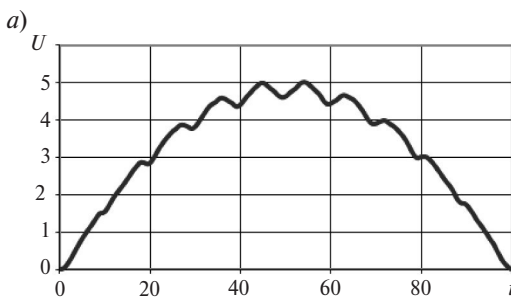


Рис. 5. Прогиб струны с движущейся массой: от конца (а) и от промежуточной точки (б)

Как и выше, используем метод Лагранжа [16, 17]. Находим обобщенные силы (квадратичное сопротивление):

$$Q_i = \int_0^l p \varphi_i dx =$$

$$= Q_i - \beta_2 \sum_{j,k=1}^n \dot{q}_j \dot{q}_k \left| \int_0^l \varphi_i \varphi_j \varphi_k \right| dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{Q} = \underline{Q} - F(w). \quad (20)$$

Подчеркнутое соотношение (где $w = (\dot{q}_i)$) подставляем в (18) и решаем в Mathcad с функцией Rkadapt [15]. Сравнивая результаты расчета с аналогичным вариантом без сопротивления (рис. 5, а), заметной разницы не видим. Однако время счета выросло в разы, и число степеней свободы пришлось уменьшить.

В случае линейного сопротивления будет

$$Q = Q - Bw, B_{ij} = \beta_1 \int_0^l \varphi_i \varphi_j dx.$$

При расчетах с $\beta_1 = 0,1$ и числом степеней свободы $n = 15$ каких-либо новых эффектов от линейного сопротивления не обнаружено. Но счет идет очень быстро, и можно учитывать на порядок больше степеней свободы, чем при квадратичном сопротивлении.

Основные результаты работы следующие:

Предложена новая диагностическая машина для ЛЭП.

Рассмотрены задачи для струны с сосредоточенной нагрузкой, движущейся по произвольному закону.

Разработан вариационный метод для задач о струне.

Определена форма провода как упругой нити и обосновано применение модели струны.

Поставлены и решены задачи о струне с движущейся массой.

Разработана методика расчета с учетом сил внешнего сопротивления (линейного и квадратичного).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pouliot N., Montambault S. LineScout Technology: Development of an Inspection Robot Capable Transmission. Distribution, Construction, Operation and Live-Line // IEEE^{11th} International Conference. ESMO. Maintenance, 2006. P. 73–81.
2. Aoshima S., Tsujimura T., Yabuta T. A. Wire Mobile Robot with Multi-unit Structure // Proceedings of the IEEE/RSJ International Workshop on Intelligent Robots and Systems. 1989. P. 414–421.
3. Sawada J., Kusumoto K., Munakata T., Maikawa Y., Ishikawa Y. A. Mobile Robot for Inspection of Power Transmission Lines // IEEE Transactions on Power Delivery. 1991. Vol. 6, № 1. P. 309–315.
4. Higuchi M., Maeda Y., Tsutani S., Hagihara S. Development of a Mobile Inspection Robot for Power Transmission Lines. Journal of Robotic Society of Japan. 1991. Vol. 9, № 4. P. 57–63.
5. Tsujimura T., Morimitsu T. Dynamics of Mobile Legs Suspended From Wire // Robotics and Autonomous Systems. 1997. № 20(1). P. 85–98.
6. Montambault S., Pouliot N. Design and Validation of a Mobile Robot for Power Line Inspection and Maintenance // Proceedings of the 6th International Conference on Field and Service Robotics (FSR). July, 2007. P. 1–10.
7. Toussaint K., Pouliot N., Montambault S. Transmission Line Maintenance Robots Capable of Crossing Obstacles: State-of-the-art Review and Challenges Ahead // Journal of Field Robotics. 2009. Vol. 26, № 5. P. 477–499.
8. Zhou, Fengyu, Xiao, Hairong, Wu, Aiguo. Control Strategy and Implementation of an Inspection Robot for 110kV Power Transmission Lines // 6th World Congress on Intelligent Control. Dalian, China, 2006. P. 9052–9056.
9. Bahrami M.R. A novel design of electrical transmission line inspection machine // Современное машиностроение. Наука и образование. 2014. № 4. С 292–298.
10. Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. М.: Наука, 1979. 384 с.
11. Nordenholz T.R., O'Reilly O.M. On steady motions of an elastic rod with application to contact problems // Int. J. Solids Structures. Vol. 34, № 9. 1997. P. 1123–1143.
12. Pakdemirli M., Ulsov A.G. Stability analysis of an axially accelerating string // Journal of Sound and Vibration. 1997. Vol. 203, № 5. P. 815–832.
13. Pellicano F., Vestroni F. Complex dynamics of high-speed axially moving systems // Journal of Sound and Vibration. 2002. Vol. 258, № 1. P. 31–44.
14. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1979. 560 с.
15. Кирьянов Д.В. Mathcad 14. СПб.: БХВ-Петербург, 2007. 704 с.
16. Елисеев В.В. Механика деформируемого твердого тела. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2006. 231 с.

17. **Елисеев В.В., Оборин Е.А.** О локализации динамического гашения колебаний в пространстве и по частоте // *TMM*. 2014. №1 (23), Т. 12. С. 20–26.

18. **Елисеев В.В.** Модель упругой нити для передач с гибкой связью // *Научно-технические ведомости*

СПбГПУ. Сер.: Наука и образование. 2009. № 3 (84), С. 192–195.

19. **Eliseev V., Vetyukov Yu.** Effects of deformation in the dynamics of belt drive // *Acta Mechanica*. 2012. Vol. 223, № 8. P. 1657–1667.

REFERENCES

1. **Pouliot N., Montambault S.** LineScout Technology: Development of an Inspection Robot Capable Transmission. Distribution, Construction, Operation and Live-Line. *IEEE^{11th} International Conference. ESMO. Maintenance*, 2006. P.73–81.

2. **Aoshima S. Tsujimura T., Yabuta T. A.** Wire Mobile Robot with Multi-unit Structure. *Proceedings of the IEEE/RSJ International Workshop on Intelligent Robots and Systems*. 1989. P. 414–421.

3. **Sawada J., Kusumoto K., Munakata T., Maikawa Y., Ishikawa Y. A.** Mobile Robot for Inspection of Power Transmission Lines. *IEEE Transactions on Power Delivery*. 1991. Vol. 6, № 1. P. 309–315.

4. **Higuchi M., Maeda Y., Tsutani S., Hagihara S.** Development of a Mobile Inspection Robot for Power Transmission Lines. *Journal of Robotic Society of Japan*. 1991. Vol. 9, № 4. P. 57– 63.

5. **Tsujimura T., Morimitsu T.** Dynamics of Mobile Legs Suspended From Wire. *Robotics and Autonomous Systems*. 1997. Vol. 20, № 1. P. 85–98.

6. **Montambault S., Pouliot N.** Design and Validation of a Mobile Robot for Power Line Inspection and Maintenance. *Proceedings of the 6th International Conference on Field and Service Robotics (FSR)*. July, 2007. P. 1–10.

7. **Toussaint K., Pouliot N., Montambault S.** Transmission Line Maintenance Robots Capable of Crossing Obstacles: State-of-the-art Review and Challenges Ahead. *Journal of Field Robotics*. 2009. Vol. 26, № 5. P. 477–499.

8. **Zhou, Fengyu, Xiao, Hairong, Wu, Aiguo.** Control Strategy and Implementation of an Inspection Robot for 110kV Power Transmission Lines. *6th World Congress on Intelligent Control*. Dalian, China, 2006. P. 9052–9056.

9. **Bahrami M.R.** A novel design of electrical transmis-

sion line inspection machine. *Modern engineering. Science and education*. 2014. № 4. P. 292–298.

10. **Panovko Ya.G., Gubanova I.I.** Ustoychivost i kolebaniya uprugikh system. [Stability and oscillations of elastic systems]. M.: Nauka, 1979. 384 s. (rus.)

11. **Nordenholz T.R., O'Reilly O.M.** On steady motions of an elastic rod with application to contact problems. *Int. J. Solids Structures*. 1997. Vol. 34, № 9, P. 1123–1143.

12. **Pakdemirli M., Ulsov A.G.** Stability analysis of an axially accelerating string. *Journal of Sound and Vibration*. 1997. Vol. 203, № 5. P. 815–832.

13. **Pellicano F., Vestroni F.** Complex dynamics of high-speed axially moving systems. *Journal of Sound and Vibration*. 2002. Vol. 258, № 1. P. 31–44.

14. **Tikhonov A.N., Samarskiy A.A.** Uravneniya matematicheskoy fiziki. [Equations of Mathematical Physics]. M.: Nauka, 1979. 560 s. (rus.)

15. **Kiryanov D.V.** Mathcad [Mathcad 14]. SPb.: BHV-Peterburg, 2007. 704 s. (rus.)

16. **Eliseev V.V.** Mekhanika deformiruemogo tverdogo tela. [Mechanics of deformable solids]. SPb.: Izd-vo St. Petersburg State Polytechnical University, 2006. 231 s.

17. **Eliseev V.V., Oborin E.A.** O lokalizatsii dinamicheskogo gasheniya kolebaniy v prostranstve i po chastote. [Localization of the dynamic damping in space and frequency]. *TMM*. 2014. № 1(23), Т. 12. С. 20–26.

18. **Eliseev V.V.** Model uprugoy niti dlya peredach s gibkoy svyazyu. [Model elastic thread for transmissions with flexible coupling]. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal*. 2009. № 3 (84). S. 192–195.

19. **Eliseev V., Vetyukov Yu.** Effects of deformation in the dynamics of belt drive. *Acta Mechanica*. 2012. Vol. 223, № 8. P. 1657–1667.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ЕЛИСЕЕВ Владимир Васильевич — доктор физико-математических наук профессор кафедры машиноведения и основ конструирования Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого; 195251, ул. Политехническая, 29; Санкт-Петербург, Россия. E-mail yeliseyev@inbox.ru

БАХРАМИ Мохаммад Реза — аспирант кафедры машиноведения и основ конструирования Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого; 195251, ул. Политехническая, 29; Санкт-Петербург, Россия. E-mail mr.bahrami@inbox.ru

AUTORS

ELISEEV Vladimir V. — Peter the Great St. Petersburg State Polytechnical University; 195251, Politekhnikeskaya Str., 29; St. Petersburg, Russia. E-mail yeliseyev@inbox.ru

BAHRAMI Mohammad R. — Peter the Great St. Petersburg State Polytechnical University; 195251, Politekhnikeskaya Str., 29; St. Petersburg, Russia. E-mail mr.bahrami@inbox.ru