

УДК 681.518.3+519.6+53.088+681.518.3
doi:10.18720/SPBPU/2/id20-162

Семенов Константин Константинович,
канд. техн. наук, доцент

РАЗВИТИЕ МЕТОДА ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫЧИСЛЕНИЙ С НЕТОЧНЫМИ ДАННЫМИ НА ОСНОВЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ КОШИ

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия,
semenov.k.k@iit.icc.spbstu.ru

Аннотация. В данной работе предложено развитие метода оценивания характеристик полной погрешности результатов вычислений, выполняемых в управляющих и информационно-измерительных системах с результатами измерений и неточными данными, основанного на использовании распределения Коши. Показано, что без существенных потерь в эффективности в данном методе можно отказаться от необходимости искать корень нелинейного уравнения. Рассмотрена возможность использования распределений без «тяжелых хвостов» для оценки характеристик полной погрешности результатов вычислений с результатами измерений, выполняемых программным обеспечением управляющих и информационно-измерительных систем.

Ключевые слова: обработка неточных данных, трансформирование погрешностей, программное обеспечение управляющих и информационно-измерительных систем, распределение Коши.

Konstantin K. Semenov,
Candidate of Technical Sciences, Associate Professor

DEVELOPMENT OF THE METHOD FOR EVALUATING THE ERROR OF THE RESULTS OF INACCURATE DATA PROCESSING BASED ON THE CAUCHY DISTRIBUTIONS

Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University,
St. Petersburg, Russia,
semenov.k.k@iit.icc.spbstu.ru

Abstract. This paper presents the development of a method based on the use of the Cauchy distribution for estimating the characteristics of the total error of the results of calculations performed in control and informational measuring systems with measurement results and inaccurate data. It is shown that without significant losses in efficiency we can overcome the need of search for the root of the nonlinear equation in the discussed method. It is shown that distributions without heavy tails can be used to estimate the characteristics of the total error of the results of the inaccurate data processing performed by the software of the control and informational measuring systems.

Keywords: inaccurate data processing, uncertainty propagation, control and informational measuring systems' software, Cauchy distribution.

Введение

При обработке и анализе данных, полученных с помощью измерительных каналов в составе управляющих или информационно-измерительных систем, конечные результаты вычислений, выполняемых их программным обеспечением, всегда являются неточными. Если известны пределы возможной погрешности исходных данных, используемых в расчетах, то погрешность конечных результатов может быть оценена автоматически. К текущему моменту разработано большое количество различных методов и подходов, служащих решению данной задачи, по сути дела заключающейся в метрологическом сопровождении расчетов, выполняемых в управляющих и информационно-измерительных системах. Однако, все они имеют те или иные ограничения. В ситуациях, когда используемая программа математической обработки результатов измерений имеет не доступный для модификации исходный код или количество ее входных переменных, искаженных погрешностями, значительно, наилучшим подходом на сегодняшний день является метод на основе распределений Коши [1, 2], разработанный специально для применения в составе программного обеспечения информационно-измерительных и управляющих систем.

1. Метод на основе распределений Коши

Суть данного метода заключается в следующем. Пусть программа обработки принимает на вход значения x_1, x_2, \dots, x_n , чьи абсолютные погрешности не превосходят значений $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ соответственно. Пусть результатом вычислений является значение y . Положим, что связь между величиной y и входными данными x_1, x_2, \dots, x_n описывается функцией f :

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Для каждой входной переменной x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) создается выборка значений x_{ij} , получаемых из распределения Коши с параметром сдвига, равным x_i , и параметром масштаба, равным Δ_i . Индекс j принимает значения от 1 до N , где N – объем выборки, назначаемый пользователем (обычно $N = 200 \div 300$).

Далее вычисляются значения

$$d_j = f(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj}) - f(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

численно равные разности между значениями функции f , получаемыми при использовании в качестве входных данных созданных значений x_{ij} , и значением функции, получаемым при расчетах с исходными данными x_i .

Обозначим как δ предел возможной абсолютной погрешности величины y , унаследованной от погрешности исходных данных выполняемых расчетов. Метод максимального правдоподобия рекомендует оценивать значение δ как корень уравнения

$$\sum_{j=1}^N \frac{d_j^2}{d_j^2 + \delta^2} = \frac{N}{2}. \quad (1)$$

Разрешив уравнение (1) относительно δ , получим требуемую оценку δ^* предела погрешности результата вычислений с неточными данными, являющуюся асимптотически эффективной.

2. Может ли быть метод на основе распределений Коши улучшен?

Представленное выше описание является классическим для метода на основе распределений Коши. Его реализации хорошо зарекомендовали себя на практике при решении задач с большим количеством неточных входных данных в самых разных областях [3, 4]. Могут ли быть предложены его улучшения и если да, то какие?

2.1. Можно ли уйти от необходимости решать уравнение при оценке параметра распределения Коши?

Уравнение (1) не может быть решено аналитически. Для его решения необходимо привлечение численных методов, что несколько осложняет задачу оценки искомой величины δ .

В случае, если количество входных переменных n в расчетах достаточно велико, решение уравнения (1) становится непростой задачей. Несмотря на то, что уравнение (1) задает достаточно гладкую кривую относительно переменной δ и корень уравнения может быть найден за сравнительно малое количество итераций градиентных методов решения (например, метода Ньютона), каждая итерация численного метода решения уравнения требует выполнения не менее n операций умножения и сложения, что может оказаться существенно трудоемким для вычислительных средств, используемых в составе информационно-измерительных и управляющих систем.

Может быть предложена следующая оценка δ^{**} величины δ , не требующая решения уравнений и почти столь же эффективная, что и оценка δ^* на основе решения уравнения (1).

Метод на основе распределений Коши предполагает (при малых значениях Δ_i пределов погрешностей исходных данных), что значения d_j распределены по закону Коши с нулевым параметром сдвига и параметром масштаба, равным δ . Обозначим соответствующую функцию

распределения вероятности как $F_1(d) = \Pr(D < d) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \cdot \arctan\left(\frac{d}{\delta}\right)$, где D – непрерывная случайная величина, чьи значения составляют выборку d_j ; $\Pr(A)$ – вероятность случайного события A .

Если рассмотреть выборку абсолютных значений $|d_j|$, то окажется, что она имеет распределение, описываемое следующей функцией распределения вероятностей:

$$F_2(d) = \Pr(|D| < d) = 2 \cdot \left(F_1(d) - \frac{1}{2} \right) = \frac{2}{\pi} \cdot \arctan\left(\frac{d}{\delta}\right),$$

где аргумент d принимает только положительные значения.

Рассмотрим, чему равно значение медианы такого распределения. Найдем значение аргумента функции $F_2(d)$, при котором ее значение составляет 0,5:

$$\begin{aligned} F_2(d) &= \frac{1}{2}, \\ \frac{2}{\pi} \cdot \arctan\left(\frac{d}{\delta}\right) &= \frac{1}{2}, \\ \arctan\left(\frac{d}{\delta}\right) &= \frac{\pi}{4}, \\ d &= \delta. \end{aligned}$$

Видим, что значение медианы величины $|D|$ есть в точности искомый параметр масштаба δ . Следовательно, для оценки его значения по выборке d_j необходимо вычислить абсолютные значения элементов выборки, упорядочить получившийся ряд значений $|d_j|$ по абсолютной величине и выбрать элемент под центральным номером. Трудоемкость данных действий составляет $O(N \cdot \log N)$, что гораздо лучше чем $O(n)$, поскольку предполагается, что $n \gg N$.

Выполним оценку относительной эффективности предлагаемой оценки.

Значение величины δ^* , служащей оценкой для предела возможных значений абсолютной погрешности результата вычислений y , получаемое через решение уравнения (1), является асимптотически эффективной оценкой. Таким образом, с ростом объема выборки N такая оценка становится более привлекательной для использования, поскольку обеспечивает наименьший разброс значения δ от выборки к выборке в сравнении с любыми другими оценками.

Выполним статистическое моделирование и оценим относительную эффективность оценки δ^{**} , получаемой с помощью предлагаемого подхода, в сравнении с оценкой δ^* на основе уравнения (1). Для этого вычислим значение величины $\gamma(N) = \frac{\text{Var}[\delta_N^{**}]}{\text{Var}[\delta_N^*]}$, где $\text{Var}[\delta_N^*]$ и $\text{Var}[\delta_N^{**}]$ – дисперсии оценок δ^* и δ^{**} на множестве выборок заданного размера N .

Поскольку N обычно выбирается равным порядка 200-300, выполним моделирование для этих практически значимых значений объема выборки. Для каждого значения N создавалось не менее 10^6 выборок значений случайной величины, распределенной по закону Коши с нулевым параметром сдвига и единичным значением параметра масштаба. Для каждой выборки выполнялась оценка значений δ^* и δ^{**} . По полученной совокупности выполнялась оценка дисперсий $\text{Var}[\delta_N^*]$ и $\text{Var}[\delta_N^{**}]$ и их отношения $\gamma(N)$. Для действительного значения величины $\gamma(N)$ строился 95 %-ый доверительный интервал, границы которого были равны

$$\left[\gamma(N) \cdot f_{0.025}(N-1, N-1), \gamma(N) \cdot f_{0.975}(N-1, N-1) \right],$$

где $f_\alpha(p_1, p_2)$ – $\alpha \cdot 100\%$ -ая квантиль распределения Фишера с параметрами, равными соответственно p_1 и p_2 .

Полученные результаты представлены на рисунке 1.

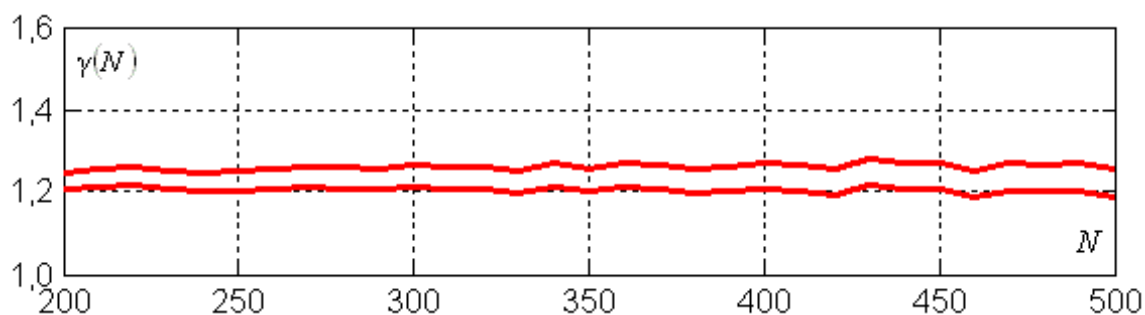


Рис. 1. Результаты расчета доверительного коридора для зависимости $\gamma(N)$ для оценки δ^{**} : для каждого значения N коридор задает 95 %-ый доверительный интервал для значения $\gamma(N)$

Относительная эффективность предлагаемой оценки в диапазоне значений N от 200 до 500 составляет в среднем порядка 81 %.

При необходимости можно увеличить эффективность оценки, не увеличивая сколько-нибудь существенным образом трудоемкость предлагаемой оценки. Обозначим как $a(j)$ ряд из упорядоченных абсолютных значений $|d_j|$, полученных в результате расчетов по методу на основе

распределений Коши. Тогда можно ввести оценку δ^{***} , являющую собой обобщение оценки δ^{**} , следующим образом:

$$\delta^{***} = \frac{1}{k} \cdot \left(a\left(\frac{N+1}{2}\right) + \sum_{j=1}^{k-1} \frac{a\left(\frac{N+1}{2}-j\right) + a\left(\frac{N+1}{2}+j\right)}{2} \right),$$

где $a\left(\frac{N+1}{2}\right)$ – медиана ряда $a(j)$, а $a\left(\frac{N+1}{2}-j\right)$ и $a\left(\frac{N+1}{2}+j\right)$ – выборочные квантили, симметричные относительно выборочной медианы. При небольших значениях отношения k/N возникает небольшой выигрыш в эффективности оценки при возникновении, впрочем, небольшого смещения, не заметного на фоне статистического разброса.

На рисунке 2 представлена зависимость величины

$$\gamma(N) = \frac{\text{Var}[\delta_N^{***}]}{\text{Var}[\delta_N^*]},$$

подобная той, что приведена на рисунке 1.

При расчетах использовалось значение $k = 24$. Виден небольшой выигрыш в эффективности.

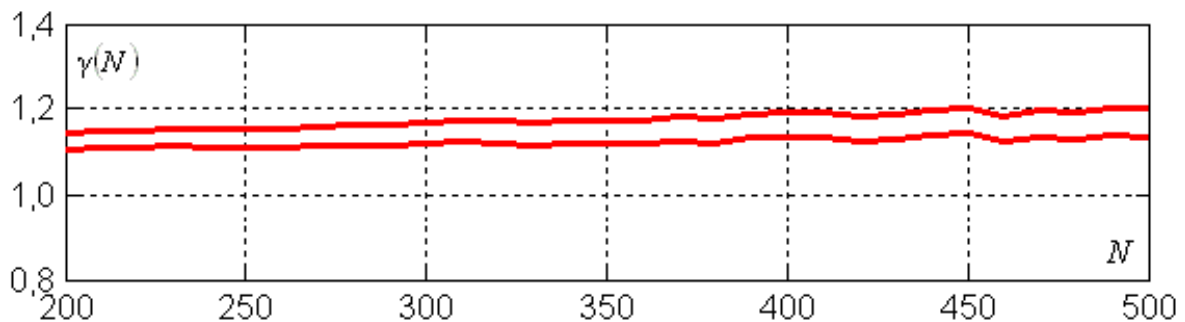


Рис. 2. Результаты расчета доверительного коридора для зависимости $\gamma(N)$ для оценки δ^{**} : для каждого значения N коридор задает 95 %-ый доверительный интервал для значения $\gamma(N)$

Относительная эффективность оценки δ^{***} в диапазоне значений N от 200 до 500 составляет в среднем уже порядка 87 %.

Исходный код программы в пакете математического моделирования Matlab, с помощью которой осуществлено моделирование, представлен в Приложении 1.

Отличие достигнутой относительной эффективности от единицы не очень существенно на фоне самой величины дисперсии оценок. Это об-

стоятельство иллюстрирует рисунок 3, на котором представлены зависимости нормированных дисперсий, $\frac{\text{Var}[\delta_N^*]}{\Delta^2}$ и $\frac{\text{Var}[\delta_N^{***}]}{\Delta^2}$ от N , где Δ – параметр масштаба распределения Коши, участвующего в моделировании. Для каждой зависимости представлен доверительный коридор, описывающий для каждого значения N доверительный интервал для величины нормированной дисперсии для вероятности 95 %.

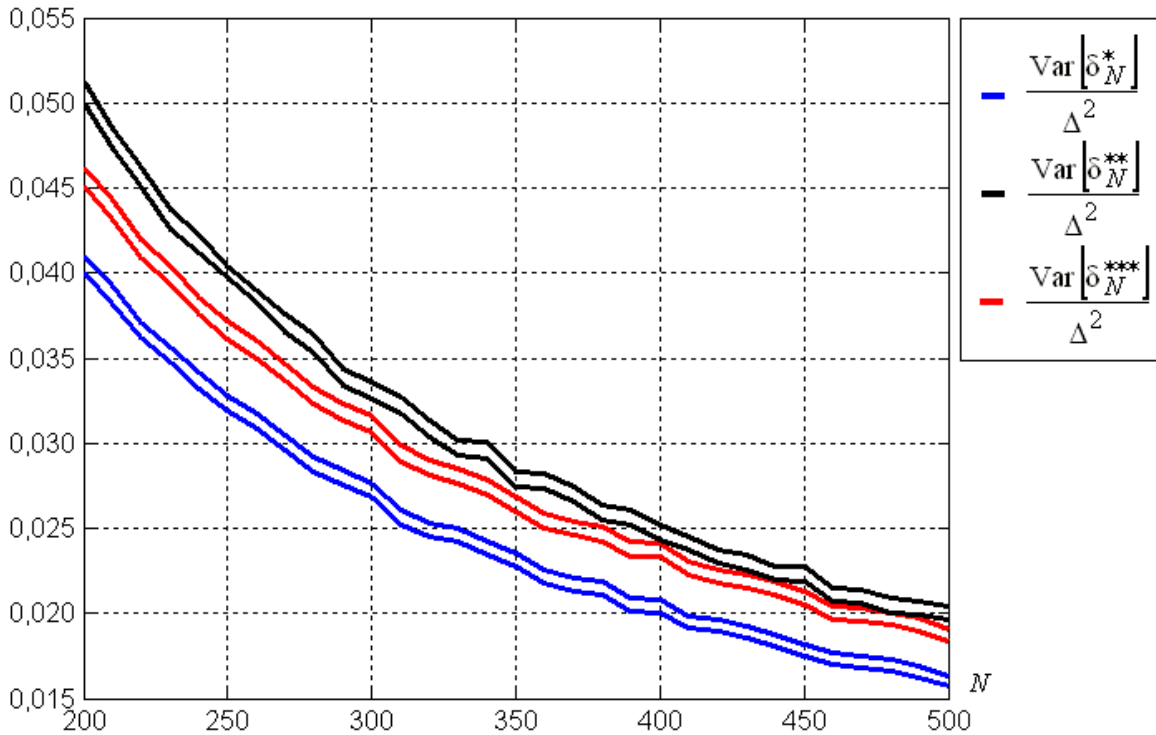


Рис. 3. Результаты расчета доверительных коридоров для зависимостей

$$\frac{\text{Var}[\delta_N^*]}{\Delta^2}, \frac{\text{Var}[\delta_N^{**}]}{\Delta^2} \text{ и } \frac{\text{Var}[\delta_N^{***}]}{\Delta^2} \text{ от } N$$

Учитывая то обстоятельство, что оценка погрешности конечного результата расчетов должна быть подвержена округлению до одной, максимум двух значащих цифр, как это принято при обработке результатов измерений, выполняемой в управляющих и информационно-измерительных системах, данное отличие в эффективности не может быть сочтено существенным.

Выполним сравнительную оценку трудоемкости вычисления предлагаемой оценки в сравнении с оценкой на основе уравнения (1).

Сравним вычислительную сложность при оценке значений δ^{**} и δ^{***} в долях времени, необходимого на решение уравнения (1). Поло-

жим, что последнее решается с использованием метода Ньютона, число итераций фиксировано и равно 5. При хорошем начальном приближении и достаточной гладкости кривой, соответствующей решаемому уравнению, такого количества итераций обычно достаточно.

Моделирование осуществлялось в пакете Matlab с использованием встроенных средств для оценки времени длительности выполнения команд и инструкций. Метод Ньютона был реализован без избыточных вычислений. Использованный для оценки код представлен в Приложении 2. Полученные результаты представлены на рисунке 4 в виде зависимостей среднего отношения времени T_2 или T_3 , затрачиваемого на получение соответственно оценки δ^{**} или δ^{***} (при $k = 24$), к времени T_1 , затрачиваемому на получение оценки δ^* , при различных значениях объема выборки N .

Видим, что в среднем время, затрачиваемое на получение предлагаемых оценок, оказывается меньше времени, затрачиваемого на 1 итерацию метода Ньютона (так как T_2 и T_3 оказываются меньше $T_1 / 5$).

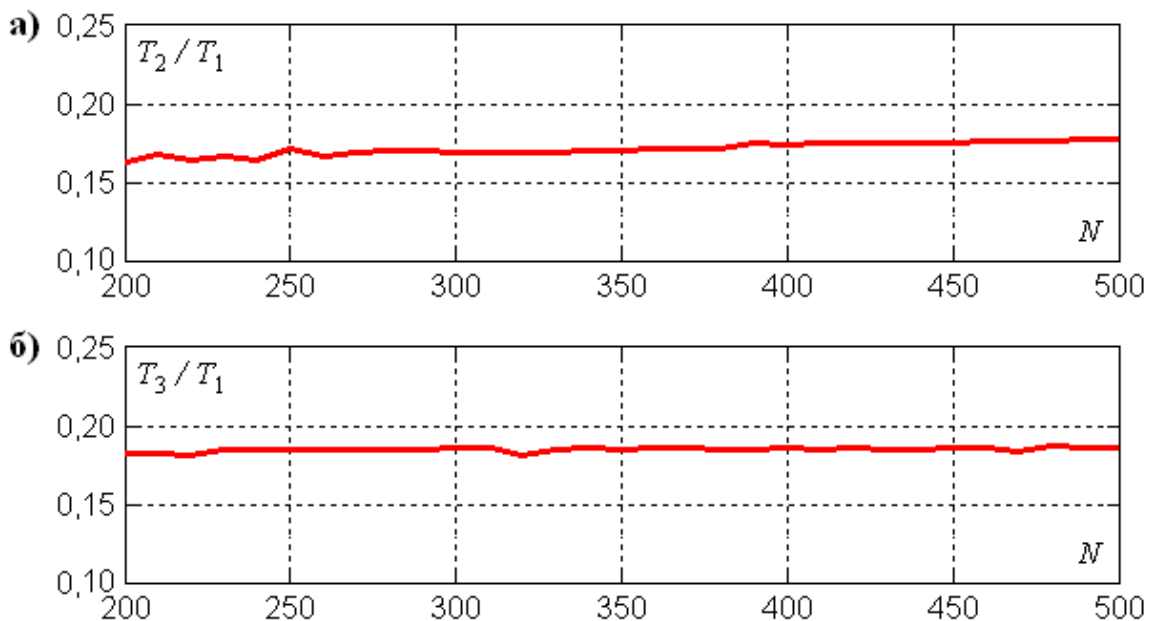


Рис. 4. Результаты расчета отношения времени T_2 и T_3 , затрачиваемого на получение оценок δ^{**} и δ^{***} , к времени T_1 , затрачиваемого на получение оценки δ^*

2.2. Может ли объем выборки в 200-300 значений быть достаточен для метода Монте-Карло как альтернативы методы на основе распределений Коши?

Метод на основе распределений Коши является стохастическим способом оценить интервал возможных значений функции обработки неточных входных данных. Его аналогом может выступать метод Монте-Карло, который может быть организован следующим образом.

Пусть, как и прежде, программа обработки принимает на вход значения x_1, x_2, \dots, x_n , чьи абсолютные погрешности не превосходят значений $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ соответственно. Пусть результатом вычислений является значение $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Для каждой входной переменной x_i создается выборка значений x_{ij} , получаемых из равномерного распределения, заданного на интервале $[x_i - \Delta_i, x_i + \Delta_i]$. Индекс j по-прежнему принимает значения от 1 до N , где N – объем выборки, назначаемый пользователем (обычно $N = 200 \div 300$).

Далее вычисляются значения $y_j = f(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{nj})$, численно равные значениям функции f , получаемым при использовании в качестве входных данных созданных значений x_{ij} . Обозначим как y_0 значение функции, получаемое при подстановке в нее исходных аргументов x_i :

$$y_0 = f(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Пусть, как и прежде, δ – предел возможной абсолютной погрешности величины y . Тогда рационально ввести ее оценку как величину

$$\delta_M = \max \left\{ y_0 - \min_j y_j, \max_j y_j - y_0 \right\}.$$

Данный метод вполне разумно рассматривать как естественную альтернативу методу, основанному на распределении Коши. В работе [5] указано, какова достоверность оценки δ_M при различных значениях объема выборки N . Если было выполнено N итераций метода Монте-Карло, то с вероятностью, не меньшей, чем P , оценка δ_M будет больше по абсолютному значению $P \cdot 100\%$ возможных значений функции f , обусловленных погрешностями исходных данных. Вероятность P оценивается согласно [5] по следующей формуле (вне зависимости от того, как распределены погрешности входных данных):

$$P = \left(\frac{\ln 2}{N} \right)^{\frac{1}{N-1}}. \quad (2)$$

При $N = 200 \div 300$ значение P составляет порядка 0,97-0,98. Для большого количества задач такое значение вероятности P оказывается недостаточным, поскольку не обеспечивает требуемой достоверности.

С другой стороны для ряда метрологических задач подобная достоверность оказывается приемлемой для практических нужд. Тем не менее, метод Монте-Карло вряд ли может быть применен в качестве универсальной альтернативы методу на основе распределений Коши, поскольку также имеет место еще следующее обстоятельство, представленное в пункте 2.3.

2.3. Могут ли быть использованы другие распределения (не Коши), с которыми удобней работать при постобработке?

Выше предлагалось использовать равномерное распределение для использования метода Монте-Карло как аналога метода на основе распределений Коши. Можно показать, что если носителем информации о полных погрешностях исходных данных является параметр масштаба распределения, то никакое другое распределение кроме распределения Коши не может обеспечить достоверной оценки погрешности результата вычислений. Однако, если взять в качестве носителя информации о погрешностях исходных данных размер носителя значений случайной величины (границы интервала, на котором она принимает значения), то оказывается, что есть возможность выбора из континуума различных распределений. Действительно, вышеприведенный пример с использованием равномерного распределения иллюстрирует это обстоятельство: с ростом объема выборки N мы получаем при использовании метода Монте-Карло все более достоверную оценку δ_M границ возможной погрешности результата.

Приведенная зависимость (2) справедлива для любого выбранного распределения внутри интервалов возможных значений входных данных, поэтому оценка достоверности полученных результатов оказывается отделена от сделанного выбора.

Однако имеет место следующая проблема. Поскольку вычисляемая функция f может быть сколь угодно сложна, мы не знаем, какое в итоге распределение получится у результата вычислений. Если это распределение будет с «тонкими» хвостами, то то обстоятельство, что полученная оценка δ_M будет больше лишь 97-98 % всех возможных значений погрешности результата, будет свидетельствовать о том, что значение δ_M сильно недооценено. Таким образом, вопрос об удачном выборе распределений исходных данных остается в силе. Предварительные исследования автора показывают, что возможна такая стратегия генерации исходных данных в методе Монте-Карло, которая минимизировала бы озвученные риски.

Если сведения о погрешности тех результатов измерений, что поступают из измерительных каналов управляющих или информационно-измерительных систем в их программное обеспечение, содержат характеристики систематической и случайной составляющих погрешности в отдельности, то метод на основе распределений Коши не сможет обеспечить оценку этих отдельных составляющих для погрешности конечных результатов вычислений. В этом случае есть возможность следующего обобщения метода: для оценки предела возможных значений систематической составляющей погрешности конечного результата вычислений использовать распределение Коши (носитель информации о погрешности

– параметр масштаба), а для случайной составляющей – распределение Гаусса (носитель информации о погрешности – среднеквадратическое отклонение). Генерацию случайных значений и постобработку выборки значений вычисляемой функции можно разделить и выполнять отдельно для каждой из составляющей погрешности, но это приведет к повышению трудоемкости выполняемых действий. Естественной возможностью является использовать в качестве используемого распределения свертку распределений Коши и Гаусса, т.е. распределение Фойгта, которое зависит и от параметра масштаба распределения Коши и от среднеквадратического отклонения распределения Гаусса. Предварительные результаты математического моделирования показывают, что в таком случае есть возможность оценить характеристики обеих составляющих погрешности в отдельности с помощью одной выборки из 400-600 значений.

Заключение

В представленной работе предложено развитие метода оценивания характеристик полной погрешности результатов вычислений, выполняемых в управляющих и информационно-измерительных системах с результатами измерений и неточными данными, основанного на использовании распределения Коши. Показано, что без существенных потерь в эффективности в данном методе можно отказаться от необходимости искать корень нелинейного уравнения. Рассмотрена возможность использования распределений без «тяжелых хвостов» для оценки характеристик полной погрешности результатов вычислений с результатами измерений, выполняемых программным обеспечением информационно-измерительных и управляющих систем.

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-71-00127.

Список литературы

1. Крейнович В.Я., Павлович М.И. Оценка погрешности результата косвенных измерений с помощью вычислительного эксперимента // Измерительная техника. 1985. № 3. С. 11–13.
2. Kreinovich V., Ferson S. A New Cauchy-Based Black-Box Technique for Uncertainty in Risk Analysis // Reliability Engineering and Systems Safety. 2004. Vol. 85. No. 1-3. Pp. 267–279.
3. Kreinovich V., Beck J., Ferregut C., Sanchez A., Keller G.R., Averill M., Starks S.A. Monte-Carlo type techniques for processing interval uncertainty, and their potential engineering applications // Reliable Computing. 2007. Vol. 13. No. 1. Pp. 25–69.
4. Doser D.I., Crain K.D., Baker M.R., Kreinovich V., Gerstenberger M.C. Estimating uncertainties for geophysical tomography // Reliable Computing. 1998. Vol. 4. No.3. Pp. 241–268.

5. Семенов К.К. Достоверность результатов применения метода Монте-Карло в задачах интервального анализа // Вычислительные технологии. 2016. Том 21. № 2. С.42–52.

Приложение 1.

Исходный код программы в пакете Matlab, на основе которого осуществлено моделирование значения зависимости $\gamma(N)$.

```
clear all;
d = 1.0;           % значение параметра масштаба распределения Коши.
N = 200 : 10 : 500; % значения размеров выборки.

fun = inline('sum(1./(1+(d./x).^2)) - length(x)/2', 'd', 'x'); % уравнение (1).
% настройка штатной процедуры поиска корней.
opts = optimset('Display','off','TolX',10^-6);
ratio = zeros([1, length(N)]); % значение переменной gamma.
ratio_low = ratio; ratio_high = ratio_low; % границы дов. интервала.
var1 = ratio; var2 = ratio; % значения дисперсий сравниваемых оценок.

for i = 1 : length(N)
    n_max = 5 * 10^6; % максимальный размер создаваемого массива.
    % генерация выборки из распределения Коши с нулевым параметром сдвига.
    n = floor(n_max/N(i)); % количество выборок
    x = d * tan(pi * (rand([N(i), n])-0.5)); % выборки
    % 1) оценка методом максимального правдоподобия.
    d1 = zeros([1, n]);
    for j = 1 : n
        d1(j) = fzero(fun, [0; max(abs(x(:,j)))], opts, x(:,j)); % решение уравнения (1)
    end
    var1(i) = var(d1); % дисперсия оценки методом максимального правдоподобия.
    % 2) предлагаемый метод.
    var2(i) = var(median(abs(x))); % дисперсия предлагаемой оценки.

    ratio(i) = var2(i)/var1(i); % отношение дисперсии, значение величины gamma.
    % отношение двух дисперсий распределяется по закону Фишера
    % при достаточном размере выборок.
    ratio_low(i) = ratio(i) * finv(0.025, n-1, n-1); % левая граница дов. интервала.
    ratio_high(i) = ratio(i) * finv(0.975, n-1, n-1); % правая граница дов. интервала.
end

hold on;
% построение графика зависимости gamma от N.
h = plot(N, ratio_low, 'r');
h = plot(N, ratio_high, 'r');
hold off;
```

Приложение 2.

Исходный код программы в пакете Matlab, на основе которого осуществлено моделирование значения зависимостей T_2 / T_1 .

```

clear all;
d = 2.0;           % значение параметра масштаба распределения Коши.
N = 200 : 10 : 500; % значения размеров выборки.

ratio = zeros([1, length(N)]); % значение отношения  $T_2$  к  $T_1$ .

tic; % инициализация таймера-счетчика.
for i = 1 : length(N)
    n_max = 10^7; % максимальный размер создаваемого массива.
    % генерация выборки из распределения Коши с нулевым параметром сдвига.
    n = floor(n_max/N(i)); % количество выборок
    x = d * tan(pi * (rand([N(i), n])-0.5)); % выборки
    % 1) метод на основе максимального правдоподобия.
    tic; % начало отсчета времени
    d1 = ones([1, n]);
    % 5 итераций методом Ньютона, начальное приближение равно 1.0. Производная и
    % значение функции оценивается методом комплексного приращения аргумента.
    alpha = 10^-100; % константа метода комплексного приращения.
    for j = 1 : 5
        vals = sum(1./(1+(repmat(d1+1i*alpha, [N(i), 1])./x).^2)) - N(i)/2;
        d1 = d1 - real(vals) ./ (imag(vals) / alpha);
    end
    time1(i) = toc/n; % время, затраченное на поиск корня уравнения (1).
    % 2) предлагаемый метод
    tic; % начало отсчета времени
    d2 = median(abs(x)); % вычисление медианы.
    time2(i) = toc/n; % время, затраченное на оценку параметра масштаба.

    ratio(i) = time2(i)/time1(i); % значение отношения  $T_2$  к  $T_1$ .
end

h = plot(N, ratio, 'r'); % построение графика зависимости отношения  $T_2$  к  $T_1$  от  $N$ .

```

УДК 621.391.1: 65.014

doi:10.18720/SPBPU/2/id20-163

Фалеев Сергей Павлович,

канд. техн. наук, доцент, акад. МАН ИПТ,
инженер Института передовых производственных технологий,

О НЕКОРРЕЛЯЦИОННОМ МЕТОДЕ В НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия, faleev_sp@spbstu.ru

Аннотация. Рассматриваемый метод предназначен для мониторинга и диагностики широкого класса систем, визуализируя поведение вектора системы в спектральной области и позволяя собирать качественные статистики. Он предъявляет