```
clear all;
d = 2.0;                    % значение параметра масштаба распределения Коши.
N = 200 : 10 : 500;     % значения размеров выборки.

ratio = zeros([1, length(N)]); % значение отношения T2 к T1.

tic;      % инициализация таймера-счетчика.
for i = 1 : length(N)
   n_max = 10^7;   % максимальный размер создаваемого массива.
   % генерация выборки из распределения Коши с нулевым параметром сдвига.
   n = floor(n_max/N(i));                        % количество выборок
   x = d * tan(pi * (rand([N(i), n])-0.5));      % выборки
   % 1) метод на основе максимального правдоподобия.
   tic;  % начало отсчета времени
   d1 = ones([1, n]);
   % 5 итераций методом Ньютона, начальное приближение равно 1.0. Производная и
   % значение функции оценивается методом комплексного приращения аргумента.
   alpha = 10^-100;    % константа метода комплексного приращения.
   for j = 1 : 5
       vals = sum(1./(1+(repmat(d1+1i*alpha, [N(i), 1])./x).^2)) - N(i)/2;
       d1 = d1 - real(vals) ./ (imag(vals) / alpha);
   end
   time1(i) = toc/n;  % время, затраченное на поиск корня уравнения (1).
   % 2) предлагаемый метод
   tic; % начало отсчета времени
   d2 = median(abs(x));  % вычисление медианы.
   time2(i) = toc/n;   % время, затраченное на оценку параметра масштаба.

   ratio(i) = time2(i)/time1(i);           % значение отношения T2 к T1.
end

h = plot(N, ratio, 'r');  % построение графика зависимости отношения T2 к T1 от N.
```

УДК 621.391.1: 65.014
doi:10.18720/SPBPU/2/id20-163

Фалеев Сергей Павлович,
канд. техн. наук, доцент, акад. МАН ИПТ,
инженер Института передовых производственных технологий,

О НЕКОРРЕЛЯЦИОННОМ МЕТОДЕ В НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия, faleev_sp@spbstu.ru

Аннотация. Рассматриваемый метод предназначен для мониторинга и диагностики широкого класса систем, визуализируя поведение вектора системы в спектральной области и позволяя собирать качественные статистики. Он предъявляет

к системе легко выполнимые требования и позволяет получить в режиме, близком к реальному времени, оценки спектральных функций с достаточной точностью. Проблемам, алгоритмам и совершенным инструментам спектрального анализа посвящен ряд известных исследований и разработок, включая классические труды К. Гаусса, Ж. Фурье, Э. Титчмарша, А. Колмогорова, К. Карунена, М. Лоэва, И. Гоноровского, Д. Тьюки, Д. Кули, А. Карацубы, Н. Железнова, Д. Вакмана, А. Трахтмана, Х. Хармута, Ф. Дедуса, И. Пономаревой. Передовые мысли развивались от преобразования Фурье как операции, сопоставляющей одной функции вещественной переменной другую функцию вещественной переменной, описывающую коэффициенты («амплитуды») при разложении исходной функции на элементарные составляющие, к быстрым рекурсивным алгоритмам в разнообразных цифровых базисах, к важности и допустимости нестационарности, как фактора притока новой информации, к шумоподобным сигналам и, наконец, к собственным функциям наблюдаемой системы и определению понятий амплитуды, фазы и частоты. В статье рассматривается некорреляционный метод спектрального анализа как средство наблюдения поведения системы в спектральной области с учетом определений понятий амплитуды и частоты и желаний увидеть особенности поведения системы в изменяющихся с течением времени условиях.

Ключевые слова: системный анализ, спектральный анализ, собственные функции, мониторинг и диагностика, примеры вычислений некорреляционным методом в некоторых задачах спектрального анализа.

Sergei P. Faleev,
Cand. of Tech. Sciences, Associate professor,
Engineer of the Institute of Advanced Manufacturing Technologies,
Acad. Inter.Academy of Sciences on Information,
Information Processes and Technologies (IASIPT)

ON THE NON-CORRELATION METHOD IN SOME PROBLEMS OF SPECTRAL ANALYSIS

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia,
faleev_sp@spbstu.ru

Abstract. The considered method is intended for monitoring and diagnostics of a wide class of systems, visualizing the behavior of the system vector in the spectral region and allowing the collection of qualitative statistics. It imposes easily satisfiable requirements on the system and allows obtaining estimates of spectral functions with sufficient accuracy in a mode close to real time. A number of well-known researches and developments are devoted to the problems, algorithms and perfect instruments of spectral analysis, including the classical works of K. Gauss, J. Fourier, E. Titchmarsh, A. Kolmogorov, K. Karunen, M. Loev, I. Gonorovsky, D. Tukey, D. Cooley, A. Karatsuba, N. Zheleznov, D. Wackman, A. Trakhtman, H. Harmut, F. Dedus, I. Ponomareva. Advanced ideas developed from the Fourier transform as an operation that compares one function of a real variable to another function of a real variable that describes the coefficients (“amplitudes”) when the original function is decomposed into elementary components, to fast recursive algorithms in various digital bases, to the importance and admissibility of nonstationarity as a factor in the inflow of new information to noise-like signals and, finally, to the eigenfunctions of the observed system and the definition of the concepts of amplitude, phase and frequency. The article discusses the non-correlation method of

spectral analysis as a means of observing the behavior of the system in the spectral region, taking into account the definitions of the concepts of amplitude and frequency and the desire to see the features of the behavior of the system under changing conditions over time.

Keywords: system analysis, spectral analysis, eigenfunctions, monitoring and diagnostics, examples of calculations by the noncorrelation method in some problems of spectral analysis.

В настоящее время имеется широкий выбор методов наблюдения технических систем. Некоторые системы требуют постоянного наблюдения – мониторинга – для подтверждения штатного функционирования или изучения их свойств. Другие системы могут проявлять склонности к нежелательным проявлениям – поломкам, авариям – и для таких систем настоятельно необходимы методы диагностики приближения к подобным ситуациям. Например, вибрации механической системы могут быстро нарастать и стать опасным фактором.

Среди методов наблюдения твердые позиции занимают спектральные исследования. Проблемам, алгоритмам и совершенным инструментам спектрального анализа посвящен ряд известных исследований и разработок, включая классические труды К. Гаусса [1], Ж. Фурье [2], Э. Титчмарша [3], А. Колмогорова [4], К. Карунена [5], М. Лоэва [6], И. Гоноровского [7], Д. Тьюки [8], Д. Кули [8], А. Карацубы [9], Н. Железнова [10], Д. Вакмана [11], А. Трахтмана [12], Х. Хармута [13], Ф. Дедуса [14], И. Пономаревой [15]. Передовые мысли развивались от преобразования Фурье как операции, сопоставляющей одной функции вещественной переменной другую функцию вещественной переменной, описывающую коэффициенты («амплитуды») при разложении исходной функции на элементарные составляющие, к быстрым рекурсивным алгоритмам в разнообразных цифровых базисах, к важности и допустимости нестационарности систем и их сигналов, как фактора притока новой информации, к шумоподобным сигналам и, наконец, к собственным функциям наблюдаемой системы и определению понятий амплитуды, фазы и частоты.

В зависимости от текущей ситуации, система генерирует, как правило, одну из своих собственных функций и её «узнавание» измерительной техникой весьма полезно: достаточно указать её номер. Однако, разнообразные спектроанализаторы такую задачу решают с трудом – требуются существенные вычислительные мощности, а точность оставляет желать лучшего. Полезной оказывается априорная информация о свойствах системы и её законах функционирования – собственных уравнениях. Но в этой части проблематика спектрального анализа оказывается проработанной в меньшей степени.

Рассматриваемый метод предназначен для мониторинга и диагностики широкого класса систем, визуализируя поведение вектора системы в спектральной области и позволяя собирать качественные статистики. Он предъявляет к сигналам системы легко выполнимые требования полуфинитности длительности, ограниченности дисперсии D и ограниченности дисперсии первой производной E. При этом, по действительным сигналам $u(t)$ системы может быть в режиме, близком к реальному времени, построена комплексная модель из сопряженного по Гильберту сигнала $v(t)$, производной действительного сигнала $u'(t)$ и производной сопряженного по Гильберту сигнала $v'(t)$. По определениям [11], можем получить амплитуду $a(t)$, её квадрат $z(t)$ и частоту $\omega(t)$ (см. пример на рис. 1).

В силу центральной предельной теоремы, все наблюдаемые финитные сигналы являются гауссовыми, сопровождаются шумами с нормальным распределением вероятности. Без нарушения общности их также можно считать центрированными относительно своих средних значений (которые зачастую могут быть приняты за начало отсчета).

Рассмотрим простейший пример, когда в совпадающие моменты времени компоненты $u(t)$, $v(t)$, $u'(t)$ и $v'(t)$ имеют совместное нормальное четырехмерное распределение [16]

$$\nu_4(u,v,\dot{u},\dot{v}) = \frac{\exp - \dfrac{\omega_*^2(u^2+v^2)+\dot{u}^2+\dot{v}^2-2\omega^*(u\dot{v}-v\dot{u})}{2D(\omega_*^2-\omega^{*2})}}{4\pi^2 D^2(\omega_*^2-\omega^{*2})}, \qquad (1)$$

где D – дисперсия действительного процесса; ω^* – средняя, частота спектра; ω_* – среднеквадратическая ширина спектра.

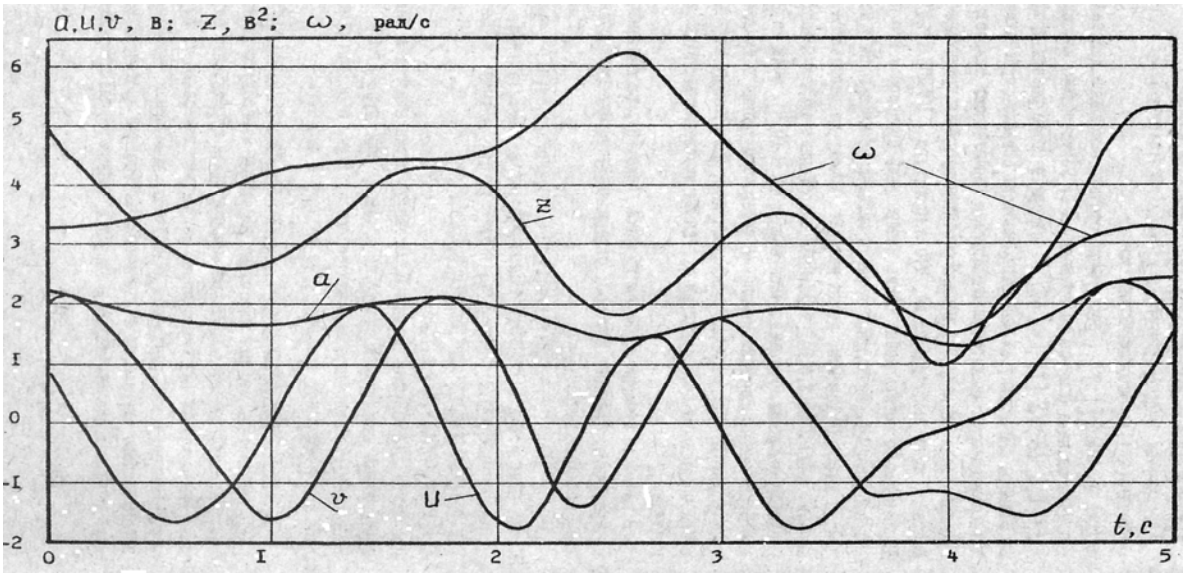


Рис. 1. Графики участка комплексной модели сигнала $u(t)$

От плотности вероятности (1) перейдем к совместной четырехмерной плотности вероятности амплитуды a, фазы φ и их первых производных a' и ω процесса $u(t)$

$$\nu_4(a,\phi,\dot{a},\omega)=\frac{a^2\exp-\dfrac{\dot{a}^2+a^2(\omega_*^2+\omega^2-2\omega\omega^*)}{2D(\omega_*^2-\omega^{*2})}}{4\pi D^2(\omega_*^2-\omega^{*2})} \qquad (2)$$

Отсюда получим совместное распределение амплитуды и частоты

$$\nu_2(a,\omega)=\frac{a^2\exp-\dfrac{a^2(\omega_*^2+\omega^2-2\omega\omega^*)}{2D(\omega_*^2-\omega^{*2})}}{\sqrt{4\pi D^2(\omega_*^2-\omega^{*2})}}, \qquad (3)$$

и совместное распределение квадрата амплитуды и частоты

$$\nu_2(z,\omega)=\frac{\sqrt{z}}{2D\sqrt{2\pi z D_{1a}}}\exp\frac{z(\omega_*^2-2\omega\omega^*+\omega^2)}{2D_{1a}}, \qquad (4)$$

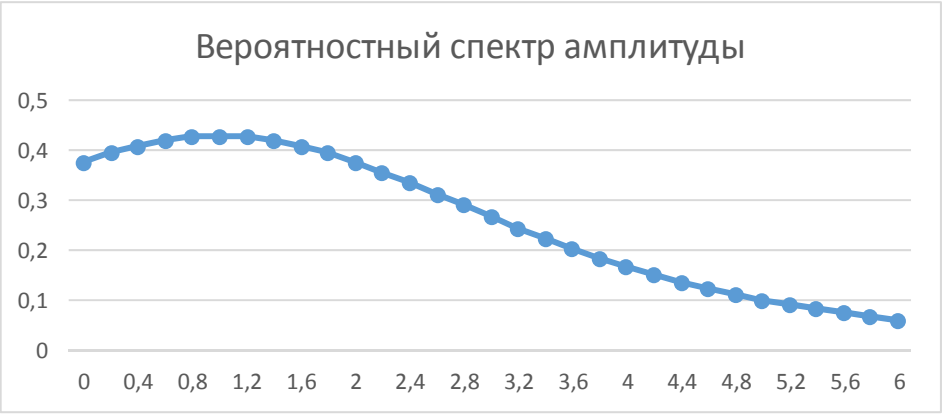
обозначив $D_{1a}=D(\omega_*^2-\omega^{*2})=D\,\alpha^2$.

Воспользовавшись определениями вероятностных спектров как условных средних амплитуды и её квадрата по частоте [17] и осредняя (3) и (4) соответственно по амплитуде и её квадрату, получим рассматриваемым методом вероятностный спектр амплитуды нормального случайного процесса (см. рис. 2)

$$a_{ср}(\omega)=(2D/\pi)^{0,5}\,\alpha^3/(\omega_*^2-2\omega^*\omega+\omega^2)^2, \qquad (5)$$

и вероятностный спектр квадрата амплитуды нормального случайного процесса (см. рис. 3)

$$z_{ср}(\omega)=1{,}5D\,\alpha^4/(\omega_*^2-2\omega^*\omega+\omega^2)^{5/2} \qquad (6)$$



ω

Рис. 2. Вероятностный спектр амплитуды нормального случайного процесса

Вероятностные спектры (5) и (6) имеют соответственно нормированные дисперсии 0,178… и 0,666… Интеграл по всем частотам от $z_{ср}(\omega)$ дает дисперсию D, а его второй момент – дисперсию производной E.

Более подробно свойства вероятностных спектров рассмотрены в [18].

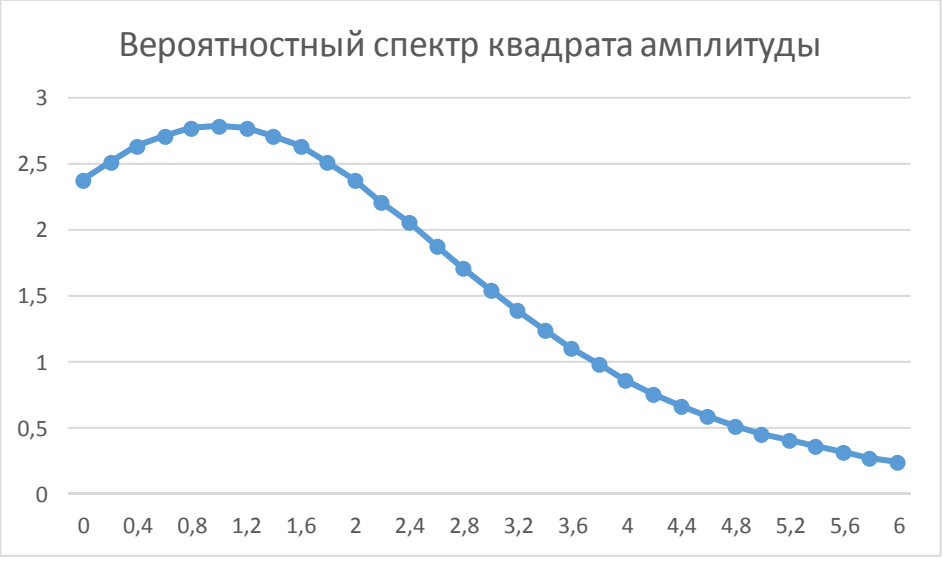


Рис. 3. Вероятностный спектр квадрата амплитуды нормального случайного процесса

Таким образом, рассмотренный метод позволяет без применения традиционных алгоритмов получить оценки спектральных функций с достаточной точностью и может быть рекомендован для мониторинга и диагностики систем.

Список литературы

1. Heideman M., Johnson D., Burrus C. Gauss and the history of the fast fourier transform // IEEE ASSP Magazine. Vol. 1. Issue 4 (October 1984). Pp. 14–21.

2. Фурье (Fourier) Жан Батист Жозеф // Франкфурт – Чага. М.: Советская энциклопедия, 1978. Т. 28. С. 143–144.

3. Титчмарш Э.Ч. Введение в теорию интегралов Фурье / Перевод с английского Д.А. Райкова. М.-Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1948.

4. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. 4-е изд. М.: Наука, 1976. 544 с.

5. Karhunen Kari. Uber lineare Methoden in der Wahrscheinlichkeitsrechnung // Ann. Acad. Sci. Fennicae. Ser. A. I. Math.-Phys. 1947. No. 37. Pp. 1–79.

6. Лоев М. Теория вероятностей. М.: ИЛ, 1962.

7. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. Учебник для вузов. М.: «Сов. радио», 1977. 608 с.

8. Cooley J.W., Tukey J.W. An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series // Mathematics of Computation. Vol. 19. No. 2 (April 1965). Pp. 297–301.

9. Офман Ю.П., Карацуба А.А. Умножение многозначных чисел на автоматах // Доклады АН СССР. 1962. Т. 145. С. 293–294.

10. Железнов Н.А. Спектрально-корреляционный аппарат нестационарных сигналов. Л.: ЛЭТИ, 1980.

11. Вакман Д.Е., Вайнштейн А.А. Амплитуда, фаза, частота – основные понятия теории колебаний // Успехи физических наук. 1977. Т. 123. Вып.4. С. 657–682.

12. Трахтман А.М., Трахтман В.А. Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах. М., 1975.

13. Хармут Х.Ф. Несинусоидальные волны в радиолокации и радиосвязи. М.: Радио и связь, 1985.

14. Дедус Ф.Ф., Махортых С.А., Устинин М.Н., Дедус А.Ф. Обобщённый спектрально-аналитический метод обработки информационных массивов. М.: Машиностроение, 1999. 356 с.

15. Пономарева И.Д., Цепков Г.В. Устройство дискретной выборки. А. с. СССР № 547034, 1975.

16. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Советское радио, 1974. Т. 1. 357 с.

17. Соловьёв С.Д., Сысин Г.В., Фалеев С.П. Некоторые свойства инвариантных измерителей параметров сигналов // В кн. Теория инвариантности и её применения. Киев: Наукова Думка, 1979. Ч. 2. С. 210–219.

18. Фалеев С.П. Расчет и моделирование устройств обработки сигналов систем управления. Л.: ЛЭТИ (ЛИАП), 1980.

УДК 330.1
doi:10.18720/SPBPU/2/id20-164

Карпов Валерий Иванович[1],
д-р техн. наук, профессор,
профессор кафедры «Информационные системы и технологии»;
Портнов Николай Михайлович[2],
специалист проблемной научно-исследовательской лаборатории
конструирования продуктов и рационов персонализированного питания

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЦЕПТУРНОГО СОСТАВА ПИЩЕВОГО ПРОДУКТА

[1,2] МГУТУ им. К.Г.Разумовского (ПКУ),
Москва, Россия, [1] vikarp@mail.ru, [2] n.portnov@mgutm.ru

Аннотация. Математическая модель рецептуры пищевого продукта, технвключающая ингредиентный состав, нормы закладки, нутриентный состав, используется для обоснования оптимальной рецептурной комбинации. Для решения