УДК 330
doi:10.18720/SPBPU/2/id20-167

Десятирикова Елена Николаевна,
д-р экон. наук, профессор

ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПРОЕКТА

Воронежский государственный технический университет,
Воронеж, Россия,
science2000@ya.ru

Аннотация. Формализм полумарковских процессов применен для прогнозирования состояния подпроцессов инвестиционного проекта, специализированного как дискретно-событийная система.

Ключевые слова: Марковская цепь, полумарковский процесс, инвестиционный проект, риск.

Elena N. Desyatirikova,
Doctor of Economics, Professor

EVALUATION OF PROBABILITY PARAMETERS OF INVESTMENT PROJECT

Voronezh State Technical University,
Voronezh, Russia,
science2000@ya.ru

Abstract. The semi-Markov process formalism is used to predict the state of subprocesses of an investment project specialized as a discrete event system.

Keywords: Markov chain, semi-Markov process, investment project, risk.

Анализ инвестиционных проектов в условиях риска и неопределенности необходим для того, чтобы получить дополнительные сведения для принятия решения о целесообразности реализации проекта и предусмотреть меры защиты от возможных финансовых потерь. Для более детального решения проблемы прогнозирования рисков инвестирования в строительство необходимо создать систему оценки риска, которая включала бы не только методы статистики, но и теории вероятностей [4]. С достаточной степенью точности выявить влияние различных факторов на риски инвестирования можно только в рамках динамической модели реализации проекта.

Для возможно более точной оценки риска существенное значение имеет учет полной группы факторов, определяющих риск. Совокупность факторов риска должна отражать все условия внешней и внутренней среды инвестиционных проектов, порождающие возможные убытки [1]. Так, например, в состав рисков инвестирования в строительство входят различные виды рисков: инфляционный, коммерческий, риск случайной гибели, производственный, ценовой, экономический, «нестрахуемые» риски и др.

Будем полагать, что риски инвестирования характеризуются групповым проявлением и взаимозависимостью. Очевидно, реализация инвестиционного процесса в строительстве производится с целью выполнения процессов и работ, результатом которых является строительная продукция. В итоге, инвестиционный проект представляет собой комплексный процесс, в котором участвует достаточно большое количество исполнителей. Перечислим основные группы процессов инвестиционного проекта (в скобках указан состав работ процесса):

- Процессы инициализации. (Авторизация.)

- Процессы планирования. (Планирование целей. Декомпозиция целей. Определение состава работ проекта. Определение взаимосвязей работ. Оценка длительностей и объемов работ. Определение ресурсов. Назначение ресурсов. Оценка стоимостей. Составление расписания выполнения работ. Оценка бюджета. Разработка плана исполнения проекта. Определение критериев успеха.)

- Процессы исполнения (Исполнение плана проекта.)

- Процессы анализа (Анализ плана. Анализ исполнения плана. Управление целями.)

- Процессы управления (Общее управление изменениями. Управление ресурсами. Управление качеством.)

- Процессы завершения (Закрытие контрактов. Административное завершение.)

Возможны следующие состояния исполнителя (i) в составе работ процессов проекта – каждый исполнитель может:

- выполнить работу за 1 шаг процесса с вероятностью $P_{i,\,i+1}$;
- не выполнить работу за один шаг процесса.

Во втором случае возможно несколько вариантов:

- не выполнить работу по причине технологической несовместимости с предыдущим этапом (например, брак в выполнении предыдущего процесса) с вероятностью $P_{i,\,i-1}$;
- не выполнить работу по причине банкротства с вероятностью $P_{i,\,z}$ (тогда конечный результат недостижим в принципе).

Очевидно, что динамическая модель процессов проекта в таком изложении представляет собой марковскую цепь [2, 3]. Представление реализации проекта в виде процесса Маркова позволяет использовать достаточно хорошо разработанный аппарат теории конечных цепей Маркова для расчета вероятностей временных характеристик процесса.

Строгая формализация инвестиционного проекта основана на представлении его динамической системой, процессы управления в которой дискретны и зависят в общем случае от стохастических (по природе и временным характеристикам) факторов. Такие системы называют дискретно-событийными (ДСС) и активно используют в мировой и отечественной теории и практике управления сложными распределенными экономическими комплексами.

Строгим математическим аппаратом описания ДСС является теория обобщенных полумарковских процессов. Его идея заключается в формулировке определенного вида стохастического процесса, состояние которого никак не зависит от его истории, а определяется лишь выбранным управлением при определенном предыдущем состоянии системы. Предполагается, что система в каждый момент времени может находиться в одном из состояний $s_1, s_2, \ldots, s_N$ и может изменять свое состояние только в дискретные моменты времени $t_1, t_2, \ldots, t_k, \ldots$ Чтобы процесс в такой системе описывался простой цепью Маркова, необходимо соблюдение марковского свойства, которое в данном случае формулируется так: вероятность перейти в какое-либо состояние s_i в момент t_{k+1} при условии, что в момент t_k система находится в состояния s_j, зависит только от текущего состояния и не зависит от того, в каких состояниях система находилась в моменты $t_{k-1}, t_{k-2}, \ldots$ Иначе: для процесса в такой системе «будущее» зависит только от известного «настоящего» и не зависит от «прошлого» [2].

Данное представление применимо к большой сложной экономической системе, подсистемы иерархической структуры которой взаимодействуют дискретно. Для исследования таких систем можно привлечь мощный аппарат регенеративной декомпозиции, опирающийся на понятие агрегативной системы. Систему называют агрегативной (А-системой) относительно рассматриваемых функций или процессов, если ее подсистемы одного и того же уровня взаимодействуют лишь в некоторые дискретные, случайные, вообще говоря, моменты времени, функционируя условно независимо между ними.

Для математического описания динамики А-системы, положим, что существует некоторый набор возможных состояний системы, а Е – (конечный) набор событий, инициирующих переход системы из состояния в состояние. Тогда в момент перехода системы в новое состояние «внутренние часы» системы начинают отсчет времени до окончания именно этого состояния (начинают генерировать «оставшееся время жизни»), т. е. подразумевается, что до момента перехода система как бы не существовала во внутреннем времени системы. Другими словами, переход в это состояние никак не обусловлен предыдущими (кроме последнего) управляющими воздействиями на систему. Содержательно моментами регенерации процесса (системы) являются такие моменты в его поведении, в которые он перестает зависеть от своего прошлого. Обычно моментами регенерации как раз и являются моменты достижения некоторых подмножеств состояний процесса (системы). Последовательность всех таких моментов образует последовательность моментов регенерации, каждый элементарный интервал которой называется периодом регенерации.

Процесс изменения состояний сложной А-системы можно описать разложимым полурегенирирующим процессом, моментами вложенной регенерации которого являются моменты взаимодействия между L подсистемами различных уровней. Такой подход позволяет при исследовании агрегативной системы методом статистического моделирования выполнить независимые исследования поведения ее элементов на минимальных периодах регенерации, а затем вычислить соответствующие характеристики с помощью рекуррентных формул.

Рассмотрим теперь некоторые аспекты управления процессами функционирования агрегативных систем. Будем считать, что управление допускается лишь в некоторые дискретные, случайные, вообще говоря, моменты времени (моменты управления), связанные с определенными событиями в системе, и остается неизменным между этими моментами.

Обозначим через **U** пространство управлений, а его точки (управления) – через **u**. Тогда согласно понятию А-системы, имеется вложенная последовательность управлений L подсистемами, составляющими множество **U’.** Таким образом, траектории процесса функционирования дискретно управляемой агрегативной системы разбиваются моментами управления (последовательность моментов регенерации) на множество элементарных циклов управления с пространством состояний $\mathbf{U_L}$**’**. Задача управления состоит в том, чтобы, располагая одним из компонентов (U_l’) многомерного марковского процесса [**U(t) , U’(t)**], вычислить распределение вероятностей для значений некоторого другого «ненаблюдаемого» компонента.

В случае двумерного марковского процесса [$x(t)$, η (t)] с дискретными состояниями процедура сводится к вычислению условного распределения ненаблюдаемого компонента x_i по мере наблюдения компонента η_i ($i = 0,1,..., m$) [1]:

$$w_{ps}(x_{m+1}, \quad m+1) = \frac{\sum\limits_{x_m} w_{ps}(x_m, \quad m) \quad v(\eta \quad _{m+1}, \quad x_{m+1} \quad (\eta \quad _m, \quad x_m)}{\sum\limits_{x_m}\sum\limits_{x_{m+1}} w_{ps}(x_m, \quad m) \quad v(\eta \quad _{m+1}, \quad x_{m+1} \quad (\eta \quad _m, \quad x_m)}. \quad (1)$$

Здесь v_{m+1} (η_{m+1} , x_{m+1} η $|_m$, x_m) – условная вероятность того, что значение марковских компонентов двумерного процесса в момент (m+1) окажется в заданном интервале при условии, что в предыдущий момент процесс принимал значения [x_m , η_m]. Рекуррентная формула (1) дает возможность пересчитывать значения апостериорных вероятностей от шага к шагу, пренебрегая всей предыдущей историей системы, кроме последнего момента изменения состояния.

Обобщенный марковский формализм больших систем позволяет, например, определить наиболее вероятное состояние одного из подпроцессов проекта, если вероятные состояния других подпроцессов этого же проекта известны, либо могу быть определены (т. е. они «наблюдаемы»).

Обозначая риск как случайную величину (фактор воздействия на управляемую систему), примем во внимание, что полной статистической характеристикой случайной величины является закон распределения вероятностей. В случае дискретной случайной величины X под ним понимается соотношение, устанавливающее зависимость между возможными значениями x_i дискретной случайной величины и их вероятностями $p_i = p(x_i)$.

Закон распределения дискретной случайной величины можно задать в различных формах: табличной (ряд распределения), графической (многоугольник распределения), аналитической (в виде формулы).

Универсальной характеристикой, одинаково пригодной как для дискретных, так и для непрерывных случайных величин, является функция распределения $F_1(x)$, определяющая вероятность P того, что случайная величина X примет значение меньше некоторого числа x: $F_1(x) = P(X < x)$. Функция распределения дискретной случайной величины представляет собой ступенчатую функцию, непрерывной – непрерывную функцию.

В прикладных задачах предполагают, что функции распределения непрерывных случайных величин дифференцируемы во всей области возможных значений случайных величин. При таком предположении непрерывная случайная величина X чаще всего описывается плотностью вероятности $W_1(x)$, которая иногда называется дифференциальным законом распределения или дифференциальной функцией распределения.

Плотность вероятности определяется как производная функции распределения: $W_1(x) = dF_1(x) / dx$.

Если в системе проявляются не одна, а несколько случайных величин, то рассматривают уже систему нескольких случайных величин, которую можно представить как точку в n-мерном пространстве со случайными координатами. Поэтому систему n случайных величин часто называют n-мерным случайным вектором или n-мерной случайной величиной.

При этом случайные величины (в реальности – факторы воздействия на управляемую систему) могут быть как независимыми друг от друга, так и зависимыми.

Функцией распределения $F_2(x,y)$ системы двух случайных величин X, Y (иначе – совместной или двумерной функцией распределения) называется вероятность одновременного выполнения двух неравенств $X < x$, $Y < y$, рассматриваемая как функция переменных x, y:

$$F_2(x, y) = P(X < x, Y < y).$$

Если функция распределения $F_2(x,y)$ непрерывна и обладает непрерывной смешанной производной второго порядка, то двумерная плотность вероятности $W_2(x,y)$ определяется формулой [2]:

$$W_2(x, y) = \frac{\partial^2 F_2(x, y)}{\partial x \partial y}. \tag{2}$$

Закон распределения системы двух случайных величин X, Y определяется распределением каждой из величин, входящих в систему, и зависимостью между ними. Степень зависимости случайных величин X и Y характеризуется условным законом распределения, под которым понимается закон распределения одной из случайных величин, найденный при условии, что другая случайная величина приняла определенное значение.

По теореме умножения законов распределения

$$W_2(x, y) = W_1(x) W_1(y|x) = W_1(y) W_1(x|y), \tag{3}$$

где

$$W_1(y|x) = \frac{\partial F_1(y|x)}{\partial y}, \qquad W_1(x|y) = \frac{\partial F_1(x|y)}{\partial x} \tag{4}$$

– условные плотности вероятностей.

Для независимых случайных величин

$$W_2(x,y) = W_1(x)W_1(y)\,. \tag{5}$$

Выражения (2) – (5) можно обобщить на многомерные (n-мерные) функции распределения $F_n(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ и плотности вероятности $W_n(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, которые описывают систему n случайных величин (n-мерный случайный вектор).

Таким образом, на практике можно исходить из трех возможных ситуаций. Первая – когда все риск факторы независимы между собой. В этом случае общая плотность вероятности риска в системе вычисляется по формуле (5). Вторая ситуация – когда все факторы зависимы между собой. В этом случае плотность вероятности исчисляется с учетом формул (3), (4). Среди указанных выше основных факторов риска проектов в строительстве к первой группе можно отнести, например, коммерческий, производственный риски и риск случайной гибели. Ко второй группе зависимых событий можно отнести инфляционный, политический, ценовой экономический риски.

К сожалению, наиболее вероятной является третья ситуация. А именно, часть факторов риска независимы, а часть – зависимы. В этом случае необходимо кроме количественных методов учета риска привлекать экспертные процедуры определения рейтинга влияния групп риск-факторов и ранга их вклада в формирование состояния проектов процесса.

Список литературы

1. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.: Прогресс, 1975. 605 с.
2. Гмурман В.Е. Теория вероятности и математическая статистика. М.: Высшая школа, 2003. 479 с.
3. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и её приложения. Т. 1 М.: Мир, 1984.
4. Chernenkaya L.V., Desyatirikova E.N., Fedosova S.P., Ievleva A.A., Vertakova A.Y. Optimization of risk management of innovation projects in civil engineering // Proceedings of the 2018 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus 2018). 2018. Pp. 1251–1253.